

des conditions d'holonomie (à la Sato) et de régularité (à la Mebkhout), est visiblement **la** bonne catégorie de "coefficients de De Rham" que je prévoyais dès les années soixante, et qui manquait encore à ma panoplie, en caractéristique nulle, pour compléter et pour relier entre elles, comme en un seul grand éventail, les "coefficients ℓ -adiques" que j'avais dégagés en 1963 ; c'est aussi la catégorie que Deligne avait essayé de saisir à la fin des années soixante, sans y arriver (semblait-il) d'une façon qui le satisfasse. Cette catégorie, visiblement, aura un rôle essentiel à jouer en géométrie algébrique (et notamment dans la description de la catégorie des motifs sur un schéma de base $X \dots$). Le nom qui s'impose pour cette catégorie, pour moi tout au moins, est celui de "**catégorie des coefficients de De Rham - Mebkhout**"^{611(**)}, notée $DRM^*(X)$ (ou $Meb^*(X)$), ou $DRM^*(X/k)$ (ou $Meb^*(X/k)$)[◇] dans le cadre schématique, quand X est un schéma de type fini sur un corps k de caractéristique nulle^{612(*)}.

C'est via le diagramme de foncteurs (Meb) plus haut, qui résume la philosophie de Mebkhout (remontant à 1976, et établie par lui au cours des années suivantes), que les **coefficients cristallins cohérents** (i.e. les objets de $Cris_{coh}^*(X)$) peuvent être regardés comme une "généralisation commune" des coefficients "discrets" (constructibles) et "continus" (cohérents). La catégorie formée par les premiers s'identifie en tous cas, par le foncteur de Mebkhout M (un foncteur de nature profonde), à la **sous-catégorie pleine** de la catégorie cristalline cohérente formée des coefficients de De Rham-Mebkhout. La situation est moins bonne pour le foncteur tautologique N , qui n'a rien de pleinement fidèle. Mais pour nous consoler et pour compléter le tableau, on peut ajouter que dans chacune des catégories en présence, on dispose d'un **foncteur dualisant** naturel, donnant lieu à un théorème de bidualité ("trivial" pour les \underline{Q}_X -Modules et \mathcal{D}_X -Modules, et utilisant toute la force de la résolution des singularités de Hironaka dans le cas des faisceaux de \mathbb{C} -vectoriels constructibles), sur le modèle que j'avais dégagé dans le cadre cohérent (commutatif) d'abord, dans le cadre discret étale ensuite (en 1963)^{613(**)}. Ceci dit, les deux foncteurs[◇] M et N sont compatibles aux foncteurs dualisants naturels^{614(*)}.

^{611(**)} L'incompréhension générale du rôle crucial et de la signification de cette catégorie apparaît bien déjà dans le fait que celle-ci n'a toujours pas reçue de nom ni de notation lapidaire. Au lieu de ça (dans les textes que j'ai regardés) les auteurs se bornent à des vagues références à "systèmes différentiels holonomes réguliers" (bien fin qui s'y retrouvera !), de "construction" ou "correspondance" ou "relation" (supposée bien connue) entre ceux-ci et faisceaux (E-constructibles - et toujours, est-il besoin de le dire, en passant rigoureusement sous silence celui qui a été l'artisan solitaire, mettant en branle tout ce grand battage autour de la nouvelle tarte à la crème du beau monde : "les \mathcal{D} -Modules".

^{612(*)} Dans le cas algébrique, il faut imposer, en plus de la condition de "régularité" locale, une condition de régularité "à l'infini" (dans le cas d'une variété non propre) pour trouver les "bons" coefficients de De Rham - Mebkhout, qui vont correspondre, dans le cas où le corps de base est le corps complexe, aux complexes de \mathbb{C} -vectoriels sur X_{an} à faisceaux de cohomologie **algébriquement** (et non seulement analytiquement) constructibles. C'est pour ces coefficients aussi qu'on a un "théorème de comparaison", généralisant mon résultat sur la cohomologie de De Rham, à savoir que la "cohomologie totale cristalline" $R\Gamma_{cris}$, prise au point de vue algébrique (zariskierien) ou au sens transcendant, est "la même". Cet énoncé à son tour doit être considéré comme cas particulier d'un énoncé plus complet, à savoir que les "six opérations" au point de vue algébrique sont "compatibles" avec les six opérations au point de vue transcendant.

Si mes élèves n'avaient pas été si occupés à enterrer l'oeuvre du maître, c'est aux tout débuts des années soixante-dix (si ce n'est dès les années soixante...) qu'ils auraient dégagé la théorie de coefficients qui s'imposait, dans toute sa simplicité et toute sa puissance...

^{613(**)} (5 mai) L'extension, du contexte étale au contexte analytique, de mes résultats de bidualité, et de la stabilité de la constructibilité par l'opération $R\hat{H}om$, est d'ailleurs automatique et m'était connue dès 1963, Verdier travaillait alors avec moi depuis trois ans, se mettant dans le bain du yoga des catégories dérivées (dont il s'était chargé de faire la théorie systématique) et de la dualité cohérente. C'est de ma bouche qu'il a appris les techniques qui permettent d'étendre le formalisme de dualité cohérente au cas des coefficients discrets. Comme on l'a vu, il s'est approprié le yoga de dualité et de bidualité, dans le contexte analytique complexe, dans "la bonne référence" treize ans plus tard (en 1976), avec la connivence de Deligne et de mes autres élèves cohomologistes, tous bien au courant de la situation.

Dans l'édition-massacre de SGA 5 l'année suivante (1977), Illusie a conservé (dans l'exposé I) le théorème de bidualité, de sorte que pour un lecteur des deux textes, la supercherie de Verdier est évidente - mais apparemment elle a été considérée comme normale par tous (vu les temps qui courent...). Par contre, Illusie s'est abstenu d'inclure le résultat de stabilité de la constructibilité par les $R\hat{H}om$, que j'avais bien entendu donné **avant** même d'énoncer et de démontrer le théorème de bidualité, dont ma démonstration (recopiée par Verdier) ne dépend aucunement. Ainsi (il faut quand même le faire !) Illusie se borne à établir la stabilité en question quand le deuxième argument est le complexe dualisant !!! C'était là une façon de couvrir son ami