

séminaire d'une année entière (à l' IHES, en 1969/70 je crois me souvenir) à développer un formalisme, qui lui permet tout au moins, pour un schéma  $X$  de type fini sur un corps de caractéristique nulle  $k$ , de décrire des espaces de cohomologie (dits "de De Rham") qui, dans le cas où  $k = \mathbb{C}$ , redonnent la "cohomologie de Betti" complexe ordinaire (définie par voie transcendante). Les coefficients avec lesquels il travaillait étaient des "promodules stratifiés" et des complexes de tels promodules. Il n'était pas clair pourtant si ces coefficients s'inséreraient dans un formalisme des six opérations<sup>598</sup>(\*), et Deligne a renoncé à poursuivre dans cette voie. Si je me rappelle bien, ce qui manquait surtout(\*) pour donner confiance, c'était une description en termes purement algébriques(à coups de Modules cohérents ou procohérents et de stratifications), valable donc sur tout corps de base de caractéristique nulle, de la catégorie des faisceaux de  $\mathbb{C}$ -vectoriels "algébriquement constructibles" sur  $X$  <sup>599</sup>(\*\*), laquelle est définie par voie transcendante quand le corps de base est le corps  $\mathbb{C}$  des complexes.

#### 18.5.4.2. b. L'oeuvre...

**Note** 171(ii) Les travaux de Mebkhout, qui commencent en 1972, se placent dans le contexte transcendant (et techniquement plus ardu) des espaces analytiques. C'est dans un isolement pratiquement complet qu'il se familiarise au cours des années qui suivent avec mon oeuvre sur la cohomologie et avec le formalisme des catégories dérivées<sup>600</sup>(\*\*\*), laissés pour compte par ceux qui furent mes élèves. Un fil conducteur, qui progressivement prend une place de premier plan dans ses réflexions, est le parallélisme frappant entre dualité continue et dualité discrète. Cette dernière avait pris entre-temps le nom de "dualité de Poincaré-Verdier", sans que pour autant personne dans le grand monde (et surtout pas le nouveau "père" Verdier) ne fasse mine de s'interroger sur une raison profonde de ce parallélisme. C'est le règne du point de vue "utilitaire" et à courte vue, se contentant d'utiliser l'outillage déjà tout prêt que j'avais créé, sans se poser de questions - et surtout pas de question aussi vague, pour ne pas dire saugrenue La question n'est mentionnée dans aucun texte publié, pas même (et je me rends compte que je suis ici à blâmer...) dans ceux de ma plume<sup>601</sup>(\*).

---

ses **parties principales d'ordre infini**, lequel est muni d'une stratification canonique, ou associée à un complexe d'opérateurs différentiels un complexe de tels promodules stratifiés, dont l'hypercohomologie cristalline s'identifie à l'hypercohomologie zariskienne du complexe d'opérateurs différentiels envisagé. (Voir mes exposés "Crystals and the De Rham Cohomology of schémas" (notes by I. Coates and O. Jussila, in Dix exposés sur la cohomologie des schémas (p. 306- 358), North Holland - notamment par. 6.) On peut alors définir la notion de "quasi-isomorphisme" pour un morphisme (différentiel) entre complexes d'opérateurs différentiels, de la façon habituelle, en termes des complexes de promodules stratifiés associés.

<sup>598</sup>(\*) Ici encore, mon souvenir était flou, et il y a erreur - il était clair à priori ici, pour des raisons heuristiques de nature transcendante, qu'il **doit** y avoir un formalisme des six opérations. (Voir, pour des précisions, la sous-note "... et entrave", n° 171(viii).) Mon erreur est due visiblement à un propos délibéré (à fleur de conscience) de rationaliser, de rendre intelligible une chose qui pouvait sembler inexplicable, savoir l'abandon par Deligne d'une direction de recherche "sûre" et riche en promesse. La raison en effet n'est nullement de nature mathématique !

<sup>599</sup>(\*\*) Je rappelle que cette notion de constructibilité avait été introduite par moi, parmi de nombreuses variantes (algébrique, analytique réelle etc.) dès les années cinquante, à un moment d'ailleurs où j'étais rigoureusement seul à m'intéresser à ces questions. (Voir mes commentaires de l'an dernier, dans la sous-note n° 463.)

<sup>600</sup>(\*\*\*) (14 mai) Mebkhout m'a précisé, depuis, que ces premières lectures de la littérature mathématique, vers 1972, étaient des travaux des auteurs japonais de l'école de Sato. Il a eu beaucoup de mal, me dit-il, à s'y retrouver, ça lui paraissait terriblement compliqué. C'est là qu'il a trouvé une référence au livre de Hartshorne "Residues and Duality", dont la lecture a été pour lui un véritable délassement. Il est vrai que ce livre est superbement écrit ! Les quelques mots d'introduction que j'avais écrits pour ce livre, évoquant l'ubiquité du formalisme qui y est développé, l'ont beaucoup inspiré. C'est à partir de là qu'il s'est mis à se familiariser avec mon oeuvre, laquelle est devenue par la suite sa principale source d'inspiration. Dans tous ces travaux et exposés, il prend soin d'indiquer clairement cette source.

<sup>601</sup>(\*) (14 mai) Je me rappelle pourtant qu'au cours du séminaire SGA 5, j'avais constamment présent à l'esprit l'ubiquité du formalisme que je développais, et je ne manquais pas une occasion pour signaler les variantes possibles dans tels autres contextes,