1.设随机变量 X 与 Y 的数学期望分别为-2 和 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 -0.5，求 $E(2X-Y),\quad D(2X-Y)$.

解：已知 $EX=-2,\quad EY=2,\quad DX=1,\quad DY=4,\quad \rho_{XY}=-0.5$

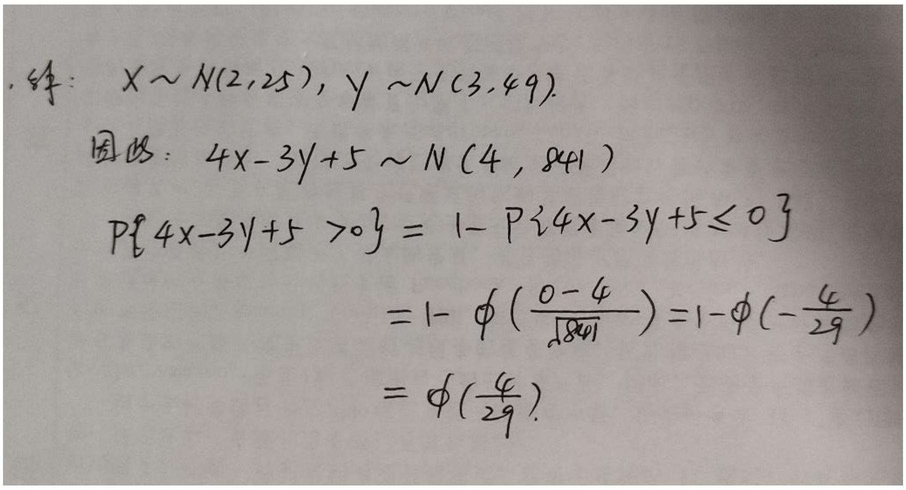
则 $E(2X-Y)=2EX-EY=2\times(-2)-2=-6$

$$D(2X-Y)=D(2X)+DY-2\operatorname{cov}(2X,Y)$$

$$=4\mathrm{DX}+\mathrm{DY}-4\operatorname{cov}(\mathrm{X},\mathrm{Y})$$

$$=4\mathrm{DX}+\mathrm{DY}-4\sqrt{DX}\sqrt{DY}\rho_{XY}=12$$

2. 设随机变量 X 和 Y 独立，并分别服从正态分布 $N(2,25)$ 和 $N(3,49)$，求 $P\{4X-3Y+5>0\}$



解：$X\sim N(2,25)$，$Y\sim N(3,49)$.

因此：$4X-3Y+5\sim N(4,841)$

$P\{4X-3Y+5>0\}=1-P\{4X-3Y+5\le 0\}$

$=1-\phi\left(\frac{0-4}{\sqrt{841}}\right)=1-\phi\left(-\frac{4}{29}\right)$

$=\phi\left(\frac{4}{29}\right)$.

3.设某种型号的电子元件的寿命（以小时计）X 服从正态分布 $N(160,\ 20^2)$，随机地选取 4 只，求这 4 只电子元件的寿命都大于 180 小时的概率.

解：

$$P\{X>180\}=P\left\{\frac{X-160}{20}>\frac{180-160}{20}\right\}$$

$$=1-\Phi(1)=1-0.8413=0.1587$$

$$P\{\text{四只电子元件的寿命都大于180小时}\}=0.1578^4$$

4．设 X，Y 相互独立，其密度函数分别为 $f_X(x)=\begin{cases}2x & 0\le x\le 1\\ 0 & 其它\end{cases}$，$f_Y(y)=\begin{cases}e^{-(y-5)} & y>5\\ 0 & y\le 5\end{cases}$，求 $E(XY)$

解：$E(X)=\int_0^1 x\cdot 2xdx=\frac{2x^3}{3}|_0^1=\frac{2}{3}$

$E(Y)=\int_5^{+\infty} y\cdot e^{-(y-5)}dy=-e^5e^{-y}(y+1)|_5^{+\infty}=6$

$E(XY)=E(X)E(Y)=\frac{2}{3}\times 6=4$

5.设随机变量X的概率密度为：

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}, 0\le x\le\pi,\\ 0, \quad 其他,\end{cases}$$

对 X 独立地重复观察 4 次，用 Y 表示观测值大于 $\frac{\pi}{3}$ 的次数，求 Y^2 的数学期望.

解：因为Y~B(4, p)，其中

$\mathrm{p}=\mathrm{P}\left\{X>\frac{\pi}{3}\right\}=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} f(x)dx=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} cos\frac{x}{2}d\left(\frac{x}{2}\right)=sin\frac{x}{2}\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}=\frac{1}{2}$

于是$\mathrm{Y}\sim\mathrm{B}(4,\frac{1}{2})$，由$\mathrm{E(Y)}=\mathrm{np}=2, \mathrm{D(Y)}=\mathrm{np(1-p)}=1$

得$\mathrm{E}(Y^2)=\mathrm{D(Y)}+[E(Y)]^2=5$