

Université de Mons
Faculté des sciences
Département d'Informatique

Title

Rapport de stage d'initiation à la
recherche

Professeur :

Hadrien MÉLOT

Superviseur :

Sébastien BONTE

Auteur :

William KARPINSKI



Année académique 2024-2025

Table des matières

1	Introduction	2
2	Notions de base	2
3	Tree Width	2
3.1	Méthode Naïve	2
3.2	Notions Complémentaires	2
3.3	Meilleur Algorithme	2
3.4	Algorithme Récursif	3
3.5	Algorithme Récursif Amélioré	3
4	Autres Invariants	3
5	Comparaison Python/Rust	3
6	Conclusion	3

1 Introduction

Ce rapport s'inscrit dans le cadre d'un stage d'initiation à la recherche dans le service d'algorithmie dirigé par M. Hadrien Mélot. Dans ce stage, supervisé par Sébastien Bonte, j'ai été amené à travailler sur plusieurs invariants de graphes, et plus spécifiquement sur le tree width de graphes simple non-orienté.

2 Notions de base

Dans ce rapport, nous allons définir G , un graphe simple non-orienté comme étant composé de V , un ensemble de sommets, et E , un ensemble d'arêtes. On définit également l'ordre de G , comme étant le nombre de sommets dans V et sa taille, comme le nombre d'arêtes dans E .

En théorie des graphes, une décomposition en arbre d'un graphe G est un arbre, tel que chaque noeud de celui-ci contient un sous-ensemble de V et possède les propriétés suivantes. Soient T , une décomposition en arbre de G , X_1, \dots, X_t , les sous-ensembles de V dans les noeuds de T , nous avons que :

- Tous les sommets de G doivent être dans au moins un noeud de T
- Si

et

3 Tree Width

Explication du tree width Tree Decomp Tree Width = minimum de toutes les width des tree decomp dun graph

3.1 Méthode Naïve

Enumération de toutes les possibilités de tree decomp Extremememnt lent $O(n!)$ Ajout d'un lower bound $\Rightarrow /4$ le temps mais tjrs pas suffisant

3.2 Notions Complémentaires

Prochains algos viennent d'un papier qui introduit quelques notions supplémentaire Probleme d'ordo linéaire $TW()$ Q, R, P

3.3 Meilleur Algorithme

$TW(S) = \min \max_{v \in S} TW(S-v, |Q(S-v, v)|)$ Basé la dessus

3.4 Algorithme Récursif

$TWR(L,S) = \min \max Q(L \cup i(<,v),v)$, $TWR([],V) = TW[V] = tw(G)$
=> Calcule de TWR sur $[],V$ pour trouver $tw(G)$

3.5 Algorithme Récursif Amélioré

dit si $tw(G)$ au plus = k se base sur les composantes connexes du graphes
et si leur $tw \leq k$

4 Autres Invariants

Variance des degres, Proximity/Remoteness, Girth

5 Comparaison Python/Rust

Rust mieux mais assez bizarrement pas pour prox et remote

6 Conclusion