et il revient au même d'affirmer que ce foncteur est une (anti)équivalence. Ce théorème peut se préciser, alors, par la magnifique **formule d'inversion** (ou de "reconstitution", ou de "bidualité") de Mebkhout, donnant l'expression du foncteur quasi-inverse comme

$$F \longmapsto R\underline{Hom}_{\mathbb{C}_X}(F, \underline{O}_X) \tag{4}$$

Dans la foulée, Mebkhout prouve également une **réciproque** du théorème de constructibilité de Kashiwara, savoir ceci : si un complexe de $\mathscr{D}^\infty$-Modules (ou de $\mathscr{D}$-Modules) à cohomologie cohérente est tel que le complexe de De Rham associé (en tant que complexe de faisceau de $\mathbb{C}$-vectoriels) est à cohomologie constructible, alors il est holonome (**critère cohomologique d'holonomie**). Dans le cas des complexes de $\mathscr{D}^\infty$-Modules, où il ne se pose pas de question de régularité, cela implique donc que dans la (catégorie dérivée (dans laquelle personne depuis longtemps ne travaillait plus, en 1978 et jusqu'en 1981. . .), le complexe (ou plutôt son dual) se "reconstitue", à isomorphisme unique près, par la formule d'inversion.

Comme je l'ai expliqué ailleurs[725](*), dès ce moment, Mebkhout a en mains tout ce qu'il faut pour prouver le théorème du bon Dieu également pour les $\mathscr{D}$-Modules : le fait que le foncteur m, restriction du foncteur de De Rham aux complexes de $\mathscr{D}$-Modules holonomes réguliers, est une équivalence de catégories. Le résultat l'inspire moins, car il n'y a pas, selon toute apparence, de formule d'inversion à la clef[726](**). De toutes façons, même sa magnifique formule d'inversion ne fait ni chaud ni froid à personne - à commencer par son quasidirecteur de thèse Verdier (qui lui fera pourtant l'honneur de faire fonction de président du jury). Ce n'est pas précisément une ambiance très encourageante pour refaire l'effort technique pour prouver une chose dont il se sent sûr de toutes façons, et dont il sent qu'il a tout ce qu'il faut pour la démontrer. Il ne s'en préoccupera qu'une fois démarré le "rush" déclenché par la démonstration de la conjecture réputée inabordable (pas celle de Weil cette fois, mais celle de Kazhdan-Lusztig).

C'était, comme par un fait exprès, juste l'autre versant dont les gens soudain avaient un besoin urgent. De toutes façons, "tout le monde" est si pressé alors d'utiliser le nouveau "fer à fracturer" flambant neuf, qui venait d'apparaître sur le marché, et il est à tel point entendu entre tous qu'il ne faut surtout pas soulever la question d'une démonstration - des fois qu'il apparaîtrait que le travail serait déjà fait par un incitable - que personne paraît-il n'a eu l'idée, à part l'intéressé lui-même, de recopier et recoller les morceaux de la $\mathscr{D}^\infty$-théorie déjà écrite, pour démontrer le théorème qu'il faut en $\mathscr{D}$-théorie. Il semble bien que la seule et unique démonstration publiée à ce jour[727](***) soit bien celle de Mebkhout, parue l'an dernier (et reçue en juin 1981, le mois même du mémorable Colloque Pervers. . .).

J'ai expliqué dans la note précédente (partie (b))un principe simple, inspiré par l'approche de Deligne vers les coefficients de De Rham, pour récupérer une "formule d'inversion" (ou de "bidualité", pour reprendre l'expression (de Mebkhout) dans le cadre des $\mathscr{D}$-Modules (holonomes réguliers). Je ne sais, depuis qu'on fait des séminaires un peu partout dans le monde sur la nouvelle "tarte à la crème" des $\mathscr{D}$-Modules, si cette approche très naturelle a été dégagée - Mebkhout n'en a pas eu connaissance en tous cas. Ce qui est sûr, c'est que si Deligne avait eu des réflexes que "de mon temps" on considérait comme allant de soi, c'est lui-même et dès avoir pris connaissance des belles idées d'un inconnu, en juin 1979, qui l'aurait encouragé à écrire également la démonstration du versant $\mathscr{D}$-Modules (plus proche de l'algébrique) de son résultat crucial, et lui aurait suggéré cette variante "pro", somme toute assez évidente, de sa belle formule d'inversion. Egalement, dès ce moment, pour Deligne qui avait payé pour le savoir, il était évident que les idées de Mebkhout allaient

[725](*) Voir la note de b. de p. (*) p. 952 à la note "L'oeuvre. . . " (n° 171 (ii))
[726](**) On a vu précédemment qu'il y en a quand même une - et je reviens sur ce point un peu plus bas
[727](***) Référence : Une autre équivalence de catégories, Compositio Mathematicae 51 (1984), 63-88.