

évocation imagée et de la nuée d'association qu'elle suscite aussitôt : la notion traditionnelle d' "espace", tout comme celle étroitement apparentée de "variété" (en tous genres, et notamment celle de "variété algébrique"), avait pris, vers le moment où je suis venu dans les parages, un tel coup de vieux déjà, que c'était bien comme si elles étaient mortes...⁶⁵. Et je pourrais dire que c'est avec l'apparition coup sur coup du point de vue des schémas (et de sa progéniture⁶⁶, plus dix mille pages de fondements à la clef), puis de celui des topos, qu'une situation de crise-qui-ne-dit-pas-son-nom s'est trouvée finalement dénouée.

Dans l'image de tantôt, ce n'est pas d'un gamin d'ailleurs qu'il faudrait parler, comme produit d'une mutation soudaine, mais de deux. Deux gamins, de plus, qui ont entre eux un "air de famille" irrécusable, même s'ils ne ressemblent guère au défunt vieillard. Et encore, en y regardant de près, on pourrait dire que le bambin Schémas ferait comme un "chaînon de parenté" entre feu Père Espace (alias Variétés-en-tous-genres) et le bambin Topos⁶⁷.

2.20. Coup d'oeil chez les voisins d'en face

La situation me semble très proche de celle qui s'est présentée au début de ce siècle, avec l'apparition de la théorie de la relativité d' Einstein. Il y avait un cul-de-sac conceptuel, plus flagrant encore, se concrétisant par une **contradiction** soudaine, laquelle semblait irrésoluble. Comme de juste, l'idée nouvelle qui allait remettre de l'ordre dans le chaos était une idée d'une, simplicité enfantine. La chose remarquable (et conforme à un scénario des plus répétitifs...), c'est que parmi tous ces gens brillants, éminents, prestigieux qui étaient sur les dents soudain, pour essayer de "sauver les meubles", personne n'y ait songé, à cette idée. Il fallait que ce soit un jeune homme inconnu, frais émoulu (si ça se trouve) des bancs des amphithéâtres estudiantins, qui vienne (un peu embarrassé peut-être de sa propre audace...) expliquer à ses illustres aînés ce qu'il fallait faire pour "sauver les phénomènes" : il y avait qu'à plus séparer l'espace du temps⁶⁸ ! Techniquement, tout était réuni alors pour que cette idée éclore et soit accueillie. Et c'est à l'honneur des aînés d' Einstein, qu'ils aient su en effet accueillir l'idée nouvelle, sans trop morigéner. C'est là un signe que c'était encore une grande époque...

Du point de vue mathématique, l'idée nouvelle d' Einstein était banale. Du point de vue de notre conception de **l'espace physique** par contre, c'était une mutation profonde, et un "dépaysement" soudain. La première

⁶⁵Cette affirmation (qui semblera péremptoire à certains) est à prendre avec un "grain de sel". Elle n'est ni plus, ni moins valable que celle (que je reprends à mon compte plus bas) que le "modèle newtonien" de la mécanique (terrestre ou céleste) était "moribond" au début de ce siècle, quand Einstein est venu à la rescousse. C'est un fait qu'encore aujourd'hui, dans la plupart des situations "courantes" en physique, le modèle newtonien est parfaitement adéquat, et ce serait de la folie (vue la marge d'erreur admise dans les mesures faites) d'aller chercher des modèles relativistes. De même, dans de nombreuses situations en mathématique, les anciennes notions familières d' "espace" et de "variété" restent parfaitement adéquates, sans aller chercher des éléments nilpotents, des topos ou des "structures modérées". Mais dans l'un et l'autre cas, pour un nombre croissant de contextes intervenant dans une recherche de pointe, les anciens cadres conceptuels sont devenus inaptes à exprimer les situations même les plus "courantes".

⁶⁶(A l'intention du mathématicien) Dans cette "progéniture", je compte notamment les schémas formels, les "multiplicités" en tous genres (et notamment, les multiplicités schématiques, ou formelles), enfin les espaces dits "rigide-analytiques" (introduits par Tate, en suivant un "maître d'oeuvre" fourni par moi, inspiré par la notion nouvelle de topos, en même temps que par celle de schéma formel). Cette liste n'est d'ailleurs nullement exhaustive...

⁶⁷Il y aurait lieu d'ailleurs, à ces deux bambins, d'en ajouter encore un troisième plus jeune, apparu en des temps moins cléments : c'est le marmot Espace modéré. Comme je l'ai signalé ailleurs, il n'a pas eu droit à un certificat de naissance, et c'est dans l'illégalité totale que je l'ai néanmoins inclus au nombre des douze "maître-thèmes" que j'ai eu l'honneur d'introduire en mathématique.

⁶⁸C'est un peu court, bien sûr, comme description de l'idée d'Einstein. Au niveau technique, il fallait mettre en évidence quelle structure mettre sur le nouvel espace-temps (c'était pourtant déjà "en l'air", avec la théorie de Maxwell et les idées de Lorenz). Le pas essentiel ici était non de nature technique, mais bien **"philosophique"** : se rendre compte que la notion de simultanéité pour des événements éloignés n'avait aucune réalité expérimentale. C'est ça, la "constatation enfantine", le "mais l'Empereur est nu !", qui a fait franchir ce fameux "cercle impérieux et invisible qui limite un Univers"...