

La formulation même du formalisme commun fait un usage essentiel des catégories dérivées. Mebkhout en fait son outil de travail constant, à l'encontre du vent de la mode et du dédain de ses aînés, à commencer par celui qui (on ne sait trop si c'est de bon gré ou à contrecœur. . .) fait alors figure de "père" desdites catégories, savoir toujours Verdier. Par rapport à l'arsenal que j'avais introduit, l'ingrédient nouveau essentiel de Mebkhout est l'analyse microlocale de Sato et de son école. De façon plus précise, Mebkhout leur emprunte la notion de \mathcal{D} -Module sur une variété analytique complexe lisse (équivalente à la notion de "cristal de modules" que j'avais introduite vers 1965-66, laquelle garde un sens dans des contextes plus larges, et notamment sur des variétés singulières), et surtout la notion de \mathcal{D} -cohérence et la condition délicate d'holonomie sur un \mathcal{D} -Module cohérent. De plus, il fait un usage essentiel d'un théorème de Kashiwara de 1975, selon lequel les faisceaux de cohomologie du complexe d'opérateurs différentiels associés à un \mathcal{D} -Module \diamond holonome sont analytiquement constructibles. C'étaient là un point de vue et des résultats que j'ignorais totalement avant que Mebkhout ne m'en parle il y a deux ans, et Deligne devait les ignorer tout autant en 1969/70, au moment de ses réflexions, restées alors sans suite, vers un formalisme des coefficients de De Rham. C'est **en mettant ensemble les deux courants d'idées** que Mebkhout parvient à une appréhension commune des deux types de coefficients sur une variété analytique complexe lisse X , en termes de complexes d'opérateurs différentiels, ou (mieux et plus précisément, dans le langage plus souple des \mathcal{D} -Modules) en termes de complexes de \mathcal{D} -Modules à cohomologie cohérente⁶⁰²(*). C'est là sa grande contribution à la mathématique contemporaine.

De façon plus précise, si X est un espace analytique complexe lisse, désignons par $\underline{Cris}^*_{coh}(X)$ la sous-catégorie pleine de la catégorie dérivée $D^*(X, \mathcal{D}_X)$ formée des complexes de \mathcal{D}_X -Modules à cohomologie \mathcal{D}_X -cohérente, par $\underline{Cons}^*(X, \mathbb{C})$ la sous-catégorie pleine de la catégorie dérivée $D^*(X, \mathbb{C}_X)$ formée des complexes de faisceaux \mathbb{C} -vectoriels sur X à cohomologie analytiquement constructible, et enfin par $\underline{Coh}^*(X) = D^*_{coh}(X, \underline{O}_X)$ la sous-catégorie pleine de la catégorie dérivée $D^*(X, \underline{O}_X)$, formée des complexes de \underline{O}_X -Modules à cohomologie cohérente. Mebkhout met en évidence des fonctions fondamentaux

$$\begin{array}{ccc} \underline{Cons}^*_{coh}(X, \mathbb{C}) & & \underline{Coh}^*(X) \\ & \searrow M \quad \swarrow N & \\ & \underline{Cris}^*(X) & \end{array} \quad (Meb)$$

où le foncteur de droite N est le foncteur "tautologique", dérivé total du foncteur extension des scalaires par l'inclusion évidente $\underline{O}_X \rightarrow \mathcal{D}_X$. Le foncteur de gauche M , ou "**foncteur de Mebkhout**", est de nature beaucoup plus profonde⁶⁰³(**). Il est **pleinement fidèle**, et son image essentielle est la sous-catégorie pleine de \underline{Cris}^*_{coh} formée des complexes de \mathcal{D}_X -Modules à faisceaux de cohomologie non seulement cohérente, mais de plus "holonomes" et "réguliers". Ce sont là des conditions locales subtiles, la première introduite par l'école de Sato, la seconde définie ad-hoc \diamond par Mebkhout⁶⁰⁴(*), en s'inspirant surtout (me dit-il) de mon théorème de comparaison entre cohomologie de De Rham algébrique et cohomologie de De Rham analytique

pour les idées et techniques que je développais dans le cadre de la cohomologie discrète étale. Il me semble peu croyable que je n'aie pas mentionné au cours du séminaire oral, le problème d'une synthèse des deux types de coefficients, ne serait-ce que dans l'exposé final sur les problèmes ouverts, lui aussi disparu corps et bien de l'édition-massacre. Inutile de dire qu'aucune allusion à un tel problème ne se trouve dans cette édition, soigneusement expurgée de tout ce qui ne cadrerait pas avec l'étiquette de rigueur : "volume de digressions techniques". . .

(19 mai) Voir aussi à ce sujet la sous-note "Les pages mortes" (n° 171(xii)).

⁶⁰²(*) Pour des précisions au sujet du langage des \mathcal{D} -Modules, sa relation à celui des complexes d'opérateurs différentiels et celui des cristaux, voir la sous-note "Cinq photos (\mathcal{D} -Modules et cristaux)", n° 171 (ix), partie (a).

⁶⁰³(**) Pour une description "explicite" d'un foncteur étroitement apparenté M_∞ , dans le contexte des \mathcal{D}^∞ -Modules, voir la sous-note déjà citée n° 171 (ix), partie (b) ; "La formule du bon Dieu".

⁶⁰⁴(*) Le nom "régulier" est repris, bien entendu, de la terminologie classique pour les "points critiques réguliers" des équations différentielles de fonctions d'une variable complexe. Si $i : U \hookrightarrow X$ est l'inclusion du complémentaire $U = X - Y$ d'un