



收获与播种

RECOLTES ET SEMAILLES

作者：Alexandre GROTHENDIECK

时间：March 27, 2025

目录

第一部分 主题呈现，或四乐章前奏曲	1
第1章 代序	2
第2章 漫步于一部作品之中，或孩子与母亲	6
2.1 事物的魔力	6
2.2 独处的重要性	9
2.3 内在的冒险——或神话与见证	11
2.4 风俗画卷	13
2.5 观点与视野	17
2.6 “伟大思想”——或树木与森林	18
2.7 “愿景”——或十二个主题的和谐	21
2.8 “新几何”——或数与量的联姻	26
2.9 “魔法扇面”——或纯真	29
2.10 “拓扑学”——或迷雾中的丈量	30
2.11 “拓扑斯”——或双人床	33
2.12 “空间概念的蜕变”——或气息与信念	36
2.13 “国王的所有骏马……”	37
2.14 “模体”——或心中的核心	38
2.15 “发现母亲”——或双重面向	41
2.16 “孩子与母亲”	44
后记：隐秘的圆环	45
2.17 死亡是我的摇篮（或三个小鬼为一垂死者）	45
2.18 对岸一瞥	47
2.19 独一无二——或孤独的天赋	50
第3章 一封信	54

3.1 千页长信	54
3.2 《收获与播种》的诞生（一次快速回顾）	55
3.3 领班之殒——废弃的工地	57
3.4 一场埋葬之风……	60
3.5 旅途	63
3.6 阴影之坡——或创造与轻蔑	65
3.7 尊重与坚韧	68
3.8 “我的亲近者”——或共谋	70
3.9 剥离	73
3.10 运动中的四波	75
3.11 运动与结构	78
3.12 自发性与严谨性	81
尾声与附言——或一场辩论的背景与前提	83
3.13 瓶子光谱仪	83
3.14 三足鼎立于一盘	85
3.15 坏疽——或时代精神 (1)	88
3.16 诚挚致歉——或时代精神 (2)	90
第4章 引言	93
4.1 (I) 五叶苜蓿	93
4.1.1 1. 梦与实现	93
4.1.2 2. 旅程的精神	95
4.1.3 3. 罗盘与行囊	97
4.1.4 4. 追寻显而易见之物的旅程	98
4.1.5 5. 一份受欢迎的债务	100
4.2 (II) 一种尊重的行为	100
4.2.1 6. 葬礼	101
4.2.2 7. 葬礼的编排	103
4.2.3 8. 秘密的终结	104
4.2.4 9. 舞台与演员	106
4.2.5 10. 一种尊重的行为	107

第一部分

主题呈现，或四乐章前奏曲

第1章 代序

1986年1月30日

万事俱备，只欠一篇序言，便可将《收获与播种》（Récoltes et Semailles）交付印刷。我发誓，我确实怀着最大的诚意，想要写出一篇合适的序言。这一次，要写点合理的东西。三四页足矣，但要言之有物，用以介绍这部超过千页的“巨著”。要写点能吸引那些麻木读者的东西，让他们隐约感到，在这“超过千页”的厚重篇幅中，或许有些内容会让他们感兴趣（甚至与他们息息相关，谁知道呢？）。说实话，吸引读者并非我的强项，但这次我打算破例一次！毕竟，总得让那位“敢于冒险的出版商”（愿意出版这部显然难以出版的“怪物”）尽可能地收回成本。

然而，事与愿违。我尽力了，真的尽力了。而且不止一个下午，正如我原本计划的那样，匆匆了事。明天就是整整三周了，稿纸堆积如山。写出来的东西，显然不能被称为一篇“序言”。又一次失败了，真是命中注定！到了我这个年纪，已经无法改变——我也不适合推销或让别人推销。即使是为了取悦自己或朋友们。

写出来的，更像是一段漫长的“漫步”，伴随着对我数学作品的评述。这段漫步主要是为“外行”准备的——那些“从未理解过数学”的人。同时也是为我自己准备的，因为我从未有过这样的闲情逸致。渐渐地，我发现自己开始揭示并说出一些一直未曾言明的东西。巧合的是，这些东西也是我感觉最为本质的，无论是在我的工作还是作品中。它们与技术无关。至于我是否成功地完成了这项天真的“传递”任务——这项或许同样有些疯狂的任务——就由你来评判了。我的满足与快乐，在于能否让你感受到这些。这些东西，我的许多博学同事早已无法感受。或许他们变得太过博学、太过显赫。这常常会让人失去与简单而本质的事物的联系。

在这段“漫步”中，我也谈到了我的生活。偶尔，也会提到《收获与播种》中的一些内容。在随后的“信件”（日期为去年五月）中，我会更详细地再次谈及这些内容。这封信原本是写给我的前学生和数学界“昔日好友”的。但它同样没有技术性内容。任何感兴趣的读者都可以毫无障碍地阅读，通过这段“鲜活”的叙述，了解最终促使我写作《收获与播种》的来龙去脉。比“漫步”更进一步，它还会让你提前感受到数学“大世界”中的某种氛围。同时（与“漫步”一样），

也能让你感受到我的表达风格——据说有些特别。还有通过这种风格表达的精神——这种精神也并非人人都能欣赏。

在“漫步”以及《收获与播种》的许多地方，我谈到了**数学工作**。这是我非常熟悉且亲身经历的工作。我所说的许多内容，无疑适用于任何创造性工作，任何发现性工作。至少对于所谓的“智力工作”是如此，那种主要通过“头脑”完成并通过书写表达的工作。这种工作的标志是对我们正在探索的事物的**理解**的萌发与绽放。但举一个相反的例子，爱情的激情同样是一种发现的冲动。它向我们敞开了一种被称为“肉体”的知识，这种知识同样会更新、绽放、深化。这两种冲动——一种是驱动工作中的数学家的冲动，另一种是驱动爱人的冲动——比人们通常认为的或愿意承认的要接近得多。我希望《收获与播种》的篇章能让你在你的工作和日常生活中感受到这一点。

在“漫步”中，主要讨论的是数学工作本身。然而，我几乎对这项工作的背景以及在工作时间之外的动机保持沉默。这可能会给人一种关于我本人，或关于数学家或“科学家”的过于美好但扭曲的形象。像是“伟大而崇高的激情”，没有任何修正。总之，符合“科学神话”（请用大写字母 S）的基调。这种英雄式的、“普罗米修斯式”的神话，作家和科学家们（并且仍在继续）争先恐后地陷入其中。或许只有历史学家有时能抵抗这种如此诱人的神话。事实是，在“科学家”的动机中，有时驱使他们不计代价地投入工作的，野心和虚荣心扮演着与任何其他职业同样重要且几乎普遍的角色。它们以或粗糙或微妙的形式表现出来，取决于当事人。我绝不声称自己是个例外。我希望我的证言不会让人对此产生任何怀疑。

同样真实的是，最贪婪的野心也无法发现或证明任何一个数学命题——正如它无法（例如）“让人勃起”（字面意义）。无论是男性还是女性，让人“勃起”的绝不是野心、炫耀的欲望或展示力量的欲望——恰恰相反！而是对某种强烈、真实且微妙的事物的敏锐感知。我们可以称之为“美”，这是这种事物的千面之一。有野心并不一定妨碍我们偶尔感受到一个人或一件事的美，但可以肯定的是，让我们感受到美的绝不是野心……

第一个发现并掌握火的人，正是像你我一样的普通人。绝不是我们想象中的“英雄”或“半神”。当然，像你我一样，他也曾经历过焦虑的刺痛，以及虚荣的安慰，这种安慰让人忘记刺痛。但在他“认识”火的那一刻，既没有恐惧，也没有虚荣。这就是英雄神话中的真相。当神话被用来掩盖事物的另一面——同样真

实且同样本质的一面时，它就变得乏味，变成了一种安慰剂。

我在《收获与播种》中的意图是谈论这两方面——知识的冲动，以及恐惧及其虚荣的解毒剂。我相信我“理解”或至少了解这种冲动及其本质。（也许有一天，我会惊讶地发现，我一直在自欺欺人……）但对于恐惧和虚荣，以及由此衍生的创造力的隐秘阻碍，我知道我并未深入探究这一巨大的谜题。我也不知道在我余下的岁月里，是否能够揭开这一谜题的真相……

在写作《收获与播种》的过程中，两幅画面浮现出来，代表了人类冒险的这两方面。它们是**孩子**（即工人）和**老板**。在接下来的“漫步”中，几乎完全讨论的是“孩子”。他也是副标题“孩子与母亲”中的主角。我希望这个名字能在“漫步”过程中逐渐清晰。

在其余部分的反思中，老板则占据了舞台的中心。他成为老板并非没有原因！更准确地说，这里讨论的不是一个老板，而是竞争企业的老板们。但所有老板在本质上都是相似的。当我们开始谈论老板时，也意味着会出现一些“坏人”。在反思的第一部分（“疲劳与更新”，紧随这篇介绍性部分之后，即“四乐章前奏”），主要是我，“坏人”。在接下来的三部分中，主要是“其他人”。轮流上场！

这意味着，除了深刻的哲学反思和“忏悔”（绝非悔悟）之外，还会有一些“尖刻的肖像画”（借用我一位同事和朋友的表达，他发现自己被稍微冒犯了……）。更不用说一些大规模的“行动”，绝非儿戏。罗伯特·若兰¹曾半开玩笑地告诉我，在《收获与播种》中，我是在“做数学界的人类学”（或者也许是社会学，我也说不清了）。当然，当得知自己在不知不觉中做了些学术性的事情时，我感到很受恭维！事实上，在反思的“调查”部分（尽管我并不情愿……），我看到自己正在书写的页面上，数学界的大部分机构轮番登场，更不用说许多地位较为普通的同事和朋友了。而最近几个月，自从去年十月我寄出《收获与播种》的临时印刷版以来，这种情况又再次发生。显然，我的证言像一块石头扔进了池塘。反响五花八门（除了无聊……）。几乎每次，都完全出乎我的意料。还有许多沉默，意味深长。显然，我还有很多东西要学习，而且是各种各样的东西，关于我的前学生和其他同事（无论地位高低）脑子里在想什么——抱歉，我是说关于“数学界的社会学”！对于那些已经为我晚年这部伟大社会学作品做出贡献的人，我在此表达我的感激之情。

¹ 罗伯特·若兰（Robert Jaulin）是我的老朋友。我了解到，他在民族学界的处境（作为“白狼”）与我在数学“美丽世界”中的处境有些相似。

当然，我对那些热情洋溢的回应特别敏感。也有一些罕见的同事向我表达了他们的情感，或一种（此前未曾表达的）危机感，或对数学界内部退化的感受，他们觉得自己是这个圈子的一部分。

在这个圈子之外，最早对我的证言表示热烈甚至感动的欢迎的人中，我想在此提到西尔维和凯瑟琳·谢瓦莱²、罗伯特·若兰、斯特凡·德利戈尔热、克里斯蒂安·布尔瓜。如果《收获与播种》能够比最初的临时印刷版（面向一个非常有限的圈子）传播得更广，这主要归功于他们。归功于他们那种富有感染力的信念：我努力捕捉和表达的东西，必须被说出来。而且它能够被一个比我的同事（常常阴郁、甚至暴躁，并且千百次地愿意重新审视自己……）更广泛的圈子所理解。正是因此，克里斯蒂安·布尔瓜毫不犹豫地冒险出版了这部难以想象的作品，而斯特凡·德利戈尔热则荣幸地将我这难以消化的证言收录在“认识论”系列中，与牛顿、居维叶和阿拉戈并列（我无法想象更好的伙伴！）。对于每一位在这个特别“敏感”的时刻给予我反复的同情和信任的人，我在此表达我深深的感激。

现在，我们即将开始一段“漫步”，作为穿越一生的旅程的序章。一段漫长的旅程，是的，超过千页，每一页都密密麻麻。我用了一生的时间来完成这段旅程，却仍未穷尽它，又用了一年多的时间重新发现它，一页一页地。有时，词语犹豫不决，难以表达一种仍在逃避犹豫不决的理解的经验——就像堆积在压榨机中的成熟葡萄，有时似乎想要逃避挤压它的力量……但即使在词语似乎争先恐后地涌出的时刻，它们也并非为了“幸运的幸福”而争先恐后地涌出。每一个词都在经过时被称重，或者事后被调整，如果发现它太轻或太重，就会被仔细调整。因此，这部反思-证言-旅程并非为了被匆忙阅读，在一天或一个月内，由一个急于看到结局的读者读完。在《收获与播种》中，没有“结局”，没有“结论”，正如我的生活或你的生活中也没有。这里有一种酒，在我的存在之桶中陈酿了一生。你喝下的最后一杯不会比第一杯或第一百杯更好。它们都是“同一杯”，又各不相同。如果第一杯酒变质了，整个桶也就变质了；那么，不如喝点好水（如果有的话），而不是坏酒。

但好酒不能匆匆喝下，也不能随意饮用。

²西尔维和凯瑟琳·谢瓦莱（Sylvie et Catherine Chevalley）是克劳德·谢瓦莱（Claude Chevalley）的遗孀和女儿，克劳德是我的同事和朋友，《收获与播种》的核心部分（RES III，“阴阳之钥”）就是献给他的。在反思的多个地方，我谈到了他，以及他在我的历程中所扮演的角色。

第2章 漫步于一部作品之中，或孩子与母亲

1986年1月

2.1 事物的魔力

当我还是个孩子时，我喜欢去学校。我们有一位老师教我们阅读、写作、计算、唱歌（他会拉小提琴伴奏），还讲史前人类和火的发现。我不记得那时在学校里曾经感到无聊。他拥有数字的魔力，文字、符号和声音的魔力。还有韵律的魔力，在歌曲或小诗中。韵律中似乎蕴藏着一种超越文字的神秘感。这种感觉一直持续，直到有一天，有人向我揭示了一个极其简单的“奥秘”：所谓韵律，不过是让两个连续的口语片段以相同的音节结尾，于是它们仿佛被施了魔法，化作了诗句。这对我而言是一场启示！在家时，周围的人都乐于回应我的热情，我连续数周、数月地沉浸于创作诗句的乐趣中。有一段时间，我甚至只用韵语说话。幸好，这种习惯最终消退了。然而，即便到了今日，我偶尔仍会提笔写诗——不过不再刻意追求韵脚，除非它自然流淌而来。

另一段时间，一个已上高中的年长朋友教会了我负数的概念。这又是一种有趣的游戏，但乐趣耗尽得更快。还有填字游戏——我曾连续数日、数周地制作它们，设计得越来越错综复杂。在这游戏中，形式的魔力与符号、文字的魔力交织融合。然而，这股热情最终离我而去，似乎未留下任何痕迹。

在高中时，我先在德国度过了第一年，随后到了法国。我是个好学生，但并非那种“出类拔萃的学生”。对于最吸引我的事物，我倾注无限热情；而对兴趣不大的东西，我往往置之不理，也不太在乎相关老师的评价。1940年，我在法国上高中的第一年，与母亲一同被拘禁在集中营中，地点在门德（Mende, Mende）附近的里约克罗（Rieucros, Rieucros）。那是战争岁月，我们是外国人——用当时的话说，是“不受欢迎的人”。然而，集中营的管理对营里的孩子们略为宽容，尽管他们同样被视为“不受欢迎”。我们得以相对自由地进出。我是其中年龄最大的，也是唯一前往高中就读的人，学校距营地四五公里。无论风雪交加，我都穿着凑合的鞋子步行前往，那些鞋子总是渗水。

我至今记得第一次数学“作文”的经历。老师因我在证明“三角形全等的三

个条件”之一时未遵循课本的方法，给了我一个差评。他虔诚地依循教科书的范式。而我却清楚，我的证明与书上的并无优劣之分，我只是秉承其精神，运用了那些永恒的传统手法——“将某个图形以某种方式滑动至另一图形”。显然，这位教我的老师无法凭自己的洞察力判断（在这里，是一个推理的有效性）。他必须仰仗权威——在此即教科书的权威。这种态度一定深深震撼了我，以至于这个小插曲至今历历在目。此后，直至今日，我无数次见证，这种依赖权威的倾向绝非例外，而是近乎普遍的法则。关于这一点，可说的实在太多——我在《丰收与播种》（*Récoltes et Semailles, Harvests and Sowings*）中多次以不同形式触及这一主题。然而，即便到了现在，每当再次面对这种情形时，无论我愿不愿意，仍会感到一阵茫然失措……

战争的最后几年，母亲仍被拘于集中营，我则住在利尼翁河畔尚邦（*Chambon sur Lignon, Chambon sur Lignon*）的“瑞士救援”（*Secours Suisse, Swiss Relief*）儿童之家，那是为难民儿童设立的庇护所。我们大多是犹太人。每当当地警察警告我们盖世太保（*Gestapo, Gestapo*）即将搜捕，我们便两三人一组，藏进树林，度过一两夜。当时我们并未完全意识到，这实实在在关乎生死。塞文地区（*pays cévenol, Cévennes region*）藏匿着无数犹太人，多亏当地居民的团结互助，许多人得以幸存。

在“塞文学院”（*Collège Cévenol, Cévennes College*）——我读书的地方——最令我震惊的，是同学们对所学内容何其漠不关心。而我则在学年初如饥似渴地啃读课本，期待这次终于能学到真正有趣的东西；余下的学年，我尽力自谋出路，而预定课程则如流水线般无情推进，贯穿整个学期。我们倒是有几位极为友善的老师。自然历史老师弗里德尔先生（*Monsieur Friedel, Mr. Friedel*）的人性和智慧品质令人叹服。然而，他无法“严加管教”，课堂上被学生闹得天翻地覆。到学年末，他的无力之声完全淹没在喧嚣中，课程已无法继续。或许正因如此，我未成为生物学家！

我花了许多时间，甚至在课堂上（嘘……），钻研数学问题。很快，书上的习题已无法满足我。或许因它们久而久之过于雷同；但更重要的，我认为，是它们太过突兀地接连出现，既不说从何而来，也不指明去往何处。那是书本的问题，而非我的问题。然而，真正自然的问题从不匮乏。例如，当一个三角形三边长 a 、 b 、 c 已知时，此三角形便已确定（不计其位置），因此必存在一个明确的“公式”，如以 a 、 b 、 c 表示其面积。同理，对于已知六条边长的四面体，其体积如何求解？

这次我费尽心思，但最终坚持了下来，找到了答案。无论如何，当某件事“攫住”我时，我从不计较投入的时日，甚至忘却一切！（如今依然如此……）

数学书中令我最不满意的，是对长度（曲线）、面积（曲面）、体积（立体）概念缺乏严肃定义。我暗自承诺，一旦有暇，必填补这一空白。1945年至1948年间，我在蒙彼利埃大学（Université de Montpellier, University of Montpellier）求学时，将大部分精力倾注于此。大学的课程无法令我满意。我从未明言，但内心一定觉得，教授们不过在重复课本，就像我在门德高中时的第一位数学老师。因此，我甚少踏足校园，仅偶尔了解那永恒的“课程计划”。课本足以应付这计划，但显然，它们完全无视我的疑问。实话说，它们甚至看不到这些问题，正如我的高中课本同样视而不见。只要它们为众人提供计算长度、面积、体积的现成配方——用单重、双重、三重积分（谨慎避开三维以上的维度……），内在定义的问题似乎从未浮现，无论对我的教授，还是教科书作者，皆是如此。

以我当时有限的经验，似乎我是世上唯一对数学问题怀有好奇的人。至少，这是我在那几年完全的智力孤寂中未曾言明的信念，而这孤寂并未让我感到沉重。¹实话说，我从未想过深入探究，是否真我是世上唯一对此感兴趣的人。我的精力全被自己设下的挑战所吞噬：

我毫不怀疑，只要我肯费心探究，将它们逐一诉诸笔端，便定能成功，揭开事物的终极答案。例如，对体积的直觉无可辩驳。它必是某种暂时难以捉摸却真实可触的现实之映照。我要做的，仅是抓住这现实——或许有些像那“韵律”的魔力现实，曾在某日被我抓住、“理解”。

17岁刚从高中毕业，我着手此事，以为几周即可完成。结果我为之耗费了三年。我甚至在大学二年末的考试中失手——球面三角学考试（在“深入天文学”选项中，原文如此），因一个愚蠢的数值计算错误。（须承认，离开高中后，我的计算能力从未出色……）因此，我不得不在蒙彼利埃再留一年，完成学士学位，而未即刻前往巴黎——据说那里是唯一能遇见深谙数学要义之人的地方。我的告

¹1945年至1948年间，我与母亲住在蒙彼利埃（Montpellier, Montpellier）约十公里外的小村庄莫拉尔格（Maurargues, Maurargues），通过旺达尔格（Vendargues, Vendargues），隐于葡萄园中。（我父亲于1942年在奥斯维辛集中营（Auschwitz, Auschwitz）失踪。）我们靠我微薄的奖学金过着俭朴生活。为维持生计，我每年参与葡萄采摘，之后设法酿酒（据说违反了当时法律……）。另有一个花园，我从未耕作，却为我们提供了丰富的无花果、菠菜，甚至（临近结束时）西红柿，皆由邻居在美丽的罂粟花海中种植。那是美好生活——有时却捉襟见肘，如需更换眼镜框或一双磨穿至绳的鞋子时。幸好，母亲因长期拘禁于集中营而体弱多病，我们享有免费医疗。否则，我们永远付不起医生费用……

知者苏拉先生（Monsieur Soula, Mr. Soula）还向我保证，数学中最后的问题已在二三十年前由勒贝格（Lebesgue, Lebesgue）解决。他恰巧（何其巧合！）发展了测度与积分理论（théorie de la mesure et de l'intégration, theory of measure and integration），为数学画上句点。

苏拉先生，我的“微积分”教授，对我友善且充满善意。但我不认为他说服了我。我内心一定早已感受到，数学在广度与深度上皆无止境。海洋有“终点”吗？无论如何，我从未萌生念头，去寻觅苏拉先生提及的那本勒贝格之书——他自己也未必曾亲手翻阅。在我看来，书中的内容与我以自己的方式探索、满足好奇心的工作毫无共通之处，那些事物曾深深吸引着我。

2.2 独处的重要性

当我最终在巴黎接触到数学界时，大约一两年后，我在众多事物中了解到，我独自在角落里用手头资源所做的工作，（大致上）正是“人人皆知”的勒贝格（Lebesgue, Lebesgue）测度与积分理论（théorie de la mesure et de l'intégrale de Lebesgue, Lebesgue's theory of measure and integration）的内容。在我向两三位审稿人提及这项工作（甚至展示手稿）时，他们的反应仿佛我只是在浪费时间，重做“已知之事”。我并不记得曾感到失望。当时，寻求“认可”、赞同或仅仅是他人对我工作的兴趣，这种想法对我而言尚属陌生。更何况，我的精力已全被适应一个截然不同的环境所占据，尤其是学习在巴黎被视为数学家必备基础的知识²。

然而，如今回想这三年，我意识到它们绝非虚度。甚至在无意识中，我在孤独中学会了数学家职业的精髓——这是任何导师都无法真正传授的。我从未明言，也从未遇到过能分享我求知渴望的人，但我“从内心深处”知道，我是一名数学家：一个真正“做”数学的人——正如人们“做”爱一样。数学对我而言，已成为一位永远欢迎我欲望的情人。这几年的孤独奠定了一种从未动摇的信任基础——无论是在二十岁抵达巴黎时发现自己无知的广袤和需要学习的浩瀚时，还是二十多年后我毅然离开数学界时的动荡经历，抑或近几年某些“葬礼”（预先安排且毫无瑕疵）——由我昔日最亲密的同伴策划的，对我个人及其作品的“葬礼”——的疯狂插曲中。

²我在《丰收与播种》（Récoltes et Semailles, Harvests and Sowings）第一部分第9节“受欢迎的陌生人”（L'étranger bienvenu, The Welcome Stranger）中简述了那段略显艰难的过渡时期。

换言之，我在那些关键岁月中学会了独处³。我所说的独处，是指凭自己的洞察力探索我想了解的事物，而不是依赖于某个我所属或因其他原因被赋予权威的团体的明确或隐含的观念和共识。在高中和大学，沉默的共识告诉我，“体积”这一概念“众所周知”、“显而易见”、“毫无问题”，无需质疑。我置之不理，认为这是理所当然——正如几十年前勒贝格必定也曾置之不理。正是这种“置之不理”的行为——即做自己，而非仅仅是主流共识的表达，不被其划定的无形而强制的界限所束缚——构成了“创造”的核心。其余皆为附赠。

此后，在接纳我的数学界中，我遇到了许多人——前辈和同龄人——他们显然比我更聪明、更“有天赋”。我钦佩他们学习新概念的轻松自如，仿佛与生俱来，而我则感到笨拙而迟缓，像鼯鼠般艰难地在无形的知识山中穿行，面对那些据说重要的、但我无法把握来龙去脉的事物。实际上，我绝非那种轻松通过声望考试、瞬间掌握艰深课程的杰出学生。

事实上，我大多数更聪明的同学都成为了有能力和声誉的数学家。然而，三十或三十五年后回首，我发现他们并未在当代数学中留下真正深刻的印记。他们在既定的框架内完成了工作，有时是优美的工作，但从未想过触及框架本身。他们在无意识中被那些无形而强制的界限所囚禁，这些界限在特定环境和时代中划定了宇宙的范围。要跨越这些界限，他们需要重新发掘自己出生时就拥有的能力——正如我曾拥有的：独处的能力。

而幼儿则毫无困难地独处。他们天生孤独，即便偶尔享受陪伴，也会在需要时向母亲索要奶瓶。他们深知，奶瓶是为自己准备的，自己会喝。但我们常常与内心的孩子失去联系，不断错过最美好的事物，甚至不屑一顾……

如果在《丰收与播种》中，我还向其他人——而非仅仅我自己——倾诉，那并非面向“公众”。我是在向你——正在阅读的你——作为个体、作为独一无二的人倾诉。我想与你内心的那个懂得独处的人——那个孩子——对话，仅此而已。我深知，那个孩子往往遥不可及。他历经沧桑，早已藏匿于某个角落，难以触及。人们会发誓他早已死去，甚至从未存在过；然而，我确信他就在某处，鲜活如初。

我也知道，当我被倾听时，会有何种迹象。那时，超越文化和命运的差异，

³这种表述略显不妥。我从未需要“学习独处”，因为在童年时期，我从未失去这种与生俱来的能力——每个人出生时都具备的能力。但这三年的孤独工作，让我得以按自己的标准衡量自己，遵循我内在的自发要求，巩固了我在数学工作中的信任和宁静的自信，这种自信与主流共识和时尚无关。我在《丰收与播种》第四部分第 171₃ 节“根源与孤独”（*Racines et solitude, Roots and Solitude*）中再次提及（尤其在第 1080 页）。

我对自己和生活的叙述会在你心中激起回响和共鸣；你会在其中重新发现自己的生活、自己的体验，或许是以一种你之前未曾注意的角度。这并非“认同”于某个遥远的事物或人。也许，你会通过我对自身生活的重新发现——在《丰收与播种》的页页篇章中，甚至在今天我正在书写的这些文字中——重新发现你自己的生活，那最贴近你的事物。

2.3 内在的冒险——或神话与见证

在一切之前，《丰收与播种》（*Récoltes et Semailles, Harvests and Sowings*）是对我自身及我生命的反思。由此，它也是一种见证，以两种方式呈现。它是对我过去的见证，反思的重心落在那里。但与此同时，它也是对最当下之此刻的见证——即我写作的瞬间，《丰收与播种》的页面在时辰、在昼夜交替中诞生的时刻。这些页面忠实地见证了我对生命的漫长冥想，这冥想真实地延续着（甚至在此刻仍在继续……）。

这些页面并无文学上的野心。它们构成了关于我自身的文献。我仅在极狭窄的限度内允许对其稍作修饰（尤其是偶尔进行文体上的润色）⁴。若说它有何企图，那仅仅是力求真实。而这已然意义重大。

然而，这份文献绝非“自传”。你不会从中得知我的出生日期（这或许仅对绘制星盘有些许用处），也不会知道我父母的名字或他们的职业，亦无从了解我曾娶之妻及其他在我生命中重要的女性的姓名，或那些因爱而生的孩子们的名字，以及他们各自如何度过人生。这并非说这些事物在我生命中无足轻重，或如今已不再重要。只是，在这场关于自身的反思开始并延续的过程中，我从未感到有任何冲动，去稍稍描述那些我偶尔触及的事物，更不用说一丝不苟地罗列名字与数字。在任何时候，我都不觉得这能为我当时追寻的旨意增添什么。（然而，在前几页中，我似乎不由自主地提及了比随后千页更多的关于我生活的具体细节……）

若你问我，这贯穿千页的“旨意”究竟为何，我会答：它是对我生命这一内在冒险的叙述，同时也是对它的发现。这冒险的叙述与见证，在我刚述及的两个层面上同时展开。其一是探索过去的冒险，追溯其根源与起源，直至我的童年。其二是这“同一”冒险的延续与更新，在我书写《丰收与播种》的瞬间与日子里，

⁴因此，对可能的错误（无论是实质性还是视角上的等等）的修正，并未成为修改初稿的契机，而是通过脚注，或在后续对所审视情境的“回溯”中完成。

作为对外界突如其来的强烈质询的自发回应而展开⁵。

外部事实仅在激发或推动内在冒险的转折，或有助于阐明它时，才滋养这场反思。而对我数学作品的埋葬与掠夺——这将是后文长篇讨论的主题——便是这样一种挑衅。它在我内心激起了强烈的自我反应，同时揭示了我与自身作品之间那些深邃而未曾察觉的联系，至今仍将我与之相连。

诚然，我属于“数学强者”之列，这未必是让你关注我这场“特定冒险”的理由（更遑论充分理由）——我与同事间的纠葛，或因生活环境与方式的转变而生的麻烦，亦是如此。况且，不乏同事乃至朋友认为，公开袒露（他们如是说）“内心状态”是极为荒谬的。他们眼中重要的唯有“结果”。至于“灵魂”——即我们内在那体验“结果生产”及其种种后果（无论对“生产者”自身，还是对同类）的部分——却被轻视，甚至公开遭到嘲弄。这种态度自诩为“谦逊”的表达，我却从中看到逃避的痕迹，以及一种奇异的失调，由我们呼吸的空气所助长。可以肯定，我并非为那些对自己怀有隐秘轻蔑之人而写，这种轻蔑让他们鄙弃我所能给予的最珍贵之物。那是对真正构成其自身生命，以及我的生命的事物的轻蔑：那些驱动心灵的表层与深层、粗糙或微妙的波动，那正是体验并回应经验的“灵魂”，它或僵滞或绽放，或退缩或学习……

内在冒险的叙述只能由亲历者述说，别无他人。然而，即便这叙述仅为自己而写，也罕能避免滑入构建神话的窠臼，使叙述者成为其中的英雄。这类神话并非源于民族与文化的创造想象，而是出自那不敢直面朴素现实者的虚荣，他们乐于以精神构造取而代之。但一个真实叙述（若真有其事），述说一场真切经历的冒险，却是无价之物。这价值并非来自围绕叙述者的是非功名（无论对错），而仅因其存在及其真实的特质。这样的见证弥足珍贵，无论它出自声名显赫之人，还是无望的小职员与一家之主，或是普通的罪犯。

若此叙述对他人生有何裨益，那首先是通过另一个人的坦诚见证，让读者重新面对自身。或者换言之，它或许能（哪怕仅在阅读的片刻间）抹去他对自身冒险及那身为旅人与舵手的“灵魂”所持的轻蔑……

⁵关于这“强烈质询”的详情，见“信件”（Lettre, Letter），尤其是第3至8节。

2.4 风俗画卷

在述及我作为数学家的过往时，以及其后（仿佛身不由己地）发现我作品那场宏大“葬礼”的曲折与隐秘时，我无意间被引向描绘某个环境、某个时代的图景——一个见证某些赋予人类工作意义之价值分解的时代。这是“风俗画卷”的面向，围绕着一桩在“科学”编年史上或许独一无二的“杂闻”展开。我在前文所述已足够清晰，我想，你不会在《丰收与播种》（*Récoltes et Semailles, Harvests and Sowings*）中找到一份关于某桩“非凡事件”的“卷宗”，让你匆匆了解概况。某位朋友一心寻觅这卷宗，却闭目不视，几乎错过了构成《丰收与播种》实质与血肉的一切。

正如我在“信件”（*Lettre, Letter*）中更为详尽的解释，这场“调查”（或曰“风俗画卷”）主要在第二与第四部分展开，即“葬礼（一）——或中国皇帝的新衣”（*L'Enterrement (1) - ou la robe de l'Empereur de Chine, The Burial (1) - or the Emperor of China's Robe*）和“葬礼（三）——或四种运算”（*L'Enterrement (3) - ou les Quatre Opérations, The Burial (3) - or the Four Operations*）。在这些页面中，我执着地将一桩桩鲜活的事实（至少可如此形容）逐一挖掘，时而艰难地试图将其安放妥当。这些事实渐渐聚合成一幅整体画卷，从迷雾中浮现，色彩愈发鲜明，轮廓愈加清晰。在这日复一日的笔记中，新现的“原始事实”与个人回忆、心理与哲学的评论与反思，甚至（偶尔）数学的思索，交织难分。这便是其样貌，我无能为力！

基于我耗费一年多心血完成的工作，若要以“调查结论”的形式整理出一份卷宗，对感兴趣的读者而言，依其好奇心与严谨度，或许仅需数小时或数日额外努力。我曾一度尝试整理这所谓的卷宗。那是在我开始撰写一篇原定名为“四种运算”的笔记时⁶。然而，不行，毫无办法。我做不到！这显然非我的表达方式，尤其在晚年愈发如此。如今我认为，《丰收与播种》已为“数学共同体”贡献足够，我可无憾地将整理“必要卷宗”的任务留给他人（若我同事中有谁觉此事与己相关）。

⁶该笔记最终分化为《丰收与播种》第四部分（同名“四种运算”），包含约 70 篇笔记，延展至四百余页。

继承者与建设者（Les héritiers et le bâtisseur）

现在是我该谈谈我的数学工作的时候了，它在我的生活中占据了重要位置，并且（令我自己惊讶的是）至今仍保持着这一地位。在《收获与播种》（Récoltes et Semailles）中，我多次回顾这一工作——有时以一种对每个人都清晰易懂的方式，有时则以略显技术性的术语⁷。这些技术性较强的段落，很大程度上会“超乎”不仅是非专业人士的理解，甚至对那些不太“熟悉”所讨论数学的数学家同事来说也是如此。当然，你可以跳过那些对你来说过于“专业”的段落。但你也可以浏览它们，或许在阅读过程中捕捉到数学世界那“神秘之美”的一丝光芒（正如一位非数学家朋友写给我的那样），这些数学事物如同“奇异的、难以接近的岛屿”，在反思的广阔而流动的海洋中浮现……

我刚才说过，大多数数学家倾向于将自己局限在一个概念框架内，一个一劳永逸地固定的“宇宙”中——本质上，就是他们在学习时发现的“现成”宇宙。他们就像一座宏伟而美丽、设施齐全的房子继承者，房子里有客厅、厨房、工坊，还有各种厨具和工具，足够用来烹饪和修补。至于这座房子是如何在世代更迭中逐渐建成的，某些工具（而不是其他工具）是如何被构思和制作的，房间为什么在这里这样布置，在那里又那样安排——这些问题，这些继承者从未想过要问。这就是“宇宙”，是“既定的”生活环境，仅此而已！它看似宏大（而且通常情况下，人们远未探索完所有的房间），但同时又熟悉，最重要的是：不变。当他们忙碌时，是为了维护和美化这份遗产：修理一件摇摇欲坠的家具，粉刷一面墙壁，磨砺一件工具，甚至有时，对于最有进取心的人来说，会在工坊里从头开始制作一件新家具。而且，当他们全身心投入时，新家具可能会非常美丽，整个房子也因此显得更加华丽。

然而，更罕见的是，有人会想到修改储藏室中的某件工具，甚至在反复且迫切的需求压力下，设想并制作一件新工具。在这样做时，他几乎会为自己感到某种歉意，因为他觉得自己仿佛违反了对家族传统的虔敬，这种创新似乎扰乱了那份传统。

在这座房子的许多房间里，窗户和百叶窗都被小心地关上——或许是害怕外来的风吹进来。而当新制的美丽家具——这儿一件那儿一件——加上后代子孙，

⁷在书中各处，除了对我过去工作的数学概述外，还有一些包含全新数学发展的段落。其中最长的 是《收获与播种》第四卷第 171(ix) 号注释中的“五张照片（晶体与 \mathcal{D} -模）”。

开始让房间变得狭窄，甚至挤满走廊时，这些继承者中没有一个愿意承认，他们那熟悉而舒适的宇宙已经有些局促了。与其正视这一事实，他们宁愿艰难地挤来挤去：有人在路易十五风格的橱柜和藤制摇椅间钻来钻去，有人夹在流鼻涕的小孩和埃及石棺之间，还有人走投无路，只好尽力攀爬一堆摇摇欲坠、杂乱无章的椅子和长凳……

我刚刚描绘的这幅小小图景并非数学家世界的特有现象。它反映了一种根深蒂固、由来已久的制约，这种制约在所有环境和人类活动领域中都能见到，而且（据我所知）在所有社会和时代皆是如此。我已经有过机会提及这一点，并且我并不声称自己完全免于这种制约。恰恰相反，正如我的证言将要显示的。只是，在智力创造活动的相对有限层面上，这种制约对我的影响较小⁸，这种制约可以称为“文化盲视”——即无法看到（也无法活动于）周围文化所固定的“宇宙”之外。

至于我自己，我感到自己属于这样一类数学家的谱系：他们的天生使命和乐趣在于不断建造新的“房屋”⁹。在这一过程中，他们不禁要发明和逐步塑造所有必需的工具、器具、家具和仪器，既为了从地基到屋顶建造房屋，也为了丰富未来的厨房和工坊，并布置房屋以便居住和舒适。然而，一旦一切就绪，从最后一根排水槽到最后一张凳子，工人很少会长时间逗留在这些地方——每一个石头和每一根横梁都留下了他亲手劳作和安放的痕迹。他的位置不在那些现成的、宁静的宇宙中，无论它们多么宜人、多么和谐——无论是由他自己的手还是由前人的手所布置。其他任务已经在召唤他前往新的工地，受到他或许是唯一能清晰感受到的迫切需求的推动，或者（更常见的是）预见到他唯一能预感到的需求。他的位置在广阔的天地中。他是风的朋友，不惧怕独自劳作数月、数年，甚至如果必要的话，终其一生——除非有欢迎的接班人前来援助。诚然，他和所有人一样只有两只手——但这两只手在每一刻都知道自己该做什么，既不厌恶最粗重的活计，也不厌恶最精细的工作，而且从不厌倦于一次次认识那些无数的事物——这些事物不断召唤着它们去了解。两只手或许微不足道，因为世界是无限的。它们永远无法穷尽世界！然而，两只手，也已经很多了……

我对历史并不精通，但如果要列举属于这一谱系的数学家，我会自然而然地

⁸我认为主要原因在于我童年直到五岁时所处的某种有利氛围。参见相关注释“纯真”（《收获与播种》第三卷，第107号）。

⁹“房屋”这一原型意象在此浮现并首次被表述，见注释“仆人尹与新主人”（《收获与播种》第三卷，第135号）。

想到上个世纪的伽罗瓦 (Galois, Galois) 和黎曼 (Riemann, Riemann), 以及本世纪初的希尔伯特 (Hilbert, Hilbert)。如果要从那些在我初入数学界时接待过我的前辈中寻找一位代表¹⁰, 首先浮现在我脑海的是让·勒雷 (Jean Leray, Jean Leray) 的名字, 尽管我与他的接触一直非常有限¹¹。

我刚刚粗略地勾勒了两种肖像: 一种是“安于现状”的数学家, 满足于维护和美化遗产; 另一种是“建设者-开拓者”¹², 他们不禁要不断跨越那些“无形而强制的圆环”——这些圆环划定了一个宇宙的边界¹³。我们也可以用一些略显生硬但颇具启发性的名称来称呼他们, 即“保守者”和“创新者”。两者都有其存在的理由和角色, 在世代相传、跨越世纪和千年的共同冒险中发挥作用。在科学或艺术的繁荣时期, 这两种气质之间既无对立也无敌意¹⁴。它们是不同的, 彼此互补, 就像面团和酵母一样。

在这两种极端类型 (但本质上并不对立) 之间, 当然存在着一系列中间气质。某些“安于现状”的人, 虽然从不考虑离开熟悉的居所, 更不用说去承担在某个天知道的地方建造新居的辛劳, 但当空间确实变得狭窄时, 他们也会毫不犹豫地拿起泥刀, 布置一个地下室或阁楼, 加高一层楼, 甚至在必要时, 在墙上增建一些规模适中的附属建筑¹⁵。虽然他们灵魂深处并非建设者, 但他们常常以同情的

¹⁰我曾在“受欢迎的异乡人”一节 (《收获与播种》第一卷, 第 9 号) 中谈及这些初体验。

¹¹这并不妨碍我 (继亨利·嘉当 (Henri Cartan) 和让-皮埃尔·塞尔 (Jean-Pierre Serre) 之后) 成为勒雷引入的一个伟大创新概念——“层” (faisceau, sheaf)——的主要使用者和推广者之一。这一概念贯穿我作为几何学家的全部工作, 也是我将“空间” (espace, space) (拓扑学意义上的) 概念扩展为“拓扑斯” (topos, topos) 的关键所在, 后文将对此展开讨论。

不过, 在我看来, 让·勒雷与我所描绘的“建设者”肖像有所不同, 他似乎并不倾向于“从地基到屋顶建造房屋”。相反, 他忍不住在无人想到的地方奠定广阔的基础, 同时将完成这些基础并在其上建造的任务留给他人, 并且在房屋建成后, 让他人入住 (哪怕只是暂时的)。

¹²我悄悄地、侧面地为这一形象贴上了两个带有雄性共鸣的形容词 (“建设者”和“开拓者”), 它们表达了发现冲动的不同面向, 其性质比这些词语所能唤起的更为微妙。这将在后续的漫步-反思中显现, 见“发现母亲——或两个侧面” (第 17 号)。

¹³与此同时, 他无意中为这一旧宇宙 (即便不是为自己, 至少为那些不如他灵活的同辈) 设定了新的界限, 这些新界限形成更大的圆环, 虽然同样无形且同样强制, 却取代了先前的界限。

¹⁴例如在数学界, 1948 至 1969 年间——我作为直接见证者并身处其中时——便是如此。在我 1970 年离开后, 似乎出现了一种大规模的反应, 一种对“观念”——尤其是我所引入的重大创新观念——普遍的“轻视共识”。

¹⁵我的一些“前辈” (例如在引言“受欢迎的债务” (第 10 节) 中提到的) 大多属于这种中间气质。我想到的人包括亨利·嘉当 (Henri Cartan)、克洛德·舍瓦莱 (Claude Chevalley)、安德烈·韦伊 (André Weil)、让-皮埃尔·塞尔 (Jean-Pierre Serre)、洛朗·施瓦茨 (Laurent Schwartz)。除了韦伊或许例外, 他们都以“同情的目光”——没有“暗中的担忧或责备”——看待我独自踏上冒险旅程。

目光——至少没有暗中的担忧或责备——看待那些曾与他们共处一室、如今却在某个偏远的乡村辛勤收集梁木和石料、仿佛已经看到一座宫殿矗立在那里的同伴……

2.5 观点与视野

此刻，我回过头来谈谈我自身及我的作品。

若我在数学家的艺术中有所卓越，与其说是因娴熟与坚韧，解决了前人遗留的问题，不如说是因我内在的一种自然倾向，驱使我看见无人察觉却显然关键的问题，或挖掘出缺失的“恰当概念”（往往在这些新概念出现前，无人意识到其缺失），以及无人想到过的“恰当命题”。通常，这些概念与命题契合得如此完美，我心中毫无疑问它们是正确的（至多需稍作调整）——若非为发表而进行的“逐件工作”，我常就此止步，不再费时完善证明。因为一旦命题及其语境被清晰洞察，证明往往仅剩“技艺”之事，甚至近乎例行公事。吸引注意的事物无穷无尽，不可能逐一穷尽其召唤！即便如此，在我已撰写并发表的作品中，经严谨证明的命题与定理数以千计。我相信，除极少数例外，它们皆已融入数学界共有遗产，成为普遍认可的“已知”并被广泛运用。

然而，比起发现新问题、新概念、新命题，我的独特天赋更倾向于探寻丰饶的观点，这些观点不断引领我引入并或多或少发展全新的主题。这，我认为，是我对当代数学最根本的贡献。实话说，我刚提及的无数问题、概念、命题，唯有在这种“观点”的光芒下才具意义——更准确地说，它们从中自诞生，带着显而易见的力度；恰如黑夜中乍现的光（即便微弱），似乎从虚空中唤出它所揭示的轮廓，或模糊或清晰。若无这道将它们聚为一束的光，十个、百个、千个问题、概念、命题不过是一堆杂乱无形的“心智小玩意”，彼此孤立——而非某整体的部分。这整体或许仍隐不可见，藏于夜的褶皱中，却已被清晰预感。

丰饶的观点揭示出这些无人感知的炽热问题，仿佛它们是包容并赋予其意义的同一整体的活的部分；它还揭示出（或许作为对这些问题的回应）那些如此自然却无人挖掘的概念，以及那些看似水到渠成的命题——只要激发它们的疑问和表述它们的概念尚未浮现，无人会冒险提出它们。比起数学中所谓的“关键定理”，丰饶的观点才是我们艺术中最为有力的发现工具¹⁶——或者更确切地说，

¹⁶不仅在“我们的艺术”中如此，我认为在一切发现工作中皆然，至少在智识认知层面上如此。

它们并非工具，而是研究者渴求探知数学事物本质的双眼。

因此，丰饶的观点即那“眼”，它既让我们发现，又让我们在多样性中辨识统一。这统一正是生命本身，是联结并赋予多物生机的气息。

然而，正如其名所示，“观点”本身始终是片面的。它揭示了风景或全景的一个面向，在众多同样有效、同样“真实”的面向中仅占其一。唯有多个互补的观点交汇于同一现实，我们的“眼”倍增，目光才能更深入事物认知。欲了解的现实愈丰富复杂，拥有多重视角便愈重要¹⁷，以全面且精微地把握其全貌。

有时，多重视角汇聚于同一广阔风景，凭借我们体内那能透过多样性抓住“一”的能力，会孕育出一件新生事物；这事物超越每一局部视角，宛如生命体超越其肢体与器官。这新生事物，可称之为视野。视野统合已知的观点，赋予其形体，并揭示此前未见其他视角，正如丰饶的观点使多样的问题、概念、命题显现并被理解为同一整体的部分。

换言之，视野之于其源起并统合的观点，恰如白昼明亮温暖的光之于太阳光谱的各色成分。广阔深邃的视野如源泉无尽，注定启发并照亮不仅那位初生其心并为之仆者，也照亮世代之人——他们或许（如他当年）为视野隐约示现的遥远边界所迷。

2.6 “伟大思想”——或树木与森林

我所谓的“多产”时期的数学活动，即以正式出版物为证的时期，从 1950 年到 1969 年，持续了二十年。而在从 1945 年（当时我 17 岁）到 1969 年（我快 42 岁）的二十五年间，我几乎将全部精力投入到数学研究中。毫无疑问，这是一种过度的投入。我为此付出了长期的精神停滞和逐渐“变厚”的代价，这在《收获与播种》（*Récoltes et Semailles, Harvests and Sowings*）的篇章中我将不止一次地提及。然而，在纯粹智力活动的有限领域内，通过对仅限于数学事物的世界的视野的绽放和成熟，这些年是极富创造力的。

在这段漫长的人生阶段中，我几乎将所有的时间和精力都奉献给了所谓的“具体工作”：细致入微的塑造、组装和磨合工作，这些工作是为了从头开始建造那些由内心的声音（或魔鬼……）命令我建造的房屋，根据它在我工作进行时

¹⁷每一观点皆催生表达其特性的独特语言。拥有多重“眼”或“观点”来理解情境，在数学中至少意味着掌握多种不同语言去围捕它。

逐渐向我透露的总设计师的计划。我乐于在这些工作中倾注爱意和细心，从事着石匠、泥瓦匠、木匠，有时甚至是管道工、细木工和木匠的各种“职业”任务。我很少有闲暇将那对所有人（正如后来所显示的……）都不可见、但对我而言却在日复一日、月复一月、年复一年中以梦游者般的确定性引导着我的手的总计划轮廓记录下来，哪怕只是粗略地记录在纸上¹⁸。必须说，我喜欢在工作中倾注爱意和细心，这项工作绝不是令我不悦的。此外，我的长辈们所教授和实践的数学表达方式（至少可以说）优先考虑了工作的技术方面，并不鼓励那些停留在“动机”上的“离题”，甚至不鼓励那些试图从迷雾中浮现出某种可能启发性的图像或愿景的尝试，这些图像或愿景，由于尚未体现在木材、石头或坚硬的水泥等有形的建筑中，更像是梦的碎片，而不是工匠专注而认真的工作。

在数量层面上，我在这些高产年份的工作主要体现在大约一万二千页的出版物中，这些出版物以文章、专著或研讨会的形式出现¹⁹，以及成百上千（如果不是数千）个新概念，这些概念已经进入共同的遗产，保留着我最初发现它们时赋予它们的名称²⁰。在数学史上，我相信我是将最多的新概念引入我们科学的

¹⁸ “梦游者”这一形象的灵感来自库斯勒（Koestler, Koestler）那本杰出的书《梦游者》（*Les Somnambules, The Sleepwalkers*, Calmann-Lévy 出版社），该书呈现了“关于宇宙观念史的尝试”，从科学思想的起源到牛顿（Newton, Newton）时代。库斯勒在这一历史中强调的一个方面是，在我们对世界的认识中，从某一点到逻辑上（事后看来）似乎非常接近的另一点的道路，常常要经过最荒诞的曲折，这些曲折似乎在挑战健全的理性；然而，尽管有这些似乎会永远误导他们的无数曲折，寻求宇宙“钥匙”的人们却以“梦游者般的确定性”，几乎是无意中且常常没有意识到，偶然发现了他们远未预见的其他“钥匙”，而这些钥匙却被证明是“正确的”。

根据我周围的观察，在数学发现的层面上，这些惊人的曲折是某些杰出研究者的特征，但并非所有人都如此。这可能是因为在过去的两三个世纪里，自然科学的研究，尤其是数学研究，已经摆脱了与特定文化和时代相关的宗教或形而上学预设的束缚，这些预设曾是“科学”理解宇宙（无论好坏）发展的特别强大的障碍。然而，确实有一些最基本、最明显的数学思想和概念（如位移、群（*groupe, group*）、零（*zéro, zero*）、文字计算、空间中点的坐标、集合（*ensemble, set*）的概念或拓扑“形式”（*forme topologique, topological form*）的概念，更不用说负数和复数了），在出现之前花了数千年时间。这些都是根深蒂固的“障碍”的雄辩迹象，这些障碍深深植根于心灵之中，阻碍着全新思想的构想，即使在这些思想极其简单、似乎以证据的力量自然而然地强加于人时，情况也是如此，这种情况持续了几代人，甚至数千年……

回到我自己的工作，我的感觉是，在我的工作中，“失误”（可能比大多数同事都多）仅限于细节问题，通常很快就被我自己发现了。这些只是纯粹“局部”性质的“路途事故”，对于所考察情况的基本直觉的有效性没有严重影响。相反，在思想和指导性的大直觉层面上，我的工作似乎没有出现任何“失误”，尽管这听起来难以置信。正是这种在每时每刻都能准确把握的确定性，即使不能把握一种方法的最终结果（这些结果通常隐藏在视线之外），至少也能把握最富有成效的方向，引导我直接走向本质事物——正是这种确定性让我想起了库斯勒的“梦游者”形象。

¹⁹ 从1960年代起，其中一部分出版物是在同事（尤其是迪厄多内（J. Dieudonné, J. Dieudonné））和学生的合作下撰写的。

²⁰ 这些概念中最重要的在《主题草图》（*Esquisse Thématique, Thematic Sketch*）及其附带的《历史评论》（*Commentaire Histoire, Historical Commentary*）中进行了回顾，这些内容将包含在《反

人，同时也是因此而不得不为这些概念发明最多新名称的人，以便以尽可能微妙和启发性的方式表达它们。

当然，这些“数量”上的指示只能提供对我的作品的一种极其粗略的理解，忽略了真正构成其灵魂、生命和活力的东西。正如我刚才所写，我在数学中带来的最好的东西，是我首先能够瞥见，然后耐心地发掘并或多或少地发展的新“观点”。就像我刚才提到的概念一样，这些新观点，引入到多种多样的不同情境中，本身几乎是无数的。

然而，有些观点比其他观点更广阔，单凭它们就能在多种不同特定情境中激发和包含大量局部观点。这样的观点也可以恰当地称为“伟大思想”。凭借其固有的丰富性，这样的思想会催生出大量后代，这些后代都继承了它的丰富性，但其中大多数（如果不是全部）的影响范围都比母思想要小。

至于表达一个伟大思想，“说出”它，这通常几乎和它的构思以及在构思者心中缓慢孕育一样微妙——或者更准确地说，这种孕育和形成的艰苦工作，正是“表达”思想的工作：耐心地、日复一日地，从环绕它诞生的迷雾中解脱出来，逐渐赋予它有形的形式，在一个随着周、月、年的流逝而丰富、巩固和细化的画面中。简单地命名这个思想，用一些引人注目的公式或多或少技术性的关键词，可能只需要几行，甚至几页——但很少有人能够在不已经很好地了解它的情况下，听到这个“名字”并从中认出一个面孔。而当思想达到完全成熟时，也许一百页就足以表达它，令那个在其中诞生的工人完全满意——也可能一万页经过深思熟虑和权衡的文字也不足以²¹。

无论在哪种情况下，在那些为了使之成为自己的而了解了最终呈现思想在全盛时期的著作的人中——就像在一片荒凉的土地上突然长出的一片宽广的林地——很可能有很多人会看到所有这些茁壮而苗条的树木，并利用它们（有人攀爬，有人从中获取梁和板，还有人用它们在壁炉中生火……），但很少有人会看

思》(Réflexions, Reflections)的第四卷中。其中一些名称是由朋友或学生建议的，例如“光滑态射”(morphisme lisse, smooth morphism, 由迪厄多内(J. Dieudonné, J. Dieudonné)提出)或在吉罗(Jean Giraud, Jean Giraud)的论文中发展的“位点(site, site)、层(champ, sheaf)、胚(gerbe, gerbe)、联系(lien, connection)”等术语。

²¹在1970年离开数学舞台时，我关于概形(schéma, scheme)这一中心主题的全部出版物（其中许多是合作完成的）应该有大约一万页。然而，这只是我眼前看到的广泛计划中的一小部分，涉及概形。这个计划在我离开后被无限期地放弃了，尽管事实上，几乎所有已经发展和发表的内容都立即进入了共同的遗产，成为“众所周知”的概念和结果。

我在离开时完成的关于概形主题及其扩展和分支的计划部分，本身就代表了数学史上最庞大的基础工作之一，当然也是科学史上最庞大之一。

到森林……

2.7 “愿景”——或十二个主题的和諧

或许可以说，“伟大思想”是一种观点，它不仅新颖且富有成果，还在科学中引入了一个崭新而广阔的主题来体现它。而任何一门科学，当我们不将其视为权力和统治的工具，而是作为我们这个物种穿越岁月认知冒险时，无非是这种和諧。这种和諧在不同时代或广或狭，或丰饶或贫瘠，通过一代又一代、一个世纪又一个世纪的展开，由所有依次出现的主题以精妙的对位法构成，仿佛从虚空中被召唤而来，加入其中并彼此交织。

在我发掘的众多数学新观点中，回过头来看，有十二个我称之为“伟大思想”的主题²²。理解我的数学家生涯，感受它，至少需要在一定程度上看到并“感知”这些思想，以及它们引入的构成作品脉络与灵魂的伟大主题。

不可避免地，其中一些思想比其他思想“更伟大”（因而其他思想相对“较小”！）。换句话说，在这些新主题中，有些比其他主题更广阔，有些则更深入数学事物奥秘的核心²³。

²² 以下是为好奇的数学读者列出的这十二个主导思想，或我作品中的“主导主题”（按出现的时间顺序排列）：

1. 拓扑张量积与核空间 (Produits tensoriels topologiques et espaces nucléaires, Topological tensor products and nuclear spaces)。
2. “连续”与“离散”的对偶性 (Dualité “continue” et “discrète”, “Continuous” and “discrete” duality) (导出范畴 (catégories dérivées, derived categories)、“六运算”)。
3. 黎曼-罗赫-格罗滕迪克瑜伽 (Yoga Riemann-Roch-Grothendieck, Riemann-Roch-Grothendieck yoga) (K -理论 (K -théorie, K -theory), 与交理论的关系)。
4. 概形 (Schémas, Schemes)。
5. 拓扑斯 (Topos, Topos)。
6. 埃塔上同调与 ℓ -进上同调 (Cohomologie étale et ℓ -adique, Étale cohomology and ℓ -adic cohomology)。
7. 模体与模体伽罗瓦群 (Motifs et groupe de Galois motivique, Motives and motivic Galois group) (格罗滕迪克的 \otimes -范畴 (\otimes -catégories de Grothendieck, Grothendieck’s \otimes -categories))。
8. 晶体与晶体上同调 (Cristaux et cohomologie cristalline, Crystals and crystalline cohomology), 德拉姆系数瑜伽 (Yoga “coefficients de De Rham”, Yoga of “de Rham coefficients”), 霍奇系数 (“coefficient de Hodge”, “Hodge coefficients”) ……
9. “拓扑代数” (“Algèbre topologique”, “Topological algebra”)： ∞ -场 (∞ -champs, ∞ -fields)、导出器 (dérivateurs, derivators)；拓扑斯的上同调形式，作为一种新同伦代数的灵感。
10. 适度拓扑 (Topologie modérée, Moderate topology)。
11. 阿纳贝利代数几何瑜伽 (Yoga de géométrie algébrique anabélienne, Yoga of anabelian algebraic geometry), 伽罗瓦-泰希穆勒理论 (Théorie de Galois-Teichmüller, Galois-Teichmüller theory)。
12. 正则多面体及各类正则构形的“概形”或“算术”观点 (Point de vue “schématique” ou “arithmétique”, “Schematic” or “arithmetic” viewpoint)。

除了第一个主题——其重要部分属于我的博士论文（1953年）并在1950至1955年间的泛函分析时期得到发展——其余十一个主题是在我作为几何学家的时期，从1955年起逐渐浮现的。

²³ 在这些主题中，就其影响范围而言，最广阔的似乎是拓扑斯 (topos, topos) 主题，它提供了代数几何 (géométrie algébrique, algebraic geometry)、拓扑学 (topologie, topology) 和算术 (arithmétique,

其中有三个主题（在我眼中绝非次要）在我离开数学舞台后才出现，仍处于萌芽状态；“正式”来说，它们甚至不存在，因为没有任何正式出版物为其颁发出生证明²⁴。

在我离开前出现的九个主题中，最后三个在我离开时正处于蓬勃发展状态，但由于我走后缺乏“慈爱之手”照料这些“孤儿”的必需，它们至今仍处于幼年状态，在一个敌对的世界中被遗弃²⁵。

至于另外六个在我离开前的二十年中达到完全成熟的主题，可以说（除了一两个例外²⁶），它们当时已进入共同遗产：尤其在几何学家群体中，如今“每个人”整天随时随地吟唱它们，甚至不自知（就像约丹先生（Monsieur Jourdain, Monsieur Jourdain）无意中创作散文一样）。它们已成为人们“做几何”、或做带几何色彩的算术、代数或分析时呼吸的空气的一部分。

我作品中的这十二个主导主题绝非彼此孤立。在我看来，它们属于一种精神与意图的统一体，如同贯穿我所有“已写”和“未写”作品的一道持久的基调。

arithmetic）的综合思想。目前就其引发的扩展广度而言，最广阔的是概形（schémas, schemes）主题。（参见第 20 页(*)脚注的相关说明。）它为其他八个主题（即除第 1、5、10 外的所有主题）提供了“卓越”的框架，同时为中心概念提供了彻底革新代数几何及其代数-几何语言的基础。

在另一端，十二个主题中的第一个和最后一个在我看来比其他主题的规模更。然而，对于最后一个主题，它为正则多面体和正则构形这一古老主题引入了新视角，我怀疑即使一个数学家全身心投入一生也未必能穷尽其可能性。至于第一个主题——拓扑张量积（produits tensoriels topologiques, topological tensor products），它更多扮演了一个现成新工具的角色，而非后续发展的灵感来源。尽管如此，直到近几年，我仍偶尔听到一些或多或少近期工作的回声，这些工作解决了我二十或三十年前留下的悬而未决的问题。

在我看来，这十二个主题中最深刻的，是模体（motifs, motives）主题，以及与之密切相关的阿纳贝利代数几何（géométrie algébrique anabélienne, anabelian algebraic geometry）和伽罗瓦-泰希穆勒瑜伽（yoga de Galois-Teichmüller, Galois-Teichmüller yoga）。

从工具的完善程度、由我亲自调试并在过去二十年研究中多个“前沿领域”广泛使用的角度看，概形（schémas, schemes）和埃塔尔及 ℓ -进上同调（cohomologie étale et ℓ -adique, étale and ℓ -adic cohomology）这两个方面最为突出。对于一个消息灵通的数学家来说，现在几乎无疑，概形工具及其衍生的 ℓ -进上同调工具，是本世纪少数重大成就之一，在近几代人中滋养并更新了我们的科学。

²⁴唯一提到这三个主题的“半正式”文本是《计划草图》（Esquisse d'un Programme, Sketch of a Program），该文本于 1984 年 1 月为申请 CNRS 调动而撰写。该文本（也在《引言 3：罗盘与行囊》（Introduction 3, "Boussole et Bagages"）中提及）原则上将收录于《反思》（Réflexions, Reflections）第四卷中。

²⁵在我离开后的第二天，这三个孤儿被悄无声息地埋葬。然而，其中两个在 1981 年和次年被大张旗鼓地挖掘出来，未提及原作者，且操作毫无瑕疵。

²⁶“几乎完全”主要涉及格罗滕迪克的对偶性瑜伽（yoga grothendieckien de dualité, Grothendieck duality yoga）（导出范畴与六运算）以及拓扑斯（topos, topos）。这些将在《收获与播种》（Récoltes et Semailles, Harvests and Sowings）的第二部分和第四部分（《葬礼（1）》和《葬礼（3）》）中详细讨论。

在写下这些文字时，我似乎再次听到了这道音符——如一声召唤！——在三年的“无偿”、顽强而孤独的工作中回响，那时我还未在意世上是否还有其他数学家，只因我被那召唤我的东西深深吸引……

这种统一不仅仅是一个工匠在其作品上留下的印记。这些主题之间通过无数微妙而显见的联系相互连接，就像在一场宏大的对位中，彼此清晰可辨的主题展开并交织——在一种和谐中汇聚，推动它们向前，并赋予每个主题意义、动态和充实，所有其他主题都参与其中。每个局部主题似乎从这更广阔的和谐中诞生，并在每个瞬间不断重生，而这种和谐远非这些主题的“总和”或“结果”，这些主题并非先于它而存在。说实话，我无法摆脱这样一种感觉（或许有些荒诞……），在某种意义上，正是这种尚未显现但确实“已存在”的和谐，隐藏于尚未诞生的事物幽暗深处——正是它依次唤起了这些主题，这些主题只有通过它才获得完整意义，也正是它在我炽热的孤独岁月、刚脱离青春期时，以低沉而急切的声音召唤着我……

无论如何，我作品中的这十二个主导主题，像是受某种隐秘的宿命驱使，共同谱写了一场交响乐——或者换个比喻，它们体现为多个不同的“观点”，共同汇聚成一个宏大而统一的愿景。

这个愿景直到 1957、1958 年——那些孕育激烈的岁月——才开始从迷雾中浮现，显露出可辨的轮廓²⁷。奇怪的是，这个愿景对我而言如此贴近、如此“显而易见”，以至于直到一年前²⁸，我从未想过为它命名。（尽管我一直热衷于为展

²⁷1957 年是我提出“黎曼-罗赫”（Riemann-Roch, Riemann-Roch）主题（格罗滕迪克版）的一年，这一主题一夜之间让我成为“耀眼明星”。这一年也是我母亲去世的一年，因此是我生命中一个重要转折点。这是我生命中最具创造力的一年，不仅在数学层面。十二年来，我的全部精力都投入到数学工作中。那一年，我开始感到自己大致“穷尽”了数学工作的内涵，或许是时候投入其他事物了。这显然是我生命中第一次浮现的内在更新的需求。当时我考虑成为作家，数月间停止了所有数学活动。最终，我决定至少将已着手进行的数学工作记录下来，或许只需几个月，最多一年……

显然，当时时机尚未成熟，无法迈出那大步。总之，一旦我重拾数学工作，它便重新占据了我。此后十二年，它再未放手！

接下来的 1958 年，或许是我数学家生涯中最丰饶的一年。这一年，新几何的两个核心主题绽放：概形理论（*théorie des schémas*, *theory of schemes*）强势起步（成为我当年夏天在爱丁堡国际数学家大会上的报告主题），以及“位点”（*site*, *site*）概念的出现，这是拓扑斯（*topos*, *topos*）这一关键概念的技术性初版。回顾近三十年后，我可以说，这一年是新几何愿景真正诞生的一年，伴随着新几何的两个主导工具：概形（*schémas*, *schemes*，旧“代数簇”（*variété algébrique*, *algebraic variety*）概念的蜕变）和拓扑斯（*topos*, *topos*，对“空间”（*espace*, *space*）概念更深刻的蜕变）。

²⁸我第一次考虑为这个愿景命名是在 1984 年 12 月 4 日的反思中，在注释“阴之仆人（2）——或慷慨”（*Yin le Serviteur (2) - ou la générosité*, *Yin the Servant (2) - or Generosity*）的子注释（n°136₁，《收

现在我面前的事物命名，作为理解它们的第一步……) 确实，我无法指出一个具体时刻，作为这个愿景出现的瞬间，或回顾时能辨识的时刻。新愿景是如此宏大，其出现恐怕无法定位于某一刻，而需在漫长岁月，甚至数代人中，逐渐渗透并占据那些凝视与沉思者的内心；仿佛新的眼睛必须在熟悉的旧眼中艰难形成，逐渐取而代之。而且，这愿景太过广阔，无法像抓住路边乍现的普通概念那样“把握”它。因此，毫不奇怪，直到它完全成熟、有了距离回顾时，我才想到为如此宏大、贴近又弥散的事物命名。

说实话，直到两年前，我与数学的关系（除了教学任务外）仅限于“做”数学——跟随一股不断推我向前的冲动，奔向那吸引我的“未知”。我从未想过停下这股冲动，哪怕一刻，去回望走过的路，或定位一个已完成的作品。（无论是将其置于我生命中，作为仍与我有深刻而长久未察联系的事物；还是将其置于“数学”这一集体冒险中。）

更奇怪的是，让我最终“停下”并重新认识这半被遗忘的作品，或仅是考虑为赋予其灵魂的愿景命名，竟需面对一场规模巨大的“葬礼”现实：通过沉默与嘲讽，对愿景及其孕育者的埋葬……

形式与结构——或事物的道路（Forme et structure - ou la voie des choses）

在不知不觉中，这篇“前言”逐渐演变成了一种对我的作品的正式介绍，主要是为了非数学家读者。现在我已经无法退缩，只能继续完成“介绍”！我希望至少能简要地谈谈我在前文中提到的那些神奇的“伟大思想”（或“主导主题”）的实质，以及这些主导思想据说汇聚于其中的著名“愿景”的本质。由于无法使用任何技术性语言，我可能只能传达一个极其模糊的图像（如果确实有什么能传达的话……²⁹）。

传统上，人们区分宇宙中事物的三种“性质”或“方面”，它们是数学反思

获与播种》第三部分，第 637 页）。

²⁹这种图像的模糊并不妨碍它忠实地反映了所观察事物的本质（在这种情况下，是我的作品）。反之，一幅清晰的图像也可能失真，并且可能只包含次要内容，而完全错过本质。因此，如果你“领会”了我对我的作品的描述（那么我内心的图像确实会传达给你），你可以自豪地说，你比我的任何一位博学的同事都更好地把握了我作品的本质！

的对象：即**数**³⁰、**量**和**形式**。我们也可以称之为事物的“算术”方面、“度量”（或“分析”）方面和“几何”方面。在数学研究的大多数情况下，这三个方面同时存在并紧密互动。然而，通常情况下，其中一个方面会明显占主导地位。我认为，对于大多数数学家来说，他们的基本气质是显而易见的——他们是“算术家”、“分析家”还是“几何学家”——即使他们多才多艺，在各种领域和音阶中都有所涉猎。

我最初的孤独思考，关于测度论和积分论，毫无疑问地属于“量”或“分析”的范畴。我引入数学的第一个新主题（在我看来，其规模不如其他十一个主题那么宏大）也是如此。我通过“分析”的“偏门”进入数学，这在我看来并非由于我的特殊气质，而是由于一种可以称为“偶然情况”：在我渴望普遍性和严谨性的心灵中，中学和大学所提供的教学中最大的缺陷，恰好与事物的“度量”或“分析”方面有关。

1955年标志着我数学工作的一个关键转折点：从“分析”转向“几何”。我还记得那种强烈的印象（当然是主观的），仿佛我离开了贫瘠而艰难的草原，突然置身于一个“应许之地”，那里有着丰富的财富，无限地繁衍，无论手触及何处，都可以采摘或挖掘……这种压倒性的丰富印象，超乎一切衡量³¹，在随后的岁月中不断得到确认和加深，直到今天。

这表明，在数学中，有一件事（无疑自古以来）比其他任何事更让我着迷，它既不是“数”，也不是“量”，而始终是**形式**。在形式向我们揭示自己的千千万万面孔中，最让我着迷并持续吸引我的，是隐藏在数学事物中的**结构**。

事物的结构绝不是我们可以“发明”的东西。我们只能耐心地、谦逊地揭示它，认识它，“发现”它。如果说在这个工作中存在创造性，如果我们有时像铁匠或不知疲倦的建设者一样工作，那绝不是为了“塑造”或“建造”“结构”。这些结构并不需要我们来存在，它们已经存在，正是它们本来的样子！而是为了尽可能忠实地表达我们正在发现和探索的事物，以及那些难以揭示的结构，我们在摸索中，或许以一种仍然结结巴巴的语言，试图把握它们。于是，我们不断被引导

³⁰这里所说的“数”是指所谓的“自然数”0, 1, 2, 3等，或者（严格来说）是通过这些数的基本运算表达的数（如分数）。这些数不像“实数”那样，适合测量连续变化的量，如直线、平面或空间中两点之间的距离。

³¹我使用了“压倒性的，超乎一切衡量”这个词组来勉强传达德语中的“überwältigend”和英语中的“overwhelming”。在前一句中，“强烈的印象”这个（不恰当的）表达也带有这种含义：当我们面对非凡的壮丽、伟大或美丽时，内心的印象和情感会突然淹没我们，以至于任何试图表达我们感受的努力都似乎注定失败。

去“发明”能够越来越精细地表达数学事物内在结构的语言，并用这种语言，一步步地、从零开始地“构建”那些旨在解释我们所感知和看到之物的“理论”。在对事物的感知与对所感知之物的表达之间，存在着一种持续的、不间断的往复运动。这种语言在工作的推进中不断精炼和重塑，始终受到当下需求的持续压力。

正如读者可能已经猜到的，这些“从头构建”的“理论”，也正是我们之前提到的“美丽的房屋”：那些我们从前辈那里继承的，以及我们在事物的召唤和倾听下亲手建造的。如果我刚才谈到了建设者或铁匠的“创造性”（或想象力），我还必须补充，其灵魂和秘密动力绝不是那种说“我要这个，不要那个！”并乐于随心所欲地决定的傲慢；就像一个平庸的建筑师，在看到和感知地形之前，在探索其可能性和要求之前，就已经有了现成的计划。研究者的创造性和想象力的品质，在于他倾听事物之声的专注品质。因为宇宙中的事物从不厌倦地述说自身，并向那些愿意倾听的人揭示自身。而最美丽的房屋，“那座显现出工匠之爱的房屋”，并不是比其他房屋更大或更高的那座。美丽的房屋，是那座忠实地反映事物隐藏结构与美感的房屋。

2.8 “新几何”——或数与量的联姻

我又跑题了——我本想谈谈那些主导主题，如何如同众河归海般汇聚于一个共同的母愿景……

这一宏大的统一愿景可被描述为一种新几何。据说，这是上世纪克罗内克（Kronecker, Kronecker）所梦想的几何³²。然而，现实（有时大胆的梦想能预示或瞥见，并激励我们去发现……）总是以其丰富性与共鸣超越最勇敢或最深刻的梦想。无疑，对于新几何的许多方面（若非全部），在它出现前夕，无人曾想到——连工匠自己也不例外。

可以说，“数”（nombre, number）擅于捕捉“离散”或“不连续”的聚合结

³²我对“克罗内克之梦”的了解仅来自传闻，有人（或许是约翰·塔特（John Tate, John Tate））告诉我，我正在实现这个梦想。在我从前辈那里接受的教育中，历史参考极为罕见。我的滋养并非来自阅读古今作者，而是主要通过与其他数学家的直接交流——口头或书信——尤其是我的前辈。1958年概形理论（théorie des schémas, theory of schemes）突然而有力的起步，其主要（或许唯一）的外部灵感，来自塞尔（Serre, Serre）那篇广为人知的文章，简称FAC（《相干代数层》（Faisceaux algébriques cohérents, Coherent Algebraic Sheaves）），发表于几年前。除此之外，我在后续发展中的主要灵感源自理论本身，并在多年中通过追求内在简洁性与一致性的需求不断更新，以在新背景下解释代数几何（géométrie algébrique, algebraic geometry）中“众所周知”的内容（这些内容在我手中逐渐转化），并由这些“已知”引导我预感更深层次的东西。

构：那些通常有限的系统，由彼此“孤立”的“元素”或“对象”组成，缺乏从一到另一的“连续过渡”原则。而“量”（*grandeur, magnitude*）则是最适于“连续变化”的品质，因此擅于捕捉连续的结构与现象：运动、空间、各类“簇”（*variétés, varieties*）、力场等。于是，算术（*arithmétique, arithmetic*）大致是离散结构的科学，而分析（*analyse, analysis*）是连续结构的科学。

至于几何（*géométrie, geometry*），自两千多年前作为现代意义上的科学存在以来，它一直“跨立”于这两种结构——“离散”与“连续”之间³³。长期以来，并未真正出现两种几何的“分裂”——一种离散，另一种连续。更确切地说，对同一几何图形的探究存在两种不同视角：一种强调“离散”性质（特别是数值与组合特性），另一种关注“连续”性质（如在周围空间中的位置，或以点间距离测量的“量”等）。

直到上世纪末，随着所谓“抽象（代数）几何”（*géométrie (algébrique) abstraite, abstract (algebraic) geometry*）的出现与发展，这种分裂才显现。大致而言，它为每个素数 p 引入了一种“特征 p 的（代数）几何”（*géométrie (algébrique) de caractéristique p , (algebraic) geometry of characteristic p* ），模仿前几个世纪继承的（连续）代数几何模型，但置于一个看似无可避免的“离散”与“不连续”背景中。这些新几何对象自本世纪初以来日益重要，尤其是因其与算术——离散结构科学的密切关联。安德烈·韦伊（*André Weil, André Weil*）的作品似乎以此为指导思想之一³⁴，或许是最主要的潜在推动力（在其书面作品中或多或少未明言，如常理），即“代数几何”（*géométrie algébrique, algebraic geometry*），特别是与不同素数相关的“离散”几何，应为算术的大规模革新提供钥匙。正是在此精神下，他于1949年提出了著名的“韦伊猜想”（*conjectures de Weil, Weil conjectures*）。这些猜想着实令人叹为观止，它们为这些离散性质的新“簇”（*variétés, varieties*）或

³³实际上，传统上几何学家关注的焦点是“连续”面向，而“离散”性质，尤其是数值与组合特性，常被忽略或轻视。十年前，我惊叹于发现二十面体（*icosaèdre, icosahedron*）的组合理论之丰富，而这一主题在克莱因（*Klein, Klein*）关于二十面体的经典著作中甚至未被触及（很可能也未被察觉）。几何学家两千年来忽视自然融入几何的离散结构的另一个显著例证是：群（*groupe, group*）（尤其是对称群）的概念直到上世纪才出现，且最初由伽罗瓦（*Évariste Galois, Évariste Galois*）引入时，背景并不被视为“几何”。即便今日，许多代数学家仍未认识到伽罗瓦理论（*théorie de Galois, Galois theory*）本质上是一种“几何”愿景，革新了我们对所谓“算术”现象的理解……

³⁴安德烈·韦伊，移居美国的法国数学家，是“布尔巴基学派”（*Bourbaki, Bourbaki*）的创始成员之一，将在《收获与播种》（*Récoltes et Semailles, Harvests and Sowings*）第一部分中多有提及（偶尔也会提到韦伊本人）。

“空间” (espaces, spaces) 揭示了某些构造与论证的可能性³⁵, 此前这些仅在分析家眼中“名副其实”的“空间”——即所谓“拓扑空间” (espaces topologiques, topological spaces, 连续变化概念适用的空间)——框架内才看似可行。

可以说, 新几何首先是对这两个世界——迄今邻近且紧密相连却又分隔的世界——的综合: 一是“算术”世界, 居住着无连续性原则的(所谓的)“空间”; 二是连续量的世界, 居住着分析家眼中“真正”的“空间”, 因其可被分析工具触及而被接纳为数学城邦的合法居民。在新愿景中, 这两个曾经分离的世界合而为一。

这一“算术几何” (géométrie arithmétique, arithmetic geometry, 我提议如此称呼新几何) 愿景的最初萌芽见于韦伊猜想。在我若干主要主题的发展中³⁶, 这些猜想在 1958 至 1969 年间始终是我主要的灵感源泉。早在我之前, 奥斯卡·扎里斯基 (Oscar Zariski, Oscar Zariski) 和随后的让-皮埃尔·塞尔 (Jean-Pierre Serre, Jean-Pierre Serre) 已为抽象代数几何中那些桀骜不驯的空间发展出某些“拓扑”方法, 灵感来自此前适用于众人认可的“正统空间”的技术³⁷。

他们的思想在我构建算术几何的最初步伐中自然扮演了重要角色; 不过, 与其说是持续滋养我梦想与计划的灵感源泉, 不如说是出发点与工具 (为适应更广阔的背景, 我不得不或多或少从头重塑这些工具)。无论如何, 一开始就很清楚, 即便重塑, 这些工具仍远不足以迈向那些奇幻猜想的第一步。

³⁵ (致数学读者。) 这里指的是与可微或复数簇的上同调理论相关的“构造与论证”, 特别是涉及勒夫谢茨不动点公式 (formule des points fixes de Lefschetz, Lefschetz fixed-point formula) 和霍奇理论 (théorie de Hodge, Hodge theory) 的那些。

³⁶ 指“中间四主题” (第 5 至 8 号), 即拓扑斯 (topos, topos)、埃塔尔与 ℓ -进上同调 (cohomologie étale et ℓ -adique, étale and ℓ -adic cohomology)、模体 (motifs, motives), 以及 (较次要的) 晶体 (cristaux, crystals)。这些主题是我在 1958 至 1966 年间陆续提出的。

³⁷ (致数学读者。) 扎里斯基在此方向的主要贡献在我看来是引入“扎里斯基拓扑” (topologie de Zariski, Zariski topology, 后成为塞尔在 FAC 中的关键工具)、“连通性原理” (principe de connexité, connectedness principle) 及他所谓的“全纯函数理论” (théorie des fonctions holomorphes, theory of holomorphic functions)——在他手中演变为形式概形 (schémas formels, formal schemes) 理论, 以及形式与代数间的“比较定理” (théorèmes de comparaison, comparison theorems), 其第二灵感源自塞尔的基础性文章 GAGA。至于我文中提到的塞尔贡献, 首当其冲的是他在抽象代数几何中引入层 (faisceaux, sheaves) 的观点 (该概念由让·勒雷 (Jean Leray, Jean Leray) 约十二年前在截然不同的背景下提出), 见于前述基础性文章 FAC (《相干代数层》)。

结合这些“回顾”, 若要为新几何愿景命名直接“先祖”, 奥斯卡·扎里斯基、安德烈·韦伊、让·勒雷和让-皮埃尔·塞尔的名字立即浮现。其中塞尔角色尤为特殊, 因我主要通过他不仅接触到他自身的思想, 还了解到扎里斯基、韦伊和勒雷的思想, 这些在几何新愿景的萌发与发展中都起到作用。

2.9 “魔法扇面”——或纯真

在新几何的起步与发展中，两大关键推动力是概形（schéma, scheme）和拓扑斯（topos, topos）的思想。这两者几乎同时出现，且彼此紧密共生³⁸，如同同一动力神经，推动了新几何自诞生之年起便惊艳崛起。为结束对我作品的概览，我至少得谈谈这两个思想。

概形的概念是最自然、最“显而易见”的想象，用以将此前扱手的无穷“簇”（variété, variety）（代数）概念系列统一为单一概念（每个素数对应一种概念³⁹……）。此外，单一的“概形”（或新式“簇”）为每个素数 p 孕育出一个明确定义的“特征 p 的代数簇”（variété (algébrique) de caractéristique p , (algebraic) variety of characteristic p ）。这些不同特征的簇集合可被想象为一种“（无穷）簇扇面”（éventail (infini) de variétés, (infinite) fan of varieties，每一特征对应一支）。这个“概形”便是那魔法扇面，将其在所有可能特征下的“化身”或“体现”如不同“分支”般联结起来。由此，它提供了一个有效的“过渡原则”（principe de passage, principle of passage），连接起此前看似或多或少孤立、彼此割裂的“簇”，隶属于不同的几何。如今，它们被包容于一个共同的“几何”之中，并由其联结。可以称之为概形几何（géométrie schématique, schematic geometry），这是“算术几何”（géométrie arithmétique, arithmetic geometry）最初的雏形，在随后几年中得以绽放。

概形这一思想本身简单得如童稚——如此朴素、谦卑，以至于在我之前无人想到俯身如此之低。甚至可以说，它“笨拙”得过分，尽管显而易见，许多博学的同事多年来仍觉其“不够严肃”！我独自紧锣密鼓地工作数月，才在角落里说服自己“这行得通”——这个新语言，如此“笨拙”，却因我无可救药的天真固执而坚持尝试，确实足以在新的光芒与精妙中，在一个如今共通的框架内，捕捉那些附着于先前“特征 p 几何”（géométries de caractéristique p , geometries of

³⁸这一起步发生在 1958 年，见第 23 页脚注。位点（site, site）或“格罗滕迪克拓扑”（topologie de Grothendieck, Grothendieck topology，作为拓扑斯概念的初版）紧随概形概念之后出现。它反过来为概形主题与工具的发展提供了“局部化”（localisation, localization）或“下降”（descente, descent）的新语言，在每一步中都被使用。更具内在性与几何性的拓扑斯概念在随后几年中起初隐而不显，主要自 1963 年起随着埃塔尔上同调（cohomologie étale, étale cohomology）的发展逐渐明晰，并逐渐成为我眼中最基本的概念。

³⁹这一系列还应包括 $p = \infty$ 的情形，对应“特征零的代数簇”（variétés algébriques de caractéristique nulle, algebraic varieties of characteristic zero）。

characteristic p) 的最早几何直觉。这类练习，在任何“消息灵通”者看来事先便愚蠢而无望，我恐怕是所有同事与朋友中唯一会突发奇想、甚至（受某种隐秘魔力驱使……）不顾一切坚持到底的人！

我未被周围关于“何为严肃、何非严肃”的共识牵绊，只是如以往般单纯信赖事物的低语，以及我内心那懂得倾听的部分。回报即刻到来，超乎所有期待。在这短短数月中，甚至无需“刻意为之”，我便触及了强大而未曾预料的工具。它们不仅让我如游戏般重现那些古老、艰深的成果，以更透彻的光芒超越之，还让我得以着手解决此前所有已知手段都无法触及的“特征 p 几何”问题⁴⁰。

在我们对宇宙事物（数学或其他）的认知中，那革新之力无他，正是纯真（innocence, innocence）。这是我们出生时共有的原始纯真，栖于每个人内心，却常被我们轻视，成为最隐秘恐惧的对象。唯有它将谦卑与大胆合一，让我们深入事物核心，也让事物渗入我们、浸润我们。

这种力量绝非“非凡天赋”的特权——如超常的脑力，能轻松自如地吸收与操控海量已知事实、思想和技术。此类天赋固然珍贵，对于未被如此慷慨赋予之人（如我），无疑令人艳羡，“超乎一切尺度”。

然而，跨越那些“无形而强制”的圈环——它们围困我们的宇宙——靠的不是这些天赋，也不是哪怕最炽烈的雄心辅以不懈意志。唯有纯真能穿越其间，不自知也不在意，在我们独处聆听事物、沉浸于童稚游戏的瞬间……

2.10 “拓扑学”——或迷雾中的丈量

我们刚刚看到，“概形”（schéma, scheme）的创新思想在于，它连接了与不同素数（或不同“特征”）相关的各种“几何”。然而，这些几何各自本质上仍是“离散”或“不连续”的，与过去数世纪传承下来的传统几何（追溯至欧几里得（Euclide, Euclid））形成鲜明对比。扎里斯基（Zariski, Zariski）和塞尔（Serre, Serre）引入的新思想，在某种程度上为这些几何恢复了“连续性”的维度，这一特性随即被新出现的“概形几何”（géométrie schématique, schematic geometry）继承，以统一它们。然而，对于韦伊（Weil, Weil）的“奇幻猜想”（conjectures

⁴⁰概形理论这一“强势起步”的记录，见于我 1958 年在爱丁堡国际数学家大会上的报告。该报告文本在我看来是概形观点的最佳入门之一，或许能激励几何读者勉力熟悉那部（后来的）宏大著作《代数几何基础》（Éléments de Géométrie Algébrique, Elements of Algebraic Geometry），其详尽阐述（不放过任何技术细节）了代数几何的新基础与新技术。

fantastiques, fantastic conjectures), 这仍远远不足。从这个角度看, “扎里斯基拓扑”(topologies de Zariski, Zariski topologies) 过于粗糙, 几乎像是仍停留在“离散聚合”的阶段。显然, 缺少的是某种新原则, 能将这些几何对象(或“簇”(variétés, varieties)、“概形”)与常规的“拓扑空间”(espaces topologiques, topological spaces)——即“正统”空间——联系起来。在这些正统空间中, “点”彼此清晰分离, 而在扎里斯基引入的桀骜不驯的空间中, 点却有令人困扰的黏连倾向……

显然, 正是这样一个“新原则”的出现——且非次要——才能真正促成“数”(nombre, number) 与“量”(grandeur, magnitude)、“离散几何”与“连续几何”的“联姻”, 其最初预感已从韦伊猜想中浮现。

“空间”(espace, space) 的概念无疑是数学中最古老的概念之一。它在我们“几何”认知世界中如此根本, 以至于两千多年来一直或多或少隐而不显。仅在过去一个世纪中, 这一概念才逐渐挣脱即时感知(单一包围我们的“空间”)的专制束缚及其传统(“欧几里得”)理论化, 获得自身的独立性与动态。如今, 它是数学中最普遍、最常用的几个概念之一, 恐怕没有哪位数学家不熟悉。它还是一个多形概念, 根据附着于空间的结构类型, 呈现千姿百态: 从最丰富的结构(如古老的“欧几里得结构”(structures euclidiennes, Euclidean structures)、“仿射结构”(structures affines, affine structures)和“射影结构”(structures projectives, projective structures), 或其推广与柔化的“代数结构”中的“簇”), 到最简朴的结构——一切“量的”信息似乎无迹可寻, 仅剩“邻近”(proximité, proximity)或“极限”(limite, limit)概念的质性精髓⁴¹, 以及形式直觉的最飘忽版本(即“拓扑”形式)。在这些概念中, 最简朴的——过去半个世纪中作为包容所有其他概念的广阔概念母体——是“拓扑空间”(espace topologique, topological space)。研究这些空间构成了几何学中最迷人、最活跃的分支之一: 拓扑学(topologie, topology)。

尽管乍看之下, 这种由“拓扑空间”体现的“纯质”结构看似飘忽, 因缺乏任何量的信息(如两点间距离)而无法依托我们熟悉的“大小”直觉, 但在过去一个世纪中, 人们已通过精心“量身定制”的严密而灵活语言, 精妙地捕捉这些空间。更妙的是, 人们从无到有发明并打造出种种“尺”或“丈”, 不顾一切地为这些看似如迷雾般不可捉摸的庞大“空间”附上某种“度量”(称为“拓扑不

⁴¹说到“极限”, 我这里主要指“趋向极限”(passage à la limite, passing to the limit), 而非数学家更熟悉的“边界”(frontière, boundary)。

变量”(invariants topologiques, topological invariants))。诚然, 这些不变量中大多数, 尤其是最核心的, 其本质远比单纯的“数”或“量”微妙——它们本身是或多或少精致的数学结构, 通过或多或少复杂的构造附着于所考察的空间。其中最古老、最关键的不变量之一, 由意大利数学家贝蒂(Betti, Betti)于上世纪引入, 是与空间关联的多个“上同调群”(groupes de cohomologie, cohomology groups)或“空间”⁴²。正是这些不变量(多隐于字里行间, 诚然如此)构成了韦伊猜想的深层“存在理由”, 赋予其完整意义(至少对我而言, 在塞尔解释的“浸润”下)。但能否将此类不变量关联至猜想中的“抽象代数簇”, 以满足其苛刻需求, 这仅是希望。我怀疑除塞尔与我之外, 无人真正相信(甚至韦伊本人尤其不信!⁴³)……

不久前, 让·勒雷在战时德国 captivity 中(四十年代前半期)继续的研究,

⁴²实际上, 贝蒂引入的是同调(homologie, homology)不变量。上同调是其大致等价的“对偶”版本, 引入时间晚得多。这一面向之所以后来居上(尤其在让·勒雷(Jean Leray, Jean Leray)引入层(faisceaux, sheaves)观点后), 可能因其技术优势。从技术角度看, 我作为几何学家的大部分工作在于发掘并深入发展各类空间与簇——尤其是“代数簇”(variétés algébriques, algebraic varieties)与概形——所需的上同调理论。在此过程中, 我也用上同调术语重新诠释传统同调不变量, 使其焕然一新。

拓扑学家还引入了许多其他“拓扑不变量”, 以捕捉拓扑空间的各类特性。除“维数”(dimension, dimension)与(上)同调不变量外, 首批其他不变量是“同伦群”(groupes d'homotopie, homotopy groups)。我在1957年引入另一个不变量——“格罗滕迪克群”(groupe de Grothendieck, Grothendieck group) $K(X)$, 它立即大获成功, 其在拓扑学与算术中的重要性持续得到确认。

我还在“适度拓扑”(topologie modérée, moderate topology)计划中预见了一批新不变量, 比现有已知不变量更微妙但在我看来更根本。其粗略草图见《计划草图》(Esquisse d'un Programme, Sketch of a Program), 将收录于《反思》(Réflexions, Reflections)第四卷。该计划基于“适度理论”(théorie modérée, moderate theory)或“适度空间”(espace modéré, moderate space)概念, 类似于拓扑斯(topos, topos), 是“空间”概念的(第二次)蜕变。它比拓扑斯更显而易见(我认为), 但不如后者深刻。我预见其对“狭义拓扑学”的直接影响将更为显著, 将通过深刻转变几何拓扑学家工作的概念框架, 彻底革新其“技艺”。(如同概形观点引入代数几何时的情况。)我曾将《计划草图》寄给几位老友及著名拓扑学家, 但似乎未能引起任何兴趣。

⁴³矛盾的是, 韦伊对上同调形式主义有种顽固、近乎本能的“障碍”——尽管他的著名猜想在很大程度上启发了1955年起代数几何中宏大上同调理论的发展(以塞尔1955年基础性文章FAC(《相干代数层》)(Faisceaux algébriques cohérents, Coherent Algebraic Sheaves))为开端, 已在前注提及)。

我认为, 这一“障碍”是韦伊对一切“繁琐杂物”的普遍厌恶的一部分, 反感任何无法浓缩于几页的形式主义或稍显复杂的“构造”。他显然不是“建造者”, 在三十年代发展“抽象”代数几何初步基础时, 显然违背其意愿, 这些基础对他而言(鉴于此性情)成了名副其实的“普洛克路斯忒斯之床”(lit de Procruste, Procrustean bed)。

我不知他是否因我超越其框架、投身建造宏大居所而心生怨意——这些居所让克罗内克(Kronecker, Kronecker)与他的梦想化为精妙有效的语言与工具。无论如何, 他从未对我从事或完成的工作发表只言片语。我三个多月前寄给他《收获与播种》(Récoltes et Semailles, Harvests and Sowings), 附上我手写的热情献词, 也未收到任何回音。

深刻丰富并更新了我们对于上同调不变量的理解。其核心创新思想是空间上的（阿贝尔）层（faisceau abélien, abelian sheaf），勒雷为之关联了一系列对应的“上同调群”（groupes de cohomologie, cohomology groups，称“以此层为系数”）。这仿佛将我们此前丈量空间的单一“标准上同调尺”骤然化为无数新“尺”，大小、形态、材质各异，每一把都与空间亲密贴合，各以独有方式传递精确信息。这是本世纪最关键的思想之一，深刻转变了我们对各类空间的理解。尤其通过让-皮埃尔·塞尔后续工作，勒雷思想在问世后的十年内初结硕果：一是拓扑空间理论（特别是其“同伦”不变量，与上同调密切相关）的惊人重启；二是“抽象”代数几何的同样重要的重启（以塞尔 1955 年基础性文章 FAC 为标志）。我自 1955 年起的几何工作延续了塞尔的研究，从而也承接了勒雷的创新思想。

2.11 “拓扑斯”——或双人床

让·勒雷（Jean Leray, Jean Leray）引入的层（faisceaux, sheaves）观点与语言，使我们得以用新的光芒审视各类“空间”（espaces, spaces）和“簇”（variétés, varieties）。然而，它们并未触及“空间”概念本身，仅让我们以新颖的目光更精妙地理解那些早已为众人熟知的传统“空间”。然而事实证明，这一空间概念不足以表达“抽象代数簇”（variétés algébriques abstraites, abstract algebraic varieties，如韦伊（Weil, Weil）猜想所涉及者）乃至更广义“概形”（schémas, schemes，概化了旧式簇）的“形式”（forme, form）所依赖的最核心“拓扑不变量”（invariants topologiques, topological invariants）。对于期待中的“数”（nombre, number）与“量”（grandeur, magnitude）的“联姻”，这就像一张过于狭窄的床，或许能勉强容纳一位未来配偶（即新娘），却绝无可能同时容纳两人！那尚待发现的“新原则”，要实现吉祥仙子预言的联姻，恰恰是这对未来夫妇所缺的“宽敞之床”——而此前，竟无人察觉这一缺失……

这张“双人床”随着拓扑斯（topos, topos）思想的出现而现身（仿佛魔杖一挥……）。这一思想以共同的拓扑直觉，包容了传统“拓扑空间”（espaces topologiques, topological spaces）——体现连续量世界的代表，以及那些冥顽不化的抽象代数几何学家眼中的（所谓）“空间”或“簇”，乃至无数其他结构类型——这些结构此前似乎被牢牢钉死在“算术世界”（monde arithmétique, arithmetic world）的“离散”或“不连续”聚合之中。

层 (faisceaux, sheaves) 的观点是那沉默而可靠的向导，是那有效且毫不神秘的钥匙，引领我毫不迟疑、无需绕道，直抵那宽敞双人床所在的婚房。这张床如此宽广（宛如一条深邃宁静的大河……），以至于

“国王的所有骏马
都能齐聚饮水……”

——正如一首古老歌谣所唱，你必定也曾唱过，或至少听过。而那最早唱响此曲之人，比我昔日的任何博学学生与朋友，都更深切地感受到拓扑斯隐秘的美感与宁静的力量……

这把钥匙在最初的临时方法（通过极为便利却非内在的“位点” (site, site) 概念）与拓扑斯方法中始终如一。现在，我想试着描述拓扑斯的思想。

设想一个给定“拓扑空间” (espace topologique, topological space) 上所有层 (faisceaux, sheaves) 的集合，或者，若你愿意，这支由所有丈量此空间的“尺”组成的惊人军械库⁴⁴。我们将这一“集合”或“军械库”视为具备最显而易见的结构，若可用直觉形容，便是“显而易见”的结构，即所谓“范畴” (catégorie, category) 的结构。（非数学读者无需因不熟悉此术语的技术含义而不安，后文无需此知识即可理解。）这一“超丈量结构”，称为“层范畴” (catégorie des faisceaux, category of sheaves, 基于所考察的空间)，从今往后将被视为体现空间最本质特征的存在。这在“数学常识”中是正当的，因为我们发现，可以通过这一“层范畴”（或丈量军械库）完全重构一个拓扑空间⁴⁵。（验证这一点是个简单练习——当然，前提是问题已被提出……）这足以让我们确信，若出于某种原因需要，我们可“忘却”初始空间，仅保留并使用与之关联的“范畴”（或“军械库”），将其视为表达“拓扑结构” (structure topologique, topological structure) 或“空间性” (spatialité, spatiality) 的最佳化身。

如数学中常有的情形，我们在此借助“层” (faisceau, sheaf) 或“上同调尺” (mètre cohomologique, cohomological meter) 的关键思想，成功将某一概念

⁴⁴（致数学读者）严格来说，此处指的是集合层 (faisceaux d'ensembles, sheaves of sets)，而非勒雷引入的阿贝尔层 (faisceaux abéliens, abelian sheaves)，后者作为最广义系数用于构造“上同调群” (groupes de cohomologie, cohomology groups)。我相信自己是首个系统研究集合层的人（自1955年起，见我在堪萨斯大学发表的文章《带结构层的纤维空间通论》(A général theory of fibre spaces with structure sheaf)）。

⁴⁵（致数学读者）严格来说，这仅对所谓“清醒空间” (espaces sobres, sober spaces) 成立。但此类空间几乎涵盖了常见的所有空间，尤其是分析家珍视的“分离空间” (espaces séparés, separated spaces)。

（此处为“空间”）转化为另一概念（即“范畴”）来表达。每当我们发现一种概念（对应某种情境）可被翻译为另一种概念（对应另一情境）时，这种意外汇合便丰富了对二者的理解——通过各自独特直觉的交融。于是，此处一种“拓扑”情境（由给定空间体现）被翻译为一种“代数”情境（由“范畴”体现）；或者说，空间所体现的“连续性”被“范畴结构”——一种“代数”性质（此前被视为本质上“离散”或“不连续”）——所“翻译”或“表达”。

但在此处，更进一步。第一个概念，即“空间”，看似已是某种“极广”概念——如此一般化，难以想象还能合理扩展。而通过镜子的另一侧⁴⁶，我们发现，从拓扑空间出发所得的这些“范畴”（或“军械库”）具有极为特殊的性质。它们拥有一组高度鲜明的特性⁴⁷，仿佛是对最简单范畴——由单点空间所得者——的某种“仿作”。由此，新式“空间”（或拓扑斯），作为传统拓扑空间的推广，可简单描述为一个“范畴”，它未必源于普通空间，却具备所有这些优良特性（当然需一次性明确指定）——即“层范畴”的特性。

* *
*
*

这就是新思想。其出现可视为一种近乎童稚观察的自然结果：拓扑空间中真正重要的，不是其“点”或点的子集⁴⁸，以及它们间的邻近关系等，而是其上的层（*faisceaux*, *sheaves*）及其形成的范畴。我不过将勒雷的原始思想推向极致——随后迈出这一步。

如勒雷的层（*faisceaux*, *sheaves*）思想、概形（*schémas*, *schemes*）思想一样，作为颠覆固有视野的“伟大思想”，拓扑斯（*topos*, *topos*）以其自然、“显而易见”的特质令人困惑。其简朴（近乎天真或简单，甚至因那独特品质显得“笨拙”），常使我们惊呼：“哦，不过如此！”——语调半是失望，半是羡慕；或许还隐含一丝“异想天开”或“不严肃”的意味，常用于评判那些因出乎意料的简朴

⁴⁶此处“镜子”如《爱丽丝漫游奇境》（*Alice au pays des merveilles*, *Alice in Wonderland*）中的意象，指将空间置于其前，映出关联的“范畴”，作为空间在“镜子另一侧”的“双重”……

⁴⁷（致数学读者）此处主要指我在范畴论中引入的“精确性性质”（*propriétés d'exactitude*, *exactness properties*），连同现代范畴意义上的“广义归纳与投射极限”（*limites inductives et projectives générales*, *general inductive and projective limits*）概念。见《论同调代数的若干要点》（*Sur quelques points d'algèbre homologique*, *On Some Points of Homological Algebra*），《东北数学杂志》（*Tohoku Math. Journal*），1957年，第119-221页。

⁴⁸因此，可构造出“极大”的拓扑斯，仅有一个“点”，甚至完全无“点”！

而令人迷惘的事物。它们或许唤起我们早已埋藏并否认的童年时光……

2.12 “空间概念的蜕变”——或气息与信念

“概形” (schéma, scheme) 概念是对“代数簇” (variété algébrique, algebraic variety) 概念的极大拓展, 因此彻底革新了我前辈传承的代数几何 (géométrie algébrique, algebraic geometry)。“拓扑斯” (topos, topos) 概念则构成了“空间” (espace, space) 概念意想不到的延伸, 更确切地说, 是一场蜕变。由此, 它带来了拓扑学 (topologie, topology) 乃至更广义几何 (géométrie, geometry) 类似革新的希望。事实上, 它已在新几何 (géométrie nouvelle, new geometry) 的兴盛中扮演了关键角色 (尤其通过其衍生的 ℓ -进 (ℓ -adique, ℓ -adic) 与晶体 (cristallin, crystalline) 上同调主题, 并通过这些主题, 助力韦伊 (Weil, Weil) 猜想的证明)。如同其年长且近乎孪生的姊妹, 它具备一切丰饶推广所需的两种互补特质, 具体如下。

首先, 新概念不过于宽泛。这意味着, 在这些新“空间” (更愿称之为“拓扑斯”, 以免刺痛敏感的耳朵⁴⁹) 中, 那些对昔日经典空间熟稔的最核心“几何”直觉与构造⁵⁰, 可或多或少自然地移植。换言之, 新对象继承了旧式对象独有的丰富意象与联想、概念及至少部分技术。

其次, 新概念又足够宽广, 能包容大量此前未被视为具有“拓扑-几何”直觉的情境——正是过去专属于普通拓扑空间 (且有其理由) 的直觉。

在此, 对于韦伊猜想的关键在于, 新概念确实足够宽广, 使我们能为每个“概形”关联一个这样的“广义空间”或“拓扑斯” (称为该概形的“埃塔尔拓扑斯” (topos étale, étale topos))。此拓扑斯的某些“上同调不变量” (invariants cohomologiques, cohomological invariants, 极为“简单”!) 似乎颇有望提供“所需之物”, 以完整阐释这些猜想, 甚至 (谁知道呢!) 提供证明的手段。

⁴⁹ “拓扑斯” (topos, topos) 之名 (与“拓扑学” (topologie, topology) 或“拓扑” (topologique, topological) 关联) 被选中, 以暗示其为拓扑直觉适用的“卓越对象”。通过此名唤起的丰富意象云团, 应视其或多或少等同于“空间” (拓扑空间) (espace topologique, topological space), 只是更强调概念的“拓扑”特异性。(因此, 有“向量空间” (espaces vectoriels, vector spaces), 但迄今无“向量拓扑斯”!) 保留这两个术语并用, 各具特质, 实属必要。

⁵⁰ 这些“构造”中, 尤包括所有熟悉的“拓扑不变量” (invariants topologiques, topological invariants), 如上同调不变量 (invariants cohomologiques, cohomological invariants)。为赋予后者适用于任何“拓扑斯”的意义, 我已在早前提及的文章 (《东北》 (Tohoku), 1955) 中做了充分准备。

在我撰写的这些篇章中，作为数学家生涯中首次，我得以悠然回溯（哪怕仅对自己）我数学作品中的主导主题与伟大指导思想。这让我更清晰地评估每个主题及其体现的“观点”在统一它们的宏大几何愿景中的位置与意义。正是在此工作中，新几何那初萌却有力的兴盛中两大神经中枢般的创新思想——“概形”思想与“拓扑斯”思想——得以光芒毕现。

如今在我眼中，这两者中，“拓扑斯”思想更显深刻。若五十年代末，我未曾卷起袖子，日复一日顽强钻研，历经十二载春秋，打造出精妙而强大的“概形工具”——我仍觉几乎不可思议的是，在随后十至二十年间，竟无他人最终按捺不住引入这显然势在必行的概念（即便违背其意愿），并至少草草搭建几座老旧的“预制棚屋”，若非我亲手逐石垒砌的宽敞舒适居所。然而，在过去三十年的数学舞台上，我看不到他人具备那份天真或纯真，能代我迈出这至关重要的一步，引入如此童稚的“拓扑斯”思想（或哪怕仅“位点”（sites, sites）概念）。即便此思想已慷慨奉上，携其看似羞涩的希望——我亦看不到昔日朋友或学生中，有谁具备那份气息，更遑论信念，去将这谦卑思想⁵¹（看似微不足道，而目标遥不可及……）从最初的蹒跚起步，带向“埃塔尔上同调掌握”的成熟境界——这思想最终在我手中，在随后岁月里得以化身。

2.13 “国王的所有骏马……”

是的，这条河深邃无比，我童年的水域广阔而宁静，在一个我以为早已离弃的王国里。国王的所有骏马都能齐聚畅饮，尽兴而归，且水源永不枯竭！它们源自冰川，炽热如遥远的雪原，却又带着平原黏土的柔和。我刚提到其中一匹马，一个孩子牵它来饮水，它悠长地喝了个够。我还看到另一匹循着——或许是同一个孩子——的足迹前来，匆匆饮了一口便离去。有人定是将它驱赶了。仅此而已，可说无多。然而，我眼前浮现出无数饥渴的马群，在平原上徘徊——就在今晨，

⁵¹（致数学读者）我所谓“将这谦卑思想推向终点”，指的是以埃塔尔上同调（cohomologie étale, étale cohomology）作为韦伊猜想的进路。受此启发，我于1958年发现“位点”（site, site）概念，而此概念（或极相近的“拓扑斯”概念）及埃塔尔上同调形式体系，在1962至1966年间，在我的推动下（与几位将在后文提及的合作者协助下）得以发展。

我提及的“气息”与“信念”，是“非技术性”的品质，在此却显得至关重要。在另一层面，我可补充所谓“上同调嗅觉”（flair cohomologique, cohomological flair），即我在构建上同调理论时培养的那种直觉。我曾以为已将其传授给我的上同调学生。十七年后，退出数学界回望，我发现无人保留此嗅觉。

它们嘶鸣将我从床上惊醒，时间早得不合常理。我年近六十，喜好安宁，却无可奈何，只得起身。见它们瘦骨嶙峋如老马，我心生怜悯，明明好水充足，绿草丰茂。可这片我记忆中热情好客的土地，仿佛中了恶毒的魔咒，封锁了通往丰饶水源的路。或许是当地马贩子搞的鬼，想压低价格，谁知道呢？又或者，这是个再无孩子引领马儿饮水的国度，马儿渴盼，只因没有小童寻回通往河边的路……

2.14 “模体”——或心中的核心

“拓扑斯”（topos, topos）主题源于“概形”（schémas, schemes）主题，二者同年问世，但其广度远远超越母题。若说“概形”主题是新几何（géométrie nouvelle, new geometry）的核心，那么“拓扑斯”主题则是其外壳，或居所。它是我构想出的最广阔之物，以一种富含几何共鸣的语言，精妙捕捉来自数学浩瀚宇宙不同区域、看似遥远的情境所共有的“本质”（essence, essence）。在这深邃的“床”或“河流”中，几何与代数、拓扑学（topologie, topology）与算术（arithmétique, arithmetic）、数学逻辑（logique mathématique, mathematical logic）与范畴论（théorie des catégories, category theory）、连续世界与“离散”或“不连续”结构世界得以联姻。

然而，“拓扑斯”主题远未如“概形”主题那般广受青睐。我在《收获与播种》（Récoltes et Semailles, Harvests and Sowings）中多次提及此事，此处不宜细述这一概念遭遇的奇特波折。即便如此，新几何的两大主导主题——互补的“上同调理论”（théories cohomologiques, cohomological theories），皆为韦伊（Weil, Weil）猜想而设计——仍源自“拓扑斯”：即“埃塔尔”（étale, 或“ ℓ -进”， ℓ -adic）主题与“晶体”（cristallin, crystalline）主题。前者在我手中化为“ ℓ -进上同调工具”（outil cohomologique ℓ -adique, ℓ -adic cohomological tool），现已成为本世纪最有力的数学工具之一。至于“晶体”主题，在我离去后近乎隐秘存在，最终于1981年6月，在需求压力下被挖掘，重现于聚光灯下，却以借名登场，其周遭情境较“拓扑斯”更显诡异。

“ ℓ -进上同调工具”如预期，成为确立韦伊猜想的关键。我亲手证明了其中不少，最后一步由我最杰出的“上同调”学生皮埃尔·德利涅（Pierre Deligne, Pierre Deligne）在我离去三年后，以卓越技艺完成。

约在1968年，我提出了韦伊猜想的一个更强、更具“几何”意味的版本。原

猜想似仍带有无法消减的“算术”痕迹（若可如此说！），而其精神恰在于通过“几何”（或“连续”）中介表达并捕捉“算术”（或“离散”）⁵²。在此意义上，我提炼的版本较韦伊本人更忠于“韦伊哲学”——那未成文且罕被言明的哲学，或许是过去四十年几何惊人发展的主要隐秘动力⁵³。我的重述主要在于，从经典“霍奇理论”（*théorie de Hodge*, *Hodge theory*）——适用于“普通”代数簇⁵⁴——中提炼出适用于“抽象”代数簇的“精髓”（*quintessence*, *quintessence*）。我称此全然几何的新版本为“标准猜想”（*conjectures standard*, *standard conjectures*, 针对代数循环）。

在我看来，这是在发展“ ℓ -进上同调工具”后，向猜想迈出的新步。但更重要的是，它也是通向我认为最深刻数学主题——“模体”（*motifs*, *motives*, 源于“ ℓ -进上同调”主题）——的可能进路之一⁵⁵。若“概形”主题是新愿景的核心，“模体”则是其心或魂，最隐秘、最难窥见的部分。“标准猜想”中提炼的几个关键现象⁵⁶，可视为“模体”主题的终极精髓，是这至微主题的“生命气息”，新几何“心中的核心”。

大体而言，情况如下。为给定素数 p ，构造“特征 p 代数簇”（*variétés algébriques de caractéristique p* , *algebraic varieties of characteristic p* ）的“上同调理论”（*théories cohomologiques*, *cohomological theories*）至关重要（尤其针对韦伊猜想）。著名的“ ℓ -进上同调工具”恰提供此类理论，甚至无穷多种——即对每个不同于 p 的素数 ℓ 各一。显然，仍缺一种理论，对应 $\ell = p$ 的情形。为此，我特意设想了另一“晶体上同调”（*cohomologie cristalline*, *crystalline cohomology*）理论（前文已提及）。此外，当 p 为无穷时，还有三种上同调理论可用⁵⁷——且不排除迟早需引

⁵²（致数学读者）韦伊猜想受限于“算术”性质假设，因所涉簇需定义于有限域上。在上同调形式体系中，这使弗罗贝尼乌斯（*Frobenius*, *Frobenius*）自同态占据特殊地位。我的进路中，关键性质（如“广义指数定理”类型）涉及任意代数对应，无需预设基域的算术假设。

⁵³然而，我 1970 年离去后，出现明显反弹，导致相对停滞，我在《收获与播种》中多次提及此况。

⁵⁴“普通”指“定义于复数域上”。霍奇理论（即“调和积分理论”）是复代数簇背景下最有力的上同调理论。

⁵⁵此为我 1950 至 1969 年“公开”数学活动中——即至退出数学界前——最深刻主题。我视 1977 年起发展的阿贝尔代数几何（*géométrie algébrique anabélienne*, *anabelian algebraic geometry*）与伽罗瓦-泰希米勒理论（*théorie de Galois-Teichmüller*, *Galois-Teichmüller theory*）为同等深度。

⁵⁶（致代数几何读者）或需重述这些猜想。详见《工地巡览》（*Le tour des chantiers*, *The Tour of the Workyards*）（《收获与播种》第四卷，注释 178，页 1215-1216）及《信念与知识》（*Conviction et connaissance*, *Conviction and Knowledge*）（《收获与播种》第三卷，注释 162，页 769）的脚注。

⁵⁷（致数学读者）分别对应贝蒂上同调（*cohomologie de Betti*, *Betti cohomology*，通过基域嵌入复数域以超限方式定义）、霍奇上同调（*cohomologie de Hodge*, *Hodge cohomology*，由塞尔（*Serre*），

入具类似形式性质的新理论。与普通拓扑学不同，此处面对的是令人困惑的多种上同调理论。直觉强烈暗示，这些理论在某种尚模糊的意义上“殊途同归”，“结果一致”⁵⁸。为表达不同上同调理论间的“亲缘”直觉，我提炼出与代数簇关联的“模体”（motif, motive）概念。此术语意在暗示，它是借助一切可能上同调理论所得多种上同调不变量的“共同动机”（motif commun, common motif）或“共同理由”（raison commune, common reason）。这些上同调理论如同基于同一“基础模体”（即“模体上同调理论”（théorie cohomologique motivique, motivic cohomology theory））的不同主题演绎，各具“节奏”、“调性”与“调式”（“大调”或“小调”），而此基础模体同时是所有这些“主题化身”（即可能的上同调理论）中最基本、最精微者。于是，代数簇关联的模体构成其“终极”“卓越”的上同调不变量，其他所有不变量（依不同上同调理论而定）皆由此衍生，如同多种“音乐化身”或“实现”。簇上同调的一切本质属性，皆可于对应模体上“读取”（或“聆听”），故特定上同调不变量（如 ℓ -进或晶体）的熟悉属性与结构，仅是模体内在属性与结构的忠实映照⁵⁹。

这以非技术性的音乐隐喻表达了一念的精髓——仍具童稚单纯，却精妙而大胆。我在 1963-1969 年间，在更紧迫的基础任务之余，发展此念，称其为“模体理

Serre）定义）及德拉姆上同调（cohomologie de De Rham, De Rham cohomology, 由我定义），后两者始于五十年代（贝蒂上同调则始于上世纪）。

⁵⁸（致数学读者）例如，若 f 为代数簇 X 的自同态，诱导上同调空间 $H^i(X)$ 的自同态，其“特征多项式”应具整数系数，不依赖特定上同调理论（如 ℓ -进， ℓ 可变）。对一般代数对应亦然，当 X 为真且光滑时。可悲的是（这也反映了我离去后特征 $p > 0$ 代数簇上同调理论的荒废），至今未获证明，即便在 X 为射影光滑曲面且 $i = 2$ 的特例中。据我所知，我离去后无人关注这一标准猜想相关的关键问题。时尚裁定，唯一值得关注的自同态是弗罗贝尼乌斯自同态（德利涅（Deligne, Deligne）曾以有限手段单独处理）。

⁵⁹（致数学读者）另一视角是将域 k 上的模体范畴视为 k 上有限型分离概形范畴的“包络阿贝尔范畴”。关联于此类概形 X 的模体（或“模体上同调”（cohomologie motivique, motivic cohomology），记为 $H_{\text{mot}}^*(X)$ ）如同 X 的“阿贝尔化身”。关键在于，如代数簇 X 可“连续变化”（其同构类依连续“参数”或“模”而变），其关联模体（或更广义的“可变模体”）亦然。这与除复代数簇霍奇上同调外的所有经典上同调不变量形成鲜明对比。

这表明“模体上同调”捕捉 X 的“算术形式”（forme arithmétique, arithmetic form, 此表达虽冒险）远比纯拓扑不变量精妙。在我对模体的愿景中，它们是连接 X 代数-几何属性与“算术”属性的隐秘而精巧“纽带”，后者由模体体现。模体本质为“几何”对象，却将依附于几何的“算术”属性“剥露无遗”。

故模体是我迄今为代数簇关联的最深刻“形式不变量”，除其“模体基本群” π_1 及我近期视为“模体同伦类型”（type d'homotopie motivique, motivic homotopy type）“影子”的另一不变量外（后者尚待描述，我在《工地巡览——或工具与愿景》（Le tour des chantiers - ou outils et vision, The Tour of the Workyards - or Tools and Vision）（《收获与播种》第四卷，注释 178，第五章“模体”）中提及，尤见页 1214）。后者似为代数簇“算术形式”（或“模体形式”）飘忽直觉的最完美化身。

论”(théorie des motifs, theory of motives)或“模体哲学(或瑜伽)”(philosophie (ou yoga) des motifs, philosophy (or yoga) of motives)。此理论结构丰饶迷人,大部仍属猜想⁶⁰。

我在《收获与播种》中多次谈及这“模体瑜伽”,它尤为我心所系。此处不赘述他处之言。只需说,“标准猜想”自此瑜伽自然流出,同时为模体概念的一种可能构造提供进路。

这些猜想在我看来——至今如此——是代数几何两大最根本问题之一。另一同样关键问题(“奇点消解”(résolution des singularités, resolution of singularities))与此均未解决。若后者百年如一日被视为崇高而艰巨,前者——我有幸提炼者——却在我退出数学界后,被时尚武断裁定(连同“模体”主题⁶¹)为“可亲的格罗滕迪克骗局”(fumisterie grothendieckienne, Grothendieckian hoax)。然我又提前言及了……

2.15 “发现母亲”——或双重面向

实话说,我对韦伊(Weil, Weil)猜想本身的思考及其证明,始终断续。眼前逐渐展开的图景,我尽力探察与捕捉,其广度与深度远超任何证明的假想需求,甚至超越这些著名猜想最初揭示的一切。随着“概形”(schémas, schemes)主题与“拓扑斯”(topos, topos)主题的浮现,一个崭新而未曾预料的世界骤然开启。“猜想”在其中居核心地位,诚然,宛如广袤帝国或大陆的首都,周围环绕无数省份,但大多与这耀眼尊贵之地仅存遥远关联。我从未自言,却深知自己已成为一项伟大使命的仆人:探索这浩瀚未知的世界,领会其轮廓直至最远边界;同时,遍历并以顽强而有条理的细心清点最邻近、最易触及的区域,绘制忠实精准的地图,连最小村落与茅舍皆有其位……

尤是这后一工作,耗费我最多精力——一项耐心而宏大的奠基工程,唯我清晰洞见,更由“肺腑之感”领会。它占据了我1958年(“概形”与“拓扑斯”主题接连问世之年)至1970年(我退出数学界之年)间绝大部分时光。

⁶⁰那些年,我向愿闻者阐述模体愿景,未费笔墨出版(忙于他务服务众人)。这后使某些学生在我老友熟知且温柔注视下更自在地“掠取”(见后脚注)。

⁶¹实则此主题于1982年(晶体主题后一年)以原名复出(仅限特征零基域的狭义形式),未提工匠之名。此为我离去后多主题被视为“格罗滕迪克奇想”埋葬、后由学生于十至十五年间逐一挖掘的例证,他们谦逊自豪,未提工匠(无需赘言)。

我常为此受缚而暗自焦躁，仿佛被顽强黏滞的重担牵制，这些无尽任务，在洞悉本质后，于我更似“杂务”，而非投身未知的豪情。我须时时抑住前冲的冲动——那开拓者或探险家的渴望，奔向未知无名的世界，它们不断召唤我去认识与命名。这冲动及其投入的精力（几近偷取！），始终仅得微薄份额。

然而，我心底深知，这偷来的能量，才是稀有而精妙之本质——我数学工作的“创造”，首要在此：在那炽烈专注中，探寻温暖丰饶的孕育母体，其幽暗、无形、湿润的褶皱里，初现尚未诞生的形迹与轮廓，它们似在呼唤我，欲成形、化身、诞生……在发现之旅中，这炽烈专注与热切关怀是根本之力，恰如太阳之暖，催动深埋滋土的种子暗中孕育，谦卑而奇迹般绽放于日光之下。

在我数学工作中，我尤见两种深邃之力或冲动并存，其性似异。为喻此二者，我用了“建造者”与“开拓者”或“探险家”的意象。并置观之，二者骤显甚“阳”、甚“雄性”，乃至“刚霸”！它们带有神话的傲然回响，或“盛大场合”的共鸣。无疑，它们受我昔日“英雄式”创造观的遗迹启发，那极“阳”之见。此态呈现的图景浓烈偏颇，甚至僵硬，“立正肃立”，远不及真实那般流畅、谦卑、简朴——不及那活泼的真实。

在“建造者”这雄性冲动中——似无休止催我开启新工地——我却也辨出“居者”之情：那深系“家”之人。首先，那是“他的”家，亲近之所——他自感隶属的亲密活体之地。其次，随“亲近”圈扩展，才成为“众人的家”。在这“造屋”冲动中（如同“做爱”……），首要还有柔情。有与材料逐一接触的冲动，以爱意塑形，唯此爱之触方真知其性。墙立、梁置、屋顶盖就后，有深沉满足于逐室安顿，眼见厅堂、卧房、小间渐成和谐的活屋秩序——美观、迎人、宜居。因家，于我们每人内心深处，皆为母亲——环绕与庇护我们，既是避所又是慰藉；或许（更深层，即便我们正全力建造），它也是我们的源头，曾在出生前那永忘之时庇护与滋养我们……它亦是“怀抱”（Giron, Womb）。

先前自发浮现的意象，欲超越“开拓者”的显赫称谓，触及它掩藏的真实，亦无一丝“英雄”气息。那仍是母性之原型——“母体”（matrice, matrix）的滋养及其幽暗无形的辛劳……

这两股看似“性异”的冲动，终比我所想更近。二者皆为“接触冲动”（pulsion de contact, impulse of contact），引我们会“母亲”（la Mère, the Mother）：那既体现“亲近”“已知”，又体现“未知”之存在。任由任一冲动牵引，皆是“重会母亲”。既更新与“亲近”“略知”之物的联系，又触及“遥远”“未知”却隐约

预感、即将显露之物。

此间差异在色调与比重，而非本质。“建屋”时，“已知”主调；“探索”时，“未知”领衔。这两种发现“模式”，或更恰当说，同一过程或工作的双面，相辅相成，缺一不可。在我数学工作中，我察觉这两种进路间——或其主导的时段间——有恒常往复⁶²。但显然，每刻二者皆在。建构、布置，或清扫、整理、归序时，“阳”或“雄性”面向定调；摸索探寻那不可捉、未成形、无名之物时，我为“阴”或“雌性”一面。

我不欲贬抑或否认我本质之任一面，二者皆不可或缺——“雄性”建构与孕生，“雌性”孕育与庇护幽暗缓慢的孕育。我兼具二者——“阳”与“阴”，“男”与“女”。但我也知，创造过程最精妙、最轻灵之本质，在“阴”“雌性”面向——那谦卑、幽暗、常貌不惊人的一面。

自始，我信此面向对我诱力最强。然通行共识却催我将大半精力投于另一面，那化身并彰显于有形“产物”——乃至完竣、轮廓分明的产物，以雕石之明证宣示其真实……

回望，我清楚见这些共识如何压我，我也如何“顺受其重”——柔韧地！至我离去，“构思”或“探索”部分确受限微薄份额。然回顾我数学家之作，最本质与力量赫然源自如今被忽视——甚至遭嘲笑或傲慢轻蔑——的此面：即“理念”(*idées, ideas*)，乃至“梦”(*rêve, dream*)，绝非“结果”(*résultats, results*)。于此页试图圈定我为时代数学献上的最要之物，以览森林而非驻足树木的目光——我未见“伟大定理”功绩簿，而是一扇活泼的丰饶理念之谱⁶³，皆共赴同一宏大愿景。

⁶²我论数学工作的此言，亦适用于“冥想”(*méditation, meditation*)工作(《收获与播种》中多处提及)。我无疑认为，这在一切发现工作中皆现，包括艺术家(例如作家或诗人)之作。我述之“双面向”(*versants, slopes*)，亦可视为一为“表达”及其“技术”需求，一为“接收”(种种感知与印象)，因炽烈专注化为灵感。二者每刻皆存，其间有恒常“往复”，在某者主导之时与彼者主导之时间。

⁶³我作中不乏所谓“伟大定理”，包括解决前人未解之问(《海涨……》(*La mer qui monte...*, *The Rising Sea*)注释(《收获与播种》第三卷，注释122，页554)中回顾若干)。然如我于此“漫步”初(《观点与愿景》(*Points de vue et vision, Viewpoints and Vision*), 注释6)所述，这些定理唯在丰饶主题——由“丰饶理念”启始——的滋养语境中，方具全义。其证明遂如泉涌，无阻无碍，自主题之性与“深度”流出——如河浪柔然生于水深，无断无劳。我于前述《海涨……》中，以他喻表达同义。

2.16 “孩子与母亲”

当这“前言”(avant-propos, preface)开始转为一场漫步,穿越我作为数学家的毕生之作,伴着我“继承者”(héritiers, heirs, 正统者)与“建造者”(bâtisseurs, builders, 不改初衷者)的简短议论,一个未成形的前言命名也随之浮现:它应是“孩子与建造者”(L'enfant et le bâtisseur, The Child and the Builder)。随后几日,越发清晰的是,“孩子”(l'enfant, the child)与“建造者”(le bâtisseur, the builder)乃同一人。于是,这名字简化为“建造之子”(L'enfant bâtisseur, The Builder Child)。这名字,凭心而论,不失气度,正合我意!

然而,反思揭示,那高傲的“建造者”,或(更谦逊些)那嬉戏建屋的孩子,仅是那玩耍之子(enfant-qui-joue, child-who-plays)的一面,而此子有双面。还有那爱探物之子(enfant-qui-aime-à-explorer-les-choses, child-who-loves-to-explore-things),钻入沙中,埋进无名泥泞,寻访最不可思议、最荒诞之地……或许为掩饰(哪怕仅对自己),我先以“先锋”(pionnier, pioneer)的耀名引之,后以更朴实却仍带光环的“探险者”(explorateur, explorer)随之。细想,“建造者”与“先锋-探险者”(pionnier-explorateur, pioneer-explorer),孰更雄性、更诱人?如掷币难决?

再细察,这无畏“先锋”竟是女孩(我曾乐于装扮她为男孩)——沼泽、雨水、细雨与夜之姊妹,沉默且几近隐于影中——那常被遗忘者(若非遭人佯笑……)。我也连日忘却她——可说双重遗忘:起初只愿见那男孩(嬉戏建屋者)——即便后来不得不认出另一面,仍将她视为男孩……

如此,那漫步的美名(beau nom, beautiful name)顿不成立。它全“阳”(yang, yang)、尽“刚”(macho, macho),一癩之名。要平稳,须并列另一面。奇的是,“另一面”(l'autre, the other)无真名。唯一稍贴者是“探险者”,却仍是男孩之称,奈何。语言在此狡黠,暗设陷阱,与古老偏见串通,令人无觉。

或可改为“建屋之子与探秘之子”(L'enfant-qui-bâtit et l'enfant-qui-explore, The Child Who Builds and the Child Who Explores)。隐去一为“男孩”、一为“女孩”,实乃同一子,雌雄兼具,建中探,探中建……但昨日,除那观探之“阴阳”(yin-yang, yin-yang)双面与命名建造之别外,另一面向复现。

“宇宙”(Univers, Universe)、“世界”(Monde, World)、乃至“Kosmos”(Cosmos, Cosmos),本质疏远且遥远,与我们无真切关联。非它们引动我们深处的认知冲

动（*pulsion de connaissance, impulse of knowledge*）。吸引我们的是其有形即时之化身（*Incarnation tangible et immédiate, tangible and immediate incarnation*），最亲近、最“血肉”（*charnelle, carnal*）的，饱含深邃回响与神秘——那与我肉身及种族起源交融者，亦自古静待我于“路之彼端”（*l'autre bout du chemin, the other end of the path*），沉默而迎。她是“母亲”（*la Mère, the Mother*），生我如生世界者，冲动自她涌出，欲念之路向她延伸，引我与之相会，奔她而去，循环归返，沉没于她。

如此，在一场未料的“漫步”（*promenade, stroll*）转角，我猝不及防重拾一则熟悉却稍忘的寓言——“孩子与母亲”之喻（*parabole de l'enfant et la Mère, parable of the child and the Mother*）。可视为“生命追寻自身”之喻（*La Vie, à la quête d'elle-même, Life, in quest of itself*）。或于个体存有的谦卑层面，为“存在探物”之喻（*l'être, à la quête des choses, being, in quest of things*）。

这是寓言，亦是植根心魂（*psyché, psyche*）深处的古老体验表达——滋养深层创造的原初象征中最有力者。我信其以亘古意象语言，述说了人之创造力气息（*souffle, breath*），赋予肉身与精神生命，自最卑微短暂至最辉煌恒久的显现。

此“气息”，如其血肉化身，是世上最谦卑之物。亦最脆弱，最被忽视、最遭轻蔑……

此气息在你一生中的际遇，便是你之历险，你生命中的“认知冒险”（*aventure de connaissance, adventure of knowledge*）。无声表达此喻的，是“孩子与母亲”之寓言。

你是孩子，自“母亲”而出，庇于她中，受她大力滋养。孩子自“母亲”——那极近、熟知者——跃出，奔向“母亲”——那无垠、永未知且神秘者……

“穿越毕生之作的漫步”终

后记：隐秘的圆环

2.17 死亡是我的摇篮（或三个小鬼为一垂死者）

直到五十年代末拓扑斯（*topos, topos*）观点出现之前，空间概念的演变在我看来本质上是一种“连续的”演进。它似乎从欧几里得（*Euclide, Euclid*）对我们周围空间的理论化，以及希腊人传承下来的几何学开始，平稳地、没有跳跃地

延续着。那时的几何学专注于研究居住于此空间中的某些“图形”（直线、平面、圆形、三角形等）。诚然，数学家或“自然哲学家”对“空间”的构想方式发生了深刻的变化⁶⁴。然而，这些变化在我看来都属于一种“本质上的连续性”——它们从未让数学家，那些依恋于（如同所有人一般的）熟悉心智图像的人们，骤然面对一种突如其来的陌生感。这些变化仿佛是一个我们自幼便熟识的人，随着岁月流转，从蹒跚学步到成年乃至完全成熟，其间经历的转变——或许深刻，却渐进。在某些平静无波的漫长时段里，这些变化细微难察；在另一些时期，或许显得汹涌激荡。然而，即便在成长或成熟最为剧烈的阶段，即便我们数月乃至数年未曾谋面，也从未有过一丝疑惑或迟疑：这依然是他，那个我们熟知且亲近的存在，即便他的面容已然改变。

我甚至可以说，到本世纪中叶，这个熟悉的存在已然苍老不堪——宛如一个终于疲惫衰竭的人，被一波接一波他毫无准备的新任务所压倒。或许，他早已悄然迎来了自己的安然辞世，只是无人留意，无人记录。“所有人”依然在一位活人的家中忙碌着，仿佛他确实仍然活着，栩栩如生。

然而，试想那些习惯了这屋子的人们会有多么愕然：当他们期待看到那位端坐于扶手椅中、僵直而肃穆的老者时，却突然冒出一个活蹦乱跳的小家伙，身高不过三尺，还一本正经地、不容置疑地宣称，空间先生（Monsieur Espace, Mr. Space）——哦，现在你们甚至可以省去“先生”这称呼，随意吧——就是他！若他至少看起来还有些家族特征，或许还能算个私生子，谁知道呢……可完全不是这样！乍一看，他与我们熟知（或自以为熟知）的老空间之父（Père Espace, Father Space）毫无相似之处。我们曾确信——至少这是最起码的——他永恒不朽……

这就是那著名的“空间概念的突变”。这就是我早在六十年代初便“看到”的东西，显而易见，却直到此刻书写这些文字时，才首次有机会明确表达出来。借助这幅形象的描绘及其瞬间激发的联想之云，我突然以全新的清晰度看到：传统的“空间”概念，以及与之密切相关的“流形”（variété, variety）概念（各类流形，尤其是“代数流形”（variété algébrique, algebraic variety）），在我进入这一领

⁶⁴我在撰写这篇《后记》时的初衷，是想粗略勾勒出这些“深刻变化”中的若干，并凸显我所看到的这种“本质上的连续性”。但为了不使这场漫步过于冗长——它已远超我预期——我放弃了这一打算！我考虑在《反思》第4卷的《历史评论》中再行探讨，届时面向的是数学家读者（这完全改变了阐述的任务）。

域时，已然老态龙钟，仿佛早已死去……⁶⁵我可以说，正是伴随着概形（schéma, scheme）观点及其后代⁶⁶接连涌现，外加万余页的基础奠定，随后拓扑斯观点的出现，才最终解开了一个不言自明的危机局面。

在刚才的比喻中，与其说是一个小鬼作为突变的产物，倒不如说是两个。而且，这两个小鬼之间有着无可否认的“家族相似性”，尽管他们与那位已故的老者并无太多相像之处。甚至，若仔细观察，概形（Schémas, Schemes）这个小家伙似乎充当了已故空间之父（即各类流形）与拓扑斯（Topos, Topos）小家伙之间的“亲缘纽带”⁶⁷。

2.18 对岸一瞥

此刻的情形与我而言，恰似本世纪初爱因斯坦（Einstein）相对论诞生时的光景。那时存在着一个更为显著的概念死胡同，具体表现为突如其来的矛盾，看似无解。理所当然地，将为混沌重赋秩序的新思想，竟有着孩童般的单纯。值得玩味的是（也符合那反复上演的剧本……），在所有那些突然焦头烂额、试图“挽回残局”的杰出、卓越、声名显赫的人物中，竟无人曾萌生此念。偏偏得是个初出茅庐的无名青年（或许刚离开大学阶梯教室的长椅），带着几分自惭于胆大妄为的窘迫……来向那些 illustrious aînés（illustrious elders，显赫前辈）阐明该如何“拯救现象”：只需不再将空间与时间割裂⁶⁸。从技术角度看，当时一切条件都已成

⁶⁵这一断言（某些人或觉武断）需略带保留地理解。它并不比我下文认可的说法——“牛顿力学模型”（modèle newtonien, Newtonian model）在本世纪初爱因斯坦（Einstein, Einstein）出手相助时已“行将就木”——更真或更假。事实是，即便今日，在物理学中大多数“常见”情境下，牛顿模型依然完全适用，若考虑到测量中的误差范围，去追求相对论模型反倒是愚蠢之举。同样，在数学的诸多情境中，传统的“空间”与“流形”概念依然充分胜任，无需引入幂零元素（éléments nilpotents, nilpotent elements）、拓扑斯或“适度结构”（structures modérées, moderate structures）。然而，在这两者中，对于前沿研究中日益增多的语境，旧的概念框架已无法表达哪怕是最“常见”的情境。

⁶⁶（致数学家读者）在这一“后代”中，我尤其包括形式概形（schémas formels, formal schemes）、各类“多重性”（multiplicités, multiplicities）（特别是概形多重性或形式多重性），以及所谓的“刚性解析空间”（espaces rigide-analytiques, rigid-analytic spaces）（由泰特（Tate, Tate）引入，其灵感源于我提供的“蓝图”，既受拓扑斯新概念启发，也源自形式概形）。此列表远非穷尽……

⁶⁷实际上，在这两个小家伙之外，还应再添一个更年轻的小鬼，出生于不太友好的时代：适度空间（Espace modéré, Moderate Space）。正如我在别处提到的，它未获出生证明，我却仍在完全“非法”的情况下，将其列入我有幸引入数学的十二个“主导主题”之中。

⁶⁸当然，如此描述爱因斯坦的思想未免过于简略。技术层面上，关键在于揭示如何为新的时空赋予结构（其实麦克斯韦理论和洛伦兹思想已为此埋下伏笔）。这里的核心突破并非技术性质，而是“哲学性”的——意识到远距事件的同时性概念根本不具备实验现实性。正是这个“孩童般的

熟，静待这个思想破茧而出并被接纳。而爱因斯坦的前辈们确实不负众望地接纳了这个新思想，未加过多苛责，这为他们赢得了荣誉。此乃时代依然伟大的明证……

从数学视角观之，爱因斯坦的新思想平淡无奇。但就我们对物理空间的认知而言，这却是深刻的突变与突如其来的“陌生化”。这是自 2400 年前欧几里得（Euclide, Euclid）构建物理空间的数学模型以来，首次发生的范式转变——此模型被自古希腊至牛顿（Newton）的所有物理学家和天文学家原封不动地沿用，用以描述地球与星体的力学现象。

爱因斯坦的原始思想后来不断深化，借助既有数学概念的丰富武器库⁶⁹，具体化为更精妙、丰富且灵活的数学模型。”广义相对论”将此思想拓展为包罗万象的物理图景，将亚原子级的微观世界、太阳系、银河系与遥远星系，以及电磁波在时空中的传播轨迹尽收眼底——这个时空的每一点都因其中物质的存在而弯曲⁷⁰。这是宇宙学与物理学史上（继三百年前牛顿的首次大综合之后）第二次也是最后一次出现这样的盛景——以数学模型语言统一描述宇宙中所有物理现象的宏大愿景。

爱因斯坦的宇宙图景终究也被新进展所超越。需要解释的”所有物理现象”自本世纪初以来已极大扩充！在浩如烟海的”观测事实”中，涌现出大量物理理论，各自以不同程度的成功解释着有限的事实集合。人们仍在等待那个胆大的孩子，在嬉戏间找到新钥匙（倘若存在……），那个梦寐以求的”完美模型（modèle gâteau, cake-model）”，能一次性拯救所有现象⁷¹。

发现”，这个”皇帝其实赤身裸体！”的顿悟，让人突破了那个”限制宇宙的无形威严之圈”

⁶⁹主要指”黎曼流形（variété riemannienne, Riemannian manifold）”概念及相关的张量运算

⁷⁰此模型与欧几里得（或牛顿）时空模型及爱因斯坦最初模型（”狭义相对论”）最显著的区别在于：时空整体拓扑形态不再由模型本质强制规定，而是保持开放。作为数学家，我认为探究这种整体形态正是宇宙学最引人入胜的问题之一

⁷¹这种假想中的理论被称为”统一场论（théorie unitaire, unified theory）”，旨在”统一”协调前文所述的各种局部理论。我认为待开展的基础性思考需在两个层面进行：

1°）关于”数学模型”概念本身之本质的”哲学性”思考。自牛顿理论成功以来，”存在完美表达物理现实的数学模型（甚至唯一模型）”已成为物理学家的默认公理，这个延续两百余年的共识，犹如毕达哥拉斯”万物皆数”鲜活愿景的化石残骸。或许正是这个新的”无形之圈”，取代了旧有的形而上学界限，禁锢着物理学家的宇宙（而”自然哲学家”一族似乎已彻底灭绝，被计算机轻易取代……）。只要稍作停留便会发现，这个共识的有效性绝非不证自明。甚至有严肃的哲学理由让我们先验地质疑它，或至少预见其严格局限性。现在正是对此公理进行严格批判的时机，或许还能”证明”它根本站不住脚：不存在能解释迄今所有”物理现象”的严格唯一数学模型。

只有先充分厘清”数学模型”概念及其”有效性”定义（在允许测量误差范围内），”统一场论”或至少”最优模型”问题才能被清晰提出。同时，我们或许也能更清楚地认识到此类模型选择中

将我对当代数学的贡献与爱因斯坦对物理学的贡献相比较，源于两点：二者都通过改变我们对“空间”（数学意义或物理意义上）的理解而实现；二者都呈现为统一的宏大视野，涵盖此前看似互不关联的大量现象与情境。我从中看到他的工作⁷²与我的工作间存在明显的精神亲缘性。

这种亲缘性丝毫不因二者“实质”的明显差异而削弱。如前所述，爱因斯坦的变革关乎物理空间概念，而他只需运用已知数学概念武器库，无需扩展或颠覆它。他的贡献在于：从当时已知数学结构中，遴选出最适合替代前辈垂死遗产的“模型”⁷³。就此而言，他的工作确属物理学家之作，更准确说是牛顿及其同代人理解的“自然哲学家（*philosophe de la nature*, *philosopher of nature*）”之作。这种“哲学维度”在我的数学工作中是缺失的——我从未需要思考数学宇宙中“理想”概念构造与物理宇宙现象（乃至心灵中发生的事件）间的可能关联。我的工作数学家之作，刻意回避“应用”（于其他科学）问题或工作动机与心理根源问题。更准确说，这是一个不断拓展数学基础概念疆域的数学家之作。我就这样在不知不觉的嬉戏间，颠覆了几何学家最基础的概念：空间（及“流形”）概念，即我们对几何存在所居“场所”的理解。

这种新空间概念（作为某种“广义空间”，其中构成“空间”的点已或多或少消失）在实质上与爱因斯坦引入物理学的概念毫无相似之处（后者对数学家而言

必然存在的任意性程度。

2°) 唯有完成上述思考后，在我看来，构建比前人更满意的显式模型这一“技术性”问题才获得完整意义。届时或许该摆脱物理学家的第二个默认公理——这个可追溯至古代、深深植根于我们空间感知模式的公理：时空（或时空）具有连续性，是“物理现象”发生的“场所”。

约十五二十年前，我翻阅黎曼（*Riemann*）那本薄薄的全集时，曾被他随口的一句评论震撼。他指出空间的终极结构可能是“离散的”，我们持有的“连续”表象或许是对更复杂现实的（长期来看可能过度的……）简化；对人类心智而言，“连续”比“离散”更易把握，因此被用作理解后者的“近似”。在那个欧几里得物理空间模型尚未受质疑的时代，这位数学家竟有如此深邃的洞见。严格说来，传统上反倒是“离散”常被作为技术手段来逼近“连续”。

近几十年数学发展已表明，连续与离散结构的共生关系远比本世纪前半叶所想象的更为密切。无论如何，要找到“令人满意”的模型（或必要时一组能最优“衔接”的模型），无论其属“连续”、“离散”还是“混合”性质——这项工作必将需要超凡的概念想象力，以及把握并揭示新型数学结构的精湛直觉。此类想象力或“直觉”在我看来极为罕见，不仅存在于物理学家中（爱因斯坦与薛定谔似属凤毛麟角），即使在数学家中亦然（对此我有充分发言权）。

总之，我预见期待中的革新（倘若还会来临……）更可能来自深谙物理学重大问题的数学家，而非物理学家。但最关键的是，此人须具备把握问题核心的“哲学开放性”。这绝非技术性问题，而是关乎“自然哲学”的根本命题

⁷²我并非自称熟悉爱因斯坦的著作。事实上我从未读过其任何论文，对其思想仅有道听途说的模糊了解。但即便未曾细察过任何具体“树木”，我仍自信能辨识出整片“森林”……

⁷³关于“垂死”这个修饰词的评论，参见前文脚注（第 55 页注）

根本不足为奇)。但倒是与薛定谔 (Schrödinger) 发现的量子力学⁷⁴可相提并论。在这新力学中, 传统”质点”消失了, 代之以某种”概率云”——其在周围空间不同区域的密度分布, 反映粒子出现在该区域的”概率”。这种新视角带来的机械现象认知”突变”, 比爱因斯坦模型所体现的更为深刻——这不是简单地用更宽松或更合身的类似模型替换狭窄旧模型。这次的新模型与传统老模型如此迥异, 即便专精力学的数学家也会突然感到陌生, 甚至迷失 (或愤慨……)。对数学家而言, 从牛顿力学转向爱因斯坦力学, 大概像从亲切的普罗旺斯方言转为时髦巴黎俚语; 而转向量子力学, 我想, 无异于从法语改说中文。

这些取代昔日可靠物质粒子的”概率云”, 奇异般令我想起拓扑斯 (topos, topos) 中那些难以捉摸的”开邻域”——它们如缥缈幽灵般游荡, 环绕着那些”虚点”; 而顽固的想象力仍不顾一切地紧抓着这些虚点不放……

2.19 独一无二——或孤独的天赋

这次对“对面邻居”——物理学家们的短暂探访, 或许能为一位对数学家世界一无所知 (如同大多数人) 的读者提供一个参照点。这样的读者想必听闻过爱因斯坦 (Einstein, Einstein) 及其著名的“第四维” (quatrième dimension, fourth dimension), 甚至可能了解量子力学 (mécanique quantique, quantum mechanics)。毕竟, 尽管发明者未曾预料他们的发现会具体化为广岛 (Hiroshima, Hiroshima) 的灾难, 乃至后来的军事及所谓“和平”核竞赛, 物理学发现对人类世界的影响却是切实且几乎即刻的。相比之下, 数学发现, 尤其是所谓“纯数学” (mathématiques pures, pure mathematics) ——即不以“应用”为动机的数学——的影响则不那么直接, 且无疑更难捉摸。例如, 我从未听说我的数学贡献“服务”于任何具体事物, 比如制造某件器具。当然, 我对此毫无功劳可言, 但这并不妨碍我因此感到安心。一旦涉及应用, 可以肯定的是, 军队 (以及随后的警方) 总是最先将其攫取; 而至于工业 (即便号称“和平”), 情况也未必好多少……

诚然, 为了我自己的梳理, 或为一位数学家读者着想, 更恰当的做法是尝试通过数学史本身的“参照点”来定位我的作品, 而非在别处寻找类比。这些天我一直在思考这一点, 尽管我对那段历史的了解颇为模糊⁷⁵。在之前的“漫步”中,

⁷⁴据各方反馈, 一般认为本世纪物理学有三次”革命”或重大突破: 爱因斯坦理论、居里夫妇 (Curie) 发现的放射性, 以及薛定谔引入的量子力学

⁷⁵自我幼年起, 我就从未对历史 (乃至地理) 产生过多兴趣。(在《收获与播种》(Récoltes et Semailles,

我已提及一位数学家的“谱系”，他们的气质与我相通：伽罗瓦（Galois, Galois）、里曼（Riemann, Riemann）、希尔伯特（Hilbert, Hilbert）。若我对自身艺术的历史了解更深，或许能将这一谱系追溯得更远，或在其中插入一些我仅从传闻略知的名字。令我印象深刻的是，我不记得曾从比我更精通历史的朋友或同事的只言片语中得知，除我之外还有哪位数学家提出了众多创新想法——这些想法并非彼此零散无关，而是构成一个宏大统一视野的一部分（如同牛顿（Newton, Newton）和爱因斯坦在物理学与宇宙学中，或达尔文（Darwin, Darwin）和巴斯德（Pasteur, Pasteur）在生物学中所为）。我仅知道数学史上两个“时刻”诞生了具有广阔视野的新洞见。其一是 2500 年前古希腊数学作为一门科学的诞生，按我们今日理解的意义而言。其二是十七世纪微积分（calcul infinitésimal et intégral, infinitesimal and integral calculus）的诞生，以牛顿、莱布尼茨（Leibnitz, Leibniz）、笛卡尔（Descartes, Descartes）等人的名字为标志。据我所知，这两个时刻诞生的视野并非一人之功，而是那个时代的集体成果。

当然，从毕达哥拉斯（Pythagore, Pythagoras）与欧几里得的时代到十七世纪初，数学的面貌已发生巨变；同样，从十七世纪数学家创立的“微积分”到十九世纪中叶亦然。但据我所知，这两个时期——一个超过两千年，另一个三世纪——发生的深刻变化从未凝结或体现为某一部作品中表达的新视野⁷⁶，然而这与

Harvests and Sowings）的第五部分——目前仅部分完成——中，我曾“顺带”探究了我认为自己对历史这一“部分阻塞”的深层原因。这一阻塞似乎在近几年正逐渐消解。）我在“布尔巴基圈”（cercle bourbachique, Bourbaki circle）中从前辈那里接受的数学教育，也并未改善这一状况——其中对历史的偶尔提及极为罕见。

⁷⁶在写下这些文字数小时后，我突然意识到自己未曾提及布尔巴基（Bourbaki, Bourbaki）先生那部集体编写的巨著，它试图呈现当代数学的宏大综合。（在《收获与播种》第一部分中还将多次提及布尔巴基团体。）这在我看来有两重原因。

其一，这一综合仅限于对已知的大量观念与成果进行某种“整理”，并未引入其原创的新想法。若真有新意，或许在于对“结构”（structure, structure）概念给出了精确的数学定义，这一定义贯穿全书，成为宝贵的指引线索。但此想法在我看来更像一位聪颖而富想象力的词典编纂者的贡献，而非一种语言的革新要素，无法带来对现实（此处为数学事物）的全新理解。

其二，自五十年代起，随着“范畴方法”（méthodes catégoriques, categorical methods）突然涌入数学最具活力的领域——如拓扑学（topologie, topology）或代数几何（géométrie algébrique, algebraic geometry）——结构的观念已被事件超越。（因此，“拓扑斯”（topos, topos）这一概念拒绝被装进布尔巴基那显然过于狭窄的“结构之袋”！）布尔巴基在充分知情的情况下选择不涉足这一“泥潭”，由此放弃了其最初雄心：为当代数学整体提供基础与基本语言。

然而，它固定了一种语言，同时也确立了一种数学写作与研究方式的风格。这一风格最初反映（虽颇为片面）了某种精神——希尔伯特活泼而直接的遗产。在五六十年代，这一风格逐渐占据主导——既有其益处，更带来（尤其）弊端。近二十年来，它已僵化为一种纯粹表面“严谨”的刻板“准则”，昔日赋予其生命的精神似乎已无迹可寻。

物理学和宇宙学中牛顿、继而爱因斯坦在两个关键时刻实现的伟大综合颇为相似。

看来，作为一位孕育于我内心的宏大统一视野的仆人，我在从起源至今的数学史上似乎“独一无二”。抱歉若这显得过于标榜自我，超出了允许的范围！不过让我宽慰的是，我似乎辨认出一位潜在（且天赐！）的“兄弟”。我先前已提及他，作为我“气质兄弟”谱系中的首位：那便是埃瓦里斯特·伽罗瓦（Évariste Galois, Évariste Galois）。在他短暂而耀眼的一生中，我仿佛看到了一幅伟大视野的开端——正是“数与量的联姻”，在一个全新的几何视野中。我在《收获与播种》中另有提及⁷⁷，两年前，我心中突然浮现这一直觉：在当时对我最具吸引力的数学工作中，我正在“接续伽罗瓦的遗产”。此后这一直觉虽少被提及，却在沉默中逐渐成熟。近三周来我对自己作品的回顾反思，想必也对此有所助益。我如今认为与过去某位数学家最直接关联，正是与埃瓦里斯特·伽罗瓦的联系。不论对错，我感到我在生命中十五年里发展出的这一视野——在我离开数学舞台后的十六年间仍在我内心成熟与丰富——也是伽罗瓦若身处我位，定会不由自主发展的视野⁷⁸，若非早逝在一场决斗中残酷中断其壮丽激情⁷⁹。

还有另一原因，必定也促成了我对这一“本质亲缘”的感受——这种亲缘不仅限于“数学气质”，也不仅限于作品的显著特征。在他与我的生命之间，我亦感到一种命运的亲近。当然，伽罗瓦在二十一岁时愚蠢地死去，而我已近六十，仍决意长寿。但这并不妨碍埃瓦里斯特·伽罗瓦在其生前，如同半个多世纪后的我，在官方数学世界中始终是个“边缘人”。对伽罗瓦而言，乍看之下，这一边缘性似属“偶然”，仿佛他仅是未及凭借创新观念与工作“崭露头角”。对我而言，在我数学生涯最初三年，这一边缘性源于我（或许刻意的）无知，未察觉需面对的数学家世界的存在；而自十六年前离开数学舞台后，则是自觉选择的结果。这一选择，定然引发了一种“集体无懈可击的意愿”，欲将我的名字及我所服务的视野从数学中抹去。

但超越这些偶然差异，我相信这一“边缘性”有其共同且本质的原因。这原

⁷⁷参见“伽罗瓦的遗产”（L'héritage de Galois, The Legacy of Galois）（《收获与播种》第一部分，第7节）。

⁷⁸我确信，若有伽罗瓦在，他定会走得远超于我。一则因他那无与伦比的天赋（我并未有幸分享）；二则他或不会如我般，将大部分精力分散于无休止的、逐一细致整理已大致明了事物的任务……

⁷⁹埃瓦里斯特·伽罗瓦（1811-1832）在二十一岁时死于决斗。据我所知，他有数部传记。我年轻时读过物理学家因费尔德（Infeld, Infeld）撰写的一部浪漫化传记，当时深受触动。

因我并未归于历史环境，亦非“气质”或“性格”的特质（他与我的差异无疑如同人与人之间的差异一般大），更不用说“天赋”（伽罗瓦的天才显而易见，而我则相对平庸）。若真有“本质亲缘”，我认为其存在于更谦卑、更基本的层面。

我一生中仅在少数场合感受到如此亲缘。这也使我感到与另一位数学家——我的前辈克洛德·舍瓦利耶（Claude Chevalley, Claude Chevalley）——的“亲近”⁸⁰。我所指的联系，是一种“天真”或“纯真”，我曾有机会谈及。它表现为一种倾向（常不为周围人所喜），即以自己的双眼观察事物，而非透过某些或大或小的人类群体——因某种理由被赋予权威——慷慨提供的专利眼镜。

这种“倾向”或内在态度，并非成熟的特权，而是童年的恩赐。这是诞生时与生命一同获赠的天赋——谦卑却令人敬畏。一种常被深埋的天赋，某些人得以稍稍保留，或或许重新找回……

也可称之为孤独的天赋。

⁸⁰我在《收获与播种》中多处提及克洛德·舍瓦利耶，尤其在“与克洛德·舍瓦利耶的相遇——或自由与善意”（Rencontre avec Claude Chevalley - ou liberté et bons sentiments, Meeting with Claude Chevalley - or Freedom and Goodwill）（《收获与播种》第一部分，第11节）及“告别克洛德·舍瓦利耶”（Un adieu à Claude Chevalley, A Farewell to Claude Chevalley）（《收获与播种》第三部分，注释第100号）中。

第3章 一封信

3.1 千页长信

1985年5月

我在此寄给你的这份文本，由我的大学帮忙打印并限量发行，但它既不是单行本，也不是预印本。其标题《收获与播种》（*Récoltes et Semailles*）已清晰表明了这一点。我把它当作一封长信寄给你——而且是一封极为私人的信。我之所以直接寄给你，而不是等你哪天（如果你有兴趣的话）在书店里看到某本书（如果有足够大胆的出版商愿意冒险出版……）时再去了解它，是因为我在信里更多是在和你交流。写这封信的时候，我多次想到你——说起来，我全身心投入写这封信已经一年多了。这是我送给你的礼物，写作时我格外用心，尽我所能（在每一刻）奉上我最好的内容。我不知道这份礼物是否会被接受——你的回应（或者没有回应……）会告诉我答案……

我在给你寄《收获与播种》的同时，也把它寄给了数学界里与我在某个时刻有过密切联系，或以某种方式出现在我思考中的所有同事、朋友或（前）学生，无论是否提及他们的名字。你很可能也在其中，如果你用心去读，而不只是用眼睛和头脑，即便没有提到你的名字，你肯定也能在文中找到自己的影子。我还把《收获与播种》寄给了其他一些朋友，无论他们是否从事科学工作。

你现在正在读的这篇“介绍信”，既向你预告又向你介绍了这封“千页长信”（先这么说……），它也将充当序言。写这些话的时候，真正的序言还未完成。此外，《收获与播种》由五个部分组成（不算“抽屉式”引言）。我在这里寄给你的是第一部分（《愚昧与更新》「*Fatuité et Renouvellement; Folly and Renewal*」）、第二部分（《葬礼（一）——或中国皇帝的新衣》「*L'Enterrement (1) - ou la Robe de l'Empereur de Chine; The Burial (1) - or the Emperor of China's New Clothes*」）和第四部分（《葬礼（三）——或四则运算》「*L'Enterrement (3) - ou les Quatre Opérations; The Burial (3) - or the Four Operations*」）¹。我觉得这些部分可能与你尤

¹我把那些以某种方式出现在我的思考中，但我并不认识的同事排除在外。我只给他们寄《四则运算》（这部分与他们特别相关），同时附上包含这封信的“零号分册”，以及《收获与播种》的引言（还有前四个部分的详细目录）。

其相关。第三部分（《葬礼（二）——或阴阳之钥》「L'Enterrement (2) - ou la Clef du Yin et du Yang;The Burial (2) - or the Key of Yin and Yang」）无疑是我这份见证中最私人的部分，同时，与其他部分相比，它似乎更具有有一种超越其诞生背景的“普世”价值。我在第四部分（《四则运算》）中不时提及这一部分，不过，第四部分可以独立阅读，甚至（在很大程度上）可以独立于前两部分阅读²。

如果你读了我寄给你的这些内容后愿意给我回信（这正是我的期望），并且你还想读缺失的部分，请告诉我。只要你的回复让我觉得你的兴趣不只是表面的好奇，我会很乐意把缺失的部分寄给你。

3.2 《收获与播种》的诞生（一次快速回顾）

在这篇前言中，我想尽可能用几页篇幅，更详尽地告诉你《收获与播种》探讨的内容，而不只是局限于副标题“一位数学家过往的反思与见证”（你肯定猜到了，这是我自己的过往……）。《收获与播种》内容丰富，不同的人阅读时，无疑会看到不同的东西：一场探寻过往的旅程；一次对存在的“沉思”（*méditation*;Meditation）；一幅特定环境与时代的“风俗画”（*tableau de mœurs*;Portrait of customs）（或者说是一个时代向另一个时代悄然无情滑落的写照……）；一次“调查”（*enquête*;Investigation）（有时近乎侦探调查，有时又类似数学大都会底层的惊险小说……）；一场广泛的“数学漫谈”（*divagation mathématique*;Mathematical digression）（会播下不少种子……）；一本实用的应用精神分析论著（或者，也可以说是一本“精神分析小说”）；一篇对“自我认知”（*connaissance de soi*;Self-knowledge）的颂歌；“我的忏悔录”；一本私人日记；一部关于“发现”（*découverte*;Discovery）与“创造”（*création*;Creation）的心理学；一份“控诉书”（*réquisitoire*;Indictment）（理应毫不留情……），甚至是在“数学上流社会”的一场“清算”（*règlement de comptes*;Settlement of accounts）（绝不留情面……）。可以肯定的是，我在写作过程中从未感到无聊，而且还见识了各种各样的事情。如果你工作之余有闲暇阅读此书，我想你应该也不会觉得无聊——当然，除非你是硬着头皮读。

²一般来说，你会发现《愚昧与更新》中的每个“章节”，或《收获与播种》接下来三部分中的每个“注释”都有其自身的完整性和独立性。它可以独立于其他部分阅读，就像我们可以饶有兴致地观察一只手、一只脚、一根手指、一只眼睛，或身体的任何大小部位，同时也不会忘记这是整体的一部分，正是这个整体（虽然未被言说）赋予了一切意义。

显然，这本书并非只面向数学家。诚然，在某些部分，它对数学家的针对性更强。在这篇给《收获与播种》的前言中，我想特别总结并突出那些对你作为数学家可能尤为重要的内容。最自然的做法，就是简单地跟你讲述我是如何一步步写出这四五本“书”的。

如你所知，1970年，由于我所在的机构（高等科学研究所「IHES;Institute for Advanced Scientific Studies」）涉及军事资金问题，我离开了“数学界”。在经历了几年类似“文化大革命”风格的反军事主义和生态主义活动后（你可能在某些地方听说过），我几乎从公众视野中消失，躲在某个不知名的外省大学。传言说我整天放羊、打井。事实上，除了许多其他事务，我也像其他人一样，勇敢地去大学授课（这是我不太有新意的谋生手段，至今仍是如此）。偶尔，我也会花上几天、几周甚至几个月的时间，重拾数学研究——我有满满几箱自己的草稿，可能只有我自己能看懂。但这些研究与我过去的工作截然不同，至少乍一看是这样。1955年至1970年间，我主要研究的是上同调（cohomologie;Cohomology），尤其是各类（特别是代数）簇的上同调。我觉得在这个领域我已经做得够多了，其他人可以在没有我的情况下继续探索，既然要研究数学，是时候换个方向了……

1976年，我生命中出现了一种新的热情，其强烈程度不亚于我曾经对数学的热爱，而且与数学密切相关。这就是我所说的“沉思”（méditation;Meditation）的热情（毕竟事物总得有个名字）。这个名字，就像其他任何名字一样，难免会引起无数的误解。就像在数学中一样，这是一项探索性的工作。我在《收获与播种》中不时会谈到这个话题。显然，这足以让我忙碌一生。事实上，有好几次，我都以为数学已经成为过去，从今往后，我只会专注于更严肃的事情——我要去“沉思”。

然而，四年前我终于意识到，我对数学的热情并未熄灭。甚至，连我自己都感到惊讶，我这个近十五年来从未想过再发表一行数学文字的人，突然开始撰写一本似乎永无止境的数学著作，而且会有很多很多卷；既然如此，我打算把我认为在数学方面有话要说的内容，写成一系列（也许是无穷多本）名为《数学反思》（Réflexions Mathématiques;Mathematical Reflections）的书，这里就不多说了。

那是在1983年春天，也就是两年前。当时我正忙着写《追寻场》（A la Poursuite des Champs;In Pursuit of Fields）的第一卷，它同时也是《数学反思》的第一卷，根本无暇思考自己身上发生了什么。九个月后，这本第一卷按计划完成了——也就是说，只剩下写引言、通读全文、添加注释，然后付梓印刷……

但这本书至今仍未完成——一年半以来毫无进展。剩下要写的引言已经超过了一千二百页（打印稿），真正完成时，恐怕会有一千四百页。你肯定猜到了，这篇“引言”就是《收获与播种》。最新消息是，它将构成那套著名“丛书”计划中的第一卷、第二卷以及第三卷的一部分。这套丛书因此改名为《反思》（Réflexions;Reflections）（不再特别强调“数学”）。第三卷的其余部分主要是数学文本，对我来说，这些内容如今比《追寻场》更精彩。《追寻场》要等到明年再做注释、编索引，当然，还要写一篇引言……

第一幕结束！

3.3 领班之殒——废弃的工地

现在，我感到是时候给出一些解释了：为何我如此骤然地离开了一个世界——那个我显然在其中自如生活了二十余年的世界；为何在人们似乎已很好地适应了十五年没有我的日子后，我却萌生了奇特的念头，要“归来”（仿佛幽魂重现……）；以及为何一本数学著作的引言，原本预计六七百页，最终却膨胀至一千二（乃至一千四）百页。在这切入正题之际，我恐怕会让你感到些许伤感（抱歉！），甚至可能惹你不悦。因为毫无疑问，如同我从前，你也乐于以“玫瑰色”的目光看待你所属的那个环境——那个你拥有位置、名声以及一切的地方。我深知那是何种滋味……而此刻，些许刺耳的摩擦声将难免响起……

我在《收获与播种》中零星提及我离去的片段，未曾过多驻足。这“离去”在其中更多呈现为我数学人生中的一道重要分界——一切事件皆围绕这“节点”定位，分为“之前”与“之后”。一股巨大的冲击力才足以将我从那个根深蒂固的环境，以及一条清晰划定的“轨迹”中撕扯出来。这冲击源于我在一个与我身份紧密相连的环境中，遭遇了一种腐败形式³，而此前我选择对其视而不见（仅以不参与其中为底线）。回望之时，我意识到，超越这一事件本身，有一股更深层的力量在我内心悄然运作。那是一种强烈的内在更新之需。这样的更新无法在当时那高声誉科学机构的既有框架内实现与延续。在我身后，是二十年数学创造的炽热激情与无尽投入——同时，也是二十年精神停滞的漫长岁月，宛如困于“封闭之瓮”……我未曾察觉，自己正逐渐窒息——我渴求的是广袤天地的清新之风！我

³此处指的是全体科学家——无论国籍，以“体制”为首——毫无保留地与军事机构合作，将其视为资金、声望与权力的便利来源。此问题在《收获与播种》中仅偶尔提及一两次，例如去年4月2日的笔记“尊重”[Le respect;Respect]（第179号，第1221-1223页）。

那“天赐的离去”骤然终结了这漫长的停滞，成为我迈向阐明内心深处力量的第一步——那些力量，在极度失衡与僵化的状态下被压抑与锁闭……这离去，真正而言，是一个**崭新的启程**——一次新旅途的初踏……

如我所述，我的数学热情并未因此熄灭。它在零星的反思中找到表达，那些路径与我“之前”所规划的截然不同。至于我留下的**事业**——那些“之前”的成果，无论是已发表的，还是留在白纸上的，甚至或许更本质的、尚未落笔或公之于众的部分——在我看来，也似乎的确如此，它们已然与我剥离。直到去年《收获与播种》之前，我从未想过要稍稍“停驻”，回望那些零散回响于我耳畔的片段。我深知，自己在数学中所做的一切，尤其是在1955至1970年的“几何”时期，都是**必须完成的**——我所见或瞥见的，都是**必须显现的**，**必须被带入光明的存在**。我也知道，我所完成的工作，以及我促成他人完成的工作，都是精雕细琢之作，是我全身心投入的结晶。我倾注了所有的力量与热爱，而在我看来，它们如今已独立——如同一件鲜活而强劲的生命体——不再需要我如慈母般呵护。从这方面而言，我离去时心境澄澈，无一丝疑虑。我毫不怀疑，那些我留下的已写与未写之物，已托付于可靠之手，它们将知晓如何让这些成果舒展、生长、繁盛，依其作为鲜活而有力的生命体的本性。

在这十五年紧张的数学劳作中，一种宏大的**统一愿景**在我内心孕育、成熟并壮大，化作几条简洁有力的核心理念。这愿景是“算术几何”[géométrie arithmétique; arithmetic geometry]的图景，融合了拓扑学、几何学（代数与解析）以及算术。我在韦伊猜想「conjectures de Weil; Weil conjectures」中觅得其初胚。这愿景是我那些年主要的灵感源泉，在我看来，那是我提炼出这一新几何学核心理念、锻造其主要工具的岁月。这愿景与这些核心理念对我而言已如第二天性。（而在近十五年与之断绝联系后，我今日惊觉，这“第二天性”在我心中依然鲜活！）它们对我如此简明、如此显而易见，我自然以为“所有人”都已随我一同将其内化并据为己有。直到最近数月，我才蓦然察觉，这愿景与支撑它的几条“核心理念”，既未成为我恒久的指引，也未在任何已发表的文本中被完整书写，至多隐于字里行间。更重要的是，我曾以为已传递的这愿景，以及承载它的那些核心理念，在其臻于成熟后的二十年间，至今仍无人知晓。作为发现这些事物的特权者，我——这工匠与仆人——竟也是唯一让它们存活之人。

我所锻造的某些工具，此处彼处被用来“破解”某公认棘手的问题，如同撬开保险箱。工具看似坚实。然而，我深知它们拥有超越撬棍之力的另一种“力

量”。它们属于一个整体，如同肢体属于身体——这整体孕育了它们，赋予其意义，并为其注入力量。你可以取一根断骨去敲碎头颅，这是显而易见。但那并非其真正功能，其存在之由。我看到这些工具散落各处，被人取用，宛如从一具鲜活之躯上小心剥离、清理干净的头骨——而他们却佯装忽视这具活体……

我以纯粹过去的语气述说这些，是长时间反思的结果。而多年来，我必已在某种弥散的感知中逐渐体察到这些，未曾诉诸言语，未曾在意识中成形为思想与意象，也未以清晰的言辞表达。我曾决意，这过去与我再无瓜葛。那些偶尔传来的遥远回音，虽经层层过滤，却依然意味深长，只要我稍作停留。我曾自视为众多工匠中的一员，忙碌于五六个“工地”⁴，热火朝天——或许是经验更丰富的工匠，是那个曾独自在这些地方耕耘多年的长者，在后援到来前默默劳作；是的，长者，但本质上与其他工匠无异。然而，当我离去，一切仿佛建筑公司因领班猝然去世而宣告破产；几乎一夜之间，工地荒废。那些“工匠”散去，各人携着自认为家中可用的零碎工具离去。资金已空，再无理由继续辛劳……

这仍是经过一年多反思与探究沉淀出的表述。但无疑，这感知早在离去后的最初几年便已“某处”萌生。撇开德利涅「Deligne;Deligne」关于 Frobenius 特征值的绝对值研究（即我最近理解的“声望问题”……），当我偶尔遇见昔日同工于这些工地的老学生，问及……“？”，总见他们做出同样意味深长的动作，双臂高举似求饶……显然，他们正忙于比我心之所系更重要的事；同样显然，尽管人人看似忙碌而重要，却鲜有实质进展。那本质已然消逝——赋予局部任务意义的统一性，以及一种温暖，我相信，皆不复存。余下的，是脱离整体的零散任务，各人守着自己的小小宝藏，或勉力使其增值。

尽管我曾试图抗拒，这一切的骤停仍令我隐隐悲伤：不再闻及模体「motifs;motives」、拓扑斯「topos;topoi」、六种运算「six opérations;six operations」、德拉姆系数「coefficients de De Rham;de Rham coefficients」、霍奇系数「coefficients de Hodge;Hodge coefficients」、那应将所有素数的 ℓ -adic 系数与德拉姆系数联结于同一扇面的“神秘函子”「foncteur mystérieux;mysterious functor」，乃至晶体「cristaux;crystals」（只闻其仍在原地踏步），也无“标准猜想”「conjectures standard;standard conjectures」及其他我曾提出的、显然至关重要的问题之声。即便《代数几何基础》「Éléments de Géométrie Algébrique;Elements of Algebraic Geome-

⁴我将在后续笔记“荒凉的工地”「Les chantiers désolés;Desolate Workyards」（第 176 至 178 号）中谈及这些废弃的“工地”，并逐一检视。那是三月前的记录。我首次重拾与我事业及其命运的联系，是在笔记“我的孤儿”「Mes orphelins;My Orphans」（第 46 号）。

try」(得益于迪厄多内「Dieudonné;Dieudonné」不懈协助)奠定的宏大基础工作,只需顺势推进,却也被弃置一旁:众人满足于入住他人耐心搭建、组装、擦亮的屋舍与家具。工匠离去,竟无人想到卷起袖子,拿起泥刀,为自己与众人建造尚待兴建的众多居所——那些宜居的家园……

我仍不禁再度以全然清醒的意象串联叙述,这些意象在反思中逐渐清晰并浮现。但我毫不怀疑,这些意象早已以某种形式存于我存在的深层。我必已感知到我事业与我自身一道被埋葬的隐秘现实,这现实于去年4月19日,以无可辩驳之力、以“埋葬”「L'Enterrement;The Burial」之名,骤然向我袭来。然而在意识层面,我未曾深感愤慨,甚至未觉悲哀。毕竟,无论昔日“亲近”与否,那仅关乎个人如何选择消磨时光。若昔日激励或启迪他的事物不再激发灵感,那是他的事,与我无关。若这情形完美无瑕地发生在每一位旧生身上,无一例外,那仍是各人自己的事,我自有他务缠身,无暇探究其意义,仅此而已!至于我留下的那些事物——那些与我仍存深邃而未觉联系的事物——尽管它们显然被弃于荒凉的工地,我深知,它们并非畏惧“时间之伤”或时尚变迁之物。若它们尚未融入共同遗产(如同我昔日所想),它们迟早必将扎根,或十年,或百年,终究无甚差别……

3.4 一场埋葬之风……

然而,尽管多年来我乐于探究一种弥散的感知——那场规模浩大的埋葬「Enterrement;Burial」——它却从未停止以各种面貌固执地唤起我的回忆,那些面貌远非仅仅是对某项事业的淡忘所能比拟,且绝不琐碎。我逐渐察觉——虽不知究竟如何察觉——那被遗忘的愿景中的若干概念,不仅已然废弃,甚至在某些优雅圈子中,沦为一种高傲轻蔑的对象。尤其是那至关重要的统一概念——拓扑斯「topos;topoi」——新几何学的核心所在,它为拓扑学、代数几何「géométrie algébrique;algebraic geometry」和算术「arithmétique;arithmetic」提供了共通的几何直觉;正是它,使我得以提炼出层上同调「cohomologie étale;étale cohomology」和 ℓ -adic 工具,以及晶体上同调「cohomologie cristalline;crystalline cohomology」的核心理念(诚然,这些理念此后或多或少被淡忘……)。实话说,随着岁月流逝,我的名字本身,竟也悄然神秘地成了嘲讽的对象——仿佛成了无穷无尽的晦涩书堆的代名词(恰如那些著名的“拓扑斯”,或是他喋喋不休的“模体”「mo-

tifs;motives」,无人见过……),成了千页篇幅中吹毛求疵的象征,成了冗长而庞大的空话,谈及的不过是众人早已熟知、未待他言便已了然于心之事……大抵如此语调,低声呢喃,暗藏弦外之音,带着“高雅人士之间”应有的那份精妙矜持。

在《收获与播种》的反思历程中,我相信自己触及了那些深层力量——它们在人们心中运作,藏于对一项事业的嘲弄与轻慢背后,而这事业的深远意义、生命力与气息,却为他们所不及。我还发现了(撇开我个人特质对事业与命运的烙印不谈)那隐秘的“催化剂”,它激发这些力量,以轻佻的鄙夷形式显现,面对我那依然鲜活的创造力的明证:简言之,那便是葬礼上的大主持,在这场以嘲讽与轻蔑悄然掩饰的埋葬中。奇特的是,这人竟也是与我最为亲近之人:唯一曾将某种充满生命与强烈力量的愿景内化并据为己有之人。但我似已言过其实……

实话说,那些此起彼伏的“隐秘嘲讽气息”,并未过多触动我。直到三四年前,它们某种程度上仍无名无姓。我固然从中窥见时代的一种不祥征兆,却并未真正感到自身受其牵连,亦未因此生出焦虑或不安。然而,有一事却更直接地刺痛我——那是从数学界中诸多昔日友人那里传来的疏远迹象。尽管我已离开我们曾共处的那个世界,我仍觉与他们因同好、因共同的过往而维系着情谊的纽带。每逢如此,我心生怅然,却未曾深究。据我记忆,也从未想过将这三组迹象联结起来:废弃的工地(及被遗忘的愿景)、这“嘲讽之风”,以及那些曾为友人的疏远。我曾逐一写信给他们,却无一人回音。如今,我写给旧友或旧生的信,谈及我心之所系,常无回音,已非稀罕。新时新俗,我又能如何?我只得不再寄信。然而(若你是其中之一),我此刻书写的这封信,将是个例外——再次向你敞开的言辞——这次是迎纳,还是再度关闭,全在你心……

某些旧友对我的疏远,初现端倪,若我未记错,当在1976年。那年,亦是另一“系列”迹象初显之时,待我述及后,再回《收获与播种》。更确切地说,这后两组迹象乃同时浮现。此刻笔下,我蓦然发觉,它们实则密不可分,不过同一现实的两个面向或“面貌”,于那年闯入我亲历的场域。至于我正欲述及的面向,那是一种系统性的“置之不理”,无声而无懈可击,由一种“无隙共识”⁵施予1970年后少数学生及同道,他们的作品、工作风格与灵感,鲜明烙印着我的影响。或

⁵这“无隙共识”在《前言与更新》中偶被提及,最终于下一部分《埋葬(1)》[L'Enterrement (1);The Burial (1)]中,成为详尽见证与反思的对象,伴以“X 队列”[Cortège X;Cortège X]或“殡车”[Le Fourgon Funèbre;The Hearse],形诸“棺槨笔记”(第93-96号)及笔记“掘墓人——或全体会众”[Le Fossoyeur - ou la Congrégation toute entière;The Gravedigger - or the Entire Congregation]。后者为《收获与播种》此部分的收束,同时是这“反思第二气息”的初成。

许也正是在此，我首次感知那“嘲讽之息”，透过他们，指向某种数学的风格与进路——一种风格与愿景，依当时数学体制中已然普世的共识，竟是不应存在的。

这证据，在潜意识中清晰可辨。那年，它甚至强行闯入我的意识——在一幕荒诞剧反复上演五次后，带着马戏团笑话般的执拗（彰显一篇明显出色的论文无法发表的困境）。此刻回想，我察觉某种现实当时正以善意的固执“向我示意”，而我却佯装未解（或充耳不闻：“喂，看看吧，大傻瓜，留意一下就在你眼皮底下的事，这可是关乎你啊……”）。我稍稍振作，瞥了一眼（仅一瞬），半是茫然半是分神：“哦，是啊，挺怪，好像有人被针对了，事情定是出了岔子，还如此齐整，简直不敢相信！”

这荒谬得如此离谱，我急忙忘却那笑话与马戏。诚然，我不乏其他有趣事务。这并未阻止那马戏在随后几年再度唤醒我的记忆——不再是笑话的调子，而是隐秘的羞辱快感，或迎面一拳的力道；不过，我们身处优雅之士间，这拳法更为隐晦，却同样有效，留给那些优雅之人的创意发挥……

我感知为“迎面一拳”（施于他人）的插曲，发生在1981年10月⁶。那次，自新风气迹象频现以来，我首度深受触动——若那拳落于我身，或许反不及它击中我所钟爱之人那般沉重。他略似我的学生，更是一位天赋卓绝的数学家，方成就斐然——不过，这只是细枝末节。真正非细微者，是我“之前”的三位学生直接参与了一桩被当事人（并非无由）视为羞辱与冒犯之举。另两位旧生已然以安逸者的傲慢，将他视若落魄者般打发⁷。还有一位学生三年后亦步亦趋（仍是“迎面一拳”风格）——当然，这我当时未知。当时触动我的，已然足够。仿佛我那从未真逝的数学过往，骤以狰狞面目，通过五位曾为我学生的要人——如今显赫而傲慢——烙印于我……

那本是绝佳时机，去探究这突如其来的剧烈触动之义。但我内心某处已决意（无需明言……），那“之前”的过往与我无涉，无须驻足；那如今以我太过熟悉的声音——轻蔑时代的回音——呼唤我的，定有误会。然而，我却焦虑难解，持续数日乃至数周，却未曾正视。（直到去年，借《收获与播种》的书写重返此幕，我才察觉那被立即抑制的焦虑。）我未作审视与探究，反倒躁动不安，四处写下“不得不写”的信。对方甚至费心回信，自是精心措辞，却不触及实质。波澜终平，

⁶此插曲述于笔记“棺槨3——或过于相对的雅可比”[Cercueil 3 - ou les jacobiniennes un peu trop relatives; Coffin 3 - or the Overly Relative Jacobians]（第95号），尤见第404-406页。

⁷此事于前述脚注引用的笔记中顺带提及。

一切如常。去年之前，我似未再多想。然而这次，却留下一道伤痕，或更像一根刺痛の木屑，避之不及；这刺维系着那欲愈合的创口……

这无疑是我数学人生中最痛苦、最难堪的经历——当我得以目睹（却未愿真正**认知**眼中所见）：“我曾深爱的某位旧生或同伴，竟乐于悄然碾压另一位我所爱且在他眼中映出我之人”。这经历对我的触动，定然深于去年那些颇为惊奇的发现——后者在浅观者眼中，或显得更为不可思议……诚然，这经历唤醒了若干同调却较轻的共鸣，当初未曾深察。

这也令我想起，1981年亦是我与唯一一位离去后仍定期联系的旧生关系的剧变之年——他近十五年来，一直是我数学上的“特选对话者”。那年，“轻蔑姿态的迹象”——几年前已现端倪⁸——“骤然变得如此粗暴”，我遂与他断绝一切数学交流。那是前述“拳击插曲”前的数月。回望，这巧合惊人，但当时我似未作任何联想。我被归入“隔离的格子”；某人更宣称，这些格子无关紧要——结论已定！

令我震动的还有，1981年6月，一场耀眼的研讨会已然举行，堪称多重意义上的难忘——此会当之无愧载入史册（或其残迹……），以“变态研讨会”「Colloque Pervers;Perverse Colloquium」之名永存。我于去年5月2日与之相识（或更像被它砸中！），距4月19日发现血肉之躯的埋葬仅两周，我即刻明白，自己撞上了“极致”。一场埋葬的极致，诚然，亦是对两千余年来数学家伦理基石——不将他人之思与果据为己有的基本准则——轻蔑的**极致**。此刻记下这时间上的惊人巧合——两件看似性质与影响迥异的事件——我震撼于此显露的深邃而显见的联系：**对人的尊重**与对艺术或科学基本伦理规则的尊重，使其践行不沦为“群殴集市”，使其翹楚与风向标不堕为“肆无忌惮的黑帮”。但我又一次言过其实……

3.5 旅途

我想，此刻我大致已勾勒出我“重返数学”的背景，以及由此一环扣一环诞生的《收获与播种》。去年三月末，在《虚荣与更新》的最后一节“过往之重”「Le poids d'un passé;The Weight of a Past」（第50号）中，我终于开始思索这意外归来的缘由与意义。至于“缘由”，最强烈的，定是那既弥散又迫切的印象：那些我曾以为托付于关爱之手的强劲而鲜活之物，在我十五年未曾顾及的时光里，竟被

⁸此插曲述于笔记“双重转折”「Deux tournants;Two Turning Points」（第66号）。

囚于墓穴，与风、雨、阳光的恩泽隔绝，黯然腐朽⁹。我必是逐渐领悟——虽直到今日才明言——唯有我，方能劈开那朽烂的木板，释放这些活物，它们不应在封闭的棺槨中腐烂，而应在广阔天地间绽放。而那些围绕这堆衬垫过剩的棺槨（无疑映照那逝去的后裔……）的虚伪肃穆与隐秘嘲讽之风，也“终在我心中唤醒了近十年来稍显沉睡的斗志”，激起我投身混战的渴望……¹⁰

如此，两年前，一场原计划仅为数日或数周的匆匆探访——针对某个被弃的“工地”——演变为一部多卷的数学长篇，嵌入那赫赫有名的“反思”「Réflexions;Reflections」新系列（暂称“数学”，待剔除这多余限定）。况且，自知在撰写一部拟出版的数学著作那一刻起，我也明白，除了一篇大致遵循惯例的“数学”引言外，我还将附上另一篇更具个人色彩的“引言”。我感到有必要阐明我的“归来”——这绝非重返某个环境，而仅是回归炽烈的数学投入与我亲笔数学文本的发表，且时限未定。同时，我想说明我如今书写数学的心态，与离去前的著述精神在某些方面迥异——如同一场发现之旅的“航海日志”。此外，我心头还有其他思绪，或许与此相关，却更觉本质。于我而言，自不待言，我将从容述说心中所想。这些尚显模糊的事物，与我即将书写的卷帙及嵌入其中的“反思”之意义密不可分。我无意草草提及，如同为占用匆忙读者的宝贵时间而致歉。若《追寻域》「À la Poursuite des Champs;In Pursuit of Fields」中有内容值得他及众人知晓，正是在这引言中我欲保留的述说。若二三十页不足以言尽，我便写上四十，甚至五十页，无妨——况且我并未强求谁来读我……

《收获与播种》由此诞生。1983年6月，我在《追寻域》第一卷写作的间隙，写下引言的最初几页。随后推迟至去年2月，当时此卷已近数月基本完稿¹¹。我原指望这引言能让我厘清心中一二尚存模糊之事。但我未曾料到，它将如刚写就的那卷一般，成为一场发现之旅；这旅途通往一个远比我计划探查的——已写之卷及后续诸卷——更丰饶、更广袤的世界。在日复一日、周复一周、月复一月的书写中，我未太觉察——之事，这新旅程悄然延续，探寻某个过往（三十余年来固执回避……）、自我及与那过往的联结；也探寻数学界中曾与我亲近、却知之甚

⁹参见“过往之重”「Le poids d'un passé;The Weight of a Past」（第50节），尤见第137页，（**）。

¹⁰引自笔记“墓中旋律——或自满”「La mélodie au tombeau - ou la suffisance;The Melody at the Tomb - or Complacency」（第167号），第826页。

¹¹[其间]我花了整整一月，思索一个伪直线系统的“结构表面”「surface structurale;structural surface」，以所有伪直线相对于该系统的“可能相对位置”集合表达。我还写了“纲领草图”「L'Esquisse d'un Programme;Sketch of a Program」，将收录于《反思》第3卷。

少的某些人；甚至趁势更展开一场数学发现之旅——十五或二十年来首次¹²，我得以悠然重拾离去时留下的炽热问题。可以说，在《收获与播种》的篇页中，我追寻着三重交织的发现之旅。直至第十二百余页的句点，无一旅程告终。我见证的回响（乃至沉默的回声……）将成为旅途的“续篇”。至于其终点，这旅程或属永无完结之类——甚至，或许至死未竟……

我终于绕回起点：若可能，预先告知你《收获与播种》“何以为题”。但诚然，前述篇页未刻意为之，已多少道尽。或许更引人入胜的，是顺势讲述，而非“预告”。

1985年6月

3.6 阴影之坡——或创造与轻蔑

前述篇页写于上月短暂的“空隙时刻”。其间，我终于为“四种运算”「Quatre Opérations;Four Operations」（《收获与播种》的第四部分）作了最后润色——如今只剩完成这封信或“前信”（它竟也悄然膨胀至令人咋舌的篇幅……），一切便可付诸打字与复制。近一年半来，我始终“即将完成”这些著名笔记，已几不抱希望！去年2月（乃至前年6月），我着手这部数学著作那有些异类的“引言”时，我相信自己主要想表达三类心声。首先，我想阐明重拾数学活动的意图，述说我以何种精神写就《追寻域》「À la Poursuite des Champs;In Pursuit of Fields」首卷（刚宣布完稿），以及我将以何种精神继续更广阔的数学探查与发现之旅，融入“反思”「Réflexions;Reflections」。今后，我不再为孕育中的新数学宇宙呈现一丝不苟、四平八稳的基础。那更像是“航海日志”，记录日复一日的劳作，不加掩饰，真切如其所是——带着失误与错误，固执的回溯，亦有突如其来的跃进——这劳作日复一日被无形之线牵引向前（尽管意外与波折无数），仿佛追逐某种隐秘、顽强而确凿的愿景。这劳作常是摸索，尤其在“敏感时刻”，当某种无名无貌的直觉隐约浮现，微不可察；或在某新旅程启始，追随最初的几抹灵感与直觉——它们常隐晦，抗拒被语言之网捕获，而恰恰是那能轻柔捕捉它们的恰当语言，尚付阙如。于是，首先需从那看似虚无的朦胧迷雾中凝炼出这语言。那仅

¹²在五六十年代，我常压抑追逐这些诱人而炽热问题的冲动，被无尽的基础工作占据，无人能或愿代我前行，而我离去后，亦无人真心接续……

存预感的，尚未瞥见，更遑论“看见”或触及之物，逐渐从无形中澄清，褪去阴影与迷雾的外衣，成形、具肉、赋重……

这部分劳作，外观寒碜，甚至（往往）不免狼狈，却是其中最精微、最本质的部分——真正有新物诞生的时刻，源于强烈的专注、深切的关怀、对那脆弱而纤细、即将降生之物的尊重。这是创造之巅的部分——孕育与漫长孕育的部分，在滋养母体的温暖幽暗中，从不可见的双重原初配子，化为无形胚胎，经日月暗中剧烈的劳作，无形无貌，蜕变为血肉之躯的新生命。

这也是“幽暗”部分，发现劳作的“阴”或“女性”面向。其互补面，“明亮”部分，或“阳”或“男性”，更似以锤或大锤敲击，施于锋利凿子或坚韧钢楔。（这些工具已备好待用，其效用久经考验……）两者各有其存在之理与功用，相依共生，密不可分——或更恰当地说，它们是阴与阳，是原初两股宇宙力量那不可解之侣的配偶，其永续更新的拥抱，不断唤起孕育、孕育与诞生的幽暗创造劳作——**新生儿**，新事物之诞生。

第二件我感到需在个人且“哲学”的“引言”中表达之事，正关乎创造劳作的本质。我已察觉多年，这本质常被忽视，被陈词滥调掩盖，被古老的压抑与恐惧遮蔽。其深重程度，我仅在随后逐渐发现，日复一日、月复一月，贯穿《收获与播种》的反思与“探究”。自这反思的“起航一刻”，在1983年6月的几页中，我首次被这看似琐碎却惊人事实的深意攫住——只要稍作停留便可察觉：我刚述及的发现劳作中“创造之巅”的部分，在理应呈现此劳作（或至少其最 tangible 果实）的文本或话语中，几乎**无迹可寻**；无论教科书及其他教学文本、原创论文与专著、口述课程与研讨会报告，皆然。仿佛自数学及其他艺术与科学肇始，千年以降，围绕这些“**不可告人之劳**”——一切新观念（无论大小）萌发前奏，更新我们对这永恒创生之世界的认知——存有一种“沉默共谋”。

坦白说，对这最关键面向或阶段——一切发现劳作（及一般创造劳作）之核心——认知的压抑，似已如此彻底，且被亲历此劳作之人内化至深，以至常令人疑心，即便这些人，也已从意识记忆中抹去其痕迹。恰如极端清教社会中，一位母亲对其每个须她擦鼻涕、拭臀的孩子，抹去了受孕时（不情愿承受的）拥抱记忆、妊娠的漫长月日（视为失礼），以及分娩的漫长时辰（忍受为纯粹恶心的苦难，终以解脱告终）。

这比喻或显夸张，若我将其用于二十年前我所熟知的数学界精神——我曾身处其中——或许的确如此。但在《收获与播种》的反思中，我逐渐察觉，尤其在近

数月（撰写“四种运算”时）触目惊心，自我退出数学舞台后，我所熟知的圈子——乃至（至少在很大程度上）整个数学界——其主导精神发生了惊人的退化¹³。或许因我独特的数学个性及离去时的境况，我的退出如催化剂，加速了一场已在进行中的演变¹⁴——这场演变，我当时毫无察觉（除克洛德·舍瓦利耶「Claude Chevalley; Claude Chevalley」或为唯一例外，我的同事与友人皆然）。我在此尤思及的退化面向（仅为诸多面向之一¹⁵），是那**隐秘轻蔑**——若非毫不掩饰的嘲讽——针对（以数学为例）非纯然锤砧或凿击之劳作的一切；是对最精微（常外观平平）创造过程的轻蔑；是对**灵感、梦想、愿景**（无论多么强大与丰饶）的轻蔑，甚至（极端而言）对任何观念——无论构思与表述多么清晰——的轻蔑：凡未以黑白分明的严苛命题形式书写与发表、可编目与已编目、继而存入我们巨型计算机无尽内存“数据库”者，皆受此蔑视。

正如 C.L. 席格尔「C.L. Siegel; C.L. Siegel」所言¹⁶，发生了一场惊人的“扁平化”，数学思想的“缩减”，被剥夺了本质维度，失去了全部“阴影之坡”，那“阴”之面向。诚然，依古老传统，这发现劳作之一面多被遮蔽，几无人言及——但与滋养伟大愿景与宏图的梦想深源的活联系，（据我所知）从未断绝。如今，我们似已步入一**枯竭时代**，此源未干涸，然通往它的路径却被普遍轻蔑的无情裁决与嘲讽的报复封锁。

我们似正趋近一刻，不仅每个人的记忆中，与源头亲近的、“女性”的劳作

¹³此退化绝不仅限于“数学界”。它亦见于整个科学生活，乃至当代全球世界。相关观察与反思初探，见于继阴阳反思后的笔记“尊重与坚韧”「Le respect et la fortitude; Respect and Fortitude」（第 106 号）。

¹⁴此演变于前述脚注引用的笔记中审视。其与（我个人及事业的）埋葬「Enterrement; Burial」之关联，在“被埋葬的阴阳（4）」「le yin et le yang enterrés yin (4); the buried yin and yang (4)」、**「天赐之机——或极致」**「La circonstance providentielle - ou l'Apothéose; The Providential Circumstance - or the Apotheosis」、**「否定（1）——或召回」**「Le désaveu (1) - ou le rappel; The Disavowal (1) - or the Recall」、**「否定（2）——或蜕变」**「Le désaveu (2) - ou la métamorphose; The Disavowal (2) - or the Metamorphosis」（第 124、151、152、153 号）反思中渐显清晰。另见《收获与播种 IV》较新笔记“无用细节”「Les détails inutiles; Unnecessary Details」（第 171 号 (v)）及注 (c) “看似无物之物——或枯竭”「Des choses qui ressemblent à rien - ou le dessèchement; Things That Resemble Nothing - or the Drying Up」及“家族相册”「L'album de famille; Family Album」（第 173 号，部分 c. “至尊者——或默许”「Celui entre tous - ou l'acquiescement; He Among All - or the Acquiescence」）。

¹⁵《收获与播种》中最常聚焦，且尤于两“探究”部分（《收获与播种 II》或“中国皇帝之袍”「La robe de l'Empereur de Chine; The Robe of the Emperor of China」及《收获与播种 IV》或“四种运算”）最令我震动的面向，或为职业伦理的退化，表现为某些当世最显赫、最杰出的数学家，肆无忌惮地掠夺、贬低、粉饰，且（很大程度上）众目睽睽。其他更微妙且与之直接相关的面向，见前述引注（第 106 号部分 c.）“看似无物之物——或枯竭”。

¹⁶此表述引用于前述脚注所引笔记，并有评述。

（被讥为“晦涩”、“软弱”、“空洞”——或相反为“琐碎”、“儿戏”、“闲逛”……）将被抹除，连这劳作本身及其果实——孕育、构思与诞生新概念与愿景之处——亦将被连根拔起。那也将是我们技艺沦为干枯而徒劳的脑力“举重与杠铃”展示的时代，竞相以技艺“破解”竞赛难题（“谚语般的难度”）——一时代，充斥狂热而贫瘠的“超级雄性”膨胀，接替逾三世纪的创造更新。

3.7 尊重与坚韧

然而，我又一次离题，提前述及反思教我的东西。我起初怀着双重意图，这在我尚未开始反思前已清晰存于心中：一是“意图的沉思”，二是（与之密切相关，如方才所示）表达对创造劳作本质的看法。然而，还有第三种意图，意识层面或不甚明朗，却回应更深层、更本质的需求。这需求源于那些时而令人困惑的“呼唤”，从我数学家过往传来，借由曾为我学生或友人（至少其中许多人）之口。在表层，这需求化为“倾囊而出”的渴望，吐露几许“刺耳真相”。但更深处，定是那认知某个过往的需要——我此前选择回避的过往。《收获与播种》正源于此需。这漫长反思是我对内心认知冲动与外部世界——我曾决意永别的那“数学界”——不断更新的呼唤的日日“回应”。除《虚荣与更新》「Fatuité et Renouveau;Vanity and Renewal」最初几页，即构成其前两章的“劳作与发现”「Travail et découverte;Work and Discovery」与“梦与梦者”「Le rêve et le Rêveur;The Dream and the Dreamer」，自“恐惧之生”「Naissance de la crainte;Birth of Fear」（第18页）一章起，伴随未列入计划的“见证”，正是这认知过往并全然承担的需要（我相信），成为《收获与播种》书写中的主要驱力。

数学家世界的呼唤向我袭来，在《收获与播种》全程（尤在第二与第四部分的“探究”中）以新力回荡于我身。这呼唤初现便披上自满的面具，若非（“精心调配的”）轻蔑、嘲讽或鄙夷——或针对我（有时），或（尤甚）针对那些敢于受我启发之人（他们自未料及后果），被某种隐秘而无情的裁决“归类”为与我相关。于此，我再次见那“显而易见且深邃”的联系：在对他人的尊重（或缺尊重）、对创造行为及其最精微、最本质果实的尊重，以及对科学伦理最显明规则——植根于对己对人基本尊重的规则，我愿称之为我们技艺践行中的“体面规则”——的尊重之间。这些，定是“自尊”那基本且本质的诸多面向。若以一句简练之语总结《收获与播种》对那曾属我、逾二十年我与之同化的世界的教诲，

我会说：这是一个**丧失尊重**的世界¹⁷。

这已是此前数年强烈感知、虽未明言之事。在《收获与播种》全程，它不断被证实与**退化**，总出乎意料，有时令人震惊。自那“哲学”与通论性质的反思骤变为个人见证一刻——“受欢迎的异乡人”「L'étranger bienvenu;The Welcome Stranger」(第9号，第18页)开启前述“恐惧之生”章——它已清晰可见。

然这感知并非以尖刻或苦涩的责难之调呈现，而是(因书写的内在逻辑与它激发的不同态度)以一种**探问**之声：在这退化、在这我今日所见的尊重丧失中，我的责任何在？这是贯穿并支撑《收获与播种》第一部分的主问，直至其终以清晰无误的结论消解¹⁸。此前，这退化似“从天而降”，莫名其妙，愈发令人愤慨难忍。反思中，我发现它早已悄然蔓延，五六十年代无人察觉——无论身周或自身，**包括我本人**。

这谦卑事实的确认——显而易见却无甚外观——标志见证的首个关键转折，及即刻的质变¹⁹。这是我需从数学家过往及自我中学到的首件要事。这对普遍退化中我所**负责任之份**的认知(反思中时而敏锐时而模糊)，如基调与提醒，贯穿《收获与播种》。尤在反思转为探究时代失德与不公之时，伴随理解的渴望——那驱动一切真发现劳作的好奇——这谦卑认知(途中屡被遗忘，却总在最意料外处重现……)使我的见证(我相信)未堕为对世人之忘恩负义的徒劳责怨，或与某些曾为学生或友人(或兼具)者的“清算”。这对己无纵容，亦赋予我内心平静，或曰坚韧，使我免于对他人的纵容陷阱，甚至虚假“谨慎”之诱。我信自己需言之事，无论关于我、某同事、旧生或友人，或某圈子、某时代，皆在反思某刻道尽，未曾需强迫己之不情愿。每逢踌躇，只需细察，它们便消散无踪。

¹⁷此表述不仅适用于我近观其详的特定圈子，它似也概括了当代世界的某种普遍退化。(对比第1页第19行脚注。)在《收获与播种》“探究”的较窄框架内，此表述现于去年4月2日笔记“尊重”「Le respect;Respect」(第179号)。

¹⁸于“竞技数学”「La mathématique sportive;Sporting Mathematics」与“边缘终结”「Fin la marge;End of the Margin」(第40、41号)节。

¹⁹次日，见证深化为自我沉思，在随后数周保持此特质，直至《收获与播种》“第一气息”终结(“过往之重”「Le poids d'un passé;The Weight of a Past」，第50号)。

3.8 “我的亲近者”——或共谋

我无意在此信中逐一回顾《收获与播种》写作中的所有“高光时刻”（或“敏感时刻”），或其某阶段的具体细节²⁰。只需说，这项劳作有四段鲜明阶段或四次“气息”——如呼吸的起伏，或波浪的连续，如同从那广大、无声、静动交织、无边无名的未知深海中涌起的一系列浪潮，我不知其何以生，这深海便是“自我”，抑或比承载与滋养这“自我”的我更浩瀚深邃。这些“气息”或“波浪”化为现已写就的《收获与播种》四部分。每波浪来时，我未曾呼唤，亦未预料，途中我无从知晓它将携我何往、何时止息。每当一波结束，新波接续，我仍觉自己处于某次冲势的尾声（最终也将是《收获与播种》的终点！），而实则已被另一浩大运动的新气息托举前行。仅在回望时，这一切才清晰显现，于那被体验为行动与流动之中，显露无误的**结构**。

当然，这运动未随《收获与播种》的（暂时的！）句点而终，亦不会止于我写给你的这封信的句号——此信乃这运动的一“节拍”。它并非始于1983年6月或1984年2月某日，当我坐于打字机前，着手（或重拾）某数学著作的某引言。它诞生（或更恰当地，重生……）于沉思进入我生命之日……

但我又离题了，任凭当下的意象与联想牵引（甚至席卷……），而未谨守“意图”的线索，循规蹈矩。我今日之意，本欲接续叙述——即便简略——去年4月“埋葬「Enterrement;Burial」之发现”，当时我以为《收获与播种》已完稿两周，却在短短三四周内，一连串发现如瀑布般砸下，一桩比一桩更重大、更不可思议——如此重大而离奇，数月后我仍难以“相信自己健全理智的见证”，难以摆脱对显见的隐秘怀疑²¹。这顽强的隐秘怀疑，至去年10月（“埋葬全盛”之发现六个月后）始消散，因我那隐秘的前学生好友皮埃尔·德利涅「Pierre Deligne;Pierre Deligne」来访²²。我首次直面埋葬，不再仅凭文本，以（诚然雄辩的！）言辞论及贬损、掠夺与屠戮某事业，及（以不在场之师为象征）某种数学风格与进路的埋葬——而是以直接而可触的方式，借熟悉的面容与熟稔的嗓音，亲切而天真

²⁰你可在“夜果”「Les fruits du soir;The Fruits of the Evening」（第179-182号）与“发现过往”「Découverte d'un passé;Discovery of a Past」（第183-186号）两组笔记中，找到对《收获与播种》前三部分的简短回顾总结。

²¹我试图通过寓言“中国皇帝之袍”「La robe de l'Empereur de Chine;The Robe of the Emperor of China」表达此难，于同名笔记（第77号）中述及，并在“职责已尽——或真相一刻”「Le devoir accompli - ou l'instant de vérité;The Duty Fulfilled - or the Moment of Truth」（第163号）中重提。

²²我于前述脚注引用的笔记中述此访。

地呈现。埋葬终于在我面前“血肉现身”，以我已熟识却首次以新目光、新专注审视的忙碌而平淡面貌展露。于是，那在前数月反思中渐显为我隆重葬礼之大主持、“披祭袍之祭司”、空前“行动”之首要匠人与主要“受益者”、被交付嘲讽与掠夺之事业的隐秘继承者，在我眼前铺展开来……

此次相遇处于《收获与播种》“第三波”开端，当时我刚投入对阴阳的漫长沉思，追逐一隐秘而顽强的意念联想。当时，这短暂插曲仅留数行回响，匆匆而过。然它标志一重要时刻，其果实数月后始明晰显现。

另有第二次“埋葬血肉现身”的对峙。仅十日前，它再次“最后关头”重启一场永无止境的探究。这次，仅是对让-皮埃尔·塞尔「Jean-Pierre Serre; Jean-Pierre Serre」的一通电话²³。这番“断续交谈”，以惊人方式——超乎预期——证实了我数日前刚勉力自解之事²⁴，关于塞尔在我的埋葬中之角色，及他对其“眼皮底下”之事“隐秘默许”，未作视闻之态。

一如既往，这交谈“轻松”而友好，塞尔对我的友善态度显然真挚无伪。然这次，我真切“看见”——或欲书“触及”——我刚勉强承认的“默许”：无疑“隐秘”（如我先前所写），尤以当时无可疑见的急切。此急切而无保留的默许，欲埋葬该埋葬之物，无论何地、何手段，只要必要，塞尔亲知且不欲见的真实父权，皆被替换为虚构而受欢迎的父权……²⁵。这惊人证实了我一年前直觉，当时我写道²⁶：

“在此光芒下²⁷，首席主持德利涅不再是依内心深层力量——决定其人生与行为——塑成事业之人，而更像是（因其“合法继承者”角色²⁸）那无懈一致的**集体意志的工具**，执着于不可能的任务——抹去我的名字与个人风格于当代数学。”

²³ 此大致引自笔记“掘墓人——或全体会众”「Le Fossoyeur - ou la Congrégation toute entière; The Gravedigger - or the Entire Congregation」(第 97 号, 第 417 页)。

²⁴ 于同笔记(第 173 号)部分 c. “至尊者——或默许”「Celui entre tous - ou l'acquiescement; He Among All - or the Acquiescence」。

²⁵ 此大致引自笔记“掘墓人——或全体会众”「Le Fossoyeur - ou la Congrégation toute entière; The Gravedigger - or the Entire Congregation」(第 97 号, 第 417 页)。

²⁶ 此引自同笔记(见前脚注), 同第 417 页。

²⁷ “在”那有意抹除一切“不可欲之父权”(见引文所用“难消化”一词)的意图“光芒”下。

²⁸ 德利涅的“继承者”角色既隐秘(其发表文字无一行人疑其曾受我口传), 又为众人感知并承认。这是德利涅及其独特“风格”的典型双重游戏, 他巧妙操弄此暧昧, 既收受隐秘继承者之利, 又否定亡师, 主导大规模埋葬行动。

若德利涅当时现为那“无懈一致的集体意志”的“工具”（兼首要“受益者”），塞尔如今则为这意志的化身，为其无保留默许之担保——对无数诡计与欺诈，乃至大规模集体蒙蔽与肆意侵占的“行动”，只要关乎对我这卑微亡魂或某敢于自称我、逆众做“格罗滕迪克续者”者的“不可能任务”²⁹。

这乃埋葬诸多悖谬与困惑面向之一——它首要，乃至几近全然，出自我曾为友或学生之人手，在那我从未识敌的世界中尤甚。我相信，正因此，《收获与播种》及我正书写的此信较他人更关乎你，欲成一种呼唤。若你是数学家，曾为我学生或友人，你或不陌生于这埋葬——或以行，或以共谋，即便仅以对我的沉默，面对你门前之事。若（奇迹般）你接纳我卑微之言及其见证，而非锁于闭门，拒斥这不受迎的信息，你或将得知，你与你参与（主动或默许）埋葬的，不仅是他人的事业——我与数学之爱的果实与活证；更于那从不自名的埋葬之下，在更隐秘、更深层，是你自身存有之鲜活本质部分，你原初认知、爱与创造之力，由你亲手埋于他人之身。

在我众学生中，德利涅地位独特，我于反思中多有述及³⁰。他远为最“亲近”，亦是唯一（无论学生与否）深纳并自化我愿景者³¹——这愿景在我与他相遇前，已在我心中孕育成长。于我众共数学热忱之友中，塞尔——略似长者——最亲近（亦远超他者），尤在某十年，他于我劳作中独担“引爆者”角色，为五十至六十年代直至我离去前，我数学思想诸多核心理念之灵感源。他俩与我之特殊关系，确与其各自非凡才具相关，使其对同代及后代数学家有卓绝影响力。除此共性，他俩性情与行事在我看来迥异，几成对极。

无论如何，若有数学家以某身份与我及我事业“亲近”（且为人所知），必

²⁹我此处想到佐格曼·梅布胡特「Zoghman Mebkhout;Zoghman Mebkhout」，首见于引言（“埋葬”「L'Enterrement;The Burial」），继于笔记“我的孤儿”「Mes orphelins;My Orphans」（第46号），及（埋葬发现后所写）“教学之败（2）——或创造与虚荣”「Échec d'un enseignement (2) - ou création et fatuité;Failure of a Teaching (2) - or Creation and Vanity」与“无正义无能之感”「Un sentiment d'injustice et d'impuissance;A Feeling of Injustice and Impotence」（第44'、44"号）。我于埋葬第七队列“研讨会——或梅布胡特之层与变态”「Le Colloque - ou faisceaux de Mebkhout et Perversité;The Colloquium - or Mebkhout's Sheaves and Perversity」（第75-80号）十一笔记中，渐识梅布胡特先驱事业被隐匿与侵占的不公。对此（第四暨末）“行动”的详尽探究与叙述，成“四种运算”「Les quatre opérations;The Four Operations」探究最厚重部分，名正言顺曰“极致”「L'Apothéose;The Apotheosis」（第171(i)至171号）。

³⁰尤见《收获与播种 II》“吾友皮埃尔”「Mon ami Pierre;My Friend Pierre」（第60-71号）十七笔记组。

³¹德利涅确“深纳并自化”的“宏大愿景”，曾对他有强大吸引，至今仍不由自主地迷住他，然一股强力同时驱他毁之，蓄意破其根基统一，攫取散片。他对被否弃“亡师”的隐秘对立，映其存有之分裂，深烙于我离去后其事业——远逊我所知其惊才。

是塞尔与德利涅：一为长者与孕育愿景关键期的灵感源；一为我最才俊的学生，我为其主要（且隐秘……）灵感源，埋葬与否皆然³²。若我离去后（正式成“殒地”）埋葬启动，化为服务同一目的的大小“行动”之漫长队列，必赖他俩协力共谋——前长者与前学生（或前“弟子”）：一悄然高效领行动，召集我部分学生³³，欲屠父（以臃肿可笑的**超级女霸**为丑像）；一予（四项）行动——贬毁、屠戮、肢解与分享无尽遗骸——无保留、无条件、无限度的“绿灯”。

3.9 剥离

正如我先前暗示，我须克服内心巨大的阻力——或更恰当地，通过耐心、细致而顽强的劳作化解之——方能摆脱某些根深蒂固的熟悉意象。这些意象惯性沉重，数十年来在我心中（如同众人，包括你，定然亦然）取代了对现实直接而细腻感知——在此，即某个数学世界的现实，我因过往与事业与之相连。其中最深植的意象，或成见之一，是似乎天然排除一位国际知名的学者，乃至被视为伟大数学家之人，可能（即便偶尔，更遑论习以为常……）沾染大小欺诈；或若他（仍依旧习）未亲手为之，却能欣然接纳他人操办的此类行动“（有时公然悖逆体面之感）”，并因某种缘由从中获益。

我精神上的惰性如此之重，仅在不到两月前，历经整整一年的漫长反思，我才怯然瞥见塞尔「Jean-Pierre Serre;Jean-Pierre Serre」或亦与这埋葬「Enterrement;Burial」有关——如今这于我显而易见，即便不依仗我近日与他那雄辩的交谈。在我初入“布尔巴基学派「Bourbaki;Bourbaki」圈子”——彼时它以善意接纳我——的所有成员中，尤在他身上，我对其人存有一种隐秘的“禁忌”。他俨然某种“优雅”的化身——不仅限于形式，更涵括严谨与一丝不苟的正直。

去年4月19日发现埋葬前，我连梦中也未想过，我的学生中竟有人在其职业操守上不诚——无论对我或他人；对其中最杰出、与我最亲近者，此猜想尤显荒谬！然而，自离去之时起，乃至随后多年直至今日，我有充分机会察觉他与我的关系何其分裂。我亦多次见他（似仅为取乐）运用权力，挫败与羞辱他人，时机若恰。每逢如此，我深受触动（或超乎我愿承认的程度……）。这些迹象已足

³² 见前脚注。

³³ 此处明确指另五学生，如德利涅般以“多样性上同调”「cohomologie des variétés;cohomology of varieties」为主题。

够雄辩，揭示一种深层失调，我有充分机会确认，这失调绝非仅限于他，即便在我最亲近的学生小圈中亦然。此失调，因丧失对他人的尊重，不比所谓“职业不诚”所显者更浅显或浅薄。即便如此，发现此不诚对我仍是全然意外与震撼。

此惊人启示后的数周，伴随一连串同类“瀑布”，我逐渐察觉，某些学生间的某种诡计³⁴，早在离去前的数年已然萌芽。尤在最杰出者身上——我离去后，他定调并（如我先前所述）“悄然高效地领行动”——此尤为明显。近二十年回望，这诡计如今“刺眼”显明。若我当时选择闭目，追逐那“白鲸”，沉浸于“一切皆秩序与美”的世界（我乐于如此想象），我今察觉，我未担起对学生的责任——他们在与我共处中习得我热爱的职业；这职业不仅关乎技艺，或某种“嗅觉”的培养。因对杰出学生的纵容，我（以隐秘裁决）视其为“超然之存在”，无可疑之，我当时贡献了我的份量³⁵，助长了我今日所见那（似前所未有的）腐败，蔓延于曾珍视的世界与人之中。

诚然，鉴于其巨大惰性，我需剧烈而持续的劳作，方能摆脱俗称的“幻觉”（不无遗憾之调……），我宁称其为成见；关于我自己、曾认同的圈子、我曾爱且或仍爱之人——“摆脱”这些成见，或更恰当地，任其从我剥离。这确是劳作，然非挣扎——这劳作带给我诸多珍贵之物，时有悲怆，却无一刻遗憾或苦涩。苦涩乃逃避认知、逃避生命讯息之途；以对自身的顽固幻觉为代价，换取对世界与他人的另一“幻觉”（某种负向）。

我无苦涩无遗憾，见这些曾“珍贵”的成见——因旧习与“自古如此”——如累赘乃至压迫之重，一一从我剥离。它们确已成“第二本性”。然此“第二本性”非“我”。逐片剥离，非撕裂，亦非失落之挫败——如被夺珍宝者。我所述“剥离”，如劳作之报偿与果实。其标志是即刻而舒心的释然，一种受欢迎的解放。

³⁴ 见前脚注。

³⁵ 此“贡献”尤见于笔记“超然之存在”[*L'être à part; The Exceptional Being*]（第 67' 号），及“攀登”[*L'ascension; The Ascent*]与“暧昧”[*L'ambiguïté; The Ambiguity*]（第 63'、63" 号），又于（略异视角）笔记“驱逐”[*L'éviction; The Eviction*]（第 169 号）末现。另一类“贡献”见《虚荣与更新》[*Fatuité et Renouveau; Vanity and Renewal*]，对天赋稍逊的年轻数学家持虚荣态度。此对普遍退化中责任之份的觉醒，于“竞技数学”[*La mathématique sportive; Sporting Mathematics*]（第 40 号）节达顶峰。

3.10 运动中的四波

如其所然，这封信完全不像我开始写时所预想的那样。我原以为主要会写一个小小的“概要”关于葬礼「Enterrement;Burial」：事情大致是这样发生的，你信不信由你（我自己都难以置信……），但事实确实如此，无可辩驳，不管你喜欢与否，黑纸白字的出版物，某某期刊或某某书籍，某年某月某页，只要一看便知——况且这一切在《丰收与播种》「Récoltes et Semailles;Harvests and Sowings」中都已详细拆解；参见“四种运算”「Quatre Opérations;Four Operations」那样的注释——接不接受随你！如果你宁愿不读我写的东西，自然会有别人代你承担……

结果这些都没写——然而这封信已然写到了三十页，而我原计划总共不过五六页。甚至没刻意为之，我却在字里行间被引导着对你说了些本质性的东西。而那个我曾迫不及待想清空的“袋子”（一开始就明摆在那儿，在头几页里！），至今仍未打开！我的手指甚至不再为此蠢蠢欲动，那股冲动已在途中消散。我明白了，这里并不是合适的地方……

说实话，《丰收与播种》的第四部分（也是最长的一部分），名为“葬礼（3）”「L'Enterrement (3);The Burial (3)」或“四种运算”「Les Quatre Opérations;The Four Operations」，源于一个最初打算作为“小概要”的“注释”，用来大致总结去年那场令人意外的调查（匆匆一瞥）所揭示的内容，那调查在第二部分（“葬礼（1）”「L'Enterrement (1);The Burial (1)」，或“中国皇帝的袍子”「La robe de l'Empereur de Chine;The Robe of the Emperor of China」）中得以延续。我原以为不过写个五到十页的“注释”，仅此而已。结果却一发不可收拾，调查重新启动，最终写出了近四百页——几乎是我原打算总结或平衡的那部分的两倍！这意味着那个小概要始终缺席，尽管《丰收与播种》的六百页都致力于葬礼的调查。这有点蠢，的确。但总还有时间在引言的第三部分（反正也不差这十页二十页）中补上，然后将我的笔记交给印刷商。

《丰收与播种》的五个部分（最后一部分尚未完成，估计还要几个月才能完稿）呈现出（三波）“冥想”与（两波）“调查”的交替。这仿佛是我过去九年生活的缩影，那也是一场“波浪”的交替，源自我如今生活中占主导的两种激情：冥想的激情与数学的激情。实话说，我方才草草称为“调查”的《丰收与播种》的两个部分（或“波浪”），正是直接源于我作为数学家过去的根基，由我内心的数学激情以及随之植根的自我依附所裸露而出。

第一波，“虚荣与更新”「Fatuité et Renouveau;Vanity and Renewal」，是我与作为数学家的过去的初次相遇，引向对当下的冥想，我刚发现当下植根于这过去。虽非丝毫预谋，但这一部分为《丰收与播种》的后续奠定了“基调”，如同一场内在的准备，天意使然且不可或缺，为迎接紧随其后的第二波中“葬礼的全部壮丽”「Enterrement dans toute sa splendeur;Burial in all its splendor」的发现做好铺垫，即“葬礼（1）——或中国皇帝的袍子”「L'Enterrement (1) - ou la robe de l'Empereur de Chine;The Burial (1) - or the Robe of the Emperor of China」。与其说是“调查”，不如说这是那发现日复一日的故事，它对我的存在产生的影响，我努力面对这突如其来砸向我的东西，试图以我的经历、那些最终变得熟悉的事物来定位这不可思议的存在，尽力让它变得可理解。这运动导向一个初步的暂时结果，在注释“掘墓人——或整个会众”「Le Fossoyeur - ou la Congrégation toute entière;The Gravedigger - or the Entire Congregation」（第 97 号）中，这是首次尝试为某件多年来、如今比以往任何时候都更尖锐地呈现为对常识的可怕挑战的事物，辨明解释与意义！

这第二波运动还导向一个“疾病插曲”³⁶，迫使我完全休息，超过三个月停止一切智力活动。那时我以为自己又一次即将完成《丰收与播种》（只剩些最后的“杂务”……）。去年九月末恢复正常活动，准备为那些搁置的笔记画上最后句点时，我仍以为只需再添两三则终结性注释，包括一则关于我刚经历的“健康事件”。事实上，接连数周、数月，又写了一千页——比已写部分的两倍还多——这次我清楚地知道还没完稿³⁷！实际上，这长长的中断期间，我几乎与那尚炽热（甚至灼热）的素材失去联系，离开时它正热火朝天，这几乎迫使我以全新目光重审这素材，若不想只是愚蠢地“草草收尾”一个已失去活联系的“计划”。

由此诞生了《丰收与播种》这广大运动中的第三波——一波关于阴与阳「yin et yang;yin and yang」的漫长“冥想波”，探讨事物动态与人类存在中的“阴影”与“光明”两面。这波冥想源于对葬礼「Enterrement;Burial」中深层力量更深理解的渴望，却从一开始就获得自身的自主性与统一性，直指最普遍与最私密个人的东西。在这冥想中我发现（若稍加思索便显而易见），我在探索事物——无论

³⁶此插曲涉及两则注释“事件——或身体与精神”「L'incident - ou le corps et l'esprit;The Incident - or Body and Mind」及“陷阱——或轻松与疲惫”「Le piège - ou facilité et épuisement;The Trap - or Ease and Exhaustion」（第 98、99 号），开启了名为“逝者（尚未死去）”「Le défunt (toujours pas décédé);The Deceased (Still Not Dead)」的“队列十一”「Cortège XI;Cortege XI」。

³⁷“尚未完稿”——哪怕仅因第五部分尚未完成，写下这些时仍未结束。

数学或其他——时的自发方式，其“基调”是“阴”的、“女性”的；且令人惊讶的是，相较于常情，我始终忠于内在的原始本性³⁸，从未屈从或修正以适应惯常做法，我始终忠于这内在本性，未加扭曲或调整以迎合周围环境中盛行的主导价值。这发现起初仅是好奇，逐渐却显露为理解葬礼的关键。更重要的是——这在我看来意义更深远——我如今无比清晰、无一丝疑虑地看到：若非拥有超常的智力天赋，我却能在数学工作中持续发挥全力，孕育出广阔、强大且丰饶的作品与视野，全归功于这忠实，归功于我不屑于遵循规范，因而能全然信赖原始的认知冲动，不修剪、不削弱其力量、细腻与完整本性。

然而，在这“葬礼（2）——或阴与阳之钥”「L'Enterrement (2) - ou la Clef du Yin et du Yang;The Burial (2) - or the Key to Yin and Yang」的冥想中，关注的中心并非创造力及其源泉，而是“冲突”，创造力的阻塞状态，或因内心对立（往往隐秘的）力量对抗而导致的创造能量的分散。暴力、看似“无端”、为“乐趣”的暴力特质，在葬礼中多次令我困惑，唤起无数类似经历。这暴力体验在我生命中如“冲突经验中坚韧的核心”。我从未直面暴力存在及其在人类普遍存在、尤其在我个人存在中的可怕谜团。这谜团贯穿阴与阳冥想的后半部分（“阴”或“衰退”面），成为关注核心。在此部分中，逐渐浮现对葬礼意义及其表达力量的更深刻洞察。这也是《丰收与播种》中自我认知最丰饶的部分，我感到，它将我与关键问题和情境相连，让我正视那直到去年仍被回避的“关键性”。

完成这漫长的“阴与阳”离题后，我仍需写“两三则注释”（至多再加一两则，其中一则已命名“四种运算”……），以结束《丰收与播种》。后续已知：这“最后几则注释”成了《丰收与播种》中最长部分，近五百页。这是运动的“第四波”，也是葬礼的第三且最后部分，我命名为“四种运算”「Les Quatre Opérations;The Four Operations」，其核心是注释组“四种运算（在一具遗体上）”「Les quatre opérations (sur une dépouille);The Four Operations (on a Corpse)」。这是《丰收与播种》中最严格意义上的“调查”部分——然而带点调味，因这调查不限于纯“技术”或“侦探”层面，而是如书中其他部分一样，主要由认知与理解的渴望驱动。语气比葬礼第一部分更“有力”，那时我还在揉眼睛，怀疑是否在梦中！即便如

³⁸这“忠于原始本性”并非完全彻底。长期以来，它仅限于我的数学工作，而在其他方面，尤其是与他人的关系中，我随大流，推崇并优先展现我认为“阳刚”的特质，压抑“阴柔”特质。这在注释组“人生故事：三乐章循环”「Histoire d'une vie : un cycle en trois mouvements;Story of a Life: A Cycle in Three Movements」(第 107-110 号)中有详细探讨，开启了《阴与阳之钥》「Clef du Yin et du Yang;Key to Yin and Yang」。

此，页面揭示的事实常恰到好处，以生动实例阐释此前仅略提及的内容。这是数学离题占据重要地位的部分，因调查需要重新接触十五年未触及的素材。光谱另一端，有我友佐格曼·梅布胡特「Zoghman Mebkhout;Zoghman Mebkhout」（此部分献给他）的即时叙述，他落入无耻高阶“黑帮”之手，始料未及，只因涉足（看似无害却引人入胜的）各类流形的上同调「cohomologie;cohomology」主题。为理清这部分“调查”的繁复笔记、子笔记、子子笔记迷宫，我指向目录（第 167' 至 176₇ 号注释），及首则注释“侦探——或玫瑰人生”「Le détective - ou la vie en rose;The Detective - or Life in Pink」（第 167' 号）。但需指出，此注释（4 月 22 日）后被“事件超车”，因调查在随后两月仍跌宕起伏，我原以为已近尾声。

这第四波持续逾四月，从二月中至六月末。尤其在此部分，通过对“证据”的细致顽强工作，日复一日、页复一页，与葬礼现实建立具体、可触的联系；我逐渐“熟悉”它，尽管它引发的本能拒绝（且持续如此）阻碍真正认知。这长反思始于对德利涅「Deligne;Deligne」拜访的回顾（信中已提），止于对与塞尔「Serre;Serre」关系及塞尔在葬礼中角色的“最后一刻”反思³⁹。此前我因“禁忌”（已提及）默认塞尔“无责”，这或是我理解葬礼的最大缺憾，至上月仍存——这“最后一刻”反思遂成第四波带给我最重要的东西，使我对葬礼及其力量的把握更扎实、更丰满。

3.11 运动与结构

我想我已经说完了关于《丰收与播种》「Récoltes et Semailles;Harvests and Sowings」我想对你说的最重要的事情，至少让你大致明白“这是怎么回事”。当然，我说的已经足够多，足以让你判断接下来这封超过千页的信是否“与你有关”，以及你是否会继续阅读。如果答案是“是”，我觉得再附上一些关于《丰收与播种》形式的说明（特别是实用性的）会很有帮助。

这种形式是某种精神的反映与表达，我在前面几页中试图传递这种精神。相

³⁹在注释“家族相册”「L'album de famille;Family Album」（第 173 号）的 c、d、e 部分，最后一节日期为 6 月 18 日（恰十日）。仅一则注释或片段日期更晚，即“五论屠杀——或孝道”「Cinq thèses pour un massacre - ou la piété filiale;Five Theses for a Massacre - or Filial Piety」（第 176₇ 号，次日 6 月 19 日）。你会注意到，此第四部分或“调查部分”，与其他部分不同，注释常依逻辑而非时间顺序排列。如葬礼最后两则注释（构成最终“深渊呼声”「De Profundis;De Profundis」）日期为 4 月 7 日，比前述注释早两月半。需说明，除葬礼（3）的“调查”核心（第 167' - 176₇ 号注释，葬礼仪式的“第五阶段”，阴与阳之钥为第二阶段）外，注释多按写作顺序排列，少有例外。

比我过去的出版物，如果说《丰收与播种》以及其源头《追寻场》「A la Poursuite des Champs; In Pursuit of Fields」中出现了一种新的特质，那无疑是自发性「spontanéité; spontaneity」。诚然，有贯穿始终的主线和大问题赋予整个反思以连贯性和统一性。然而，这反思却是日复一日展开的，没有预设的“计划”或“规划”，从不预先设定“必须证明什么”。我的目的不是证明，而是发现，深入探索未知的实质，让那些仅被预感、怀疑、瞥见的事物逐渐凝结。我可以毫不夸张地说，在这项工作中，没有一天或一夜的反思是在“预期”的领域中展开的——无论是当时浮现的观念、意象还是联想，当我坐在白纸前，执着地追寻一根顽强的“线索”，或拾起另一根刚浮现的线索时都是如此。每次，反思中浮现的东西都与我能预测的不同，如果我冒险试图提前描述我以为眼前的景象，也无法做到。更多时候，反思从一开始就走上完全未预料的路径，通向同样未预料的新风景。即使它遵循一条或多或少预定的路线，旅途中数小时的揭示也与我出发时的想象大相径庭——正如真实风景与明信片之别：真实风景有清凉阴影与温暖光线的交织，行者步伐下细腻变幻的视角，无数声响与无名芬芳随微风起舞，草木摇曳，林间低吟……这活生生、捉摸不定的风景，与一张明信片，哪怕再美、再精致、再“真实”，也截然不同。

由一天或一夜连续进行的反思构成不可分割的单位，仿佛整个反思（在此即《丰收与播种》）中的活细胞与个体。这反思的每一单位（或“注释”⁴⁰，构成“旋

⁴⁰最初在写《虚荣与更新》「Fatuité et Renouvellement; Vanity and Renewal」时，“注释”对我而言等同于“注解”，如同脚注。为排版方便，我选择将这些注解置于文本末尾（第1至44号注释，第141至171页）。这么做的一个原因是，某些“注释”或“注解”长达一页或多页，甚至超过它们所注释的正文。至于反思“初稿”的不可分单位，因找不到更贴切的名称，我当时称之为“节”（比“段落”更顺耳！）。

这种情形及文本结构在下一部分有所改变，该部分最初名为“葬礼”「L'Enterrement; The Burial」，后成为“葬礼（1）」「L'Enterrement (1); The Burial (1)」（或“中国皇帝的袍子”「La robe de l'Empereur de Chine; The Robe of the Emperor of China」）。此反思接续于双重注释“我的孤儿”「Mes orphelins; My Orphans」与“拒绝遗产——或矛盾的代价”「Refus d'un héritage - ou le prix d'une contradiction; Refusal of an Inheritance - or the Price of a Contradiction」（第46、47号注释，第177、192页），作为《丰收与播种》（或其第一部分《虚荣与更新》）最终“节”“过去的重量”「Le poids d'un passé; The Weight of a Past」（第50号，第131页）的注解。随后，又为此节添加了其他注解（第44'及50号注释），还有为“我的孤儿”添加的注解，这些注解又催生新的注解；此外，这次还有真正的脚注，当预定注解（写成后仍保持）篇幅适中时使用。于是，理论上，《丰收与播种》的这一部分（当时应为第二且最终部分）表现为“过去的重量”一节的“注释”集合。由于惯性，这种“注释”（而非“节”）的划分延续至后三部分，我同时使用脚注（若篇幅允许）和文中提及的后续注释，作为反思“初稿”的注解方式。

在排版上，“注释”与《丰收与播种》第一部分用作“初稿”基本单位的“节”区别在于标记，如(1)、(2)等（括号内数字上标，遵循注解引用的普遍惯例），置于注释开头或正文引用的适当位置。节则以阿拉伯数字1至50标记（避免繁琐的索引与上标，如注释因实用需求所用）。可以

律……”）自此各有其名，获得独特身份与自主性。然而，有时因偶然原因中断的反思，会在次日或隔日自然延续；或连续数日的反思，回顾时仿佛一气呵成，似乎仅因睡眠需要被迫插入某种（生理上的）停顿，仅以简短日期标示（或多个日期）于连续段落间，该“注释”因单一名称而自成一体。

因此，《丰收与播种》的每则注释都有其独特性，有其面貌与功能，与其他注释迥异。对每则注释，我试图以其名称表达其独特本质，旨在还原或唤起其核心，或至少某些本质性的东西，即它“要说的”。每则注释，我首先通过其名辨识它，日后需要引用时也以此名呼唤。

名称常自发浮现，甚至在我想到命名之前。它意外出现时提醒我，正在写的这则注释即将完成——它已说完该说的，只待写完当前段落……名称也常在重读前日或前两日的注释时自发出现，继续反思前。有时，名称在注释诞生后的数日或数周略有调整，或增添我最初未想到的第二名称。许多注释有双重名称，表达信息的不同视角，有时互补。《虚荣与更新》初现的双重名称是“与克洛德·舍瓦利会面——或自由与善意”[Rencontre avec Claude Chevalley - ou liberté et bons sentiments; Meeting with Claude Chevalley - or Freedom and Good Sentiments]（第11号）。

仅两次我在开始注释前已有名称在脑海——两次都被后续事件颠覆！

仅在回顾时，隔数周乃至数月，才显现出整体运动与结构，在日复一日接续的注释中。我尝试通过注释的各种分组与子分组捕捉这两者，每组有其名称，赋予其独特存在与功能或信息；如同同一身体的器官与肢体（借用前述意象），及其部分。在《丰收与播种》“整体”中，有我已提及的五“部分”，各具独特结构：《虚荣与更新》分为八“章”I至VIII⁴¹，构成“葬礼”[L'Enterrement; The Burial]的三部分（也在数月中逐渐清晰）由十二“队列”[Cortèges; Corteges]I至XII的庄严长列组成。最后一队列，或更确切地说“葬礼仪式”[Cérémonie Funèbre; Funeral Ceremony]（其名如此），此前十一队列（多半未觉端倪……）朝其行进，其规模宏大，与其所悼念的伟业相称：几乎涵盖《丰收与播种》第三部

说，《丰收与播种》第一部分的“节”与后续部分的“注释”在功能上无本质差异。我在此信部分（“自发性与结构”）关于此功能的评论，同样适用于第一部分的“节”，尽管我常用“注释”一词。

关于其他细节与惯例，尤其是阅读《葬礼（1）》目录的说明，见引言第7节（葬礼的安排）[L'Ordonnancement des Obsèques; The Ordering of the Funeral]，特别第xiv-xv页。

⁴¹在《虚荣与更新》中，我偶尔称这些章为《丰收与播种》的“部分”，当然不可与前述逐渐浮现的五部分混淆。

分（葬礼（2））全部及第四部分（葬礼（3））全部，近八百页，约一百五十则注释（最初此仪式仅计划两则！）。由首席主持者亲自（以其著名的谦逊……）细腻引导，仪式分九“阶段”或礼拜行为，从《悼词》「Eloge Funèbre;Funeral Oration」（可想而知）开始，至最终《深渊呼声》「De Profundis;De Profundis」（理应如此）结束。其中两“阶段”，“阴与阳之钥”「La Clef du Yin et du Yang;The Key to Yin and Yang」与“四种运算”「Les Quatre Opérations;The Four Operations」，各占其所在部分（第三或第四）绝大部分，并以此命名。

贯穿《丰收与播种》，我如珍视眼珠般呵护目录，不断调整以适应未预料注释的持续涌入⁴²，尽力细腻反映反思的整体运动与逐渐浮现的精妙结构。在第三部分尤其是第四部分（刚提及），“钥匙”与“四种运算”，此结构最为复杂与交织。

为保留文本的自发性及反思的未预料性，如其真实展开与体验，我未让注释前置其名，因名称总在事后才浮现。故建议你在读完每则注释后查阅目录，了解其名称；偶尔也可一瞥其如何嵌入已展开的反思，甚至未来反思。否则，你可能在看似杂乱无章、编号有时怪异甚至繁琐的注释群中迷失⁴³；如旅行者迷失于陌生城市（随世代与世纪的 capricieux 奇异生长……），无指南或地图指引。在准备印刷的手稿中，我计划在正文中加入“章”及其他注释与节的组名，唯独注释（或节）本身除外。但即便如此，偶尔查阅目录仍不可或缺，以免迷失于数百注释连绵千余页的混乱中……

3.12 自发性与严谨性

自发性「Spontanéité;Spontaneity」与严谨性「Rigueur;Rigour」是同一不可分割品质的“阴影”与“光明”两面。只有它们的结合，才能孕育出文本或个体特有的品质，我们或可用“真理的品质”这样的表达来尝试勾勒它。在我过去的出版物中，自发性即便不是完全缺席，也仅占微不足道的一席之地，但我并不认为它在我身上迟来的绽放削弱了严谨性。相反，这位阴性伴侣的充分赋予了严谨性新的维度与丰饶。

⁴²这些未预料注释包括“由脚注因篇幅过长而衍生”的注释。通常，我将其置于相关注释后，编号加‘或’，必要时加”——避免繁琐地重新编号后续已写注释！这些由脚注衍生的注释，在《葬礼（1）》目录中以! 标记。

⁴³关于这些看似怪异的编号缘由，见此冗长信的前一脚注。

这种严谨性自我约束，确保其在意识领域中对众多流过的信息进行细腻“筛选”时，始终提炼出重要的或本质的，剔除偶然的或次要的，不让这筛选过程僵化为自我审查或自满的自动机制。唯有我们内心的好奇与求知渴望，才能唤醒并激发这种轻盈的警觉、这种活泼的敏锐，去对抗那无处不在、巨大的惯性——那些所谓“自然的倾向”，由成见雕琢而成，承载着我们的恐惧与条件反射。

同样的严谨性，这份警醒的关注，也投向自发性及其表象，同样在此分辨出那些“自然的倾向”——它们确乎自然——与真正从存在深层喷涌而出的事物，从原始的认知与行动冲动中迸发，推动我们与世界相遇。

在写作层面，严谨性体现为一种恒久的关注：借助语言尽可能精确、忠实地勾勒思想、情感、感知、意象、直觉……凡需表达之处，皆不容模糊或近似的词语代替轮廓分明的事物，也不以虚假的精确（同样扭曲）描述尚在预感迷雾中模糊的事物。只有当我们试图捕捉它当下的真实面貌，且仅在此时，那未知之物才会揭示其真性，或许直至白昼的明光之下——若它注定属于光明，而我们的渴望促其褪去阴影与迷雾的面纱。我们的角色并非假装描述并固定我们未知且无法把握之物，而是谦卑且热忱地认知那包围我们的未知与奥秘。

这意味着写作的角色并非记录研究的成果，而是研究的过程本身——我们与世界之母、那未知者的爱之劳作与爱的果实，她不懈地呼唤我们深入她的无限之躯，在欲望的神秘路径引领下，探知她每一处角落。

为呈现这过程，回溯不可或缺——它们细化、化、深化，有时修正初稿，甚至二稿、三稿，构成发现过程的核心部分。它们是文本的本质组成部分，赋予其全部意义。因此，《虚荣与更新》[*Fatuité et Renouveau; Vanity and Renewal*]末尾的“注释”（或“注解”），在构成文本“初稿”的五十“节”中此处彼处提及，是文本不可分割且至关重要的一部分。我强烈建议你在阅读时逐一查阅，至少在每节包含一或多个此类“注释”引用的末尾查阅。《丰收与播种》[*Récoltes et Semailles; Harvests and Sowings*]其他部分的脚注，或某“注释”（此处为主文）中提及的后续注释——作为对此的“回溯”或注解——亦是如此。这与我建议你在阅读时不离目录并列，是我能给你的主要阅读建议。

最后一个实用问题，以略显平淡的方式结束这封该收尾的信。为准备《丰收与播种》各分册在大学复印服务处印刷，曾有些许“慌乱”，希望赶在大假期前完成（若可能）。匆忙中，《分册2》（“葬礼（1）——或中国皇帝的袍子”[*L'Enterrement (1) - ou La robe de l'Empereur de Chine; The Burial (1) - or The Robe of the Emperor of*

China」) 遗漏了一整页最后一刻添加的脚注。这些脚注主要是修正写作《四种运算》「Les Quatre Opérations;The Four Operations」时近期发现的某些实质性错误。其中一则脚注比其他更重要,我想在此特别指出。它是注释“受害者——或双重沉默”「La victime - ou les deux silences;The Victim - or the Two Silences」(第 78' 号,第 304 页)的注解。在该注释中,我尽力(虽完全主观)描绘我对好友佐格曼·梅布胡特「Zoghman Mebkhout;Zoghman Mebkhout」当时如何“内化”他所遭受的独特掠夺的印象,他却认为这对他不公,觉得我几乎将他与其掠夺者“混为一谈”。显然,这则注释仅旨在呈现特定“瞬间”的印象,未述及(或许视为理所当然的)其他同样真实(且或更无可争议)的视角。无论如何,对此微妙话题的反思在一年后于注释“根与孤独”「Racines et Solitude;Roots and Solitude」(第 171 号)中大幅深化,未引起佐格曼的异议。同一话题的其他反思见于“三个里程碑——或纯真”「Trois jalons - ou l'innocence;Three Milestones - or Innocence」及“死页”「Les pages mortes;The Dead Pages」(第 171(x) 及 (xii) 号注释)。这三则注释属《四种运算》中“顶峰”「L'Apothéose;The Apotheosis」部分,聚焦佐格曼·梅布胡特作品的挪用与扭曲。

只剩祝你阅读愉快——并期待读到你的回信!

亚历山大·格罗滕迪克「Alexandre Grothendieck;Alexandre Grothendieck」

尾声与附言——或一场辩论的背景与前提

1986 年 2 月

3.13 瓶子光谱仪

这封信写成已有整整七个月,寄出连同那“厚砖”一起也近四个月了。每本上都有我亲笔的题词⁴⁴。如同一只“漂流瓶”,或者更像一群漂泊的瓶子,我的讯息落入并流传至那曾熟悉的数学小宇宙最偏远的角落。日子、星期、月复一月,通过直接与间接的回响,我意外地仿佛面对一幅数学界的巨大 X 光片,这幅图景由一台触角遍布的光谱仪绘制,我的那些无辜“瓶子”恰似其游走的触角。于

⁴⁴少数例外,主要是不认识的同事,他们只收到临时印刷的第 0 和第 4 分册,作为他们积极参与我葬礼「Enterrement;Burial」的额外奖励。

是（高尚的责任使然！），尽管我并不缺事做，却被赋予了解读这幅“射线图”并尽力述说所见的新任务。这将成为《丰收与播种》「Récoltes et Semailles;Harvests and Sowings」的第六（且最后，我保证！）部分。若天假以年，这将为“我晚年的伟大社会学著作”加冕。目前，先谈几点初步评论。

迎接我这支手工打造的简朴小舰队时，最显著且遥遥领先的，是嘲弄的语气，半带愠怒，像是“瞧，格罗滕迪克晚年变得偏执了”，或“这家伙还真把自己当回事”——一语蔽之！不过，我只收到一封这类风格的信⁴⁵，另有两封带着掩饰的、自我满足的揶揄⁴⁶。大多数收信的数学家，包括我昔日的学生，多以沉默回应⁴⁷——这沉默意味深长。

尽管如此，我已收到大量书信。大多数信件带着礼貌的尴尬，常常试图显得友好，仿佛出于礼节考量。有两三次，我在这种尴尬背后，透过它的过滤，感受到依然鲜活的温情。多半时候，若尴尬不以自我或他人的善意声明表达，便化作赞美——我从未一生收到如此之多！诸如“伟大数学家”、“精彩篇章”（论创造力“等等”）、“无可争议的作家”之类，不胜枚举。为锦上添花，我甚至收到一句真挚（绝非讽刺）的赞美，称颂我内在生活的丰富。毋庸多言，这些信中无人触及任何问题的核心，更遑论个人介入；语气更像是“被请求发表意见”（借用一封信的措辞），针对一件略显棘手、或许虚构，甚至全然想象的事务，且无论如何，与己无关。若偶尔提及某问题，也仅指尖轻触，尽力远之——或以对我谆谆劝导，或用谨慎的条件句，或套用不知如何应对时的陈词滥调，或其他方式。少数人暗示或许发生过不太正常的事——却小心翼翼地模糊何事何人……

我也收到十五六位新旧友人的坦诚热烈回响。有些表达了情感，不愿掩饰或压抑。这些回响，及数学界外的同样温暖回应，是我长久孤独工作的回报，这工作不仅为己，也为众。

在收到我信的约 130 位同事中，有三位真正回应，以全身心投入，而非仅对世纪事件作遥远评论。我还收到一位非数学家的通信者同样真挚的回音。这些是对我讯息的真实回应，亦是我最好的回报。

⁴⁵ 此信来自一位曾是我学生的同事，且是我葬礼的共同参与者之一。

⁴⁶ 来自两位曾与我在布尔巴基学派「Bourbaki;Bourbaki」共事的旧同事，其中一位是早年以温暖善意接纳我的前辈。

⁴⁷ 寄给 131 位数学家的信中，至今 53 位有所回应，哪怕只是确认收到。其中 6 位是我旧生，另外 8 位毫无音讯。

3.14 三足鼎立于一盘

许多我的数学家同事和朋友表达了希望，《收获与播种》「Récoltes et Semences; Harvests and Sowings」能在数学界开启一场广泛的辩论，讨论数学界风气现状、数学家的伦理，以及其工作的意义与目的。然而，至少目前看来，事情并未朝这个方向发展。从现在起（为了玩一个必须的文字游戏），关于“葬礼”的辩论似乎完全被一场辩论的“葬礼”所取代！

尽管如此，无论人们愿不愿意，也不管大多数人的沉默与冷漠如何，一场辩论确实已经开启。它不太可能发展成一场真正的公开辩论，甚至（愿上帝保佑不会如此！）带有“官方”辩论的浮夸与僵硬。然而，许多人早已迅速采取行动，在尚未了解情况之前，就在内心深处将这场辩论关闭，凭借那永恒不变的共识——“一切在最好的世界（此处指数学世界）中皆为最佳”。不过，或许质疑最终会从外部逐渐浮现，通过那些“见证者”——他们并非来自同一圈子，不受其群体共识的束缚，因此也不会（即便在内心深处）感到自己被质疑。

在我收到的几乎所有反馈中，我注意到关于两个前提问题的相同困惑：由《收获与播种》所（至少是隐晦地）提出的“辩论”究竟针对什么；以及谁有资格了解并对此发表意见，或者说，谁能在充分知情的情况下形成自己的看法。对此，我想在此明确标出三个“参照点”。当然，这无法阻止那些执意保持困惑的人继续如此。但至少，对于那些想弄清楚事情真相的人，这或许能帮助他们不被四面八方的喧嚣（甚至包括那些最善意的……）所干扰。

a) 一些真诚的朋友向我保证，“一切终将好转”（我想，“一切”指的是那些不幸受损的“事物”……）；我只需回归，“通过新的工作强行确立地位”，发表演讲等等——其他人会处理剩下的事。他们会慷慨地说：“我们对这个该死的格罗滕迪克「Grothendieck; Grothendieck」确实有些不公”，然后悄无声息地、或多或少带着信念地纠正错误⁴⁸；甚至，以一种父辈的姿态拍拍他的肩膀，称他为“伟大的数学家”，以此安抚这位总体上还算体面、却不幸表现出愤怒并掀起不受欢迎波澜的家伙。

正如这些朋友所暗示的，这绝非“松懈”或“让步”的问题。就我而言，我既不需要赞美，也不需要真诚的仰慕者，更不需要为了“我的”事业或任何事业而来的“盟友”。这不是关于我——我过得很好；也不是关于我的作品——它们

⁴⁸我已多次注意到这类隐秘的迹象，表明人们已清楚意识到这头狮子苏醒了……

自己会说话，哪怕是对聋子。如果这场辩论也涉及我和我的作品，那只是作为揭示其他事物的媒介，通过一场“葬礼”（确实是最具揭示性的事件之一）的现实。

如果有“某人”让我觉得应当引起警觉、忧虑和紧迫感，那绝不是我本人，甚至也不是我的任何“共同被埋葬者”。而是一个既难以捉摸又极为具体的集体存在，人们常常提及它，却从不愿仔细审视，它的名字叫“数学共同体”。

在过去几周里，我终于将它视为一个有血有肉的人，其身体正遭受深重的坏疽之苦。最好的食物、最精致的菜肴，在它体内却化为毒药，使病痛进一步扩散和加深。然而，它却有着一种无法抑制的贪食欲望，不断地填塞更多，仿佛这是掩饰病痛的方式——一种它无论如何也不愿正视的病痛。无论对它说些什么都是徒劳——最简单的词语也失去了意义。它们不再承载信息，而只触发恐惧与拒绝的开关……

b) 我的大多数同事或昔日好友，即便态度友善，在冒险发表意见时，也会谨慎地使用条件语气，如“如果真如所述……那确实不可接受”——以此心安理得地继续高枕无忧。我原以为自己已经表达得很清楚了……

在七个月的回顾后，我现在可以明确指出，《收获与播种》中报告并评论的事实几乎全部，其真实性无可争议。我将在后文提及少数例外情况，并会在适当位置逐一标明。对于其他所有事实，在《收获与播种》初稿完成后，我与几位主要相关者（即皮埃尔·德利涅「Pierre Deligne; Pierre Deligne」、让-皮埃尔·塞尔「Jean-Pierre Serre; Jean-Pierre Serre」和吕克·伊吕西「Luc Illusie; Luc Illusie」）进行了仔细对质，消除了细节上的错误，并就事实本身达成了明确无误的共识⁴⁹。

因此，这场辩论绝非关乎事实的真实性——这一点并无争议，而是关于这些事实所描述的实践与态度是否应被视为理所当然的“正常”行为。

这里涉及的是一些实践，我在证言中（或许错误地……）称之为丑闻；如滥用信任或权力，以及显而易见的欺诈行为，不止一次达到了独一无二且厚颜无耻的程度。我在了解这些事实（十五年前还难以想象）后仍需学习的一件相当不可思议的事是，我的数学家同事中绝大多数，甚至包括我的学生或朋友，如今认为这些实践是正常的，且完全正当。

c) 我的许多同事和昔日朋友还有第二种保持困惑的方式。他们会说：“抱歉，我们不是这方面的专家——别要求我们了解那些（天意如此……）超出我们理解

⁴⁹我很高兴在此向这三位表达我的感激，感谢他们在这一个场合表现出的善意，并确认他们在涉及事实问题上的完全诚意。

的事实……”

我却断言，恰恰相反，要了解主要事实，无需成为“专家”（我也感到抱歉！），甚至无需知道乘法表或毕达哥拉斯定理「Théorème de Pythagore;Pythagorean Theorem」。甚至不必读过《熙德》「Le Cid;Le Cid」或拉封丹寓言「Fables de la Fontaine;Fables of La Fontaine」。一个正常发育的十岁孩子完全有能力做到这一点，甚至比最知名的专家做得更好……⁵⁰

请允许我通过一个例子——“葬礼”中的“第一个例子”——来说明这一点⁵¹。要了解以下几个事实并对此作出判断，无需了解“动机”「Motif;Motive」这一多面且极为微妙的数学概念的来龙去脉，也无需拥有小学毕业证书。

1°) 在 1963 至 1969 年间，我引入了“动机”「Motif;Motive」的概念；并围绕这一概念发展了一种“哲学”和“理论”，部分仍属猜想性质。不管对错（此处无关紧要），我认为动机理论是我对当代数学最深刻的贡献。今日无人再否认“动机瑜伽”的重要性与深度（在我离开数学舞台后，关于它的近乎完全沉默持续了十年）。

2°) 在的第一本也是唯一一本（1981 年出版）主要致力于动机理论的书中（其标题中包含我引入的“动机”一词），唯一可能让读者怀疑我这微不足道之人与书中详尽阐述的某种理论有任何关联的段落，出现在第 261 页。这段文字（两行半）向读者解释，书中发展的理论与某个名叫格罗滕迪克「Grothendieck;Grothendieck」的人的理论毫无关系（该理论在此首次也是最后一次被提及，无任何其他参考或说明）。

3°) 有一个著名的猜想，称为“霍奇猜想”「Conjecture de Hodge;Hodge Conjecture」（具体内容在此无关紧要），其成立意味着该书所谓“另一”动机理论，与我在近二十年前公开发展并为众人所知的理论（的一个非常特殊情况）完全相同。

我还可以补充 4°) 该书的四位合著者中最负盛名者曾是我的学生，他那些在此书中作为新发现呈现的出色想法，无一不是多年来从我这里学来的⁵²；以及

⁵⁰当然，我写《收获与播种》并非针对十岁孩子，若要对他说话，我会选择他熟悉的语言。

⁵¹这是我发现的首次“大型葬礼行动”，时间是 1984 年 4 月 19 日，那天“葬礼”这个名字也强加于我。参见同日所写的两篇笔记：“梦的回忆——或动机的诞生”和“葬礼——或新父亲”（Res III, n°s 51, 52）。其中还包括即将提及的书的完整参考。

⁵²我并非说该书中没有这位作者或其他合著者的原创且出色的想法。但书的全部问题框架、赋予其意义的观念背景，甚至包括技术上构成核心的 X-范畴理论（被错误称为“塔纳卡式的”「Tannakien;Tannakian」），皆为我的作品。

5°) 这两点在消息灵通人士中是众所周知的，但你在文献中徒劳地寻找任何书面证据，证明这位杰出作者可能从我口中有所获益⁵³；以及 6°) 该书的主要作者亲口向我解释，其核心问题是一个精妙的算术问题（未提及我的名字），而这个问题是我在六十年代通过“动机瑜伽”提出的，且他也是通过我得知的；我还可以继续列出 7° 和 8° 等等（我在适当位置确实未曾遗漏）。

以上所述足以阐明我的观点，即：了解此类事实并作出判断，无需任何特殊“能力”——问题不在这个层面上。此处涉及的能力，除了每个人理应具备的健全理性外，我称之为“体面感”。

这本书现已成为数学文献中最常被引用的著作之一，其“主要作者”也是当代最负盛名的数学家之一。话虽如此，在我看来，这件事中最引人注目的，如今是无数读者——包括那些亲知内情的人、我的学生或朋友——无人对此书感到任何异常。至少截至我写下这些文字的今日，无一人向我表达过对这本声名显赫的书的丝毫保留意见⁵⁴。

至于那些从未拿过这本书的同事和昔日朋友，并以此为由声称无能为力，我对他们说：无需成为“专家”，只需在最近的数学图书馆借阅此书，翻阅一番，你便可亲自确认无人否认的事实……

3.15 坏疽——或时代精神 (1)

这场“动机行动”不过是四场同类“大型行动”中的一场，同时也是众多规模较小、精神相似的行动中的一员。它绝非我那幅时代“风俗画”中最“重大”的集体神秘化事件，更不用说最不公的了。它仅仅是在富人不在场（或去世……）时，趁机掠夺其羊群，而非在众目睽睽之下（在普遍的冷漠中），为了取乐而在穷人眼前扼杀其羔羊。甚至在现今已进入日常使用的数学语言中，那些看似无害的书名、概念或命题名称，被随时引用，却本身已是神秘化或冒充的象征⁵⁵，以

⁵³不过有一个例外，即塞尔「Serre;Serre」1977 年的一份报告中的一行文字，将在适当位置提及。

⁵⁴总共只有两位同事（包括佐格曼·梅布胡特「Zoghman Mebkhout;Zoghman Mebkhout」）向我表达过此类“保留”。他们二人都不能算是这本书的“读者”。他们只是出于好奇翻看了它，了解一下……

⁵⁵我这里尤其想到那个奇特的缩写“SGA $4\frac{1}{2}$ ”（分数真是实用！），它本身就是双重冒充（也是当代数学文献中最常被引用的缩写之一），以及“韦迪耶对偶性”「dualité de Verdier;Verdier duality」或“韦迪耶对偶”「dual de Verdier;Verdier dual」、「德利涅-格罗滕迪克猜想」「conjecture de Deligne-Grothendieck;Deligne-Grothendieck conjecture」，乃至“塔纳卡范畴”「catégories tannaki-

它们的方式见证了一个时代的耻辱。

若我相信自己曾为“数学共同体”做过有益的工作，那便是将一些不光彩的事实——那些在暗中腐烂的事实——带到了光天化日之下。这类事实，想必每个人每日或多或少、或近或远地与之擦肩而过。然而，有多少人曾停下片刻，去嗅一嗅空气，去凝视片刻？

那个曾亲身遭遇某些人的傲慢与另一些人（或同一批人）的欺诈之人，或许曾自诩这是一种专属于他的特殊不幸。将其经历与我的见证对照，他或许会感到，这种“不幸”也是他为时代精神所取的一个名字，这精神压在他身上，如同压在所有人身上一样。而（谁知道呢！）这或许会激励他参与一场辩论，这场辩论与他相关，正如与我相关。

但若我在“公共广场”上抖搂的这堆“脏衣物”，除了引来一些人无乐的冷笑与另一些人礼貌的尴尬，以及所有人的冷漠之外，别无他果，那么一个原本混沌的局面将变得极为清晰。（至少对于那些仍关心使用自己眼睛的人而言。）那些关于诚信与体面的传统共识⁵⁶，无论是数学家之间的关系，还是数学家与其艺术的关系，从此将成为过去，被“超越”。无需某国际数学家协会郑重宣示，这却已是既定且近乎官方的事实：如今，在数学世界中握有权力的“通过共举的兄弟会”，一切手段皆被允许，不再有任何保留或限制。一切操控思想的伎俩，用以牵着那只求相信的麻木读者的鼻子走；一切关于作者身份的交易，同伙间的虚假引用，对被指定沉默者的沉默，朋党勾结，各种伪造，甚至最粗鄙的剽窃，尽人皆知——是的，对这一切说“阿门”，带着所有“大师”与数学公共广场上所有大小老板的祝福，或通过言辞，或通过沉默（若非积极而热切的参与）。“新风尚”在此大行其道，风靡一时！曾经的艺术，如今在（几乎）一致的同意下，沦为混乱与争斗的集市，在头领们慈父般的注视下。

曾几何时，在数学家世界中行使权力，受到一致且不可动摇的共识限制，这些共识表达了一种集体的体面感。如今，这些共识与这种情感已成过时之物，被超越，无疑不配得上这计算机、太空舱与中子弹的辉煌时代。

这已成为既定且封存的事实：对于握有权力的兄弟会而言，权力是一种全权。

ennes;tannakian categories」（在这里，塔纳卡「Tannaka;Tannaka」倒无辜，因为他从未被咨询过……）。这些将在适当的地方作更详尽的讨论。

⁵⁶当我提及这些“诚信与体面的共识”时，我并非说它们从未被违反。但即便被违反，那也确实是“违反”，而共识本身依然被普遍接受。

3.16 诚挚致歉——或时代精神 (2)

在《信》中，我认为自己已充分阐明了撰写《收获与播种》「Récoltes et Semailles;Harvests and Sowings」时的精神，使之清晰表明，我绝无意在此扮演历史学家的角色。这是一份真诚的见证，关乎我亲身经历，以及对此经历的反思。见证与反思供所有人使用，包括历史学家，他可将其作为诸多材料之一。届时，由他依其学科严谨性的准则，对此材料进行批判性分析。

当然，需区分狭义的事实（即“原始事实”或“物质事实”）与对这些事实的“评价”或“阐释”，后者赋予事实意义，而此意义因观察者（或共为者）不同而异。大致而言，可说《收获与播种》的“见证”面向事实，而其“反思”面向对事实的阐释，即我为赋予其意义所做的工作。在构成见证的“事实”中，我亦纳入“心理事实”，特别是那些情感、联想及种种意象，它们映照于我的见证中，无论发生于或远或近过去，抑或写作当下。

对于我在《收获与播种》中描述或提及的事实，我区分了三类来源。其一，记忆所重现的事实，或多或少精确，或多或少模糊，因时而异，有时甚至有所扭曲。对此，我可担保写作时的真诚态度，但无法保证毫无错误。相反，我曾有机会指出若干细节错误，并在相应处以后续脚注标明。其二，书面文件，尤其是信件及尤为重要的正规科学出版物，我在必要时尽可能精确地加以引用。其三，第三方的见证。有时它补充我的记忆，使之复苏、精确，有时甚至纠正之。在某些罕见场合（我稍后将回溯），此见证为我带来相较已知信息完全新的内容。当我转述此类见证时，并非意味着我能逐一核实其准确性与合理性，而仅表明它以足够可信的方式融入我亲知事实的丰富织体中，使我确信（无论对错……）此见证大体符合真相。

对于细心的读者，我认为他们绝不会在任何时候难以区分事实陈述与对此的阐释，以及（在前者中）辨别我所述三种来源中何者适用。

* *
*
*

当我刚才提及第三方的见证，且我未能在“逐一核实其合理性”的情况下加以转述时，我指的是佐格曼·梅布胡特「Zoghman Mebkhout;Zoghman Mebkhout」关于其作品被大规模掩盖的见证。在《收获与播种》中我所述的“物质事实”中，

目前具争议性或依我现今判断需修正的，仅有部分仅由梅布胡特见证证实的事实。为结束此后记，我愿在此对《收获与播种》初稿中呈现的“梅布胡特事件”版本提出批判性评论。更详尽的评论与修正将分别在适当处纳入印刷版（即《收获与播种》的定稿）。

我试图代言的“梅布胡特版本”，其核心似包含以下两大论点：

1. 在 1972 至 1979 年间，梅布胡特似为唯一一人⁵⁷，在普遍冷漠中，受我作品启发，发展了“ \mathcal{D} -模哲学”「philosophie des \mathcal{D} -Modules;philosophy of \mathcal{D} -Modules」，作为我意义上的“上同调系数”新理论。
2. 一旦此理论的重要性开始被认可，法国乃至国际上似存在一致共识，抹去他的名字及其在此新理论中的角色。

此版本有坚实文献支持：一方面，梅布胡特的出版物极具说服力；另一方面，其他作者的诸多出版物（尤其是 1981 年 6 月卢米尼会议「Colloque de Luminy;Luminy Conference」文集），其故意掩盖之意显而易见。此外，梅布胡特后来提供的更详尽细节（我在“葬礼 (3)——或四项行动”部分转述），虽无法直接验证，却与我确信无疑的某种普遍氛围完全吻合。

我刚获悉若干新事实⁵⁸，表明需大幅修正上述第 1° 点。梅布胡特所处的孤立⁵⁹确属真实，但属相对孤立。法国有让-皮埃尔·拉米斯「J.P. Ramis;J.P. Ramis」在同一领域的成果（梅布胡特未曾提及），更重要的是，梅布胡特发展并完成的一些重要思想，他自认原创，却可能归于柏原「Kashiwara;Kashiwara」⁶⁰。

由此，梅布胡特版本中所述柏原-梅布胡特争议的某些情节变得不可信或存疑，我对其（过于）忠实代言。

无疑，在“文献工作”层面及某些成功完成的思想构想上，梅布胡特是 \mathcal{D} -模

⁵⁷除 1975 年柏原正树「Kashiwara Masaki;Masaki Kashiwara」的构造定理外，其在理论中的重要性无人质疑。但依梅布胡特版本，这乃柏原对此新兴理论的唯一贡献。此（不准确的）版本因柏原未发表其他至少提及关键思想的出版物而得到佐证。

⁵⁸我感谢皮埃尔·沙皮拉「Pierre Schapira;Pierre Schapira」与克里斯蒂安·乌泽尔「Christian Houzel;Christian Houzel」好意提醒我注意这些事实，及我对梅布胡特-柏原争议呈现的偏颇性。

⁵⁹此孤立主要源自我昔日学生对梅布胡特思想与工作的冷漠，他固执地以一位被一致遗忘的“先辈”为灵感……

⁶⁰其中最重要者为“对应”思想（借用新式术语），即 \mathcal{D} -模的“黎曼-希尔伯特对应”「correspondance de Riemann-Hilbert;Riemann-Hilbert correspondence」。相关猜想由梅布胡特证明，据沙皮拉「Schapira;Schapira」称亦由柏原证明（而梅布胡特坚称其证明为唯一发表者）。证明优先级对我仍模糊，我无意余生探究此谜……

至于 \mathcal{D}^∞ 模的姊妹命题，似无疑问，其思想与证明的原创归于梅布胡特。

新理论的主要先驱之一，或许是最主要的；无论如何，他是唯一全身心投入此任务者，其真正意义对他及所有人仍未明。而围绕其作品的掩盖行动——以卢米尼会议为高潮——对我而言，仍是本世纪数学界的一大耻辱。但若声称（如我真诚所为）梅布胡特独自承担此任务，则不实。相反，他是唯一坦诚且勇敢承认我的思想与作品在其研究及新理论萌发中重要性的人。

在此后记中，非详述此事的场合——我将在适当处为之，包括阐明“梅布胡特版本”心理背景的评论。对我而言，“梅布胡特-柏原争议”之所以有趣，仅在于其映照一个时代的普遍氛围。对我来说，即便在其扭曲中，及促成此扭曲的力量中，“梅布胡特版本”亦如我为“时代档案”提供的其他较少争议材料一样，是一个雄辩的“时代标志”。

我须为自己的轻率致歉，因我在呈现梅布胡特-柏原争议时，仅依梅布胡特提供的见证与文献，似其版本不容置疑。此版本将第三方置于可笑乃至可憎的光景，更应谨慎。对此轻率及缺乏健全谨慎，我在此向柏原先生「M. Kashiwara; Mr. Kashiwara」致以最诚挚的歉意。

第4章 引言

4.1 (I) 五叶苜蓿

4.1.1 1. 梦与实现

再过三个月，就到了七月，那时将是我做了一个不寻常的梦的三周年。如果我说“不寻常”，那只是事后回想醒来时的印象。梦本身对我而言仿佛是最自然、最显而易见的事，没有喧嚣，也没有号角——甚至在醒来时，我差点没在意它，随手将它推入遗忘的角落，去处理“日常事务”。前一天，我开始反思自己与数学的关系。那是我人生中第一次费心去探究这件事——即便如此，当时会着手去做，也实在是迫不得已！在之前的几个月乃至几年里，发生了一些如此奇怪、甚至可以说是激烈的事情，一种数学激情如同爆炸般毫无预警地闯入我的生活，让我实在无法继续视而不见。

我所说的这个梦没有任何情节或动作。它仅由一幅画面构成，静止却又充满生气。那是一个人的头部侧影，从右向左看去。那是一个成熟的男子，无须，头发狂野，围绕头部形成一道力量的光环。尤其引人注目的是这个头部散发出的印象——一种青春洋溢、欢快的活力，似乎从颈部柔韧而有力的弧线中喷涌而出（那弧线更多是让人感知，而非清晰可见）。脸上的表情与其说是成熟男子的，或是那种稳重之人的，不如说更像一个顽皮的孩子，带着恶作剧的喜悦，仿佛正为刚刚完成或正在酝酿的某件妙事而得意。整张脸流露出一种强烈的、克制的生命喜悦，在嬉戏中迸发……

梦中没有第二个人，没有一个“自我”在注视或凝视这个仅见头部的他人。但对这个头部、对它所散发的一切，有一种强烈的感知。也没有人在那里感受这些印象、评论它们、命名它们，或为这个被感知的人贴上“某某”的标签。有的只是这个极具生命力的东西——这个人的头部，以及对它的同样鲜活而强烈的感知。

至于醒来时，我并非刻意回想，而是自然记起了夜间的梦境。这个男子头部的影像在众多梦中并不特别突出，它并未主动跳出来对我喊道或低语：“看我！是我值得你关注！”当这个梦出现在我快速扫视夜间梦境的视野中时，在温暖宁

静的床上，我自然而然有了清醒时精神的习惯反应——为所见之物命名。我无需费力寻找，只需提出问题，便立刻知道这个梦中出现的男子头部正是我自己的。

“这可真不赖，”我当时想，“能这样在梦中看见自己，仿佛是另一个人，也真是了不起！”这个梦来得就像我在散步时，纯属偶然发现了一株四叶苜蓿，甚至是五叶苜蓿，让我按理应有的那样惊叹片刻，然后继续前行，仿佛什么也没发生。

至少，事情差点就这样过去了。幸好，正如我在类似情况下常有的习惯，我还是凭着良知，将这个“不赖”的小插曲白纸黑字记录下来，开始了一场本该延续前日思路的反思。然而，那天的反思却逐渐局限于探究这个不起眼的梦、这幅独特的画面，以及它带给我的关于自身的启示。

这里不是展开叙述那天冥想带给我教益与收获的地方。或者更准确地说，是这个梦带给我的教益与收获——一旦我让自己进入专注与倾听的状态，便能接纳它要对我说的话。梦与倾听的第一个直接果实，是一股突如其来的新能量。这股能量支撑了随后数月中漫长的冥想，克服了我内心顽强的阻力，我不得不通过耐心而执着的工作，一一拆解这些阻力。

在过去五年中，我开始留意某些梦境，而这个梦是我遇到的第一个“信使之梦”，它并未以我如今已能辨识的那种信使之梦的模样出现——那些梦通常带有震撼的场景手段和异常强烈的视觉效果，有时甚至令人震撼。这个梦则完全“低调”，没有任何强迫注意力的东西，甚至带着一种谨慎——接纳与否，全无纠缠。

几周前，我曾有过一个旧式风格的信使之梦，带着戏剧性甚至狂野的基调，骤然终结了我一段长时间的数学狂热。这两个梦唯一的表面相似之处在于，两者中都没有观察者。那场梦以一句简练有力的寓言，展示了我生活中正在发生却未被我留意的某事——坦白说，是我刻意忽视的东西。正是那个梦让我意识到反思工作的紧迫性，几周后我投入其中，这场反思持续了近六个月。我在《收获与播种》[*Récoltes et Semailles; Harvests and Sowings*] 这部反思-证言的最后部分略有提及，那部分为本卷开篇并赋予其名¹。

如果我以另一个梦——我对自身的影像-幻象（我在德语笔记中称之为“*Traumgesicht meiner selbst*” ;*Dream-vision of myself*”）——来开启这篇引言，那是因为最近几周，当“关于数学家过去的冥想”接近尾声时，这个梦的念头不止一次浮现。坦白说，回顾过去，自那个梦以来的三年仿佛是沉淀与成熟的岁月，朝

¹ 参见第 43 节，“捣乱的老板——或压力锅”。

向它那简单而清晰信息的实现。梦向我展示了“真实的我”。显然，在清醒的生活中，我并未完全成为梦中那个我——来自遥远过去的负担与僵硬常常（至今依然）阻碍我完全且单纯地做自己。在这些年里，尽管我很少想起这个梦，它一定以某种方式在起作用。它并非某种我努力模仿的模型或理想，而是对一种“属于我”的欢快单纯的悄然提醒，这种单纯以多种方式显现，并注定要从压抑它的重担中解放出来，充分绽放。这个梦既脆弱又坚韧，连接着仍被过去诸多重担拖累的现在，与孕育于此刻且近在咫尺的“明天”——那个“明天”即现在的我，且无疑一直在我心中……

无疑，若非最近几周这个极少提及的梦再度鲜明浮现，那是因为在某个非探析与思考的层面，我“知道”自己正在完成的工作——深化三年前那场工作的努力——是朝梦中关于自身信息实现的又一步。

对我而言，这便是《收获与播种》——近两个月紧张工作的主要意义。现在它完成了，我才意识到完成它有多重要。在这过程中，我体验了许多欢乐时光，常带点顽皮、戏谑与奔放的喜悦。也有悲伤的时刻，以及重温近几年深深触动我的挫折与痛苦的时刻——但从未有过一丝苦涩。我带着圆满的满足离开这项工作，如同知晓自己已将一项任务进行到底的人。没有任何“微小”之事被我回避，也没有任何我心之所系却未说出的话，此刻在我心中留下哪怕最微小的不满或遗憾。

在书写这份证言时，我清楚它不会讨所有人喜欢。甚至很可能，我设法让每个人无一例外地感到不满。然而，这绝非我的意图，甚至也不是要让任何人不满。我的意图只是去看那些简单而重要的事物，那些我作为数学家过去的（有时也是现在的）日常事物，去最终发现（迟到总比不到好！）它们是什么、它们是怎样——毫无疑问或保留；并在这一路上，用简单的语言说出我所见。

4.1.2 2. 旅程的精神

这场最终成为《收获与播种》「Récoltes et Semailles;Harvests and Sowings」的反思，起初是为《追寻场域》「À la Poursuite des Champs;In Pursuit of Fields」第一卷（正在完成中）撰写的“引言”，这是我自1970年以来首部计划出版的数学著作。我在去年六月的一个空闲时刻写下了最初几页，并在不到两个月前，从中断处重拾这一反思。我意识到有许多值得审视与述说之事，因此预期会有一篇较为充实的引言，大约三四十页。然而，在随后近两个月中，直到此刻我为这原本

是引言的内容写下新的引言时，我每日都以为当天能完成此工作，或最迟翌日、最多后日。当几周后篇幅接近百页时，这引言被提升为“引论章节”。又过几周，当该“章节”的篇幅远远超过准备中卷本其他章节（写下此行时除最后一章外皆已完成）时，我终于明白，它不适合置于数学书中，这反思与见证显然在其中局促不安。它们的真正归属是一个独立卷本，即我计划未来几年继续推进的《数学反思》[*Réflexions Mathématiques; Mathematical Reflections*]的第1卷，乘着《追寻场域》的势头。

我不会称《收获与播种》——《数学反思》系列的首卷（后将接续《追寻场域》的两三卷作为开端）——为《反思》的“引论卷”。更确切地说，我视此首卷为后续之基，或更恰当地，为定下基调者，承载我开启这场新旅程的精神。这旅程我将在未来几年持续推进，不知将把我引向何方。

为结束关于本卷主体部分的说明，我提供一些实用指引。读者不会惊讶于在《收获与播种》正文中偶见对“本卷”的提及——意指《追寻场域》第一卷（《模型史》[*Histoire de Modèles; History of Models*]），我仍以为自己正在为其撰写引言。我未“修正”这些段落，首先因我珍视文本的自然流露，及其作为见证的真实性，不仅关乎遥远过去，也关乎我写作的当下。

出于同样理由，我对初稿的修改仅限于矫正文风笨拙或表述混乱之处，以免妨碍我意图表达的理解。这些修改有时使我比初稿时更清晰或细腻地领悟。任何稍具实质性的改动——为细化、一化、补充或（有时）纠正初稿——则体现在约五十个编号注释中，集中于反思末尾，占文本逾四分之一²。我以 (1) 等标记指引至此。其中，我挑出约二十个注释，因其篇幅或实质，与反思自发组织的五十个“节”或“段”重要性相当。这些较长注释被列入目录，置于五十节列表后。如预期，某些长注释需附加一或多条子注释，随即附于其后，采用相同指引方式；除较短者，则以“脚注”形式同页呈现，指引如或。

我乐于为文本每节及每个重要注释命名——后来证明这对理清头绪不可或缺。不言而喻，这些名称是事后所取，因开始某节或长注释时，我无法预知其核心实质。对我事后将五十节分组为八部分（I 至 VIII）的命名（如“工作与发现”[*Travail et découverte; Work and Discovery*]等）亦然。

关于这八部分内容，我仅作简评。前两部分 I（工作与发现）和 II（梦与梦

²此指《收获与播种》第一部分“虚荣与更新”[*Fatuité et Renouvellement; Vanity and Renewal*]的文本。第二部分写此行时尚未成稿。

者)「Le rêve et le Rêveur;The Dream and the Dreamer」含关于数学工作及一般发现工作的反思。我的个人参与在此远较后几部分偶发且间接。后几部分尤具见证与冥想特质。第 III 至 VI 部分主要反思与见证我 1948 至 1970 年间作为数学家的过去“在数学世界中”。驱动此冥想的主要动机,是渴望理解这段过去,以努力理解并承担当下某些令人失望或困惑的面向。第 VII 部分(童子嬉戏)「L'Enfant s'amuse;The Child at Play」与 VIII(孤独冒险)「L'aventure solitaire;The Solitary Adventure」则更多关乎我自 1970 至今与数学关系的演变,即自离开“数学家世界”不再返回以来。我特别审视那些动机、力量与环境,它们(令我意外地)促使我恢复“公开”的数学活动(撰写并出版《数学反思》),在中断逾十三年后。

4.1.3 3. 罗盘与行囊

我该简单说几句,关于与《收获与播种》「Récoltes et Semailles;Harvests and Sowings」一同构成同名卷册的另外两篇文本。

《纲领初稿》「Esquisse d'un Programme;Sketch of a Program」勾勒了我过去十年中追求的主要数学反思主题。我至少打算在未来几年里,在一系列非正式的反思——我已提及的《数学反思》「Réflexions Mathématiques;Mathematical Reflections」中,稍加展开其中一些主题。这份初稿是去年一月我为申请法国国家科学研究中心「CNRS;CNRS」研究职位所写报告的原文复制。我将其收入本卷,因为显然这个纲领远远超出了我这微不足道之人的能力,即便我还能再活一百年,并选择将这些时间用于尽可能深入探索这些主题。

《主题概要》「Esquisse thématique;Thematic Sketch」则是 1972 年为另一场申请(法兰西学院「Collège de France;College of France」教授职位)所写。它按主题概述了我当时认为自己对数学的主要贡献。这篇文本带有写作时的心境痕迹,那时我对数学的兴趣可以说微乎其微,至少是如此。因此,这份概要不过是干巴巴且条理分明的列举(幸好它并未试图穷尽一切……)。它似乎缺乏一种视野或欲望的激情驱动——仿佛我在其中审视的那些事物,只是出于良知例行公事(确实如此),从未被鲜活的洞见触及,也未被一种热情点燃,去将它们从迷雾与阴影的面纱后揭示出来,当时它们尚只是隐约可感……

然而,若我还是决定将这份缺乏灵感的报告收入此处,恐怕主要是为了堵住某些高高在上的同事以及某种风气的嘴(假设这真能做到的话)。自从我离开那个我们曾共处的世界后,他们便故作姿态,俯视他们亲切称之为“格罗滕迪克怪

论”「grothendieckerie;grothendieckerie」的东西。据说这是对过于琐碎事物的夸夸其谈，不值得一个严肃且品味高雅的数学家浪费宝贵时间。或许这份“难以下咽的摘要”在他们眼中会显得更“严肃”！至于那些由视野与热情驱动的我的文字，它们并非为那些被时尚维系并为其傲慢辩护的人而写，那些人对令我着迷的事物无动于衷。如果我为他人而非自己写作，那是为那些不认为自己时间与人格过于珍贵、不倦追求无人肯见的显而易见之物的人，为那些为每件发现之物的内在美感而欣喜、并将其独特之美与其他已知之美区分开来的人。

若要定位本卷三篇文本彼此间的关系，以及它们在我已投身的这场《数学反思》之旅中的各自角色，我可以说，《收获与播种》这部反思-证言反映并描述了我开启这场旅程的精神状态及其意义所在。《纲领初稿》描绘了我的灵感源泉，它们为这场未知之旅设定了一个方向——未必是终点——仿佛一柄罗盘，或一根坚韧的阿里阿德涅之线「Fil d'Ariane;Ariadne's Thread」。而《主题概要》则快速回顾了我 1970 年前作为数学家的过往积累的行囊，其中至少一部分将在旅程的某些阶段派上用场并受到欢迎（例如我的代数上同调与拓扑斯「Topos;Topos」直觉，如今在《场的追寻》「Poursuite des Champs;Pursuit of Fields」中已不可或缺）。这三篇文本的排列顺序，以及它们各自的篇幅，也很好地反映了（并非我刻意为之）我在旅程中赋予它们的重要性和分量，而这旅程的第一步已接近尾声。

4.1.4 4. 追寻显而易见之物的旅程

我还需对这趟始于一年前的旅程——《数学反思》「Réflexions Mathématiques;Mathematical Reflections」——多说几句详尽的话。在《收获与播种》「Récoltes et Semailles;Harvests and Sowings」的前八节（即反思的第一、二部分）中，我已相当详细地阐释了我开启此旅程的精神，我认为这在当前首卷中已显而易见，亦将在紧随其后的《追寻场域》「À la Poursuite des Champs;In Pursuit of Fields」第一卷（《模型史》「Histoire de Modèles;History of Models」）中体现，该卷正在完成中。因此，我觉得在此引言中无需赘述此话题。

我当然无法预言此旅程将如何展开，这将随着它的推进逐步揭示。我目前并无哪怕大致规划的路线，也不认为近期会形成一个。正如我此前所述，启发我反思的主要主题已在《纲领草图》「Esquisse d'un Programme;Sketch of a Program」——这一“指南文本”——中或多或少有所勾勒。其中包括《追寻场域》的核心主题，即“场域”「champs;fields」，我希望今年内能将其彻底探究（并就此止步），

或用两卷，或许三卷。关于此主题，我在《纲领草图》中写道：“……这有点像一笔债务，我借此清偿过去十五年（1955 至 1970 年间）的科学时光，那时发展上同调工具是我在代数几何基础工作中不变的主旋律。”因此，在预定主题中，这是与我“科学过去”根基最深的一个。它也在过去十五年间始终如遗憾般萦绕，成为我离开数学舞台时留下的工作中最显眼的缺憾之一，而我昔日的学生或朋友无人关心填补。欲了解此在进行工作的详情，感兴趣的读者可参阅《纲领草图》中相关章节，或《追寻场域》第一卷（此次为真正的！）引言，该卷正在完成。

我科学过去的另一重要遗产，尤为我所珍视的，是“动机”[*motif; motif*]概念，它自问世约十五年来始终被困于暗夜，等待破晓。倘若未来几年无人比我更适合（因更年轻，或因掌握的工具与知识）从事此基础工作，我不排除亲自投入其中。

借此机会，我想指出，“动机”概念的命运（或更恰当地说，不幸……）以及我发掘出的其他最具（潜在）丰饶性的概念，在《收获与播种》中一篇近二十页的回顾性反思中有所探讨，这是最长（且几乎最后）的“注释”之一³。我事后将其分为两部分（“我的孤儿”[*Mes orphelins; My Orphans*]与“拒绝遗产——或矛盾的代价”[*Refus d'un héritage - ou le prix d'une contradiction; Refusal of an Inheritance - or the Price of a Contradiction*]），另附三条“子注释”⁴。这五条连续注释是《收获与播种》中唯一非仅提及即过的数学概念部分。这些概念成为例证，揭示数学家世界内部的某些矛盾，而这些矛盾又映照于人自身的矛盾。我曾考虑将这庞大注释从原文中分离，附于《主题草图》[*Esquisse thématique; Thematic Sketch*]。这本可为其提供视角，为过于目录化的文本注入生气。然而，我最终未如此做，为保留见证的真实性，这冗长注释，无论我愿否，皆为其一部分。

关于我在《收获与播种》中所述开启《反思》的态度，我在此仅补充一点，我已在某注释（“年轻人的势利——或纯洁的捍卫者”[*Le snobisme des jeunes - ou les défenseurs de la pureté; The Snobbery of the Young - or the Defenders of Purity*]）中表达：“我一生作为数学家的抱负，或更恰当地说，我的喜悦与激情，始终是发现显而易见之物，这也是我在当前著作（《追寻场域》）中的唯一抱负。”这亦是我自一年前以《反思》继续此新旅程的唯一抱负。在《收获与播种》中（至少

³此双重注释（编号 46、47）及其子注释已纳入《收获与播种》第二部分“葬礼”[*L'Enterrement; The Burial*]，为其直接延续。

⁴即子注释编号 48、49、50（注释 48' 为后来添加）。

对我的读者而言，若有的话），开启此旅程时亦是如此。

4.1.5 5. 一份受欢迎的债务

我想以几句话结束这篇引言，谈谈《收获与播种》[Récoltes et Semailles;Harvests and Sowings] 本卷的两则献词。

献词“致那些曾是我的学生，我将最好的自己——也包括最坏的——给予了他们”至少从去年夏天起就萦绕在我心头，尤其是当我撰写原本打算作为数学著作引言的前四节时。这表明我很清楚——实际上几年前就已明白——有一个“最坏的部分”需要审视，而现在正是时候，否则就再无机会！（不过我并未料到，这个“最坏的部分”最终会引领我完成近两百页的冥想。）

相比之下，献词“致那些曾是我的前辈”则是在写作途中才浮现的，就像这部反思的标题（后来也成为本卷的名字）一样。这部反思向我揭示了他们在我的数学家生涯中所扮演的重要角色，其影响至今依然鲜活。这一点在接下来的篇章中或许会相当明显，因此这里无需赘述。这些“前辈”，按他们（大致）在我二十岁时进入我生命中的顺序排列，是亨利·嘉当「Henri Cartan;Henri Cartan」、克洛德·舍瓦利耶「Claude Chevalley;Claude Chevalley」、安德烈·韦伊「André Weil;André Weil」、让-皮埃尔·塞尔「Jean-Pierre Serre;Jean-Pierre Serre」、洛朗·施瓦茨「Laurent Schwartz;Laurent Schwartz」、让·迪厄多内「Jean Dieudonné;Jean Dieudonné」、罗杰·戈德芒「Roger Godement;Roger Godement」、让·德尔萨特「Jean Delsarte;Jean Delsarte」。作为一个无知的新来者，我被他们每一位以善意接纳，随后许多人给予了我持久的友谊与关爱。我还必须在此提及让·勒雷「Jean Leray;Jean Leray」，他在我首次接触“数学家世界”（1948/49 年）时给予的友好接待，同样是宝贵的鼓励。我的反思让我意识到对这些“来自另一个世界、拥有另一种命运”的人，我欠下了一份感恩之债。这份债务绝非负担。它的发现带来喜悦，让我感到更加轻松。

1984 年 3 月末

4.2 (II) 一种尊重的行为

(- 5 月 4 日 - …6 月)

4.2.1 6. 葬礼

一个意外事件重启了一场已告终结的反思。它在过去几周内引发了一连串大大小小的发现，逐渐揭开一个原本模糊的局面，并使其轮廓愈发鲜明。这尤其促使我深入且详尽地探讨此前仅略提或暗示的事件与情境。于是，前述（引言，第4节）关于某作品命运的“约十五页回顾性反思”出乎意料地扩展，新增约两百页。

由于事态使然及反思内在逻辑的驱动，我在途中不得不将他人与我自身同样牵涉其中。受牵连最深者（除我之外）是一位与我近二十年友谊相连的人。我曾写道（以委婉之词⁵），他在我们这段基于共同热情而深植的友谊最初几年“略似学生”。长久以来，在我内心深处，我视他为我所能带给数学的某种“合法继承人”，超越我已发表的片段性作品。许多人想必已认出他：皮埃尔·德利涅「Pierre Deligne; Pierre Deligne」。

我不为在此公开这些注释——其中包括对一段个人关系的个人反思——而未征询他意见致歉。我认为，将一个长期隐晦且混乱的局面公之于众并加以审视，既重要又有益于所有人。我因此提供了一份见证，虽为主观，且不宣称能穷尽这一微妙复杂的局面，亦不自诩无误。其首要价值（如同我过去的出版物，或我目前致力之作）在于其存在，供感兴趣者取用。我无意说服他人，亦非以所谓“显而易见”之事自保于错误或疑虑之外。我的关切在于真实，在每个瞬间如我所见、所感述说事物——以此深化理解。

“葬礼”「L'Enterrement; The Burial」这一名称，用于指代所有与“过去的重量”「Poids d'un passé; The Weight of a Past」相关的注释，在反思中以愈发强烈的力量浮现⁶。我扮演了提前殒地者的角色，与几位（远比我年轻）的数学家共处这阴郁的葬礼，他们的作品在我1970年“离去”后成型，带有我的影响印记，体现于某种风格与数学进路。其中最前列的是我的朋友佐格曼·梅布胡特「Zoghman Mebkhout; Zoghman Mebkhout」，他背负着作为“1970年后格罗滕迪克的学生”所面临的一切劣势，却未曾享有与我直接接触、获我鼓励与建议之利，他仅通过我的著作成为我的“学生”。那是一个我（在他所处的世界中）早已被视为“亡

⁵关于此“委婉”之义，见注释“独特的存在”「L'être à part; The Being Apart」，编号57'。

⁶在反思接近尾声时，另一名称浮现，表达了五周来逐渐展现在我眼前的某画面的另一引人注目的面向。这是一个故事的名称，我将在适当处回溯：“中国皇帝的新衣”「La robe de l'Empereur de Chine; The Robe of the Emperor of China」……

者”的时代，以至于长久以来，谋面的念头似乎从未浮现，直到去年，一段持续的（个人与数学的）关系才得以建立。

7

这并未阻止梅布胡特逆专横潮流与前辈（曾为我学生）的轻视，在近乎完全的孤立中，完成原创且深刻的成就。他出人意料地综合了佐藤学派「École de Sato;Sato School」与我的思想，为解析与代数簇的上同调提供了新视角，并预示了对这一上同调理解的大规模革新。无疑，若梅布胡特能在理应支持他的人那里——如他们当年从我处所得——获得热忱接纳与无保留支持，这一革新早已实现且持续多年。至少，自1980年10月起，他的思想与工作为代数簇上同调理论的惊人重启提供了灵感与技术手段，使之（除德利涅围绕威尔猜想「conjectures de Weil;Weil conjectures」的结果外）终结了长期停滞。

令人难以置信却真实的是，近四年来，他的思想与成果被“所有人”使用（如同我的成果一般），而他的名字却被那些熟知其作品并在自身研究中核心利用它的人小心翼翼地忽视与沉默。我不知数学史上是否曾有如此耻辱，当某些最具影响力或声望的从业者在普遍冷漠中，以身作则，蔑视数学职业伦理中最普遍接受的准则。

我看到四位才华横溢的数学家，他们与我一同享有被沉默与轻视葬送的“殊荣”。我在他们每人身上看到轻视之痕，噬咬着曾激励他们的美好热情。

除此之外，我尤见两人，在数学公共广场的聚光灯下主持葬礼，与众多同伴共事，同时（在更隐秘的意义上）以己手埋葬自己，亦埋葬他们蓄意葬送之人。我已提及其中之一。另一位也是我的前学生与旧友，让-路易·韦迪耶「Jean-Louis Verdier;Jean-Louis Verdier」。我1970年“离去”后，除几次匆忙的职业接触外，他与我未保持联系。因此，他在此反思中仅通过其职业生涯的某些行为出现，而这些行为的潜在动机——在其与我的关系层面——未被审视，且我完全无从知晓。

若有一迫切疑问贯穿我多年来的思索，成为《收获与播种》的深层动机，并在此反思中始终伴随，那便是：在一个曾属于我、我在其中作为数学家度过逾二十年并与之认同的世界里，某种精神与风气的兴起使上述耻辱成为可能，而我对此有何责任。反思让我发现，我内心的某些虚荣态度——表现为对能力平庸同事的默然轻视，以及对我自己与某些才华出众数学家的纵容——并非与我今日所

⁷在反思接近尾声时，另一名称浮现，表达了五周来逐渐展现在我眼前的某画面的另一引人注目的面向。这是一个故事的名称，我将在适当处回溯：“中国皇帝的新衣”「La robe de l'Empereur de Chine;The Robe of the Emperor of China」……

见在那些我曾爱过、曾教导我所爱职业之人中蔓延的精神无关；那些我未好好爱护、未好好教导之人，如今在这我曾珍视却已离开的世界中定调（若非立法）。

我感到一阵自满、冷嘲与轻视之风吹过。“它不问‘功’与‘过’，肆意吹拂，以其气息灼烧谦卑的志向与最美的热情……”我明白，这风是我曾盲目且漫不经心播下的种子所结的丰硕果实。若其气息回卷于我，及我曾托付他人之物，及我今日所爱并敢于自称或仅受我启发之人，这乃事物之回返，我无由抱怨，且从中可学甚多。

4.2.2 7. 葬礼的编排

在“葬礼”「L'Enterrement;The Burial」这个名称下，我在目录中汇集了与看似平淡无奇的章节“过去的重量”「Le poids d'un passé;The Weight of a Past」(第50节)相关的众多“笔记”，形成了一场壮观的队列，从而充分赋予了这个名称其意义——这个名称在《收获与播种》「Récoltes et Semailles;Harvests and Sowings」“初稿”的最终章节一开始就强加于我。

在这支由多重关联交织而成的长长队列中，过去四周内（笔记(51)至(97)）新加入的那些⁸因其带有日期（从4月19日至5月24日）⁹而显得与众不同。我认为最自然的方式是按照它们在反思中出现的先后顺序排列¹⁰，而非某种所谓的“逻辑”顺序，或这些笔记在先前笔记中被提及的出现顺序。为了便于追溯参与笔记间这种（绝非线性的）关联顺序，我在目录中为每篇笔记的编号后标注了首次提及它的先前笔记的编号¹¹，或（若无前者）标注其作为直接延续的笔记的编号¹²。（这种后者关系在文本中通过置于首篇笔记末尾的参考符号标示，例

⁸还需加上1984年5月12日的笔记n°104。笔记n°98及之后（除前述笔记n°104外）构成反思的“第三口气”，始于1984年9月22日。它们同样带有日期。

⁹在一系列同日连续书写的笔记中，仅首篇标有日期。其余未标日期的笔记包括第44'至50号笔记（构成队列I、II、III）。第46、47、50号笔记写于3月30或31日，第44'、48、48'、49号笔记写于4月上半月，最后第44"号笔记带有日期（5月10日）。

¹⁰我偶尔在此时间顺序上做了小幅调整，以遵循所谓的“逻辑顺序”，只要我觉得这不会扭曲反思整体进程的印象。然而，作为例外，我要指出有十一篇笔记（其编号前带有!符号）源自后续的草稿笔记，因篇幅过长而被置于与其相关的笔记之后（除笔记n°98外，它与第47号笔记相关）。

¹¹当某笔记（如(45)）的提及出现在“过去的重量”章节本身中时，则在其编号后括号内标注该章节的编号(50)，如46(50)。

¹²在目录中，作为前一笔记直接延续的笔记编号（其编号依次相连）前带有*符号。例如*47, 46表示第47号笔记是第46号笔记的直接延续（此处第46号笔记并非紧接其前的笔记，后者为第46₉号笔记）。

如 (46) 号笔记末行末尾的 (\Rightarrow 47), 指向其延续的 (47) 号笔记。) 此外, 某些带点技术性的补充说明被集中于相关笔记末尾, 以连续编号的子笔记形式呈现——如 (46) 号笔记“我的孤儿”「Mes orphelins; My Orphans」的子笔记 (46₁) 至 (46₉)。

为了略微结构化“葬礼”的整体编排, 并便于在众多纷繁笔记中辨识方向, 我认为适合此情此景的方式是在队列中插入几个严肃而富有暗示性的小标题, 每个标题引领一组或长或短、由共同主题连接的连续笔记队列。

于是, 我愉快地见证了十个¹³ 队列逐一集结, 组成了一支庄严的长长队伍, 为我的葬礼致敬——有些谦卑, 有些壮观, 有些满怀悔意, 有些暗自欢欣, 正如这种场合必然如此。它们依次走来: 死后的学生 (人人皆有义务无视他), 孤儿们 (为此场合特意新近挖掘出土), 时尚及其杰出人物 (我当之无愧), 动机「Motifs; Motives」 (我所有孤儿中最后诞生也最后被挖掘者), 我的朋友皮埃尔「Pierre; Pierre」谦逊地引领最重要的队列, 紧随其后的是齐声 (默然) 协奏的笔记所达成的全体一致, 以及完整的研讨会 (号称“变态”) (通过插队的葬礼队列携带鲜花与花冠, 与死后的学生——即未知的学生——区分开来); 最后, 为了体面地结束这场盛大游行, 又有学生 (绝非死后, 更非未知) 即老板登场, 随后是我的学生们忙碌的队伍 (手持铲子和绳索), 以及殡车 (展示四具坚实拧紧的橡木棺材, 刨工不算在内) ……十个队列终于齐全 (也该是时候了), 缓缓走向葬礼仪式。

仪式的亮点是由我的朋友皮埃尔亲自献上的悼词, 他以绝妙的手法回应众人意愿, 主持葬礼, 令所有人满意。仪式在一曲最终且彻底的《深渊呼声》「De Profundis; De Profundis」 (至少人们希望如此) 中结束, 这曲真诚的感恩之歌由那位令人惋惜的亡者本人唱出——他在无人知晓中挺过了这场盛大的葬礼, 并从中汲取了养分, 感到完全满足——这份满足构成了最终的音符, 也是这场难忘“葬礼”的最后一个和弦。

4.2.3 8. 秘密的终结

在这反思的最终阶段 (希望如此), 我意识到将两篇数学性质的文本作为“附录”加入《数学反思》「Réflexions Mathématiques; Mathematical Reflections」第一

¹³(9月29日)事实上, 最终有十二个队列, 若算上“殡车”(X)和“亡者(尚未死去)”(XI), 后者在最后时刻硬是挤进了队列……

卷颇有意义，除此前提及的三篇外¹⁴。

这一连贯形式的草图对我而言，是迈向“动机之梦的宏大全景”「vaste tableau d'ensemble du rêve des motifs; vast overall picture of the dream of motifs」的第一步，这十五年来一直“等待一位大胆的数学家愿意描绘它”。显然，这位数学家将是我自己。的确，近二十年前在私密中诞生并托付之物，非为一人独享，而是供所有人使用，如今是时候走出秘密之夜，再次诞生于光天化日之下。

诚然，除我之外，仅一人对“动机瑜伽”「yoga des motifs; yoga of motifs」有深入了解，他从我口中日复一日、年复一年地学习，直到我离去。在我有幸发现并揭示的所有数学事物中，动机的现实仍是最迷人、最神秘的——直指“几何”与“算术”深层同一性的核心。这长期被忽视的现实引我进入的“动机瑜伽”，或许是我数学人生第一阶段挖掘出的最有力的发现工具。

但同样真实的是，这现实及其试图贴近它的“瑜伽”，我从未刻意保密。忙于编写基础性文献（如今人人都乐于直接用于日常工作）的迫切任务，我未花数月时间为这动机瑜伽撰写宏大草图，以供众人使用。然而，在我意外离去前的几年，我未曾吝于在偶遇中向愿听者述说，从我的学生开始，除一人外，他们皆忘却，正如所有人忘却。若我提及此事，非为标榜“我的发明”，而是为唤起注意：这一现实在每一步显现，只要关注代数簇的上同调，尤其是其“算术”性质及已知上同调理论间的关联。这现实如昔日的“无穷小”般 tangible，早在严谨语言出现前即被感知，直到完美把握并“确立”它的语言诞生。为把握动机的现实，我们今日不乏灵活适切的语言，也不缺构建数学理论的丰富经验，这是前人所无。

¹⁴此外，我考虑为《主题草图》「Esquisse Thématique; Thematic Sketch」（见“指南与行囊”「Boussole et bagages; Compass and Baggage」，引言，第3节）附一“评论”，就我对其中简要回顾的“主题”的贡献，及我数学作品中主要思想萌发时所受影响，提供若干一化。这六周的回顾已（令我意外地）揭示塞尔「Serre; Serre」作为“引爆者”的角色，推动了这些思想的起步，及我1955至1970年间设定的某些“重大任务”。

另有一数学性质（常规意义）的文本，是唯一在非技术性文本《收获与播种》中偶现者，见子注释编号87，附于注释“屠杀”「Le massacre; The Massacre」（编号87），我以应有的谨慎阐明熟悉的连贯上下文中的黎曼-罗赫-格罗滕迪克定理「théorème de Riemann-Roch-Grothendieck; Riemann-Roch-Grothendieck theorem」的“离散”变体（猜想性）。此猜想（与其他若干）出现在1965/66年SGA 5研讨会的闭幕报告中，该报告（如许多其他）在十一年后出版的SGA 5卷中无迹可寻。此关键研讨会落入我某些学生手中之命运，及其与“行动SGA $4\frac{1}{2}$ ”的关联，在注释编号63”、67、67’、68、68’、84、85、85’、86、87、88中逐步揭示。

另有注释提供较充实的数学评论，关于是否应尽可能为已知具备“六运算对偶性”「dualité des six opérations; duality of six operations」形式的案例，提炼共同“拓扑斯”「toposique; toposic」框架，见子注释编号81₂，附于注释“赊账论文与全险”「Thèse à crédit et assurance tous risques; Thesis on Credit and All-Risk Insurance」（编号81）。

若我昔日高声宣示却落入聋耳，若一人的轻蔑沉默引来所有佯装关注上同调者（他们如我一样有眼有手……）的沉默与倦怠，我不能仅责怪那选择独占我为众人所托之“益处”者。不得不承认，我们的时代——其科学生产力狂热堪比军备或消费品——远不及十七世纪前辈的“大胆活力”。他们为发展无穷小演算“不择手段”，未因其“猜想性”而止步，也不待某权威人物点头，便着手处理亲眼所见、亲手所感之物。

4.2.4 9. 舞台与演员

凭借其内在结构与独特主题，“葬礼”「L'Enterrement;The Burial」（现已占据《收获与播种》「Récoltes et Semailles;Harvests and Sowings」文本的半数以上）在逻辑上很大程度上独立于前面的长篇反思。然而，这种独立性只是表面的。对我而言，这场围绕“葬礼”的反思——它逐渐从未言明与隐约感知的迷雾中浮现——与之前的反思密不可分，后者是其源头并赋予其全部意义。起初，这不过是对我有些（甚至颇多）疏远的一部作品的命运投以匆匆一瞥，却在未曾预料也未刻意追求的情况下，演变为对我生命中一段重要关系的冥想，进而引向对这部作品在“那些曾是我的学生”手中命运的思考。将这场反思与其自然生发的源头割裂开来，在我看来无异于将其简化为单纯的“风俗画”（甚至是数学“高雅世界”中的一场清算）。

诚然，若有人执意如此，整个《收获与播种》同样可被简化为“风俗画”。当然，一个时代、一个特定圈子中盛行的风气，塑造了其中人们的生活，确实重要且值得描述。然而，对于细心的读者而言，显然我的意图并非描绘风俗，即某个随时间与地点而变的舞台，我们的行动在其上展开。这个舞台在很大程度上定义并限制了我们内在各种力量可用的手段，使之得以表达。尽管舞台及其提供的手段（以及它强加的“游戏规则”）千变万化，但那些深层力量的本质——在集体层面塑造舞台、在个人层面于其上表达——似乎在不同圈子、文化与时代之间并无二致。在我生命中，除数学与对女性的爱之外，若有何物让我（虽是迟至今日）感受到神秘与吸引，那便是这些隐秘力量的本质——它们有能力驱使我们行动，或为“最好”，或为“最坏”，或埋藏，或创造。

4.2.5 10. 一种尊重的行为

这场最终命名为“葬礼”「L'Enterrement;The Burial」的反思，始于一种尊重的行为。对我所发现之物的尊重——那些我在虚空中凝结成型的事物，我第一个品尝其滋味与活力，并为之命名，以表达我对它们的认知与敬意。我将最好的自己献给了这些事物。它们汲取我内在的力量而成长，绽放如多枝健壮的枝条，从同一活树干萌发，那树干根深叶茂。这些是鲜活而现存之物，非可随意制造或废弃的发明——它们在一种活的统一性中紧密相连，每一物在其中各得其所、各有其义，拥有起源与归宿。我早已将它们放下，未带丝毫忧虑或遗憾，因我知自己所留之物健康而强壮，无需我便能依其本性继续生长、繁荣与繁衍。我留下的不是一袋可被窃取的金币，也非一堆可能锈蚀或腐朽的工具。

然而，多年过去，当我自以为远离那曾抛下的世界时，从隐退处断续传来隐秘的轻蔑与微妙的嘲弄，指向那些我熟知的强大而美好的事物，它们各有独一无二的位置与功用，无可替代。我感到它们如孤儿，置身于一个充满敌意的世界，一个因轻蔑之病而病态的世界，执意攻击无甲之物。正是在此情境下，这场反思始于对这些事物——进而对我自身——的尊重行为，如同唤醒我与这些事物间深层联结的提醒：那乐于对这些曾受我爱滋养之物表露轻蔑者，实则乐于轻蔑我，及我所生之一切。

同样，那熟知我与某物联结之人——此联结仅由我传授于他——若佯装此联结可忽略，或加以否认，或（哪怕以沉默与省略的方式）为己或他人虚构“原创”身份，我清楚视之为对一事物及其创作者的轻蔑——对那使之诞生的隐秘而精微劳动的轻蔑，对创作者的轻蔑，而首要且更隐秘、更本质地，是对他自身的轻蔑。

若我“重返数学”仅为唤起我对这联结的记忆，并于众人前——在那些故作轻蔑者与冷漠见证者前——激起这尊重的行为，此回归便非无用。

诚然，我确已与自己留下的已写与未写（或至少未发表）的作品失去联系。反思初始，我尚能清晰分辨那些枝条，却不太记得它们同属一树。奇妙的是，需逐渐在我眼前揭露我所留之物被掠夺的图景，我才重拾那被掠夺与分散之物的活统一性之感。有人携走金币，有人取一两工具自夸或利用——但那赋予我所留之物生命与真正力量的统一性，却无人得之、无人尽得。然而，我深知一人深刻感受到这统一性与力量，且今日内心深处仍感之，他却乐于分散自身之力，欲摧毁他通过他人作品所感受到的这统一性。这活统一性中蕴藏着作品的美感与创

造力。尽管掠夺，我发现它们完好如初，仿佛刚离我而去，只是我已成熟，以新目光视之。

然而，若有何物被掠夺、残损，失去其原初力量，那是在那些遗忘自身内在力量之人中，他们自以为掠夺一任其摆布之物，却仅是从那对众人开放、却不受任何人摆布或掌控的创造力中自我割离。

于是，这反思，及其带来的意外“回归”，亦使我重拾一被遗忘的美感。正是充分感受到这美感，赋予了这尊重行为的全部意义，它在注释“我的孤儿”「Mes orphelins;My Orphans」¹⁵中笨拙表达，我在此有意识地重申。

¹⁵此注释（编号 46）按时间顺序为“葬礼”中所有注释之首。