de vue, et grâce à lui seulement, que les complexes d'opérateurs différentiels peuvent être utilisés à présent comme des "coefficients" pour une nouvelle théorie cohomologique, avec toute la richesse d'intuitions qui s'y rattache. Si j'établis un parallèle entre la théorie des coefficients de De Rham, et celle des coefficients ℓ-adiques (laquelle a été d'ailleurs une des principales sources d'inspiration de Mebkhout dans le développement de sa philosophie), je dirais que ce premier pas de **nature conceptuelle**, un pas "enfantin", s'apparente a celui que j'avais fait (en 1958) en introduisant la notion de faisceau étale (contenant en germe la notion unificatrice cruciale de **topos**). Dans cette même analogie, le "théorème du bon Dieu" (qu'on va rappeler plus bas) s'apparente au théorème de changement de base pour un morphisme propre en cohomologie étale, qui a été (en 1963) **le** premier grand théorème pour le démarrage de la cohomologie étale, conduisant en l'espace de quelques semaines à une situation de "maîtrise" quasiment complète sur l'outil cohomologique étale. Le travail analogue dans le cadre des $\mathscr{D}$-Modules (ou plus généralement dans le cadre cristallin), pour arriver à une maîtrise de la "cohomologie cristalline" (ou "de De Rham", dans un sens large que je voyais à une telle théorie dès les années soixante) - ce travail reste encore à faire, depuis sept ans que la première grande percée a enfin été accomplie par Zoghman Mebkhout.

La nouvelle catégorie de coefficients introduite par Mebkhout, qui "contient" (au sens explicite dans la note "L'oeuvre. . . ", n° 171 (ii)) à la fois les "coefficients discrets analytiquement constructibles", et les coefficients cohérents introduits par Serre (systématisés par moi en une théorie cohomologique des "coefficients cohérents"[671](*)), est celle formée des complexes de $\mathscr{D}$-Modules à faisceau de cohomologie **cohérents** (en tant que $\mathscr{D}$-Modules), vue comme sous-catégorie pleine

$$D^*_{coh}(X, \mathscr{D}_X) \text{ ou } \underline{Cris}^*_{coh}(X) \tag{3}$$

de la catégorie dérivée habituelle $D^*(X, \mathscr{D}_X)$. Si on se borne aux complexes à cohomologie bornée (formant la sous-catégorie pleine $\underline{Cris}^b_{coh}(X)$), un tel "coefficient" se représente **localement** par un complexe de $\mathscr{D}$-Modules libre de type fini en tout degré, et à degrés bornés ; ou aussi, ce qui revient essentiellement au même, par un complexe d'opérateurs différentiels à degrés bornés. [672]

◇Quand on travaille avec les catégories dérivés, il y a lieu bien sûr de remplacer les foncteurs fondamentaux (1) et (2) par les foncteurs dérivés totaux

$$F \longmapsto R\underline{Hom}_{\underline{O}_X}(F, \mathscr{D}_X)\ ,\ C \longmapsto R\underline{Hom}_{\mathscr{D}}(C, \underline{O}_X). \tag{4}$$

Si on cherche des foncteurs **covariants** de nature similaire à ces deux foncteurs, on tombe tout d'abord sur le foncteur "extension des scalaires" (désigné par N dans la note citée) :

$$F \longmapsto \mathscr{D} \otimes_{\underline{O}_X} F\,, \tag{5}$$

(produit tensoriel total), où dans le produit tensoriel on utilise encore la structure de $\underline{O}_X$-Module à droite de $\mathscr{D}$ i-e. $\mathscr{D}_d$, [673](*) Ce foncteur en F a l'inconvénient, par rapport à (1), de ne pas se prolonger aux morphismes

[671](*) Il s'agit du formalisme des six opérations et de bidualité, que j'ai développé dans le cadre cohérent dans la deuxième moitié des années cinquante.

[672](**) (16 juin - cf. fi n de la note (*) page 988). Mebkhout vient de me faire observer que ceci n'est pas tout à fait exact - cette problématique est évoquée dans loc. cit. 1.5 d) (p. 312). Mebkhout y réfère explicitement dans son travail "Dualité de Poincaré" (Séminaire "Singularités" de Paris VII, 1977-79), dans les trois dernières lignes du §4.4 (théorème de dualité relative pour les -modules).

[673](*) Il est connu que $\mathscr{D}$ est plat en tant que $\underline{O}_X$-Module à droite ou à gauche (se voit immédiatement sur la fi ltration canonique de $\mathscr{D}$, et la forme connue du gradué associé. . .). Il en résulte que le produit tensoriel "total" dans (5) est en fait un produit tensoriel