points de X[490](*)).

La rationalité de la fonction L d'une variété X générale avait été établie par Dwork en 1950, par des méthodes "p-adiques" non cohomologiques. Cette méthode avait donc l'inconvénient de ne pas fournir d'interprétation cohomologique de la fonction L, et par suite ne se prête pas à une approche des autres conjectures, pour X projective non singulière. Dans ce dernier cas, l'existence d'un formalisme de cohomologie (sur un "corps de coefficients" R de caractéristique nulle), incluant la dualité de Poincaré pour les variétés projectives non singulières, et un formalisme des classes de cohomologie associées aux cycles (transformant intersections en cup-produits), permet de façon essentiellement "formelle" de transcrire la classique "formule des points fixes de Lefschetz". En appliquant cette formule à l'endomorphisme de Frobénius de $\overline{X}$ et à ses itérés, on allait obtenir une expression (1) comme exigée par Weil, ou les P_i sont des polynômes à coefficients dans R. Cela devait être clair pour Weil dès le moment où il avait énoncé ces conjectures (1949), et ça l'était en tous cas pour Serre comme pour moi dans les années cinquante - d'où justement la motivation initiale pour développer un tel formalisme. C'était là chose faite dès le mois de mars 1963, avec $R = \mathbb{Q}_l$, $l \neq p$. II y avait simplement deux grains de sel :

a) Il n'était pas clair à priori (bien qu'on était persuadé que ce devait être vrai) que les polynômes $P_i(t)$, qui à priori étaient à coefficients dans l'anneau $\mathbb{Z}_l$ des entiers ℓ-adiques, étaient en fait des **entiers ordinaires**, et de plus, indépendants du nombre premier envisagé ℓ ($l \neq p =$ car. k).

b) De la rationalité de la fonction L pour une X projective non singulière, on ne pouvait déduire celle pour un X général, que si on disposait de la résolution des singularités.

Les problèmes soulevés par a) ont joué un rôle crucial, bien sûr, pour l'éclosion et le développement du yoga des **motifs**, et dans la formulation ultérieure des **conjectures standard**, étroitement liées à ce yoga. Ils ont aussi stimulé la réflexion pour trouver également une ◇ théorie **cohomologique p-adique** (réalisée par la suite par la théorie "**cristalline**"), comme une approche possible pour prouver l'intégralité des coefficients des P_i, une fois qu'on saurait (p. ex. via une solution affirmative aux conjectures standard) qu'ils sont rationnels et indépendants de ℓ (**y compris** pour $\ell = p$).

Quoi qu'il en soit, on avait donc dès 1963 l'expression (L) de la fonction L (mais qui à priori dépendait du choix de ℓ), l'équation fonctionnelle, et le bon comportement des nombres de Betti par spécialisation. Il restait donc à résoudre la question a), à prouver l'assertion pour les valeurs absolues des racines de P_i, et enfin (pour faire bon poids) la relation "à la Lefschetz" sur les zéros de P_i. C'est ce qui a été fait dix ans plus tard dans l'article de Deligne "La conjecture de Weil I ", Pub. Math, de l' IHES n° 43 (1973) p. 273-308.

Comme ingrédients de cette démonstration de Deligne, on n'avait donc aucunement besoin d'une formule des points fixes plus sophistiquée que la formule "ordinaire", qui était disponible (sans rien de "conjectural") dès les débuts de 1963. Le seul autre ingrédient cohomologique dans l'article de Deligne, si je ne me trompe, est la théorie cohomologique des pinceaux de Lefschetz (version étale) que j'avais développée vers l'année 1967 ou 68, complété par la formule de Picard-Lefschetz (prouvée dans le cadre étale par Deligne), l'un et l'autre exposés dans le volume SGA 7 II dont il a été question (et dont mon nom, comme par hasard, a quasiment disparu…).

La formule "plus sophistiquée" de points fixes, dite "**de Leschetz-Verdier**", a par contre joué un **rôle psychologique** important, pour m'encourager à dégager l'interprétation cohomologique (L) des fonctions L, valable pour toute variété X (pas nécessairement projective non singulière). Cette formule de Verdier me rappelait qu'il doit y avoir des formules de points fixes sans conditions de non-singularité sur X (comme il était bien connu déjà dans le cas de la formule de Lefschetz ordinaire), mais surtout, elle attirait mon attention

[490](*) De cette dernière des conjectures de Weil, résulte en même temps que l'écriture (L) de la fonction L est **unique**.