conjectural encore, me paraît comme l'âme, ou tout au moins comme une partie névralgique entre toutes, de cette science nouvelle, si vaste que jusqu'à aujourd'hui je n'avais pas songé encore à lui donner un nom. On pourrait l'appeler, peut-être, la **géométrie arithmétique**, suggérant par ce nom l'image d'une "géométrie" que l'on développerait "au dessus de la base absolue" Spec $\mathbb{Z}$, et qui admet des "spécialisations" aussi bien en les "géométries algébriques" traditionnelles des différentes caractéristiques, qu'en des notions géométriques "transcendantes" (au dessus des corps de base $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ ou $\mathbb{Q}_\ell \ldots$), via les notions de "variétés" (ou mieux, de **multiplicités**) analytiques ou rigide-analytiques, et leurs variantes.

Je vois une autre "science nouvelle" encore que j'avais entrevue dès les années soixante, prenant sa source dans mes réflexions d'algèbre homologique commencées en 1955. Il s'agit d'une vaste synthèse des idées provenant de l'algèbre homologique (telle qu'elle s'est développée au contact des besoins de la géométrie algébrique, ou pour mieux dire, de la "géométrie arithmétique"), de l'algèbre homotopique, de la "topologie générale" version topos, et enfin de la théorie (dans les limbes depuis les années soixante) des ∞-catégories (non strictes), ou, comme je préfère dire maintenant, des ∞-champs. Je m'étais attendu, comme chose allant de soi, que cette synthèse allait être prise en mains par quelques uns de mes élèves cohomologistes, à commencer par Verdier ◇ dont la fameuse thèse[186](*) était justement censée aller dans ce sens. Il me semblait que le développement d'un langage commun satisfaisant, ayant toute la généralité et toute la souplesse souhaitable, devait être question de quelques années de travail, sûrement passionnant, par un petit noyau de chercheurs motivés. Après quelques débuts très parcellaires dans ce sens par certains de mes élèves cohomologistes, mon départ en 1970 a sonné le signal d'un abandon immédiat de ce programme de travail, parmi bien d'autres qui me tenaient à coeur. C'est pourquoi je suis revenu sur certaines de mes idées, dans une correspondance avec Larry Breen de 1975, avec l'espoir de voir reprendre vie à une vision des choses dont je sentais bien qu'elles sont "sur le chemin", et que "tout le monde" prend soin de les contourner soigneuseusement, chaque fois qu'il s'y trouve confronté. Dans mes lettres à Larry Breen (reproduites au chap. I de "A la Poursuite des Champs"), je propose d'appeler du nom **algèbre topologique** cette science encore en gestation, que depuis une décennie ou deux j'étais seul à entrevoir[187](**). Finalement, de guerre lasse et désespérant de voir quelqu'un d'autre que moi s'atteler à un travail qui depuis vingt ans brûlait d'être entrepris, je me suis mis à l'ouvrage en février 1973, avec "A la Poursuite des Champs", pour tracer au moins dans les grandes lignes le maître d'oeuvre pour ce que je vois à faire.

Il est clair qu'il n'y a pas de commune mesure entre la "géométrie arithmétique" dont il a été question tantôt, et l'algèbre topologique, dont un des principaux rôles à mes yeux est celui de "soutien logistique" dans le développement de cette géométrie nouvelle. Pour que celle-ci en arrive au stade de pleine maturité attesté (disons) par une maîtrise de la notion de motif, comparable à la maîtrise que nous possédons de la cohomologie étale, il faut sans doute s'attendre que plusieurs générations de géomètres devront s'y être attelés, plus dynamiques et plus hardies que celles que j'ai vues à l'oeuvre ; sans même parler d'une maîtrise comparable au niveau de la **géométrie** ◇ **algébrique anabélienne**, qui m'apparaît (avec les motifs) comme l'une des deux parties "névralgiques" de la géométrie arithmétique, discernables dès à présent[188](*).

[186](*) Voir à ce sujet la note "Thèse à crédit et assurances tous risques", n° 81.

[187](**) A l'exception tout au plus du seul Deligne, auquel j'avais crû avoir communiqué une vision, qu'il s'est dépéché d'enterrer avec le reste aux lendemains de mon départ. Je fais allusion à plusieurs reprises, dans Récoltes et Semailles, à cette partie, la plus ancienne de toutes, de mon programme d'ensemble de fondements d'une sorte de "géométrie tous azimuths" - notamment dans "Le Rêveur" (section n° 6) et dans les notes "Mes orphelins", "L'instinct et la mode - ou la loi du plus fort", "Le compère" (n°s 46, 48, 63"').

[188](*) (Pour quelques idées maîtresses de la géométrie algébrique anabélienne, voir Esquisse d'un Programme, par. 2 et 3.)

Par "névralgique", j'entends ici une partie de cette géométrie "arithmétique" qui lui apporte des intuitions, des fils conducteurs, et des problèmes, entièrement nouveaux par rapport à l'acquis des années soixante. (Cet "acquis" consistant pour l'essentiel en un cadre et un langage, et un formalisme homologique et homotopique commun pour les trois disciplines englobées dans la