练习题 1

一、判断题

1．令 p：太阳从东方升起，q：$2+2\neq 4$，则命题“如果太阳从东方升起，那么 $2+2\neq 4$”可符号化为 $p\rightarrow q$．　　　　(　　　)

2．设 $F(x)$：x 是人，$Q(x)$：x 爱发脾气。则命题”有人爱发脾气”在一阶逻辑中可符号化为 $\neg\exists x(F(x)\rightarrow\neg Q(x))$．(个体域为全总个体域)　　　　(　　　)

3．公式 $\forall xF(x)\rightarrow\exists xG(x)$ 是永真公式.　　　　(　　　)

4．设个体域 $A=\{a, b\}$，公式 $\exists xF(x)$ 在 A 中消去量词后为 $F(a)\wedge F(b)$．(　　　)

5．集合 $A=\{a, b, c\}$上的二元关系 I_A 具有自反性、对称性和传递性.（　　　）

6．集合 $A=\{a, b, c\}$上的关系 $R=\{<a, a>,<a,b>\}$具有反自反性.　　　（　　　）

7．设 Z^+为正整数集，-是普通的减法运算，则$<Z^+,->$是一个群.　　　(　　　)

8．设 G 是一个 5 阶的群，则 G 中任何元素的阶等于 1 或者 5.　　　(　　　)

9．设无向图$G=<V,E>$中, $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_n\}$，且图中有 m 条边, 那么所有顶点的度数之和与边的数目满足关系$\Sigma_{i=1}^{n}d(v_i)=2m$.　　　（　　　）

10．设有整数数列(3,1,1,1)，那么，此整数数列是可图化的。　　　(　　　)

二、填空题

1．设 p:2 是素数，q:4 是素数。则命题，“2 与 4 都是素数，这是不对的”可符号化为____________，其真值为____________。

2．假设含 3 命题变项的命题公式 A 的成真赋值为 001，010，011，那么其主析取范式为__________________。

3．假设个体域为 $D=\{1,2\}$，那么谓词公式 $\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$ 是__________.
(填: 永真公式、永假公式或者可满足式)

4．设有集合 $A=\{1,2,3\}$ 上的二元关系 $R=\{<1,1>,<1,2>\}$，那么 R^2 的集合表达式是____________，$R^{-1}\circ R=$__________。($\circ$表示关系的合成运算)

5. 设有一个具有 3 个命题变项的命题公式，其主合取范式为 M_7，那么该公式的成假赋值为____________。

6．设集合 $S=\{2,3,4,5,6\}$，S 中的运算*定义为：$a*b=\max(a,b)$，则*运算的单位元是_______________，零元是_____________。

7. 设$G=<Z_{13}^*,\otimes>, Z_{13}^*=\{1,2,\cdots,12\}$, 对$\forall x,y\in Z_{13}^*, x\otimes y=(xy)\ mod\ \ 13$, 那么 G 是一个群。请问 G 有___________个生成元.

8．设 $G=<Z_6,\oplus>$，其中 $Z_6=\{0,1,2,3,4,5\}$，对 $\forall x,y\in G, x\oplus y=(x+y)\bmod 6$。那么群 G 的生成元是______(写出一个即可)，元素 2 的阶是______。

9．已知在图 1 的无向图中，有 2 个割点，它们分别是_____和_____。

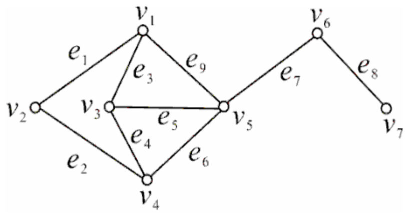


图 1

10．给定解释I和 I 下的赋值σ如下：

（1） 个体域$D = N$(自然数集).

（2） 特定元素$\overline{a} = 2$.

（3） N 上的函数$\overline{g}(x, y) = x \cdot y$.

（4） 谓词公式$\overline{F}(x, y): x = y$.

（5） $\sigma(y) = 3$.

那么，公式$\forall x F(g(x, a), y)$在 I 和σ下被解释为____________________.

三、求命题公式$(p \to q) \wedge (\neg q \to r)$的真值表、主析取范式和主合取范式

四、在自然推理系统中构造下面推理的证明。

如果小张和小王去看电影，那么小李也去看电影；小赵不去看电影或小张去看电影；小王去看电影。所以，当小赵去看电影时，小李也去。

请完成下列内容：

(1) 命题符号化.

设命题 *p*:小张________________， *q*:小王______________________________,

r:小李______________________，　s:小赵_____________________________。

(2) 推理的形式结构.

前提：___________________,______________________,____________________

结论：____________________________________。

(3) 证明过程(请换行写出证明过程.)

五、设 $A=\{1,2,3,4\}$ 及 A 上的二元关系 $R=\{<1,3>,<1,4>,<2,3>,<2,4>,<3,4>\}$.

(1) 写出 R 的关系矩阵 M_R;

(2) 分别写出 R 的自反、对称和传递闭包的关系矩阵 $M_{r(R)}, M_{s(R)}, M_{t(R)}$;

(3) 写出 $t(R)$ 具有的性质.

六、设 $G=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\right\}$.

(1) 证明 G 关于矩阵普通乘法构成一个群;

(2) 求 G 中元素$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$的阶；

(3) 求出由 G 中元素$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$生成的子群 H;

(4) G 是否是循环群.

七、一个公司在城市 A、城市 B、城市 C、城市 D、城市 E 各有一个计算机中心。现在公司计划建立一个计算机网络来连接它的五个计算机中心。公司可租用通信线路来连接这些中心的任何一对。已知在每对中心之间租用通信线路的费用如表 1 所示：

表 1 第七题表

城市对	费用(单位：元)	城市对	费用(单位：元)
(A,B)	900	(B,D)	1600
(A,C)	1200	(B,E)	1400
(A,D)	2000	(C,D)	1000
(A,E)	2200	(C,E)	700
(B,C)	1300	(D,E)	800

问：应当在哪些城市之间建立通信连接，以便保证在任何两个城市之间都有通路，且通信网络的总费用最低？(要求写出详细的过程)

八、

给定有向图$D=<V,E>$，如图 2 所示。

(1) 写出 D 的邻接矩阵；

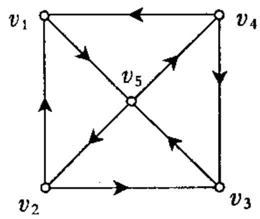


图 2 第八题图

(2) D 中 v_2到v_5 长度是 2 的通路有几条？

(3) D 中长度为 3 的通路共有几条？

练习题 2

一、判断题

1．已知命题公式 A 中含 3 个命题变项 p，q，r，并知道它的成真赋值分别为 001，010，111，则 A 的主析取范式为 $m_1 \vee m_2 \vee m_7$。 (　　)

2．说所有人都爱吃面包是不对的。可符号化为：$\neg\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$ 其中，F(x)：x 是人，G(x):x 爱吃面包。 (　　)

3． 设 A={a， b， c}， $R \subseteq A \times A$ 且 R={<a， b>， <a， c>}，则 R 是传递的。 (　　)

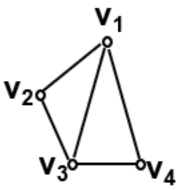
4．有向图 G = (V ， E)，其中 V = {a ， b ， c ， d}，E = {<a ， b> <a ， d>，<b ， c>，<c ， d>}，则图 G 为强连通图。 (　　)

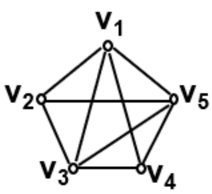
5．设 A={a，b，c}， $R \subseteq A \times A$ 且 R={<a，b>，<a，c>}，则 R 是传递的。 (　　)

6．若无向连通图 G 中存在桥，则 G 的点连通度和边连通度都是 1。 (　　)

7． 集合 A={1，2}的任何关系 R 不可能既是对称的，又是反对称的。 (　　)

8．设 G 是一个 8 阶的群，则 G 中存在阶等于 5 的元素. (　　)





9． G_1 是 G 的导出子图。 (　　)

10．循环群的生成元一定是唯一的。 (　　)

二、填空题

1．在个体域 D={a, b, c}中，与公式∀xA(x)等价又不含量词的公式是____________________。

2． 谓词公式∀x(P(x)∨∃yR(y))→Q(x)中量词∀x 的辖域是____________________。

3．对公式(∀x)(P(x)→Q(x, y))∧R(x, y)中的自由变元使用代入规则后，公式变为____________________________________。

4．设 A={a，b，c}，A 上二元关系 R={< a, a > , < a, b >,< a, c >, < c, c>}，则对称闭包 s(R)= ________________________，A 上不同的二元关系有______个。

5. 设 $X=\{a,b,c\}$，X 上的关系 R 的关系矩阵是 $M_R=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$，

则合成运算 $R^\circ R$ 的矩阵 $M_{R\circ R}=$___________________。

6．设 G 为 9 阶无向图，每个结点度数不是 5 就是 6，则 G 中至少有个_______5 度结点。

7. 代数系统 $<A,*>$ 是群，则它满足: ①运算 * 在 A 上封闭，② * 在 A 上可结合，③ * 在 A 上________________，④________________。

8．设 G={1 , 2 , 3 , 4 , 5, 6 , 8, 9, 10}，G 关于模 11 乘法构成群，群 G 的单位元是_______，元素 2 的逆元为_______。

9．如图 1 的有向图 D，则 D 的邻接矩阵 A(D) =________________________。

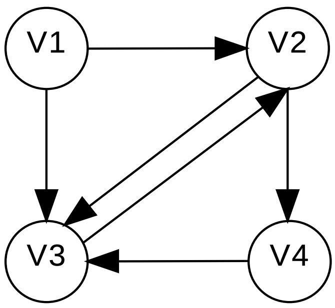


图 1

10．有向图的邻接矩阵中，行元素之和是对应结点的___________，列元素之和是对应结点的_________。

三、求公式 （p∨（q∧r））→（p∧q∧r） 的真值表、主析取范式和成假赋值。

四、在自然推理系统中构造下面推理的证明。

只要 A 曾到过受害者房间并且 11 点以前没离开，A 就是谋杀嫌犯。A 曾到过受害者房间。如果 A 在 11 点以前离开，看门人会看见他。看门人没有看见他。所以，A 是谋杀嫌犯。

请完成下列内容：

(1) 命题符号化.

p：A 到过______________________，q：A 在______________________________，
r：A 是_________________________，s：看门______________________________。

(2) 推理的形式结构.

前提：_____________，__________________，_______________，______________。

结论：_____________________________________。

(3) 证明过程(请换行写出证明过程.)

五、设 $A=\{1,2,3,4\}$ 及 A 上的二元关系 $R=\{<1,3>,<1,4>,<2,3>,<2,4>,<3,4>\}$.

(1) 写出 R 的关系矩阵 M_R；

(2) 分别写出 R 的自反、对称和传递闭包的关系矩阵 $M_{r(R)}, M_{s(R)}, M_{t(R)}$;

(3) 写出 $t(R)$ 具有的性质.

六、（14 分）

设 $G=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\right\}$.

(1) 证明 G 关于矩阵普通乘法构成一个群;

(2) 求 G 中元素 $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ 的阶;

(3) 求出由 G 中元素 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 生成的子群 H;

(4) G 是否是循环群.

七、一个公司在城市 A、城市 B、城市 C、城市 D、城市 E 各有一个计算机中心。现在公司计划建立一个计算机网络来连接它的五个计算机中心。公司可租用通信线路来连接这些中心的任何一对。已知在每对中心之间租用通信线路的费用如表 1 所示：

表 1 第七题表

城市对	费用(单位：元)	城市对	费用(单位：元)
(A,B)	900	(B,D)	1600
(A,C)	1200	(B,E)	1400
(A,D)	2000	(C,D)	1000
(A,E)	2200	(C,E)	700
(B,C)	1300	(D,E)	800

问：应当在哪些城市之间建立通信连接，以便保证在任何两个城市之间都有通路，且通信网络的总费用最低？(要求写出详细的过程)