correspondantes en car. $p > 0$, ou plutôt sans doute, dans le contexte rigide-analytique de caractéristique nulle. Mieux vaut tard que jamais... [642](*).

Je n'ai pas poursuivi moi-même cette question dans les années soixante, ayant suffisamment d'autres taches et pensant qu'avec Berthelot et Deligne sur les rangs, elle était en de bonnes mains (comme quoi on peut se tromper...). Le travail de Deligne en 1969/70 fournissait pourtant en principe une réponse en caractéristique nulle, qui m'aurait sans doute satisfait, si Deligne avait mené ce travail à terme.

Mais dans mon esprit, une telle théorie conjecturale des coefficients de De Rham, même si elle devait mettre en relation cohomologie "discrète" (sous forme d'une cohomologie cristalline) et cohomologie "cohérente", ne "coiffait" pas pour autant la théorie de dualité cohérente. Ainsi, je ne voyais pas qu'un faisceau cohérent zariskien définissait un "cristal enveloppant"[643](**) (NB dans le langage des $\mathscr{D}$-Modules, c'est l'extension de l' Anneau des scalaires $\underline{O}_X \to \mathscr{D}_X$, pour X lisse tout au moins...) - et même si je l'avais vu, le cristal obtenu (déjà pour $F = \underline{O}_X$, qui donne le cristal $\mathscr{D}_X$) n'est **pas** du type de De Rham. Pourtant, je me demandais si sur un espace analytique complexe X, la dualité cohérente (par exemple sous la forme de Serre, si X est lisse et pour des coefficients localement libres) ne pouvait pas être obtenue comme "cas particulier" de la dualité discrète, développée par Verdier sur le modèle de la théorie étale. Tel quel, ça avait l'air un peu loufoque et soulevait immédiatement une foule de questions : comment expliquer "en termes discrets" le rôle du module dualisant (formes différentielles de degré maximal) $\underline{\omega}_X$, et comment tenir compte des pathologies évétesques, qui n'avaient pas d'analogue dans la dualité "discrète" ?

C'est Mebkhout qui a été le premier (et le seul jusqu'à aujourd'hui à part moi, semble-t-il) à comprendre qu'il y a bel et bien un lien profond entre les deux dualités, mais que celui-ci ne s'exprime **pas** en disant que l'une "coiffe" l'autre, mais en trouvant une troisième théorie de dualité[644](*) celle des $\mathscr{D}_X$-Modules (ou "cristaux" sur X), qui "coiffe" l'une et l'autre, et en se limitant, de plus, du côté "discret", aux complexes de $\mathbb{C}$-vectoriels qui sont à faisceaux de cohomologie **analytiquement constructibles**. Il n'y a aucun doute pour moi que c'est là "la réponse correcte" à cette "question vague" (et un peu à côté de la plaque...) que je n'avais jamais eu pourtant l'occasion de poser à mon élève posthume...

(15 mai) L'écriture de "L' Apothéose" est devenue en même temps une occasion imprévue pour me familiariser tant soit peu avec l'oeuvre de Mebkhout, et avec le yoga des $\mathscr{D}$-Modules qu'il a introduit dans l'étude cohomologique des variétés. Chemin faisant, cela a fait remonter aussi des souvenirs qui avaient sombré. Je me suis aperçu notamment que dès la fin des années cinquante, ou aux débuts des années soixante, j'avais été plus près de la "philosophie de Mebkhout", que je ne m'en rendais compte il y a dix jours seulement, en écrivant le début de la présente note ("Les questions saugrenues"). Dans le cadre des schémas propres et lisses sur une base arbitraire, j'avais en mains un énoncé de dualité (en termes d'un complexe d'opérateurs différentiels relatifs et du complexe "adjoint"), "coiffant" la dualité cohérente et la dualité pour la cohomologie de De Rham. Techniquement parlant, c'était à peu de choses près l'équivalent de la version algébrique du

[642](*) (26 mai) Depuis que ces lignes ont été écrites, et comme fruit inattendu de mes efforts pour faire un récit de l'Apothéose qui soit digne de passer à la postérité, j'ai été amené à dégager (sans quasiment faire exprès) ce qui me semble être à présent **la** bonne définition des coefficients de De Rham, tout au moins pour un schéma de type fini sur $Spec\,\mathbb{Z}$, (qui m'apparaît comme le cas le plus crucial de tous). Bien entendu, l'ingrédient nouveau essentiel, par rapport à mes idées de 1966, est la philosophie du vague inconnu, que je m'abstiendrai (comme tout le monde) de nommer ici.

L'approche que je prévois pour les schémas de type fini sur $Spec(\mathbb{Z})$, doit donner également les bons coefficients de De Rham (style Mebkhout ou Deligne, au choix) pour les schémas de type fini sur un corps quelconque (de caractéristique nulle, ou non). Je compte esquisser cette approche dans la partie "Coefficients de De Rham" du volume 3 des Réflexions, parmi d'autres "digressions techniques" que mes élèves pourront venir y copier à l'aise...

[643](**) (26 mai) Il vaut peut-être mieux prendre le "co-cristal" enveloppant (voir note 171 (ix) partie B, pour des allusions à la notion de co-cristal). Je reviendrai sans doute sur cette question dans l'exposé promis dans la précédente note de b. de p.

[644](*) Pour des précisions au sujet de cette "troisième théorie de dualité... qui coiffe les deux autres", voir la note. "L'oeuvre..." (n° 171 (ii)).