Le formalisme de dualité dans le contexte des espaces localement compacts est pour l'essentiel l'adaptation "qui s'imposait" de ce que j'avais fait dans le contexte de la cohomologie étale des schémas (et sans les difficultés inhérentes à cette situation où tout était encore à faire). Il y apporte pourtant une idée nouvelle intéressante, celle de la construction directe du foncteur $f^!$ (sans lissification préalable de f) comme adjoint à droite de $Rf_!$, avec un théorème d'existence à la clef. Ce procédé a été repris par Deligne en cohomologie étale, lui permettant de définir $f^!$ dans ce cadre, sans hypothèse de lissification.

Ces commentaires rendent clair, je pense, qu'en 1967 Verdier avait fait preuve de ses capacités pour un travail mathématique original, ce qui bien sûr ; a été le facteur déterminant pour le crédit qui lui a été fait.

Note 81_2 Comme autre exemple, je signale le développement détaillé du formalisme de dualité dans le contexte des espaces localement compacts, dans l'esprit du formalisme "passe-partout" des six opérations et des catégories dérivées, dont l'exposé de Verdier au Séminaire Bourbaki constituerait un embryon. Même dans le contexte des seules **variétés** topologiques, il n'existe toujours pas, à ma connaissance, de texte de référence satisfaisant pour le formalisme de la dualité de Poincaré.

◇(5 juin) Il y a deux autres directions où je constate avec regret que Verdier n'a pas jugé utile d'aller jusqu'au bout d'un travail qu'il avait amorcé de façon suffisamment forte pour en **recueillir le crédit** (j'entends, par le démarrage d'un formalisme de dualité dans le contexte des coefficients discrets et des espaces topologiques localement compacts), alors que les idées essentielles ne lui sont pas dues et qu'il n'a cure (pas plus que pour les catégories dérivées) de se faire le **serviteur d'une tâche** et mettre à la disposition de l'usager un formalisme complet (comme je me suis efforcé de le faire dans les trois séminaires SGA 4, SGA 5, SGA 7).

Le programme de dualité que je prévoyais et que je lui ai suggéré de développer se plaçait dans le cadre des espaces topologiques généraux (pas nécessairement localement compacts) et des applications entre tels qui sont "séparées" et qui localement sont "lissifiables" (i.e. localement la source se plonge dans un $Y \times \mathbb{R}^n$, où Y est l'espace but). C'était là ce que suggérait à l'évidence l'analogie avec le cadre de la cohomologie étale des schémas **quelconques**. Verdier a su voir, dans le cadre des espaces localement compacts, que l'hypothèse de lissifiabilité locale des applications était inutile (chose qui venait comme une surprise). Cela n'empêche que le contexte des espaces localement compacts (excluant donc des "espaces de paramètres" qui ne seraient localement compacts) est visiblement court aux entournures. Un contexte plus satisfaisant serait celui qui coifferait à la fois celui choisi par Verdier, et celui que je prévoyais, savoir celui où les espaces topologiques (voire topos ?) sont (plus ou moins ?) quelconques, et où les applications $f : X \to Y$ sont soumises à la restriction d'être 1) séparées et 2) "localement compactifiables", i.e. X se plonge localement dans un $Y \times K$, K compact.

Dans ce contexte, les fibres d'une application "admise" seraient des espaces localement compacts quelconques. Un autre pas serait celui où on admettrait que X et Y, au lieu d'être des espaces topologiques, soient des "multiplicités topologiques" (i.e. des topos qui sont "localement comme un espace topologique"), voire même des topos quelconques, en restreignant les applications de façon convenable (à expliciter), de façon à trouver des fibres qui soient des **multiplicités localement compactes**, soumises au besoin à des conditions supplémentaires (proches peut-être du point de vue des G-variétés de Satake), par exemple (et à la dernière rigueur !) d'être localement de la forme (X, G), où X est un espace compact avec groupe d'opérateurs **fini** G. A ma connaissance, même la dualité de ◇Poincaré "ordinaire" n'a pas été développée dans le cas des multiplicités topologiques compactes lisses (lisses : qui sont localement comme une variété topologique). Le cas d'un espace classifiant d'un groupe fini semble montrer qu'on ne peut guère espérer avoir un théorème de dualité (globale absolue) que module torsion, plus précisément, en travaillant avec un anneau de coefficients qui soit