Cette vaste vision unificatrice peut être décrite comme une **géométrie nouvelle**. C'est celle, paraît-il, dont Kronecker avait rêvé, au siècle dernier[32]. Mais la réalité (qu'un rêve hardi parfois fait pressentir ou entrevoir, et qu'il nous encourage à découvrir…) dépasse à chaque fois en richesse et en résonance le rêve même le plus téméraire ou le plus profond. Sûrement, pour plus d'un des volets de cette géométrie nouvelle (si ce n'est pour tous), personne, la veille encore du jour où il est apparu, n'y aurait songé - l'ouvrier lui-même pas plus que les autres.

On peut dire que "le nombre" est apte à saisir la structure des agrégats "discontinus", ou "**discrets**" : les systèmes, souvent finis, formés d' "éléments" ou "objets" pour ainsi dire isolés les uns par rapport aux autres, sans quelque principe de "passage continu" de l'un à l'autre. "La grandeur" par contre est la qualité par excellence, susceptible de "**variation continue**" ; par là, elle est apte à saisir les structures et phénomènes continus : les mouvements, espaces, "variétés" en tous genres, champs de force etc. Ainsi, l'arithmétique apparaît (grosso-modo) comme la **science des structures discrètes**, et l'analyse, comme la **science des structures continues**,

◇Quant à la géométrie, on peut dire que depuis plus de deux mille ans qu'elle existe sous forme d'une science au sens moderne du mot, elle est "à cheval" sur ces deux types de structures, les "discrètes" et les "continues"[33]. Pendant longtemps d'ailleurs, il n'y avait pas vraiment "**divorce**", entre **deux** géométries qui auraient été d'espèce différente, l'une discrète, l'autre continue. Plutôt, il y avait deux points de vue différents dans l'investigation des **mêmes** figures géométriques : l'un mettant l'accent sur les propriétés "discrètes" (et notamment, les propriétés numériques et combinatoires), l'autre sur les propriétés "continues" (telles que la position dans l'espace ambiant, ou la "grandeur" mesurée en terme de distances mutuelles de ses points, etc.).

C'est à la fin du siècle dernier qu'un divorce est apparu, avec l'apparition et le développement de ce qu'on a appelé parfois la "**géométrie** (algébrique) **abstraite**". Grosso-modo, celle-ci a consisté à introduire, pour chaque nombre premier p, une géométrie (algébrique) "de caractéristique p", calquée sur le modèle (continu) de la géométrie (algébrique) héritée des siècles précédents, mais dans un contexte pourtant, qui apparaissait comme irréductiblement "discontinu", "discret". Ces nouveaux objets géométriques ont pris une importance croissante depuis les débuts du siècle, et ceci, tout particulièrement, en vue de leurs relations étroites avec l'arithmétique, la science par excellence de la structure discrète. Il semblerait que ce soit une des idées directrices dans l'oeuvre d' A**ndré Weil**[34], peut-être même la principale idée-force (restée plus ou moins tacite

[32]Je ne connais ce "rêve de Kronecker" que par ouïe dire, quand quelqu'un (peut-être bien que c'était John Tate) m'a dit que j'étais en train de réaliser ce rêve-là. Dans l'enseignement que j'ai reçu de mes aînés, les références historiques étaient rarissimes, et j'ai été nourri, non par la lecture d'auteurs tant soit peu anciens ni même contemporains, mais surtout par la communication, de vive voix ou par lettres interposées, avec d'autres mathématiciens, à commencer par mes aînés. La principale, peut-être même la seule inspiration extérieure pour le soudain et vigoureux démarrage de la théorie des schémas en 1958, a été l'article de Serre bien connu sous le sigle FAC ("Faisceaux algébriques cohérents"), paru quelques années plus tôt. Celui-ci mis à part, ma principale inspiration dans le développement ultérieur de la théorie s'est trouvée découler d'elle-même, et se renouveler au fi l des ans, par les seules exigences de simplicité et de cohérence internes, dans un effort pour rendre compte dans ce nouveau contexte, de ce qui était "bien connu" en géométrie algébrique (et que j'assimilais au fur et à mesure qu'il se transformait entre mes mains), et de que ce "connu" me faisait pressentir.

[33]A vrai dire, traditionnellement c'est l'aspect "continu" qui était au centre de l'attention du géomètre, alors que les propriétés de nature "discrète", et notamment les propriétés numériques et combinatoires, étaient passées sous silence ou traitées par dessous la jambe. C'est avec émerveillement que j'ai découvert, il y a une dizaine d'années, la richesse de la théorie combinatoire de l'icosaèdre, alors que ce thème n'est pas même effleuré (et probablement, pas même vu) dans le classique livre de Klein sur l'icosaèdre. Je vois un autre signe frappant de cette négligence (deux fois millénaire) des géomètres vis-à-vis des structures discrètes qui s'introduisent spontanément en géométrie : c'est que la notion de groupe (de symétries, notamment) ne soit apparue qu'au siècle dernier, et que de plus, elle ait été d'abord introduite (par Evariste Galois) dans un contexte qui n'était pas considéré alors comme ressortissant de la "géométrie". Il est vrai que de nos jours encore, nombreux sont les algébristes qui n'ont toujours pas compris que la théorie de Galois est bien, dans son essence, une **vision "géométrique"**, venant renouveler notre compréhension des phénomènes dits "arithmétiques"…

[34]André Weil, mathématicien français émigré aux Etats-Unis, est un des "membres fondateurs" du "groupe Bourbaki", dont il sera pas mal question dans la première partie de Récoltes et Semailles (ainsi d'ailleurs que de Weil lui-même, occasionnellement).