un morphisme propre d'espaces analytiques réels ou complexes, et ignore si cette stabilité a été établie dans le cas analytique complexe[22](*). Dans le cas analytique réel, la notion que j'avais envisagée n'était d'ailleurs pas la bonne, faute de disposer de la notion d'ensemble sous-analytique réel de Hironaka, qui possède la propriété liminaire essentielle de stabilité par images directes. Quant aux opérations de nature locale telle que $\mathbf{R}\underline{\mathbf{Hom}}$, il était clair que l'argument qui établissait la stabilité des coefficients constructibles dans le cadre des schémas excellents de caractéristique nulle (en utilisant la résolution des singularités de Hironaka) marchait tel quel dans le cas analytique complexe, et de même pour le théorème de bidualité (voir SGA 5 I). Dans le cadre linéaire par morceaux, les stabilités naturelles et le théorème de bidualité sont des "exercices faciles", que j'avais eu plaisir à faire à titre de vérification de l' "ubiquité" du formalisme de dualité, au moment du démarrage de la cohomologie étale (dont une surprise principale avait été justement la découverte de cette ubiquité).

Pour en revenir au cas semi-analytique, le "bon" cadre dans cette direction pour des théorèmes de stabilité (des coefficients constructibles par les six opérations) est visiblement celui des "espaces modérés" (voir Esquisse d'un Programme, par. 5, 6).

Note 46_4 Bien entendu, le point de vue $\mathscr{D}$-Modules, joint au fait que $\mathscr{D}$ est un faisceau d'anneaux cohérent, met en évidence pour les cristaux de modules une notion de "cohérence" plus cachée que celle avec laquelle j'avais coutume de travailler, et qui garde un sens sur des espaces (analytiques ou schématiques) non nécessairement lisses. Ce ne serait que justice de l'appeler "**M-cohérence**" (M comme Mebkhout). Il devrait être assez évident dès lors, pour quelqu'un tant soit peu dans le coup (et en pleine possession de son sain instinct de mathématicien), que la "bonne catégorie de coefficients" qui généralise les complexes ◇ "d'opérateurs différentiels" dans le cas lisse, ne doit être autre que la catégorie dérivée "M-cohérente" de celle des cristaux de modules (un complexe de cristaux étant appelé **M-cohérent** si ses objets de cohomologie le sont). Celle-ci garde un sens raisonnable sans hypothèse de lissité, et devrait englober à la fois la théorie des coefficients "continus" (cohérents) ordinaires, et celle des coefficients discrets "constructibles" (en introduisant pour ces derniers des hypothèses d'holonomie et de régularité convenables). Si ma vision des choses est correcte, les deux ingrédients conceptuels nouveaux de la théorie de Sato-Mebkhout, par rapport au contexte cristallin connu précédemment, sont cette notion de M-cohérence pour les cristaux de modules, et les conditions d'holonomie et de régularité (de nature plus profonde) concernant les complexes M-cohérents de cristaux. Ces notions étant acquises, une première tâche essentielle serait de développer le formalisme des six variances dans le contexte cristallin, de façon à englober les deux cas particuliers (cohérent ordinaire, discret) que j'avais développés il y a plus de vingt ans (et que certains de mes ex-élèves cohomologistes ont depuis longtemps oublié en faveur de tâches sans doute plus importantes…).

Mebkhout avait d'ailleurs bien fini par apprendre l'existence d'une notion de "cristal" en fréquentant mes écrits, et il avait senti que son point de vue devait donner une bonne approche pour cette notion (du moins en caractéristique nulle) - mais cette suggestion est tombée dans des oreilles sourdes. Psychologiquement, il n'était guère pensable qu'il se lance dans le vaste travail de fondements qui s'impose, placé comme il l'était dans un climat d'indifférence hautaine de la part de ceux-là même qui faisaient figure d'autorité cohomologiques, et les mieux placés pour encourager - ou pour décourager…

Note 46_5 (13 mai) Il s'agit ici, surtout, des topos annelés par un Anneau **commutatif local**. L'idée de décrire une structure de "variété" en termes de la donnée d'un tel faisceau d'anneaux sur un espace topologique, a

[22](*) (25 mai) Elle a été établie par J.L. Verdier, voir "Les bonnes références" note n° 82.