

faire quelque chose, de plus, qui tienne debout sans se restreindre à la caractéristique nulle, et qui pour une caractéristique positive donnée redonne plus ou moins les coefficients cristallins "habituels" (sic !). La chose extraordinaire, c'est que je semble être la seule personne au monde à sentir la tâche - Zoghman Mebkhout lui-même, instruit sans doute par une amère expérience, ne semble pas avoir la moindre envie de réfléchir ne fut-ce qu'une journée de plus à des questions de fondements de sa philosophie ! J'aurais tort de m'en étonner, alors que je vois Deligne prêcher d'exemple avec la théorie de Hodge, coupant court à son propre élan, qui l'avait animé "de mon temps" et fait surgir une approche riche de promesses (non tenues. . .). Je soupçonne que le formalisme (pas même encore dans les limbes) des coefficients de Hodge (au dessus de variétés algébriques complexes  $X$ ) devrait être plus ou moins contenu dans celui des coefficients que tantôt j'appelais (suivant mes réflexes de langage des années soixante) "coefficients de De Rham", ou aussi "de De Rham-Hodge", pour rappeler le lien de l'objet **filtré** de De Rham avec l'objet **gradué** associé (dit "de Hodge"). Mais vu le rôle crucial de la philosophie de Mebkhout pour appréhender ces catégories de coefficients (qui restent toujours hypothétiques, certes), il vaudrait mieux sans doute les appeler "**coefficients de De Rham - Mebkhout**" (notation  $DRM^*(X)$ ) ou, à la rigueur, "coefficients de De Rham-Hodge-Mebkhout",  $DRHM^*(X)$ . Quand  $X$  est de type fini sur le corps des complexes  $\mathbb{C}$ , on devrait pouvoir reconstituer les hypothétiques catégories de coefficients de Hodge  ${}^\diamond HDG^*(X)$  (que je n'appellerais certes pas de Hodge-Deligne, alors que Deligne me semble avoir tout fait pour cacher le problème, bien loin de le mettre en évidence !), de façon plus ou moins "tautologique", ainsi que les six opérations dessus, à partir des coefficients de De Rham-Mebkhout, auxquels on rajoute simplement une structure supplémentaire (de nature transcendante, elle) dite "de Betti". Il m'apparaît donc que les principales questions qui se posent pour la description des "catégories de coefficients naturels" pour la cohomologie des variétés algébriques<sup>384(\*)</sup> sont à l'heure actuelle les suivantes :

1. Description de la catégorie de coefficients  $\ell$ -adiques  $\mathbb{Z}_\ell * (X)$ , pour  $\ell$  nombre premier donné et pour **tout** schéma  $X$  (pas nécessairement "premier à  $\ell$ "), et d'un formalisme des six opérations pour ces coefficients. (Cette question apparaît plus ou moins équivalente à celle du "foncteur mystérieux".)
2. Description de la catégorie  $DRM^*(X)$  des "coefficients de De Rham-Mebkhout" pour tout schéma  $X$ , ou éventuellement, de catégories analogues  $DRM^*(X/S)$  pour des schémas relatifs (

$$DRM^*(X) = DRM^*(X/Spec(\mathbb{Z}))$$

), et d'un formalisme des six opérations pour ces coefficients.

Il est possible qu'il y ait pour 2) plusieurs variantes possibles, suivant la richesse de structure qu'on décide d'introduire dans ces coefficients. Le "théorème du bon Dieu" (alias Mebkhout) nous montre en tous cas à priori (pour  $X$  de type fini sur le corps des complexes, tout au moins) qu'il doit exister un formalisme des six variances pour des coefficients cristallins à la Mebkhout, sans avoir à y introduire "par dessus le marché" des filtrations à la De Rham ou/et par le poids. Un troisième type de structure supplémentaire important, qui existera forcément sur le complexe cristallin de De Rham-Mebkhout  $K$  sur  $X$  associé à un motif (ou "coefficient absolu") sur un schéma  $X$  général, sera la donnée pour tout nombre premier  $p$  d'un "Frobénius"

$$K(p)^{(p)} \rightarrow K(p)$$

, où  $K(p)$  désigne la restriction au sous-schéma  $X(p)$  déduit de  $X$  par réduction mod.  $p$ , et où l'exposant  $(p)$  désigne le "Frobéniusé" de  $K(p)$ , i.e. son image inverse par Frobénius  $X(p) \rightarrow X(p)$ . Ainsi, suivant les

<sup>384(\*)</sup> Ces questions, en un sens, sont préliminaires (ou tacitement supposées résolues) pour le développement du yoga des motifs avec toute la précision et la généralité qui lui incombe, et que je lui voyais dès les années soixante.