第一章 概率论的基本概念

☆德摩根定律：

$$\boxed{\overline{\bigcup_{j=1}^{n} A_j} = \bigcap_{j=1}^{n} \bar{A_j}, \quad \overline{\bigcap_{j=1}^{n} A_j} = \bigcup_{j=1}^{n} \bar{A_j},}$$

用于计算多个事件的和事件与积事件发生的概率

条件概率、乘法公式：$\boxed{P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}}$ $\boxed{P(AB) = P(A|B) \cdot P(B)}$

全概率公式：$\boxed{P(\mathrm{A}) = \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \mathrm{P}(\mathrm{B_j})\mathrm{P}(\mathrm{A}|\ \mathrm{B_j})}$

贝叶斯公式：

$$\boxed{P(B_k|A) = \frac{P(B_kA)}{P(A)} = \frac{P(B_kA)}{\sum_{j=1}^{n} P(B_j)P(A|B_j)} \quad k = 1,2 \dots, n}$$

独立性检验的两种形式:

$$\boxed{P(A|B) = P(A)}$$

$$\boxed{P(AB) = P(A) \cdot P(B)}$$

（2015）奶茶制作的方式有两种，先加奶后加茶，先加茶后加奶，现有甲乙两人通过品尝能够正确判断的概率分别为 0.7 和 0.8，设制造的奶茶先加奶的概率是 0.6。问：对于同一杯奶茶，若两人独立地都认为是先加奶，求这杯奶茶确实先加奶的概率。

解　　设 A：奶茶先加奶　B:两人认为先加奶

$$P(A|B) = \frac{\mathrm{P(A)P(B|A)}}{\mathrm{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})}} = \frac{0.6\times\ 0.7\times\ 0.8}{0.6\times\ 0.7\times\ 0.8 + 0.4\times 0.3\times\ 0.2} = \frac{14}{15}$$

第二章 随机变量及其概率分布

一、 离散型随机变量

1、常见的分布

二项分布$X \sim B(n,p)$:

$$\boxed{P(X=k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k=0,1,2\ldots,n}$$

$$E(B)=np，D(B)=np(1-p)$$

泊松分布$X \sim P(\lambda)$（其中P也可以写作π）：

$$\boxed{P(X=k)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}, k=0,1,2\ldots}$$

$$E(P)=\lambda, D(P)=\lambda$$

- 当n足够大，p充分小时，参数为$\lambda=np$的泊松分布可以用于估计参数为(n,p)的二项分布

2、概率分布函数

设X为一随机变量，x为任意实数，函数 $F(x)=P(X\le x)$ 称为随机变量X的概率分布函数。即$F(x)$为满足一切$x_i\le x$的一切x_i对应的概率之和，因此$F(x)$单调不减。离散型随机变量的概率分布函数图像会呈现出断点，形如阶梯状。连续随机变量也有概率分布函数。

二、 连续型随机变量

1、连续型随机变量的概率分布函数以及概率密度函数

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

其中$f(x)$为X的概率密度函数。参考离散型随机变量的定义，连续性随机

变量可以看作无穷多的x_i组成，每个x_i及其对应的取值即为密度函数$f(x)$。

通常密度函数可以由分布函数求导得到，分布函数可以由密度函数积分得到。

后续其他函数中，分布函数以大写的F表示，密度函数以小写的f表示。相同名称的F和f之间总是积分和求导的关系。

分布函数总包含“1，$x \geq$某个数”一类，密度函数总包含“0，其他”一类，下面为图简便做省略处理，实际答题切勿忘记。

（2017）设随机变量X的概率密度函数$f(x) = \begin{cases} ax,\ 0 < x < 1 \\ a(x-1), 1 \leq x < 2 \\ 0,其他 \end{cases}$，（1）求常数$a$；（2）求$X$的分布函数$F(x)$；（3）若$P(X > c) = 0.68$，求$c$的值

解：（1）$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = a$，　所以$a = 1$

（2）$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \begin{cases} 0, x < 0 \\ \frac{x^2}{2}, 0 \leq x < 1 \\ \frac{x^2}{2} - x + 1, 1 \leq x < 2 \\ 1, x \geq 2 \end{cases}$

（3）$P = 0.68$，则$F(c) = 0.32$，解得$c = 0.8$

2、常见的连续型随机变量分布

均匀分布$X \sim U(a,b)$：

$$\boxed{f(x)\begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, x \in (a,b) \\ 0,其他 \end{cases}}$$

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a}, a \leq x < b$$

$$E(X) = \frac{a+b}{2}, D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

正态分布$X \sim N(\mu, \sigma^2)$:（ 总是应用、考察密度函数, 需要记住）

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}，其中\sigma > 0}$$

$$E(X) = \mu，D(X) = \sigma^2$$

正态分布密度函数的图像关于$x = \mu$对称。特别的，当$\mu = 0$，$\sigma = 1$时，称X服从标准正态分布。将标准正态分布函数记作$\phi(x)$，可以通过查表得到$\phi(x)$的值。在后面统计常常出现的z_α，α指的是z_α在ϕ中的上分位数，z_α的取值为$P(x < z_\alpha)$。例如：

$$\phi(1.96) = 0.975 \quad , \qquad z_{0.025} = 1.96$$

指数分布$X \sim E(\lambda)$：

$$\boxed{f(x) = \lambda e^{-\lambda x} (x > 0)}$$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}, D(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

指数分布具有“无记忆性”，若电子产品使用寿命X服从指数分布，在已知用t_0的情况下还能使用t的条件概率等于最初使用时长为t的概率。简单证明如下：

$$P(t|t_0) = \frac{1 - \int_0^{t_0+t} \lambda e^{-\lambda x}\, dx}{1 - \int_0^{t_0} \lambda e^{-\lambda x}\, dx} = \frac{e^{-\lambda(t+t_0)}}{e^{-\lambda t_0}} = e^{-\lambda t} = 1 - \int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\, dx = P(t)$$

若在题目中间及符合指数分布的条件概率相关问题，考虑该性质。

第三章 多维随机变量及其分布

书本编排顺序仍旧从离散型随机变量延伸到连续性随机变量。

一、 联合分布，边际分布和条件分布

联合分布：对于二维离散型随机变量，联合分布即为(X,Y)的分布，可以用二维列表来表示其联合分布律。对于二维连续型随机变量，设随机变量X，Y的联合分布函数为$F(x,y)$若存在二元非负函数$f(x,y)$对于任意的x,y有：

$$F(x,y)=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y}f(x,y)dudv$$

称$f(x,y)$为(X,Y)的联合概率密度函数。

边际分布函数：对于离散型随机变量，X的边际分布即为将$X=x_i$所对应的所有的x_iy_j的概率求和，类似于全概率公式。对于二维连续型随机变量，称单个随机变量X(或Y)的密度函数为X(或Y)的边际密度函数。 X,Y 的边际密度函数分别为:

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy\ ,f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx$$

条件分布函数：类似于条件概率的定义。对于离散型随机变量，称函数

$$F_{Y|X(y|x_i)}=P\{Y\le y|X=x_i\}$$

为给定$\{X=x_i\}$的条件下Y的条件分布函数；

对于连续型随机变量，跟给定$\{X=x\}$的条件下Y的条件密度函数如下：

$$f_{Y|X}(y|x)=\frac{f(x,y)}{f_X(x)}$$

对应的条件分布函数为：

$$F_{Y|X}(y|x)=\int_{-\infty}^{y}\frac{f(x,v)}{f_X(x)}dv$$

二、 二元均匀分布，二元正态分布

二元均匀分布的密度函数即为（二维随机变量定义域为D）：

$$f(x,y)=\frac{1}{D\text{的面积}}$$

二元正态分布：$(X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2;\sigma_1^2,\sigma_2^2;\rho)$

表达式比较复杂，对于考试没有记背的需要。主要是五个参数代表的意思：

μ_1,μ_2：X,Y各自的期望　　　　　σ_1^2,σ_2^2：X,Y各自的方差

ρ：相关系数（在第四章会作说明）

三、 连续变量的独立性

若X,Y相互独立，有：

$$P\{X\le x,Y\le y\}=P\{X\le x\}\cdot P\{Y\le y\}$$

对于二维离散变量，X，Y相互独立的定义等价于：

对于任意的实数x_i,y_i, 都有

$$P\{X=x_i,Y=y_i\}=P\{X=x_i\}\cdot P\{Y=y_i\}$$

即

$$p_{ij}=p_i\cdot p_y,i,j=1,2\ldots$$

对于二维连续变量，二者的密度函数满足：

$$f(x,y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)\text{（处处相等）}$$

只要存在一处$f(x,y) \neq f_X(x) \cdot f_Y(y)$，$X$，$Y$不独立。

四、 多元随机变量的分布

内容同上，主要考察二重积分。

（2017）设随机变量（X,Y）的联合密度函数为$f(x,y) = \begin{cases} \frac{3x}{2}, |y| < x < 1 \\ 0, \quad 其他 \end{cases}$

(1)求$P(X+Y \leq 1)$ (2)求条件概率密度函数$f_{X|Y}(x|y)$和$P(X > 0.5|Y = 0)$（3）判断X与Y是否相关。 注：(3)知识点在下一章出现

解：（1）$P(X+Y \leq 1) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{1-x} f(x,y)dxdy = \frac{11}{16}$

（2）$f_{X|Y}(x|y)$=$\begin{cases} \frac{f(x,y)}{f_Y(y)} = \frac{2x}{1-y^2}，|y| < x < 1 \\ 0, 其他 \end{cases}$

$f_{X|Y=0}(x|y=0)$=$\begin{cases} \frac{f(x,y)}{f_Y(y)} = 2x，0 < x < 1 \\ 0, 其他 \end{cases}$

$P(X > 0.5|Y = 0) = 1 - 0.5^2 = 0.75$

(3)$Cov(X,Y) = E(XY) - E(X) \cdot E(Y) = 0$，所以$X$，$Y$不相关

第四章 随机数字的变量特征

一、期望及其性质

期望$E(X)$的计算：

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

期望的性质：

1、 对任意的随机变量（不用管独立性）

$$E(X+Y)=E(X)+E(Y)$$

2、 对于相互独立的变量

$$E(XY)=E(X)\cdot E(Y)$$

二、方差及其性质

方差$D(X)$的计算：

$$D(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left(x-E(X)\right)^2 f(x)dx$$

$$D(X)=E(X^2)-\left(E(X)\right)^2$$

方差的性质：对于相互独立的变量：

$$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$$

三、 协方差和相关系数

$$Cov(X,Y)=E[(X-E(X))(Y-E(Y))]$$

$$Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)$$

$$\rho_{XY}=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}$$

若X,Y相互独立，必有协方差为0或相关系数为0；反之不然。不相关特指不线性相关，跟独立是两回事。（独立必不相关，不相关可能不独立）

第五章 大数定律及中心极限定理

一、依概率收敛

对于随机变量序列$\{X_n\}, n \to \infty$时X_n趋于c，记作$X_n \xrightarrow{p} c$，即X_n依概率收敛到c。后续的探讨对象都是多个随机变量（常常是独立同分布的多个变量），并非是一个随机变量的多次实验。

二、中心极限定理

对于独立同分布的随机变量序列$\{X_i\}$, 若服从的分布有期望$E(X) = \mu$和方差$D(X) = \sigma^2$，有：

$$\lim_{n \to +\infty} P\{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - E(\sum_{i=1}^{n} X_i)}{\sqrt{D(\sum_{i=1}^{n} X_i)}} \le x\} = \Phi(x)$$

变量经过标准化后，当n充分大时，标准化变量近似服从标准正态分布，即：

$$\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

第六章 统计量与抽样分布

一、χ^2分布，t分布，F分布

X_1，X_2，$X_3 \dots\dots X_n$均服从标准正态分布$N(0,1)$，若：

$$Y = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + \cdots \dots X_n^2$$

称Y服从自由度为n的χ^2分布，记为$Y \sim \chi^2(n)$　　n个标准正态分布之和

由于$E(X_1^2) = 1$，$D(X_1^2) = 2$；　$E(Y) = n\,, D(Y) = 2n$

已知 X服从标准正态分布，$Y \sim \chi^2(n)$，若：

$$t = \frac{X}{\sqrt{Y/n}}$$

称t服从自由度为n的 t分布，记为$t \sim t(n)$

已知U,V分别服从自由度n_1,n_2的χ^2分布，即$U \sim \chi^2(n_1),V \sim \chi^2(n_2)$, 若：

$$F = \frac{U/n_1}{V/n_2}$$

称F服从第一自由度为n_1,n_2的F分布，记为$F \sim F(n_1,n_2)$

对于F分布，记$F_\alpha(n_1,n_2)$为$F(n_1,n_2)$分布上α分位数，有：

$$F_\alpha(n_2,n_1) = \frac{1}{F_{1-\alpha}(n_1,n_2)}$$

查表：附录中除了正态分布是下分位数，其他分布都是上分位数

二、正态总体下的抽样分布

在样本统计中，样本均值和样本方差如下：

$$\overline{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots \ldots X_n)$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

样本方差与随机变量的方差计算公式不同，原因在下一章对无偏性的描述中；

$X_n \sim N(\mu,\sigma^2)$，$\overline{X}$为样本均值，则有：

$$\overline{X} \sim N\left(\mu,\frac{\sigma^2}{n}\right)$$

$$\boxed{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)}$$

第七章 参数估计

一、点估计

1、矩估计法

用样本矩（经常是用一阶原点矩A_1，也就是样本均值）与待估计参数之间的关系来估计待估计参数，下面以一阶原点矩A_1为例估计参数θ:

$$\text{已知：} f(x,\theta)=\begin{cases}\frac{2\theta^2}{x^3}, x\geq\theta \\ 0\end{cases}$$

解：$E(X)=\int_{\theta}^{+\infty}x\cdot\frac{2\theta^2}{x^3}dx=2\theta$，

即对应$E(\overline{X})=2\theta$（样本均值的期望即为原变量的期望）

从而$\hat{\theta}=\frac{\overline{X}}{2}$，即矩估计量（这里的$\overline{X}$就是矩了，关于矩在第四章有简单说明）

2、极大似然法

基本思想：假设事件A已经发生，那么就取使发生事件A概率最大的参数θ。事件A可以是n次独立的样本统计结果。下面用极大似然法估计参数θ：

$$\text{已知：} f(x,\theta)=\begin{cases}\frac{2\theta^2}{x^3}, x\geq\theta \\ 0\end{cases}$$

解：似然函数$L(\theta)=\frac{2^n\theta^{2n}}{(x_1x_2\ldots x_n)^3}$，似然函数就是观测结果发生的概率，由多次独立的事件发生概率相乘得到；

要使$L(\theta)$最大，则让θ尽可能大；由于$x\geq\theta$，所以极大似然估计为$\hat{\theta}=min\{X_1,\ldots X_n\}$。

对于其他分布，常常会让$l(\theta)=ln(L(\theta))$,然后对θ求导得到极大似然估计。

二、估计量的评价准则

1、无偏性准则

若满足$E(\hat{\theta})=\theta$，称$\hat{\theta}$是θ的无偏估计；下面判断S^2是否是σ^2的无偏估计量：

$$E(S^2)=E\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})\right]$$

$$=\frac{1}{n-1}E\left(\sum_{i=1}^{n}X_i-n\overline{X}\right)$$

$$=\frac{1}{n-1}E\left(\sum_{i=1}^{n}(\mu^2+\sigma^2)-n\left(\mu^2+\frac{\sigma^2}{n}\right)\right)=\sigma^2$$

2、有效性准则

估计量的方差越小越有效；

3、均方误差准则

称$E\left[\left(\hat{\theta}-\theta\right)^2\right]$是估计量$\hat{\theta}$的均方误差，记为$Mse(\hat{\theta})$

4、相合性准则

若$\hat{\theta}$依概率收敛到θ, 则称$\hat{\theta}$是相合估计量，记为$\hat{\theta}\xrightarrow{p}\theta$，$n\to\infty$

（2016）设总体$X\sim N(0,\sigma^2)$，对于估计σ^2，$\frac{X_1^2+X_2^2}{4}$(是/不是）σ^2的无偏估计，MSE（$\frac{X_1^2+X_2^2}{4}$）=

解：$E\left(\frac{X_1^2+X_2^2}{4}\right)=\frac{1}{4}\sigma^2\cdot E\left(\frac{X_1^2+X_2^2}{\sigma^2}\right)=\frac{1}{4}\sigma^2\cdot E\left(\chi^2(2)\right)=\frac{\sigma^2}{2}$，不是无偏估计

$$MSE\left(\frac{X_1^2+X_2^2}{4}\right)=E\left(\frac{X_1^2+X_2^2}{4}-\sigma^2\right)^2=\sigma^4\cdot E\left(\frac{X_1^2+X_2^2}{4\sigma^2}-1\right)^2$$

$$=\sigma^4\left(D\left(\frac{X_1^2+X_2^2}{4\sigma^2}-1\right)+E^2\left(\frac{X_1^2+X_2^2}{4\sigma^2}-1\right)\right)$$

$$=\sigma^4\left(\frac{1}{16}D\left(\chi^2(2)\right)+E^2\left(\frac{\chi^2(2)}{4}-1\right)\right)$$

$$= \sigma^4\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)=\frac{\sigma^4}{2}$$

三、正态总体参数的区间估计

1、置信区间的定义

在给出置信水平$1-\alpha$的情况下，θ是待估计参数，根据样本$\{X_1 X_2 \dots X_n\}$得到对应置信水平下的置信区间$\hat{\theta}_L \le \theta \le \hat{\theta}_U$。在保证置信度的前提下，尽可能提高精确度（奈曼原则），于是有对应关系：

$$P\{\hat{\theta}_L \le \theta \le \hat{\theta}_U\} = 1-\alpha$$

后面的枢轴量法重在确定根据样本确定置信上限和置信下限。

2、枢轴量法简介

若待估计参数为θ，$X_1 \dots X_n$均是来自已知分布的总体X的样本，$G(X_1 \dots X_n \theta)$形式上不依赖其他未知参数，称为枢轴量。显然枢轴量不止一种取法，估计不同参数时可能会用不同的枢轴量。例如常用的枢轴量 $G=\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ ，根据中心极限定理，这个枢轴量在样本充分多时近似服从标准正态分布$N(0,1)$。根据枢轴量及其近似服从的分布，在给定置信水平的情况下，可以通过查表得到置信区间上（下）限。

单个正态总体情况下，已知σ^2, 以估计μ为例：

取枢轴量$G=\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$，寻找$a,b$使其满足

$$P\{a \le G \le b\} = 1-\alpha$$

显然这样的a,b不是固定的，是在正态分布图像上滑动的一段区间，要使该区间长度最短（使精确度最高），则有a,b关于y轴对称，即：$a=-b=-z_{\alpha/2}$

找到这样一组a,b后，可以通过化简得到待估计μ的区间估计：

$$-z_{\alpha/2} < \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < z_{\alpha/2}$$

$$\overline{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} < \mu < \overline{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}$$

单侧置信区间也同理。

仿照上述步骤，可以得到几种情形下的正态总体均值、方差的区间估计($P250$)。

（2020）为了解某地区粮食产量情况，随机调查该地区 25 个乡当年的粮食产量，得到样本均值为 1.2 千吨，样本标准差为 0.3 千吨，设乡粮食产量（单位：千吨）$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2未知。则总体标准差σ的置信度为 95%的单侧置信上限为____（保留两位小数）

参考数据：$\chi^2_{0.95}(24)=13.8$，$\chi^2_{0.05}(24)=36.4$

解：由于$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$，取置信度为 0.95 时，$P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} > \chi^2(n-1)\}=0.95$

则σ^2的置信上限为$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{0.95}(n-1)}$，则$\sigma$的置信上限为$\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{0.95}(n-1)}}=\sqrt{\frac{24\times 0.3^2}{13.8}} \approx 0.40$

第八章 假设检验

一、假设检验的基本思想

一般会提出两个完全相反的假设：原假设H_0和备择假设H_1。一般地，备择假设是根据样本想得到支持的假设。

同区间估计的枢轴量，假设检验时一般会选取一个检验统计量，而这个检验统计量不是唯一的。对于不同参数的假设检验会有不同合适的检验统计量。

检验统计量落入拒绝原假设H_0的样本值范围，即落入拒绝域W时，就拒绝原假设。即根据检验统计量落入接受域$\overline{W}$或落入拒绝域W来接受或拒绝原假设。

由于抽样的随机性，所做的结论不能保证绝对不犯错，在假设检验推断中的

错误有：第 I 类错误，也称弃真错误；第 II 类错误，也称存伪错误。两种错误的概率无法同时降低到最小，于是后续具体操作中先控制第 I 类错误，再使得犯第 II 类错误的概率尽可能小。

关于假设检验的具体操作，可以简单理解为通过观察检验量的数值是否合理，如果超出给定的容忍范围（由给定的$1-\alpha$决定），就判断原假设不成立。对于原假设对应的容忍范围，可以假想样本完全反映原假设成立时的情况来加以判断（如检验$H_0:\mu_1=\mu_2$时应该呈现$\overline{x}_1$=$\overline{x}_2$）。下用具体例子来说明$P-$值的计算以及对应的结果。

（2020）为了解某地区粮食产量情况，随机调查该地区 25 个乡当年的粮食产量，得到样本均值为 1.2 千吨，样本标准差为 0.3 千吨，设乡粮食产量（单位：千吨）$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2未知。假设$H_0:\mu\le 1.1$，$H_1:\mu>1.1$下对应的 P-值为___在显著水平 0.05 水平下，是否拒绝原假设？

参考数据：$t_{0.054}(24)=1.67$，$t_{0.05}(24)=1.71$

解：检验统计量$T=\frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t_{n-1}$,代入$\mu_0=1.1,\overline{X}=1.2,S=0.3,n=25$得到$T$的观察值$T_0=1.667$,观察值对应的 P-值即观察值在对应分布上的分位数,根据参考数据估计 P-值为 0.054（不精确，但确定一定大于 0.05，$t_{0.05}(24)=1.71$）。P-值大于显著水平 0.05，即在当前条件下认为样本的呈现与原假设二者不冲突，有发生的可能，所以不拒绝原假设。

二、正态总体参数的假设检验

检验统计量的选取同参数估计中的枢轴量，下面对其中一种情形进行解答。

（2015）从两条糖果生产线上分别抽取容量为 10 的独立样本，A 线 B 线的样本均值分别为$\overline{x}_1=100.55$，$\overline{x}_2=98.08$,样本标准差分别为$s_1=5.44$，$s_2=5.31$假设 A,B 服从方差相等的正态分布，显著水平为 0.05。

检验$H_0:\mu_1=\mu_2$，$H_1:\mu_1\ne\mu_2$　　参考数据$t_{0.025}(18)=2.1$

解：检验统计量$T=\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{S_1^2+S_2^2}}\sqrt{n}\sim t(2n-2)$，当检验统计量的观测值$t>t_{0.025}(2n-2)$或 $t<-t_{0.025}(2n-2)$时拒绝原假设；即拒绝域 W={t|t>2.1 或 t<-2.1},计算可得 t=1.03，不属于拒绝域，于是接受原假设。

三、皮尔逊拟合优度χ^2检验

往往用于验证样本符合某种分布规律的假设是否合理。

将总体X的取值分成互不相容的k类，当样本量n充分大，H_0为真时，统计量$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{(n_i-np_i)^2}{np_i}$近似服从$\chi^2(k-r-1)$分布，其中$n_i$为实际频数，$np_i$为理论频数，r 为假设分布中未知数的个数。最后通过统计量与显著水平对应的容忍范围比对来判断原假设是否合理。实际操作类似于对参数的假设估计。