

Πιθανότητες:

$$\begin{array}{l|l|l} P(A) = 1 - P(A^c) & A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B) & P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ P(\emptyset) = 0 & P(A) \leq 1 & P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \end{array}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad | \quad P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B) \quad | \quad P(B/A) = \frac{P(A/B) \cdot P(B)}{P(A)}$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/A \cap B) \quad \text{ή γενικά:}$$

$$\hookrightarrow P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) \cdot P(A_3/A_2 \cap A_1) \cdot \dots \cdot P(A_n/A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1})$$

Μια συνάρτηση f είναι π.π αν: $f_X(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ ή $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1$

Συνάρτηση κατανομής ή Αθροιστική π.π: $F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt$

p -εκατοστημίο: $\int_{-\infty}^{x_p} f_X(x) dx = \frac{p}{100}$ ή $F(x_p) = \frac{p}{100}$ όπου $p \rightarrow \begin{cases} 50: \text{Διαμέσος} \\ 25: 10\% \text{ εκατοστημίο} \\ 75: 30\% \end{cases}$

Ροπή x -εξάφνης: $E(x^k) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f_X(x) dx$

Χαρακτηριστική ροπή x -εξάφνης: $E[(x-\mu)^k] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^k \cdot f_X(x) dx$

Διακύμανση: $\text{Var}(x) = E[(x-\mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 \cdot f_X(x) dx = E(x^2) - \mu^2$

$$\text{Var}(ax \pm b) = a^2 \text{Var}(x)$$

$$Y = g(X) \rightarrow \text{γινώσκας μεταστροφή} \rightarrow f_Y(Y) = f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}}{dy} \right|$$

Κατανομές:

• Ομοιόμορφη: $f_X(x) = \frac{1}{b-a}$, $a \leq x \leq b$, $x \sim U(a,b)$

• Εκθετική: $f_T(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda x(t)}$, $x(t) \geq 0$ και $F_T(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

\hookrightarrow ΙΔΙΟΤΗΤΑ: $P(x > a+b | x > a) = P(x > b)$, $a, b > 0$

• Weibull: $f_X(x) = a \cdot b^a \cdot x^{a-1} \cdot e^{-(bx)^a}$, $x > 0$ και $F_X(x) = 1 - e^{-(bx)^a}$, $x > 0$

• Χανονική (Gauss): $f_X(x) \xrightarrow{\mu, \sigma} Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$, $x \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$\hookrightarrow P(x_1 < x < x_2) = P\left(\frac{x_1-\mu}{\sigma} < \frac{x-\mu}{\sigma} < \frac{x_2-\mu}{\sigma}\right) = P(z_1 < Z < z_2) = \Phi(z_2) - \Phi(z_1)$$

$$\hookrightarrow \begin{array}{l|l} P(z \leq a) = P(z \geq -a) = \Phi(a) & P(a < z < b) = \Phi(b) - \Phi(a) \\ P(z > a) = P(z < -a) = 1 - \Phi(a) & P(-a < z < -b) = \Phi(a) - \Phi(b) \end{array}$$

$$P(-a < z < b) = \Phi(a) + \Phi(b) - 1 \quad \left| \right. \quad P(|z| < a) = 2\Phi(a) - 1, P(|z| > a) = 2(1 - \Phi(a))$$

Διαστήματα Εμπιστοσύνης

Κατανομή	Διαστήμα Εμπιστοσύνης	Ανω Φράγμα και Κάτω Φ.
Χανονική με σ γνωστή	$\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$Z_{\alpha/2}$
\gg σ αγνώστη	\uparrow Αντί για $\sigma \rightarrow S$	Z_{α}
Διαφορά μέσων τιμών 2	$\bar{x} - \bar{y} - Z_{\alpha/2} \cdot \sigma_w < \mu < \bar{x} - \bar{y} + Z_{\alpha/2} \cdot \sigma_w$	Z_{α}
Χανονικών πληθ/μων, σ γνωστή	Όπου $\sigma_w = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}$	
\gg σ αγνώστη	\uparrow Αντί για $\sigma \rightarrow S$	Z_{α}

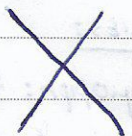

$n \leq 30$

Κανονική με σ γνωστή	$\bar{x} - t_{n-1, \alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{n-1, \alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$	$t_{n-1, \alpha}$
Διαφορά με αγνώστες ίσες	$\bar{x} - \bar{y} - t_{n+m-2, \alpha/2} \cdot S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} < \mu < \bar{x} - \bar{y} + \dots$	$t_{n+m-2, \alpha}$
Διακυμανσεις	$L \rightarrow \text{Όπου } S_p = \sqrt{\frac{(n-1)S_x^2 + (m-1)S_y^2}{n+m-2}}$	
αγνώστες	$\bar{x} - \bar{y} - t_{r, \alpha/2} \cdot S_w < \mu < \bar{x} - \bar{y} + t_{r, \alpha/2} \cdot S_w$	$t_{r, \alpha}$
Διακυμανσεις	$L \rightarrow \text{Όπου } r = \frac{\left(\frac{S_x}{n} + \frac{S_y}{m}\right)^2}{\frac{1}{n-1} \left(\frac{S_x^2}{n}\right) + \frac{1}{m-1} \left(\frac{S_y^2}{m}\right)}$	
Εξαρτημένα δείγματα	$\bar{d} - t_{n-1, \alpha/2} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{d} + t_{n-1, \alpha/2} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}$	$t_{n-1, \alpha}$

Γενικά όπου $S^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum (x_i - \bar{x})^2$

Μέγεθος Δείγματος: $\frac{4 \cdot Z^2 \alpha/2 \cdot \sigma^2}{e^2}$ [Αν σ άγνωστο και μικρό δείγμα $\rightarrow S$]

$L \rightarrow$ Όπου e : Έυρος = $\frac{2 \cdot Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}$, Μεταστροφή σε πλη
 $L \rightarrow$ Εναλλακτικά, με προσέγγιση $\rightarrow n = \frac{4 \cdot Z^2 \alpha/2 \cdot p^*(1-p^*)}{e^2}$

Ελεγχος Υποθέσεων	H_0	H_1	Απορρίψη H_0	p-value
Υπόθεση μέσης τιμής:	$\mu_x = \mu_0$	$\mu_x \neq \mu_0$	$ z > Z_{\alpha/2}$	$p = 2[1 - \Phi(z)]$
$L \rightarrow z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$	$\mu_x = \mu_0$	$\mu_x > \mu_0$	$z > Z_{\alpha}$	$p = 1 - \Phi(z)$
$L \rightarrow$ Αν $n > 30$ όπου $\sigma \rightarrow S$	$\mu_x \neq \mu_0$	$\mu_x < \mu_0$	$z < -Z_{\alpha}$	$p = \Phi(z)$
Υπόθεση αναλογίας:	$p = p_0$	$p \neq p_0$	$ z > Z_{\alpha/2}$	
$z = \frac{\frac{\hat{p}}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	$p = p_0$	$p > p_0$	$z > Z_{\alpha}$	
	$p = p_0$	$p < p_0$	$z < -Z_{\alpha}$	
Διαφορά αναλογίας:	$p_1 - p_2 = p_0$	$p_1 - p_2 \neq p_0$	$ z > Z_{\alpha/2}$	
$z = \frac{\frac{\hat{p}_1}{n_1} - \frac{\hat{p}_2}{n_2} - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$	$p_1 - p_2 = p_0$	$p_1 - p_2 > p_0$	$z > Z_{\alpha}$	
	$p_1 - p_2 = p_0$	$p_1 - p_2 < p_0$	$z < -\alpha$	

Δειγματική Συνδυασμένη:

$R = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \rightarrow$ Συντελεστής συσχέτισης Pearson, με $-1 \leq R \leq 1$

$L \rightarrow$ Όπου $S_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$

$L \rightarrow$ Αν $R \in [-1, -0.6]$ ισχυρή αρνητική συσχέτιση
 $R \in [0.6, 1]$ ισχυρή θετική συσχέτιση
 $R \in [-0.3, 0.3]$ δεν συσχετίζονται

Ευθεία ελαχίστων τετραγώνων: $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + e$

$L \rightarrow$ Όπου $\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$, $\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$, $S_{xy} = [\sum x_i y_i] - n \bar{x} \bar{y}$, $S_{xx} = [\sum x_i^2] - n \bar{x}^2$

Βαζανομή Poisson: $f_x(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$, $\lambda = E(x) = Var(x)$

Διωνομική Βαζανομή: $f_x(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ όπου $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$

$L \rightarrow$ Αν $n > 100$ και $np < 10$ Poisson \rightarrow $Pois(\lambda = np = 4)$

$L \rightarrow$ Αν n μεγάλες αριθμούς \rightarrow $N(np, np(1-p))$