

Je n'ai aucun doute que cette  $\diamond$  construction ne soit correcte. Le travail qui reste à faire, sans doute nettement plus délicat, consiste à "épingler" cette catégorie en termes du corps fini donné  $k$ , et surtout, à définir le foncteur "cohomologie motivique", ne serait-ce d'abord que sur la catégorie des schémas abéliens sur  $k$  (ce qui devrait suffire à "épingler" la catégorie cherchée...). Ce deuxième problème me paraît de nature moins technique, plus directement "géométrique", que celui du foncteur mystérieux. De plus, il m'apparaît comme la clef d'une solution des conjectures standard<sup>983(\*)</sup> et par là aussi, des questions d'intégralité si irritantes qui se posent dans la théorie cohomologique en caractéristique  $p > 0$ . Autant de raisons qui font que cette question exerce sur moi un attrait puissant ! Cela fait la troisième soirée où je me remets aux notes avec l'idée de passer en revue rapidement les thèmes qui me semblent les plus brûlants, parmi ceux laissés pour compte par mes élèves et par tous, lors de mon départ de la scène mathématique, il y a quinze ans<sup>984(\*\*)</sup>. Cette fois je vais enfin y arriver !

\*            \*

\*

$\diamond$  **Chantier 1 : Topos.** Je les mentionne ici surtout pour mémoire, m'étant exprimé de façon assez circonstanciée à leur sujet dans la note "Mes orphelins" (n° 46). Vue le dédain avec lequel certains de mes ex-élèves, Deligne en tête, se sont plus à traiter cette notion unificatrice cruciale, celle-ci s'est vue condamnée depuis mon départ à une existence marginale. Comme je le rappelle dans la note citée, les topos et multiplicités en tous genres se rencontrent pourtant à tous les pas en géométrie - mais on peut bien sûr fort bien se passer de les voir, comme on s'est passé pendant des millénaires de voir des groupes de symétries, des ensembles, ou le nombre zéro.

Un langage souple et délicat concernant les topos, "collant" intimement à l'intuition topologique, a été développé avec grand soin dans les deux premiers volumes de SGA 4 (la fameuse "gangué de non-sense" dont parle Deligne dans l'introduction au premier exposé du brillant volume nommé "SGA 4  $\frac{1}{2}$ "). C'est là l'aboutissement naturel du langage et des intuitions autour de la notion de "faisceau" introduite par Leray ; cette deuxième étape (ou ce "deuxième souffle") dans le développement de l'intuition et de l'outil "faisceautique", me semble d'une portée comparable à la première (trouvant son expression provisoire dans le livre bien connu de Godement). Dès à présent, c'est cette vision qui a rendu possible l'apparition des outils cohomologiques  $\ell$ -adiques et cristallin, avant qu'elle ne soit enterrée sine die par ceux-là mêmes qui ont fait mine de s'approprier ces outils.

Les développements de SGA 4 au sujet des topos ne prétendent pas être complets et définitifs, mais je pense qu'ils sont plus que suffisants pour la plupart des utilisations géométriques immédiates de la vision topologique. Tout comme la topologie générale ou la théorie des faisceaux ordinaire, la "topologie générale topologique" ne me semble poser par elle-même de question vraiment profonde. C'est un langage soigneusement mis au point, au service d'un certain élargissement de l'intuition topologique et géométrique des formes, lequel nous est dicté par les choses elles-mêmes. Le discrédit dans lequel cette vision a été maintenue, et la **dérision** qui

---

foncteur me paraît actuellement comme la question cruciale entre toutes, pour l'édification en forme (et non plus hypothétique comme dans les années soixante) d'une théorie des motifs.

<sup>983</sup>(\*) Le terme "conjecture standard" n'est pas à prendre ici au sens littéral, pas plus que "conjecture de Tate" dans la note de b. de p. précédente. Plutôt, dans l'énoncé de ces conjectures, il y aurait lieu d'élargir la classe de cycles envisagés (initialement réduits aux seuls cycles algébriques). Dans l'expression "définitive" des conjectures standard "réajustées" (et alors même qu'elles seraient valables telles quelles), les classes de cohomologie "algébriques" seront encore remplacées par des classes "motiviques". Je reviendrai sur les conjectures standard de façon plus circonstanciée, dans "Les motifs mes amours" (dans le volume 3 des Réflexions).

<sup>984</sup>(\*\*) Pour un premier "tour" très sommaire de ces thèmes, voir la note de l'an dernier "Mes orphelins" (n° 45).