

une formule qui s'applique à tout endomorphisme d'une courbe algébrique. Le séminaire SGA 5 a été la première bonne occasion, pour développer une telle formule qui soit à mon goût. (C'est, sauf erreur, celle qui figure bel et bien dans l'exposé XII de l'édition-Illusie, ayant miraculeusement survécu aux vicissitudes qui ont frappé ce malheureux séminaire.) Les conjectures de Weil avaient été une motivation initiale, et un fil conducteur précieux, pour me "lancer" sur le développement d'un formalisme complet de cohomologie étale (et d'autres). Mais je sentais bien que le thème cohomologique, qui était au centre de mes efforts depuis huit ou neuf ans déjà et qui devait le rester encore pendant les années à venir jusqu'à mon départ en 1970, avait une portée plus vaste encore que les conjectures de Weil qui m'y avaient amené. Pour moi, l'endomorphisme de Frobenius n'était pas un "alpha et oméga" pour le formalisme cohomologique, mais un endomorphisme parmi bien d'autres...

Il me semble que la motivation initiale de Deligne pour son "opération \diamond SGA 4 $\frac{1}{2}$ - SGA 5" avait été l'intention d'appropriation de la seule formule des traces, et par là et en "corollaire", de celle des fonctions L . C'est chemin faisant que ce propos s'est élargi en un propos d'appropriation de la "cohomologie étale" tout court. Je crois d'ailleurs que l'un et l'autre "morceau" ont été trop gros, et qu'aujourd'hui encore et nonobstant "SGA 4 $\frac{1}{2}$ " et Colloque Pervers et tutti quanti, "les gens" (même ceux qui ne sont pas tellement bien informés) "savent" que ce n'est pas lui qui a créé l'outil cohomologique ℓ -adique, et qu'il n'a pas non plus prouvé à lui tout seul "la" conjecture de Weil. Cela n'empêche que pour en terminer avec l'opération "Cohomologique étale", je voudrais encore suivre quelque peu ici les virevoltes de mon ami et ex-élève Deligne dans sa présentation du thème central⁴⁹³(*) du volume nommé "SGA 4 $\frac{1}{2}$ ", à savoir, "la" formule des traces, conduisant à la formule cohomologique des fonctions L . Elle fait l'objet du "Rapport sur la formule des traces" (cité [rapport] dans son livre, loc. cit. p. 76-109).

C'est en **quatre** endroits du volume que Deligne fait des commentaires de nature tant soit peu "historiques" sur la formule des traces. Le lecteur dudit volume qui ne serait déjà dans le coup d'avance, et qu'il lise ou non les quatre passages (que nous allons passer en revue), en retirera l'impression qu'un certain Grothendieck (auteur ou directeur d'un séminaire un peu vaseux et ultérieur au volume "SGA 4 $\frac{1}{2}$ ", séminaire qu'on recommande surtout de ne pas s'aventurer à lire) semblerait bien avoir eu quelque idée, un peu embrouillée forcément, sur les fonctions L , avant que l'auteur du brillant volume ne vienne enfin donner des énoncés compréhensibles et des démonstrations qui tiennent debout. Dans tout le volume la seule référence précise à ce quidam est à un certain exposé Bourbaki (de 1964), au détour d'une "Remarque 3.7." (loc. cit. p. 88), laquelle vient là comme fin dernière dans une enfilade de trois remarques les unes plus techniques que les autres⁴⁹⁴(**). On y lit :

" Si on admet le formalisme des \mathbb{Q}_ℓ -faisceaux... **il est facile de ramener la preuve** de 3.1, 3.2 au cas où X_0 est une courbe lisse et où \mathcal{F}_0 est lisse. Ceci est clairement expliqué dans [2] §5 (pour 3.1 ; 3.2 se traite de même)."

\diamond (c'est moi qui souligne). En somme, ce quidam non nommé (si ce n'est sous le signe flatteur [2]⁴⁹⁵(*)) a (non

⁴⁹³(*) Il n'est d'ailleurs dit nulle part dans "SGA 4 $\frac{1}{2}$ " que le "Rapport" en forme bien le "thème central", pas plus qu'il n'est dit que le propos principal en est de fournir les ingrédients principaux de cohomologie étale pour "la" conjecture de Weil. Au moment de rédiger la double introduction au volume, un propos d'appropriation aux dimensions de toute la cohomologie étale et ℓ -adique devait déjà être présent.

⁴⁹⁴(**) En écrivant ces lignes, j'étais sous le coup du sentiment saisissant de **l'identité** entre le style que je sonde ici, et celui qui s'est déployé quatre ans plus tard, pour l'appropriation "par le mépris" du "théorème du bon Dieu" (alias Mebkhout). Je découvre les virevoltes en question dans la note "Le prestidigitateur" (ça vaut bien la majuscule...), n° 75". Là le "point sensible" était caché dans une remarque 4.1.9 (au lieu de 3.7), encore plus bordélique. On n'arrête pas le Progrès...

(22 mars) Il m'avait échappé qu'il y a en fait une deuxième référence dans "SGA 4 $\frac{1}{2}$ " au même exposé Bourbaki de 1974, référence servie avec un art consommé dans le "Fil d'Ariane", comme on verra dans la sous-note "Les double-sens - ou l'art de l'arnaque" (n° 169).