(ou "le discret") par la médiation du "géométrique" (ou du "continu")[52]. En ce sens, la version des conjectures que j'avais dégagée me paraît plus "fidèle" que celle de Weil lui-même à la "philosophie de Weil" - à cette philosophie non écrite et rarement dite, qui a été peut-être **la** principale motivation tacite dans l'extraordinaire essor de la géométrie au cours des quatre décennies écoulées[53]. Ma reformulation a consisté, pour l'essentiel, à dégager une sorte de "quintessence" de ce qui devait rester valable, dans le cadre des variétés algébriques dites "abstraites", de la classique "théorie de Hodge", valable pour les variétés algébriques "ordinaires"[54]. J'ai appelé "**conjectures standard**" (pour les cycles algébriques) cette nouvelle version, entièrement géométrique, des fameuses conjectures.

Dans mon esprit, c'était là un nouveau pas, après le développement de l'outil cohomologique ℓ-adique, en direction de ces conjectures. Mais en même temps et surtout, c'était aussi un des principes d'approche possibles vers ce qui m'apparaît encore comme le thème le plus profond que j'aie introduit en mathématique[55] : celui des **motifs** (lui-même né du "thème cohomologique ℓ-adique"). Ce thème est comme le **coeur** ou l'âme, la partie la plus cachée, la mieux dérobée au regard, du thème schématique, qui lui-même est au coeur de la vision nouvelle. Et les quelques phénomènes-clef dégagés dans les conjectures standard[56] peuvent être vus comme formant une sorte de quintessence ultime du thème motivique, comme le "**souffle**" vital de ce thème subtil entre tous, de ce "**coeur dans le coeur**" de la géométrie nouvelle.

Voici en gros de quoi il s'agit. Nous avons vu, pour un nombre premier p donné, l'importance (en vue notamment des conjectures de Weil) de savoir construire des "théories cohomologiques" pour les "variétés (algébriques) de caractéristique p". Or, le fameux "outil cohomologique ℓ-adique" fournit justement une telle théorie, et même une **infinité de théories cohomologiques différentes**, à savoir une associée à tout nombre premier différent de la caractéristique p. Il y a là encore visiblement, une "théorie qui manque", qui correspondrait au cas d'un ℓ qui serait égal à p. Pour y pourvoir, j'ai imaginé tout exprès une autre théorie cohomologique encore à laquelle il a été déjà fait allusion tantôt), dite "cohomologie cristalline". D'ailleurs, dans le cas important où p est infini, on dispose de trois autres théories cohomologiques encore[57] - et rien ne prouve qu'on ne sera conduit, tôt ou tard, à introduire encore de nouvelles théories cohomologiques, ayant des propriétés formelles toutes analogues. Contrairement à ce qui se passait en topologie ordinaire, on se trouve donc placé là devant une abondance déconcertante de théories cohomologiques différentes. On avait l'impression très nette qu'en un sens qui restait d'abord assez flou, toutes ces théories devaient "revenir au même", qu'elles "donnaient les mêmes résultats"[58]. C'est pour parvenir à exprimer cette intuition de "parenté" entre

[52](A l'intention du mathématicien) Les conjectures de Weil sont subordonnées à des hypothèses de nature "arithmétique", du fait notamment que les variétés envisagées doivent être définies sur un corps fini. Du point de vue du formalisme cohomologique, cela conduit à donner une place à part à **l'endomorphisme de Frobenius** associé à une telle situation. Dans mon approche, les propriétés cruciales (type "théorème de l'index généralisé") concernent les correspondances algébriques **quelconques**, et ne font aucune hypothèse de nature arithmétique sur un corps de base préalablement donné.

[53]Il y a eu cependant, après mon départ en 1970, un mouvement de réaction très nette, lequel s'est concrétisé par une situation de stagnation relative, que j'ai occasion plus d'une fois d'évoquer dans les lignes de Récoltes et Semailles.

[54]"Ordinaire" signifie ici : "définie sur le corps des complexes". La théorie de Hodge (dite "des intégrales harmoniques" était la plus puissante des théories cohomologiques connues dans le contexte des variétés algébriques complexes.

[55]C'est le thème le plus profond, tout au moins dans la période "publique" de mon activité de mathématicien, entre 1950 et 1969, c'est-à-dire jusqu'au moment de mon départ de la scène mathématique. Je considère le thème de la géométrie algébrique anabélienne et de la théorie de Galois-Teichmüller, développé à partir de 1977, comme étant d'une profondeur comparable.

[56](A l'intention du lecteur géomètre algébriste) Il y a lieu, éventuellement, de reformuler ces conjectures. Pour des commentaires plus circonstanciés, voir "Le tour des chantiers" (ReS IV note n° 178, p. 1215-1216) et la note de b. de p. p 769 dans "Conviction et connaissance" (ReS III, note n° 162).

[57](A l'intention du lecteur mathématicien) Ces théories correspondent respectivement à la cohomologie de Betti (définie par voie transcendante, à l'aide d'un plongement du corps de base dans le corps des complexes), à la cohomologie de Hodge (définie par Serre) et à la cohomologie de De Rham (définie par moi), ces deux dernières remontant déjà aux années cinquante (et celle de Betti, au siècle dernier).

[58](A l'intention du lecteur mathématicien) Par exemple, si f est un endomorphisme de la variété algébrique X, induisant un