dans son oeuvre écrite, comme il se doit), que "la" géométrie (algébrique), et tout particulièrement les géométries "discrètes" associées aux différents nombres premiers, devaient fournir la clef pour un renouvellement de vaste envergure de l'arithmétique. C'est dans cet esprit qu'il a dégagé, en 1949, les célèbres "**conjectures de Weil**". Conjectures absolument époustouflantes, à vrai dire, qui faisaient entrevoir, pour ces nouvelles "variétés" (ou "espaces") de nature discrète, la possibilité de certains types de constructions et d'arguments[35] qui jusque là ne semblaient pensables que dans le cadre des seuls "espaces" considérés comme dignes de ce nom par les analystes - savoir, les espaces dits "topologiques" (où la notion de variation continue a cours).

On peut considérer que la géométrie nouvelle est avant toute autre chose, une synthèse entre ces deux mondes, jusque là mitoyens et étroitement solidaires, mais pourtant séparés : le **monde "arithmétique"**, dans lequel vivent les (soi-disants) "espaces" sans principe de continuité, et le **monde de la grandeur continue**, ou vivent les "espaces" au sens propre du terme, accessibles aux moyens de l'analyste et (pour cette raison même) acceptés par lui comme dignes de gîter dans la cité mathématique. **Dans la vision nouvelle, ces deux mondes jadis séparés, n'en forment plus qu'un seul.**

Le premier embryon de cette vision d'une "géométrie arithmétique" (comme je propose d'appeler cette géométrie nouvelle) se trouve dans les conjectures de Weil. Dans le développement de certains de mes thèmes principaux[36], ces conjectures sont restées ma principale source d'inspiration, tout au long des années entre 1958 et 1969. Dès avant moi, d'ailleurs, **Oscar Zariski** d'un côté, puis **Jean-Pierre Serre** de l'autre, avaient développé pour les espaces-sans-foi-ni-loi de la géométrie algébrique "abstraite" certaines méthodes "topologiques", inspirées de celles qui avaient cours précédemment pour les "espaces bon teint" de tout le monde[37].

Leurs idées, bien sûr, ont joué un rôle important lors de mes premiers pas dans l'édification de la géométrie arithmétique ; plus, il est vrai, comme points de départ et comme **outils** (qu'il m'a fallu refaçonner plus ou moins de toutes pièces, pour les besoins d'un contexte beaucoup plus vaste), que comme une source d'inspiration qui aurait continué à nourrir mes rêves et mes projets, au cours des mois et des années. De toutes façons, il était bien clair d'emblée que, même refaçonnés, ces outils étaient très en deçà de ce qui était requis, pour faire même les tout premiers pas en direction des fantastiques conjectures.

## 2.11. L'éventail magique - ou l'innocence

Les deux idées-forces cruciales dans le démarrage et dans le développement de la géométrie nouvelle, ont été celle de **schéma** et celle de **topos**. Apparues à peu près simultanément et en étroite symbiose l'une

[35](A l'intention du lecteur mathématicien.) Il s'agit ici des "constructions et arguments" liés à la théorie cohomologique des variétés différentiables ou complexes, et notamment de ceux impliquant la formule des points fixes de Lefschetz, et la théorie de Hodge.

[36]Il s'agit des quatre thèmes "médians" (n°s 5 à 8), savoir ceux des **topos** de la **cohomologie étale** et $\ell$-adique, des **motifs**, et (dans une moindre mesure) celui des **cristaux**. J'ai dégagé ces thèmes tour à tour entre 1958 et 1966.

[37](A l'intention du lecteur mathématicien.) La principale contribution de Zariski dans ce sens me paraît l'introduction de la "topologie de Zariski" (qui plus tard a été un outil essentiel pour Serre dans FAC), et son "principe de connexité" et ce qu'il a appelé sa "théorie des fonctions holomorphes" - devenus entre ses mains la théorie des schémas formels, et les "théorèmes de comparaison" entre le formel et l'algébrique (avec, comme deuxième source d'inspiration, l'article fondamental GAGA de Serre). Quant à la contribution de Serre à laquelle je fais allusion dans le texte, il s'agit bien sûr, avant tout, de l'introduction par lui, en géométrie algébrique abstraite, du point de vue des faisceaux (introduit par **Jean Leray** une douzaine d'années auparavant, dans un contexte tout différent), dans cet autre article fondamental déjà cité FAC ("Faisceaux algébriques cohérents").

A la lumière de ces "rappels", si je devais nommer les "ancêtres" immédiats de la nouvelle vision géométrique, ce sont les noms de **Oscar Zariski**, **André Weil**, **Jean Leray** et **Jean-Pierre Serre** qui s'imposent à moi aussitôt. Parmi eux Serre a joué un rôle à part, du fait que c'est par son intermédiaire surtout que j'ai eu connaissance non seulement de ses propres idées, mais aussi des idées de Zariski, de Weil et de Leray qui ont eu à jouer un rôle dans l'éclosion et dans le développement de la géométrie nouvelle.