imposture (que SGA 5, où lui et son ami ont appris leur métier, dépendrait du volume-pirate SGA $4\,\frac{1}{2}$, fait de bries et de bracs glanés ou pillés au cours des douze années qui ont suivi), par un luxe de renvois à SGA $4\,\frac{1}{2}$ chaque détour de page…

Le mot de la fin revient (comme il se doit) à Deligne, m'écrivant il y a un mois (le 3 mai), en réponse à une laconique demande d'informations (voir à ce sujet le début de la note "Les Obsèques", n°70) :

> "En résumé, s'il y avait sept ans que tu ne faisais plus de maths [? !] quand ce texte SGA $4\,\frac{1}{2}$ a paru, cela correspond simplement [?] au long délai pour l'édition de SGA 5, **qui était trop incomplet pour être utilement publié tel quel**.
>
> J'espère que ces explications t'agréent."

Si elles ne m'ont "agréé", du moins elles m'auront édifié…

Note 87_4 (6 juin) Il serait peut-être temps d'indiquer quels étaient les principaux thèmes qui ont été développés dans le séminaire oral, et dont le texte publié ne permet de se faire une idée que par recoupements.

I) Aspects locaux de la théorie de dualité, dont l'ingrédient technique essentiel est (comme dans le cas cohérent) le théorème de bidualité (complété par un théorème de "pureté cohomologique"). J'ai l'impression que le sens géométrique de ce dernier théorème, comme un théorème de dualité de Poincaré local, que j'avais pourtant bien expliqué dans le séminaire oral, a été entièrement oublié depuis par ceux qui furent mes élèves[108](*).

II) Formules de traces, y compris des formules de traces "non commutatives" plus subtiles que la formule des traces habituelles (où les deux membres sont des entiers, ou plus généralement des éléments de l'anneau de coefficients, tel $\underline{Z}/n\underline{Z}$ ou un anneau ℓ-adique Z_ℓ, voire Q_ℓ), se plaçant dans l'algèbre d'un groupe fini opérant sur le schéma envisagé, à coefficients dans un anneau convenable (tels ceux envisagés dans la parenthèse précédente). Cette généralisation venait très naturellement, du fait que même dans le cas de formules de Lefschetz du type habituel, mais pour des faisceaux de coefficients "tordus", on était amené à remplacer le schéma initial par un revêtement galoisien (en général ramifié) servant à "détordre" les coefficients, avec le groupe de Galois opérant dessus. C'est ainsi que des formules du type "Nielsen-Wecken" s'introduisent naturellement dans le contexte schématique.

III) Formules d' Euler-Poincaré. Il y avait d'une part une étude circonstanciée d'une formule "absolue" pour des courbes algébriques, à coups de modules de Serre-Swan (généralisant le cas des coefficients modérément ramifiés, donnant lieu à la formule de Ogg-Chafarévitch-Grothendieck plus naïve). D'autre part il y avait des conjectures inédites et profondes du type Riemann-Roch "discret", dont l'une est réapparue sept ans plus tard, dans une version hybride, sous le nom de "conjecture de Deligne-Grothendieck", prouvée par Mac Pherson par voie transcendante (voir note n°87_1).

Les commentaires que je n'ai pu manquer de faire sur les relations profondes entre ces deux thèmes (formules de Lefschetz, formules d' Euler-Poincaré) se sont également perdus sans laisser de traces. (Comme c'était mon habitude, j'ai laissé toutes mes notes manuscrites aux volontaires-rédacteurs-sic, et il ne me reste plus aucune trace écrite du séminaire oral, dont j'avais bien entendu un ensemble de notes manuscrites complet, même si certaines étaient succintes.)

IV) Formalisme détaillé des classes d'homologie et de cohomologie associées à un cycle, découlant naturellement du formalisme général de dualité et de l'idée-clef, consistant à travailler avec la cohomologie "à supports" dans le cycle envisagé, en utilisant les théorèmes de pureté cohomologique.

[108](*) Vérifi cation faite, cette interprétation géométrique a du moins été conservée dans la rédaction d'Illusie.