complexe (i.e. la cohomologie de Betti complexe). Ces conditions (et c'est cela qui pour moi fait leur principal intérêt) sont en fait "purement algébriques", gardant un sens notamment dans le cas où X serait remplacé par un schéma de type fini (lisse si on veut, mais ce n'est pas nécessaire) sur un corps de caractéristique nulle quelconque.

Le foncteur de Mebkhout M (ou "foncteur du bon Dieu"[605](**)) se décrit comme foncteur quasi-inverse du foncteur

$$m: \underline{Cris}^*(X)_{\text{hol.rég.}} \longrightarrow \underline{Cons}^*(X,C)\,,$$

défini par

$$m: F \longmapsto DR(F) \overset{\text{dfn}}{=} R\underline{Hom}_{\mathscr{D}}(\underline{O}_X, F)\,,$$

◇restriction du foncteur (défini sur $\underline{Cris}^*_{coh}(X)$ tout entier) associant à chaque complexe de $\mathscr{D}_X$-Modules (à cohomologie cohérente) le complexe d'opérateurs différentiels (ou "complexe de De Rham") associé[606](*). Le théorème de constructibilité de Kashiwara implique que lorsque F est holonome (et a fortiori, quand il est holonome régulier), $DR(F)$ est bien dans $\underline{Cons}^*(X,C)$, ce qui permet de définir le foncteur m - une définition évidente certes, enfantine, et à laquelle pourtant personne à part Mebkhout (et jusqu'au moment du "grand rush" encore, cinq ans plus tard...) n'avait songé[607](**) ! (Il aurait fallu pour cela qu'on se rappelle d'un certain yoga, celui des catégories dérivées, que tout le monde d'un commun accord avait décidé d'enterrer, aux côtés du défunt qui l'avait introduit parmi d'autres bombinages du même style... [608](***)). ◇De plus, la

diviseur Y dans X, la régularité au sens de Mebkhout (pour un complexe de $\mathscr{D}$-Modules C sur X), "le long de Y" , s'écrit en disant que le morphisme canonique

$$Ri_*^{\text{mér}}(C_U) \to Ri_*(C_U)$$

de "l'image directe méromorphe" de la restriction C_U de C à U, vers l'image directe ordinaire, induit un quasi-isomorphisme pour les complexes de De Rham associés.

Dans le cas où F_U se réduit à un "système local" i.e. à un faisceau $\underline{O}_U$-cohérent à connexion intégrable, cette notion équivaut à celle de Deligne. Celle-ci est visiblement inspirée, elle aussi, de mon théorème de comparaison (avec cette différence que Deligne n'a garde de le signaler, alors que Mebkhout prend soin constamment d'indiquer clairement ses sources). Mebkhout n'a pris connaissance de la notion de Deligne qu'après avoir introduit sa propre défi nition, qui est de nature transcendante. Il n'avait pas cherché auparavant une description purement algébrique de sa condition. Le travail de Deligne montrait que dans le cas particulier envisagé, la condition algébrique de Deligne impliquait celle de Mebkhout, et Mebkhout vérifi e que l'inverse est également vrai. Cela fournit dès lors la clef pour une description purement algébrique de la condition de régularité de Mebkhout, pour tout complexe de $\mathscr{D}$-Modules à cohomologie cohérente et holonome.

Mebkhout me dit que les japonais ont une notion de "micro-différential system with regular singularities" , qu'ils utilisaient dans un esprit complètement différent (pour des besoins d'analyse, et non de géométrie). Après le rush sur le théorème du bon Dieu, c'était là un moyen tout trouvé (parmi de nombreux autres) pour brouiller les cartes et pour escamoter le travail de pionnier de Mebkhout. Il semblerait que les deux notions sont équivalentes - et il y a des chances, vu l'état de pagaille délibérée dans le sujet, que personne n'ait jamais pris la peine de le vérifi er. Mebkhout n'a jamais travaillé qu'avec la notion de régularité telle qu'il l'avait introduite en 1976 (et qui fi gure dans sa thèse, soumise deux ans plus tard).

[605](**) Pour l'origine et le sens du nom "théorème (ou foncteur) du bon Dieu", voir la note "L'inconnu de service et le théorème du bon Dieu" (n° 68'), écrite d'ailleurs avant que je n'aie connaissance de la mystifi cation du Colloque Pervers, ni même encore de "l'Enterrement dans toute sa splendeur".

[606](*) Voir à ce sujet la note déjà citée "Les cinq photos (cristaux et $\mathscr{D}$-Modules)" n° 171 (ix), partie (a), "L'album "coeffi cients de De Rham" ".

[607](**) (7 mai) Il s'impose d'appeler les **deux** foncteurs m, M, établissant dans un sens et dans l'autre l'équivalence de catégories cruciales, les **foncteurs de Mebkhout**, et de même pour les foncteurs m_∞, M_∞ relatifs aux $\mathscr{D}^\infty$-Modules. (Au sujet de ceux-ci, voir la note citée "Les cinq photos" (n° 171 (ix), partie (b).) En composant ces foncteurs avec les foncteurs dualisants naturels, on trouve deux autres couples de foncteurs quasi-inverses l'un de l'autre, (δ,Δ) et $(\delta_\infty,\Delta_\infty)$, contrevariants eux, et plus commodes à certains égards (cf. note citée). Ce sont les quatre "**contrafoncteurs de Meckbhout**".

[608](***) (7 mai) Plus d'une fois Mebkhout s'est vu traiter comme un rigolo, qui croit qu'écrire des flèches entre catégories dérivées (on vous demande un peu !) et des $R\underline{Hom}$, c'est faire des maths... Il ne s'est pas laissé ébranler pour autant, pas plus que moi dans le temps quand j'ai introduit (en 1955) les Ext^i globaux et locaux de faisceaux de Modules (en attendant les $RHom$ avec ou sans soulignés), lesquels donnaient le mal de mer à tous et justifi aient les plus expresses réserves à mon égard (du moins