

première se place en 1975 - il avait besoin d'un résultat technique, lequel était contenu (comme il est apparu par la suite) dans le théorème de bidualité pour les coefficients discrets analytiquement constructibles - à un moment où Zoghman ignorait même la notion de constructibilité. (C'est là une notion que j'avais introduite dès les années cinquante, et qui avait été reprise, dans le cadre de la topologie étale, dans SGA 4.) A ce moment cette notion n'était nullement "bien connue" en analyse, comme elle l'est aujourd'hui. Il se trouve que c'est la notion exactement dont il avait besoin pour son travail. Houzel (qui avait suivi SGA 5 en même temps que Verdier, mais qui devait avoir un peu oublié ce que j'y avais raconté), lui a conseillé d'aller voir Verdier. C'était là la première "entrevue" avec le grand homme. Verdier lui a appris alors que ce qu'il demandait (que deux complexes discrets qui avaient des "duals" isomorphes étaient isomorphes) était vrai sous certaines conditions techniques (la "constructibilité", justement), qu'il trouverait exposés dans le manuscrit qu'il allait lui remettre. C'était celui de la "bonne référence"⁷⁴¹(*), où (entre autres prouesses du même acabit) il fait mine d'inventer les faisceaux constructibles et de découvrir le théorème de bidualité (et sa démonstration), choses qu'il avait apprises par ma bouche douze ans plus tôt (en 1963)⁷⁴²(**). Il ne souffle mot de ma personne à ce sujet, pas plus dans cette entrevue que dans le manuscrit qui allait paraître l'année d'après. Zoghman de toutes façons est reparti comblé, et plein de reconnaissance pour le grand homme, qui lui fournissait exactement ce dont il avait besoin à ce moment là, et dans les années suivantes encore, où la notion de constructibilité allait jouer un rôle crucial dans tous ses travaux.

C'est au début 1976 qu'il commence à s'intéresser à la dualité, et à être intrigué par l'analogie des formalismes de dualité que j'avais développés dans le cas cohérent et le cas discret "étale", et qui avait été repris par Verdier dans le cas discret topologique. C'est à un moment où, depuis des années, ce formalisme était tombé en désuétude, et où mes élèves avaient institué un boycott[◇] (tacite et rigoureux sur les catégories dérivées, qui en constituent le langage naturel. La notion et le mot même de "formalisme des six opérations", qui avait été une de mes principales idées-force depuis les années cinquante et tout au cours des années soixante, était devenu (et est resté jusqu'à aujourd'hui encore) rigoureusement tabou dès après mon départ. (Quand Zoghman est venu me voir il y a deux ans⁷⁴³(*), il n'avait pas entendu encore prononcer le mot "six opérations", et ne savait d'abord quelles "opérations" j'entendais par là - alors que je pensais que c'était depuis vingt ans une notion familière à tous !) C'est dire que les conditions étaient adverses pour s'engager dans cette direction, où il était condamné à travailler dans une solitude complète. Cela ne l'a pas empêché dès l'année 1976 de dégager un théorème de dualité, sur les variétés complexes non singulières, qui "coiffe" à la fois le théorème de dualité

aujourd'hui, il a fait son travail sans patron, en se débrouillant par ses propres moyens. Verdier était simplement président de son jury de thèse. A part ça son rôle s'est borné à communiquer à Mebkhout "la bonne référence", laquelle a été très utile, à un moment où SGA 5 continuait encore à être séquestré par les soins conjugués de mes élèves cohomologistes (et pour les besoins justement d'opérations telles que celle de la "bonne référence"...).

⁷⁴¹(*) Il s'agit de l'article J.L. Verdier, Classe d'homologie associée à un cycle, Astérisque n° 36 (SMF), p. 101-151 (1976). Il en est question de façon circonstanciée dans les deux notes consécutives "La bonne référence" et "La plaisanterie - ou "les complexes poids"" (n°s 82, 83), et plus brièvement, dans la note "Episodes d'une escalade" (n° 169 (iii)), avec l'épisode 3.

⁷⁴²(**) Dès la deuxième moitié des années cinquante je m'étais intéressé aux notions de "constructibilité" en tous genres pour des faisceaux discrets (au sens algébrique, analytique complexe, analytique réel, linéaire par morceaux - en attendant le contexte de la topologie modérée...), en plus des notions de cohérence, comme étant les notions naturelles pour exprimer des conditions de finitude dans le cadre faisceautique, et j'avais soulevé la question de la stabilité de ces notions par les "six opérations". C'est le développement ultérieur (en 1963 et les années qui ont suivi) de la cohomologie étale, qui m'ont amené à revenir sur ces questions dans le cadre étale, et à développer les techniques (déviassages et résolution) qui permettent de les traiter par une méthode uniforme, s'appliquant également au contexte transcendant des variétés algébriques complexes et analytiques complexes. Le théorème de bidualité, valable (et avec la même démonstration) dans le cadre étale (moyennant la pureté et la résolution) et dans le contexte transcendant, avait été dégagé par moi dès 1963. Il figure d'ailleurs dans le tout premier exposé de SGA 5 (en 1965), où il a survécu au massacre de l'édition-Illusie de 1977.

⁷⁴³(*) Il est question de cette visite dans la note "Rencontres d'outre-tombe", n° 78. Pour des commentaires sur le boycott institué sur les "six opérations", voir aussi la note "Les pages mortes", n° 171 (xii).