

théorie restent encore aujourd'hui dans les langes, au lieu de l'état adulte qu'avait acquis en un an ou deux la théorie des coefficients ℓ -adiques (pour ℓ premier aux caractéristiques) : c'est l'empressement de mes élèves cohomologistes, Deligne en tête, d'enterrer la problématique léguée par le maître, en même temps que le maître lui-même.

◇ Pour parcellaires que soient les pas accomplis d'une part par Deligne (comblé de toutes les facilités de l'enfant gâté de la science), et de l'autre par Mebkhout (dans l'isolement le plus complet que faisaient peser sur lui ceux-là même les mieux placés pour l'accueillir), ils n'en fournissent pas moins des fils conducteurs précieux, pour arriver à dégager certaines catégories de coefficients cruciales. Ces contributions importantes étaient présentes en mon esprit en écrivant la note déjà citée "La mélodie au tombeau". Depuis lors, je me suis replongé un peu plus dans le bain du "yoga coefficients et motifs" qui s'était dégagé déjà au cours des années soixante, et j'ai à présent une image plus précise et plus complète. Aussi je pense revenir sur le problème des coefficients (et celui des motifs en même temps) dans le volume 3 des Réflexions, à la suite de l'esquisse du formalisme des six variances.

Qu'il me suffise à présent de dire que je vois essentiellement trois types de coefficients fondamentaux⁹⁹⁷(*), sur un schéma de base X plus ou moins quelconque : les coefficients ℓ -adique (ℓ nombre premier **quelconque**), les coefficients de **De Rham-Mebkhout**⁹⁹⁸(**) (intéressants surtout pour X de type fini sur un schéma de base S , les cas les plus importants étant ceux où S est le spectre des anneaux \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , ou \mathbb{C}), enfin les coefficients de Betti (pour X de type fini sur \mathbb{C}). Seule la troisième de ces catégories me semble déterminée dès à présent sans aucun élément hypothétique. Pour définir la première (ne serait-ce que pour X de type fini sur la base absolue \mathbb{Z}), ou pour décrire ses relations avec la seconde, l'existence d'une théorie du foncteur mystérieux (que j'avais postulée dès la fin des années soixante, problème qui semble lui aussi avoir sombré avec le reste. . .) m'apparaît l'ingrédient crucial, sur lequel il me faudra revenir de façon plus circonstanciée en son lieu.

Chantier 5 : Motifs. Je me suis exprimé de façon assez circonstanciée sur l'enterrement des motifs par mon ami Pierre Deligne, avec la bénédiction de la Congrégation au grand complet, pour qu'il soit inutile de m'étendre à nouveau ici à ce sujet. Je voudrais plutôt souligner ici un fait nouveau qui vient de m'apparaître, et qui aurait dû apparaître il y a quinze ou vingt ans déjà. Il y a une mois encore, la construction "en forme" de la catégorie des motifs au dessus d'un schéma de base plus ou moins général (un schéma de type fini sur \mathbb{Z} disons, ou seulement sur le spectre d'un corps algébriquement clos. . .) m'apparaissait comme une chose décidément "à l'horizon", noyée dans les brumes d'un lointain avenir. Cet état d'esprit a été sans doute un tenace héritage des jours déjà lointains, où une réflexion motivique avait démarré sur des bases on ne peut plus hypothétiques, alors qu'on ne disposait pas même encore du formalisme de cohomologie ℓ -adique. Il y a aussi cette "circonstance atténuante" pour moi, c'est que mes tâches de rédaction de fondements, pour

ex-élèves (et de ceux marqués par l'ascendant que ceux-ci peuvent exercer) vis-à-vis des principales idées-force que j'avais introduites, et développées dans certaines directions, au cours des années soixante.

⁹⁹⁷(*) Si je parle de types de coefficients "fondamentaux", c'est pour suggérer, par cette dénomination que tous les autres types de coefficients importants que je peux entrevoir à présent, doivent pouvoir se décrire en termes de ceux-là, soit en les "combinant" de façon convenable, soit en y apportant des enrichissements de structure convenables, soit les deux à la fois. Parmi les enrichissements de structure envisagés sur les coefficients de De Rham-Mebkhout, il y a (en plus de la "filtration par les poids", qui semble "interne" à la catégorie de coefficients envisagée), une "filtration de De Rham" qui joue un rôle de premier plan dans les applications motiviques. Il est possible que cette structure supplémentaire n'ait guère de sens (du point de vue d'un formalisme des six opérations) que lorsqu'on la conjugue avec une structure "discrète" à la Betti, ce qui devrait permettre de formuler les bonnes propriétés que doit satisfaire cette filtration. Je pense revenir de façon plus circonstanciée sur ces questions, dans "Les motifs mes amours" (dans le vol. 3 des Réflexions).

⁹⁹⁸(**) Je rappelle que pour ce type de coefficients de De Rham-Mebkhout, je vois à présent deux variantes duales l'une de l'autre, celle de Mebkhout et celle que j'hésite à appeler "de Deligne", alors que c'est un enfant répudié par lui !

(29 mai) Pour des commentaires sur l'enfant répudié, voir la note "...et entrave" (n° 171 (viii)). Pour des précisions sur les coefficients de De Rham, voir la note "Les cinq photos(cristaux et \mathcal{D} -Modules)", n° 171 (ix).