pour les courbes algébriques lisses connexes de genre g avec ν points marqués. Elles ont été introduites[25](*) à l'occasion du problème de prouver la connexité des espaces modulaires $M_{g,\nu}$ en toute caractéristique, par un argument de spécialisation à partir de la caractéristique nulle. Ces objets $M_{g,\nu}$ me paraissent (avec le groupe $Sl(2)$) les plus beaux, les plus fascinants que j'aie rencontrés en mathématique (47_2). Leur seule existence déjà, avec des propriétés à tel point parfaites, m'apparaît comme une sorte de miracle (parfaitement bien compris ce qui plus est), d'une portée incomparablement plus grande que le fait de connexité qu'il s'agissait de démontrer. Pour moi, ils renferment en quintessence ce qui est le plus essentiel en géométrie algébrique, savoir la totalité (à peu de choses près) de toutes les courbes algébriques (sur tous les corps de base imaginables), lesquelles sont justement les pierres de construction ultimes de toutes les autres variétés algébriques. Mais le genre d'objets dont il s'agit, des "multiplicités propres et lisses sur $\mathrm{Spec}(\mathbb{Z})$", échappe encore aux catégories "admises", c'est-à-dire à celles qu'on est **disposé** (pour des raisons qu'on n'a garde d'examiner) à bien vouloir "admettre". Le commun des mortels en parle tout au plus par allusions, et avec un air de s'excuser d'avoir l'air de faire encore du "général non-sense", alors qu'on a pris soin certes de dire "stack" ou "champ", pour ne pas prononcer le mot tabou de "topos" ou de "multiplicité". C'est la raison sans aucun doute pourquoi ces joyaux uniques n'ont pas été étudiés ou utilisés (pour autant que je sache) depuis leur introduction il y a plus de dix ans, sauf par moi-même dans des notes de séminaire ◇ restées inédites. Au lieu de cela, on continue à travailler soit avec les variétés de modules "grossières", soit avec des revêtements finis des multiplicités modulaires qui aient l'heur d'être des vrais schémas - les uns et les autres pourtant n'étant que des sortes d'ombres relativement falotes et boiteuses de ces joyaux parfaits dont ils proviennent, et qui restent pratiquement bannis…

Les quatre travaux de Deligne sur la conjecture de Ramanuyam, sur les structures de Hodge mixtes, sur la compactification des multiplicités modulaires (en collaboration avec Mumford), et sur les conjectures de Weil, constituent chacun un renouvellement de la connaissance que nous avons des variétés algébriques, et par là même, un nouveau point de départ. Ces travaux fondamentaux se suivent dans un espace de quelques années (1968-73). Depuis bientôt dix ans pourtant, ces grands jalons n'ont pas été les tremplins pour une lancée nouvelle dans l'entrevu et dans l'inconnu, et les moyens pour un renouvellement de plus vaste envergure. Ils ont débouché sur une situation de stagnation morose (47_3). Ce n'est sûrement pas que les "moyens" qui étaient là il y a dix ans, chez les uns et chez les autres, aient disparu comme par enchantement ; ni que la beauté des choses à la portée de notre main se soit soudain évanouie. Mais il ne suffit pas que le monde soit beau - encore faut-il daigner s'en réjouir…

Note 47_1 Je songe ici au démarrage prometteur par Contou-Carrère, il y a cinq ou six ans, d'une théorie des jacobiennes locales relatives, leurs liens avec les jacobiennes globales (dites "jacobiennes généralisées") pour des schémas en courbes lisses et non nécessairement propres sur un schéma quelconque, et avec la théorie de Cartier des groupes formels commutatifs et des courbes typiques. A part une réaction encourageante par Cartier, l'accueil à la première note de Contou-Carrère, par ceux qui étaient les mieux placés pour pouvoir l'apprécier, a été si frais, que l'auteur s'est gardé de jamais publier la seconde qu'il maintenait en réserve, et s'est empressé de changer de sujet (sans pour autant éviter d'autres mésaventures)[26](*).

Je lui avais suggéré le thème des jacobiennes locales et globales, comme un premier pas vers un programme qui remonte à la fin des années cinquante, orienté notamment vers une théorie d'un complexe dualisant "adélique" en dimension quelconque, formé avec des jacobiennes locales (pour des anneaux ◇ locaux de dimension arbitraire), en analogie avec le complexe résiduel d'un schéma noethérien (formé avec les modules dualisants

[25](*) Dans Pub. Math. 36, 1969, p. 75-110. Voir commentaires dans la note n° 63_1

[26](*) (8 juin) Voir la sous-note (95_1) à la note "Cercueil 3 - ou les jacobiennes un peu trop relatives", n° 95.