

dont j'ignore si elle a été explicitée depuis dans la littérature<sup>20(\*\*)</sup>. Notons que celle-ci admet également une variante "motivique", qui revient essentiellement à affirmer que les "classes caractéristiques" (dans l'anneau de Chow d'un schéma régulier  $Y$ ) associées à des faisceaux  $\chi$ -adiques constructibles pour des nombres premiers  $\chi$  différents (premiers aux caractéristiques résiduelles), lorsque ces faisceaux proviennent d'un même "motif" (par exemple sont des  $R^i f_!(\mathbb{Z}_\chi)$  pour un  $f : X \rightarrow Y$  donné) sont toutes égales.

**Note 46<sub>2</sub>** On peut considérer ce formalisme comme une sorte de quintessence d'un formalisme de "**dualité globale**" en cohomologie ; sous sa forme la plus "efficace", débarrassé de toutes hypothèses superflues (de lissité notamment pour les "espaces" et applications envisagés, ou de propreté pour les morphismes) Il y a lieu de le compléter par un formalisme de **dualité locale**, dans lequel on distingue parmi les "coefficients" admis les objets ou "complexes"  $\diamond$  dits "**dualisants**" (notion stable par l'opération  $Lf^!$ ), i.e. ceux donnant lieu à un "**théorème de bidualité**" (en termes de l'opération  $R\text{Hom}$ ) pour des coefficients satisfaisant des conditions de finitude convenables (sur les degrés, et de cohérence ou de "constructibilité" sur les objets de cohomologie locale). Quand je parle du "formalisme des six variances" ; je sous-entends par la suite ce formalisme complet de dualité, tant dans ses aspects "locaux" que "globaux".

Un premier pas vers une compréhension approfondie de la dualité en cohomologie a été la découverte progressive du formalisme des six variances dans un premier cas important, celui des schémas noethériens et des complexes de modules à cohomologie cohérente. Un deuxième a été la découverte (dans le contexte de la cohomologie étale des schémas) que ce formalisme s'appliquait également pour des coefficients discrets. Ces deux cas extrêmes étaient suffisants pour fonder la conviction de l'**ubiquité** de ce formalisme dans toutes les situations géométriques donnant lieu à une "dualité" du type Poincaré - conviction qui a été confirmée par les travaux (entre autres) de Verdier, Ramis et Ruget. Elle ne manquera pas de se confirmer pour les autres types de coefficients, quand le **blocage** qui pendant quinze ans s'est exercé à l'encontre du développement et d'une utilisation de grande envergure de ce formalisme se sera effrité.

Cette ubiquité me paraît un **fait** d'une portée considérable. Il rendait impératif ce sentiment d'une unité profonde entre dualité de Poincaré et dualité de Serre ; qui a été finalement établie avec la généralité requise par Mebkhout. Cette ubiquité fait du "formalisme des six variances" une des structures fondamentales en algèbre homologique pour une compréhension des phénomènes de dualité cohomologique "tous azimuths"<sup>21(\*)</sup>. Le fait que cette espèce de structure assez sophistiquée n'ait pas été explicitée par le passé (pas plus d'ailleurs que la "bonne" notion de "catégorie triangulée", dont la version Verdier est une forme encore très provisoire et insuffisante) n'y change rien ; ni celui que les topologues, et même les géomètres algébristes qui font mine de s'intéresser à la cohomologie, continuent à qui mieux mieux à ignorer l'existence même du formalisme de dualité, tout comme le langage des catégories dérivées qui le fonde.

**Note 46<sub>3</sub>** Le point de vue des  $\mathcal{D}$ -Modules et des complexes d'opérateurs différentiels a été introduit par Sato et développé d'abord par lui et son école, dans une optique  $\diamond$  (il m'a semblé comprendre) assez différente de celle suivie par Mebkhout, plus proche de mon approche.

Les diverses notions de "**constructibilité**" pour des coefficients "discrets" (dans les contextes analytique-complexe, analytique-réel, linéaire par morceaux) ont été dégagés pour la première fois par moi, il me semble, vers la fin des années cinquante (et je les ai reprises quelques années plus tard dans le contexte de la cohomologie étale). J'avais posé la question alors de la stabilité de cette notion par images directes supérieures pour

<sup>20(\*\*)</sup> (6 juin) Je l'ai retrouvée (sous une forme voisine, et sous le nom flatteur de "conjecture de Deligne-Grothendieck") dans un article de Mac-Pherson paru en 1974. Voir pour des détails la note n° 87<sub>1</sub>.

<sup>21(\*)</sup> Le lecteur intéressé trouvera une esquisse de ce formalisme en Appendice au présent volume.