tibles de Λ-faisceaux étales de tor-dimension finie (lequel anneau opère sur $K.(X,\Lambda)$ quand A est commutatif...), on doit de même avoir un homomorphisme

$$ch_X \,:\, K^{\cdot}(X,\Lambda) \to A(X) \otimes_{\underline{Z}} K^{\cdot}(\Lambda)$$

donnant lieu encore (mutatis mutandis) à la même formule de Riemann-Roch (RR).

Soit maintenant $cons(X)$ l'anneau des fonctions entières constructibles sur X. On définit de façon plus ou moins tautologique des homomorphismes canoniques

$$K_{.}(X,\Lambda) \to Cons(X) \otimes_{\underline{Z}} K_{.}(\Lambda)\,,$$

$$K^{\cdot\cdot}(X,\Lambda) \to Cons(X) \otimes_{\underline{Z}} K^{\cdot\cdot}(\Lambda)\,,$$

Si maintenant on se borne à des schémas **de caractéristique nulle**, alors (par utilisation des caractéristiques d' Euler-Poincaré à supports propres) on voit que le groupe $Cons(X)$ est un foncteur covariant par rapport aux morphismes de type fini de schémas noethériens (en plus d'être contravariant en tant que foncteur-anneau, ce qui est indépendant des caractéristiques), et les morphismes tautologiques précédents sont fonctoriels. (Cela correspond au fait "bien connu", mais qui n'a pas été prouvé je crois dans le séminaire oral SGA 5, qu'en **caractéristique nulle**, pour un faisceau localement constant de Λ-modules F sur un schéma algébrique X, son image par

$$f_! \,:\, K^{\cdot}(X,\Lambda) \to K^{\cdot}(e,\Lambda) \simeq K^{\cdot}(\Lambda)$$

est égal à $d\chi(X)$, où d est le rang de F, $e = Spec(k)$, k le corps de base supposé algébriquement clos...). Cela suggère aussitôt que les homomorphismes de Chern ($1_{.}$) et ($1^{\cdot}$) doivent pouvoir se déduire des homomorphismes tautologiques ($2_{.}$), ($2^{\cdot}$) en composant avec un homomorphisme de Chern "universel" (indépendant de tout anneau de coefficients Λ)

$$ch_X \,:\, Cons(X) \to A(X)\,,$$

de sorte que les deux versions "à coefficients Λ" de la formule RR apparaissent comme contenues formellement dans une formule de RR au niveau des fonctions constructibles, et qui s'écrit toujours sous la même forme.

Quand on travaille avec des schémas sur un corps de base fixé (de caractéristique quelconque à nouveau), ou plus généralement sur un schéma de base **régulier** fixé S (par exemple $S = Spec(\underline{Z})$), la forme de la formule de Riemann-Roch la plus conforme à l'écriture habituelle (dans le cadre cohérent familier depuis 1957) s'obtient en introduisant les produits

$$ch_X(x)c(X/S) = c_{X/S}(x)$$

(où X est dans un $K_{.}(X,\Lambda)$ ou $K^{\cdot}(X,\Lambda)$ indifféremment), qu'on pourrait appeler la **classe de Chern de** x **relativement à la base** S. Lorsque x est l'élément unité de $K^{\cdot}(X,\Lambda)$ i.e. la classe du faisceau constant de valeur Λ, on trouve l'image de la classe de Chern totale relative de X par rapport à S, par 1"homomorphisme canonique de $A(X)$ dans $A(X) \otimes K^{\cdot}(\Lambda)$. Ceci posé, la formule de RR équivaut au fait que la formation de ces classes de Chern relatives

$$c_{X/S} \,:\, K_{.}(X,\Lambda) \to A(X) \otimes K_{.}(\Lambda)\,,$$

pour un schéma X régulier variable au-dessus de S (de type fini sur S), avec S fixé, est fonctoriel par