Ce sont là, dans ma vision des choses, les premières étapes d'un programme de dualité de vaste dimensions, incluant notamment (entre autres (171(xi))) le développement d'un formalisme des six opérations (et de bidualité) pour les coefficients de De Rham - Mebkhout sur les schémas de type fini sur un corps de caractéristique nulle (en attendant mieux). Vu les conditions d'isolement et l'ambiance d'indifférence où Mebkhout a dû travailler, il n'a pu être question pour lui de développer un formalisme complet, tel celui que j'avais développé dans les deux contextes dont il s'était inspiré (171(xii)). Parmi les principaux résultats qu'il dégage et prouve au cours des huits années 1972-1980 (171(x)), celui qui m'apparaît comme le plus important dans l'optique de mon programme des années soixante, est bien sûr celui qui met en évidence **la** bonne catégorie de coefficients cristallins, dits "de De Rham - Mebkhout". Il se trouve que c'est ce résultat aussi qui, à partir d'octobre 1980, a connu la fortune la plus brillante, stupéfiante même, alors pourtant qu'il a été approprié (comme naguère la cohomologie ℓ-adique, ou la tarte à la crème cristalline de car. p) comme un **outil** seulement, arraché d'une vision qui lui donne tout son sens et toute sa force.

Plus encore que pour les autres résultats de Mebkhout, et tout comme dans mes travaux développant le formalisme de bidualité et des six opérations, le langage des catégories dérivées est ici essentiel pour dégager la relation simple et profonde entre coefficients discrets et coefficients cohérents[617](*), décrite dans le théorème du bon Dieu (alias Mebkhout le jamais nommé...). Ainsi, c'est près de vingt ans après la création de l'outil cohomologique étale (que tout le monde aujourd'hui utilise comme allant de soi, tout en traitant par le mépris la vision qui l'avait fait naître...), et grâce à ce résultat (devenu "tarte-à-la-crème") d'un obscur élève posthume, que le langage des catégories dérivées se verra soudain réhabilité (comme s'il n'avait jamais été enterré...), sous les feux de la rampe et dans les ovations de la foule, venue acclamer les enterreurs de hier jouant (modestement) les nouveaux pères. Mais à nouveau j'anticipe...

18.5.4.3. c.... et l'aubaine

Note $171(iii)$ C'est Verdier qui fait plus ou moins figure de "patron de thèse" de Mebkhout, dont le travail depuis sept ans s'était fait dans une solitude complète. Il ne s'est à aucun moment intéressé au travail de ce jeune homme, visiblement aussi borné qu'il était têtu - un vague grothendieckien attardé qu'on traite du haut de sa grandeur. Au cours des quatres ans depuis la première rencontre en 1975, il accordera trois "entrevues" en tout et pour tout à ce quidam qui vient de nulle part. Aucun de mes autres élèves cohomologistes ne

[617](*) (7 mai) De façon précise, à un $\mathscr{D}$-Module holonome (complexe réduit au degré zéro) le foncteur du bon Dieu associé en général un complexe constructible de $\mathbb{C}$-vectoriels qui aura plus d'un faisceau de cohomologie non nul, et inversement. L'exemple le plus simple et frappant est celui où on prend un diviseur Y sur X, d'où une inclusion $i := X \backslash Y \hookrightarrow X$, et le sous-faisceau de $i_*(\underline{O}_U)$ formé des fonctions méromorphes le long de Y. C'est un résultat profond de Mebkhout, obtenu dès 1976 (et absorbé ensuite dans le théorème du bon Dieu) que c'est là un $\mathscr{D}$-Module holonome et régulier (personne avant Mebkhout n'avait jamais songé même à regarder ce faisceau comme un $\mathscr{D}$-Module, et à soupçonner de plus qu'il était ne serait-ce que cohérent...). Son transformé par le foncteur du bon Dieu est $Ri_*(\mathbb{C}_U)$, qui a des faisceaux de cohomologie non nuls en dimension 0 et 1 tout au moins.

C'est là un aspect de la philosophie de Mebkhout qui était absent de l'approche de Deligne, lequel obtenait un dictionnaire entre faisceaux de $\mathbb{C}$-vectoriels constructibles et certains proobjects de $Coh(\underline{O}_X)$ (la catégorie des Modules cohérents sur $\underline{O}_X$) munis d'une stratifi cation, sans avoir à passer à des complexes et des catégories dérivées. (Il a quand même pris soin de faire intervenir celles-ci, à un moment où j'étais encore dans les parages et où l'idée ne serait venue à personne qu'on enterrerait un jour lesdites catégories...). C'est là (à première vue du moins) un avantage de l'approche de Deligne, plus proche de l'intuition géométrique directe des coeffi cients discrets - mais c'est un signe aussi, sans doute, que son approche est moins profonde. J'ai tendance à croire qu'elle aura encore son rôle à jouer, pourtant, mais en "tandem" sans doute avec le point de vue de Mebkhout, qui (je présume) est en quelque sorte dual.

(24 mai) Pour des précisions dans ce sens, voir la sous-note "Les cinq photos (cristaux et $\mathscr{D}$-Modules)" (n° 171(ix)), partie (c), notamment p. 1009 et suivantes.