rapport aux morphismes propres, et de même pour la variante ($5^{\cdot}$). En caractéristique nulle, cela se réduit à la fonctorialité (pour les morphismes propres) de l'application correspondante

$$c_{X/S} \,:\, Cons(X) \to A(X)\,.$$

C'est sous cette forme de l'existence et l'unicité d'une application "classe de Chern" absolue (6), dans le cas où $S = Spec(\mathbb{C})$, que se présente la conjecture dans le travail de Mac Pherson, les conditions pertinentes (ici comme dans le cas général de caractéristique nulle) étant a) la fonctorialité de (6) pour des morphismes propres et b) on a $c_{X/S}(1) = c(X/S)$ (en l'occurrence, la classe de Chern totale "absolue"). Par rapport à ma conjecture initiale, la forme présentée et prouvée par Mac Pherson se distingue cependant de deux façons. L'une est un "moins", du fait qu'il se place, non dans l'anneau de Chow, mais dans l'anneau de cohomologie entière, ou plus exactement le groupe d'homologie entière, défini par voie transcendante. L'autre est un "plus" - et c'est ici peut-être que Deligne a apporté une contribution à ma conjecture initiale (à moins que cette contribution ne soit due à Mac Pherson lui-même[102](*)). C'est que pour l'existence et l'unicité d'une application (6), on n'a pas besoin de se restreindre à des schémas X réguliers, à condition de remplacer $A(X)$ par le groupe d'homologie entière. Il est probable du coup qu'il en soit de même dans le cas général, en désignant par $A(X)$ (ou mieux par $A_{\cdot}(X)$) le **groupe de Chow** (qui n'est plus un anneau en général) du schéma noethérien X. Ou pour le dire autrement : alors que la définition heuristique des invariants $ch_X(x)$ (pour x dans $K_{\cdot}(X,\Lambda)$ ou $K^{\cdot}(X,\Lambda)$) utilise de façon essentielle l'hypothèse que le schéma ambiant soit régulier, dès qu'on le multiplie par le "multiplicateur" $c(X/S)$ (quand le schéma X est de type fini sur un schéma régulier fixé S), le produit obtenu (4) semble garder un sens sans hypothèse de régularité sur ◇ X, en tant qu'élément d'un produit tensoriel

$$A_{\cdot}(X) \otimes K_{\cdot}(\Lambda) \text{ ou } A_{\cdot}(X) \otimes K^{\cdot}(\Lambda)\,,$$

où $A_{\cdot}(X)$ désigne le groupe de Chow de X. L'esprit de la démonstration de Mac Pherson (qui n'utilise pas la résolution des singularités) suggérerait la possibilité d'une construction "calculatoire" explicite de l'homomorphisme ($5_{\cdot}$), en "faisant avec" les singularités de X telles qu'elles sont, ainsi qu'avec les singularités du faisceau de coefficients F (dont la classe est x), pour "recueillir" un cycle sur X à coefficients dans $K_{\cdot}(\Lambda)$. Ce serait également dans l'esprit des idées que j'avais introduites en 1957 avec le théorème de Riemann-Roch cohérent, où je faisais des calculs de self-intersection notamment, en me gardant bien de "faire bouger" le cycle envisagé. Une première réduction évidente (obtenue en plongeant X dans un S- schéma) serait au cas où X est un sous-schéma ferme du schéma régulier S...

L'idée qu'il devrait être possible de développer un théorème de Riemann-Roch (cohérent) **singulier** m'était d'ailleurs familière, je ne saurais dire depuis quand, sans que j'essaye jamais de la tester sérieusement. C'est un peu cette idée (à part l'analogie avec le formalisme "cohomologie, homologie, cap-produit") qui m'avait conduit dans SGA 6 (en 1966/67) à introduire systématiquement les $K_{\cdot}(X)$ et $K^{\cdot}(X)$ et les $A_{\cdot}(X)$, $A^{\cdot}(X)$, au lieu de me contenter à travailler avec les $K^{\cdot}(X)$. Je ne me rappelle pas si j'ai songé aussi à quelque chose de ce genre dans le séminaire SGA 5 en 1966, et si je l'ai laissé entendre dans l'exposé oral. Comme mes notes manuscrites ont disparu (dans un déménagement peut-être ?) je ne le saurai sans doute jamais...

(7 juin) En parcourant l'article de Mac Pherson, j'ai été frappé par ce fait, que le mot "Riemann-Roch" n'y est pas prononcé - c'est la raison d'ailleurs pour laquelle je n'ai pas immédiatement reconnu la conjecture que j'avais faite dans le séminaire SGA 5 en 1966, qui était pour moi (et est toujours) un théorème du type "Riemann-Roch". Il semblerait qu'au moment d'écrire son article, Mac Pherson ne se soit pas même rendu

[102](*) (Mars 1985) Il en est bien ainsi, cf. la note n° 164 citée dans la précédente note de bas de page.