

qui est censé établir le bien-fondé du titre de docteur es Sciences décerné à son auteur sur la foi de la seule introduction ! Ce travail est (ou était - je ne sais s'il en existe encore un exemplaire quelque part. . .) le seul texte, à ce jour, qui présente des fondements systématiques de l'algèbre homologique selon le point de vue des catégories dérivées.

◇ Peut être suis-je le seul à regretter que ni le texte introductif, ni les fondements proprement dits n'ont été publiés²⁸(*), de sorte que le bagage technique essentiel pour l'utilisation du langage des catégories dérivées se trouve éparpillé dans trois endroits différents de la littérature²⁹(**). Cette absence d'un texte de référence systématique, d'un poids comparable au livre classique de Cartan-Eilenberg, m'apparaît à la fois une **cause et un signe** typique de la désaffection qui a frappé le formalisme des catégories dérivées après mon départ de la scène mathématique en 1970.

Il est vrai que dès 1968 il s'était avéré déjà (à l'occasion des besoins d'une théorie cohomologique des traces, développée dans SGA 5) que la notion de catégorie dérivée sous sa forme primitive, et la notion correspondante de catégorie triangulée, étaient insuffisants pour certains besoins, et qu'un travail de fondements plus approfondi restait à faire. Un pas utile, mais encore modeste dans cette direction a été fait (pour les besoins surtout de la cause des traces) par Illusie, avec l'introduction dans sa thèse des "catégories dérivées filtrées". Il semblerait que mon départ en 1970 ait été le signal d'un arrêt soudain et définitif de toute réflexion sur les fondements de l'algèbre homologique, comme aussi sur ceux, intimement liés, d'une théorie des motifs (48₁). Pourtant, pour ce qui est des premiers, toutes les idées essentielles pour des fondements d'envergure semblaient acquises dès les années avant mon départ (48₂). (Y compris l'idée-clef de "dérivateur", ou "machine à fabriquer des catégories dérivées", qui semble bien être l'objet plus riche commun, sous-jacent aux catégories triangulées qu'on a rencontrées jusqu'à présent, idée qui sera finalement développée tant soit peu dans un cadre non-additif, près de vingt ans après, dans un chapitre du volume 2 de la Poursuite des Champs.) De plus, une large partie du travail de fondements à faire avait été déjà fait par Verdier, Hartshorne, Deligne, Illusie, travail qui pouvait être utilisé tel quel pour une synthèse reprenant les idées acquises dans la perspective plus vaste des dérivateurs.

◇ Il est vrai que cette désaffection dans les quinze années écoulées³⁰(*) pour la notion même de catégorie dérivée, qui chez certains s'est apparentée au désaveu d'un passé, va dans le sens d'une certaine mode, qui affecte de regarder avec dédain toute réflexion de fondements, si urgente soit-elle³¹(**). D'un autre côté, il est bien clair pour moi que le développement de la cohomologie étale, que "tout le monde" utilise aujourd'hui sans y regarder à deux fois (ne serait-ce qu'implicitement via feues les conjectures de Weil. . .) n'aurait pu se faire sans le bagage conceptuel que représentaient les catégories dérivées, les six opérations, et le langage des sites et des topos (développé d'abord pour cette fin précisément), sans compter SGA 1 et SGA 2. Et il est tout aussi clair que la stagnation qu'on peut constater aujourd'hui dans la théorie cohomologique des variétés algébriques n'aurait pu apparaître et encore moins s'installer, si certains de ceux qui furent mes élèves avaient su, pendant ces années, suivre leur sain instinct de mathématicien plutôt qu'une mode qu'ils ont été parmi les premiers à instaurer, et qui depuis belle lurette et avec leur appui a acquis force de loi.

²⁸(*) (25 Mai) Après que ces lignes ont été écrites, j'ai découvert que le premier embryon de la thèse de Verdier, datant de 1963 (quatre ans avant la soutenance) a fini par être publié en 1967. Voir à ce sujet les notes "Le compère" et "Thèse à crédit et assurance tous risques", n° 63^o et 81.

²⁹(**) Ces endroits sont : le séminaire bien connu de Hartshorne sur la dualité cohérente, contenant la seule partie publiée à ce jour de la théorie de dualité que j'avais développée dans la deuxième moitié des années 50 ; un ou deux exposés de Deligne dans SGA 4 ; un ou deux chapitres de la volumineuse thèse d'Illusie.

³⁰(*) (24 mai) il y a lieu de nuancer ces "quinze années écoulées" - voir à ce sujet la note n° 47₃, ainsi que la note plus circonstanciée "Thèse à crédit et assurance tous risques", n° 81.

³¹(**) (25 mai) Pour une réflexion sur les forces à l'oeuvre dans l'apparition et la persistance de cette mode, voir la note "Le Fossoyeur - ou la Congrégation toute entière", n° 97.