6.3. (7) L'héritage de Galois

◊Il semblerait que parmi toutes les sciences naturelles, ce n'est qu'en mathématiques que ce que j'ai appelé "le rêve", ou "le rêve éveillé", est frappé d'un interdit apparemment absolu, plus que deux fois fois millénaire. Dans les autres sciences, y compris des sciences réputées "exactes" comme la physique, le rêve est pour le moins toléré, voire encouragé (selon les époques), sous des noms il est vrai plus "sortables" comme : "spéculations", "hypothèses" (telle la fameuse "hypothèse atomique", issue d'un rêve, pardon d'une spéculation de Démocrite), "théories"... Le passage du statut du rêve-qui-n'ose-dire-son-nom à celui de "vérité scientifique" se fait par degrés insensibles, par un consensus qui s'élargit progressivement. En mathématiques par contre, il s'agit presque toujours (de nos jours du moins) d'une transformation subite, par la vertu du coup de baguette magique d'une **démonstration**[2] (4). Aux temps où la notion de définition mathématique et de démonstration n'était pas, comme aujourd'hui, claire et objet d'un consensus (plus ou moins) général, il y avait pourtant des notions visiblement importantes qui avaient une existence ambiguë - comme celle de nombre "négatif" (rejetée par Pascal) ou celle de nombre "imaginaire". Cette ambiguïté se reflète dans le langage en usage encore aujourd'hui.

La clarification progressive des notions de définition, d'énoncé, de démonstration, de théorie mathématique, a été à cet égard très salutaire. Elle nous a fait prendre conscience de toute la puissance des outils, d'une simplicité enfantine pourtant, dont nous disposons pour formuler avec une précision parfaite cela même qui pouvait sembler informulable - par la seule vertu d'un usage suffisamment rigoureux du langage courant, à peu de choses près. S'il y a une chose qui m'a fasciné dans les mathématiques depuis mon enfance, c'est justement cette puissance à cerner par des mots, et à exprimer de façon parfaite, l'essence de telles choses mathématiques qui au premier abord se présentent sous une forme si élusive, ou si mystérieuse, qu'elles paraissent au-delà des mots...

Un contrecoup psychologique fâcheux pourtant de cette puissance, des ressources qu'offre la précision parfaite et la démonstration, c'est qu'elles ont accentué encore la tabou traditionnel à l'égard du "rêve mathématique" ; c'est-à-dire à l'égard de tout ce qui ne se présenterait pas sous les aspects conventionnels de précision (fût-ce aux dépens d'une vision plus vaste), garantie "bon teint" par des démonstrations en forme, ou sinon (et de plus en ◊plus par les temps qui courent...) par des esquisses de démonstration, censées pouvoir se mettre en forme. Des **conjectures** occasionnelles sont tolérées à la rigueur, à condition qu'elles satisfassent aux conditions de précision d'un questionnaire, où les seules réponses admises seraient "oui" ou "non". (Et à condition de plus, est-il besoin de le dire, que celui qui se permet de la faire ait pignon sur rue dans le monde mathématique.) A ma connaissance, il n'y a pas eu d'exemple du développement, à titre "expérimental", d'une théorie mathématique qui serait explicitement conjecturale dans ses parties essentielles. Il est vrai que suivant les canons modernes, tout le calcul des "infiniment petits" développé à partir du dix-septième siècle, devenu depuis le calcul différentiel et intégral, prendrait figure de rêve éveillé, qui se serait transformé finalement en

[2]**(4)**

Même de nos jours d'ailleurs, on rencontre des "démonstrations" au statut incertain. Il en a été ainsi pendant des années de la démonstration par Grauert du théorème de finitude qui porte son nom, que personne (et les bonnes volontés n'ont pas manqué !) n'arrivait à lire. Cette perplexité a été résolue par d'autres démonstrations plus transparentes, et dont certaines allaient plus loin, qui ont pris la succession de la démonstration initiale. Une situation similaire, plus extrême, est la "solution" du problème dit "des quatre couleurs", dont, la partie calculatoire a été réglée à coups d'ordinateur (et de quelques millions de dollars). Il s'agit donc là d'une "démonstration" qui ne se trouve plus fondée dans l'intime conviction provenant de la compréhension d'une situation mathématique, mais dans le crédit qu'on fait à une machine dénuée de la faculté de comprendre, et dont l'utilisateur mathématicien ignore la structure et le fonctionnement. A supposer même que le calcul soit confirmé par d'autres ordinateurs, suivant d'autres programmes de calcul, je ne considère pas pour autant que le problème des quatre couleurs soit clos. Il aura seulement changé de visage, en ce sens qu'il ne s'agit plus guère de chercher un contre-exemple, mais seulement une démonstration (lisible, il va de soi !).