de tous ses anneaux locaux). Cette partie de mon programme de dualité cohomologique s'est trouvé (avec d'autres) un peu reléguée dans les oubliettes, au cours des années soixante, du fait de l'afflux d'autres tâches qui apparaissaient alors plus urgentes.

Note 47_2 A vrai dire, c'est la "tour de Teichmüller" dans laquelle la famille de toutes ces multiplicités s'insère, et le paradigme discret ou profini de cette tour en termes de groupoïdes fondamentaux, qui constitue l'objet unique le plus riche, le plus fascinant que j'aie rencontré en mathématique. Le groupe $S\chi(2, \underline{Z})$, avec la structure "arithmétique" du compactivié profini de $S\chi(2, Z)$ (consistant en l'opération du groupe de Galois $\mathsf{Gal}(\frac{\overline{\mathbb{Q}}}{\mathbb{Q}})$ sur celui-ci), peut être considéré comme la principale pierre de construction pour la "version profinie" de cette tour. Voir à ce sujet les indications dans "Esquisse d'un Programme" (en attendant le ou les volumes des Réflexions Mathématiques qui seront consacrés à ce thème).

Note 47_3 Cette constatation d'une "stagnation morose" n'est pas une opinion mûrement pesée, de quelqu'un qui serait bien au courant des principaux épisodes, en ces dernières dix années, autour de la cohomologie des schémas et des variétés algébriques. C'est une simple **impression** d'ensemble d'un "outsider", que j'ai retirée entre autres de conversations et correspondances avec Illusie, Verdier, Mebkhout, en 1982 et 1983. Il y aurait lieu sûrement de nuancer cette impression de bien des façons. Ainsi, le travail "Conjectures de Weil II" de Deligne, paru en 1980, représente un nouveau progrès substantiel, sinon une surprise au niveau du résultat principal. Il semble qu'il y a eu également des progrès en cohomologie cristalline de car. $p > 0$, sans compter le "rush" autour de la cohomologie d'intersection, qui a fini par faire revenir certains (à leur corps défendant) au langage des catégories dérivées, voire même les faire se rappeler de paternités longtemps répudiées…

13.3. III La Mode - ou la Vie des Hommes illustres

13.3.1. L'instinct et la mode - ou la loi du plus fort

Note 48 [Cette note est appelée par la note 46 p. 265]

◇Comme il est bien connu, la théorie des catégories dérivées est due à J.L. Verdier. Avant qu'il entreprenne le travail de fondements que je lui avais proposé, je m'étais borné à travailler avec les catégories dérivées de façon heuristique, avec une définition provisoire de ces catégories (qui s'est avérée par la suite être la bonne), et avec une intuition également provisoire de leur structure interne essentielle (intuition qui s'est révélée techniquement fausse dans le contexte prévu, le "mapping cône" ne dépendant **pas** fonctoriellement de la flèche dans une catégorie dérivée qui est censée le définir, et qui le définit seulement à isomorphisme non unique près). La théorie de dualité des faisceaux cohérents (i.e. le formalisme des "six variances" dans le cadre cohérent) que j'avais développée vers la fin des années cinquante[27](*), ne prenait tout son sens que module un travail de fondements sur la notion de catégorie dérivée, qui a été fait par Verdier ultérieurement.

Le texte de la thèse de Verdier (passée seulement en 1967), d'une vingtaine de pages, me semble la meilleure introduction au langage des catégories dérivées écrite à ce jour, situant ce langage dans le contexte de ses utilisations essentielles (dont plusieurs sont dues à Verdier lui-même). C'était seulement l'introduction à un travail en cours de rédaction, et qui a fini par être rédigé ultérieurement. Je peux me flatter d'être, sinon l'unique, du moins l'une des très rares personnes qui peuvent témoigner avoir tenu entre leurs mains ce travail,

[27](*) Il y manquait encore une opération $Rf_!$ (cohomologie à support propre) pour un morphisme non propre, qui a été introduite six ou sept ans plus tard par Deligne, grâce à l'introduction par lui du contexte des promodules cohérents, qui m'apparaît comme une idée nouvelle importante (reprise avec succès dans sa théorie des promodules stratifi és).