

Применение Neural-ODE для некоторых простых уравнений с особыми точками

Охотников Никита Владимирович

МФТИ

2023

Постановка задачи

Цель

Исследовать возможности приближения динамики дифференциальных уравнений с особыми точками с помощью полносвязной нейронной сети

Предлагается

Сравнить истинное поле касательных к графику решения и полученное с помощью Neural-ODE

Рассматриваемые уравнения

$$y' = \frac{y}{x}, \quad y' = -\frac{y}{x}, \quad y' = -\frac{x}{y}, \quad y' = \frac{(x+y)}{(x-y)}$$

Постановка задачи

Преобразование уравнений

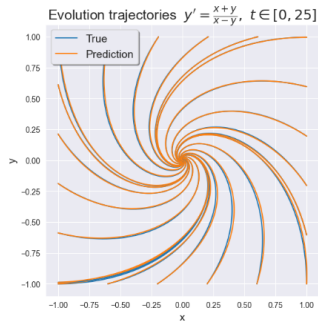
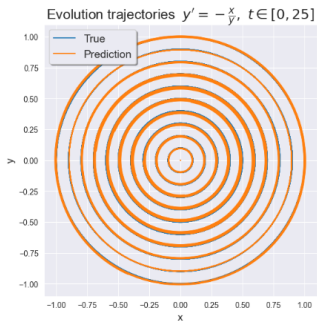
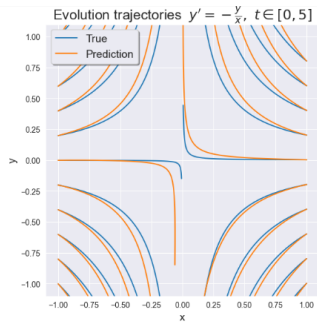
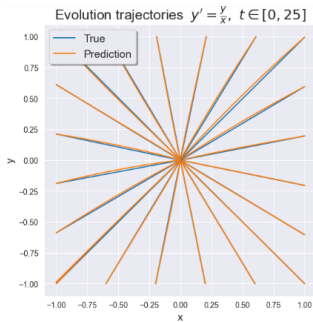
$$y' = \frac{y}{x} \longrightarrow \begin{cases} \dot{x} = -x \\ \dot{y} = -y \end{cases}$$

$$y' = -\frac{y}{x} \longrightarrow \begin{cases} \dot{x} = -x \\ \dot{y} = y \end{cases}$$

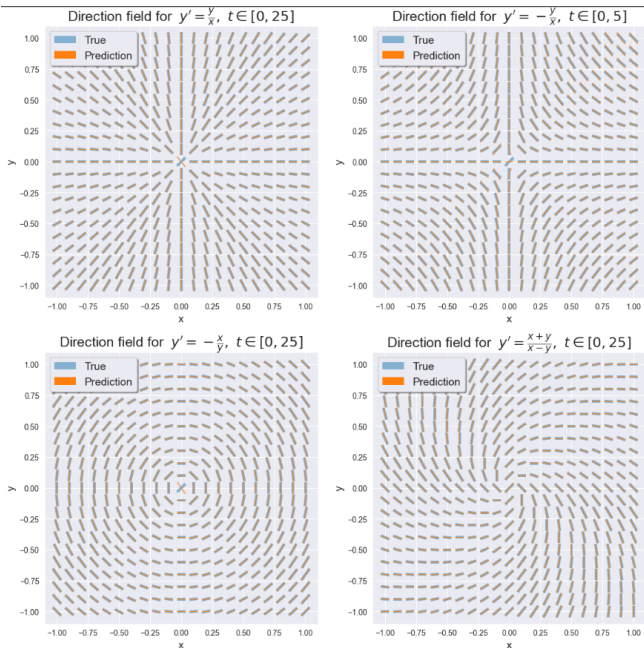
$$y' = -\frac{x}{y} \longrightarrow \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x \end{cases}$$

$$y' = \frac{(x+y)}{(x-y)} \longrightarrow \begin{cases} \dot{x} = y - x \\ \dot{y} = -y - x \end{cases}$$

Результаты экспериментов

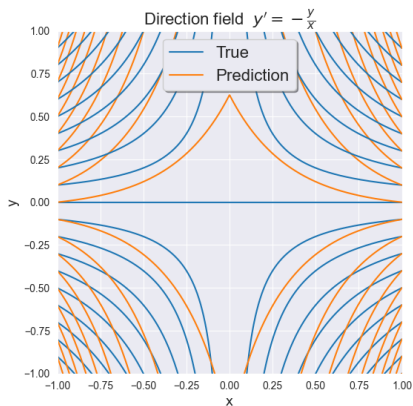
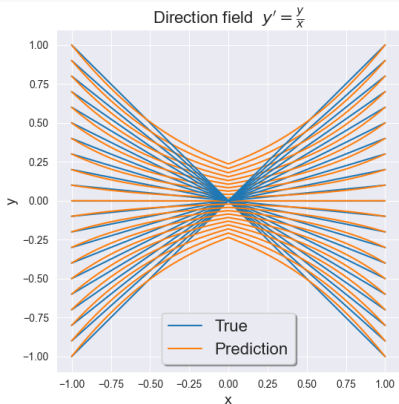


Результаты экспериментов



Результаты экспериментов

Без параметризации через t



Решения оставшихся двух уравнений не выражаются явной функцией $y = f(x)$ поэтому для них в любом случае необходима параметризация.

- ▶ Рассмотрено решение дифференциальных уравнений вблизи особых точек с помощью Neural-ODE
- ▶ Найдена проблема с вертикальными асимптотами
- ▶ Показана неоправданность отказа от параметризации через дополнительный параметр – время.