

Peu de temps avant, notre conception de ces invariants de cohomologie s'était d'ailleurs vue enrichir et renouveler profondément par les travaux de **Jean Leray** (poursuivis en captivité en Allemagne, pendant la guerre, dans la première moitié des années quarante). L'idée novatrice essentielle était celle de **faisceau** (abélien) sur un espace, auxquels Leray associe une suite de "groupes de cohomologie" correspondants (dits "à coefficients dans ce faisceau"). C'était comme si le bon vieux "mètre cohomologique" standard dont on disposait jusqu'à présent pour "arpenter" un espace, s'était soudain vu multiplier en une multitude inimaginablement grande de nouveaux "mètres" de toutes les tailles, formes et substances imaginables, chacun intimement adapté à l'espace en question, et dont chacun nous livre à son sujet des informations d'une précision parfaite, et qu'il est seul à pouvoir nous donner. C'était là l'idée maîtresse dans une transformation profonde dans notre approche des espaces en tous genres, et sûrement une des idées les plus cruciales apparues au cours de ce siècle. Grâce surtout aux travaux ultérieurs de Jean-Pierre Serre, les idées de Leray ont eu comme premiers fruits, au cours de la décennie déjà suivant leur apparition, un redémarrage impressionnant dans la théorie des espaces topologiques (et notamment, de leurs invariants dits "d'homotopie", intimement liés à la cohomologie), et un autre redémarrage, non moins capital, de la géométrie algébrique dite "abstraite" (avec l'article fondamental "FAC" de Serre, paru en 1955). Mes propres travaux en géométrie, à partir de 1955, se placent en continuité avec ces travaux de Serre, et par là même, avec les idées novatrices de Leray.

2.13. Les topos - ou le lit à deux places

Le point de vue et le langage des faisceaux introduit par Leray nous a amené à regarder les "espaces" et "variétés" en tous genres dans une lumière nouvelle. Ils ne touchaient pas, pourtant, à la notion même d'espace, se contentant de nous faire appréhender plus finement, avec des yeux nouveaux, ces traditionnels "espaces", déjà familiers à tous. Or, il s'est avéré que cette notion d'espace est inadéquate pour rendre compte des "invariants topologiques" les plus essentiels qui expriment la "forme" des variétés algébriques "abstraites" (comme celles auxquelles s'appliquent les conjectures de Weil), voire celle des "schémas" généraux (généralisant les anciennes variétés). Pour les "épousailles" attendues, "au nombre et de la grandeur", c'était comme un lit décidément étriqué, où l'un seulement des futurs conjoints (à savoir, l'épousée) pouvait à la rigueur trouver à se nicher tant bien que mal, mais jamais des deux à la fois ! Le "principe nouveau" qui restait à trouver, pour consommer les épousailles promises par des fées propices, ce n'était autre aussi que ce "lit" spacieux qui manquait aux futurs époux, sans que personne jusque là s'en soit seulement aperçu. . .

Ce "lit à deux places" est apparu (comme par un coup de baguette magique. . .) avec l'idée du **topos**. Cette idée englobe, dans une intuition topologique commune, aussi bien les traditionnels espaces (topologiques), incarnant le monde de la grandeur continue, que les (soi-disant) "espaces" (ou "variétés") des géomètres algébristes abstraits impénitents, ainsi que d'innombrables autres types de structures, qui jusque là avaient semblé rivées irrémédiablement au "monde arithmétique" des agrégats "discontinus" ou "discrets".

C'est le point de vue des faisceaux qui a été le guide silencieux et sûr, la clef efficace (et nullement secrète),

qui s'apparente à un formalisme (quand celui-ci ne peut se résumer en quelques pages), ou à une "construction" tant soit peu imbriquée. Il n'avait rien du "bâtitteur", certes, et c'est visiblement à son corps défendant qu'il s'est vu contraint, au cours des années trente, à développer les premiers fondements de géométrie algébrique "abstraits" qui (vu ces dispositions) se sont révélés un véritable "lit de Procuste" pour l'usager.

Je ne sais s'il m'en a voulu d'être allé au delà, et de m'être investi à construire les vastes demeures, qui ont permis aux rêves d'un Kronecker et au sien de s'incarner en un langage et en des outils délicats et effi caces. Toujours est-il qu'à aucun moment il ne m'a fait un mot de commentaire au sujet du travail dans lequel il me voyait engagé, ou de celui qui était déjà fait. Je n'ai pas non plus eu d'écho à Récoltes et Semailles, que je lui avais envoyé il y a plus de trois mois, avec une dédicace chaleureuse de ma main.