

l'a frappée, font partie pour moi des grandes disgrâces du monde mathématique des années 70 et 80.

Ici, il ne s'agit pas d'un "chantier délabré" auquel il s'agirait de redonner vie, mais d'une maison entièrement achevée et installée, que ceux qui y ont vécu et qui étaient appelés pour en faire un lieu de travail et de vie, ont choisi de quitter, en débinant l'ouvrier qui l'avait construite. La maison est spacieuse et saine et tout est à sa place, comme le jour où l'ouvrier est parti vaquer à d'autres tâches. Si elle a besoin de quelque chose, ce n'est pas du travail de ses mains, ni de celles de quiconque. Peut-être que l'acte de respect de l'ouvrier lui-même, pour ces choses que ces mains ont faites avec amour et qu'il sait belles, fera-t-il se dissiper ces effluves de violence et de mépris, et rendra-t-il accueillant à nouveau ce qui était fait pour accueillir.

Chantier 2 : Langage cohomologique. Il s'agit avant tout du langage des catégories dérivées, et d'autre part des points de vue que j'avais introduits pour la cohomologie non commutative, l'un et l'autre dans la deuxième moitié des années cinquante.

Le premier courant était censé faire l'objet de la fameuse "thèse" de Verdier, et l'enterrement par Verdier lui-même de sa thèse⁹⁸⁵(*) a été en même temps celui du point de vue des catégories dérivées en algèbre homologique. Celui-ci avait joué un rôle crucial dans la floraison des années soixante sur le thème cohomologique en géométrie algébrique, pour le formalisme de dualité notamment, et le développement de formules de points fixes (type Lefschetz-Verdier). Les besoins pratiques avaient fait apparaître l'insuffisance du cadre des catégories triangulées développé par Verdier au début des années soixante, cadre qui n'a toujours pas été renouvelé comme il le devrait.

Du côté courant "non commutatif", on dispose d'un bon travail de fondements avec la thèse de Giraud, mais celle-ci se limite à un formalisme des 1-champs, se prêtant à une expression géométrique directe d'objets de cohomologie jusqu'en dimension 2 seulement. La question de développer un formalisme cohomologique non commutatif en termes de n -champs et de n -gerbes, suggéré impérieusement par de nombreux exemples, se heurtait à des difficultés conceptuelles sérieuses. Vue la désaffection ou, pour mieux dire, le mépris général, dans lequel sont tombées les questions de fondements dans un certain beau monde, ces difficultés n'ont jamais été abordées avant que je m'y coltine il y a un peu plus de deux ans⁹⁸⁶(**).

Je vois à présent les deux courants se rejoindre dans une discipline nouvelle, que j'ai proposé ailleurs⁹⁸⁷(*) d'appeler du nom **d'algèbre topologique**, synthèse de l'algèbre homologique traditionnelle (style catégories dérivées, certes), de l'algèbre homotopique, du formalisme (encore dans les limbes) des n -catégories, n -groupoïdes et champs et gerbes idoines, et enfin de la vision des topos, qui fournit à présent le cadre de nature "purement algébrique" le plus vaste connu, pour y mettre en oeuvre l'intuition topologique. Les idées de départ pour une telle synthèse étaient réunies dès les années soixante, y compris celle de **dérivateur**, appelée à se substituer à la notion insuffisante de catégorie triangulée, et s'appliquant également à des contextes "non additifs". Certains développements importants en algèbre homotopique, telles les notions de limites et colimites homotopiques développées par Bousfield et Kan aux débuts des années soixante-dix sans qu'ils aient connaissance de mes idées (traitées en bombinages grothendieckiens par mes chers élèves), se situent dans le

⁹⁸⁵(*) Voir à ce sujet la note "Thèse à crédit et assurance tous risques" (n°81), et "Gloire à gogo - ou l'ambiguïté" (n° 170(ii)).

⁹⁸⁶(**) Il s'agit de la réflexion dans ma lettre à Daniel Quillen de février 1983, où je découvre comment "sauter à pieds joints" au dessus du "purgatoire" béant des relations de compatibilité de plus en plus vissées, qui semblent s'introduire dans la description en forme des n -catégories (pas strictes, ou n -champs comme je les appelle maintenant), pour n croissant. Le cas $n = 2$ n'est déjà pas une sinécure, et personne, je crois, n'a trouvé encore le courage de les expliciter toutes pour $n = 3$. Cette lettre est devenue (comme je le rappelle plus bas) le "coup d'envoi" pour le long voyage "A la Poursuite des Champs", commence des le mois suivant sur la lancée de la réflexion amorcée.

Cette lettre n'a pas été jugée digne d'être lue par le destinataire, ni de recevoir une réponse. J'ai fini par recevoir un commentaire de l'intéressé plus d'un an plus tard, sur lequel je m'exprime dans la section "Le poids d'un passé" (n°50). (Cf. p. 136, deuxième alinéa.)

⁹⁸⁷(*) Voir la sous-note n° 136₁ à la note "Yin le Serviteur - ou la générosité" (notamment p. 638).