D’autre part et pour en revenir à l’approche de Monsky-Washnitzer, qui avait contribué à me "déclencher" sur la cohomologie cristalline, j’avais dès les débuts présent à l’esprit la nécessité d’introduire (pour les besoins d’une théorie qui ne s’appliquerait pas qu’aux schémas propres et lisses) un site cristallin plus gros que le site "infinitésimal", où les "épaississements" envisagés seraient des spectres d’algèbres **topologiques** (avec idéal à puissances divisées) convenables, peut-être celles utilisées par Monsky-Washnitzer (débarrassées d’hypothèses inutiles telle la lissité)(*). Dégager "le bon site" [550] et "les bons coefficients" fait partie du programme que j’avais légué (en pure perte, il apparaît maintenant) à mes élèves cohomologistes, à commencer par Berthelot. Ayant réfléchi à la chose dernièrement "en passant" (à l’occasion de l’écriture de Récoltes et Semailles), et me rappelant de l’impératif d’une théorie cristalline englobant toutes les caractéristiques à la fois, j’en suis venu d’ailleurs à me demander si ces algèbres topologiques (à la Monsky-Washnitzer, ou toute autre variante raisonnable) ne sont pas, elles aussi, trop "grossières" (au même titre que les séries formelles restreintes), car trop "éloignées de l’algébrique", et s’il n’y a pas lieu de les remplacer par des "épaississements" qui sont (dans un sens convenable) des "voisinages étales". Je pense revenir sur ces questions dans la partie des Réflexions faisant suite à Récoltes et Semailles (volume 3, je présume), avec l’exposé du yoga des six opérations et de la "problématique des coefficients", et notamment les coefficients cristallins du type "De Rham-Mebkhout".

Mebkhout avait d’ailleurs pressenti que sa philosophie des $\mathscr{D}$-Modules devait fournir un point de vue nouveau pour la théorie cristalline. Mais ses suggestions dans ce sens, à Berthelot notamment en 1978, venant d’un vague inconnu et grothendieckien impénitent, sont tombées dans des oreilles sourdes[551](*)...

[550](*) Comme je le précise dans une précédente note de b. de p. (voir page 922), il est question de tels épaississements à la Monsky-Washnitzer dans mon premier et seul exposé publié sur le yoga cristallin, de fin 1966. Dès ce moment, il était clair pour moi que la cohomologie cristalline de caractéristique $p > 0$ allait se jouer en majeure partie sur des espaces rigide-analytiques de caractéristique nulle. Je n’ai pas manqué bien sûr de le faire savoir à tous ceux que cela pouvait concerner, et en tout premier lieu sûrement à mon élève Berthelot, une fois qu’il avait choisi de s’investir dans le thème cristallin. Dans l’article cite, suivant un style que je reconnais bien et que Berthelot n’a pas inventé, on dirait qu’il vient tout juste de découvrir (quinze ans plus tard) le lien insoupçonné avec la géométrie rigide-analytique(x). Il y pose au brillant inventeur d’une "généralisation commune" (de la théorie de Monsky-Washnitzer et de la cristalline), qu’il baptise pompeusement "cohomologie rigide" (et qui s’appellera prochainement, comme il se doit, "cohomologie de Berthelot"). Je signale aussi que ce travail de Berthelot est "le prolongement d’une réflexion menée avec Ogus" - le même Ogus qui s’est distingué la même année (1982) par sa participation à l’escroquerie "Motifs", comme co-auteur du volume LN 900.

L’enterrement systématique se continue dans un article ultérieur de Berthelot (dont je possède un preprint) "Cohomologie rigide et théorie de Dwork : le cas des sommes exponentielles" (non daté). Aucune référence au défunt pour la notion cruciale de F-cristal, ou celle de cohomologie à support propre (que j’ai l’honneur d’introduire en géométrie algébrique en février 1963, vingt ans avant...). Ces notions sont si naturelles d’ailleurs qu’il n’y a vraiment pas à s’embarrasser du peu... La notion de fibre générique d’un schéma formel (au dessus d’un anneau de valuation discrète), en tant qu’espace rigide-analytique, est généreusement attribuée à mon ex-élève Raynaud. Cette notion m’était connue avant que ni Berthelot, ni Raynaud ni d’ailleurs personne d’autre n’aient encore entendu prononcer le mot "espace rigide-analytique", vu que c’est le besoin de pouvoir définir une telle fibre générique qui a été une de mes deux motivations pour prévoir l’existence d’une "géométrie rigide-analytique", et que c’est lui aussi qui a été ensuite un des deux fils conducteurs pour Tate, mettant sur pied une construction en forme d’une telle géométrie : sa définition devait être telle que la notion de "fibre générique" devienne tautologique...

(x) (Septembre 1985) En fait, le premier à prévoir l’existence d’une telle théorie a été J. Tate, en août 1959. Voir à ce sujet la note n° 173 d) ("L’Enterrement - ou la pente naturelle"), et plus particulièrement la note de bas de page à la page 1132.

[551](*) D’avoir les oreilles sourdes n’empêche pas ce même Berthelot, dans l’article que je cite dans la précédente note de b. de p., de référer nonchalamment (à la fin du par. 3 A) à "un analogue de la théorie des $\mathscr{D}_X$-Modules sur une variété complexe", dont "pour l’instant" on ne dispose pas encore dans le cadre rigide-analytique. Pas question bien sûr de mentionner ici le nom d’un certain vague inconnu qui était venu lui faire des suggestions farfelues quatre ou cinq ans avant, et ceci d’autant moins qu’un certain Colloque l’année précédente (dont il sera question dans la note suivante "L’Apothéose", n° 171) avait donné clairement le ton en ce qui concerne le vague inconnu en question, sûrement, d’ici quelques années, et avec la bénédiction du vrai père de la philosophie bien connue dite "de Riemann-Hilbert-Deligne", Berthelot va faire figure du brillant inventeur de la philosophie des $\mathscr{D}$-Modules dans le contexte de la "cohomologie rigide-analytique", dite aussi (même si lui-même s’abstient de la nommer ainsi) "cohomologie de Berthelot". Comme quoi, par les temps qui courent, il n’y a pas besoin d’avoir l’oreille bien fine pour aller pourtant loin...