收获与播种

RECOLTES ET SEMAILLES

作者：Alexandre GROTHENDIECK

时间：March 25, 2025

目录

第一部分

主题呈现，或四乐章前奏曲

第 1 章 代序

1986 年 1 月 30 日

万事俱备，只欠一篇序言，便可将《收获与播种》（Récoltes et Semailles）交付印刷。我发誓，我确实怀着最大的诚意，想要写出一篇合适的序言。这一次，要写点**合理**的东西。三四页足矣，但要言之有物，用以介绍这部超过千页的“巨著”。要写点能吸引那些麻木读者的东西，让他们隐约感到，在这“超过千页”的厚重篇幅中，或许有些内容会让他们感兴趣（甚至与他们息息相关，谁知道呢？）。说实话，吸引读者并非我的强项，但这次我打算破例一次！毕竟，总得让那位“敢于冒险的出版商”（愿意出版这部显然难以出版的“怪物”）尽可能地收回成本。

然而，事与愿违。我尽力了，真的尽力了。而且不止一个下午，正如我原本计划的那样，匆匆了事。明天就是整整三周了，稿纸堆积如山。写出来的东西，显然不能被称为一篇“序言”。又一次失败了，真是命中注定！到了我这个年纪，已经无法改变——我也不适合推销或让别人推销。即使是为了取悦自己或朋友们。

写出来的，更像是一段漫长的“漫步”，伴随着对我数学作品的评述。这段漫步主要是为“外行”准备的——那些“从未理解过数学”的人。同时也是为我自己准备的，因为我从未有过这样的闲情逸致。渐渐地，我发现自己开始揭示并说出一些一直未曾言明的东西。巧合的是，这些东西也是我感觉最为本质的，无论是在我的工作还是作品中。它们与技术无关。至于我是否成功地完成了这项天真的“传递”任务——这项或许同样有些疯狂的任务——就由你来评判了。我的满足与快乐，在于能否让你感受到这些。这些东西，我的许多博学同事早已无法感受。或许他们变得太过博学、太过显赫。这常常会让人失去与简单而本质的事物的联系。

在这段“漫步”中，我也谈到了我的生活。偶尔，也会提到《收获与播种》中的一些内容。在随后的“信件”（日期为去年五月）中，我会更详细地再次谈及这些内容。这封信原本是写给我的前学生和数学界“昔日好友”的。但它同样没有技术性内容。任何感兴趣的读者都可以毫无障碍地阅读，通过这段“鲜活”的叙述，了解最终促使我写作《收获与播种》的来龙去脉。比“漫步”更进一步，它还会让你提前感受到数学“大世界”中的某种氛围。同时（与“漫步”一样），

也能让你感受到我的表达风格——据说有些特别。还有通过这种风格表达的精神——这种精神也并非人人都能欣赏。

在“漫步”以及《收获与播种》的许多地方，我谈到了**数学工作**。这是我非常熟悉且亲身经历的工作。我所说的许多内容，无疑适用于任何创造性工作，任何发现性工作。至少对于所谓的“智力工作”是如此，那种主要通过“头脑”完成并通过书写表达的工作。这种工作的标志是对我们正在探索的事物的**理解**的萌发与绽放。但举一个相反的例子，爱情的激情同样是一种发现的冲动。它向我们敞开了一种被称为“肉体”的知识，这种知识同样会更新、绽放、深化。这两种冲动——一种是驱动工作中的数学家的冲动，另一种是驱动爱人的冲动——比人们通常认为的或愿意承认的要接近得多。我希望《收获与播种》的篇章能让你在你的工作和日常生活中感受到这一点。

在“漫步”中，主要讨论的是数学工作本身。然而，我几乎对这项工作的背景以及在工作时间之外的动机保持沉默。这可能会给人一种关于我本人，或关于数学家或“科学家”的过于美好但扭曲的形象。像是“伟大而崇高的激情”，没有任何修正。总之，符合“科学神话”（请用大写字母 S）的基调。这种英雄式的、“普罗米修斯式”的神话，作家和科学家们（并且仍在继续）争先恐后地陷入其中。或许只有历史学家有时能抵抗这种如此诱人的神话。事实是，在“科学家”的动机中，有时驱使他们不计代价地投入工作的，野心和虚荣心扮演着与任何其他职业同样重要且几乎普遍的角色。它们以或粗糙或微妙的形式表现出来，取决于当事人。我绝不声称自己是个例外。我希望我的证言不会让人对此产生任何怀疑。

同样真实的是，最贪婪的野心也无法发现或证明任何一个数学命题——正如它无法（例如）“让人勃起”（字面意义）。无论是男性还是女性，让人“勃起”的绝不是野心、炫耀的欲望或展示力量的欲望——恰恰相反！而是对某种强烈、真实且微妙的事物的敏锐感知。我们可以称之为“美”，这是这种事物的千面之一。有野心并不一定妨碍我们偶尔感受到一个人或一件事的美，但可以肯定的是，让我们感受到美的绝不是野心……

第一个发现并掌握火的人，正是像你我一样的普通人。绝不是我们想象中的“英雄”或“半神”。当然，像你我一样，他也曾经历过焦虑的刺痛，以及虚荣的安慰，这种安慰让人忘记刺痛。但在他“认识”火的那一刻，既没有恐惧，也没有虚荣。这就是英雄神话中的真相。当神话被用来掩盖事物的另一面——同样真

实且同样本质的一面时，它就变得乏味，变成了一种安慰剂。

我在《收获与播种》中的意图是谈论这两方面——知识的冲动，以及恐惧及其虚荣的解毒剂。我相信我“理解”或至少了解这种冲动及其本质。（也许有一天，我会惊讶地发现，我一直在自欺欺人……）但对于恐惧和虚荣，以及由此衍生的创造力的隐秘阻碍，我知道我并未深入探究这一巨大的谜题。我也不知道在我余下的岁月里，是否能够揭开这一谜题的真相……

在写作《收获与播种》的过程中，两幅画面浮现出来，代表了人类冒险的这两方面。它们是**孩子**（即工人）和**老板**。在接下来的“漫步”中，几乎完全讨论的是“孩子”。他也是副标题“孩子与母亲”中的主角。我希望这个名字能在“漫步”过程中逐渐清晰。

在其余部分的反思中，老板则占据了舞台的中心。他成为老板并非没有原因！更准确地说，这里讨论的不是一个老板，而是竞争企业的老板们。但所有老板在本质上都是相似的。当我们开始谈论老板时，也意味着会出现一些“坏人”。在反思的第一部分（“疲劳与更新”，紧随这篇介绍性部分之后，即“四乐章前奏”），主要是我，“坏人”。在接下来的三部分中，主要是“其他人”。轮流上场！

这意味着，除了深刻的哲学反思和“忏悔”（绝非悔悟）之外，还会有一些“尖刻的肖像画”（借用我一位同事和朋友的表达，他发现自己被稍微冒犯了……）。更不用说一些大规模的“行动”，绝非儿戏。罗伯特 • 若兰[1]曾半开玩笑地告诉我，在《收获与播种》中，我是在“做数学界的人类学”（或者也许是社会学，我也说不清了）。当然，当得知自己在不知不觉中做了些学术性的事情时，我感到很受恭维！事实上，在反思的“调查”部分（尽管我并不情愿……），我看到自己正在书写的页面上，数学界的大部分机构轮番登场，更不用说许多地位较为普通的同事和朋友了。而最近几个月，自从去年十月我寄出《收获与播种》的临时印刷版以来，这种情况又再次发生。显然，我的证言像一块石头扔进了池塘。反响五花八门（除了无聊……）。几乎每次，都完全出乎我的意料。还有许多沉默，意味深长。显然，我还有很多东西要学习，而且是各种各样的东西，关于我的前学生和其他同事（无论地位高低）脑子里在想什么——抱歉，我是说关于“数学界的社会学”！对于那些已经为我晚年这部伟大社会学作品做出贡献的人，我在此表达我的感激之情。

[1]罗伯特 • 若兰（Robert Jaulin）是我的老朋友。我了解到，他在民族学界的处境（作为“白狼”）与我在数学“美丽世界”中的处境有些相似。

当然，我对那些热情洋溢的回应特别敏感。也有一些罕见的同事向我表达了他们的情感，或一种（此前未曾表达的）危机感，或对数学界内部退化的感受，他们觉得自己是这个圈子的一部分。

在这个圈子之外，最早对我的证言表示热烈甚至感动的欢迎的人中，我想在此提到西尔维和凯瑟琳·谢瓦莱[2]、罗伯特·若兰、斯特凡·德利戈尔热、克里斯蒂安·布尔瓜。如果《收获与播种》能够比最初的临时印刷版（面向一个非常有限的圈子）传播得更广，这主要归功于他们。归功于他们那种富有感染力的信念：我努力捕捉和表达的东西，必须被说出来。而且它能够被一个比我的同事（常常阴郁、甚至暴躁，并且千百次地愿意重新审视自己……）更广泛的圈子所理解。正是因此，克里斯蒂安·布尔瓜毫不犹豫地冒险出版了这部难以想象的作品，而斯特凡·德利戈尔热则荣幸地将我这难以消化的证言收录在“认识论”系列中，与牛顿、居维叶和阿拉戈并列（我无法想象更好的伙伴！）。对于每一位在这个特别“敏感”的时刻给予我反复的同情和信任的人，我在此表达我深深的感激。

现在，我们即将开始一段“漫步”，作为穿越一生的旅程的序章。一段漫长的旅程，是的，超过千页，每一页都密密麻麻。我用了一生的时间来完成这段旅程，却仍未穷尽它，又用了一年多的时间重新发现它，一页一页地。有时，词语犹豫不决，难以表达一种仍在逃避犹豫不决的理解的经验——就像堆积在压榨机中的成熟葡萄，有时似乎想要逃避挤压它的力量……但即使在词语似乎争先恐后地涌出的时刻，它们也并非为了“幸运的幸福”而争先恐后地涌出。每一个词都在经过时被称重，或者事后被调整，如果发现它太轻或太重，就会被仔细调整。因此，这部反思-证言-旅程并非为了被匆忙阅读，在一天或一个月内，由一个急于看到结局的读者读完。在《收获与播种》中，没有“结局”，没有“结论”，正如我的生活或你的生活中也没有。这里有一种酒，在我的存在之桶中陈酿了一生。你喝下的最后一杯不会比第一杯或第一百杯更好。它们都是“同一杯”，又各不相同。如果第一杯酒变质了，整个桶也就变质了；那么，不如喝点好水（如果有的话），而不是坏酒。

但好酒不能匆匆喝下，也不能随意饮用。

[2]西尔维和凯瑟琳·谢瓦莱（Sylvie et Catherine Chevalley）是克劳德·谢瓦莱（Claude Chevalley）的遗孀和女儿，克劳德是我的同事和朋友，《收获与播种》的核心部分（RES III，“阴阳之钥”）就是献给他的。在反思的多个地方，我谈到了他，以及他在我的历程中所扮演的角色。

第 2 章 漫步于一部作品之中，或孩子与母亲

1986 年 1 月

2.1 事物的魔力

当我还是个孩子时，我喜欢去学校。我们有一位老师教我们阅读、写作、计算、唱歌（他会拉小提琴伴奏），还讲史前人类和火的发现。我不记得那时在学校里曾经感到无聊。他拥有数字的魔力，文字、符号和声音的魔力。还有韵律的魔力，在歌曲或小诗中。韵律中似乎蕴藏着一种超越文字的神秘感。这种感觉一直持续，直到有一天，有人向我揭示了一个极其简单的“奥秘”：所谓韵律，不过是让两个连续的口语片段以相同的音节结尾，于是它们仿佛被施了魔法，化作了诗句。这对我而言是一场启示！在家时，周围的人都乐于回应我的热情，我连续数周、数月地沉浸于创作诗句的乐趣中。有一段时间，我甚至只用韵语说话。幸好，这种习惯最终消退了。然而，即便到了今日，我偶尔仍会提笔写诗——不过不再刻意追求韵脚，除非它自然流淌而来。

另一段时间，一个已上高中的年长朋友教会了我负数的概念。这又是一种有趣的游戏，但乐趣耗尽得更快。还有填字游戏——我曾连续数日、数周地制作它们，设计得越来越错综复杂。在这游戏中，形式的魔力与符号、文字的魔力交织融合。然而，这股热情最终离我而去，似乎未留下任何痕迹。

在高中时，我先在德国度过了第一年，随后到了法国。我是个好学生，但并非那种“出类拔萃的学生”。对于最吸引我的事物，我倾注无限热情；而对兴趣不大的东西，我往往置之不理，也不太在乎相关老师的评价。1940 年，我在法国上高中的第一年，与母亲一同被拘禁在集中营中，地点在门德（Mende，Mende）附近的里约克罗（Rieucros，Rieucros）。那是战争岁月，我们是外国人——用当时的话说，是“不受欢迎的人”。然而，集中营的管理对营里的孩子们略为宽容，尽管他们同样被视为“不受欢迎”。我们得以相对自由地进出。我是其中年龄最大的，也是唯一前往高中就读的人，学校距营地四五公里。无论风雪交加，我都穿着凑合的鞋子步行前往，那些鞋子总是渗水。

我至今记得第一次数学“作文”的经历。老师因我在证明“三角形全等的三

个条件”之一时未遵循课本的方法，给了我一个差评。他虔诚地依循教科书的范式。而我却清楚，我的证明与书上的并无优劣之分，我只是秉承其精神，运用了那些永恒的传统手法——“将某个图形以某种方式滑动至另一图形”。显然，这位教我的老师无法凭自己的洞察力判断（在这里，是一个推理的有效性）。他必须仰仗权威——在此即教科书的权威。这种态度一定深深震撼了我，以至于这个小插曲至今历历在目。此后，直至今日，我无数次见证，这种依赖权威的倾向绝非例外，而是近乎普遍的法则。关于这一点，可说的实在太多——我在《丰收与播种》（Récoltes et Semailles，Harvests and Sowings）中多次以不同形式触及这一主题。然而，即便到了现在，每当再次面对这种情形时，无论我愿不愿意，仍会感到一阵茫然失措……

战争的最后几年，母亲仍被拘于集中营，我则住在利尼翁河畔尚邦（Chambon sur Lignon，Chambon sur Lignon）的“瑞士救援”（Secours Suisse，Swiss Relief）儿童之家，那是为难民儿童设立的庇护所。我们大多是犹太人。每当当地警察警告我们盖世太保（Gestapo，Gestapo）即将搜捕，我们便两三人一组，藏进树林，度过一两夜。当时我们并未完全意识到，这实实在在关乎生死。塞文地区（pays cévenol，Cévennes region）藏匿着无数犹太人，多亏当地居民的团结互助，许多人得以幸存。

在“塞文学院”（Collège Cévenol，Cévennes College）——我读书的地方——最令我震惊的，是同学们对所学内容何其漠不关心。而我则在学年初如饥似渴地啃读课本，期待这次终于能学到真正有趣的东西；余下的学年，我尽力自谋出路，而预定课程则如流水线般无情推进，贯穿整个学期。我们倒是有几位极为友善的老师。自然历史老师弗里德尔先生（Monsieur Friedel，Mr. Friedel）的人性和智慧品质令人叹服。然而，他无法“严加管教”，课堂上被学生闹得天翻地覆。到学年末，他的无力之声完全淹没在喧嚣中，课程已无法继续。或许正因如此，我未成为生物学家！

我花了许多时间，甚至在课堂上（嘘……），钻研数学问题。很快，书上的习题已无法满足我。或许因它们久而久之过于雷同；但更重要的，我认为，是它们太过突兀地接连出现，既不说从何而来，也不指明去往何处。那是书本的问题，而非我的问题。然而，真正自然的问题从不匮乏。例如，当一个三角形三边长 a、b、c 已知时，此三角形便已确定（不计其位置），因此必存在一个明确的“公式”，如以 a、b、c 表示其面积。同理，对于已知六条边长的四面体，其体积如何求解？

这次我费尽心思，但最终坚持了下来，找到了答案。无论如何，当某件事"攫住"我时，我从不计较投入的时日，甚至忘却一切！（如今依然如此……）

数学书中令我最不满意的，是对长度（曲线）、面积（曲面）、体积（立体）概念缺乏严肃定义。我暗自承诺，一旦有暇，必填补这一空白。1945 年至 1948 年间，我在蒙彼利埃大学（Université de Montpellier，University of Montpellier）求学时，将大部分精力倾注于此。大学的课程无法令我满意。我从未明言，但内心一定觉得，教授们不过在重复课本，就像我在门德高中时的第一位数学老师。因此，我甚少踏足校园，仅偶尔了解那永恒的"课程计划"。课本足以应付这计划，但显然，它们完全无视我的疑问。实话说，它们甚至看不到这些问题，正如我的高中课本同样视而不见。只要它们为众人提供计算长度、面积、体积的现成配方——用单重、双重、三重积分（谨慎避开三维以上的维度……），内在定义的问题似乎从未浮现，无论对我的教授，还是教科书作者，皆是如此。

以我当时有限的经验，似乎我是世上唯一对数学问题怀有好奇的人。至少，这是我在那几年完全的智力孤寂中未曾言明的信念，而这孤寂并未让我感到沉重。[1] 实话说，我从未想过深入探究，是否真我是世上唯一对此感兴趣的人。我的精力全被自己设下的挑战所吞噬：

我毫不怀疑，只要我肯费心探究，将它们逐一诉诸笔端，便定能成功，揭开事物的终极答案。例如，对体积的直觉无可辩驳。它必是某种暂时难以捉摸却真实可触的现实之映照。我要做的，仅是抓住这现实——或许有些像那"韵律"的魔力现实，曾在某日被我抓住、"理解"。

17 岁刚从高中毕业，我着手此事，以为几周即可完成。结果我为之耗费了三年。我甚至在大学二年末的考试中失手——球面三角学考试（在"深入天文学"选项中，原文如此），因一个愚蠢的数值计算错误。（须承认，离开高中后，我的计算能力从未出色……）因此，我不得不在蒙彼利埃再留一年，完成学士学位，而未即刻前往巴黎——据说那里是唯一能遇见深谙数学要义之人的地方。我的告

[1] 1945 年至 1948 年间，我与母亲住在蒙彼利埃（Montpellier，Montpellier）约十公里外的小村庄莫拉尔格（Maurargues，Maurargues），通过旺达尔格（Vendargues，Vendargues），隐于葡萄园中。（我父亲于 1942 年在奥斯维辛集中营（Auschwitz，Auschwitz）失踪。）我们靠我微薄的奖学金过着俭朴生活。为维持生计，我每年参与葡萄采摘，之后设法酿酒（据说违反了当时法律……）。另有一个花园，我从未耕作，却为我们提供了丰富的无花果、菠菜，甚至（临近结束时）西红柿，皆由邻居在美丽的罂粟花海中种植。那是美好生活——有时却捉襟见肘，如需更换眼镜框或一双磨穿至绳的鞋子时。幸好，母亲因长期拘禁于集中营而体弱多病，我们享有免费医疗。否则，我们永远付不起医生费用……

知者苏拉先生（Monsieur Soula，Mr. Soula）还向我保证，数学中最后的问题已在二三十年前由勒贝格（Lebesgue，Lebesgue）解决。他恰巧（何其巧合！）发展了测度与积分理论（théorie de la mesure et de l'intégration，theory of measure and integration），为数学画上句点。

苏拉先生，我的“微积分”教授，对我友善且充满善意。但我不认为他说服了我。我内心一定早已感受到，数学在广度与深度上皆无止境。海洋有“终点”吗？无论如何，我从未萌生念头，去寻觅苏拉先生提及的那本勒贝格之书——他自己也未必曾亲手翻阅。在我看来，书中的内容与我以自己的方式探索、满足好奇心的工作毫无共通之处，那些事物曾深深吸引着我。

2.2 独处的重要性

当我最终在巴黎接触到数学界时，大约一两年后，我在众多事物中了解到，我独自在角落里用手头资源所做的工作，（大致上）正是“人人皆知”的勒贝格（Lebesgue，Lebesgue）测度与积分理论（théorie de la mesure et de l'intégrale de Lebesgue，Lebesgue's theory of measure and integration）的内容。在我向两三位审稿人提及这项工作（甚至展示手稿）时，他们的反应仿佛我只是在浪费时间，重做“已知之事”。我并不记得曾感到失望。当时，寻求“认可”、赞同或仅仅是他人对我工作的兴趣，这种想法对我而言尚属陌生。更何况，我的精力已全被适应一个截然不同的环境所占据，尤其是学习在巴黎被视为数学家必备基础的知识[2]。

然而，如今回想这三年，我意识到它们绝非虚度。甚至在无意识中，我在孤独中学会了数学家职业的精髓——这是任何导师都无法真正传授的。我从未明言，也从未遇到过能分享我求知渴望的人，但我“从内心深处”知道，我是一名数学家：一个真正“做”数学的人——正如人们“做”爱一样。数学对我而言，已成为一位永远欢迎我欲望的情人。这几年的孤独奠定了一种从未动摇的信任基础——无论是在二十岁抵达巴黎时发现自己无知的广袤和需要学习的浩瀚时，还是二十多年后我毅然离开数学界时的动荡经历，抑或近几年某些“葬礼”（预先安排且毫无瑕疵）——由我昔日最亲密的同伴策划的，对我个人及其作品的“葬礼”——的疯狂插曲中。

[2]我在《丰收与播种》（Récoltes et Semailles，Harvests and Sowings）第一部分第 9 节“受欢迎的陌生人”（L'étranger bienvenu，The Welcome Stranger）中简述了那段略显艰难的过渡时期。

换言之，我在那些关键岁月中学会了独处[3]。我所说的独处，是指凭自己的洞察力探索我想了解的事物，而不是依赖于某个我所属或因其他原因被赋予权威的团体的明确或隐含的观念和共识。在高中和大学，沉默的共识告诉我，“体积”这一概念“众所周知”、“显而易见”、“毫无问题”，无需质疑。我置之不理，认为这是理所当然——正如几十年前勒贝格必定也曾置之不理。正是这种“置之不理”的行为——即做自己，而非仅仅是主流共识的表达，不被其划定的无形而强制的界限所束缚——构成了“创造”的核心。其余皆为附赠。

此后，在接纳我的数学界中，我遇到了许多人——前辈和同龄人——他们显然比我更聪明、更“有天赋”。我钦佩他们学习新概念的轻松自如，仿佛与生俱来，而我则感到笨拙而迟缓，像鼹鼠般艰难地在无形的知识山中穿行，面对那些据说重要的、但我无法把握来龙去脉的事物。实际上，我绝非那种轻松通过声望考试、瞬间掌握艰深课程的杰出学生。

事实上，我大多数更聪明的同学都成为了有能力和声誉的数学家。然而，三十或三十五年后回首，我发现他们并未在当代数学中留下真正深刻的印记。他们在既定的框架内完成了工作，有时是优美的工作，但从未想过触及框架本身。他们在无意识中被那些无形而强制的界限所囚禁，这些界限在特定环境和时代中划定了宇宙的范围。要跨越这些界限，他们需要重新发掘自己出生时就拥有的能力——正如我曾拥有的：独处的能力。

而幼儿则毫无困难地独处。他们天生孤独，即便偶尔享受陪伴，也会在需要时向母亲索要奶瓶。他们深知，奶瓶是为自己准备的，自己会喝。但我们常常与内心的孩子失去联系，不断错过最美好的事物，甚至不屑一顾……

如果在《丰收与播种》中，我还向其他人——而非仅仅我自己——倾诉，那并非面向“公众”。我是在向你——正在阅读的你——作为个体、作为独一无二的人倾诉。我想与你内心的那个懂得独处的人——那个孩子——对话，仅此而已。我深知，那个孩子往往遥不可及。他历经沧桑，早已藏匿于某个角落，难以触及。人们会发誓他早已死去，甚至从未存在过；然而，我确信他就在某处，鲜活如初。

我也知道，当我被倾听时，会有何种迹象。那时，超越文化和命运的差异，

---

[3]这种表述略显不妥。我从未需要“学习独处”，因为在童年时期，我从未失去这种与生俱来的能力——每个人出生时都具备的能力。但这三年的孤独工作，让我得以按自己的标准衡量自己，遵循我内在的自发要求，巩固了我在数学工作中的信任和宁静的自信，这种自信与主流共识和时尚无关。我在《丰收与播种》第四部分第 171_3 节“根源与孤独”（Racines et solitude，Roots and Solitude）中再次提及（尤其在第 1080 页）。

我对自己和生活的叙述会在你心中激起回响和共鸣；你会在其中重新发现自己的生活、自己的体验，或许是以一种你之前未曾注意的角度。这并非“认同”于某个遥远的事物或人。也许，你会通过我对自身生活的重新发现——在《丰收与播种》的页页篇章中，甚至在今天我正在书写的这些文字中——重新发现你自己的生活，那最贴近你的事物。

2.3 内在的冒险——或神话与见证

在一切之前，《丰收与播种》（Récoltes et Semailles，Harvests and Sowings）是对我自身及我生命的反思。由此，它也是一种见证，以两种方式呈现。它是对我过去的见证，反思的重心落在那里。但与此同时，它也是对最当下之此刻的见证——即我写作的瞬间，《丰收与播种》的页面在时辰、在昼夜交替中诞生的时刻。这些页面忠实地见证了我对生命的漫长冥想，这冥想真实地延续着（甚至在此刻仍在继续……）。

这些页面并无文学上的野心。它们构成了关于我自身的文献。我仅在极狭窄的限度内允许对其稍作修饰（尤其是偶尔进行文体上的润色）[4]。若说它有何企图，那仅仅是力求真实。而这已然意义重大。

然而，这份文献绝非“自传”。你不会从中得知我的出生日期（这或许仅对绘制星盘有些许用处），也不会知道我父母的名字或他们的职业，亦无从了解我曾娶之妻及其他在我生命中重要的女性的姓名，或那些因爱而生的孩子们的名字，以及他们各自如何度过人生。这并非说这些事物在我生命中无足轻重，或如今已不再重要。只是，在这场关于自身的反思开始并延续的过程中，我从未感到有任何冲动，去稍稍描述那些我偶尔触及的事物，更不用说一丝不苟地罗列名字与数字。在任何时候，我都不觉得这能为我当时追寻的旨意增添什么。（然而，在前几页中，我似乎不由自主地提及了比随后千页更多的关于我生活的具体细节……）

若你问我，这贯穿千页的“旨意”究竟为何，我会答：它是对我生命这一内在冒险的叙述，同时也是对它的发现。这冒险的叙述与见证，在我刚述及的两个层面上同时展开。其一是探索过去的冒险，追溯其根源与起源，直至我的童年。其二是这“同一”冒险的延续与更新，在我书写《丰收与播种》的瞬间与日子里，

[4]因此，对可能的错误（无论是实质性还是视角上的等等）的修正，并未成为修改初稿的契机，而是通过脚注，或在后续对所审视情境的“回溯”中完成。

作为对外界突如其来的强烈质询的自发回应而展开[5]。

外部事实仅在激发或推动内在冒险的转折，或有助于阐明它时，才滋养这场反思。而对我数学作品的埋葬与掠夺——这将是后文长篇讨论的主题——便是这样一种挑衅。它在我内心激起了强烈的自我反应，同时揭示了我与自身作品之间那些深邃而未曾察觉的联系，至今仍将我与之相连。

诚然，我属于“数学强者”之列，这未必是让你关注我这场“特定冒险”的理由（更遑论充分理由）——我与同事间的纠葛，或因生活环境与方式的转变而生的麻烦，亦是如此。况且，不乏同事乃至朋友认为，公开袒露（他们如是说）“内心状态”是极为荒谬的。他们眼中重要的唯有“结果”。至于“灵魂”——即我们内在那体验“结果生产”及其种种后果（无论对“生产者”自身，还是对同类）的部分——却被轻视，甚至公开遭到嘲弄。这种态度自诩为“谦逊”的表达，我却从中看到逃避的痕迹，以及一种奇异的失调，由我们呼吸的空气所助长。可以肯定，我并非为那些对自己怀有隐秘轻蔑之人而写，这种轻蔑让他们鄙弃我所能给予的最珍贵之物。那是对真正构成其自身生命，以及我的生命的事物的轻蔑：那些驱动心灵的表层与深层、粗糙或微妙的波动，那正是体验并回应经验的“灵魂”，它或僵滞或绽放，或退缩或学习……

内在冒险的叙述只能由亲历者述说，别无他人。然而，即便这叙述仅为自己而写，也罕能避免滑入构建神话的窠臼，使叙述者成为其中的英雄。这类神话并非源于民族与文化的创造想象，而是出自那不敢直面朴素现实者的虚荣，他们乐于以精神构造取而代之。但一个真实叙述（若真有其事），述说一场真切经历的冒险，却是无价之物。这价值并非来自围绕叙述者的是非功名（无论对错），而仅因其存在及其真实的特质。这样的见证弥足珍贵，无论它出自声名显赫之人，还是无望的小职员与一家之主，或是普通的罪犯。

若此叙述对他人生有何裨益，那首先是通过另一个人的坦诚见证，让读者重新面对自身。或者换言之，它或许能（哪怕仅在阅读的片刻间）抹去他对自身冒险及那身为旅人与舵手的“灵魂”所持的轻蔑……

[5]关于这“强烈质询”的详情，见“信件”（Lettre，Letter），尤其是第 3 至 8 节。

2.4 风俗画卷

在述及我作为数学家的过往时，以及其后（仿佛身不由己地）发现我作品那场宏大“葬礼”的曲折与隐秘时，我无意间被引向描绘某个环境、某个时代的图景——一个见证某些赋予人类工作意义之价值分解的时代。这是“风俗画卷”的面向，围绕着一桩在“科学”编年史上或许独一无二的“杂闻”展开。我在前文所述已足够清晰，我想，你不会在《丰收与播种》（Récoltes et Semailles，Harvests and Sowings）中找到一份关于某桩“非凡事件”的“卷宗”，让你匆匆了解概况。某位朋友一心寻觅这卷宗，却闭目不视，几乎错过了构成《丰收与播种》实质与血肉的一切。

正如我在“信件”（Lettre，Letter）中更为详尽的解释，这场“调查”（或曰“风俗画卷”）主要在第二与第四部分展开，即“葬礼（一）——或中国皇帝的新衣”（L’Enterrement (1) - ou la robe de l’Empereur de Chine，The Burial (1) - or the Emperor of China’s Robe）和“葬礼（三）——或四种运算”（L’Enterrement (3) - ou les Quatre Opérations，The Burial (3) - or the Four Operations）。在这些页面中，我执着地将一桩桩鲜活的事实（至少可如此形容）逐一挖掘，时而艰难地试图将其安放妥当。这些事实渐渐聚合成一幅整体画卷，从迷雾中浮现，色彩愈发鲜明，轮廓愈加清晰。在这日复一日的笔记中，新现的“原始事实”与个人回忆、心理与哲学的评论与反思，甚至（偶尔）数学的思索，交织难分。这便是其样貌，我无能为力！

基于我耗费一年多心血完成的工作，若要以“调查结论”的形式整理出一份卷宗，对感兴趣的读者而言，依其好奇心与严谨度，或许仅需数小时或数日额外努力。我曾一度尝试整理这所谓的卷宗。那是在我开始撰写一篇原定名为“四种运算”的笔记时[6]。然而，不行，毫无办法。我做不到！这显然非我的表达方式，尤其在晚年愈发如此。如今我认为，《丰收与播种》已为“数学共同体”贡献足够，我可无憾地将整理“必要卷宗”的任务留给他人（若我同事中有谁觉此事与己相关）。

[6]该笔记最终分化为《丰收与播种》第四部分（同名“四种运算”），包含约 70 篇笔记，延展至四百余页。

继承者与建设者（Les héritiers et le bâtisseur）

现在是我该谈谈我的数学工作的时候了，它在我的生活中占据了重要位置，并且（令我自己惊讶的是）至今仍保持着这一地位。在《收获与播种》（Récoltes et Semailles）中，我多次回顾这一工作——有时以一种对每个人都清晰易懂的方式，有时则以略显技术性的术语[7]。这些技术性较强的段落，很大程度上会“超乎”不仅是非专业人士的理解，甚至对那些不太“熟悉”所讨论数学的数学家同事来说也是如此。当然，你可以跳过那些对你来说过于“专业”的段落。但你也可以浏览它们，或许在阅读过程中捕捉到数学世界那“神秘之美”的一丝光芒（正如一位非数学家朋友写给我的那样），这些数学事物如同“奇异的、难以接近的岛屿”，在反思的广阔而流动的海洋中浮现……

我刚才说过，大多数数学家倾向于将自己局限在一个概念框架内，一个一劳永逸地固定的“宇宙”中——本质上，就是他们在学习时发现的“现成”宇宙。他们就像一座宏伟而美丽、设施齐全的房子的继承者，房子里有客厅、厨房、工坊，还有各种厨具和工具，足够用来烹饪和修补。至于这座房子是如何在世代更迭中逐渐建成的，某些工具（而不是其他工具）是如何被构思和制作的，房间为什么在这里这样布置，在那里又那样安排——这些问题，这些继承者从未想过要问。这就是“宇宙”，是“既定的”生活环境，仅此而已！它看似宏大（而且通常情况下，人们远未探索完所有的房间），但同时又熟悉，最重要的是：不变。当他们忙碌时，是为了维护和美化这份遗产：修理一件摇摇欲坠的家具，粉刷一面墙壁，磨砺一件工具，甚至有时，对于最有进取心的人来说，会在工坊里从头开始制作一件新家具。而且，当他们全身心投入时，新家具可能会非常美丽，整个房子也因此显得更加华丽。

然而，更罕见的是，有人会想到修改储藏室中的某件工具，甚至在反复且迫切的需求压力下，设想并制作一件新工具。在这样做时，他几乎会为自己感到某种歉意，因为他觉得自己仿佛违反了对家族传统的虔敬，这种创新似乎扰乱了那份传统。

在这座房子的许多房间里，窗户和百叶窗都被小心地关上——或许是害怕外来的风吹进来。而当新制的美丽家具——这儿一件那儿一件——加上后代子孙，

[7] 在书中各处，除了对我过去工作的数学概述外，还有一些包含全新数学发展的段落。其中最长的是《收获与播种》第四卷第 171(ix) 号注释中的“五张照片（晶体与 $\mathscr{D}$-模）”。

开始让房间变得狭窄，甚至挤满走廊时，这些继承者中没有一个愿意承认，他们那熟悉而舒适的宇宙已经有些局促了。与其正视这一事实，他们宁愿艰难地挤来挤去：有人在路易十五风格的橱柜和藤制摇椅间钻来钻去，有人夹在流鼻涕的小孩和埃及石棺之间，还有人走投无路，只好尽力攀爬一堆摇摇欲坠、杂乱无章的椅子和长凳……

我刚刚描绘的这幅小小图景并非数学家世界的特有现象。它反映了一种根深蒂固、由来已久的制约，这种制约在所有环境和人类活动领域中都能见到，而且（据我所知）在所有社会和时代皆是如此。我已经有过机会提及这一点，并且我并不声称自己完全免于这种制约。恰恰相反，正如我的证言将要显示的。只是，在智力创造活动的相对有限层面上，这种制约对我的影响较小[8]，这种制约可以称为“文化盲视”——即无法看到（也无法活动于）周围文化所固定的“宇宙”之外。

至于我自己，我感到自己属于这样一类数学家的谱系：他们的天生使命和乐趣在于不断建造新的“房屋”[9]。在这一过程中，他们不禁要发明和逐步塑造所有必需的工具、器具、家具和仪器，既为了从地基到屋顶建造房屋，也为了丰富未来的厨房和工坊，并布置房屋以便居住和舒适。然而，一旦一切就绪，从最后一根排水槽到最后一张凳子，工人很少会长时间逗留在这些地方——每一个石头和每一根横梁都留下了他亲手劳作和安放的痕迹。他的位置不在那些现成的、宁静的宇宙中，无论它们多么宜人、多么和谐——无论是由他自己的手还是由前人的手所布置。其他任务已经在召唤他前往新的工地，受到他或许是唯一能清晰感受到的迫切需求的推动，或者（更常见的是）预见到他唯一能预感到的需求。他的位置在广阔的天地中。他是风的朋友，不惧怕独自劳作数月、数年，甚至如果必要的话，终其一生——除非有欢迎的接班人前来援助。诚然，他和所有人一样只有两只手——但这两只手在每一刻都知道自己该做什么，既不厌恶最粗重的活计，也不厌恶最精细的工作，而且从不厌倦于一次次认识那些无数的事物——这些事物不断召唤着它们去了解。两只手或许微不足道，因为世界是无限的。它们永远无法穷尽世界！然而，两只手，也已经很多了……

我对历史并不精通，但如果要列举属于这一谱系的数学家，我会自然而然地

[8]我认为主要原因在于我童年直到五岁时所处的某种有利氛围。参见相关注释“纯真”（《收获与播种》第三卷，第 107 号）。

[9]“房屋”这一原型意象在此浮现并首次被表述，见注释“仆人尹与新主人”（《收获与播种》第三卷，第 135 号）。

想到上个世纪的伽罗瓦（Galois，Galois）和黎曼（Riemann，Riemann），以及本世纪初的希尔伯特（Hilbert，Hilbert）。如果要从那些在我初入数学界时接待过我的前辈中寻找一位代表[10]，首先浮现在我脑海的是让·勒雷（Jean Leray，Jean Leray）的名字，尽管我与他的接触一直非常有限[11]。

我刚刚粗略地勾勒了两种肖像：一种是"安于现状"的数学家，满足于维护和美化遗产；另一种是"建设者-开拓者"[12]，他们不禁要不断跨越那些"无形而强制的圆环"——这些圆环划定了一个宇宙的边界[13]。我们也可以用一些略显生硬但颇具启发性的名称来称呼他们，即"保守者"和"创新者"。两者都有其存在的理由和角色，在世代相传、跨越世纪和千年的共同冒险中发挥作用。在科学或艺术的繁荣时期，这两种气质之间既无对立也无敌意[14]。它们是不同的，彼此互补，就像面团和酵母一样。

在这两种极端类型（但本质上并不对立）之间，当然存在着一系列中间气质。某些"安于现状"的人，虽然从不考虑离开熟悉的居所，更不用说去承担在某个天知道的地方建造新居的辛劳，但当空间确实变得狭窄时，他们也会毫不犹豫地拿起泥刀，布置一个地下室或阁楼，加高一层楼，甚至在必要时，在墙上增建一些规模适中的附属建筑[15]。虽然他们灵魂深处并非建设者，但他们常常以同情的

[10]我曾在"受欢迎的异乡人"一节（《收获与播种》第一卷，第 9 号）中谈及这些初体验。

[11]这并不妨碍我（继亨利·嘉当（Henri Cartan）和让-皮埃尔·塞尔（Jean-Pierre Serre）之后）成为勒雷引入的一个伟大创新概念——"层"（faisceau，sheaf）——的主要使用者和推广者之一。这一概念贯穿我作为几何学家的全部工作，也是我将"空间"（espace，space）（拓扑学意义上的）概念扩展为"拓扑斯"（topos，topos）的关键所在，后文将对此展开讨论。

不过，在我看来，让·勒雷与我所描绘的"建设者"肖像有所不同，他似乎并不倾向于"从地基到屋顶建造房屋"。相反，他忍不住在无人想到的地方奠定广阔的基础，同时将完成这些基础并在其上建造的任务留给他人，并且在房屋建成后，让他人入住（哪怕只是暂时的）。

[12]我悄悄地、侧面地为这一形象贴上了两个带有雄性共鸣的形容词（"建设者"和"开拓者"），它们表达了发现冲动的不同面向，其性质比这些词语所能唤起的更为微妙。这将在后续的漫步-反思中显现，见"发现母亲——或两个侧面"（第 17 号）。

[13]与此同时，他无意中为这一旧宇宙（即便不是为自己，至少为那些不如他灵活的同辈）设定了新的界限，这些新界限形成更大的圆环，虽然同样无形且同样强制，却取代了先前的界限。

[14]例如在数学界，1948 至 1969 年间——我作为直接见证者并身处其中时——便是如此。在我 1970 年离开后，似乎出现了一种大规模的反应，一种对"观念"——尤其是我所引入的重大创新观念——普遍的"轻视共识"。

[15]我的一些"前辈"（例如在引言"受欢迎的债务"（第 10 节）中提到的）大多属于这种中间气质。我想到的人包括亨利·嘉当（Henri Cartan）、克洛德·舍瓦莱（Claude Chevalley）、安德烈·韦伊（André Weil）、让-皮埃尔·塞尔（Jean-Pierre Serre）、洛朗·施瓦茨（Laurent Schwartz）。除了韦伊或许例外，他们都以"同情的目光"——没有"暗中的担忧或责备"——看待我独自踏上的冒险旅程。

目光——至少没有暗中的担忧或责备——看待那些曾与他们共处一室、如今却在某个偏远的乡村辛勤收集梁木和石料、仿佛已经看到一座宫殿矗立在那里的同伴……

2.5 观点与视野

此刻，我回过头来谈谈我自身及我的作品。

若我在数学家的艺术中有所卓越，与其说是因娴熟与坚韧，解决了前人遗留的问题，不如说是因我内在的一种自然倾向，驱使我看见无人察觉却显然关键的问题，或挖掘出缺失的“恰当概念”（往往在这些新概念出现前，无人意识到其缺失），以及无人想到过的“恰当命题”。通常，这些概念与命题契合得如此完美，我心中毫无疑问它们是正确的（至多需稍作调整）——若非为发表而进行的“逐件工作”，我常就此止步，不再费时完善证明。因为一旦命题及其语境被清晰洞察，证明往往仅剩“技艺”之事，甚至近乎例行公事。吸引注意的事物无穷无尽，不可能逐一穷尽其召唤！即便如此，在我已撰写并发表的作品中，经严谨证明的命题与定理数以千计。我相信，除极少数例外，它们皆已融入数学界共有遗产，成为普遍认可的“已知”并被广泛运用。

然而，比起发现新问题、新概念、新命题，我的独特天赋更倾向于探寻丰饶的观点，这些观点不断引领我引入并或多或少发展全新的主题。这，我认为，是我对当代数学最根本的贡献。实话说，我刚提及的无数问题、概念、命题，唯有在这种“观点”的光芒下才具意义——更准确地说，它们从中自发诞生，带着显而易见的力度；恰如黑夜中乍现的光（即便微弱），似乎从虚空中唤出它所揭示的轮廓，或模糊或清晰。若无这道将它们聚为一束的光，十个、百个、千个问题、概念、命题不过是一堆杂乱无形的“心智小玩意”，彼此孤立——而非某整体的部分。这整体或许仍隐不可见，藏于夜的褶皱中，却已被清晰预感。

丰饶的观点揭示出这些无人感知的炽热问题，仿佛它们是包容并赋予其意义的同一整体的活的部分；它还揭示出（或许作为对这些问题的回应）那些如此自然却无人挖掘的概念，以及那些看似水到渠成的命题——只要激发它们的疑问和表述它们的概念尚未浮现，无人会冒险提出它们。比起数学中所谓的“关键定理”，丰饶的观点才是我们艺术中最为有力的发现工具[16]——或者更确切地说，

[16]不仅在“我们的艺术”中如此，我认为在一切发现工作中皆然，至少在智识认知层面上如此。

它们并非工具，而是研究者渴求探知数学事物本质的双眼。

因此，丰饶的观点即那“眼”，它既让我们发现，又让我们在多样性中辨识统一。这统一正是生命本身，是联结并赋予多物生机的气息。

然而，正如其名所示，“观点”本身始终是片面的。它揭示了风景或全景的一个面向，在众多同样有效、同样“真实”的面向中仅占其一。唯有多个互补的观点交汇于同一现实，我们的“眼”倍增，目光才能更深入事物认知。欲了解的现实愈丰富复杂，拥有多重视角便愈重要[17]，以全面且精微地把握其全貌。

有时，多重视角汇聚于同一广阔风景，凭借我们体内那能透过多样性抓住“一”的能力，会孕育出一件新生事物；这事物超越每一局部视角，宛如生命体超越其肢体与器官。这新生事物，可称之为视野。视野统合已知的观点，赋予其形体，并揭示此前未见的其他视角，正如丰饶的观点使多样的问题、概念、命题显现并被理解为同一整体的部分。

换言之，视野之于其源起并统合的观点，恰如白昼明亮温暖的光之于太阳光谱的各色成分。广阔深邃的视野如源泉无尽，注定启发并照亮不仅那位初生其心并为之仆者，也照亮世代之人——他们或许（如他当年）为视野隐约示现的遥远边界所迷。

2.6 “伟大思想”——或树木与森林

我所谓的“多产”时期的数学活动，即以正式出版物为证的时期，从 1950 年到 1969 年，持续了二十年。而在从 1945 年（当时我 17 岁）到 1969 年（我快 42 岁）的二十五年间，我几乎将全部精力投入到数学研究中。毫无疑问，这是一种过度的投入。我为此付出了长期的精神停滞和逐渐“变厚”的代价，这在《收获与播种》（Récoltes et Semailles，Harvests and Sowings）的篇章中我将不止一次地提及。然而，在纯粹智力活动的有限领域内，通过对仅限于数学事物的世界的视野的绽放和成熟，这些年是极富创造力的。

在这段漫长的人生阶段中，我几乎将所有的时间和精力都奉献给了所谓的“具体工作”：细致入微的塑造、组装和磨合工作，这些工作是为了从头开始建造那些由内心的声音（或魔鬼……）命令我建造的房屋，根据它在我工作进行时

[17] 每一观点皆催生表达其特性的独特语言。拥有多重“眼”或“观点”来理解情境，在数学中至少意味着掌握多种不同语言去围捕它。

逐渐向我透露的总设计师的计划。我乐于在这些工作中倾注爱意和细心，从事着石匠、泥瓦匠、木匠，有时甚至是管道工、细木工和木匠的各种“职业”任务。我很少有闲暇将那对所有人（正如后来所显示的……）都不可见、但对我而言却在日复一日、月复一月、年复一年中以梦游者般的确定性引导着我的手的总计划轮廓记录下来，哪怕只是粗略地记录在纸上[18]。必须说，我喜欢在工作中倾注爱意和细心，这项工作绝不是令我不悦的。此外，我的长辈们所教授和实践的数学表达方式（至少可以说）优先考虑了工作的技术方面，并不鼓励那些停留在“动机”上的“离题”，甚至不鼓励那些试图从迷雾中浮现出某种可能启发性的图像或愿景的尝试，这些图像或愿景，由于尚未体现在木材、石头或坚硬的水泥等有形的建筑中，更像是梦的碎片，而不是工匠专注而认真的工作。

在数量层面上，我在这些高产年份的工作主要体现在大约一万二千页的出版物中，这些出版物以文章、专著或研讨会的形式出现[19]，以及成百上千（如果不是数千）个新概念，这些概念已经进入共同的遗产，保留着我最初发现它们时赋予它们的名称[20]。在数学史上，我相信我是将最多的新概念引入我们科学的

[18]“梦游者”这一形象的灵感来自库斯勒（Koestler，Koestler）那本杰出的书《梦游者》（Les Somnambules，The Sleepwalkers，Calmann-Lévy 出版社），该书呈现了“关于宇宙观念史的尝试”，从科学思想的起源到牛顿（Newton，Newton）时代。库斯勒在这一历史中强调的一个方面是，在我们对世界的认识中，从某一点到逻辑上（事后看来）似乎非常接近的另一点的道路，常常要经过最荒诞的曲折，这些曲折似乎在挑战健全的理性；然而，尽管有这些似乎会永远误导他们的无数曲折，寻求宇宙“钥匙”的人们却以“梦游者般的确定性”，几乎是无意中且常常没有意识到，偶然发现了他们远未预见的其他“钥匙”，而这些钥匙却被证明是“正确的”。

根据我周围的观察，在数学发现的层面上，这些惊人的曲折是某些杰出研究者的特征，但并非所有人都如此。这可能是因为在过去的两三个世纪里，自然科学的研究，尤其是数学研究，已经摆脱了与特定文化和时代相关的宗教或形而上学预设的束缚，这些预设曾是“科学”理解宇宙（无论好坏）发展的特别强大的障碍。然而，确实有一些最基本、最明显的数学思想和概念（如位移、群（groupe，group）、零（zéro，zero）、文字计算、空间中点的坐标、集合（ensemble，set）的概念或拓扑“形式”（forme topologique，topological form）的概念，更不用说负数和复数了），在出现之前花了数千年时间。这些都是根深蒂固的“障碍”的雄辩迹象，这些障碍深深植根于心灵之中，阻碍着全新思想的构想，即使在这些思想极其简单、似乎以证据的力量自然而然地强加于人时，情况也是如此，这种情况持续了几代人，甚至数千年……

回到我自己的工作，我的感觉是，在我的工作中，“失误”（可能比大多数同事都多）仅限于细节问题，通常很快就被我自己发现了。这些只是纯粹“局部”性质的“路途事故”，对关于所考察情况的基本直觉的有效性没有严重影响。相反，在思想和指导性的大直觉层面上，我的工作似乎没有出现任何“失误”，尽管这听起来难以置信。正是这种在每时每刻都能准确把握的确定性，即使不能把握一种方法的最终结果（这些结果通常隐藏在视线之外），至少也能把握最富有成效的方向，引导我直接走向本质事物——正是这种确定性让我想起了库斯勒的“梦游者”形象。

[19]从 1960 年代起，其中一部分出版物是在同事（尤其是迪厄多内（J. Dieudonné，J. Dieudonné））和学生的合作下撰写的。

[20]这些概念中最重要的在《主题草图》（Esquisse Thématique，Thematic Sketch）及其附带的《历史评论》（Commentaire Histoire，Historical Commentary）中进行了回顾，这些内容将包含在《反

人，同时也是因此而不得不为这些概念发明最多新名称的人，以便以尽可能微妙和启发性的方式表达它们。

当然，这些“数量”上的指示只能提供对我的作品的一种极其粗略的理解，忽略了真正构成其灵魂、生命和活力的东西。正如我刚才所写，我在数学中带来的最好的东西，是我首先能够瞥见，然后耐心地发掘并或多或少地发展的新“观点”。就像我刚才提到的概念一样，这些新观点，引入到多种多样的不同情境中，本身几乎是无数的。

然而，有些观点比其他观点更广阔，单凭它们就能在多种不同特定情境中激发和包含大量局部观点。这样的观点也可以恰当地称为“伟大思想”。凭借其固有的丰富性，这样的思想会催生出大量后代，这些后代都继承了它的丰富性，但其中大多数（如果不是全部）的影响范围都比母思想要小。

至于表达一个伟大思想，“说出”它，这通常几乎和它的构思以及在构思者心中缓慢孕育一样微妙——或者更准确地说，这种孕育和形成的艰苦工作，正是“表达”思想的工作：耐心地、日复一日地，从环绕它诞生的迷雾中解脱出来，逐渐赋予它有形的形式，在一个随着周、月、年的流逝而丰富、巩固和细化的画面中。简单地命名这个思想，用一些引人注目的公式或多或少技术性的关键词，可能只需要几行，甚至几页——但很少有人能够在不已经很好地了解它的情况下，听到这个“名字”并从中认出一个面孔。而当思想达到完全成熟时，也许一百页就足以表达它，令那个在其中诞生的工人完全满意——也可能一万页经过深思熟虑和权衡的文字也不足以[21]。

无论在哪种情况下，在那些为了使之成为自己的而了解了最终呈现思想在全盛时期的著作的人中——就像在一片荒凉的土地上突然长出的一片宽广的林地——很可能有很多人会看到所有这些茁壮而苗条的树木，并利用它们（有人攀爬，有人从中获取梁和板，还有人用它们在壁炉中生火……），但很少有人会看

思》（Réflexions，Reflections）的第四卷中。其中一些名称是由朋友或学生建议的，例如“光滑态射”（morphisme lisse，smooth morphism，由迪厄多内（J. Dieudonné，J. Dieudonné）提出）或在吉罗（Jean Giraud，Jean Giraud）的论文中发展的“位点（site，site）、层（champ，sheaf）、胚（gerbe，gerbe）、联系（lien，connection）”等术语。

[21] 在 1970 年离开数学舞台时，我关于概形（schéma，scheme）这一中心主题的全部出版物（其中许多是合作完成的）应该有大约一万页。然而，这只是我眼前看到的广泛计划中的一小部分，涉及概形。这个计划在我离开后被无限期地放弃了，尽管事实上，几乎所有已经发展和发表的内容都立即进入了共同的遗产，成为“众所周知”的概念和结果。

我在离开时完成的关于概形主题及其扩展和分支的计划部分，本身就代表了数学史上最庞大的基础工作之一，当然也是科学史上最庞大的之一。

到森林……

2.7 “愿景”——或十二个主题的和谐

或许可以说，“伟大思想”是一种观点，它不仅新颖且富有成果，还在科学中引入了一个崭新而广阔的主题来体现它。而任何一门科学，当我们不将其视为权力和统治的工具，而是作为我们这个物种穿越岁月认知冒险时，无非是这种和谐。这种和谐在不同时代或广或狭，或丰饶或贫瘠，通过一代又一代、一个世纪又一个世纪的展开，由所有依次出现的主题以精妙的对位法构成，仿佛从虚空中被召唤而来，加入其中并彼此交织。

在我发掘的众多数学新观点中，回过头来看，有十二个我称之为“伟大思想”的主题[22]。理解我的数学家生涯，感受它，至少需要在一定程度上看到并“感知”这些思想，以及它们引入的构成作品脉络与灵魂的伟大主题。

不可避免地，其中一些思想比其他思想“更伟大”（因而其他思想相对“较小”！）。换句话说，在这些新主题中，有些比其他主题更广阔，有些则更深入数学事物奥秘的核心[23]。

[22]以下是为好奇的数学读者列出的这十二个主导思想，或我作品中的“主导主题”（按出现的时间顺序排列）：

1. 拓扑张量积与核空间（Produits tensoriels topologiques et espaces nucléaires，Topological tensor products and nuclear spaces）。2. “连续”与“离散”的对偶性（Dualité ”continue” et ”discrète”，”Continuous” and ”discrete” duality）（导出范畴（catégories dérivées，derived categories）、“六运算”）。3. 黎曼-罗赫-格罗滕迪克瑜伽（Yoga Riemann-Roch-Grothendieck，Riemann-Roch-Grothendieck yoga）（K-理论（K-théorie，K-theory），与交理论的关系）。4. 概形（Schémas，Schemes）。5. 拓扑斯（Topos，Topos）。6. 埃塔尔上同调与 ℓ-进上同调（Cohomologie étale et ℓ-adique，Étale cohomology and ℓ-adic cohomology）。7. 模体与模体伽罗瓦群（Motifs et groupe de Galois motivique，Motives and motivic Galois group）（格罗滕迪克的 $\otimes$-范畴（$\otimes$-catégories de Grothendieck，Grothendieck’s $\otimes$-categories））。8. 晶体与晶体上同调（Cristaux et cohomologie cristalline，Crystals and crystalline cohomology），德拉姆系数瑜伽（Yoga ”coeffi cients de De Rham”，Yoga of ”de Rham coefficients”）、霍奇系数（”coeffi cient de Hodge”，”Hodge coefficients”）……9. “拓扑代数”（”Algèbre topologique”，”Topological algebra”）：∞-场（∞-champs，∞-fields）、导出器（dérivateurs，derivators）；拓扑斯的上同调形式，作为一种新同伦代数的灵感。10. 适度拓扑（Topologie modérée，Moderate topology）。11. 阿纳贝利代数几何瑜伽（Yoga de géométrie algébrique anabélienne，Yoga of anabelian algebraic geometry），伽罗瓦-泰希穆勒理论（Théorie de Galois-Teichmüller，Galois-Teichmüller theory）。12. 正则多面体及各类正则构形的“概形”或“算术”观点（Point de vue ”schématique” ou ”arithmétique”，”Schematic” or ”arithmetic” viewpoint）。

除了第一个主题——其重要部分属于我的博士论文（1953 年）并在 1950 至 1955 年间的泛函分析时期得到发展——其余十一个主题是在我作为几何学家的时期，从 1955 年起逐渐浮现的。

[23]在这些主题中，就其影响范围而言，最广阔的似乎是拓扑斯（topos，topos）主题，它提供了代数几何（géométrie algébrique，algebraic geometry）、拓扑学（topologie，topology）和算术（arithmétique，

其中有三个主题（在我眼中绝非次要）在我离开数学舞台后才出现，仍处于萌芽状态；“正式”来说，它们甚至不存在，因为没有任何正式出版物为其颁发出生证明[24]。

在我离开前出现的九个主题中，最后三个在我离开时正处于蓬勃发展状态，但由于我走后缺乏“慈爱之手”照料这些“孤儿”的必需，它们至今仍处于幼年状态，在一个敌对的世界中被遗弃[25]。

至于另外六个在我离开前的二十年中达到完全成熟的主题，可以说（除了一两个例外[26]），它们当时已进入共同遗产：尤其在几何学家群体中，如今“每个人”整天随时随地吟唱它们，甚至不自知（就像约丹先生（Monsieur Jourdain，Monsieur Jourdain）无意中创作散文一样）。它们已成为人们“做几何”、或做带几何色彩的算术、代数或分析时呼吸的空气的一部分。

我作品中的这十二个主导主题绝非彼此孤立。在我看来，它们属于一种精神与意图的统一体，如同贯穿我所有“已写”和“未写”作品的一道持久的基调。

---

arithmetic）的综合思想。目前就其引发的扩展广度而言，最广阔的是概形（schémas，schemes）主题。（参见第 20 页 (*) 脚注的相关说明。）它为其他八个主题（即除第 1、5、10 外的所有主题）提供了“卓越”的框架，同时为中心概念提供了彻底革新代数几何及其代数-几何语言的基础。

在另一端，十二个主题中的第一个和最后一个在我看来比其他主题的规模更　　。然而，对于最后一个主题，它为正则多面体和正则构形这一古老主题引入了新视角，我怀疑即使一个数学家全身心投入一生也未必能穷尽其可能性。至于第一个主题——拓扑张量积（produits tensoriels topologiques，topological tensor products），它更多扮演了一个现成新工具的角色，而非后续发展的灵感来源。尽管如此，直到近几年，我仍偶尔听到一些或多或少近期工作的回声，这些工作解决了我二十或三十年前留下的悬而未决的问题。

在我看来，这十二个主题中最深刻的，是模体（motifs，motives）主题，以及与之密切相关的阿纳贝利代数几何（géométrie algébrique anabélienne，anabelian algebraic geometry）和伽罗瓦-泰希穆勒瑜伽（yoga de Galois-Teichmüller，Galois-Teichmüller yoga）。

从工具的完善程度、由我亲自调试并在过去二十年研究中多个“前沿领域”广泛使用的角度看，概形（schémas，schemes）和埃塔尔及 ℓ-进上同调（cohomologie étale et ℓ-adique，étale and ℓ-adic cohomology）这两个方面最为突出。对于一个消息灵通的数学家来说，现在几乎无疑，概形工具及其衍生的 ℓ-进上同调工具，是本世纪少数重大成就之一，在近几代人中滋养并更新了我们的科学。

[24]唯一提到这三个主题的“半正式”文本是《计划草图》（Esquisse d’un Programme，Sketch of a Program），该文本于 1984 年 1 月为申请 CNRS 调动而撰写。该文本（也在《引言 3：罗盘与行囊》（Introduction 3, ”Boussole et Bagages”）中提及）原则上将收录于《反思》（Réflexions，Reflections）第四卷中。

[25]在我离开后的第二天，这三个孤儿被悄无声息地埋葬。然而，其中两个在 1981 年和次年被大张旗鼓地挖掘出来，未提及原作者，且操作毫无瑕疵。

[26]“几乎完全”主要涉及格罗滕迪克的对偶性瑜伽（yoga grothendieckien de dualité，Grothendieck duality yoga）（导出范畴与六运算）以及拓扑斯（topos，topos）。这些将在《收获与播种》（Récoltes et Semailles，Harvests and Sowings）的第二部分和第四部分（《葬礼（1）》和《葬礼（3）》）中详细讨论。

在写下这些文字时，我似乎再次听到了这道音符——如一声召唤！——在三年的“无偿”、顽强而孤独的工作中回响，那时我还未在意世上是否还有其他数学家，只因我被那召唤我的东西深深吸引……

这种统一不仅仅是一个工匠在其作品上留下的印记。这些主题之间通过无数微妙而显见的联系相互连接，就像在一场宏大的对位中，彼此清晰可辨的主题展开并交织——在一种和谐中汇聚，推动它们向前，并赋予每个主题意义、动态和充实，所有其他主题都参与其中。每个局部主题似乎从这更广阔的和谐中诞生，并在每个瞬间不断重生，而这种和谐远非这些主题的“总和”或“结果”，这些主题并非先于它而存在。说实话，我无法摆脱这样一种感觉（或许有些荒诞……），在某种意义上，正是这种尚未显现但确实“已存在”的和谐，隐藏于尚未诞生的事物幽暗深处——正是它依次唤起了这些主题，这些主题只有通过它才获得完整意义，也正是它在我炽热的孤独岁月、刚脱离青春期时，以低沉而急切的声音召唤着我……

无论如何，我作品中的这十二个主导主题，像是受某种隐秘的宿命驱使，共同谱写了一场交响乐——或者换个比喻，它们体现为多个不同的“观点”，共同汇聚成一个宏大而统一的愿景。

这个愿景直到 1957、1958 年——那些孕育激烈的岁月——才开始从迷雾中浮现，显露出可辨的轮廓 [27]。奇怪的是，这个愿景对我而言如此贴近、如此“显而易见”，以至于直到一年前 [28]，我从未想过为它命名。（尽管我一直热衷于为展

[27] 1957 年是我提出“黎曼-罗赫”（Riemann-Roch，Riemann-Roch）主题（格罗滕迪克版）的一年，这一主题一夜之间让我成为“耀眼明星”。这一年也是我母亲去世的一年，因此是我生命中一个重要转折点。这是我生命中最具创造力的一年，不仅在数学层面。十二年来，我的全部精力都投入到数学工作中。那一年，我开始感到自己大致“穷尽”了数学工作的内涵，或许是时候投入其他事物了。这显然是我生命中第一次浮现的内在更新的需求。当时我考虑成为作家，数月间停止了所有数学活动。最终，我决定至少将已着手进行的数学工作记录下来，或许只需几个月，最多一年……

显然，当时时机尚未成熟，无法迈出那大步。总之，一旦我重拾数学工作，它便重新占据了我。此后十二年，它再未放手！

接下来的 1958 年，或许是我数学家生涯中最丰饶的一年。这一年，新几何的两个核心主题绽放：概形理论（théorie des schémas，theory of schemes）强势起步（成为我当年夏天在爱丁堡国际数学家大会上的报告主题），以及“位点”（site，site）概念的出现，这是拓扑斯（topos，topos）这一关键概念的技术性初版。回顾近三十年后，我可以说，这一年是新几何愿景真正诞生的一年，伴随着新几何的两个主导工具：概形（schémas，schemes，旧“代数簇”（variété algébrique，algebraic variety）概念的蜕变）和拓扑斯（topos，topos，对“空间”（espace，space）概念更深刻的蜕变）。

[28] 我第一次考虑为这个愿景命名是在 1984 年 12 月 4 日的反思中，在注释“阴之仆人（2）——或慷慨”（Yin le Serviteur (2) - ou la générosité，Yin the Servant (2) - or Generosity）的子注释（n°136_1，《收

现在我面前的事物命名，作为理解它们的第一步……）确实，我无法指出一个具体时刻，作为这个愿景出现的瞬间，或回顾时能辨识的时刻。新愿景是如此宏大，其出现恐怕无法定位于某一刻，而需在漫长岁月，甚至数代人中，逐渐渗透并占据那些凝视与沉思者的内心；仿佛新的眼睛必须在熟悉的旧眼中艰难形成，逐渐取而代之。而且，这愿景太过广阔，无法像抓住路边乍现的普通概念那样“把握”它。因此，毫不奇怪，直到它完全成熟、有了距离回顾时，我才想到为如此宏大、贴近又弥散的事物命名。

说实话，直到两年前，我与数学的关系（除了教学任务外）仅限于“做”数学——跟随一股不断推我向前的冲动，奔向那吸引我的“未知”。我从未想过停下这股冲动，哪怕一刻，去回望走过的路，或定位一个已完成的作品。（无论是将其置于我生命中，作为仍与我有深刻而长久未察联系的事物；还是将其置于“数学”这一集体冒险中。）

更奇怪的是，让我最终“停下”并重新认识这半被遗忘的作品，或仅是考虑为赋予其灵魂的愿景命名，竟需面对一场规模巨大的“葬礼”现实：通过沉默与嘲讽，对愿景及其孕育者的埋葬……

形式与结构——或事物的道路（Forme et structure - ou la voie des choses）

在不知不觉中，这篇“前言”逐渐演变成了一种对我的作品的正式介绍，主要是为了非数学家读者。现在我已经无法退缩，只能继续完成“介绍”！我希望至少能简要地谈谈我在前文中提到的那些神奇的“伟大思想”（或“主导主题”）的实质，以及这些主导思想据说汇聚于其中的著名“愿景”的本质。由于无法使用任何技术性语言，我可能只能传达一个极其模糊的图像（如果确实有什么能传达的话……[29]）。

传统上，人们区分宇宙中事物的三种“性质”或“方面”，它们是数学反思

获与播种》第三部分，第 637 页）。

[29]这种图像的模糊并不妨碍它忠实地反映了所观察事物的本质（在这种情况下，是我的作品）。反之，一幅清晰的图像也可能失真，并且可能只包含次要内容，而完全错过本质。因此，如果你“领会”了我对我的作品的描述（那么我内心的图像确实会传达给你），你可以自豪地说，你比我的任何一位博学的同事都更好地把握了我作品的本质！

的对象：即**数**[30]、**量**和**形式**。我们也可以称之为事物的“算术”方面、“度量”（或“分析”）方面和“几何”方面。在数学研究的大多数情况下，这三个方面同时存在并紧密互动。然而，通常情况下，其中一个方面会明显占主导地位。我认为，对于大多数数学家来说，他们的基本气质是显而易见的——他们是“算术家”、“分析家”还是“几何学家”——即使他们多才多艺，在各种领域和音阶中都有所涉猎。

我最初的孤独思考，关于测度论和积分论，毫无疑问地属于“量”或“分析”的范畴。我引入数学的第一个新主题（在我看来，其规模不如其他十一个主题那么宏大）也是如此。我通过“分析”的“偏门”进入数学，这在我看来并非由于我的特殊气质，而是由于一种可以称为“偶然情况”：在我渴望普遍性和严谨性的心灵中，中学和大学所提供的教学中最大的缺陷，恰好与事物的“度量”或“分析”方面有关。

1955 年标志着我数学工作的一个关键转折点：从“分析”转向“几何”。我还记得那种强烈的印象（当然是主观的），仿佛我离开了贫瘠而艰难的草原，突然置身于一个“应许之地”，那里有着丰富的财富，无限地繁衍，无论手触及何处，都可以采摘或挖掘……这种压倒性的丰富印象，超乎一切衡量[31]，在随后的岁月中不断得到确认和加深，直到今天。

这表明，在数学中，有一件事（无疑自古以来）比其他任何事更让我着迷，它既不是“数”，也不是“量”，而始终是**形式**。在形式向我们揭示自己的千千万万面孔中，最让我着迷并持续吸引我的，是隐藏在数学事物中的**结构**。

事物的结构绝不是我们可以“发明”的东西。我们只能耐心地、谦逊地揭示它，认识它，“发现”它。如果说在这个工作中存在创造性，如果我们有时像铁匠或不知疲倦的建设者一样工作，那绝不是为了“塑造”或“建造”“结构”。这些结构并不需要我们来存在，它们已经存在，正是它们本来的样子！而是为了尽可能忠实地表达我们正在发现和探索的事物，以及那些难以揭示的结构，我们在摸索中，或许以一种仍然结结巴巴的语言，试图把握它们。于是，我们不断被引导

[30]这里所说的“数”是指所谓的“自然数”$0, 1, 2, 3$ 等，或者（严格来说）是通过这些数的基本运算表达的数（如分数）。这些数不像“实数”那样，适合测量连续变化的量，如直线、平面或空间中两点之间的距离。

[31]我使用了“压倒性的，超乎一切衡量”这个词组来勉强传达德语中的“überwältigend”和英语中的“overwhelming”。在前一句中，“强烈的印象”这个（不恰当的）表达也带有这种含义：当我们面对非凡的壮丽、伟大或美丽时，内心的印象和情感会突然淹没我们，以至于任何试图表达我们感受的努力都似乎注定失败。

去“发明”能够越来越精细地表达数学事物内在结构的语言，并用这种语言，一步步地、从零开始地“构建”那些旨在解释我们所感知和看到之物的“理论”。在对事物的感知与对所感知之物的表达之间，存在着一种持续的、不间断的往复运动。这种语言在工作的推进中不断精炼和重塑，始终受到当下需求的持续压力。

正如读者可能已经猜到的，这些“从头构建”的“理论”，也正是我们之前提到的“美丽的房屋”：那些我们从前辈那里继承的，以及我们在事物的召唤和倾听下亲手建造的。如果我刚才谈到了建设者或铁匠的“创造性”（或想象力），我还必须补充，其灵魂和秘密动力绝不是那种说“我要这个，不要那个！”并乐于随心所欲地决定的傲慢；就像一个平庸的建筑师，在看到和感知地形之前，在探索其可能性和要求之前，就已经有了现成的计划。研究者的创造性和想象力的品质，在于他倾听事物之声的专注品质。因为宇宙中的事物从不厌倦地述说自身，并向那些愿意倾听的人揭示自身。而最美丽的房屋，“那座显现出工匠之爱的房屋”，并不是比其他房屋更大或更高的那座。美丽的房屋，是那座忠实地反映事物隐藏结构与美感的房屋。

2.8 “新几何”——或数与量的联姻

我又跑题了——我本想谈谈那些主导主题，如何如同众河归海般汇聚于一个共同的母愿景……

这一宏大的统一愿景可被描述为一种新几何。据说，这是上世纪克罗内克（Kronecker，Kronecker）所梦想的几何[32]。然而，现实（有时大胆的梦想能预示或瞥见，并激励我们去发现……）总是以其丰富性与共鸣超越最勇敢或最深刻的梦想。无疑，对于新几何的许多方面（若非全部），在它出现前夕，无人曾想到——连工匠自己也不例外。

可以说，“数”（nombre，number）擅于捕捉“离散”或“不连续”的聚合结

[32]我对“克罗内克之梦”的了解仅来自传闻，有人（或许是约翰•塔特（John Tate，John Tate））告诉我，我正在实现这个梦想。在我从前辈那里接受的教育中，历史参考极为罕见。我的滋养并非来自阅读古今作者，而是主要通过与其他数学家的直接交流——口头或书信——尤其是我的前辈。1958 年概形理论（théorie des schémas，theory of schemes）突然而有力的起步，其主要（或许唯一）的外部灵感，来自塞尔（Serre，Serre）那篇广为人知的文章，简称 FAC（《相干代数层》（Faisceaux algébriques cohérents，Coherent Algebraic Sheaves）），发表于几年前。除此之外，我在后续发展中的主要灵感源自理论本身，并在多年中通过追求内在简洁性与一致性的需求不断更新，以在新背景下解释代数几何（géométrie algébrique，algebraic geometry）中“众所周知”的内容（这些内容在我手中逐渐转化），并由这些“已知”引导我预感更深层次的东西。

构：那些通常有限的系统，由彼此“孤立”的“元素”或“对象”组成，缺乏从一到另一的“连续过渡”原则。而“量”（grandeur，magnitude）则是最适于“连续变化”的品质，因此擅于捕捉连续的结构与现象：运动、空间、各类“簇”（variétés，varieties）、力场等。于是，算术（arithmétique，arithmetic）大致是离散结构的科学，而分析（analyse，analysis）是连续结构的科学。

至于几何（géométrie，geometry），自两千多年前作为现代意义上的科学存在以来，它一直“跨立”于这两种结构——“离散”与“连续”之间[33]。长期以来，并未真正出现两种几何的“分裂”——一种离散，另一种连续。更确切地说，对同一几何图形的探究存在两种不同视角：一种强调“离散”性质（特别是数值与组合特性），另一种关注“连续”性质（如在周围空间中的位置，或以点间距离测量的“量”等）。

直到上世纪末，随着所谓“抽象（代数）几何”（géométrie (algébrique) abstraite，abstract (algebraic) geometry）的出现与发展，这种分裂才显现。大致而言，它为每个素数 p 引入了一种“特征 p 的（代数）几何”（géométrie (algébrique) de caractéristique p，(algebraic) geometry of characteristic p），模仿前几个世纪继承的（连续）代数几何模型，但置于一个看似无可避免的“离散”与“不连续”背景中。这些新几何对象自本世纪初以来日益重要，尤其是因其与算术——离散结构科学的密切关联。安德烈 • 韦伊（André Weil，André Weil）的作品似乎以此为指导思想之一[34]，或许是最主要的潜在推动力（在其书面作品中或多或少未明言，如常理），即“代数几何”（géométrie algébrique，algebraic geometry），特别是与不同素数相关的“离散”几何，应为算术的大规模革新提供钥匙。正是在此精神下，他于 1949 年提出了著名的“韦伊猜想”（conjectures de Weil，Weil conjectures）。这些猜想着实令人叹为观止，它们为这些离散性质的新“簇”（variétés，varieties）或

[33] 实际上，传统上几何学家关注的焦点是“连续”面向，而“离散”性质，尤其是数值与组合特性，常被忽略或轻视。十年前，我惊叹于发现二十面体（icosaèdre，icosahedron）的组合理论之丰富，而这一主题在克莱因（Klein，Klein）关于二十面体的经典著作中甚至未被触及（很可能也未被察觉）。几何学家两千年来忽视自然融入几何的离散结构的另一个显著例证是：群（groupe，group）（尤其是对称群）的概念直到上世纪才出现，且最初由伽罗瓦（Évariste Galois，Évariste Galois）引入时，背景并不被视为“几何”。即便今日，许多代数学家仍未认识到伽罗瓦理论（théorie de Galois，Galois theory）本质上是一种“几何”愿景，革新了我们对所谓“算术”现象的理解……

[34] 安德烈 • 韦伊，移居美国的法国数学家，是“布尔巴基学派”（Bourbaki，Bourbaki）的创始成员之一，将在《收获与播种》（Récoltes et Semailles，Harvests and Sowings）第一部分中多有提及（偶尔也会提到韦伊本人）。

“空间”（espaces，spaces）揭示了某些构造与论证的可能性[35]，此前这些仅在分析家眼中“名副其实”的“空间”——即所谓“拓扑空间”（espaces topologiques，topological spaces，连续变化概念适用的空间）——框架内才看似可行。

可以说，新几何首先是对这两个世界——迄今邻近且紧密相连却又分隔的世界——的综合：一是“算术”世界，居住着无连续性原则的（所谓的）“空间”；二是连续量的世界，居住着分析家眼中“真正”的“空间”，因其可被分析工具触及而被接纳为数学城邦的合法居民。在新愿景中，这两个曾经分离的世界合而为一。

这一“算术几何”（géométrie arithmétique，arithmetic geometry，我提议如此称呼新几何）愿景的最初萌芽见于韦伊猜想。在我若干主要主题的发展中[36]，这些猜想在 1958 至 1969 年间始终是我主要的灵感源泉。早在我之前，奥斯卡 • 扎里斯基（Oscar Zariski，Oscar Zariski）和随后的让-皮埃尔 • 塞尔（Jean-Pierre Serre，Jean-Pierre Serre）已为抽象代数几何中那些桀骜不驯的空间发展出某些“拓扑”方法，灵感来自此前适用于众人认可的“正统空间”的技术[37]。

他们的思想在我构建算术几何的最初步伐中自然扮演了重要角色；不过，与其说是持续滋养我梦想与计划的灵感源泉，不如说是出发点与工具（为适应更广阔的背景，我不得不或多或少从头重塑这些工具）。无论如何，一开始就很清楚，即便重塑，这些工具仍远不足以迈向那些奇幻猜想的第一步。

---

[35]（致数学读者。）这里指的是与可微或复数簇的上同调理论相关的“构造与论证”，特别是涉及勒夫谢茨不动点公式（formule des points fixes de Lefschetz，Lefschetz fixed-point formula）和霍奇理论（théorie de Hodge，Hodge theory）的那些。

[36]指“中间四主题”（第 5 至 8 号），即拓扑斯（topos，topos）、埃塔尔与 ℓ-进上同调（cohomologie étale et ℓ-adique，étale and ℓ-adic cohomology）、模体（motifs，motives），以及（较次要的）晶体（cristaux，crystals）。这些主题是我在 1958 至 1966 年间陆续提出的。

[37]（致数学读者。）扎里斯基在此方向的主要贡献在我看来是引入“扎里斯基拓扑”（topologie de Zariski，Zariski topology，后成为塞尔在 FAC 中的关键工具）、“连通性原理”（principe de connexité，connectedness principle）及他所谓的“全纯函数理论”（théorie des fonctions holomorphes，theory of holomorphic functions）——在他手中演变为形式概形（schémas formels，formal schemes）理论，以及形式与代数间的“比较定理”（théorèmes de comparaison，comparison theorems），其第二灵感源自塞尔的基础性文章 GAGA。至于我文中提到的塞尔贡献，首当其冲的是他在抽象代数几何中引入层（faisceaux，sheaves）的观点（该概念由让 • 勒雷（Jean Leray，Jean Leray）约十二年前在截然不同的背景下提出），见于前述基础性文章 FAC（《相干代数层》）。

结合这些“回顾”，若要为新几何愿景命名直接“先祖”，奥斯卡 • 扎里斯基、安德烈 • 韦伊、让 • 勒雷和让-皮埃尔 • 塞尔的名字立即浮现。其中塞尔角色尤为特殊，因我主要通过他不仅接触到他自身的思想，还了解到扎里斯基、韦伊和勒雷的思想，这些在几何新愿景的萌发与发展中都起到作用。

2.9 “魔法扇面”——或纯真

在新几何的起步与发展中，两大关键推动力是概形（schéma，scheme）和拓扑斯（topos，topos）的思想。这两者几乎同时出现，且彼此紧密共生[38]，如同同一动力神经，推动了新几何自诞生之年起便惊艳崛起。为结束对我作品的概览，我至少得谈谈这两个思想。

概形的概念是最自然、最“显而易见”的想象，用以将此前扱手的无穷“簇”（variété，variety）（代数）概念系列统一为单一概念（每个素数对应一种概念[39]……）。此外，单一的“概形”（或新式“簇”）为每个素数 p 孕育出一个明确定义的“特征 p 的代数簇”（variété (algébrique) de caractéristique p，(algebraic) variety of characteristic p）。这些不同特征的簇集合可被想象为一种“（无穷）簇扇面”（éventail (infini) de variétés，(infinite) fan of varieties，每一特征对应一支）。这个“概形”便是那魔法扇面，将其在所有可能特征下的“化身”或“体现”如不同“分支”般联结起来。由此，它提供了一个有效的“过渡原则”（principe de passage，principle of passage），连接起此前看似或多或少孤立、彼此割裂的“簇”，隶属于不同的几何。如今，它们被包容于一个共同的“几何”之中，并由其联结。可以称之为概形几何（géométrie schématique，schematic geometry），这是“算术几何”（géométrie arithmétique，arithmetic geometry）最初的雏形，在随后几年中得以绽放。

概形这一思想本身简单得如童稚——如此朴素、谦卑，以至于在我之前无人想到俯身如此之低。甚至可以说，它“笨拙”得过分，尽管显而易见，许多博学的同事多年来仍觉其“不够严肃”！我独自紧锣密鼓地工作数月，才在角落里说服自己“这行得通”——这个新语言，如此“笨拙”，却因我无可救药的天真固执而坚持尝试，确实足以在新的光芒与精妙中，在一个如今共通的框架内，捕捉那些附着于先前“特征 p 几何”（géométries de caractéristique p，geometries of

[38]这一起步发生在 1958 年，见第 23 页脚注。位点（site，site）或“格罗滕迪克拓扑”（topologie de Grothendieck，Grothendieck topology，作为拓扑斯概念的初版）紧随概形概念之后出现。它反过来为概形主题与工具的发展提供了“局部化”（localisation，localization）或“下降”（descente，descent）的新语言，在每一步中都被使用。更具内在性与几何性的拓扑斯概念在随后几年中起初隐而不显，主要自 1963 年起随着埃塔尔上同调（cohomologie étale，étale cohomology）的发展逐渐明晰，并逐渐成为我眼中最基本的概念。

[39]这一系列还应包括 $p = \infty$ 的情形，对应“特征零的代数簇”（variétés algébriques de caractéristique nulle，algebraic varieties of characteristic zero）。

characteristic p）的最早几何直觉。这类练习，在任何“消息灵通”者看来事先便愚蠢而无望，我恐怕是所有同事与朋友中唯一会突发奇想、甚至（受某种隐秘魔力驱使……）不顾一切坚持到底的人！

我未被周围关于“何为严肃、何非严肃”的共识牵绊，只是如以往般单纯信赖事物的低语，以及我内心那懂得倾听的部分。回报即刻到来，超乎所有期待。在这短短数月中，甚至无需“刻意为之”，我便触及了强大而未曾预料的工具。它们不仅让我如游戏般重现那些古老、艰深的成果，以更透彻的光芒超越之，还让我得以着手解决此前所有已知手段都无法触及的“特征 p 几何”问题[40]。

在我们对宇宙事物（数学或其他）的认知中，那革新之力无他，正是纯真（innocence，innocence）。这是我们出生时共有的原始纯真，栖于每个人内心，却常被我们轻视，成为最隐秘恐惧的对象。唯有它将谦卑与大胆合一，让我们深入事物核心，也让事物渗入我们、浸润我们。

这种力量绝非“非凡天赋”的特权——如超常的脑力，能轻松自如地吸收与操控海量已知事实、思想和技术。此类天赋固然珍贵，对于未被如此慷慨赋予之人（如我），无疑令人艳羡，“超乎一切尺度”。

然而，跨越那些“无形而强制”的圈环——它们围困我们的宇宙——靠的不是这些天赋，也不是哪怕最炽烈的雄心辅以无懈意志。唯有纯真能穿越其间，不自知也不在意，在我们独处聆听事物、沉浸于童稚游戏的瞬间……

2.10 “拓扑学”——或迷雾中的丈量

我们刚刚看到，“概形”（schéma，scheme）的创新思想在于，它连接了与不同素数（或不同“特征”）相关的各种“几何”。然而，这些几何各自本质上仍是“离散”或“不连续”的，与过去数世纪传承下来的传统几何（追溯至欧几里得（Euclide，Euclid））形成鲜明对比。扎里斯基（Zariski，Zariski）和塞尔（Serre，Serre）引入的新思想，在某种程度上为这些几何恢复了“连续性”的维度，这一特性随即被新出现的“概形几何”（géométrie schématique，schematic geometry）继承，以统一它们。然而，对于韦伊（Weil，Weil）的“奇幻猜想”（conjectures

[40]概形理论这一“强势起步”的记录，见于我 1958 年在爱丁堡国际数学家大会上的报告。该报告文本在我看来是概形观点的最佳入门之一，或许能激励几何读者勉力熟悉那部（后来的）宏大著作《代数几何基础》（Éléments de Géométrie Algébrique，Elements of Algebraic Geometry），其详尽阐述（不放过任何技术细节）了代数几何的新基础与新技术。

fantastiques，fantastic conjectures），这仍远远不足。从这个角度看，“扎里斯基拓扑”（topologies de Zariski，Zariski topologies）过于粗糙，几乎像是仍停留在“离散聚合”的阶段。显然，缺少的是某种新原则，能将这些几何对象（或“簇”（variétés，varieties）、“概形”）与常规的“拓扑空间”（espaces topologiques，topological spaces）——即“正统”空间——联系起来。在这些正统空间中，“点”彼此清晰分离，而在扎里斯基引入的桀骜不驯的空间中，点却有令人困扰的黏连倾向……

显然，正是这样一个“新原则”的出现——且非次要——才能真正促成“数”（nombre，number）与“量”（grandeur，magnitude）、“离散几何”与“连续几何”的“联姻”，其最初预感已从韦伊猜想中浮现。

“空间”（espace，space）的概念无疑是数学中最古老的概念之一。它在我们“几何”认知世界中如此根本，以至于两千多年来一直或多或少隐而不显。仅在过去一个世纪中，这一概念才逐渐挣脱即时感知（单一包围我们的“空间”）的专制束缚及其传统（“欧几里得”）理论化，获得自身的独立性与动态。如今，它是数学中最普遍、最常用的几个概念之一，恐怕没有哪位数学家不熟悉。它还是一个多形概念，根据附着于空间的结构类型，呈现千姿百态：从最丰富的结构（如古老的“欧几里得结构”（structures euclidiennes，Euclidean structures）、“仿射结构”（structures affines，affine structures）和“射影结构”（structures projectives，projective structures），或其推广与柔化的“代数结构”中的“簇”），到最简朴的结构——一切“量的”信息似乎无迹可寻，仅剩“邻近”（proximité，proximity）或“极限”（limite，limit）概念的质性精髓[41]，以及形式直觉的最飘忽版本（即“拓扑”形式）。在这些概念中，最简朴的——过去半个世纪中作为包容所有其他概念的广阔概念母体——是“拓扑空间”（espace topologique，topological space）。研究这些空间构成了几何学中最迷人、最活跃的分支之一：拓扑学（topologie，topology）。

尽管乍看之下，这种由“拓扑空间”体现的“纯质”结构看似飘忽，因缺乏任何量的信息（如两点间距离）而无法依托我们熟悉的“大小”直觉，但在过去一个世纪中，人们已通过精心“量身定制”的严密而灵活语言，精妙地捕捉这些空间。更妙的是，人们从无到有发明并打造出种种“尺”或“丈”，不顾一切地为这些看似如迷雾般不可捉摸的庞大“空间”附上某种“度量”（称为“拓扑不

[41]说到“极限”，我这里主要指“趋向极限”（passage à la limite，passing to the limit），而非非数学家更熟悉的“边界”（frontière，boundary）。

变量”（invariants topologiques，topological invariants））。诚然，这些不变量中大多数，尤其是最核心的，其本质远比单纯的“数”或“量”微妙——它们本身是或多或少精致的数学结构，通过或多或少复杂的构造附着于所考察的空间。其中最古老、最关键的不变量之一，由意大利数学家贝蒂（Betti，Betti）于上世纪引入，是与空间关联的多个“上同调群”（groupes de cohomologie，cohomology groups）或“空间”[42]。正是这些不变量（多隐于字里行间，诚然如此）构成了韦伊猜想的深层“存在理由”，赋予其完整意义（至少对我而言，在塞尔解释的“浸润”下）。但能否将此类不变量关联至猜想中的“抽象代数簇”，以满足其苛刻需求，这仅是希望。我怀疑除塞尔与我之外，无人真正相信（甚至韦伊本人尤其不信！[43]）……

不久前，让·勒雷在战时德国 captivity 中（四十年代前半期）继续的研究，

[42]实际上，贝蒂引入的是同调（homologie，homology）不变量。上同调是其大致等价的“对偶”版本，引入时间晚得多。这一面向之所以后来居上（尤其在让·勒雷（Jean Leray，Jean Leray）引入层（faisceaux，sheaves）观点后），可能因其技术优势。从技术角度看，我作为几何学家的大部分工作在于发掘并深入发展各类空间与簇——尤其是“代数簇”（variétés algébriques，algebraic varieties）与概形——所需的上同调理论。在此过程中，我也用上同调术语重新诠释传统同调不变量，使其焕然一新。

拓扑学家还引入了许多其他“拓扑不变量”，以捕捉拓扑空间的各类特性。除“维数”（dimension，dimension）与（上）同调不变量外，首批其他不变量是“同伦群”（groupes d’homotopie，homotopy groups）。我在 1957 年引入另一个不变量——“格罗滕迪克群”（groupe de Grothendieck，Grothendieck group）$K(X)$，它立即大获成功，其在拓扑学与算术中的重要性持续得到确认。

我还在“适度拓扑”（topologie modérée，moderate topology）计划中预见了一批新不变量，比现有已知不变量更微妙但在我看来更根本。其粗略草图见《计划草图》（Esquisse d’un Programme，Sketch of a Program），将收录于《反思》（Réflexions，Reflections）第四卷。该计划基于“适度理论”（théorie modérée，moderate theory）或“适度空间”（espace modéré，moderate space）概念，类似于拓扑斯（topos，topos），是“空间”概念的（第二次）蜕变。它比拓扑斯更显而易见（我认为），但不如后者深刻。我预见其对“狭义拓扑学”的直接影响将更为显著，将通过深刻转变几何拓扑学家工作的概念框架，彻底革新其“技艺”。（如同概形观点引入代数几何时的情况。）我曾将《计划草图》寄给几位老友及著名拓扑学家，但似乎未能引起任何兴趣。

[43]矛盾的是，韦伊对上同调形式主义有种顽固、近乎本能的“障碍”——尽管他的著名猜想在很大程度上启发了 1955 年起代数几何中宏大上同调理论的发展（以塞尔 1955 年基础性文章 FAC（《相干代数层》（Faisceaux algébriques cohérents，Coherent Algebraic Sheaves））为开端，已在前注提及）。

我认为，这一“障碍”是韦伊对一切“繁琐杂物”的普遍厌恶的一部分，反感任何无法浓缩于几页的形式主义或稍显复杂的“构造”。他显然不是“建造者”，在三十年代发展“抽象”代数几何初步基础时，显然违背其意愿，这些基础对他而言（鉴于此性情）成了名副其实的“普洛克路斯忒斯之床”（lit de Procruste，Procrustean bed）。

我不知他是否因我超越其框架、投身建造宏大居所而心生怨意——这些居所让克罗内克（Kronecker，Kronecker）与他的梦想化为精妙有效的语言与工具。无论如何，他从未对我从事或完成的工作发表只言片语。我三个多月前寄给他《收获与播种》（Récoltes et Semailles，Harvests and Sowings），附上我手写的热情献词，也未收到任何回音。

深刻丰富并更新了我们对上同调不变量的理解。其核心创新思想是空间上的（阿贝尔）层（faisceau abélien，abelian sheaf），勒雷为之关联了一系列对应的“上同调群”（groupes de cohomologie，cohomology groups，称“以此层为系数”）。这仿佛将我们此前丈量空间的单一“标准上同调尺”骤然化为无数新“尺”，大小、形态、材质各异，每一把都与空间亲密贴合，各以独有方式传递精确信息。这是本世纪最关键的思想之一，深刻转变了我们对各类空间的理解。尤其通过让-皮埃尔·塞尔后续工作，勒雷思想在问世后的十年内初结硕果：一是拓扑空间理论（特别是其“同伦”不变量，与上同调密切相关）的惊人重启；二是“抽象”代数几何的同样重要的重启（以塞尔 1955 年基础性文章 FAC 为标志）。我自 1955 年起的几何工作延续了塞尔的研究，从而也承接了勒雷的创新思想。

2.11 “拓扑斯”——或双人床

让·勒雷（Jean Leray，Jean Leray）引入的层（faisceaux，sheaves）观点与语言，使我们得以用新的光芒审视各类“空间”（espaces，spaces）和“簇”（variétés，varieties）。然而，它们并未触及“空间”概念本身，仅让我们以新颖的目光更精妙地理解那些早已为众人熟知的传统“空间”。然而事实证明，这一空间概念不足以表达“抽象代数簇”（variétés algébriques abstraites，abstract algebraic varieties，如韦伊（Weil，Weil）猜想所涉及者）乃至更广义“概形”（schémas，schemes，概化了旧式簇）的“形式”（forme，form）所依赖的最核心“拓扑不变量”（invariants topologiques，topological invariants）。对于期待中的“数”（nombre，number）与“量”（grandeur，magnitude）的“联姻”，这就像一张过于狭窄的床，或许能勉强容纳一位未来配偶（即新娘），却绝无可能同时容纳两人！那尚待发现的“新原则”，要实现吉祥仙子预言的联姻，恰恰是这对未来夫妇所缺的“宽敞之床”——而此前，竟无人察觉这一缺失……

这张“双人床”随着拓扑斯（topos，topos）思想的出现而现身（仿佛魔杖一挥……）。这一思想以共同的拓扑直觉，包容了传统“拓扑空间”（espaces topologiques，topological spaces）——体现连续量世界的代表，以及那些冥顽不化的抽象代数几何学家眼中的（所谓）“空间”或“簇”，乃至无数其他结构类型——这些结构此前似乎被牢牢钉死在“算术世界”（monde arithmétique，arithmetic world）的“离散”或“不连续”聚合之中。

层（faisceaux，sheaves）的观点是那沉默而可靠的向导，是那有效且毫不神秘的钥匙，引领我毫不迟疑、无需绕道，直抵那宽敞双人床所在的婚房。这张床如此宽广（宛如一条深邃宁静的大河……），以至于

“国王的所有骏马
都能齐聚饮水……”

——正如一首古老歌谣所唱，你必定也曾唱过，或至少听过。而那最早唱响此曲之人，比我昔日的任何博学学生与朋友，都更深切地感受到拓扑斯隐秘的美感与宁静的力量……

这把钥匙在最初的临时方法（通过极为便利却非内在的“位点”（site，site）概念）与拓扑斯方法中始终如一。现在，我想试着描述拓扑斯的思想。

设想一个给定“拓扑空间”（espace topologique，topological space）上所有层（faisceaux，sheaves）的集合，或者，若你愿意，这支由所有丈量此空间的“尺”组成的惊人军械库[44]。我们将这一“集合”或“军械库”视为具备最显而易见的结构，若可用直觉形容，便是“显而易见”的结构，即所谓“范畴”（catégorie，category）的结构。（非数学读者无需因不熟悉此术语的技术含义而不安，后文无需此知识即可理解。）这一“超丈量结构”，称为“层范畴”（catégorie des faisceaux，category of sheaves，基于所考察的空间），从今往后将被视为体现空间最本质特征的存在。这在“数学常识”中是正当的，因为我们发现，可以通过这一“层范畴”（或丈量军械库）完全重构一个拓扑空间[45]。（验证这一点是个简单练习——当然，前提是问题已被提出……）这足以让我们确信，若出于某种原因需要，我们可“忘却”初始空间，仅保留并使用与之关联的“范畴”（或“军械库”），将其视为表达“拓扑结构”（structure topologique，topological structure）或“空间性”（spatialité，spatiality）的最佳化身。

如数学中常有的情形，我们在此借助“层”（faisceau，sheaf）或“上同调尺”（mètre cohomologique，cohomological meter）的关键思想，成功将某一概念

[44] （致数学读者）严格来说，此处指的是集合层（faisceaux d’ensembles，sheaves of sets），而非勒雷引入的阿贝尔层（faisceaux abéliens，abelian sheaves），后者作为最广义系数用于构造“上同调群”（groupes de cohomologie，cohomology groups）。我相信自己是首个系统研究集合层的人（自 1955 年起，见我在堪萨斯大学发表的文章《带结构层的纤维空间通论》（A général theory of fibre spaces with structure sheaf））。

[45] （致数学读者）严格来说，这仅对所谓“清醒空间”（espaces sobres，sober spaces）成立。但此类空间几乎涵盖了常见的所有空间，尤其是分析家珍视的“分离空间”（espaces séparés，separated spaces）。

（此处为“空间”）转化为另一概念（即“范畴”）来表达。每当我们发现一种概念（对应某种情境）可被翻译为另一种概念（对应另一情境）时，这种意外汇合便丰富了我们对二者的理解——通过各自独特直觉的交融。于是，此处一种“拓扑”情境（由给定空间体现）被翻译为一种“代数”情境（由“范畴”体现）；或者可以说，空间所体现的“连续性”被“范畴结构”——一种“代数”性质（此前被视为本质上“离散”或“不连续”）——所“翻译”或“表达”。

但在此处，更进一步。第一个概念，即“空间”，看似已是某种“极广”概念——如此一般化，难以想象还能合理扩展。而通过镜子的另一侧[46]，我们发现，从拓扑空间出发所得的这些“范畴”（或“军械库”）具有极为特殊的性质。它们拥有一组高度鲜明的特性[47]，仿佛是对最简单范畴——由单点空间所得者——的某种“仿作”。由此，新式“空间”（或拓扑斯），作为传统拓扑空间的推广，可简单描述为一个“范畴”，它未必源于普通空间，却具备所有这些优良特性（当然需一次性明确指定）——即“层范畴”的特性。

* *
*

这就是新思想。其出现可视为一种近乎童稚观察的自然结果：拓扑空间中真正重要的，不是其“点”或点的子集[48]，以及它们间的邻近关系等，而是其上的层（faisceaux，sheaves）及其形成的范畴。我不过将勒雷的原始思想推向极致——随后迈出这一步。

如勒雷的层（faisceaux，sheaves）思想、概形（schémas，schemes）思想一样，作为颠覆固有视野的“伟大思想”，拓扑斯（topos，topos）以其自然、“显而易见”的特质令人困惑。其简朴（近乎天真或简单，甚至因那独特品质显得“笨拙”），常使我们惊呼：“哦，不过如此！”——语调半是失望，半是羡慕；或许还隐含一丝“异想天开”或“不严肃”的意味，常用于评判那些因出乎意料的简朴

[46]此处“镜子”如《爱丽丝漫游奇境》（Alice au pays des merveilles，Alice in Wonderland）中的意象，指将空间置于其前，映出关联的“范畴”，作为空间在“镜子另一侧”的“双重”……

[47]（致数学读者）此处主要指我在范畴论中引入的“精确性性质”（propriétés d’exactitude，exactness properties），连同现代范畴意义上的“广义归纳与投射极限”（limites inductives et projectives générales，general inductive and projective limits）概念。见《论同调代数的若干要点》（Sur quelques points d’algèbre homologique，On Some Points of Homological Algebra），《东北数学杂志》（Tohoku Math. Journal），1957 年，第 119-221 页。

[48]因此，可构造出“极大”的拓扑斯，仅有一个“点”，甚至完全无“点”！

而令人迷惘的事物。它们或许唤起我们早已埋藏并否认的童年时光……

2.12 “空间概念的蜕变”——或气息与信念

“概形”（schéma，scheme）概念是对“代数簇”（variété algébrique，algebraic variety）概念的极大拓展，因此彻底革新了我前辈传承的代数几何（géométrie algébrique，algebraic geometry）。“拓扑斯”（topos，topos）概念则构成了“空间”（espace，space）概念意想不到的延伸，更确切地说，是一场蜕变。由此，它带来了对拓扑学（topologie，topology）乃至更广义几何（géométrie，geometry）类似革新的希望。事实上，它已在新几何（géométrie nouvelle，new geometry）的兴盛中扮演了关键角色（尤其通过其衍生的 ℓ-进（ℓ-adique，ℓ-adic）与晶体（cristallin，crystalline）上同调主题，并通过这些主题，助力韦伊（Weil，Weil）猜想的证明）。如同其年长且近乎孪生的姊妹，它具备一切丰饶推广所需的两种互补特质，具体如下。

首先，新概念不过于宽泛。这意味着，在这些新“空间”（更愿称之为“拓扑斯”，以免刺痛敏感的耳朵 [49]）中，那些对昔日经典空间熟稔的最核心“几何”直觉与构造 [50]，可或多或少自然地移植。换言之，新对象继承了旧式对象独有的丰富意象与联想、概念及至少部分技术。

其次，新概念又足够宽广，能包容大量此前未被视为具有“拓扑-几何”直觉的情境——正是过去专属于普通拓扑空间（且有其理由）的直觉。

在此，对于韦伊猜想的关键在于，新概念确实足够宽广，使我们能为每个“概形”关联一个这样的“广义空间”或“拓扑斯”（称为该概形的“埃塔尔拓扑斯”（topos étale，étale topos））。此拓扑斯的某些“上同调不变量”（invariants cohomologiques，cohomological invariants，极为“简单”!）似乎颇有望提供“所需之物”，以完整阐释这些猜想，甚至（谁知道呢！）提供证明的手段。

[49] “拓扑斯”（topos，topos）之名（与“拓扑学”（topologie，topology）或“拓扑”（topologique，topological）关联）被选中，以暗示其为拓扑直觉适用的“卓越对象”。通过此名唤起的丰富意象云团，应视其或多或少等同于“空间”（拓扑空间）（espace topologique，topological space），只是更强调概念的“拓扑”特异性。（因此，有“向量空间”（espaces vectoriels，vector spaces），但迄今无“向量拓扑斯”!）保留这两个术语并用，各具特质，实属必要。

[50] 这些“构造”中，尤包括所有熟悉的“拓扑不变量”（invariants topologiques，topological invariants），如上同调不变量（invariants cohomologiques，cohomological invariants）。为赋予后者适用于任何“拓扑斯”的意义，我已在早前提及的文章（《东北》（Tohoku），1955）中做了充分准备。

在我撰写的这些篇章中，作为数学家生涯中首次，我得以悠然回溯（哪怕仅对自己）我数学作品中的主导主题与伟大指导思想。这让我更清晰地评估每个主题及其体现的“观点”在统一它们的宏大几何愿景中的位置与意义。正是在此工作中，新几何那初萌却有力的兴盛中两大神经中枢般的创新思想——“概形”思想与“拓扑斯”思想——得以光芒毕现。

如今在我眼中，这两者中，“拓扑斯”思想更显深刻。若五十年代末，我未曾卷起袖子，日复一日顽强钻研，历经十二载春秋，打造出精妙而强大的“概形工具”——我仍觉几乎不可思议的是，在随后十至二十年间，竟无他人最终按捺不住引入这显然势在必行的概念（即便违背其意愿），并至少草草搭建几座老旧的“预制棚屋”，若非我亲手逐石垒砌的宽敞舒适居所。然而，在过去三十年的数学舞台上，我看不到他人具备那份天真或纯真，能代我迈出这至关重要的一步，引入如此童稚的“拓扑斯”思想（或哪怕仅“位点”（sites，sites）概念）。即便此思想已慷慨奉上，携其看似羞涩的希望——我亦看不到昔日朋友或学生中，有谁具备那份气息，更遑论信念，去将这谦卑思想[51]（看似微不足道，而目标遥不可及……）从最初的蹒跚起步，带向“埃塔尔上同调掌握”的成熟境界——这思想最终在我手中，在随后岁月里得以化身。

2.13 “国王的所有骏马……”

是的，这条河深邃无比，我童年的水域广阔而宁静，在一个我以为早已离弃的王国里。国王的所有骏马都能齐聚畅饮，尽兴而归，且水源永不枯竭！它们源自冰川，炽热如遥远的雪原，却又带着平原黏土的柔和。我刚提到其中一匹马，一个孩子牵它来饮水，它悠长地喝了个够。我还看到另一匹循着——或许是同一个孩子——的足迹前来，匆匆饮了一口便离去。有人定是将它驱赶了。仅此而已，可说无多。然而，我眼前浮现出无数饥渴的马群，在平原上徘徊——就在今晨，

[51]（致数学读者）我所谓“将这谦卑思想推向终点”，指的是以埃塔尔上同调（cohomologie étale，étale cohomology）作为韦伊猜想的进路。受此启发，我于 1958 年发现“位点”（site，site）概念，而此概念（或极相近的“拓扑斯”概念）及埃塔尔上同调形式体系，在 1962 至 1966 年间，在我的推动下（与几位将在后文提及的合作者协助下）得以发展。

我提及的“气息”与“信念”，是“非技术性”的品质，在此却显得至关重要。在另一层面，我或可补充所谓“上同调嗅觉”（flair cohomologique，cohomological flair），即我在构建上同调理论时培养的那种直觉。我曾以为已将其传授给我的上同调学生。十七年后，退出数学界回望，我发现无人保留此嗅觉。

它们嘶鸣将我从床上惊醒，时间早得不合常理。我年近六十，喜好安宁，却无可奈何，只得起身。见它们瘦骨嶙峋如老马，我心生怜悯，明明好水充足，绿草丰茂。可这片我记忆中热情好客的土地，仿佛中了恶毒的魔咒，封锁了通往丰饶水源的路。或许是当地马贩子搞的鬼，想压低价格，谁知道呢？又或者，这是个再无孩子引领马儿饮水的国度，马儿渴盼，只因没有小童寻回通往河边的路……

2.14 “模体”——或心中的核心

“拓扑斯”（topos，topos）主题源于“概形”（schémas，schemes）主题，二者同年问世，但其广度远远超越母题。若说“概形”主题是新几何（géométrie nouvelle，new geometry）的核心，那么“拓扑斯”主题则是其外壳，或居所。它是我构想出的最广阔之物，以一种富含几何共鸣的语言，精妙捕捉来自数学浩瀚宇宙不同区域、看似遥远的情境所共有的“本质”（essence，essence）。在这深邃的“床”或“河流”中，几何与代数、拓扑学（topologie，topology）与算术（arithmétique，arithmetic）、数学逻辑（logique mathématique，mathematical logic）与范畴论（théorie des catégories，category theory）、连续世界与“离散”或“不连续”结构世界得以联姻。

然而，“拓扑斯”主题远未如“概形”主题那般广受青睐。我在《收获与播种》（Récoltes et Semailles，Harvests and Sowings）中多次提及此事，此处不宜细述这一概念遭遇的奇特波折。即便如此，新几何的两大主导主题——互补的“上同调理论”（théories cohomologiques，cohomological theories），皆为韦伊（Weil，Weil）猜想而设计——仍源自“拓扑斯”：即“埃塔尔”（étale，或“ℓ-进”，ℓ-adic）主题与“晶体”（cristallin，crystalline）主题。前者在我手中化为“ℓ-进上同调工具”（outil cohomologique ℓ-adique，ℓ-adic cohomological tool），现已成为本世纪最有力的数学工具之一。至于“晶体”主题，在我离去后近乎隐秘存在，最终于 1981 年 6 月，在需求压力下被挖掘，重现于聚光灯下，却以借名登场，其周遭情境较“拓扑斯”更显诡异。

“ℓ-进上同调工具”如预期，成为确立韦伊猜想的关键。我亲手证明了其中不少，最后一步由我最杰出的“上同调”学生皮埃尔・德利涅（Pierre Deligne，Pierre Deligne）在我离去三年后，以卓越技艺完成。

约在 1968 年，我提出了韦伊猜想的一个更强、更具“几何”意味的版本。原

猜想似仍带有无法消减的“算术”痕迹（若可如此说！），而其精神恰在于通过“几何”（或“连续”）中介表达并捕捉“算术”（或“离散”）[52]。在此意义上，我提炼的版本较韦伊本人更忠于“韦伊哲学”——那未成文且罕被言明的哲学，或许是过去四十年几何惊人发展的主要隐秘动力[53]。我的重述主要在于，从经典“霍奇理论”（théorie de Hodge，Hodge theory）——适用于“普通”代数簇[54]——中提炼出适用于“抽象”代数簇的“精髓”（quintessence，quintessence）。我称此全然几何的新版本为“标准猜想”（conjectures standard，standard conjectures，针对代数循环）。

在我看来，这是在发展“ℓ-进上同调工具”后，向猜想迈出的新步。但更重要的是，它也是通向我认为最深刻数学主题——“模体”（motifs，motives，源于“ℓ-进上同调”主题）——的可能进路之一[55]。若“概形”主题是新愿景的核心，“模体”则是其心或魂，最隐秘、最难窥见的部分。“标准猜想”中提炼的几个关键现象[56]，可视为“模体”主题的终极精髓，是这至微主题的“生命气息”，新几何“心中的核心”。

大体而言，情况如下。为给定素数 p，构造“特征 p 代数簇”（variétés algébriques de caractéristique p，algebraic varieties of characteristic p）的“上同调理论”（théories cohomologiques，cohomological theories）至关重要（尤其针对韦伊猜想）。著名的“ℓ-进上同调工具”恰提供此类理论，甚至无穷多种——即对每个不同于 p 的素数 ℓ 各一。显然，仍缺一种理论，对应 $\ell = p$ 的情形。为此，我特意设想了另一“晶体上同调”（cohomologie cristalline，crystalline cohomology）理论（前文已提及）。此外，当 p 为无穷时，还有三种上同调理论可用[57]——且不排除迟早需引

[52]（致数学读者）韦伊猜想受限于“算术”性质假设，因所涉簇需定义于有限域上。在上同调形式体系中，这使弗罗贝尼乌斯（Frobenius，Frobenius）自同态占据特殊地位。我的进路中，关键性质（如“广义指数定理”类型）涉及任意代数对应，无需预设基域的算术假设。

[53]然而，我 1970 年离去后，出现明显反弹，导致相对停滞，我在《收获与播种》中多次提及此况。

[54]“普通”指“定义于复数域上”。霍奇理论（即“调和积分理论”）是复代数簇背景下最有力的上同调理论。

[55]此为我 1950 至 1969 年“公开”数学活动中——即至退出数学界前——最深刻主题。我视 1977 年起发展的阿贝尔代数几何（géométrie algébrique anabélienne，anabelian algebraic geometry）与伽罗瓦-泰希米勒理论（théorie de Galois-Teichmüller，Galois-Teichmüller theory）为同等深度。

[56]（致代数几何读者）或需重述这些猜想。详见《工地巡览》（Le tour des chantiers，The Tour of the Workyards）（《收获与播种》第四卷，注释 178，页 1215-1216）及《信念与知识》（Conviction et connaissance，Conviction and Knowledge）（《收获与播种》第三卷，注释 162，页 769）的脚注。

[57]（致数学读者）分别对应贝蒂上同调（cohomologie de Betti，Betti cohomology，通过基域嵌入复数域以超限方式定义）、霍奇上同调（cohomologie de Hodge，Hodge cohomology，由塞尔（Serre，

入具类似形式性质的新理论。与普通拓扑学不同，此处面对的是令人困惑的多种上同调理论。直觉强烈暗示，这些理论在某种尚模糊的意义上“殊途同归”，“结果一致”[58]。为表达不同上同调理论间的“亲缘”直觉，我提炼出与代数簇关联的“模体”（motif，motive）概念。此术语意在暗示，它是借助一切可能上同调理论所得多种上同调不变量的“共同动机”（motif commun，common motif）或“共同理由”（raison commune，common reason）。这些上同调理论如同基于同一“基础模体”（即“模体上同调理论”（théorie cohomologique motivique，motivic cohomology theory））的不同主题演绎，各具“节奏”、“调性”与“调式”（“大调”或“小调”），而此基础模体同时是所有这些“主题化身”（即可能的上同调理论）中最基本、最精微者。于是，代数簇关联的模体构成其“终极”“卓越”的上同调不变量，其他所有不变量（依不同上同调理论而定）皆由此衍生，如同多种“音乐化身”或“实现”。簇上同调的一切本质属性，皆可于对应模体上“读取”（或“聆听”），故特定上同调不变量（如 ℓ-进或晶体）的熟悉属性与结构，仅是模体内在属性与结构的忠实映照[59]。

这以非技术性的音乐隐喻表达了一念的精髓——仍具童稚单纯，却精妙而大胆。我在 1963-1969 年间，在更紧迫的基础任务之余，发展此念，称其为“模体理

Serre）定义）及德拉姆上同调（cohomologie de De Rham，De Rham cohomology，由我定义），后两者始于五十年代（贝蒂上同调则始于上世纪）。

[58]（致数学读者）例如，若 f 为代数簇 X 的自同态，诱导上同调空间 $H^i(X)$ 的自同态，其“特征多项式”应具整数系数，不依赖特定上同调理论（如 ℓ-进，ℓ 可变）。对一般代数对应亦然，当 X 为真且光滑时。可悲的是（这也反映了我离去后特征 $p > 0$ 代数簇上同调理论的荒废），至今未获证明，即便在 X 为射影光滑曲面且 $i = 2$ 的特例中。据我所知，我离去后无人关注这一标准猜想相关的关键问题。时尚裁定，唯一值得关注的自同态是弗罗贝尼乌斯自同态（德利涅（Deligne，Deligne）曾以有限手段单独处理）。

[59]（致数学读者）另一视角是将域 k 上的模体范畴视为 k 上有限型分离概形范畴的“包络阿贝尔范畴”。关联于此类概形 X 的模体（或“模体上同调”（cohomologie motivique，motivic cohomology），记为 $H^*_{\mathrm{mot}}(X)$）如同 X 的“阿贝尔化身”。关键在于，如代数簇 X 可“连续变化”（其同构类依连续“参数”或“模”而变），其关联模体（或更广义的“可变模体”）亦然。这与除复代数簇霍奇上同调外的所有经典上同调不变量形成鲜明对比。

这表明“模体上同调”捕捉 X 的“算术形式”（forme arithmétique，arithmetic form，此表达虽冒险）远比纯拓扑不变量精妙。在我对模体的愿景中，它们是连接 X 代数-几何属性与“算术”属性的隐秘而精巧“纽带”，后者由模体体现。模体本质为“几何”对象，却将依附于几何的“算术”属性“剥露无遗”。

故模体是我迄今为代数簇关联的最深刻“形式不变量”，除其“模体基本群”π_1 及我近期视为“模体同伦类型”（type d’homotopie motivique，motivic homotopy type）“影子”的另一不变量外（后者尚待描述，我在《工地巡览——或工具与愿景》（Le tour des chantiers - ou outils et vision，The Tour of the Workyards - or Tools and Vision）（《收获与播种》第四卷，注释 178，第五章“模体”）中提及，尤见页 1214）。后者似为代数簇“算术形式”（或“模体形式”）飘忽直觉的最完美化身。

论”（théorie des motifs，theory of motives）或“模体哲学（或瑜伽）”（philosophie (ou yoga) des motifs， philosophy (or yoga) of motives）。此理论结构丰饶迷人，大部仍属猜想[60]。

我在《收获与播种》中多次谈及这“模体瑜伽”，它尤为我心所系。此处不赘述他处之言。只需说，“标准猜想”自此瑜伽自然流出，同时为模体概念的一种可能构造提供进路。

这些猜想在我看来——至今如此——是代数几何两大最根本问题之一。另一同样关键问题（“奇点消解”（résolution des singularités，resolution of singularities））与此均未解决。若后者百年如一日被视为崇高而艰巨，前者——我有幸提炼者——却在我退出数学界后，被时尚武断裁定（连同“模体”主题[61]）为“可亲的格罗滕迪克骗局”（fumisterie grothendieckienne， Grothendieckian hoax）。然我又提前言及了……

2.15 “发现母亲”——或双重面向

实话说，我对韦伊（Weil，Weil）猜想本身的思考及其证明，始终断续。眼前逐渐展开的图景，我尽力探察与捕捉，其广度与深度远超任何证明的假想需求，甚至超越这些著名猜想最初揭示的一切。随着“概形”（schémas， schemes）主题与“拓扑斯”（topos，topos）主题的浮现，一个崭新而未曾预料的世界骤然开启。“猜想”在其中居核心地位，诚然，宛如广袤帝国或大陆的首都，周围环绕无数省份，但大多与这耀眼尊贵之地仅存遥远关联。我从未自言，却深知自己已成为一项伟大使命的仆人：探索这浩瀚未知的世界，领会其轮廓直至最远边界；同时，遍历并以顽强而有条理的细心清点最邻近、最易触及的区域，绘制忠实精准的地图，连最小村落与茅舍皆有其位……

尤是这后一工作，耗费我最多精力——一项耐心而宏大的奠基工程，唯我清晰洞见，更由“肺腑之感”领会。它占据了我 1958 年（“概形”与“拓扑斯”主题接连问世之年）至 1970 年（我退出数学界之年）间绝大部分时光。

[60] 那些年，我向愿闻者阐述模体愿景，未费笔墨出版（忙于他务服务众人）。这后使某些学生在我老友熟知且温柔注视下更自在地“掠取”（见后脚注）。

[61] 实则此主题于 1982 年（晶体主题后一年）以原名复出（仅限特征零基域的狭义形式），未提工匠之名。此为我离去后多主题被视为“格罗滕迪克奇想”埋葬、后由学生于十至十五年间逐一挖掘的例证，他们谦逊自豪，未提工匠（无需赘言）。

我常为此受缚而暗自焦躁，仿佛被顽强黏滞的重担牵制，这些无尽任务，在洞悉本质后，于我更似“杂务”，而非投身未知的豪情。我须时时抑住前冲的冲动——那开拓者或探险家的渴望，奔向未知无名的世界，它们不断召唤我去认识与命名。这冲动及其投入的精力（几近偷取！），始终仅得微薄份额。

然而，我心底深知，这偷来的能量，才是稀有而精妙之本质——我数学工作的“创造”，首要在此：在那炽烈专注中，探寻温暖丰饶的孕育母体，其幽暗、无形、湿润的褶层里，初现尚未诞生的形迹与轮廓，它们似在呼唤我，欲成形、化身、诞生……在发现之旅中，这炽烈专注与热切关怀是根本之力，恰如太阳之暖，催动深埋滋土的种子暗中孕育，谦卑而奇迹般绽放于日光之下。

在我数学工作中，我尤见两种深邃之力或冲动并存，其性似异。为喻此二者，我用了“建造者”与“开拓者”或“探险家”的意象。并置观之，二者骤显甚“阳”、甚“雄性”，乃至“刚霸”！它们带有神话的傲然回响，或“盛大场合”的共鸣。无疑，它们受我昔日“英雄式”创造观的遗迹启发，那极“阳”之见。此态呈现的图景浓烈偏颇，甚至僵硬，“立正肃立”，远不及真实那般流畅、谦卑、简朴——不及那活泼的真实。

在“建造者”这雄性冲动中——似无休止催我开启新工地——我却也辨出“居者”之情：那深系“家”之人。首先，那是“他的”家，亲近之所——他自感隶属的亲密活体之地。其次，随“亲近”圈扩展，才成为“众人的家”。在这“造屋”冲动中（如同“做爱”……），首要还有柔情。有与材料逐一接触的冲动，以爱意塑形，唯此爱之触方真知其性。墙立、梁置、屋顶盖就后，有深沉满足于逐室安顿，眼见厅堂、卧房、小间渐成和谐的活屋秩序——美观、迎人、宜居。因家，于我们每人内心深处，皆为母亲——环绕与庇护我们，既是避所又是慰藉；或许（更深层，即便我们正全力建造），它也是我们的源头，曾在出生前那永忘之时庇护与滋养我们……它亦是“怀抱”（Giron，Womb）。

先前自发浮现的意象，欲超越“开拓者”的显赫称谓，触及它掩藏的真实，亦无一丝“英雄”气息。那仍是母性之原型——“母体”（matrice，matrix）的滋养及其幽暗无形的辛劳……

这两股看似“性异”的冲动，终比我所想更近。二者皆为“接触冲动”（pulsion de contact，impulse of contact），引我们会“母亲”（la Mère，the Mother）：那既体现“亲近”“已知”，又体现“未知”之存在。任由任一冲动牵引，皆是“重会母亲”。既更新与“亲近”“略知”之物的联系，又触及“遥远”“未知”却隐约

预感、即将显露之物。

此间差异在色调与比重，而非本质。“建屋”时，“已知”主调；“探索”时，“未知”领衔。这两种发现“模式”，或更恰当说，同一过程或工作的双面，相辅相成，缺一不可。在我数学工作中，我察觉这两种进路间——或其主导的时段间——有恒常往复[62]。但显然，每刻二者皆在。建构、布置，或清扫、整理、归序时，“阳”或“雄性”面向定调；摸索探寻那不可捉、未成形、无名之物时，我为“阴”或“雌性”一面。

我不欲贬抑或否认我本质之任一面，二者皆不可或缺——“雄性”建构与孕生，“雌性”孕育与庇护幽暗缓慢的孕育。我兼具二者——“阳”与“阴”，“男”与“女”。但我也知，创造过程最精妙、最轻灵之本质，在“阴”“雌性”面向——那谦卑、幽暗、常貌不惊人的一面。

自始，我信此面向对我诱力最强。然通行共识却催我将大半精力投于另一面，那化身并彰显于有形“产物”——乃至完竣、轮廓分明的产物，以雕石之明证宣示其真实……

回望，我清楚见这些共识如何压我，我也如何“顺受其重”——柔韧地！至我离去，“构思”或“探索”部分确受限微薄份额。然回顾我数学家之作，最本质与力量赫然源自如今被忽视——甚至遭嘲笑或傲慢轻蔑——的此面：即“理念”（idées，ideas），乃至“梦”（rêve，dream），绝非“结果”（résultats，results）。于此页试图圈定我为时代数学献上的最要之物，以览森林而非驻足树木的目光——我未见“伟大定理”功绩簿，而是一扇活泼的丰饶理念之谱[63]，皆共赴同一宏大愿景。

[62]我论数学工作的此言，亦适用于“冥想”（méditation，meditation）工作（《收获与播种》中多处提及）。我无疑认为，这在一切发现工作中皆现，包括艺术家（例如作家或诗人）之作。我述之“双面向”（versants，slopes），亦可视为一为“表达”及其“技术”需求，一为“接收”（种种感知与印象），因炽烈专注化为灵感。二者每刻皆存，其间有恒常“往复”，在某者主导之时与彼者主导之时间。

[63]我作中不乏所谓“伟大定理”，包括解决前人未解之问（《海涨……》（La mer qui monte…，The Rising Sea）注释（《收获与播种》第三卷，注释 122，页 554）中回顾若干）。然如我于此“漫步”初（《观点与愿景》（Points de vue et vision，Viewpoints and Vision），注释 6）所述，这些定理唯在丰饶主题——由“丰饶理念”启始——的滋养语境中，方具全义。其证明遂如泉涌，无阻无碍，自主题之性与“深度”流出——如河浪柔然生于水深，无断无劳。我于前述《海涨……》中，以他喻表达同义。

2.16 “孩子与母亲”

当这“前言”（avant-propos，preface）开始转为一场漫步，穿越我作为数学家的毕生之作，伴着我对“继承者”（héritiers，heirs，正统者）与“建造者”（bâtisseurs，builders，不改初衷者）的简短议论，一个未成形的前言命名也随之浮现：它应是“孩子与建造者”（L’enfant et le bâtisseur，The Child and the Builder）。随后几日，越发清晰的是，“孩子”（l’enfant，the child）与“建造者”（le bâtisseur，the builder）乃同一人。于是，这名字简化为“建造之子”（L’enfant bâtisseur，The Builder Child）。这名字，凭心而论，不失气度，正合我意！

然而，反思揭示，那高傲的“建造者”，或（更谦逊些）那嬉戏建屋的孩子，仅是那玩耍之子（enfant-qui-joue，child-who-plays）的一面，而此子有双面。还有那爱探物之子（enfant-qui-aime-à-explorer-les-choses，child-who-loves-to-explore-things），钻入沙中，埋进无名泥泞，寻访最不可思议、最荒诞之地……或许为掩饰（哪怕仅对自己），我先以“先锋”（pionnier，pioneer）的耀名引之，后以更朴实却仍带光环的“探险者”（explorateur，explorer）随之。细想，“建造者”与“先锋-探险者”（pionnier-explorateur，pioneer-explorer），孰更雄性、更诱人？如掷币难决？

再细察，这无畏“先锋”竟是女孩（我曾乐于装扮她为男孩）——沼泽、雨水、细雨与夜之姊妹，沉默且几近隐于影中——那常被遗忘者（若非遭人佯笑……）。我也连日忘却她——可说双重遗忘：起初只愿见那男孩（嬉戏建屋者）——即便后来不得不认出另一面，仍将她视为男孩……

如此，那漫步的美名（beau nom，beautiful name）顿不成立。它全“阳”（yang，yang）、尽“刚”（macho，macho），一瘸之名。要平稳，须并列另一面。奇的是，“另一面”（l’autre，the other）无真名。唯一稍贴者是“探险者”，却仍是男孩之称，奈何。语言在此狡黠，暗设陷阱，与古老偏见串通，令人无觉。

或可改为“建屋之子与探秘之子”（L’enfant-qui-bâtit et l’enfant-qui-explore，The Child Who Builds and the Child Who Explores）。隐去一为“男孩”、一为“女孩”，实乃同一子，雌雄兼具，建中探，探中建……但昨日，除那观探之“阴-阳”（yin-yang，yin-yang）双面与命名建造之别外，另一面向复现。

“宇宙”（Univers，Universe）、“世界”（Monde，World）、乃至“Kosmos”（Cosmos，Cosmos），本质疏远且遥远，与我们无真切关联。非它们引动我们深处的认知冲

动（pulsion de connaissance，impulse of knowledge）。吸引我们的是其有形即时之化身（Incarnation tangible et immédiate，tangible and immediate incarnation），最亲近、最“血肉”（charnelle，carnal）的，饱含深邃回响与神秘——那与我肉身及种族起源交融者，亦自古静待我于“路之彼端”（l'autre bout du chemin，the other end of the path），沉默而迎。她是“母亲”（la Mère，the Mother），生我如生世界者，冲动自她涌出，欲念之路向她延伸，引我与之相会，奔她而去，循环归返，沉没于她。

如此，在一场未料的“漫步”（promenade，stroll）转角，我猝不及防重拾一则熟悉却稍忘的寓言——“孩子与母亲”之喻（parabole de l'enfant et la Mère，parable of the child and the Mother）。可视为“生命追寻自身”之喻（La Vie, à la quête d'elle-même，Life, in quest of itself）。或于个体存有的谦卑层面，为“存在探物”之喻（l'être, à la quête des choses，being, in quest of things）。

这是寓言，亦是植根心魂（psyché，psyche）深处的古老体验表达——滋养深层创造的原初象征中最有力者。我信其以亘古意象语言，述说了人之创造力气息（souffle，breath），赋予肉身与精神生命，自最卑微短暂至最辉煌恒久的显现。

此“气息”，如其血肉化身，是世上最谦卑之物。亦最脆弱，最被忽视、最遭轻蔑……

此气息在你一生中的际遇，便是你之历险，你生命中的“认知冒险”（aventure de connaissance，adventure of knowledge）。无声表达此喻的，是“孩子与母亲”之寓言。

你是孩子，自“母亲”而出，庇于她中，受她大力滋养。孩子自“母亲”——那极近、熟知者——跃出，奔向“母亲”——那无垠、永未知且神秘者……

“穿越毕生之作的漫步”终

后记：隐秘的圆环

2.17 死亡是我的摇篮（或三个小鬼为一垂死者）

直到五十年代末拓扑斯（topos，topos）观点出现之前，空间概念的演变在我看来本质上是一种“连续的”演进。它似乎从欧几里得（Euclide，Euclid）对我们周围空间的理论化，以及希腊人传承下来的几何学开始，平稳地、没有跳跃地

延续着。那时的几何学专注于研究居住于此空间中的某些“图形”（直线、平面、圆形、三角形等）。诚然，数学家或“自然哲学家”对“空间”的构想方式发生了深刻的变化[64]。然而，这些变化在我看来都属于一种“本质上的连续性”——它们从未让数学家，那些依恋于（如同所有人一般的）熟悉心智图像的人们，骤然面对一种突如其来的陌生感。这些变化仿佛是一个我们自幼便熟识的人，随着岁月流转，从蹒跚学步到成年乃至完全成熟，其间经历的转变——或许深刻，却渐进。在某些平静无波的漫长时段里，这些变化细微难察；在另一些时期，或许显得汹涌激荡。然而，即便在成长或成熟最为剧烈的阶段，即便我们数月乃至数年未曾谋面，也从未有过一丝疑惑或迟疑：这依然是他，那个我们熟知且亲近的存在，即便他的面容已然改变。

我甚至可以说，到本世纪中叶，这个熟悉的存在已然苍老不堪——宛如一个终于疲惫衰竭的人，被一波接一波他毫无准备的新任务所压倒。或许，他早已悄然迎来了自己的安然辞世，只是无人留意，无人记录。“所有人”依然在一位活人的家中忙碌着，仿佛他确实仍然活着，栩栩如生。

然而，试想那些习惯了这屋子的人们会有多么愕然：当他们期待看到那位端坐于扶手椅中、僵直而肃穆的老者时，却突然冒出一个活蹦乱跳的小家伙，身高不过三尺，还一本正经地、不容置疑地宣称，空间先生（Monsieur Espace，Mr. Space）——哦，现在你们甚至可以省去“先生”这称呼，随意吧——就是他！若他至少看起来还有些家族特征，或许还能算个私生子，谁知道呢……可完全不是这样！乍一看，他与我们熟知（或自以为熟知）的老空间之父（Père Espace，Father Space）毫无相似之处。我们曾确信——至少这是最起码的——他永恒不朽……

这就是那著名的“空间概念的突变”。这就是我早在六十年代初便“看到”的东西，显而易见，却直到此刻书写这些文字时，才首次有机会明确表达出来。借助这幅形象的描绘及其瞬间激发的联想之云，我突然以全新的清晰度看到：传统的“空间”概念，以及与之密切相关的“流形”（variété，variety）概念（各类流形，尤其是“代数流形”（variété algébrique，algebraic variety）），在我进入这一领

[64]我在撰写这篇《后记》时的初衷，是想粗略勾勒出这些“深刻变化”中的若干，并凸显我所看到的这种“本质上的连续性”。但为了不使这场漫步过于冗长——它已远超我预期——我放弃了这一打算！我考虑在《反思》第 4 卷的《历史评论》中再行探讨，届时面向的是数学家读者（这完全改变了阐述的任务）。

域时，已然老态龙钟，仿佛早已死去……[65]我可以说，正是伴随着概形（schéma，scheme）观点及其后代[66]接连涌现，外加万余页的基础奠定，随后拓扑斯观点的出现，才最终解开了一个不言自明的危机局面。

在刚才的比喻中，与其说是一个小鬼作为突变的产物，倒不如说是两个。而且，这两个小鬼之间有着无可否认的“家族相似性”，尽管他们与那位已故的老者并无太多相像之处。甚至，若仔细观察，概形（Schémas，Schemes）这个小家伙似乎充当了已故空间之父（即各类流形）与拓扑斯（Topos，Topos）小家伙之间的“亲缘纽带”[67]。

2.18 对岸一瞥

此刻的情形与我而言，恰似本世纪初爱因斯坦（Einstein）相对论诞生时的光景。那时存在着一个更为显著的概念死胡同，具体表现为突如其来的矛盾，看似无解。理所当然地，将为混沌重赋秩序的新思想，竟有着孩童般的单纯。值得玩味的是（也符合那反复上演的剧本……），在所有那些突然焦头烂额、试图” 挽回残局” 的杰出、卓越、声名显赫的人物中，竟无人曾萌生此念。偏偏得是个初出茅庐的无名青年（或许刚离开大学阶梯教室的长椅），带着几分自惭于胆大妄为的窘迫……来向那些 illustrious aînés（illustrious elders，显赫前辈）阐明该如何” 拯救现象”：只需不再将空间与时间割裂[68]。从技术角度看，当时一切条件都已成

[65]这一断言（某些人或觉武断）需略带保留地理解。它并不比我下文认可的说法——“牛顿力学模型”（modèle newtonien，Newtonian model）在本世纪初爱因斯坦（Einstein，Einstein）出手相助时已“行将就木”——更真或更假。事实是，即便今日，在物理学中大多数“常见”情境下，牛顿模型依然完全适用，若考虑到测量中的误差范围，去追求相对论模型反倒是愚蠢之举。同样，在数学的诸多情境中，传统的“空间”与“流形”概念依然充分胜任，无需引入幂零元素（éléments nilpotents，nilpotent elements）、拓扑斯或“适度结构”（structures modérées，moderate structures）。然而，在这两者中，对于前沿研究中日益增多的语境，旧的概念框架已无法表达哪怕是最“常见”的情境。

[66]（致数学家读者）在这一“后代”中，我尤其包括形式概形（schémas formels，formal schemes）、各类“多重性”（multiplicités，multiplicities）（特别是概形多重性或形式多重性），以及所谓的“刚性解析空间”（espaces rigide-analytiques，rigid-analytic spaces）（由泰特（Tate，Tate）引入，其灵感源于我提供的“蓝图”，既受拓扑斯新概念启发，也源自形式概形）。此列表远非穷尽……

[67]实际上，在这两个小家伙之外，还应再添一个更年轻的小鬼，出生于不太友好的时代：适度空间（Espace modéré，Moderate Space）。正如我在别处提到的，它未获出生证明，我却仍在完全“非法”的情况下，将其列入我有幸引入数学的十二个“主导主题”之中。

[68]当然，如此描述爱因斯坦的思想未免过于简略。技术层面上，关键在于揭示如何为新的时空赋予结构（其实麦克斯韦理论和洛伦兹思想已为此埋下伏笔）。这里的核心突破并非技术性质，而是” 哲学性” 的——意识到远距事件的同时性概念根本不具备实验现实性。正是这个” 孩童般的

熟，静待这个思想破茧而出并被接纳。而爱因斯坦的前辈们确实不负众望地接纳了这个新思想，未加过多苛责，这为他们赢得了荣誉。此乃时代依然伟大的明证……

从数学视角观之，爱因斯坦的新思想平淡无奇。但就我们对物理空间的认知而言，这却是深刻的突变与突如其来的" 陌生化"。这是自 2400 年前欧几里得（Euclide，Euclid）构建物理空间的数学模型以来，首次发生的范式转变——此模型被自古希腊至牛顿（Newton）的所有物理学家和天文学家原封不动地沿用，用以描述地球与星体的力学现象。

爱因斯坦的原始思想后来不断深化，借助既有数学概念的丰富武器库[69]，具体化为更精妙、丰富且灵活的数学模型。" 广义相对论" 将此思想拓展为包罗万象的物理图景，将亚原子级的微观世界、太阳系、银河系与遥远星系，以及电磁波在时空中的传播轨迹尽收眼底——这个时空的每一点都因其中物质的存在而弯曲[70]。这是宇宙学与物理学史上（继三百年前牛顿的首次大综合之后）第二次也是最后一次出现这样的盛景——以数学模型语言统一描述宇宙中所有物理现象的宏大愿景。

爱因斯坦的宇宙图景终究也被新进展所超越。需要解释的" 所有物理现象" 自本世纪初以来已极大扩充！在浩如烟海的" 观测事实" 中，涌现出大量物理理论，各自以不同程度的成功解释着有限的事实集合。人们仍在等待那个胆大的孩子，在嬉戏间找到新钥匙（倘若存在……），那个梦寐以求的" 完美模型（modèlegâteau，cake-model）"，能一次性拯救所有现象[71]。

发现"，这个" 皇帝其实赤身裸体！" 的顿悟，让人突破了那个" 限制宇宙的无形威严之圈"

[69]主要指" 黎曼流形（variété riemanienne，Riemannian manifold）" 概念及相关的张量运算

[70]此模型与欧几里得（或牛顿）时空模型及爱因斯坦最初模型（" 狭义相对论"）最显著的区别在于：时空整体拓扑形态不再由模型本质强制规定，而是保持开放。作为数学家，我认为探究这种整体形态正是宇宙学最引人入胜的问题之一

[71]这种假想中的理论被称为" 统一场论（théorie unitaire，unified theory）"，旨在" 统一" 协调前文所述的各种局部理论。我认为待开展的基础性思考需在两个层面进行：

1°）关于" 数学模型" 概念本身之本质的" 哲学性" 思考。自牛顿理论成功以来，" 存在完美表达物理现实的数学模型（甚至唯一模型）" 已成为物理学家的默认公理，这个延续两百余年的共识，犹如毕达哥拉斯" 万物皆数" 鲜活愿景的化石残骸。或许正是这个新的" 无形之圈"，取代了旧有的形而上学界限，禁锢着物理学家的宇宙（而" 自然哲学家" 一族似乎已彻底灭绝，被计算机轻易取代……）。只要稍作停留便会发现，这个共识的有效性绝非不证自明。甚至有严肃的哲学理由让我们先验地质疑它，或至少预见其严格局限性。现在正是对此公理进行严格批判的时机，或许还能" 证明" 它根本站不住脚：不存在能解释迄今所有" 物理现象" 的严格唯一数学模型。

只有先充分厘清" 数学模型" 概念及其" 有效性" 定义（在允许测量误差范围内），" 统一场论" 或至少" 最优模型" 问题才能被清晰提出。同时，我们或许也能更清楚地认识到此类模型选择中

将我对当代数学的贡献与爱因斯坦对物理学的贡献相比较，源于两点：二者都通过改变我们对”空间”（数学意义或物理意义上）的理解而实现；二者都呈现为统一的宏大视野，涵盖此前看似互不关联的大量现象与情境。我从中看到他的工作[72]与我的工作间存在明显的精神亲缘性。

这种亲缘性丝毫不因二者”实质”的明显差异而削弱。如前所述，爱因斯坦的变革关乎物理空间概念，而他只需运用已知数学概念武器库，无需扩展或颠覆它。他的贡献在于：从当时已知数学结构中，遴选出最适合替代前辈垂死遗产的”模型”[73]。就此而言，他的工作确属物理学家之作，更准确说是牛顿及其同代人理解的”自然哲学家（philosophe de la nature，philosopher of nature）”之作。这种”哲学维度”在我的数学工作中是缺失的——我从未需要思考数学宇宙中”理想”概念构造与物理宇宙现象（乃至心灵中发生的事件）间的可能关联。我的工作是数学家之作，刻意回避”应用”（于其他科学）问题或工作动机与心理根源问题。更准确说，这是一个不断拓展数学基础概念疆域的数学家之作。我就这样在不知不觉的嬉戏间，颠覆了几何学家最基础的概念：空间（及”流形”）概念，即我们对几何存在所居”场所”的理解。

这种新空间概念（作为某种”广义空间”，其中构成”空间”的点已或多或少消失）在实质上与爱因斯坦引入物理学的概念毫无相似之处（后者对数学家而言

必然存在的任意性程度。

2°）唯有完成上述思考后，在我看来，构建比前人更满意的显式模型这一”技术性”问题才获得完整意义。届时或许该摆脱物理学家的第二个默认公理——这个可追溯至古代、深深植根于我们空间感知模式的公理：时空（或时空）具有连续性，是”物理现象”发生的”场所”。

约十五二十年前，我翻阅黎曼（Riemann）那本薄薄的全集时，曾被他随口的一句评论震撼。他指出空间的终极结构可能是”离散的”，我们持有的”连续”表象或许是对更复杂现实的（长期来看可能过度的……）简化；对人类心智而言，”连续”比”离散”更易把握，因此被用作理解后者的”近似”。在那个欧几里得物理空间模型尚未受质疑的时代，这位数学家竟有如此深邃的洞见。严格说来，传统上反倒是”离散”常被作为技术手段来逼近”连续”。

近几十年数学发展已表明，连续与离散结构的共生关系远比本世纪前半叶所想象的更为密切。无论如何，要找到”令人满意”的模型（或必要时一组能最优”衔接”的模型），无论其属”连续”、”离散”还是”混合”性质——这项工作必将需要超凡的概念想象力，以及把握并揭示新型数学结构的精湛直觉。此类想象力或”直觉”在我看来极为罕见，不仅存在于物理学家中（爱因斯坦与薛定谔似属凤毛麟角），即使在数学家中亦然（对此我有充分发言权）。

总之，我预见期待中的革新（倘若还会来临……）更可能来自深谙物理学重大问题的数学家，而非物理学家。但最关键的是，此人须具备把握问题核心的”哲学开放性”。这绝非技术性问题，而是关乎”自然哲学”的根本命题

[72]我并非自称熟悉爱因斯坦的著作。事实上我从未读过其任何论文，对其思想仅有道听途说的模糊了解。但即便未曾细察过任何具体”树木”，我仍自信能辨识出整片”森林”……

[73]关于”垂死”这个修饰词的评论，参见前文脚注（第 55 页注）

根本不足为奇)。但倒是与薛定谔(Schrödinger)发现的量子力学[74]可相提并论。在这新力学中,传统" 质点" 消失了,代之以某种" 概率云"——其在周围空间不同区域的密度分布,反映粒子出现在该区域的" 概率"。这种新视角带来的机械现象认知" 突变",比爱因斯坦模型所体现的更为深刻——这不是简单地用更宽松或更合身的类似模型替换狭窄旧模型。这次的新模型与传统老模型如此迥异,即便专精力学的数学家也会突然感到陌生,甚至迷失(或愤慨……)。对数学家而言,从牛顿力学转向爱因斯坦力学,大概像从亲切的普罗旺斯方言转为时髦巴黎俚语;而转向量子力学,我想,无异于从法语改说中文。

这些取代昔日可靠物质粒子的" 概率云",奇异般令我想起拓扑斯(topos,topos)中那些难以捉摸的" 开邻域"——它们如缥缈幽灵般游荡,环绕着那些" 虚点";而顽固的想象力仍不顾一切地紧抓着这些虚点不放……

2.19 独一无二——或孤独的天赋

这次对"对面邻居"——物理学家们的短暂探访,或许能为一位对数学家世界一无所知(如同大多数人)的读者提供一个参照点。这样的读者想必听闻过爱因斯坦(Einstein,Einstein)及其著名的"第四维"(quatrième dimension,fourth dimension),甚至可能了解量子力学(mécanique quantique,quantum mechanics)。毕竟,尽管发明者未曾预料他们的发现会具体化为广岛(Hiroshima,Hiroshima)的灾难,乃至后来的军事及所谓"和平"核竞赛,物理学发现对人类世界的影响却是切实且几乎即刻的。相比之下,数学发现,尤其是所谓"纯数学"(mathématiques pures,pure mathematics)——即不以"应用"为动机的数学——的影响则不那么直接,且无疑更难捉摸。例如,我从未听说我的数学贡献"服务"于任何具体事物,比如制造某件器具。当然,我对此毫无功劳可言,但这并不妨碍我因此感到安心。一旦涉及应用,可以肯定的是,军队(以及随后的警方)总是最先将其攫取;而至于工业(即便号称"和平"),情况也未必好多少……

诚然,为了我自己的梳理,或为一位数学家读者着想,更恰当的做法是尝试通过数学史本身的"参照点"来定位我的作品,而非在别处寻找类比。这些天我一直在思考这一点,尽管我对那段历史的了解颇为模糊[75]。在之前的"漫步"中,

[74]据各方反馈,一般认为本世纪物理学有三次" 革命" 或重大突破:爱因斯坦理论、居里夫妇(Curie)发现的放射性,以及薛定谔引入的量子力学

[75]自我幼年起,我就从未对历史(乃至地理)产生过多兴趣。(在《收获与播种》(Récoltes et Semailles,

我已提及一位数学家的“谱系”，他们的气质与我相通：伽罗瓦（Galois，Galois）、里曼（Riemann，Riemann）、希尔伯特（Hilbert，Hilbert）。若我对自身艺术的历史了解更深，或许能将这一谱系追溯得更远，或在其中插入一些我仅从传闻略知的名字。令我印象深刻的是，我不记得曾从比我更精通历史的朋友或同事的只言片语中得知，除我之外还有哪位数学家提出了众多创新想法——这些想法并非彼此零散无关，而是构成一个宏大统一视野的一部分（如同牛顿（Newton，Newton）和爱因斯坦在物理学与宇宙学中，或达尔文（Darwin，Darwin）和巴斯德（Pasteur，Pasteur）在生物学中所为）。我仅知道数学史上两个“时刻”诞生了具有广阔视野的新洞见。其一是 2500 年前古希腊数学作为一门科学的诞生，按我们今日理解的意义而言。其二是十七世纪微积分（calcul infinitésimal et intégral，infinitesimal and integral calculus）的诞生，以牛顿、莱布尼茨（Leibnitz，Leibniz）、笛卡尔（Descartes，Descartes）等人的名字为标志。据我所知，这两个时刻诞生的视野并非一人之功，而是那个时代的集体成果。

当然，从毕达哥拉斯（Pythagore，Pythagoras）与欧几里得的时代到十七世纪初，数学的面貌已发生巨变；同样，从十七世纪数学家创立的“微积分”到十九世纪中叶亦然。但据我所知，这两个时期——一个超过两千年，另一个三世纪——发生的深刻变化从未凝结或体现为某一部作品中表达的新视野[76]，然而这与

Harvests and Sowings）的第五部分——目前仅部分完成——中，我曾“顺带”探究了我认为自己对历史这一“部分阻塞”的深层原因。这一阻塞似乎在近几年正逐渐消解。）我在“布尔巴基圈”（cercle bourbachique，Bourbaki circle）中从前辈那里接受的数学教育，也并未改善这一状况——其中对历史的偶尔提及极为罕见。

[76]在写下这些文字数小时后，我突然意识到自己未曾提及布尔巴基（Bourbaki，Bourbaki）先生那部集体编写的巨著，它试图呈现当代数学的宏大综合。（在《收获与播种》第一部分中还将多次提及布尔巴基团体。）这在我看来有两重原因。

其一，这一综合仅限于对已知的大量观念与成果进行某种“整理”，并未引入其原创的新想法。若真有新意，或许在于对“结构”（structure，structure）概念给出了精确的数学定义，这一定义贯穿全书，成为宝贵的指引线索。但此想法在我看来更像一位聪颖而富想象力的词典编纂者的贡献，而非一种语言的革新要素，无法带来对现实（此处为数学事物）的全新理解。

其二，自五十年代起，随着“范畴方法”（méthodes catégoriques，categorical methods）突然涌入数学最具活力的领域——如拓扑学（topologie，topology）或代数几何（géométrie algébrique，algebraic geometry）——结构的概念已被事件超越。（因此，“拓扑斯”（topos，topos）这一概念拒绝被装进布尔巴基那显然过于狭窄的“结构之袋”！）布尔巴基在充分知情的情况下选择不涉足这一“泥潭”，由此放弃了其最初雄心：为当代数学整体提供基础与基本语言。

然而，它固定了一种语言，同时也确立了一种数学写作与研究方式的风格。这一风格最初反映（虽颇为片面）了某种精神——希尔伯特活泼而直接的遗产。在五六十年代，这一风格逐渐占据主导——既有其益处，更带来（尤其）弊端。近二十年来，它已僵化为一种纯粹表面“严谨”的刻板“准则”，昔日赋予其生命的精神似乎已无迹可寻。

物理学和宇宙学中牛顿、继而爱因斯坦在两个关键时刻实现的伟大综合颇为相似。

看来，作为一位孕育于我内心的宏大统一视野的仆人，我在从起源至今的数学史上似乎“独一无二”。抱歉若这显得过于标榜自我，超出了允许的范围！不过让我宽慰的是，我似乎辨认出一位潜在（且天赐！）的“兄弟”。我先前已提及他，作为我“气质兄弟”谱系中的首位：那便是埃瓦里斯特 • 伽罗瓦（Évariste Galois，Évariste Galois）。在他短暂而耀眼的一生中，我仿佛看到了一幅伟大视野的开端——正是“数与量的联姻”，在一个全新的几何视野中。我在《收获与播种》中另有提及[77]，两年前，我心中突然浮现这一直觉：在当时对我最具吸引力的数学工作中，我正在“接续伽罗瓦的遗产”。此后这一直觉虽少被提及，却在沉默中逐渐成熟。近三周来我对自己作品的回顾反思，想必也对此有所助益。我如今认为与过去某位数学家的最直接关联，正是与埃瓦里斯特 • 伽罗瓦的联系。不论对错，我感到我在生命中十五年里发展出的这一视野——在我离开数学舞台后的十六年间仍在我内心成熟与丰富——也是伽罗瓦若身处我位，定会不由自主发展的视野[78]，若非早逝在一场决斗中残酷中断其壮丽激情[79]。

还有另一原因，必定也促成了我对这一“本质亲缘”的感受——这种亲缘不仅限于“数学气质”，也不仅限于作品的显著特征。在他与我的生命之间，我亦感到一种命运的亲近。当然，伽罗瓦在二十一岁时愚蠢地死去，而我已近六十，仍决意长寿。但这并不妨碍埃瓦里斯特 • 伽罗瓦在其生前，如同半个多世纪后的我，在官方数学世界中始终是个“边缘人”。对伽罗瓦而言，乍看之下，这一边缘性似属“偶然”，仿佛他仅是未及凭借创新观念与工作“崭露头角”。对我而言，在我数学生涯最初三年，这一边缘性源于我（或许刻意的）无知，未察觉需面对的数学家世界的存在；而自十六年前离开数学舞台后，则是自觉选择的结果。这一选择，定然引发了一种“集体无懈可击的意愿”，欲将我的名字及我所服务的视野从数学中抹去。

但超越这些偶然差异，我相信这一“边缘性”有其共同且本质的原因。这原

[77] 参见“伽罗瓦的遗产”（L'héritage de Galois，The Legacy of Galois）（《收获与播种》第一部分，第 7 节）。

[78] 我确信，若有伽罗瓦在，他定会走得远超于我。一则因他那无与伦比的天赋（我并未有幸分享）；二则他或不会如我般，将大部分精力分散于无休止的、逐一细致整理已大致明了事物的任务……

[79] 埃瓦里斯特 • 伽罗瓦（1811-1832）在二十一岁时死于决斗。据我所知，他有数部传记。我年轻时读过物理学家因费尔德（Infeld，Infeld）撰写的一部浪漫化传记，当时深受触动。

因我并未归于历史环境，亦非“气质”或“性格”的特质（他与我的差异无疑如同人与人之间的差异一般大），更不用说“天赋”（伽罗瓦的天才显而易见，而我则相对平庸）。若真有“本质亲缘”，我认为其存在于更谦卑、更基本的层面。

我一生中仅在少数场合感受到如此亲缘。这也使我感到与另一位数学家——我的前辈克洛德·舍瓦利耶（Claude Chevalley，Claude Chevalley）——的“亲近”[80]。我所指的联系，是一种“天真”或“纯真”，我曾有机会谈及。它表现为一种倾向（常不为周围人所喜），即以自己的双眼观察事物，而非透过某些或大或小的人类群体——因某种理由被赋予权威——慷慨提供的专利眼镜。

这种“倾向”或内在态度，并非成熟的特权，而是童年的恩赐。这是诞生时与生命一同获赠的天赋——谦卑却令人敬畏。一种常被深埋的天赋，某些人得以稍稍保留，或或许重新找回……

也可称之为孤独的天赋。

[80] 我在《收获与播种》中多处提及克洛德·舍瓦利耶，尤其在“与克洛德·舍瓦利耶的相遇——或自由与善意”（Rencontre avec Claude Chevalley - ou liberté et bons sentiments，Meeting with Claude Chevalley - or Freedom and Goodwill）（《收获与播种》第一部分，第 11 节）及“告别克洛德·舍瓦利耶”（Un adieu à Claude Chevalley，A Farewell to Claude Chevalley）（《收获与播种》第三部分，注释第 100 号）中。