

Cette découverte (toute aussi "conjecturale" que la "théorie conjecturale des motifs") a fourni aussitôt la clef d'une définition en forme des **structures de Hodge-Deligne** (dites aussi "structure de Hodge mixtes") sur le corps des complexes, comme transcription "à la Hodge" des structures "déjà connues" sur le motif et sur sa réalisation de Hodge

◇ Techniquement parlant, l'influence de mes idées dans la définition des structures de Hodge-Deligne est double. D'une part, via la notion de poids d'un motif, convenablement précisée par Deligne en une structure de "**filtration** par les poids". D'autre part, depuis les années cinquante, j'avais mis l'accent sur l'importance de la **cohomologie de De Rham** algébrique d'une variété algébrique lisse X , pas nécessairement propre, comme un invariant plus riche que la cohomologie de Hodge naïve (somme directe des $H^q(X, \underline{\Omega}^p)$), qui est reliée à la première par la suite spectrale bien connue, associée à une filtration canonique (**la filtration de De Rham**) de la cohomologie de De Rham. J'ai été le premier à définir la cohomologie de De Rham algébrique (à un moment où personne n'aurait eu idée de regarder l'hypercohomologie globale d'un complexe d'opérateur différentiels, tel le complexe de De Rham), et à insister sur sa structure graduée **filtrée**, en opposition avec la structure bigraduée de la cohomologie de Hodge, qui depuis Hodge était sur le devant de la scène. Dans le cas X propre (donc celui où on dispose de la théorie de Hodge, impliquant que la suite spectrale précédente dégénère en car. nulle), et sur le corps de base C , on récupère la structure bigraduée sur la cohomologie de De Rham, à partir de sa structure filtrée, en prenant "l'intersection" de cette filtration et de la filtration complexe conjuguée (grâce à la "structure réelle" de la cohomologie de De Rham, isomorphe à la cohomologie de Betti $H^*(X, C)$). J'ai prouvé par la suite (alors que personne sauf moi ne croyait encore à la cohomologie de De Rham dans le cas non propre), que pour un schéma X lisse sur le corps des complexes, la cohomologie de De Rham (qui a un sens "purement algébrique") est canoniquement isomorphe à la cohomologie de Betti complexe (définie par voie transcendante).

Ceci dit, une fois postulée l'existence d'une notion de motif (pas nécessairement semi-simple) sur C et d'une cohomologie motivique d'un C -schéma X (pas nécessairement propre, certes), et d'une notion de "réalisation de Hodge" (convenable et à trouver) d'un motif sur C , qui (selon mes idées) devait associer à la cohomologie motivique de X lisse une "structure de Hodge généralisée" (à définir), ayant comme ensemble de base la cohomologie de De Rham $H_{RD}(X)$, les premières structures qu'on lit sur cette dernière, savoir la filtration de De Rham (introduite par moi dès les années cinquante) et la filtration par les poids (introduite par Deligne à partir de mes idées sur les poids virtuels, précisant les idées de Serre, elles-mêmes issues des conjectures de Weil), on tombe très exactement sur la notion de "structure de Hodge mixte" introduite par Deligne.

◇ Bien entendu, cette filiation d'idées (164₁) était parfaitement connue de Deligne. Il aurait été conforme à l'éthique du métier (que je n'ai pas su lui transmettre) qu'il l'indique clairement dans son travail où il introduit les structures de Hodge mixtes³³⁸(*). Il a préféré la passer sous silence dans ce travail, qui est aussi **sa thèse**, comme il a jugé bon, en cette occasion particulière, de passer sous silence aussi le nom de celui qui avait été son maître.

5. Dans la bibliographie commentée sur les motifs (jointe à sa lettre du 25 août dernier), Deligne précise que "une des raisons pour laquelle on [!] a hésité à construire dessus [sur les quelques "textes classiques"³³⁹(**)]

galoisien de poids i par un autre de poids j est triviale si $i < j$. Je ne me rappelle plus si Deligne ou moi avons su démontrer cet énoncé, qui prouverait l'existence d'une filtration canonique "par poids croissants" pour le module galoisien ℓ -adique associé à un motif (objet déjà assez proche du motif lui-même...).

³³⁸(*) Il s'agit de l'article "Théorie de Hodge II" (Pub. Math. IHES 40 (1971) pp. 5-58). Par contre, Serre et moi sommes mentionnés dans une même ligne, dans l'annonce "Hodge I" au Congrès de Nice (en 1970), comme je le signale dans la note "La victime" (n° 78', à la page 308). Voir, pour des commentaires à ce sujet, les sous-notes n° 78'₁, 78'₂ à cette dernière.

³³⁹(**) Il s'agit des quelques textes sporadiques ("classiques") sur les motifs, par Kleiman, Manin, Demazure, publiés jusqu'en