

14.2.4. L'éviction

Note 63 ◇ (22 avril) Cet article²³(*) est paru dans les Publications Mathématiques en 1968, donc deux ans avant que je quitte le monde des mathématiciens. Son point de départ avait été une conjecture dont j'avais parlé à Deligne, d'une propriété de dégénérescence de suites spectrales qui à ce moment pouvait paraître assez incroyable, et qui devenait plausible néanmoins par voie "arithmétique", comme conséquence des conjectures de Weil. Cette motivation avait par elle-même un grand intérêt, car elle montrait tout le parti qu'on pouvait tirer d'un "yoga des poids" contenu implicitement dans les conjectures de Weil (yoga entrevu d'abord par Serre, dans certains aspects importants). Des ce temps je l'appliquais couramment à toutes sortes de situations analogues, pour tirer des conclusions de nature "géométrique" (pour la cohomologie des variétés algébriques) à partir d'arguments "arithmétiques". Ceux-ci restaient heuristiques aussi longtemps que les conjectures de Weil n'étaient pas établies, mais avaient néanmoins une grande force probante, et représentaient un **moyen de découverte** de tout premier ordre. La démonstration "géométrique" de Deligne pour la conjecture particulière en question, à l'aide du théorème de Lefschetz (établi alors en car. nulle seulement), avait un intérêt dans une direction tout à fait différente, en plus du premier mérite de ne dépendre d'aucune conjecture. Le lien qu'indiquaient les deux approches entre deux choses qui pouvaient paraître sans rapport mutuel, savoir d'une part les conjectures de Weil (et le yoga des poids qui en représentait alors pour moi l'aspect le plus fascinant), et d'autre part le théorème de Lefschetz - ce lien était en lui-même très instructif.

La chose intéressante ici pour mon propre actuel, et qui ne m'est apparue dans tout son sens qu'aujourd'hui même, c'est que le lecteur de cet article aura très peu de chances de se douter que j'étais pour quelque chose dans la motivation initiale du résultat principal, et aucune chance du tout d'apprendre dans cet article quelle avait été cette motivation. (Voir aussi début de la note (49).) La démarche **spontanée** (y compris, j'en suis persuadé, chez l'auteur lui-même), pour l'exposition d'un résultat comme celui-là, aurait été de partir de la conjecture (certes frappante), d'en indiquer la première raison trouvée, toute aussi frappante, ce qui était une bonne occasion de "vendre" enfin ce fameux yoga des poids, d'une bien plus grande portée en lui-même ◇ que le résultat principal du travail²⁴(*) ; puis d'enchaîner avec le point de vue "théorème de Lefschetz" ²⁵(**) qui permettait de démontrer la conjecture initiale sous des conditions un peu plus générales (schéma de base quelconque, pas nécessairement propre et lisse sur un corps), mais en caractéristique zéro seulement. L'exposition suivie commence par contre par des généralités d'algèbre homologique (jolies comme tout on s'en doute, et présentées avec l'élégance coutumière chez l'auteur), généralités qu'il a dû oublier depuis comme tout le monde, style axiomatisation du théorème de Lefschetz. Le résultat principal (le seul bien sûr dont tout le monde se rappelle) apparaît comme cor. X vers le milieu de l'article, alors qu'en "remarque 2.9" quelque

²³(*) Il s'agit de l'article de Deligne sur la dégénérescence de suites spectrales et le théorème de Lefschetz (Publications Mathématiques 35, 1968) cité dans la note "Poids en conserve et douze ans de secret", n° 49).

²⁴(*) C'est le yoga justement qui est resté secret (me semble-t-il) pendant les six années suivantes !

(7 juin) Et (comme il est apparu depuis) qui a été alors présenté par Deligne "pour son compte", sans aucune allusion ni à Serre, ni à moi. (Voir les notes n° 78₁, 78₂).

²⁵(**) (17 juin) L'idée d'utiliser le théorème de Lefschetz ("Vache") pour démontrer une dégénérescence de suites spectrales est due à Blanchard, qui n'obtient cependant le théorème de dégénérescence que moyennant l'hypothèse draconienne (rarement vérifiée) que le système local formé par la cohomologie rationnelle des fibres est trivial. Je connaissais le travail de Blanchard, et n'ai pas manqué d'en parler à Deligne, qui s'est donc inspiré de l'idée de Blanchard pour sa démonstration, même s'il n'avait pas lu l'article. Serre, qui se rappelait de la démonstration de Blanchard mieux que moi, a fait remarquer à Deligne que sa démonstration était en fait une adaptation facile de celle de Blanchard. C'est ce que Deligne signale dans sa remarque 2.10. Cette remarque, où il cite Serre, est écrite pourtant de telle façon à donner l'impression qu'il n'a eu connaissance de l'idée de Blanchard qu'après coup, ce qui n'est nullement le cas. Il y a donc eu escamotage des deux principales **sources** pour son article : d'une part la **motivation** arithmétique, qui permettait de prévoir un renforcement considérable du résultat de Blanchard, et d'autre part l'**idée de démonstration** de Blanchard, qu'il arrive à adapter avec élégance pour obtenir un résultat que Blanchard n'avait sans doute pas osé espérer, et pour cette raison pas même essayé "d'avoir" par sa méthode.