

## Πιθανότητες:

$$\begin{array}{l|l|l} P(A) = 1 - P(A^c) & A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B) & P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ P(\emptyset) = 0 & P(A) \leq 1 & P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \end{array}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad | \quad P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B) \quad | \quad P(B/A) = \frac{P(A/B) \cdot P(B)}{P(A)}$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/A \cap B) \quad \text{ή γενικά:}$$

$$\hookrightarrow P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) \cdot P(A_3/A_2 \cap A_1) \cdot \dots \cdot P(A_n/A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1})$$

Μια συνάρτηση  $f$  είναι π.π αν:  $f_X(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$  ή  $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1$

Συνάρτηση κατανομής ή Αθροιστική π.π:  $F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt$

$p$ -εκατοστημίο:  $\int_{-\infty}^{x_p} f_X(x) dx = \frac{p}{100}$  ή  $F(x_p) = \frac{p}{100}$  όπου  $p \rightarrow \begin{cases} 50: \text{Διαμέσος} \\ 25: 10\% \text{ εκατοστημίο} \\ 75: 30\% \end{cases}$

Ροπή  $x$ -εξάφνης:  $E(x^k) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f_X(x) dx$

Κεντρική ροπή  $x$ -εξάφνης:  $E[(x - \mu)^k] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^k \cdot f_X(x) dx$

Διακύμανση:  $\text{Var}(x) = E[(x - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot f_X(x) dx = E(x^2) - \mu^2$

$$\text{Var}(ax \pm b) = a^2 \text{Var}(x)$$

$$Y = g(X) \rightarrow \text{γινώσκας μετασχηματισμό} \rightarrow f_Y(Y) = f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dy}{dx} \right|$$

## Κατανομές:

• Ομοιόμορφη:  $f_X(x) = \frac{1}{b-a}$ ,  $a \leq x \leq b$ ,  $x \sim U(a, b)$

• Εκθετική:  $f_T(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda x(t)}$ ,  $x(t) \geq 0$  και  $F_T(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

$\hookrightarrow$  ΙΔΙΟΤΗΤΑ:  $P(x > a+b | x > a) = P(x > b)$ ,  $a, b > 0$

• Weibull:  $f_X(x) = a \cdot b^a \cdot x^{a-1} \cdot e^{-(bx)^a}$ ,  $x > 0$  και  $F_X(x) = 1 - e^{-(bx)^a}$ ,  $x > 0$

• Κανονική (Gauss):  $f_X(x) \xrightarrow{\mu, \sigma} Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$ ,  $x \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$\hookrightarrow P(x_1 < x < x_2) = P\left(\frac{x_1 - \mu}{\sigma} < \frac{x - \mu}{\sigma} < \frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right) = P(z_1 < Z < z_2) = \Phi(z_2) - \Phi(z_1)$$

$$\hookrightarrow \begin{array}{l|l} P(z \leq a) = P(z \geq -a) = \Phi(a) & P(a < z < b) = \Phi(b) - \Phi(a) \\ P(z > a) = P(z < -a) = 1 - \Phi(a) & P(-a < z < -b) = \Phi(a) - \Phi(b) \end{array}$$

$$P(-a < z < b) = \Phi(a) + \Phi(b) - 1 \quad \Bigg| \quad P(|z| < a) = 2\Phi(a) - 1, P(|z| > a) = 2(1 - \Phi(a))$$

## Διαστήματα Εμπιστοσύνης

Κατανομή	Διαστήμα Εμπιστοσύνης	Ανω Φράγμα και Κάτω Φ.
Κανονική με $\sigma$ γνωστή	$\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$Z_{\alpha/2}$
$\gg$ $\sigma$ αγνώστη	$\uparrow$ Αντί για $\sigma \rightarrow S$	$Z_{\alpha}$
Διαφορά μέσων τιμών 2	$\bar{x} - \bar{y} - Z_{\alpha/2} \cdot \sigma_w < \mu < \bar{x} - \bar{y} + Z_{\alpha/2} \cdot \sigma_w$	$Z_{\alpha}$
Κανονικών πληθ/μων, $\sigma$ γνωστή	Όπου $\sigma_w = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}$	
$\gg$ $\sigma$ αγνώστη	$\uparrow$ Αντί για $\sigma \rightarrow S$	$Z_{\alpha}$



$n \leq 30$

Κανονική με σ αγνώστη	$\bar{x} - t_{n-1, \alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{n-1, \alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$	$t_{n-1, \alpha}$
Διαφορά με αγνώστες ίσες	$\bar{x} - \bar{y} - t_{n+m-2, \alpha/2} \cdot Sp \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} < \mu < \bar{x} - \bar{y} + \dots$	$t_{n+m-2, \alpha}$
Διακυμανσεις	$\hookrightarrow$ Οπου $Sp = \sqrt{\frac{(n-1)S_x^2 + (m-1)S_y^2}{n+m-2}}$	
$\hookrightarrow \gg$ αγνώστες	$\bar{x} - \bar{y} - t_{r, \alpha/2} \cdot Sw < \mu < \bar{x} - \bar{y} + t_{r, \alpha/2} \cdot Sw$	$t_{r, \alpha}$
Διακυμανσεις	$\hookrightarrow$ Οπου $r: \left(\frac{S_x}{n} + \frac{S_y}{m}\right)^2$ $\frac{1}{n-1} \left(\frac{S_x^2}{n}\right) + \frac{1}{m-1} \left(\frac{S_y^2}{m}\right)$	
Εξαρτημένα δείγματα	$\bar{d} - t_{n-1, \alpha/2} \cdot \frac{SD}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{d} + t_{n-1, \alpha/2} \cdot \frac{SD}{\sqrt{n}}$	$t_{n-1, \alpha}$

Γενικά όπου  $S^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum (x_i - \bar{x})^2$

Μέγεθος Δείγματος:  $\frac{4 \cdot Z^2 \alpha/2 \cdot \sigma^2}{\epsilon^2}$  [Αν σ άγνωστο και μικρό δείγμα  $\rightarrow S$ ]

$\hookrightarrow$  Οπου  $\epsilon$ : Έυρος =  $\frac{2 \cdot Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}$ , Μετατροπή σε πλη/ρο  $\rightarrow n = \frac{m}{1+m-1}$   
 $\hookrightarrow$  Εναλλακτικά, με προσέγγιση  $\rightarrow n = \frac{4 \cdot Z^2 \alpha/2 \cdot p^*(1-p^*)}{\epsilon^2}$

Ελεγχος Υποθέσεων	$H_0$	$H_1$	Απορρίψη $H_0$	p-value
Υπόθεση μέσης τιμής:	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$ z  > Z_{\alpha/2}$	$p = 2[1 - \Phi( z )]$
$\hookrightarrow z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\mu = \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$z > Z_{\alpha}$	$p = 1 - \Phi(z)$
$\hookrightarrow$ Αν $n > 30$ όπου $\sigma \rightarrow S$	$\mu \neq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$z < -Z_{\alpha}$	$p = \Phi(z)$
Υπόθεση αναλογίας:	$p = p_0$	$p \neq p_0$	$ z  > Z_{\alpha/2}$	
$z = \frac{\frac{\bar{p}}{n} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}$	$p = p_0$	$p > p_0$	$z > Z_{\alpha}$	
	$p = p_0$	$p < p_0$	$z < -Z_{\alpha}$	
Διαφορά αναλογίας:	$p_1 - p_2 = p_0$	$p_1 - p_2 \neq p_0$	$ z  > Z_{\alpha/2}$	
$z = \frac{\frac{\bar{p}_1}{n_1} - \frac{\bar{p}_2}{n_2} - p_0}{\sqrt{\frac{\bar{p}_1(1-\bar{p}_1)}{n_1} + \frac{\bar{p}_2(1-\bar{p}_2)}{n_2}}}$	$p_1 - p_2 = p_0$	$p_1 - p_2 > p_0$	$z > Z_{\alpha}$	
	$p_1 - p_2 = p_0$	$p_1 - p_2 < p_0$	$z < -Z_{\alpha}$	

Δειγματική Συνδυαστικότητα:

$R = \frac{S^2_{xy}}{S_x \cdot S_y} \rightarrow$  Συντελεστής συσχέτισης Pearson, με  $-1 \leq R \leq 1$

$\hookrightarrow$  Οπου  $S^2_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ ,  $S^2_x = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$

$\hookrightarrow$  Αν  $R \in [-1, -0.6]$  ισχυρή αρνητική συσχέτιση  
 $R \in [0.6, 1]$  ισχυρή θετική συσχέτιση  
 $R \in [-0.3, 0.3]$  δεν συσχετίζονται

Ευθεία ελαχίστων τετραγώνων:  $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot x + e$

$\hookrightarrow$  Οπου  $\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$ ,  $\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \cdot \bar{x}$ ,  $S_{xy} = [\sum x_i y_i] - n \bar{x} \bar{y}$ ,  $S_{xx} = [\sum x_i^2] - n \bar{x}^2$

Βαζανομήν Poisson:  $f_x(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$ ,  $\lambda = E(x) = Var(x)$

Διωνομήν Βαζανομήν:  $f_x(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$  όπου  $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$

$\hookrightarrow$  Αν  $n > 100$  και  $np < 10$  Poisson  $\rightarrow$   $Pois(\lambda = np = 4)$

$\hookrightarrow$  Αν  $n$  μεγάλος αριθμός  $\rightarrow$   $N(np, np(1-p))$