遗传算法的线性尺度变换法实施研究

杨宇明[1]，吴德垠[2]
(1. 电子科技大学 应用数学学院，四川 成都 610054；2. 重庆大学 数理学院，重庆 400044)

摘 要：讨论了遗传算法运行过程中的一种适应度变换法——线性尺度变换法的实施方法。给出了在这种变换下变换参数C应满足的一个条件，并给出了具体的实施建议。改进后的方法同尺度变换的初衷才是一致的。

关键词：遗传算法；适应度；尺度变换；变换参数
中图法分类号：TP301.6 **文献标识码**：A **文章编号**：1001-3695(2004)01-0067-02

Research on Performing Linear Fitness-scaling in Genetic Algorithms

YANG Yu-ming[1], WU De-yin[2]
(1. *School of Applied Mathematics, University of Electronic Science & Technology, Chengdu Sichuan* 610054, *China*; 2. *Sciences College, Chongqing University, Chongqing* 400044, *China*)

Abstract: This paper discussed the way of carrying out linear fitness scaling in the process of genetic algorithms (GAs)。We also presented a condition that parameter C should be fit for. After improvement, the new fitness-scaling is consistent with its original thought.

Key words: Genetic Algorithms; Fitness; Fitness-Scaling; Parameter

1 引言

在遗传算法的运行过程中，选择和局部收敛是一对基本矛盾。局部收敛是指全局优化过程中，算法陷入局部最优解，而最终收敛到局部最优解的现象，又称为早熟收敛。选择是算法运行的一个重要环节，是算法收敛到全局最优解的重要保障。一般地，没有选择或选择力度小的算法的运行性能很差。但另一方面，选择的存在，又容易使得种群中的局部最优解在算法运行早期迅速积累，从而使种群丧失多样性，最终算法只收敛到此局部最优解。由此可知，选择算子在避免遗传算法的早熟收敛方面起着不可忽视的作用。

为了克服两者之间的矛盾，有人在适应度评价的基础上提出了适应度尺度变换。通过在算法运行的不同时期，实行不同的适应度评价标准，以此来达到影响选择算子，进而减少选择算子在算法运行中的副作用。在文献[2]中，J. Andre等人得到的结论是：适应度尺度变换对于防止早熟现象，能起到明显的作用。

2 线性尺度变换

在遗传算法运行的开始时期，各个个体依概率意义均匀散布在可行域中，其适应度大小差别相对很大。这样，适应度大的个体将会以较大的概率被选择进化到下一代，而适应度小的个体则会被淘汰掉。种群中两两不同的个体总数量非常有可能迅速下降，这意味着在种群中将会出现越来越多的相同个体。由于在两个相同的个体上进行的交叉不会产生任何新的个体(在相同的个体上进行变异一般能产生新的个体，这是因为变异的位置是随机的)。在遗传算法初始阶段，这种结果将会很快降低种群的多样性，尤其在种群个体总数不大的情况下，极有可能导致早熟收敛。因此，在算法运行初期，我们希望降低个体之间的适应度差异程度，以维护种群多样性。另一方面，当遗传算法运行到后期的时候，为了保证个体的优秀性状保留到下一代，优秀个体要有较大的竞争能力。所以个体之间的适应度差别要扩大，以利于优秀个体以较大的概率被选择进入下一代。

为了在不同的阶段对个体的相对适应度作不同的调整来满足上述的相应要求，人们提出了几种适应度尺度变换(Fitness Scaling)的方法调整个体的适应度，主要有：线性尺度变换、乘幂尺度变换和指数尺度变换。本文只讨论线性尺度变换，其他的讨论方法与此雷同。

线性尺度变换的公式如下：

$$f' = af + b$$

式中，f为原适应度；f′为尺度变换后的新适应度；a和b为变换系数。显然，变换系数a和b是直接影响适应度变化趋势和力度的关键因素，所以对它的选取要满足一定的要求才行。一般希望它们满足下面两个条件[1]：

(1)尺度变换后全部个体的新适应度的平均值$\bar{f}'$，要等于其原适应度平均值$\bar{f}$，即：$\bar{f}' = \bar{f}$。

这条要求是为了保证种群中适应度接近于平均适应度的个体能够有期待的数量被遗传到下一代种群中。

(2)尺度变换后种群中新个体的最大适应度f'_{max}要等于其新的平均适应度的指定倍数，即：$f'_{max} = C \cdot \bar{f}'$。

这条要求是期望种群中最好的个体能复制C倍到新一代群体中。其中C为最佳个体的期望复制数量，通

收稿日期：2002-11-14；**修返日期**：2003-08-16

常建议取 1.2～2。在这里,我们把条件(2)的描述和式子表达都作了修改。原因是原先的描述存在逻辑矛盾:只有在满足条件(1)的前提下,条件(2)才能得到希望的结果,否则并不成立。

我们研究发现,仅有上述两个条件还不能满足适应度调整的目的。以下式子中出现的 M 均指种群中个体总数(又称种群规模)。要想满足条件(1)和条件(2),容易得到参数 a 和 b 应满足如下等式:

$$a=\frac{C-1}{f_{max}-\bar{f}}\bar{f} \tag{1}$$

$$b=\frac{f_{max}-C\bar{f}}{f_{max}-\bar{f}}\bar{f} \tag{2}$$

以上两式是在线性尺度变换中参数 a 和 b 在条件(1)和条件(2)成立时应当满足的基本要求。应当注意到,在这两个式子中还有一个参数 C 没有确定。以前人们对 C 的取值采用的是取经验值。实际上,这里的 C 不能恒为常数,它在算法运行的不同时期,还必须作不同的调整;否则适应度变换就起不到预期的目的。

首先,C 必须符合下述条件,我们将它同条件(1)和条件(2)一起作为适应度变换的一个基本条件。

(3)$1<C\leq\frac{f_{max}-f_{min}}{\bar{f}-f_{min}}$。这条要求是保证原先适应度大的个体变换后适应度仍然大且变换后的每个个体适应度均不小于0,利于算法顺利实施。由式(3)可知,满足前者必须有 C 大于1(这里不考虑等于1,等于1时尺度变换没意义)。显然,此时所选的 C 使得 $a>0$,因此,要想使

$$af_i+b\geq 0\ (i=1,2,\cdots,M)$$

成立,只需 $af_{min}+b\geq 0$,将式(1)和式(2)代入其中,得:

$$\frac{(C-1)\bar{f}}{f_{max}-\bar{f}}f_{min}+\frac{f_{max}-C\bar{f}}{f_{max}-\bar{f}}\bar{f}\geq 0;\text{即}:(C-1)f_{min}+f_{max}-C\bar{f}\geq 0$$

整理即得条件(3)。

其次,在算法进行的前期和后期由于对优秀的个体有不同的选择要求,参数 C 在不同的时期,还得做不同的调整。设线性尺度变换前某个个体的适应度为 f,被选择概率为 p,变换后其适应度为 f′,被选取的概率为 p′,那么,由赌轮选择方法可知:

$$p-p'=\frac{f}{\sum\limits_{i=1}^{M}f_i}-\frac{f'}{\sum\limits_{i=1}^{M}f_i'}=\frac{f}{\sum\limits_{i=1}^{M}f_i}-\frac{af+b}{\sum\limits_{i=1}^{M}(af_i+b)}=\frac{f\cdot\sum\limits_{i=1}^{M}(af_i+b)-(af+b)\sum\limits_{i=1}^{M}f_i}{\left(\sum\limits_{i=1}^{M}(af_i+b)\right)\sum\limits_{i=1}^{M}f_i}=$$

$$\frac{af\sum\limits_{i=1}^{M}f_i+Mbf-af\sum\limits_{i=1}^{M}f_i-b\sum\limits_{i=1}^{M}f_i}{\left(\sum\limits_{i=1}^{M}(af_i+b)\right)\sum\limits_{i=1}^{M}f_i}=\frac{Mb(f_i-\bar{f})}{\left(\sum\limits_{i=1}^{M}(af_i+b)\right)\sum\limits_{i=1}^{M}f_i} \tag{3}$$

在遗传算法运行的前期,为了相对减少优秀个体被复制的次数,也就是减少其被选中的概率,只需令式(3)大于0即可,即$\frac{Mb(f_i-\bar{f})}{\left(\sum\limits_{i=1}^{M}(af_i+b)\right)\sum\limits_{i=1}^{M}f_i}>0$

对优秀个体而言,$f_i>\bar{f}$,$\sum\limits_{i=1}^{M}(af_i+b)>0$,$\sum\limits_{i=1}^{M}f_i>0$,$M>0$,所以可得 $b>0$。

由式(2),得 $C<\frac{f_{max}}{\bar{f}}$。

在遗传算法运行的后期,为了相对增加优秀个体被复制的次数,也就是加大其被选中的概率,只需令式(3)小于0即可,类似于前面的分析,可以得到 C 应满足的条件:$C>\frac{f_{max}}{\bar{f}}$。

综上讨论,C 不能随意取经验值,应遵从如下调整:

(1)在遗传算法运行前期,C 在下述范围内取值

$$1<C<\min\left(\frac{f_{max}-f_{min}}{\bar{f}-f_{min}},\frac{f_{max}}{\bar{f}}\right)=\frac{f_{max}}{\bar{f}}$$

(2)在遗传算法运行后期,C 在下述范围内取值

$$\frac{f_{max}}{\bar{f}}<C\leq\frac{f_{max}-f_{min}}{\bar{f}-f_{min}}$$

只有这样,经过线性尺度变换后,在算法的运行前期才会降低优秀个体被选择的概率,在后期,增加优秀个体被选择的概率。另外,原先适应度大的个体,仍然会以较大的概率被选择进入下一代,这意味着较优秀的个体,不管作怎样的变换,还应当是优秀的。

大量的数值试验(使用最优个体保存策略的遗传算法)表明,参数 C 的经验选取值,不管在算法的运行前期还是在运行后期,一般都要增加优秀个体的被选择概率。而且,参数 C 很容易使变换后的适应度小于零。这样,不但违背了适应度变换的初衷,而且对变换后的适应度还不得不作非负处理,常规的非负处理很容易使得个体没有优劣之分。因此,在算法实际操作的不同时期,有必要对参数 C 作适当的调整。本文完善了适应度尺度变换法。

综合计算机上的数值模拟结果,建议当变异概率在 0.001 到 0.1 之间取值时,在算法运行前期 C 取$\frac{f_{max}}{\bar{f}}$,在后期,C 取$\frac{f_{max}-f_{min}}{\bar{f}-f_{min}}$;当变异概率在 0.1 到 0.3 之间取值时,在算法运行前期 C 取 1.1～1.2,在后期,C 取$\frac{f_{max}}{\bar{f}}$。

3 结论

由以上的讨论知道,条件(3)以及在算法运行前期和后期对 C 所作的调整都是有必要的。这样做避免了对 C 取值的盲目性,减少了经验选取的 C 值带来的不确定因素。最重要的是,这样做才有利于算法的顺利实施,才能真正实现当初进行适应度尺度变换的初衷,计算机上的模拟运算也充分说明了这一点。应当提到一点,除了适应度尺度变换外,变异算子也可减少早熟收敛现象的发生,但它跟适应度无直接关系,这里不再多说。

参考文献:

[1] 周明,孙树栋.遗传算法原理及应用[M].北京:国防工业出版社,1999.42-44.

[2] J Andre, et al. An Improvement of the Standard Genetic Algorithms Fighting Premature Convergence in Continuous Optimization[J]. Advances in Engineering Software, 2001, 32(1):49-60.

[3] 熊伟清,等.遗传算法的早熟现象研究[J].计算机应用研究,2001,18(6):12-14.

[4] 席裕庚.遗传算法综述[J].控制理论与应用,1996,13(6):697-708.

[5] Goldberg D E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning[M]. Reading, MA: Addison-esley, 1989.

作者简介:

杨宇明(1975-),男,山西忻州人,硕士生,主要研究方向为计算机信息处理与控制系统;吴德垠(1955-),男,重庆璧山人,教务处副处长,副教授,主要研究方向为计算机信息处理与控制系统。