**作业17**：卷积神经网络反向传播的梯度如何穿过卷积层？

考虑一个 的卷积，如Figure1所示。

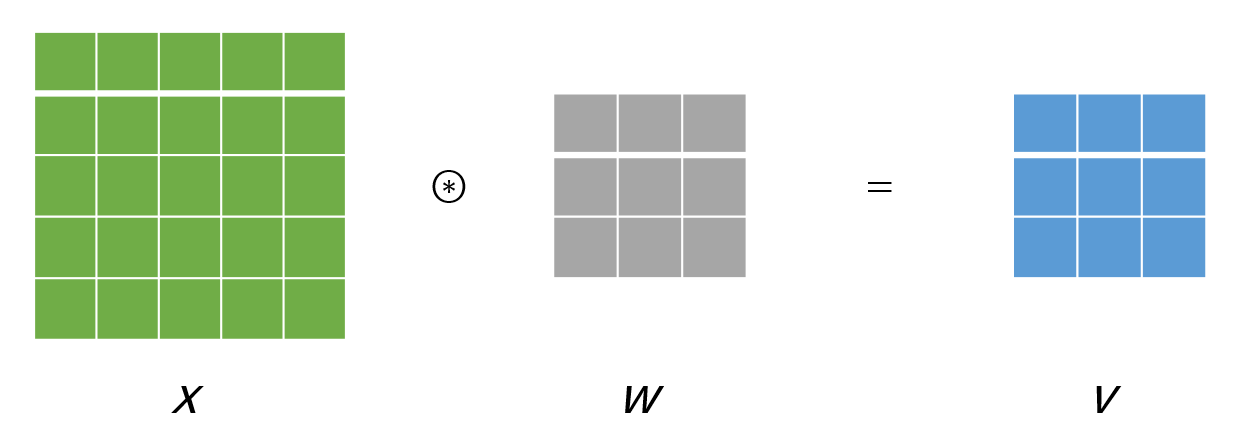


Figure 1

已知损失函数***J***对***V***的偏导数，它是一个和***V***同维度的矩阵，如Figure2所示。

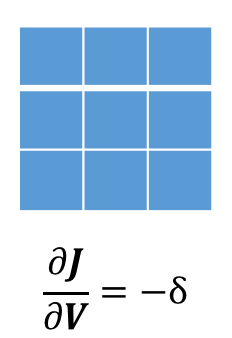


Figure 2

需要求损失函数***J***对输入***X***的偏导数，即

根据链式求导法则，有

首先只考虑通道为1的情况，即k=1, 则有

Equation 1

由于 可由figure2得到，故只需得到 即可求出损失函数对卷积层输入的偏导数。

由Figure1可知，输入矩阵***X***的某个元素会影响到多个，例如会影响到6个，如Figure3所示。

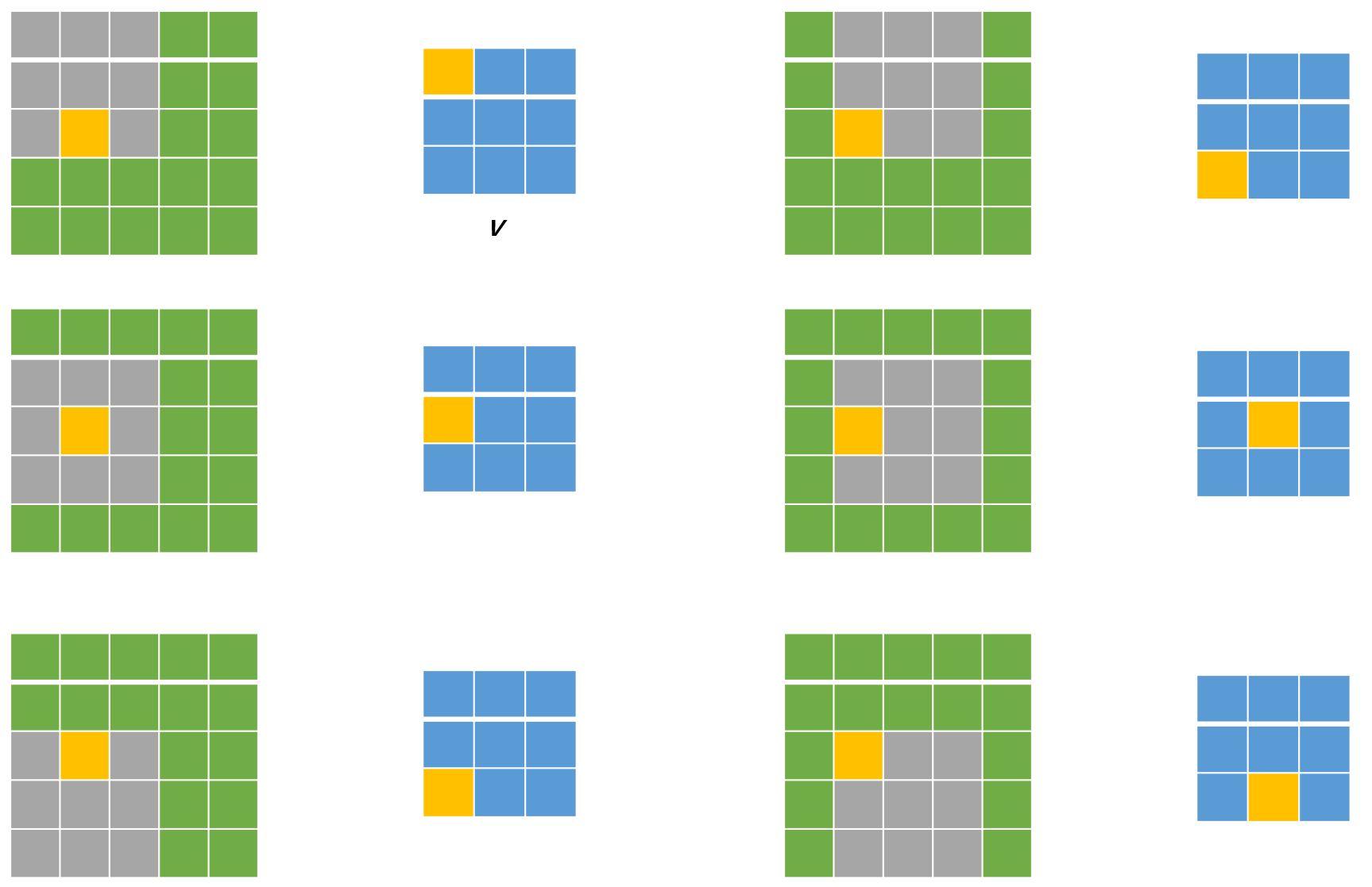


Figure 3

观察Figure3可知，分别通过不同的影响不同的，Figure4对每个做了详细的统计。

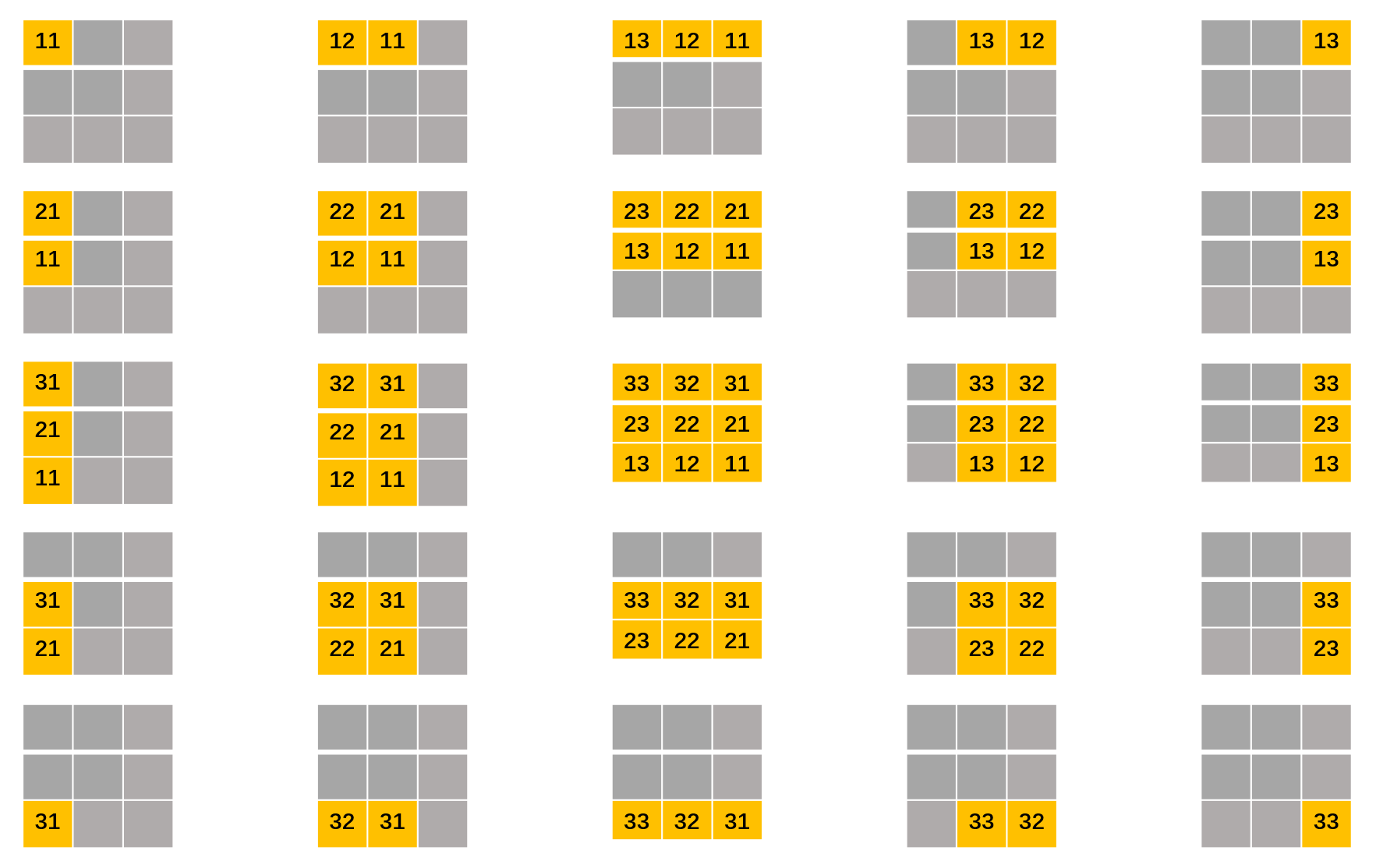


Figure 4

灰色矩阵是权重矩阵***W***，数字是矩阵***V***中的对应元素，黄色部分表示对应通过黄色处于权重矩阵的权重影响数字对应的，Figure4中一共5\*5张图，分别对应***J***对25个的偏导数。

对于第3行第2列的图，其对应于***J***对的偏导数，表示通过作用于，通过作用于，通过作用于，通过作用于，通过作用于，通过作用于

故现在可以通过Equation1求出损失函数***J***对的偏导数，只需有作用的权重乘以相应的并进行累加即可。Figure5对每个的和的对应关系做出了总结。

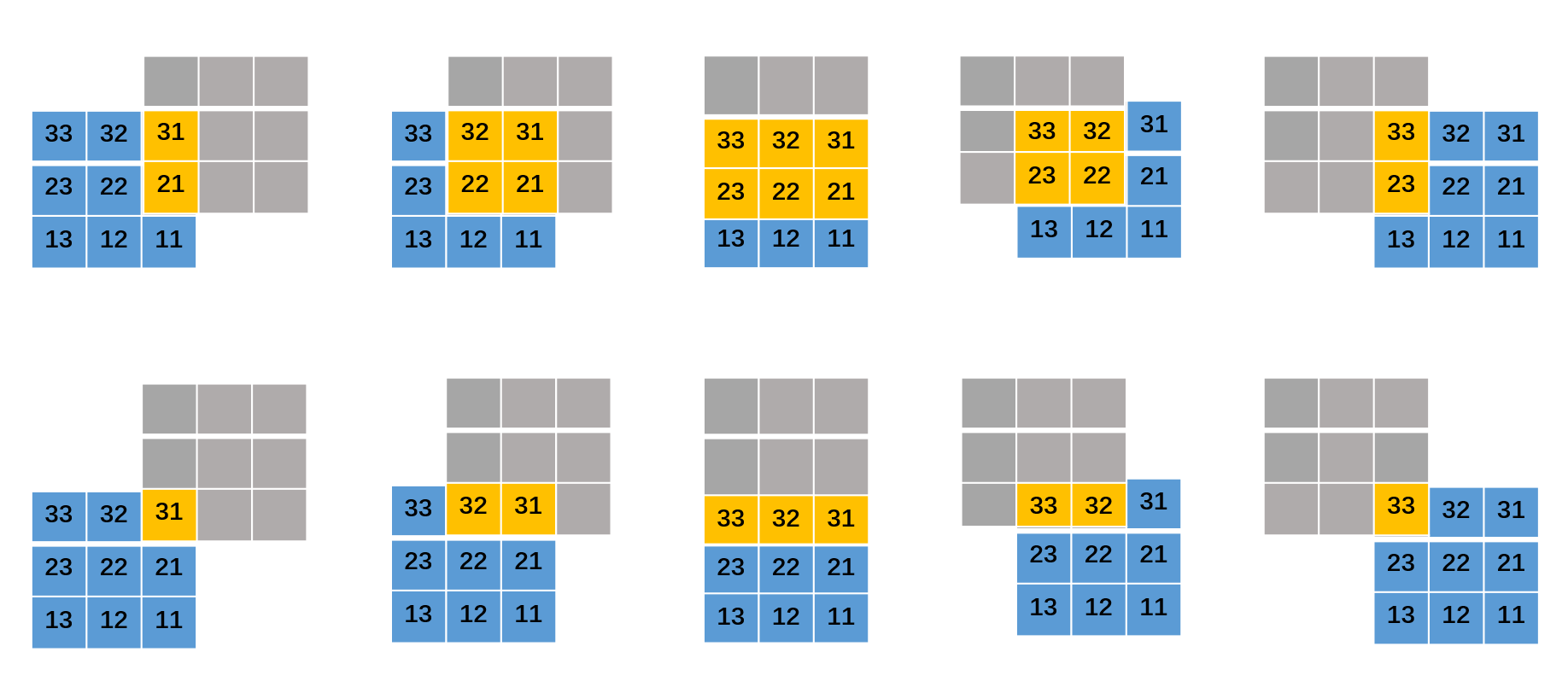
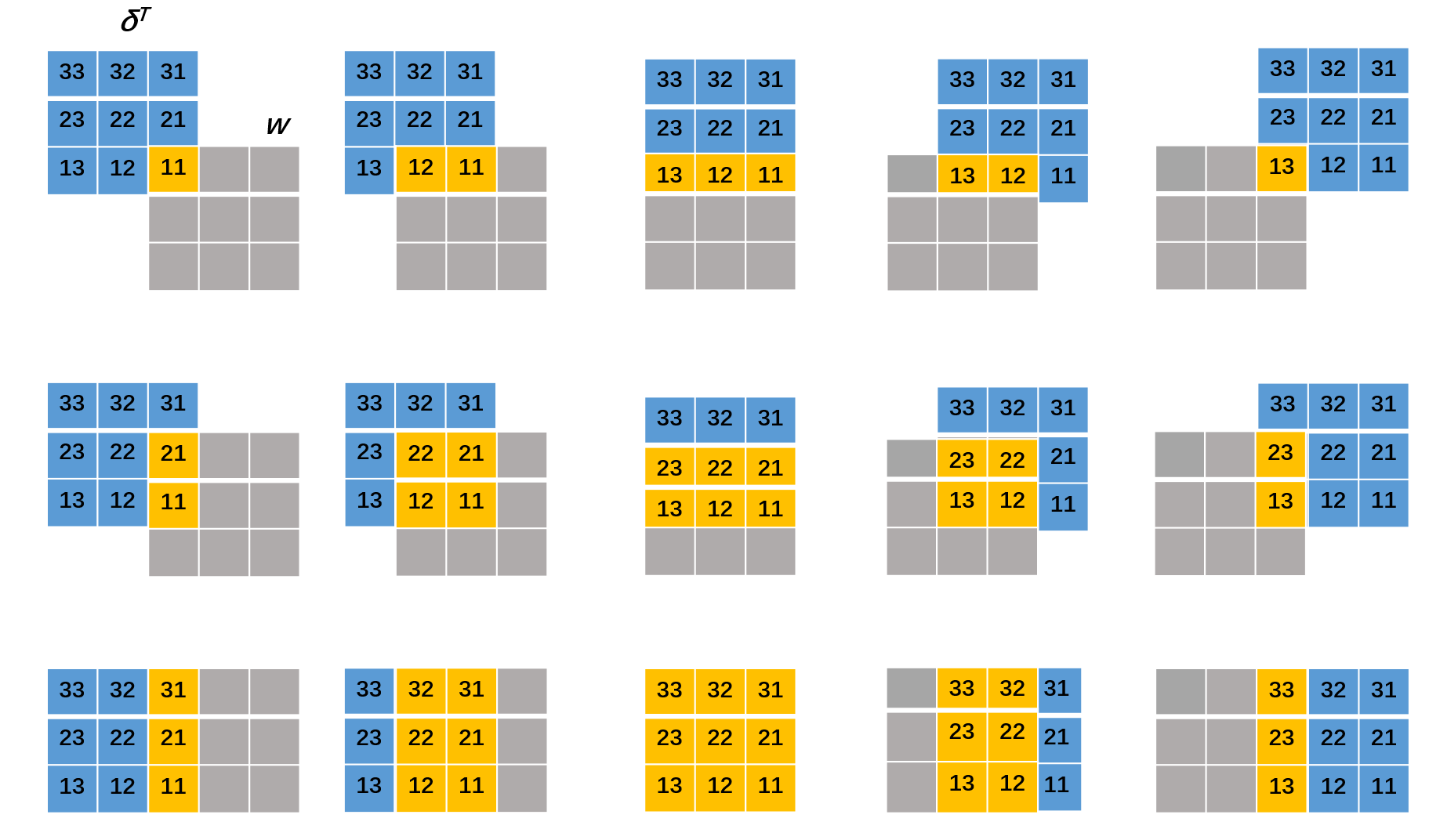


Figure 5

可见，计算方式类似于卷积。

首先将 矩阵进行翻转，如Figure6所示。

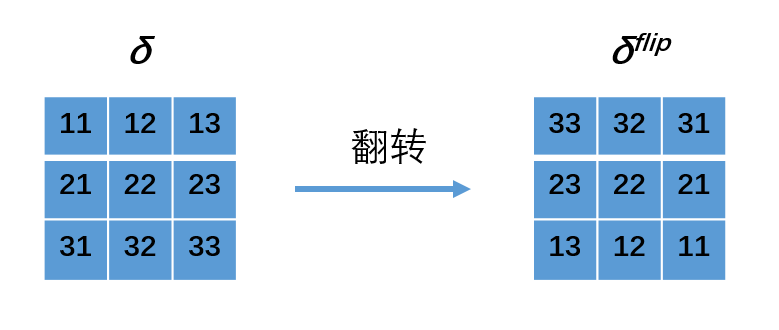


Figure 6

然后将***W***进行填充，如Figure7所示。

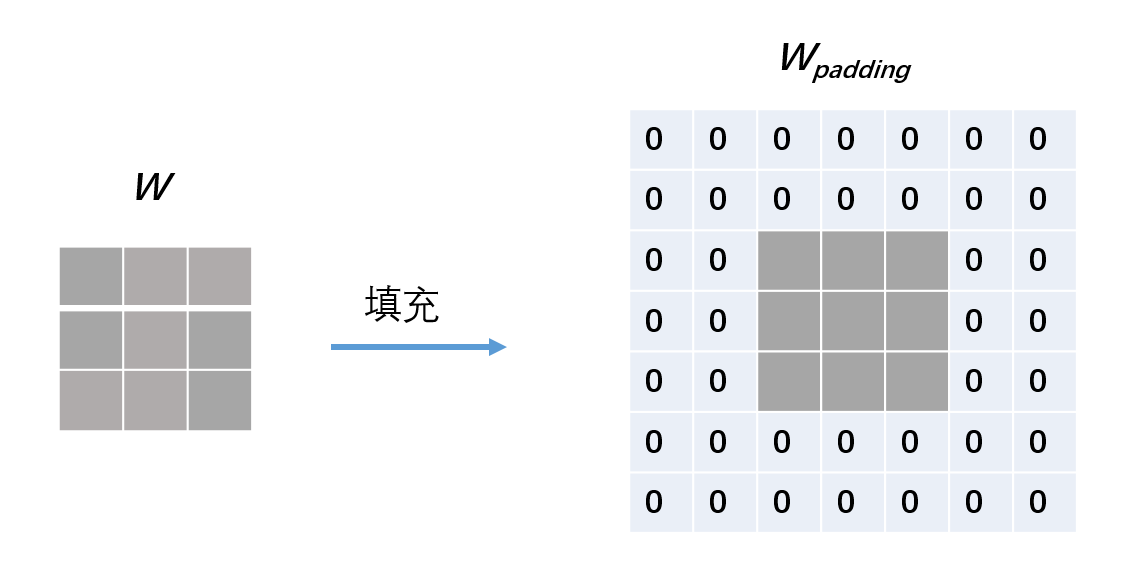


Figure 7

最后进行

除此以外，为了得到Figure5的结果，也可以翻转卷积核，过程如下：

首先翻转卷积核***W***，如Figure8所示。



Figure 8

然后将矩阵进行填充，如Figure9所示。

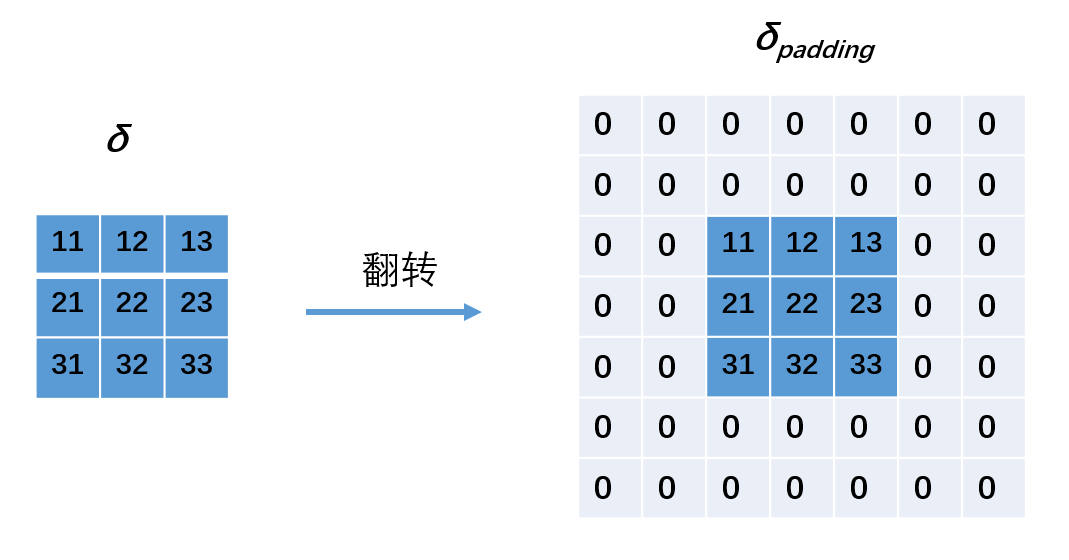


Figure 9

最后进行

对于不同的通道k，每个通道都重复此过程即可。

因此