

me soufflait qu'il "devait y avoir quelque chose", une telle chose qu'une fonction  $L$  "à coefficients" dans un faisceau - sans cette voix insistante, je n'aurais pas même songé à dégager **la** bonne notion, et la formule pertinente qui va avec ; où j'y serais arrivé sans doute dans les années suivantes, mais en ayant **d'abord** à découvrir par mes propres moyens cette autre formule de portée plus générale, qui était "sur le chemin", qu'il **fallait** découvrir.

Psychologiquement, les deux situations sont très similaires. Tout comme Verdier devait d'abord dégager la notion de "correspondance cohomologique", pour préciser le "problème de la formule de Lefschetz" (au delà de la formule "ordinaire"), ainsi je devais dégager la notion de fonction  $L$  "à coefficients", pour  $\diamond$  préciser le "problème de la formule des fonctions  $L$ " (sous-entendu : au delà du cas de la fonction  $L$  "ordinaire", associée à une  $X$  propre et lisse...). Le "moment créateur", celui où une étincelle a passé, est celui où j'ai **vu ce problème** : définir de telles fonctions  $L$  généralisées - et je l'ai **assumé**, en allant jusqu'au bout de ce problème-là. Une fois le problème bien vu, et à supposer que j'arrive à le "faire passer" à un quelconque des gens autour de moi qui étaient "dans le coup", c'était clair qu'il n'aurait pu s'empêcher de le résoudre, de **la** seule façon naturelle et raisonnable, en y mettant quelques jours sans doute (comme cela a dû être le cas pour moi), définitions, énoncé, démonstration et tout<sup>505</sup>(\*).

C'est vrai bien sûr que les "dévissages" qui ramènent à la dimension un sont "faciles", et même "triviaux" si on y tient. Ce n'est pas dans ce genre de dévissage, que le premier venu fera aussi bien que moi (ou ne daignera pas faire), qu'il y a **découverte**. La découverte est dans une **notion** à laquelle personne n'avait songé, alors qu'elle est **évidente** : celle de fonction  $L$  "à coefficients". Dans cette notion et dans la formule qui en est inséparable, il y a la possibilité (dans le contexte des schémas de type fini sur le corps premier  $\mathbb{F}_p$ , ou plus généralement, sur l'anneau de base absolu  $\mathbb{Z}$ ) d'interpréter les "six opérations" en cohomologie, à commencer par le foncteur  $Rf_!$ , (des opérations donc de nature "**géométrique**") en termes d'opérations sur des "champs de fonctions  $L$ ", i.e. en termes "**arithmétiques**". C'était là un nouveau pas dans la direction inaugurée par les conjectures de Weil en 1949, vers les épousailles entre la géométrie et l'arithmétique, par le truchement du thème cohomologique.

Que deviennent ces deux découvertes, dans ce texte qui se présente comme **le** livre standard de référence pour la cohomologie étale et  $\ell$ -adique - ce texte dû au plus doué et au plus prestigieux parmi ceux qui furent mes élèves ?

La formule de Lefschetz-Verdier, qui m'avait inspirée sans que j'aie eu jamais à "l'utiliser", est devenue l'**épouvantail** brandi avec à-propos, pour faire entendre au lecteur (qui ne demande qu'à croire !) à quel fil ténu et peu engageant (et "conjectural", ce qui plus est, sans compter que les termes locaux "n'étaient pas calculés") était suspendu un certain séminaire  $\diamond$  auquel ("conformément à l'esprit de ce volume") on s'abstient charitablement de jamais référer (si ce n'est aux seules fins de le débiter...); en rappelant quand même discrètement ici et là que si ladite formule malvenue (et inutilisable pour tout dire) a quand même cessé d'être "conjecturale", c'est grâce au modeste auteur du brillant volume.

Quant à la notion de fonction  $L$  à coefficients, qui est la notion centrale de ce Rapport qui constitue le coeur même du livre, elle apparaît sans tambour ni trompette au par. 1.6 du Rapport (loc. cit. p. 80), sans le moindre commentaire qui indiquerait une motivation ou une provenance. Une définition c'est une définition après tout, on n'a pas à la justifier. Le lecteur qui se poserait une question sur l'origine de cette notion, un peu abracadabrante il faut bien avouer (surtout quand on vous la balance comme ça à jeun...), a le choix entre Artin-Weil (mais il n'y avait pas encore de faisceaux  $\ell$ -adiques de leur temps, visiblement introduits

<sup>505</sup>(\*) Je mets ici à part le dernier pas de la démonstration, que j'avais laissé en suspens (comme ne devant pas poser de vrai problème), et qui risquait d'être plus long.