

qui est une Algèbre cristalline tout ce qu'il y a de remarquable sur X . On suppose ici (pour la nullité des Ext^i cristallins) que X est affine (resp. Stein).

Finalement, ce qui m'avait semblé hier encore "quasiment trop beau pour être vrai", alors que je voyais encore les choses à travers la photo de Deligne, prend soudain des allures tout ce qu'il y a de raisonnables - une fois que les choses sont écrites sans s'encombrer de conditions d'holonomie (et encore moins, de régularité). Si Dieu me prête vie, et si personne d'autre ne fait le travail à ma place avant, j'espère bien tirer la chose au clair (ainsi que la validité de (21) et (18)) avant la fin de l'année, avec la partie du tome 3 des Réflexions qui sera consacrée aux coefficients de De Rham.

Comme je l'ai dit, c'est la photo cinq, celle qui "colle" au plus près à l'intuition topologique s'associant aux coefficients discrets, qui a ma préférence. C'est la mort dans l'âme que j'apprendrais que les formules (22) sont fausses (alors que je serais moins ennuyé s'il en était ainsi des formules (18), lesquelles, pourtant, ont l'air techniquement moins vissées). Cela montrerait qu'il faudrait revenir au pro-point de vue (de la photo de Deligne retouchée) - une perspective pas tellement gaie ! De toutes façons, il n'y a aucun doute pour moi qu'à des ajustements techniques près, on tient bel et bien là une excellente photo, valable notamment en géométrie algébrique (et même sur autre chose que des corps de caractéristique nulle), et sans aucune hypothèse de lissité.

Quant à la photo quatre, dont la fidélité est subordonnée à la validité de (18), je confesse à nouveau que je "ne la vois pas bien" encore en dehors du cas lisse (et même dans le cas lisse), et ne suis pas sûr que pour X pas lisse, l'interprétation cristalline que j'ai proposée marche bel et bien telle quelle. Il me semble pourtant que mes perplexités endémiques de variance, concernant le point de vue de Mebkhout des \mathcal{D} -Modules (et surtout, mon interprétation cristalline de ce point de vue), sont sur le point de se résoudre, par l'introduction d'une notion duale à celle de cristal, que j'appelle **co-cristal**. C'est pas plus tard que hier que ce sentiment diffus de malaise qu'il y avait (pour la "variance" des \mathcal{D} -Modules par immersions fermées) a fini enfin par accoucher d'une "bonne notion" (à ce qui me semble, sans avoir encore vraiment rien écrit). Ça a l'air de coller du côté "ind", aussi bien que la notion de cristal (qui m'est familière) du côté "pro". Sur une variété lisse, les deux catégories (cristaux et co-cristaux) sont canoniquement équivalentes (et c'est pourquoi j'avais forcément tendance à les confondre - c'est excusable...), mais il n'en est plus de même pour X quelconque. La situation est toute analogue à ce qui se passe avec l'anneau de cohomologie $H^*(X)$ et le groupe de cohomologie $H_*(X)$, ou l'anneau de Chow $Ch^*(X)$ et le groupe de Chow $Ch_*(X)$, ou l'anneau de Grothendieck (je m'excuse de l'impair...) $K^*(X)$ et le groupe de Grothendieck $K_*(X)$ (re-excuses). Là aussi pendant longtemps on a confondu les deux types d'objets quand X est une variété (topologique, ou algébrique etc - suivant les cas) lisse. Ça "s'explique" après coup, du fait que le deuxième terme est muni en tous cas d'une structure de module sur le premier (le "cap"-produit - dans les deux derniers cas celui-ci a été introduit par un ancêtre que je n'oserais nommer ici...), et que dans le cas lisse, on trouve que ce Module est libre de rang 1 et muni d'une base canonique, ce qui l'a fait confondre malencontreusement avec l'anneau (bien plus beau, c'est entendu). Eh bien c'est pareil pour les catégories $\underline{Cris}^*(X)$ des cristaux de Modules sur X , munie d'une structure "d'anneau" par le produit tensoriel, et celle $\underline{Cris}_*(X)$ des co-cristaux de modules, sur laquelle la précédente "opère" par un cap-produit, parfaitement !

Mais il est temps d'arrêter cette longue digression mathématique, entièrement déplacée (je le reconnais) dans l'ordonnancement d'une belle Cérémonie Funèbre. Le lecteur intéressé à connaître la suite (touffue, il va de soi) en sera réduit à acheter le volume 3 des Réflexions(s'il ne plaint ses deniers), où un défunt impénitent compte poursuivre ses confuses "digressions techniques"⁷⁰⁹(*).

⁷⁰⁹(*) Cette fois, est-il besoin de le dire, en tant que "collaborateur" d'un autre de mes élèves, promu depuis belle lurette "père" des