condition de **régularité**, au delà de celle d'holonomie, a été dégagée par Mebkhout "sur mesures", de telle façon justement qu'il devienne raisonnable d'espérer que le foncteur m, ainsi restreint, soit pleinement fidèle et même, une **équivalence de catégories**. Il arrive à cette conviction dès 1976. Il finit par le prouver, sous une forme très voisine tout au moins[609](*), dans sa thèse, début 1978.

◇C'est surtout là **le** grand théorème nouveau apporté par Mebkhout, représentant le couronnement de huit ans de travail obstiné, poursuivi dans une solitude complète. Il contient, dans un seul énoncé lapidaire, tout un éventail de résultats profonds, de généralité croissante, dégagés patiemment et prouvés un à un, entre 1972 et 1980. Pour quelques grands jalons dans ce voyage solitaire à la découverte d'une "philosophie" nouvelle dans la cohomologie des variétés, je renvoie à la sous-note "Les trois jalons - ou l'innocence" (n° 171 (x)). Dans la présente note, mon propos sera surtout de décrire en quelques mots le nouveau panorama qui se présente, au terme de cette première longue étape des labeurs de l'ouvrier solitaire, Zoghman Mebkhout.

Le fait crucial (clairement reconnu par Mebkhout déjà dès 1976), c'est que la catégorie $\underline{Cons}^*(X, \mathbb{C})$ (de nature "topologique") peut être interprétée, grâce au foncteur de Mebkhout M, comme une sous-catégorie pleine de la catégorie $\underline{Cris}^*_{coh}(X, \mathbb{C})$, laquelle garde un sens dans le cadre de la géométrie algébrique "abstraite" ; elle peut s'interpréter aussi, "moralement", comme une sorte de "catégorie dérivée" formée avec des complexes d'opérateurs différentiels au sens ordinaire[610](*) La sous-catégorie pleine en question, définie par

---

jusqu'en 1957, l'année de Riemann-Roch-Grothendieck...).

Tout ça n'a pas empêché Mebkhout de faire confiance à son propre flair, et de le suivre là où il le menait. Il s'est mis au boulot les mains nues, sans expérience, sans aide de personne. Il était **sûr** que le théorème qu'il pressentait devait être vrai - toutes les indications qu'il avait en mains étaient concordantes. Avec un peu d'expérience, il aurait été évident même qu'il avait déjà tout en mains pour le prouver, avec les moyens désormais standard que le premier de mes élèves venu appliquerait en un tournemain. Mais réduit à ses seules ressources, le théorème lui paraissait vertigineusement lointain et inaccessible - c'est à peine s'il osait espérer qu'il le démontrerait jamais !

S'il a peiné en effet pour le prouver, pendant près de deux ans, c'est qu'il n'avait pas eu l'avantage, comme mes élèves l'avaient eu, d'être épaulé par un aîné bienveillant, et d'apprendre à mon contact une certaine technique standard de dévissage de faisceaux constructibles, jointe à la résolution des singularités à la Hironaka. L'énoncé qu'il a dégagé est un énoncé profond certes, et la démonstration est elle aussi profonde, mais aujourd'hui de nature standard. Rétrospectivement, il apparaît que la difficulté qu'il avait à surmonter était surtout psychologique, plus que technique : travailler à contrecourant, et entièrement réduit à ses seules lumières...

[609](*) (5 mai) Dans sa thèse, Mebkhout énonce et prouve le théorème d'équivalence correspondant pour les $\mathscr{D}^\infty$-Modules, et donne une expression explicite remarquable du foncteur quasi-inverse M. Voir à ce sujet la sous-note 171(ix) (partie (b)), et également la sous-note "Eclosion d'une vision - ou l'intrus" (n° 171_1). Mebkhout était parvenu dès 1976 à la conviction que les deux foncteurs m, m_∞ (donc aussi le fonction i d'extension des scalaires, dont il est question dans la dernière sous-note citée) sont des équivalences, et à la forme explicite du foncteur quasi-inverse de m_∞. Le résultat qui figure dans sa thèse, concernant m_∞, est de 1978. Dès ce moment, il a en mains tous les ingrédients pour la démonstration (analogue, mais présentant des difficultés techniques supplémentaires) dans le cas de m.

Vue l'indifférence générale qui a accueilli sa thèse, passée en février 1979, il ne fait pas effort alors pour rédiger une démonstration en forme pour le cas de m également. Les ingrédients sont les mêmes que pour m_∞, et sont inspirés de la démonstration de mon théorème de comparaison pour la cohomologie de De Rham des variétés algébriques complexes (dont il avait pris connaissance en 1975), et les techniques de dévissage de SGA 5 (qu'il a apprises dans "la bonne référence" de Verdier, alors que le séminaire SGA 5 continuait à être soigneusement séquestré par les soins de mes chers élèves cohomologistes). Ce n'est que fin 1980, vue l'importance que prenaient ses idées pour la démonstration de la conjecture de Kazhdan-Lusztig, qu'il prend la peine d'écrire une démonstration circonstanciée dans le cas de m (où on ne dispose pas d'avance d'un foncteur quasi-inverse). Cette démonstration est publiée dans "Une autre équivalence de catégories", Compositio Mathematica 51 (1984), p. 63-88 (manuscrit reçu le 10.6.81).

Je souligne à ce sujet qu'entre 1975 et 1980 (mise à part une allusion de quelques lignes de Kashiwara en 1980, dont il sera question dans la sous-note "La maffia" n° 171_2), nulle part dans la littérature en dehors des seuls travaux de Zoghman Mebkhout, il n'est question du foncteur m ou m_∞ ni d'une "philosophie" de dualité, mettant en relation précise coefficients discrets analytiquement constructibles, et complexes de $\mathscr{D}$-Modules holonomes réguliers, ou complexes de $\mathscr{D}^\infty$-Modules holonomes. Comme on va voir, quand enfin l'importance de cette relation est reconnue, avec "Kazhdan-Lusztig" et le rush sur la cohomologie d'intersection (sous la férule de Deligne), le nom de Zoghman Mebkhout est éliminé sans tambour ni trompette, par un accord feutré, souriant et discret, et d'une efficacité implacable...

[610](*) Pour la relation précise entre les deux points de vue, je renvoie à la sous-note abondamment citée "Les cinq photos" (n° 171(ix)), partie (a).