

Ce qui manquait encore dans ma vision du formalisme cohomologique des "espaces", était une compréhension du lien qu'on devinait entre coefficients discrets et coefficients continus, au-delà du cas familier des systèmes locaux et de leur interprétation en termes de modules à connexion intégrable, ou de cristaux de modules. Ce lien profond, formulé d'abord dans le cadre des espaces analytiques complexes, a été découvert et établi (près de vingt ans plus tard) par Zoghman Mebkhout, en termes de catégories dérivées formées d'une part à l'aide de coefficients discrets "constructibles", d'autre part à l'aide de la notion de " \mathcal{D} -Module" ou de "complexe d'opérateurs différentiels" (cf. note 46₃ p.).

Pendant bientôt dix ans, faute d'un encouragement par ceux de mes anciens élèves qui étaient les mieux placés pour le lui donner, et pour l'épauler par leur intérêt et par l'expérience qu'ils avaient acquise à mon contact, Zoghman Mebkhout a poursuivi ses remarquables travaux dans un isolement à peu près total. Cela ne l'a pas empêché de tirer au jour et de prouver deux théorèmes-clef^{6(*)} d'une nouvelle théorie cristalline en train de naître cahin-caha dans l'indifférence générale, tous les deux d'ailleurs (ça marquait mal décidément !) s'exprimant en termes de catégories dérivées : l'un donnant l'équivalence de catégories signalée tantôt entre coefficients "discrets constructibles" et coefficients cristallins (satisfaisant à certaines conditions "d'holonomie" et de "régularité") (48'), l'autre étant "le" théorème de dualité globale cristallin, pour l'application constante d'un espace analytique complexe lisse (non nécessairement compact, ce qui implique des difficultés techniques supplémentaires considérables) vers un point. Ce sont là des théorèmes profonds^{7(**)}, qui jettent un jour nouveau sur la cohomologie des espaces tant analytiques que schématiques (en caractéristique nulle pour le moment), et portent la promesse d'un renouvellement de vaste envergure de la théorie cohomologique de ces espaces. Elles ont finalement valu à leur auteur, après refus de deux demandes d'entrée au CNRS, un poste de chargé de recherches (équivalent à un poste d'assistant ou de maître assistant à l'Université).

Personne au cours de ces dix années n'a songé à parler à Mebkhout, aux prises avec les difficultés techniques considérables dues au contexte transcendant ; du "formalisme des six variances", bien connu de mes élèves^{8(*)}, mais qui ne figure "au net" nulle part. Il a finalement appris son existence par ma bouche l'an dernier (sous forme d'un formulaire qui, apparemment, n'est connu que de moi seul...), quand il a eu la gentillesse et la patience de m'expliquer ce qu'il avait fait ; à moi qui n'étais plus tellement branché sur la cohomologie... Personne non plus n'a songé à lui suggérer que ce serait peut-être plus "rentable" de se brancher d'abord sur le contexte des schémas en caractéristique zéro ; où les difficultés inhérentes au contexte transcendant disparaissent, et où par contre les questions conceptuelles fondamentales à la théorie apparaissent d'autant plus clairement. Personne n'a songé à lui signaler (ou s'est seulement aperçu de ce qui m'était connu dès l'époque où j'avais introduit les cristaux^{9(**)}) que les " \mathcal{D} -Modules" sur les espaces (analytiques ou schématiques)

^{6(*)} (7 juin) Mebkhout me signale qu'à ces deux théorèmes, il convient d'en ajouter un troisième, s'exprimant également en termes de catégories dérivées, savoir ce qu'il a appelé (un peu improprement peut-être) le "**théorème de bidualité**" pour les \mathcal{D} -Modules, et qui est le plus difficile des trois. Pour une esquisse d'ensemble des idées et résultats de Mebkhout et de leurs utilisations, voir Le Dung Trang et Zoghman Mebkhout, Introduction to linear differential Systems, Proc. of Symposia in Pure Mathematics, vol.40 (1983) part.2, p. 31-63.

^{7(**)} (30 mai) La démonstration du deuxième théorème se heurte aux difficultés techniques habituelles au contexte transcendant, nécessitant le recours à des techniques "évêquesques", je devine qu'elle peut être rangée au rang des démonstrations "difficiles". Celle du premier théorème est "évidente" - et profonde, utilisant toute la force de la résolution des singularités de Hironaka. Comme je le signale dans l'avant-dernier alinéa de la note "la solidarité" (n° 85), une fois le théorème dégagé, "le premier venu" bien informé est capable de le prouver. Comparer aussi avec l'observation de J.H.C. Whitehead citée dans la note "Le snobisme des jeunes - ou les défenseurs de la pureté" (n° 27). Quand j'ai écrit cette dernière note, comme sous la silencieuse dictée d'une prescience secrète, je ne soupçonnais pas à quel point la réalité allait dépasser mes timides et tâtonnantes suggestions !

^{8(*)} Ils l'ont appris de première main dans les séminaires SGA 4 et SGA 5, et par textes interposés, dans "Residues and Duality" de R. Hartshorne.

^{9(**)} (30 mai) Mais j'ai eu temps de l'oublier - pour m'en resouvenir par la vertu de la deuxième rencontre avec Mebkhout, l'an dernier. (Voir la note "Rencontre d'outre-tombe", n° 78.