Δημητριάδης Βασίλειος 3ο Εξ

Θέμα 2ο

Θέλουμε: $\bar{x} \pm Z_{1-a_1/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}} = \bar{x} \pm Z_{1-a_2/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}} \Leftrightarrow Z_{1-a_1/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}} = Z_{1-a_2/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n_2}} \Leftrightarrow$

$$\sqrt{n_2} = \frac{Z_{1-a_2/2}}{Z_{1-a_1/2}}\cdot\sqrt{n_1} \Leftrightarrow n_2 = \left[\frac{Z_{1-a_2/2}}{Z_{1-a_1/2}}\right]^2\cdot n_1$$

Τελικά θέλουμε κ παραπάνω μετρήσεις όπου κ:

$$\kappa = n_2 - n_1 = \left[\left(\frac{Z_{1-a_2/2}}{Z_{1-a_1/2}}\right)^2 - 1\right]\cdot n_1$$

Θέμα 4ο

Έχω: $\bar{x}:123$, $x_i-\bar{x}$: $-1|-5|2|9|0|-8|8|-4 \rightsquigarrow S_x^2 = \frac{1}{7} = 0.142$

$\bar{y}:110$, $y_i-\bar{y}$: $4|1|11|-7|-5|1|8|1 \rightsquigarrow S_y^2 = \frac{20}{7} = 2.857$

Άρα: $S_w = \sqrt{\frac{S_x^2}{n}+\frac{S_y^2}{m}} = \sqrt{0.017+0.357} = 0.611$

$$r = \frac{0.066}{\underbrace{\frac{1}{7}\left(\frac{0.142}{8}\right)^2}_{0} + \underbrace{\frac{1}{7}\left(\frac{2.857}{8}\right)^2}_{0.018}} = 3.66 \simeq 4$$

$t_{4,0.01} = 4.604$

Τελικά το κάτω φράγμα είναι: $[10.986, +\infty)$, άρα τα φιλμ της εταιρίας Α είναι τουλ. 10 λεπτά μεγαλύτερα της Β.

Θέμα 5ο

α. Έχω $\frac{11}{150} = 7\%$. Αν 4% τότε χρειάζεται ρύθμιση.

H_0	H_1	Απορρ. H_0
$p=0.04$	$p>p_0$	$Z>Z_a$

Έχω:

- $Z = \frac{\frac{x}{n}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.07-0.04}{\sqrt{\frac{0.04(0.96)}{150}}} = 1.875$
- $Z_{0.025} = Z_{0.975} = 1.96$

$Z<Z_a$ Άρα H_0 δεκτή, δλδ δεν χρειάζεται ρύθμιση

β. Θα πρέπει $Z>Z_a$: ~~$\Leftrightarrow Z>1.96$ δηλαδή Z~~

- $1.875 > Z_a \Leftrightarrow Z_a = 1.87 \Leftrightarrow a = 0.9693 \Leftrightarrow a = 0.0307 \Leftrightarrow a = 3\%$.

Θέμα 3ο

Έχω: $x - y = d_i$: $|-16|3|-4|-19|-13|1|-25|-6|$, Άρα $\bar{d} = \frac{-79}{8} = -9.875$

$d_i - \bar{d}$: $|-6.125|+12.875|+5.875|-9.125|-3.125|+10.875|-15.125|+3.875$, Άρα $S_D^2 = \frac{692.875}{7} = 99$

Άρα $S_D = 9.94$

α) Ψάχνω $\left[\bar{d} - t_{7,0.025} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}, \bar{d} + t_{7,0.025} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}\right]$

- $t_{7,0.025} = 2.998$
- $t_{7,0.025} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}} = 10.54$

Τελικά: $[-20.415, 0.665]$

β) Ναι, αφού το αριστερό όριο είναι αρνητικό ενώ το δεξί σχεδόν μηδενικό

Θέμα 1ο

Έχω $d_i = x - y$: $|6.4|-17|8.4|-16.2|10|2.6|-1.7|-5.3|-15.5|8.5|-22.8|2.5|7.6|6.1|9.2$, ~~Άρα $\bar{d} = \frac{17.2}{15}$~~

↳ Άρα $\bar{d} = \frac{-17.2}{15} = -1.14$

$d_i - \bar{d}$: $|7.54|15.86|9.54|-15.06|11.14|3.74|-0.56|-4.16|14.36|9.64|21.66|3.64|8.74|7.24|10.34$

↳ Άρα $S_D^2 = \frac{1799}{14} = 128.5 \rightsquigarrow S_D = 11.33$

Ψάχνω: $\left(-\infty, \bar{d} + t_{14,0.05} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}\right] \rightsquigarrow (-\infty, 5.094]$

Θέμα 6ο

α) Βρίσκω:
- $\bar{x} = \frac{1372}{9} = 152.4$
- $\bar{y} = 203.5$
- $\sum x_i y_i = 278593$
- $\sum x_i^2 = 209484$
- $S_{xx} = 209484 - 9 \cdot 23225.16 = 452.16$
- $S_{xy} = 278593 - 9 \cdot 152.4 \cdot 203.5 = -527.6$

Έτσι:
- $\hat{b}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = -1.16$
- $\hat{b}_0 = \bar{y} - \hat{b}_1 \bar{x} = 380.284$

Τελικά: $y = 380.284 - 1.16x$

β) $\hat{b}_0$: Η αναμενόμενη ποσότητα βενζίνης που θα πουληθεί με τιμή 0 λεπτά.

$\hat{b}_1$: Η αύξηση (ή στην συγκεκριμένη περίπτωση μείωση) της βενζίνης που θα πουληθεί αν αυξηθεί η τιμή κατά 1 λεπτό

γ) $y(160) = 380.284 - 1.16 \cdot 160 = 194.4$

δ) $R^2 = \frac{S^4_{xy}}{S_x \cdot S_y}$