

sous l'éclairage plus pénétrant de la dynamique du "renversement du yin et du yang", dans la note (ultérieure de quelques semaines) "Les obsèques du yin (yang enterre yin (4))" (n° 124).

18.5.4. (3) L'APOTHEOSE ("Coefficients de De Rham et \mathcal{D} -Modules")

18.5.4.1. a.L'ancêtre

Note 171(i) (1 mars et 2-8 mai^{578(**)}) Dans chacune de ces "quatre opérations" partielles que j'ai distinguées dans mon enterrement anticipé, c'est Deligne qui visiblement joue le rôle de chef d'orchestre (ou plutôt, de Grand Officiant aux Obsèques), avec la participation plus ou moins active de mes autres quatre élèves cohomologistes, et avec la connivence d'un groupe considérablement plus grand de mathématiciens, tous bien au courant de la situation (laquelle visiblement n'est pas faite pour leur déplaire...). Ce "groupe de connivence" prend des proportions impressionnantes et quasiment incroyables dans la quatrième des opérations partielles, que je m'appête à présent à passer en revue.

IV L'opération "L'inconnu de service" (ou "du Colloque Pervers").

C'est l'opération d'**appropriation de l'oeuvre de Zoghman Mebkhout** - le seul mathématicien (à ma connaissance) qui ait assumé le risque, après mon départ de la scène mathématique, de faire figure de "continuateur de Grothendieck".

Cette opération s'est poursuivie sur une dizaine d'années, de 1975 à aujourd'hui. Au risque de me répéter, je vais d'abord en rappeler le contexte historique.

Dans la deuxième moitié des années cinquante, j'avais développé dans le contexte des schémas un formalisme de "dualité cohérente". Ces réflexions, motivées par le désir de comprendre le sens et la portée exacte du théorème de dualité de Serre en géométrie analytique et surtout en géométrie algébrique^{579(*)}, avaient été poursuivies dans une solitude à peu près complète, n'ayant pas l'heur d'intéresser personne d'autre que moi^{580(**)}. Ce sont ces réflexions qui m'ont amené à dégager progressivement la notion de catégorie dérivée,

^{578(**)} (13 mai) La présente note et les quatre suivantes formaient initialement une note unique, "L'Apothéose" (n° 171), du 1 mars. Elle incluait également la note précédente "Les joyaux" (n° 170(iii)). Elle a été reprise et considérablement étoffée entre les 2 et 8 mai, surtout en ce qui concerne la partie mathématique, et scindée en les quatre notes séparées "L'ancêtre", "L'oeuvre...", "... et l'aubaine", "Le jour de gloire" (n°s 171 (i) à (iv)), en plus de la note "Les joyaux" déjà mentionnée. Il s'y ajoutent les huit sous-notes (n° 171 (v) à (xii)) se rapportant aux quatre notes en question, et les quatre sous-notes (n° 171₁ à 171₄) du mois d'avril, faisant le récit des étranges mésaventures de mon ami Zoghman aux prises avec la "loi du milieu", selon ce qu'il m'en a raconté lui-même. C'est l'ensemble de ces seize notes (n°s 171 (i) à (xii) et 171₁ à 171₄) qui constituent à présent la partie "L'Apothéose" dans "Les Quatre Opérations" (dont ladite Apothéose constitue la quatrième et - jusqu'à nouvel ordre - dernière...).

^{579(*)} Mes premières réflexions de dualité se plaçaient dans le cadre des espaces analytiques, et sont antérieures à celles de Serre. En utilisant des techniques de dualité "évêquesques" et le lemme de Poincaré-Grothendieck sur l'opération $\tilde{\mathcal{O}}$ (que je venais de démontrer), j'avais prouvé que si X est une variété de Stein, les $H^i(X, \underline{Q}_X)$ (resp. $H^i(X, \underline{\omega}_X)$) sont des espaces de Fréchet nucléaires, en dualité parfaite avec les $H_1^{n-i}(X, \omega_X)$ (resp. les $H_1^{n-i}(X, \underline{Q}_X)$). Je n'ai pas songé alors à appliquer la même méthode au cas des fibres vectoriels (ne m'étant pas aperçu de ce fait algébrique très simple, que l'opérateur $\tilde{\mathcal{O}}$ étant \underline{Q}_X -linéaire, se prolonge aux formes différentielles différentiables à valeurs dans un fibre vectoriel holomorphe), ni aux variétés complexes autres que celles de Stein (les seules alors qui me soient familières). La démonstration de Serre de son théorème de dualité analytique dans le cas général, est pratiquement la même que celle que j'avais trouvée dans un cas particulier.

^{580(**)} Bien entendu, le mathématicien entre tous chez qui je me serais attendu à un intérêt pour mes réflexions de dualité cohérente, a été Serre. Il a été intéressé, je crois me rappeler, par la généralisation de son résultat de dualité à un faisceau cohérent F (pas nécessairement localement libre) sur X projective et lisse sur un corps k , identifiant le dual de $H^i(X, F)$ à $Ext_{\underline{Q}_X}^{n-i}(X; F, \underline{\omega}_X)$.

Cela donnait un sens géométrique intrinsèque à un résultat "calculatoire" de FAC (qui m'avait bien sûr intrigué et inspiré), dans le cas où X est l'espace projectif. Mais à part ce résultat, un des premiers dans mon voyage à la découverte de la dualité, et proche encore de ce qui lui était familier, Serre a toujours refusé d'écouter, quand il me prenait envie de lui parler dualité. Je crois que je n'ai guère essayé d'en parler à quiconque d'autre, mis à part (bien plus tard) Hartshorne, qui a fait sur mes idées un