

droit fil de celles-ci.

J'ai commencé il y a deux ans à tracer un maître d'oeuvre du travail que je vois à faire, avec la lettre à Daniel Quillen⁹⁸⁸(**). Celle-ci a été le coup d'envoi pour l'écriture de "A la Poursuite des Champs", dont un premier volume ("Histoire de Modèles") est pratiquement terminé, et paraîtra sans doute comme volume 4 dans les Réflexions. Je prévois qu'il me faudra encore un sinon deux autres volumes, et un ou deux ans de travail, pour terminer cette prospection préliminaire d'une substance d'une grande richesse, et que vingt ans après je semble toujours être le seul à appréhender. C'est donc bien là un chantier qui a été abandonné pendant une quinzaine d'années, mais qui a repris vie sous mes mains pendant près d'une année. L'écriture de l' Esquisse d'un Programme, puis de Récoltes et Semailles, a interrompu ce travail, que je compte cependant reprendre et mener à bonne fin, dès que sera terminé l'écriture de R. et S. et celle des textes (tous de dimensions limitées) qui doivent constituer, avec la dernière partie de R et S, le volume 3 des Réflexions.

◇ **Chantier 3 : Six opérations, bidualité.** Il s'agit du point de vue que j'ai introduit dans le formalisme de dualité à la Poincaré ou à la Serre, à coefficients discrets ou continus. Le nom "six opérations" que j'avais introduit a été soigneusement éradiqué par mes élèves cohomologistes. Ils se bornent à utiliser ici et là celles qui leur conviennent, tout en larguant aux profits et pertes la structure qu'elles forment dans leur ensemble (avec le formalisme de bidualité), et surtout, le fil conducteur irremplaçable que fournit le point de vue (notamment pour dégager de bonnes "catégories de coefficients", cf. plus bas). Depuis plus de vingt ans que ce formalisme existe et a fait ses preuves, personne parmi ceux qui étaient "dans le coup" n'a pris la peine (si ce n'est dans des papiers destinés à rester secrets et dont je n'ai pas eu connaissance) de dégager le "formulaire" algébrique commun aux nombreuses situations où on dispose d'une telle dualité "passe-partout" s'exprimant en un formalisme de six opérations⁹⁸⁹(*).

On voit qu'il s'agit ici, non pas à strictement parler d'un "chantier à l'abandon" (vu que le travail de formalisation à fournir est ici dérisoire), mais plutôt d'un point de vue fécond systématiquement éludé (comme l'a été celui des topos). Cet abandon a été pour beaucoup sûrement dans l'état de lamentable stagnation que je constate (à quelques exceptions près⁹⁹⁰(**)) sur le thème de la cohomologie des variétés algébriques, en comparaison surtout au vigoureux essor que je lui avais donné entre 1955 et 1970.

Comme je l'ai déjà annoncé dans l' Introduction (I 8, "La fin d'un secret"), à la suite de récoltes et Semailles⁹⁹¹(***), je compte inclure une courte esquisse des traits essentiels du formalisme "six opérations". Grâce aux soins de mes élèves, son existence même est aujourd'hui inconnue à tous, à la seule exception de ceux qui ont été directement associés à l'un ou l'autre des deux séminaires SGA 4 (1963/64) et SGA 5 (1965/66)⁹⁹²(*), et qui visiblement l'ont oublié. Ainsi aurai-je fait ce qui est en mon pouvoir, pour remettre en honneur (s'il se trouve ouvriers à l'affût de bons outils) un outil d'une efficacité parfaite, et un point de vue fécond qui, dans le thème cohomologique, nous conduit constamment droit vers les problèmes cruciaux.

⁹⁸⁸(**) Au sujet de cette lettre, voir notamment la section "Le poids d'un passé" (n° 50, page 136, 2eme alinéa).

⁹⁸⁹(*) (9 mai) Dans un des premiers exposés de SGA 5, j'avais pris grand soin d'explicitier en long et en large ce formulaire, qui allait être comme le nerf moteur de tout le séminaire à venir. Cet exposé, le plus crucial de tous dans SGA 5, a disparu de l'édition-massacre. Il n'y a trace d'une" allusion à son existence dans tout le volume ! Voir note de b. de p. (*) page 942 dans la note "L'ancêtre" (n° 171(i)).

⁹⁹⁰(**) Les "quelques exceptions" sont surtout (avant 1981) les deux importants travaux Weil I,II de Deligne, et quelques résultats sporadiques en cohomologie cristalline, et en théorie de Dieudonné des groupes de Barsotti-Tate sur des bases de car. $p > 0$ générales (que j'avais initiée vers 1969). Il y a eu, comme je l'ai souligné ailleurs, un renouveau dans le sillage du théorème du bon Dieu - Mebkhout (l'un toujours aussi ignoré que l'autre...), avec notamment la théorie des faisceaux de Mebkhout (appelés à tort "pervers" en lieu et place de qui de droit...), développée par Deligne et al.

⁹⁹¹(***) Je rappelle qu'il s'agit du volume 3 des Réflexions, contenant aussi en principe la dernière partie de Récoltes et Semailles.

⁹⁹²(*) Ce sont aussi les deux séminaires, comme par hasard, que le texte qui se présente comme "central" et nommé (oh ironie !) "SGA 4 $\frac{1}{2}$ " recommande de ne surtout pas lire... (29 mai) Pour la portée de la vision des six opérations, voir la note "Les détails inutiles..." (n° 170 (v)), partie (b) ("Des machines à rien faire...").