

Note 81₃ Je crois me rappeler que dans le formalisme des six variances en cohomologie étale (disons), l'hypothèse que les faisceaux d'anneaux servant comme coefficients soient localement constants est inutile - l'hypothèse essentielle est que ce soient des faisceaux de torsion premiers aux caractéristiques résiduelles, **et** que $f^{-1}(\mathcal{B}) \rightarrow \mathcal{A}$ soit un isomorphisme. Quand on abandonne cette dernière hypothèse, on doit entrer dans une théorie (jamais explicitée encore, à ma connaissance) qui "mélange" la dualité "spatiale discrète", et la dualité "cohérente" (relative aux Anneaux de coefficients et leurs homomorphismes). Du coup, on envisage de remplacer, sur les schémas (ou des topos plus généraux) X, Y , les Anneaux de coefficients \mathcal{A}, \mathcal{B} par des schémas relatifs (pas nécessairement affines) X', Y' sur X, Y , et les morphismes de topos annelés $\diamond (X, \mathcal{A}) \rightarrow (Y, \mathcal{B})$ par des diagrammes commutatifs du type

$$\begin{array}{ccc} X' & \longrightarrow & X \\ \downarrow & & \downarrow \\ Y' & \longrightarrow & Y \end{array}$$

avec un formalisme "six opérations" dans un contexte de ce type. Quand X, Y , etc. . . sont les topos ponctuels, on devrait retrouver la dualité cohérente habituelle.

15.2.2. Les bonnes références

Note 82 (8 mai) Il s'agit de l'article de J.L. Verdier "Classe d'homologie associée à un cycle", paru dans Astérisque n°36 (SMF), p.101-151 en 1976. D'une certaine façon, cet article assez incroyable (pourtant plus rien ne devrait m'étonner. . .) fait pendant à l' "article pervers" de Deligne et al. A une réserve près, il consiste pratiquement à **recopier** sur cinquante pages, dans un contexte légèrement différent, des notions, constructions et raisonnements que j'avais développés en long et en large dix ou quinze ans auparavant, - terminologie, notations tout y est textuellement ! Je me serais crû revenu à une séance du séminaire SGA 5 qui avait eu lieu en 1965/66, où ces choses ont été explicitées (apparemment à satiété des participants^{64(*)}) pendant une année entière. Après ce séminaire tout au moins, toutes ces choses faisaient partie du domaine du "bien connu" pour les gens tant soit peu dans le coup^{65(**)} Verdier y avait assisté bien sûr, tout comme Deligne (le seul qui n'était jamais largué, alors que c'était la première fois qu'il mettait les' pieds à mon ^{\diamond} séminaire^{66(*)} - il fallait le faire. . .). Il est vrai, tiens, tiens, qu'en 1976 ça faisait dix ans que la "rédaction-sic" de ce fameux séminaire par des "volontaires-sic" qui en avaient leur claque traînait en longueur - je vois maintenant qu'un de ces "volontaires" s'est quand même chargé de la "rédaction" à sa façon, dès avant la publication de SGA 5 en

^{64(*)}Voir pour des commentaires dans ce sens, les notes n°s 68, 68' "Le signal" et "Le renversement", où j'examine les vicissitudes étranges de la rédaction de ce séminaire, et la relation entre celles-ci et "l'opération SGA 4 $\frac{1}{2}$ de Deligne, La réflexion qui suit me révèle un autre aspect imprévu de ces vicissitudes et du démembrement du séminaire-mère par les soins conjugués de Verdier et de Deligne. Les publications de l'un et de l'autre qui consacrent ce démembrement sont de 1976 et 1977 - elles constituent le "feu vert" donné à Illusie pour préparer (onze ans après. . .) la publication de SGA 5 (qui, Deligne dixit dans SGA 4 $\frac{1}{2}$, "peut être considéré comme une série de digressions, dont certaines très intéressantes").

^{65(**)} Pour une réflexion où je reviens sur cette impression "hâtive" voir la note "Le silence" (n ° 84).

^{66(*)} L'année de ce séminaire a été celle (je crois) où j'ai fait connaissance de Deligne, qui devait avoir alors dix-neuf ans. Il s'est "mis dans le coup" très vite, et s'est chargé même de rédiger mes exposés de dualité étale de l'année précédente (qu'il devait connaître par mes explications et par mes notes), et aussi l'exposé sur la classe de cohomologie associée à un cycle, dont il a été question dans la note citée n°68' ("Le renversement"), et dont il sera encore un peu question dans celle-ci. Le fait qu'avec les moyens qui étaient les siens, et une maîtrise complète du sujet, il ait attendu onze ans pour faire la rédaction, pour l'inclure alors dans son SGA 4 $\frac{1}{2}$ sans m'en informer, me montre maintenant, rétrospectivement, que dès l'année 1966 (et non seulement dès 1968 comme j'ai pu le supposer - voir note n°63, "L'éviction") - donc dès la première année de notre rencontre, il y avait une ambiguïté profonde dans la relation de mon ami à moi, s'exprimant dès ce moment d'une façon parfaitement claire, dont je me suis abstenu de prendre connaissance jusqu'en ce jour !