

formalisme d'une théorie de Galois-Poincaré des foncteurs fibres) de renforcer la définition de Saavedra d'une catégorie dite "tannakienne". Le travail dans l'article de Deligne-Milne s'est bien borné à faire cet ajustement, évident une fois l'erreur repérée. Cela soulevait d'ailleurs la question, fort intéressante, d'une caractérisation interne maniable des  $\otimes$ -catégories qui sont des "vraies" catégories tannakiennes (qu'on pourrait appeler, plus suggestivement,  **$\otimes$ -catégories de Galois-Poincaré**, puisque c'est pour elles qu'on peut développer une théorie d'un groupoïde de Galois-Poincaré<sup>334(\*\*)</sup>). Cette question n'a pas été abordée dans l'article en question, et n'a d'ailleurs pas reçu encore de solution satisfaisante. Visiblement, il ne s'agissait pas de poser ou de résoudre des questions mathématiques intéressantes, mais bien de fournir une référence de substitution pour l'article de Saavedra. (Voir à ce sujet la fin de la note "La table rase" (n° 67). )<sup>335(\*\*\*)</sup>

3. A plusieurs reprises dans l'Enterrement I, j'ai souligné le fait que la théorie de Hodge-Deligne, développée par Deligne à la fin des années soixante, n'était qu'un premier pas vers une théorie des "coefficients de Hodge-Deligne" sur un schéma de type fini sur  $C$ , et vers un "formalisme des six opérations" pour de tels coefficients. J'étais (et je reste) convaincu que, si ce n'était par un propos délibéré chez Deligne à l'encontre de certaines des idées-force introduites par moi (telle celle du formalisme des six opérations), la théorie de Hodge-Deligne serait arrivée aujourd'hui "à pleine maturité". Deligne a souligné que déjà la seule définition d'une catégorie de coefficients de Hodge-Deligne sur un schéma de type fini sur  $C$ , se heurtait à des difficultés sérieuses, qu'il n'aurait pas su surmonter. (Il n'en aurait été que plus impérieux de **formuler** clairement cette question dès les débuts de la théorie, ainsi que celle, étroitement solidaire, du formalisme des six opérations pour de tels coefficients, chose que Deligne s'est toujours gardé de faire.) Selon lui, le point de vue de Mebkhout et des faisceaux de Mebkhout<sup>336(\*)</sup> devraient fournir un moyen d'approche vers la bonne définition. (Et s'il n'y avait pas eu ce propos délibéré, Deligne n'aurait certes pas attendu Mebkhout pour développer la philosophie que celui-ci a développée (à contre-courant de ses aînés), et pour l'utiliser pour un travail visiblement fondamental qui depuis quinze ans reste sur le carreau et n'est toujours pas seulement signalé dans la littérature, sauf par mes soins dans Récoltes et Semailles !)

4. Je croyais, à tort, me rappeler que j'avais introduit la "filtration par les poids" d'un motif, se reflétant (pour tout  $\ell$ ) en la filtration correspondante sur la réalisation  $\ell$ -adique de ce motif (filtration définie en termes de valeurs absolues de valeurs propres de Frobenius). En fait, Deligne m'a rappelé que je n'avais travaillé qu'avec les notions de poids "virtuelles" (ce qui revenait à travailler avec des motifs virtuels, éléments d'un "groupe de Grothendieck" convenable...). C'est Deligne qui a découvert ce fait important, que la notion virtuelle avec laquelle je travaillais devrait correspondre à une **filtration** canonique, par "poids croissants"<sup>337(\*\*)</sup>.

<sup>334</sup>(\*\*) L'appellation "groupoïde" (de Galois-Poincaré) a l'avantage de suggérer l'étroite parenté avec la notion de groupoïde fondamental d'un espace topologique ou d'un topos. Techniquement parlant pourtant, l'appellation de "gerbe" (de Galois-Poincaré) serait plus adéquate. Il s'agit de la gerbe des "foncteurs fibres" définis, non seulement sur le corps de base  $k$  de la  $\otimes$ -catégorie envisagée, mais sur des objets quelconques du site  $\text{fpqc}$  des schémas sur  $k$  (avec une attention particulière portée aux objets de ce site qui sont de la forme  $\text{Spec}(k')$ , où  $k'$  est une extension de  $k$ , voire même une extension **finie** de  $k$ ).

<sup>335</sup>(\*\*\*) (12 mai) Ayant pris connaissance dernièrement du livre cité de Saavedra, il apparaît à présent que celui-ci, et le nom même ("catégorie tannakienne") de cette notion que j'avais introduite vers 1964 et qui donne son nom au livre, est une **mystification**. Je la démonte de façon circonstanciée dans la suite de notes "Le sixième clou (au cercueil)" (n°s 176<sub>1</sub> à 176<sub>7</sub>).

<sup>336</sup>(\*) Ce sont les faisceaux que Deligne avait introduits sous le nom de "faisceaux pervers". (Voir à ce sujet les deux notes "L'Iniquité - ou le sens d'un retour" et "La Perversité", n°s 75, 76.) Il n'a pas été contrariant et a bien voulu, dans nos conversations, les appeler "faisceaux de Mebkhout".

<sup>337</sup>(\*\*) La raison heuristique qui avait convaincu Deligne de l'existence d'une telle filtration (nécessairement unique) d'un motif, c'est qu'il existe des extensions non triviales de variétés abéliennes par des tores (dont le  $H^1$  motivique fournit donc une extension non triviale d'un motif de poids 2 par un motif de poids 1), mais non l'inverse. Cela peut sembler mince - pourtant j'ai été moi-même convaincu plus ou moins sur le champ - c'était trop séduisant pour être faux ! Une raison plus sérieuse, au niveau des représentations  $\ell$ -adiques provenant de motifs sur un corps  $K$  de type fini, serait de prouver que toute extension d'un module