

De plus, si  $F, F'$  sont des coefficients cristallins en dualité sur  $X$ , Mebkhout prouve que les complexes de  $\mathbb{C}$ -vectoriels "cohomologie cristalline" de  $F$  et  $F'$  sur  $X^{615(**)}$

◇

$$R\Gamma_{cris}(F)_!, R\Gamma_{cris}(F')$$

en tant que complexes d'espaces vectoriels topologiques, sont "en dualité" par un accouplement naturel, en d'autres termes qu'on a un accouplement **qui est une dualité** (d' EVT)

$$H^i_{cris}(X, F)_! \times H^{-i}_{cris}(X, F') \rightarrow \mathbb{C}$$

(pour tout entier  $i$ ). Ce théorème de dualité "coiffe" la dualité ("absolue") connue dans le cas des coefficients discrets (que Mebkhout appelle "dualité de Poincaré-Verdier"), et dans le cas des coefficients cohérents (que Mebkhout appelle "dualité de Serre"), en une dualité que j'appellerais "dualité de Mebkhout", et que celui-ci a appelée "dualité de Poincaré-Serre-Verdier"<sup>616(\*)</sup>.

---

Verdier, en rendant un peu moins apparent le fait que du début à la fin (et à trois pages près dont il a été question en son lieu) l'article de Verdier est copié sur mes exposés de SGA 5. Le plus beau, c'est que la stabilité en question est déjà un corollaire immédiat du formalisme de bidualité (ce qui n'empêche qu'il est mathématiquement loufoque de faire semblant de n'établir la stabilité de la constructibilité par  $R\mathcal{H}om(F, G)$  que lorsque  $G$  est le complexe dualisant). Mais le complaisant Illusie se garde de mentionner ce corollaire dans son exposé, de façon à garder l'apparence que le résultat de stabilité qui paraît dans "La bonne référence" du copain serait bel et bien de son crû.

On peut se demander pourquoi, sous ces conditions, Illusie a quand même gardé le théorème de bidualité - massacrer pour massacrer, il n'en était plus à ça près pourtant ! Mais s'il l'avait vidé, il aurait été obligé du coup de vider aussi la sempiternelle formule de Lefschetz-Verdier (qui en fait un usage essentiel) - c'est-à-dire justement la "tête du cheval de Troie" : la formule dont le rôle soi-disant crucial dans SGA 5 devait justifier l'impudente opération "coup de scie" de son autre copain, faisant éclater l'unité de mon oeuvre sur la cohomologie étale.

Refélicitations à mon ex-élève Illusie, l'astucieux "éditeur"-fossoyeur. . .

<sup>614(\*)</sup> Pour le foncteur tautologique  $N$ , cette compatibilité est elle-même tautologique. Par contre, pour le foncteur de Mebkhout  $M$  (ou ce qui revient au même, pour son quasi-inverse  $m = (G \mapsto DR(G) = R\mathcal{H}om_{\mathcal{O}}(\mathcal{O}_X, G))$ ), c'est là un résultat profond, prouvé par Mebkhout en 1976 (sous le nom de "théorème de dualité locale"), en même temps que le théorème de dualité globale pour les  $\mathcal{D}$ -Modules, dont il va être question à l'instant. Cela n'empêche que "tout le monde" utilise maintenant ce résultat comme allant de soi, et surtout (chose qui va encore plus de soi) sans jamais la moindre allusion à un certain vague inconnu. . .

<sup>615(\*\*)</sup> Je rappelle (cf. "Les cinq photos", n° 171(ix)) que la cohomologie cristalline ("absolue") de  $F$  sur  $X$  se définit comme

$$R\Gamma_{cris}(F) \stackrel{\text{dfn}}{=} R\mathcal{H}om_{\mathcal{O}}(\mathcal{O}_X, F) \simeq R\Gamma(R\mathcal{H}om_{\mathcal{O}}(\mathcal{O}_X, F) = R\Gamma(DR(F)).$$

D'autre part, l'indice ! désigne la cohomologie (cristalline en l'occurrence) à supports propres, i.e.

$$R\Gamma_!(F) \stackrel{\text{dfn}}{=} R\Gamma_!R\mathcal{H}om_{\mathcal{O}}(\mathcal{O}_X, F).$$

<sup>616(\*)</sup> Comme je le dis déjà ailleurs (dans la note "Le compère", n° 63'''), Mebkhout "ne pouvait moins faire" que faire des coups de chapeau à son "bienfaiteur" Verdier (depuis que celui-ci lui avait communiqué la providentielle "bonne référence"), partout où il en avait l'occasion. Pourtant **aucune** des idées essentielles pour l'une ou l'autre dualité (et encore moins, si on peut dire, pour celle qui les coiffe) ne sont dues à Verdier. En fait, à part les théorèmes de dualité de Poincaré et de Serre sous leur forme initiale, lesquels m'ont bien sûr servis de points de départ, toutes les idées essentielles sont contenues dans le formalisme des six variances et de bidualité que j'ai introduit et longuement développé dans les deux contextes, cohérent et discret, dans la solitude. C'est en pensant à cela que j'ai écrit l'an dernier, dans la note "La victime - ou les deux silences" (n° 78') que les "protecteurs" de Mebkhout "avaient bien voulu qu'il porte de ses mains un petit coin du cercueil portant ma dépouille". Il aurait été juste que je rappelle aussi à ce moment, que Zoghman a eu le courage, alors qu'il sentait bien pourtant quel vent soufflait dans le beau monde, de redire clairement dans chacun de ses articles qu'il s'inspirait de mes idées, au lieu de faire comme tout le monde et de piller le défunt tout en le passant sous silence (en écrits), et en affichant des airs de condescendance (en paroles).

Quant au nom "dualité de Serre" qu'on a fini par donner à la théorie de dualité cohérente que j'avais développée pendant des années et dans une solitude totale, il a d'autant plus de sel (et Serre, qui n'en demandait pas tant, l'appréciera mieux encore que personne !), que Serre avait manifesté un total désintérêt pour mes travaux de dualité, me privant ainsi de l'unique interlocuteur que j'aurais pu espérer avoir pour mes cogitations ! Je crois pouvoir dire d'ailleurs que ce désintérêt c'est conservé intact jusqu'à aujourd'hui même, y compris pour la notion de catégorie dérivée (et autres détails inutiles. . .).