



RECOLTES ET SEMAILLES

作者：Alexandre GROTHENDIECK

时间：March 25, 2025

目录

第一部分 Présentation des Thèmes ou PRELUDE EN QUATRE MOUVEMENTS	1
第 1 章 En Guise d’Avant-propos	2
第 2 章 Promenade à travers une œuvre ou l’ Enfant et la Mère	8
2.1 La magie des choses	8
2.2 L’importance d’être seul	12
2.3 L’aventure intérieure - ou mythe et témoignage	15
2.4 Le tableau de mœurs	18
2.5 Les héritiers et le bâtisseur	19
2.6 Point de vue et vision	23
2.7 La ”grande idée” - ou les arbres et la forêt	25
2.8 La vision - ou douze thèmes pour une harmonie	29
2.9 Forme et structure - ou la voie des choses	33
2.10 La géométrie nouvelle - ou les épousailles du nombre et de la grandeur .	36
2.11 L’éventail magique - ou l’innocence	40
2.12 La topologie - ou l’arpentage des brumes	42
2.13 Les topos - ou le lit à deux places	46
2.14 Mutation de la notion d’espace - ou le souffle et la foi	49
2.15 Tous les chevaux du roi...	52
2.16 Les motifs - ou le coeur dans le coeur	52
2.17 A la découverte de la Mère - ou les deux versants	57
2.18 L’enfant et la Mère	61
Epilogue : les Cercles invisibles	64
2.19 La mort est mon berceau (ou trois marmots pour un moribond)	64
2.20 Coup d’ oeil chez les voisins d’ en face	66

2.21 L'unique - ou le don de solitude	71
第 3 章 UNE LETTRE	76
3.1 La lettre de mille pages	76
3.2 Naissance de Récoltes et Semailles (une rétrospective - éclair)	77
3.3 Le décès du patron - chantiers à l'abandon	80
3.4 Un vent d'enterrement...	84
3.5 Le voyage	90
3.6 Le versant d'ombre - ou création et mépris	92
3.7 Le respect et la fortitude	97
3.8 "Mes proches" - ou la connivence	99
3.9 Le dépouillement	105
3.10 Quatre vagues dans un mouvement	108

第一部分

Présentation des Thèmes ou PRELUDE EN QUATRE MOUVEMENTS

第 1 章 En Guise d'Avant-propos

30 janvier 1986

Il ne manquait plus que l'avant-propos à écrire, pour confier Récoltes et Semailles à l'imprimeur. Et je jure que j'étais de la meilleure volonté du monde pour écrire quelque chose qui fasse l'affaire. Quelque chose de **raisonnable**, cette fois. Trois quatre pages pas plus, mais bien senties, pour présenter cet énorme "pavé" de plus de mille pages. Quelque chose qui "accroche" le lecteur blasé, qui lui fasse entrevoir que dans ces peu rassurantes "plus de mille pages", il pourrait y avoir des choses qui l'intéressent (voir même, qui le concernent, qui sait?). C'est pas tellement mon style, l'accroche, ça non. Mais là j'allais faire l'exception, pour une fois! Il fallait bien que "l'éditeur assez fou pour courir l'aventure" (de publier ce monstre, visiblement impubliable) rentre dans ses frais tant bien que mal.

Et puis non, c'est pas venu. J'ai fait de mon mieux pourtant. Et pas qu'un après-midi, comme je comptais le faire, vite fait. Demain ça fera trois semaines pile que je suis dessus, que les feuilles s'entassent. Ce qui est venu, c'est sûr, n'est pas ce qu'on pourrait décemment appeler un "avant-propos". C'est encore loupé, décidément! On se refait plus à mon âge – et je suis pas fait pour, pour vendre ou faire vendre. Même quand il s'agit de faire plaisir (à soi-même, et aux amis...).

Ce qui est venu, c'est une sorte de longue "promenade" commentée, à travers mon oeuvre de mathématicien. Une promenade à l'intention surtout du "profane" – de celui qui "n'a jamais rien compris aux maths". Et à mon intention aussi, qui n'avais jamais pris le loisir d'une telle promenade. De fil en aiguille, je me suis vu amené à dégager et à dire des choses qui jusque là étaient toujours restées dans le non-dit. Comme par hasard, ce sont celles aussi que je sens les plus essentielles, dans mon travail et dans mon oeuvre. C'est des choses qui n'ont rien de technique. A toi de voir si j'ai réussi dans ma naïve entreprise de les "faire passer" – une entreprise un peu folle sûrement, elle aussi. Ma satisfaction et mon plaisir, ce serait d'avoir su te les faire sentir. Des choses que beaucoup parmi mes savants collègues ne savent plus sentir. Peut-être sont-ils devenus trop savants et trop prestigieux. Ça fait perdre contact, souvent, avec les choses simples

et essentielles.

Au cours de cette “Promenade à travers une oeuvre”, je parle un peu de ma vie aussi. Et un petit peu, ici et là, de quoi il est question dans Récoltes et Semailles. J’en reparle encore et de façon plus détaillée, dans la “Lettre” (datée de Mai l’an dernier) qui suit la “Promenade”. Cette Lettre était destinée à mes ex-élèves et à mes “amis d’antan” dans le monde mathématique. Mais elle non plus n’a rien de technique. Elle peut être lue sans problème par tout lecteur qui serait intéressé à apprendre, par un récit “sur le vif”, les tenants et aboutissants qui m’ont finalement amené à écrire Récoltes et Semailles. Plus encore que la Promenade, ça te donnera aussi un avant-goût d’une certaine ambiance, dans le “grand monde” mathématique. Et aussi (tout comme la Promenade), de mon style d’expression, un peu spécial paraît-il. Et de l’esprit aussi qui s’exprime par ce style – un esprit qui lui non plus n’est pas apprécié par tout le monde.

Dans la Promenade et un peu partout dans Récoltes et Semailles, je parle du **travail mathématique**. C’est un travail que je connais bien et de première main. La plupart des choses que j’en dis sont vraies, sûrement, pour tout travail créateur, tout travail de découverte. C’est vrai tout au moins pour le travail dit “intellectuel”, celui qui se fait surtout “par la tête”, et en écrivant. Un tel travail est marqué par l’éclosion et par l’épanouissement d’une **compréhension** des choses que nous sommes en train de sonder. Mais, pour prendre un exemple au bout opposé, la passion d’amour est, elle aussi, pulsion de découverte. Elle nous ouvre à une connaissance dite “charnelle”, qui elle aussi se renouvelle, s’épanouit, s’approfondit. Ces deux pulsions - celle qui anime le mathématicien au travail, disons, et celle en l’amant ou en l’amant - sont bien plus proches qu’on ne le soupçonne généralement, ou qu’on n’est disposé à se l’admettre. Je souhaite que les pages de Récoltes et Semaille puissent contribuer à te le faire sentir, dans ton travail et dans ta vie de tous les jours.

Au cours de la Promenade, il sera surtout question du travail mathématique lui-même. J’y reste quasiment muet par contre sur le contexte où ce travail se place, et sur les *motivations* qui jouent en dehors du temps de travail proprement dit. Cela risque de donner de ma personne, ou du mathématicien ou du “scientifique” en général, une image flatteuse certes, mais déformée. Genre “grande et noble passion”, sans correctif d’aucune sorte. Dans la ligne, en somme, du grand “Mythe de la Science” (avec S

majuscule s' il vous plaît). Le mythe héroïque, "prométhéen", dans lequel cervains et savants sont tombés (et continuent à tomber) à qui mieux mieux. Il n' y a guère que les historiens, peut-être, qui y résistent parfois, à ce mythe si séduisant. La vérité, c' est que dans les motivations "du scientifique", qui parfois le poussent à investir sans compter dans son travail, l' ambition et la vanité jouent un rôle aussi important et quasiment universel, que dans toute autre profession. Ça prend des formes plus ou moins grossières, plus ou moins subtiles, suivant l' intéressé. Je ne prétends nullement y faire exception. La lecture de mon témoignage ne laissera, j' espère, aucun doute à ce sujet.

Il est vrai aussi que l' ambition la plus dévorante est impuissante à découvrir le moindre énoncé mathématique, ou à le démontrer - tout comme elle est impuissante (par exemple) à "faire bander" (au sens propre du terme). Qu' on soit femme ou homme, ce qui "fait bander" n' est nullement l' ambition, le désir de briller, d' exhiber une puissance, sexuelle en l' occurrence - bien au contraire! Mais c' est la perception aiguë de quelque chose de fort, de très réel et de très délicat à la fois. On peut l' appeler "la beauté", et c' est là un des mille visages de cette chose-là. D' être ambitieux n' empêche pas forcément de sentir parfois la beauté d' un être, ou d' une chose, d' accord. Mais ce qui est sûr, c' est que ce n' est pas l' ambition qui nous la fait sentir. . .

L' homme qui, le premier, a découvert et maîtrisé le feu, était quelqu' un exactement comme toi et moi. Pas du tout ce qu' on se figure sous le nom de "héros", de "demi-dieu" et j' en passe. Sûrement, comme toi et comme moi, il a connu la morsure de l' angoisse, et la pommade vaniteuse éprouvée, qui fait oublier la morsure. Mais au moment où il a "connu" le feu, il n' y avait ni peur, ni vanité. Telle est la vérité dans le mythe héroïque. Le mythe devient insipide, il devient pommade, quand il nous sert à nous cacher un autre aspect des choses, tout aussi réel et tout aussi essentiel.

Mon propos dans Récoltes et Semaille a été de parler de l' un et de l' autre aspect - de la pulsion de connaissance, et de la peur et de ses antidotes vaniteux. Je crois "comprendre", ou du moins connaître la pulsion et sa nature. (Peut-être un jour découvrirai-je, émerveillé, à quel point je me faisais illusion. . .) Mais pour ce qui est de la peur et de la vanité, et les insidieux blocages de la créativité qui en dérivent, je sais bien que je n' ai pas été au fond de cette grande énigme. Et j' ignore si je verrai jamais le fond de ce mystère, pendant les années qui me restent à vivre. . .

En cours d'écriture de Récoltes et Semaille deux images ont émergé, pour représenter l' un et l' autre de ces deux aspects de l' aventure humaine. Ce sont l' **enfant** (alias l' ouvrier), et le **Patron**. Dans la Promenade qu' on va faire tantôt, c' est de "l' enfant" qu' il sera question presque exclusivement. C' est lui aussi qui figure dans le sous-titre "L' enfant et la Mère". Ce nom va s' éclairer, j' espère, au cours de la promenade.

Dans tout le reste de la réflexion, c' est le Patron par contre qui prend surtout le devant de la scène. Il n' est pas patron pour rien! Il serait d' ailleurs plus exact de dire qu' il s' agit non pas d' un Patron, mais des Patrons d' entreprises concurrentes. Mais il est vrai aussi que tous les Patrons se ressemblent sur l' essentiel. Et quand on commence à parler des Patrons, ça signifie aussi qu' il y a y avoir des "vilains". Dans la partie I de la réflexion ("Fatigue et Renouveau", qui fait suite à la présente partie introductive, où le "Prélude en quatre Mouvements"), c' est surtout moi, "le vilain". Dans les trois parties suivantes, c' est surtout "les autres". Chacun son tour !

C' est dire qu' il y aura, en plus de profondes réflexions philosophiques et de "confessions" (nullément contrites), des "portraits au vitriol" (pour reprendre l' expression d' un de mes collègues et amis, qui s' est trouvé un peu malmené. . .). Sans compter des "opérations" de grande envergure et pas piquées de vers. Robert Jaulin¹ m' a assuré (en plagiant à demi) que dans Récoltes et Semaille je faisais "l' ethnologie du milieu mathématique" (ou peut-être la sociologie, je ne saurais plus trop dire). On est flatté bien sûr, quand on apprend que (sans même le savoir) on fait des choses savantes ! C' est un fait qu' au cours de la partie "enquête" de la réflexion (et à mon corps défendant. . .), j' ai vu défiler, dans les pages que j' étais en train d' écrire, une bonne partie de l' établissement mathématique, sans compter nombre de collègues et d' amis au statut plus modeste. Et ces derniers mois, depuis que j' ai fait les envois du tirage provisoire de Récoltes et Semaille au mois d' octobre dernier, ça "remis ça" encore. Décidément, mon témoignage est venu comme un pavé dans la mare. Il y a eu des échos un peu sur tous les tons vraiment (sauf celui de l' ennui. . .). Presque à chaque coup, c' était pas du tout ce à quoi je me serais attendu. Et il y a eu aussi beaucoup de silence, qui en dit

¹Robert Jaulin est un ami de vieille date. J' ai cru comprendre que vis-à-vis de l' établissement du milieu ethnologique, il se trouve dans une situation (de "loup blanc") un peu analogue à la mienne vis-à-vis du "beau monde" mathématique.

long. Visiblement, j' en avais (et il me reste) à en apprendre encore, et de toutes les couleurs, sur ce qui se passe dans la caboché des uns et des autres, parmi mes ex-élèves et autres collègues plus ou moins bien situés - pardon, sur la "sociologie du milieu mathématique" je voulais dire! À tous ceux venus d' ores et déjà apporter leur contribution à la grande œuvre sociologique de mes vieux jours, je tiens à exprimer ici-même mes sentiments reconnaissants.

Bien sûr, j' ai été particulièrement sensible aux échos dans les tonalités chaleureuses. Il y a eu aussi quelques rares collègues qui m' ont fait part d' une émotion, ou d' un sentiment (resté inexprimé jusqu' alors) de crise, ou de dégradation à l' intérieur de ce milieu mathématique dont ils se sentent faire partie.

En dehors de ce milieu, parmi les tout premiers à faire un accueil chaleureux, voire ému, à mon témoignage, je voudrais nommer ici Sylvie et Catherine Chevalley², Robert Jaulin, Stéphane Deligeorge, Christian Bourgois. Si Récoltes et Semaille va connaître une diffusion plus étendue que celle du tirage provisoire initial (à l' intention d' un cercle des plus restreints), c' est surtout grâce à eux. Grâce, surtout à leur conviction communicative : que ce que je suis efforcé de saisir et de dire, devait être dit. Et que cela pouvait être entendu dans un cercle plus large que celui de mes collègues (souvent maussades, voire hargneux, et mille fois disposés à se remettre en cause. . .). C' est ainsi que Christian Bourgois n' a pas hésité à courir le risque de publier l' impensable, et Stéphane Deligeorge, de me faire l' honneur d' accueillir mon indigeste témoignage dans la collection "Epistémè", aux côtés (pour le moment) de Newton, de Cuvier et d' Arago. (Je ne pouvais rêver meilleure compagnie!) À chacune et à chacun, pour leurs marques répétées de sympathie et de confiance, survenant à un moment particulièrement "sensible", je suis heureux de dire ici toute ma reconnaissance.

Et nous voilà sur le départ d' une Promenade à travers une œuvre, comme entrée en matière pour un voyage à travers une vie. Un long voyage, oui, de mille pages et plus, et bien tassé chacune. J' ai mis une vie à le faire, ce voyage, sans l' avoir épuisé, et plus d' une année à le redécouvrir, page après page. Les mots parfois ont été hésitants à venir, pour exprimer tout le jus d' une expérience se dérochant encore à une compréhension

²Sylvie et Catherine Chevalley sont la veuve et la fille de Claude Chevalley, le collègue et ami à qui est dédié la partie centrale de Récoltes et Semaille (RES III, "La Clef du Yin et du Yang"). En plusieurs endroits de la réflexion, je parle de lui, et du rôle qui fut le sien dans mon itinéraire.

hésitante - comme du raisin mûr et dru entassé dans le pressoir semble, par moments, vouloir se dérober à la force qui l' étreint... Mais même en les moments où les mots semblent se bousculer et couler à flots, ce n' est pas au bonheur-la-chance pourtant qu' ils se bousculent et qu' ils coulent. Chacun d' eux a été pesé au passage, ou sinon après-coup, pour être ajusté avec soin s' il a été trouvé trop léger, ou trop lourd. Aussi cette réflexion-témoignage-voyage n' est pas faite pour être lue vite fait, en un jour ou en un mois, par un lecteur qui aurait hâte d' en venir au mot de la fin. Il n' y a pas "de mot de la fin", pas de "conclusions" dans Récoltes et Semailles, pas plus qu' il n' y en a dans ma vie, ou dans la tienne. Il y a un vin, vieilli pendant une vie dans les fûts de mon être. Le dernier verre que tu boiras ne sera pas meilleur que le premier ou que le centième. Ils sont tous "le même", et ils sont tous différents. Et si le premier verre est gâté, tout le tonneau l' est ; autant alors boire de la bonne eau (s' il s' en trouve), plutôt que du mauvais vin.

Mais un bon vin ne se boit pas à la va-vite, ni au pied levé.

第 2 章 Promenade à travers une œuvre ou l’ Enfant et la Mère

Janvier 1986

2.1 La magie des choses

Quand j’ étais gosse, j’ aimais bien aller à l’ école. On avait le même maître pour nous enseigner à lire et à écrire, le calcul, le chant (il jouait d’ un petit violon pour nous accompagner), ou les hommes préhistoriques et la découverte du feu. Je ne me rappelle pas qu’ on se soit jamais ennuyé à l’ école, à ce moment. Il avait la magie des nombres, et celle des mots, des signes et des sons. Celle de la rime aussi, dans les chansons ou dans les petits poèmes. Il semblait y avoir dans la rime un mystère au delà des mots. Il en a été ainsi, jusqu’ au jour où quelqu’ un m’ a expliqué qu’ il y avait un ”truc” tout simple : que la rime, c’ est tout simplement quand on fait se terminer par la même syllabe deux mouvements parlés consécutifs, qui du coup, comme par enchantement, deviennent des vers. C’ était une révélation ! À la maison, où je trouvais du répondant autour de moi, pendant des semaines et des mois, je m’ amusais à faire des vers. À un moment, je ne parlais plus qu’ en rimes. Ça m’ a passé, heureusement. Mais même aujourd’ hui à l’ occasion, il m’ arrive encore de faire des poèmes - mais sans plus guère aller chercher la rime, si elle ne vient d’ elle-même.

À un autre moment un copain plus âgé, qui allait déjà au lycée, m’ a appris les nombres négatifs. C’ était un autre jeu bien amusant, mais plus vite épuisé. Et il y avait les mots croisés - je passais des jours et des semaines à en fabriquer, de plus en plus imbriqués. Dans ce jeu se combinait la magie de la forme, et celle des signes et des mots. Mais cette passion-là m’ a quitté, sans apparemment laisser de traces.

Au lycée, en Allemagne d’ abord la première année, puis en France, j’ étais bon élève, sans être pour autant ”l’ élève brillant”. Je m’ intéressais sans compter dans ce qui m’ intéressait le plus, et avait tendance à négliger ce qui m’ intéressait moins, sans

trop me soucier de l'appréciation du "prof" concerné. La première année de lycée en France, en 1940, j'étais interne avec ma mère au camp de concentration, à Rieucros près de Mende. C'était la guerre, et on était des étrangers - des "indésirables", comme on disait. Mais l'administration du camp fermait un œil pour les gosses du camp, tout indésirables qu'il soient. On entraînait et sortait un peu comme on voulait. J'étais le plus âgé, et le seul à aller au lycée, à quatre ou cinq kilomètres de là, qu'il neige ou qu'il vente, avec des chaussures de fortune qui toujours prenaient l'eau.

Je me rappelle encore la première "composition de maths", où le prof m'a collé une mauvaise note, pour la démonstration d'un des "trois cas d'égalité des triangles". Ma démonstration n'était pas celle du bouquin, qu'il suivait religieusement. Pourtant, je savais pertinemment que ma démonstration n'était ni plus ni moins convaincante que celle qui était dans le livre et dont je suivais l'esprit, à coups des sempiternels "on fait glisser telle figure de telle façon sur telle autre" traditionnels. Visiblement, cet homme qui m'enseignait ne se sentait pas capable de juger par ses propres lumières (ici, la validité d'un raisonnement). Il fallait qu'il se reporte à une autorité, celle d'un livre en l'occurrence. Ça devait m'avoir frappé, ces dispositions, pour que je me souvienne encore de ce petit incident. Par la suite et jusqu'à aujourd'hui encore, j'ai eu ample occasion pourtant de voir que de telles dispositions ne sont nullement l'exception, mais la règle quasi universelle. Il y aurait beaucoup à dire à ce sujet - un sujet que j'effleure plus d'une fois sous une forme ou sous une autre, dans Récoltes et Semailles. Mais aujourd'hui encore, que je le veuille ou non, je me sens décontenancé, chaque fois que je m'y trouve à nouveau confronté...

Les dernières années de la guerre, alors que ma mère restait internée au camp, j'étais dans une maison d'enfants du "Secours Suisse", pour enfants réfugiés, au Chambon sur Lignon. On était juifs la plupart, et quand on était averti (par la police locale) qu'il y aurait des rafles de la Gestapo, on allait se cacher dans les bois pour une nuit ou deux, par petits groupes de deux ou trois, sans trop nous rendre compte qu'il y allait bel et bien de notre peau. La région était bourrée de juifs cachés en pays cévenol, et beaucoup ont survécu grâce à la solidarité de la population locale.

Ce qui me frappait surtout au "Collège Cévenol" (où j'étais élève), c'était à quel point mes camarades s'intéressaient peu à ce qu'ils apprenaient. Quant à moi, je

dévorais les livres de classe en début d'année scolaire, pensant que cette fois, on allait enfin apprendre des choses vraiment intéressantes ; et le reste de l'année j'employais mon temps du mieux que je pouvais, pendant que le programme prévu était débité inexorablement, à longueur de trimestres. On avait pourtant des profs sympa comme tout. Le prof d'histoire naturelle, Monsieur Friedel, était d'une qualité humaine et intellectuelle remarquable. Mais, incapable de "sévir", il se faisait chahuter à mort, au point que vers la fin de l'année, il devenait impossible de suivre encore, sa voix impuissante couvertes par le tohu-bohu général. C'est pour ça, si ça se trouve, que je ne suis pas devenu biologiste !

Je passais pas mal de mon temps, même pendant les leçons (chut...), à faire des problèmes de maths. Bienôt ceux qui se trouvaient dans le livre ne me suffisaient plus. Peut-être parce qu'ils avaient tendance, à force, à ressembler un peu trop les uns aux autres : mais surtout, je crois, parce qu'ils tombaient un peu trop du ciel, comme ça à la queue-leu-leu, sans dire d'où ils venaient ni où ils allaient. C'étaient les problèmes du livre, et pas mes problèmes. Pourtant, les questions vraiment naturelles ne manquaient pas. Ainsi, quand les longueurs a , b , c des trois côtés d'un triangle sont connues, ce triangle est connu (abstraction faite de sa position), donc il doit y avoir une "formule" explicite pour exprimer, par exemple, l'aire du triangle comme fonction de a , b , c . Pareil pour un tétraèdre dont on connaît la longueur des six arêtes : quel est le volume ? Ce coup-là je crois que j'ai du peiner, mais j'ai dû finir par y arriver, à force. De toutes façons, quand une chose me "tenait", je ne comptais pas les heures ni les jours que j'y passais, quitte à oublier tout le reste ! (Et il en est ainsi encore maintenant...)

Ce qui me satisfaisait le moins, dans nos livres de maths, c'était l'absence de toute définition sérieuse de la notion de longueur (d'une courbe), d'aire (d'une surface), de volume (d'un solide). Je me suis promis de combler cette lacune, dès que j'en aurais le loisir. J'y ai passé le plus clair de mon énergie entre 1945 et 1948, alors que j'étais étudiant à l'Université de Montpellier. Les cours à la Fac n'étaient pas faits pour me satisfaire. Sans me l'être jamais dit en clair, je devais avoir l'impression que les profs se bornaient à répéter leurs livres, tout comme mon premier prof de maths au lycée de Mende. Aussi je ne mettais les pieds à la Fac que de loin en loin, pour me tenir au courant du sempiternel "programme". Les livres y suffisaient bien, au dit programme,

mais il était bien clair aussi qu' ils ne répondaient nullement aux questions que je me posais. A vrai dire, ils ne les voyaient même pas, pas plus que mes livres de lycée ne les voyaient. Du moment qu' ils donnaient des recettes de calcul à tout venant, pour des longueurs, des aires et des volumes, à coups d' intégrales simples, doubles, triples (les dimensions supérieures à trois restant prudemment éludées...), la question d' en donner une définition intrinsèque ne semblait pas se poser, pas plus pour mes professeurs que pour les auteurs des manuels.

D' après l' expérience limitée qui était mienne alors, il pouvait bien sembler que j' étais le seul être au monde doué d' une curiosité pour les questions mathématiques. Telle était en tous cas ma conviction inexprimée, pendant ces années passées dans une solitude intellectuelle complète, et qui ne me pesait pas ¹A vrai dire, je crois que je n' ai jamais songé, pendant ce temps, à approfondir la question si oui ou non j' étais bien la seule personne au monde susceptible de s' intéresser à ce que je faisais. Mon énergie était suffisamment absorbée à tenir la gageure que je m' étais proposé :

Il n' y avait aucun doute en moi que je ne pourrai manquer d' y arriver, de trouver le fin mot des choses, pour peu seulement que je me donne la peine de les scruter, en mettant noir sur blanc ce qu' elles me disaient, au fur et à mesure. L' intuition du volume, disons, était irrécusable. Elle ne pouvait qu' être le reflet d' une réalité évasive pour le moment, mais parfaitement tangible. C' est cette réalité qu' il s' agissait de saisir, tout simplement - un peu, peut-être, comme cette réalité magique de "la rime" avait été saisie, "comprise" un jour.

En m'y mettant, à l'âge de dix-sept ans et frais émoulu du lycée, je croyais que ce serait l'affaire de quelques semaines. Je sus resté dessus pendant trois ans. J'ai trouvé

¹Entre 1945 et 1948, je vivais avec ma mère dans un petit hameau à une dizaine de kilomètres de Montpellier, Maurargues (par Vendargues), perdu au milieu des vignes. (Mon père avait disparu à Auschwitz, en 1942.) On vivait chichement sur ma maigre bourse d' étudiant. Pour arriver à joindre les deux bouts, je faisais les vendanges chaque année, et après les vendanges, du vin de grappillage, que j' arrivais à couler tant bien que mal (en contrevenant, paraît-il, de la législation en vigueur...). De plus il y avait un jardin qui, sans avoir à le travailler jamais, nous fournissait en abondance figues, épinards et même (vers la fin) des tomates, plantées par un voisin complaisant au beau milieu d' une mer de splendides pavots. C' était la belle vie - mais parfois juste aux entournures, quand il s' agissait de remplacer une monture de lunettes, ou une paire de souliers usés jusqu' à la corde. Heureusement que pour ma mère, affligée et malade à la suite de son long séjour dans les camps, on avait droit à l' assistance médicale gratuite. Jamais on ne serait arrivés à payer un médecin...

même moyen, à force, de louper un examen, en fin de deuxième année de Fac - celui de trigonométrie sphérique (dans l'option "astronomie approfondie", sic), à cause d'une erreur idiote de calcul numérique. (Je n'ai jamais été bien fort en calcul, il faut dire, une fois sorti du lycée...) C'est pour ça que j'ai dû rester encore une troisième année à Montpellier pour y terminer ma licence, au lieu d'aller à Paris tout de suite - le seul endroit, m'assurait-on, où j'aurais l'occasion de rencontrer les gens au courant de ce qui était considéré comme important, en maths. Mon informateur, Monsieur Soula, m'assurait aussi que les derniers problèmes qui s'étaient encore posés en maths avaient été résolus, il y avait vingt ou trente ans, par un dénommé Lebesgue. Il aurait développé justement (drôle de coïncidence, décidément!) une théorie de la mesure et de l'intégration, laquelle mettait un point final à la mathématique.

Monsieur Soula, mon prof de "calcul diff", était un homme bienveillant et bien disposé à mon égard. Je ne crois pas qu'il m'ait convaincu pour autant. Il devait déjà y avoir en moi la présence que la mathématique est une chose illimitée en étendue et en profondeur. La mer a-t-elle un "point final" ? Toujours est-il qu'à aucun moment je n'ai été effleuré par la pensée d'aller dénicher le livre de ce Lebesgue dont Monsieur Soula m'avait parlé, et qu'il n'a pas dû non plus jamais tenir entre les mains. Dans mon esprit, il n'y avait rien de commun entre ce que pouvait contenir un livre, et le travail que je faisais, à ma façon, pour satisfaire ma curiosité sur telles choses qui m'avaient intrigué.

2.2 L'importance d'être seul

Quand j'ai finalement pris contact avec le monde mathématique à Paris, un ou deux ans plus tard, j'ai fini par y apprendre, entre beaucoup d'autres choses, que le travail que j'avais fait dans mon coin avec les moyens du bord, était (à peu de choses près) ce qui était bien connu de "tout le monde", sous le nom de théorie de la mesure et de l'intégrale de Lebesgue. Aux yeux des deux ou trois saines à qui j'ai parlé de ce travail (voire même, montré un manuscrit), c'était un peu comme si j'avais simplement perdu mon temps, à refaire du "déjà connu". Je ne me rappelle pas avoir été déçu, d'ailleurs. A ce moment-là, l'idée de recueillir un "crédit", ou ne serait-ce qu'une approbation ou simplement l'intérêt d'autrui, pour le travail que je faisais, devait être encore étrangère à

mon esprit. Sans compter que mon énergie était bien assez accaparée à me familiariser avec un milieu complètement différent, et surtout, à apprendre ce qui était considéré à Paris comme le B.A.BA du mathématicien ².

Pourtant, en repensant maintenant à ces trois années, je me rends compte qu'elles n'étaient nullement gaspillées. Sans même le savoir, j'ai appris alors dans la solitude ce qui fait l'essentiel du métier de mathématicien - ce qu'aucun maître ne peut véritablement enseigner. Sans avoir eu jamais à me le dire, sans avoir eu à rencontrer quelqu'un avec qui partager ma soif de comprendre, je savais pourtant, "par mes tripes" je dirais, que j'étais un mathématicien : quelqu'un qui "fait" des maths, au plein sens du terme - comme on "fait" l'amour. La mathématique était devenue pour moi une maîtresse toujours accueillante à mon désir. Ces années de solitude ont posé le fondement d'une confiance qui n'a jamais été ébranlée - ni par la découverte (débarquant à Paris à l'âge de vingt ans) de toute l'étendue de mon ignorance et de l'immensité de ce qu'il me fallait apprendre ; ni (plus de vingt ans plus tard) par les épisodes mouvementés de mon départ sans retour du monde mathématique ; ni, en ces dernières années, par les épisodes souvent assez dingues d'un certain "Enterrement". (anticipé et sans bavures) de ma personne et de mon oeuvre, orchestré par mes plus proches compagnons d'antan...

Pour le dire autrement : j'ai appris, en ces années cruciales, à être seul³. J'entends par là : aborder par mes propres lumières les choses que je veux connaître, plutôt que de me fier aux idées et aux consensus, exprimés ou tacites, qui me viendraient d'un groupe plus ou moins étendu dont je me sentirais un membre, ou qui pour toute autre raison serait investi pour moi d'autorité. Des consensus muets m'avaient dit, au lycée comme à l'université, qu'il n'y avait pas lieu de se poser de question sur la notion même de "volume", présentée comme "bien connue", "évidente", "sans problème". J'avais passé outre, comme chose allant de soi - tout comme Lebesgue, quelques décennies plus tôt,

²Je fais un court récit de cette époque de transition un peu rude, dans la première partie de Récoltes et Semailles (ReS I), dans la section "L'étranger bienvenu" (n° 9).

³Cette formulation est quelque peu impropre. Je n'ai jamais eu à "apprendre à être seul", pour la simple raison que je n'ai jamais désappris, au cours de mon enfance, cette capacité innée qui était en moi à ma naissance, comme elle est en chacun. Mais ces trois ans de travail solitaire, où j'ai pu donner ma mesure à moi-même, suivant les critères d'exigence spontanée qui étaient les miens, ont confirmé et reposé en moi, dans ma relation cette fois au travail mathématique, une assise de confiance et de tranquille assurance, qui ne devait rien aux consensus et aux modes qui font loi. J'ai occasion d'y faire allusion à nouveau dans la note "Racines et solitude" (ReS IV, n° 171₃, notamment p. 1080).

avait dû passer outre. C'est dans cet acte de "passer outre", d'être soi-même en somme et non pas simplement l'expression des consensus qui font loi, de ne pas rester enfermé à l'intérieur du cercle impératif qu'ils nous fixent - c'est avant tout dans cet acte solitaire que se trouve "la création". Tout le reste vient par surcroît.

Par la suite, j'ai eu l'occasion, dans ce monde des mathématiciens qui m'accueillait, de rencontrer bien des gens, aussi bien des aînés que des jeunes gens plus ou moins de mon âge, qui visiblement étaient beaucoup plus brillants, beaucoup plus "doués" que moi. Je les admirais pour la facilité avec laquelle ils apprenaient, comme en se jouant, des notions nouvelles, et jonglaient avec comme s'ils les connaissaient depuis leur berceau - alors que je me sentais lourd et pataud, me frayant un chemin péniblement, comme une taupe, à travers une montagne informe de choses qu'il était important (m'assurait-on) que j'apprenne, et dont je me sentais incapable de saisir les tenants et les aboutissants. En fait, je n'avais rien de l'étudiant brillant, passant haut la main les concours prestigieux, assimilant en un tournemain des programmes prohibitifs.

La plupart de mes camarades plus brillants sont d'ailleurs devenus des mathématiciens compétents et réputés. Pourtant, avec le recul de trente ou trente-cinq ans, je vois qu'ils n'ont pas laissé sur la mathématique de notre temps une empreinte vraiment profonde. Ils ont fait des choses, des belles choses parfois, dans un contexte déjà tout fait, auquel ils n'auraient pas songé à toucher. Ils sont restés prisonniers sans le savoir de ces cercles invisibles et impérieux, qui délimitent un Univers dans un milieu et à une époque donnée. Pour les franchir, il aurait fallu qu'ils retrouvent en eux cette capacité qui était leur à leur naissance, tout comme elle était mienne : la capacité d'être seul.

Le petit enfant, lui, n'a aucune difficulté à être seul. Il est solitaire par nature, même si la compagnie occasionnelle ne lui déplaît pas et qu'il sait réclamer la totosse de maman, quand c'est l'heure de boire. Et il sait bien, sans avoir eu à se le dire, que la totosse est pour lui, et qu'il sait boire. Mais souvent, nous avons perdu le contact avec cet enfant en nous. Et constamment nous passons à côté du meilleur, sans daigner le voir...

Si dans Récoltes et Semailles je m'adresse à quelqu'un d'autre encore qu'à moi-même, ce n'est pas à un "public". Je m'y adresse à toi qui me lis comme à une personne, et à une personne seule. C'est à celui en toi qui sait être seul, à l'enfant, que je voudrais

parler, et à personne d'autre. Il est loin souvent l'enfant, je le sais bien. Il en a vu de toutes les couleurs et depuis belle lurette. Il s'est planqué Dieu sait où, et c'est pas facile, souvent, d'arriver jusqu'à lui. On jurerait qu'il est mort depuis toujours, qu'il n'a jamais existé plutôt et pourtant, je suis sûr qu'il est là quelque part, et bien en vie.

Et je sais aussi quel est le signe que je suis entendu. C'est quand, au delà de toutes les différences de culture et de destin, ce que je dis de ma personne et de ma vie trouve en toi écho et résonance ; quand tu y retrouves aussi ta propre vie, ta propre expérience de toi-même, sous un jour peut-être auquel tu n'avais pas accordé attention jusque là. Il ne s'agit pas d'une "identification", à quelque chose ou à quelqu'un d'éloigné de toi. Mais peut-être, un peu, que tu redécouvres ta propre vie, ce qui est le plus proche de toi, à travers la redécouverte que je fais de la mienne, au fil des pages dans Récoltes et Semailles et jusque dans ces pages que je suis en train d'écrire aujourd'hui même.

2.3 L'aventure intérieure - ou mythe et témoignage

Avant toute chose, Récoltes et Semailles est une réflexion sur moi-même et sur ma vie. Par là-même, c'est aussi un témoignage, et ceci de deux façons. C'est un témoignage sur mon passé, sur lequel porte le poids principal de la réflexion. Mais en même temps c'est aussi un témoignage sur le présent le plus immédiat - sur le moment même où j'écris, et où naissent les pages de Récoltes et Semailles au fil des heures, des nuits et des jours. Ces pages sont les fidèles témoins d'une longue méditation sur ma vie, telle qu'elle s'est poursuivie réellement (et se poursuit encore en ce moment même...).

Ces pages n'ont pas de prétention littéraire. Elles constituent un document sur moi-même. Je ne me suis permis d'y toucher (pour des retouches stylistiques occasionnelles, notamment) qu'à l'intérieur de limites très étroites⁴. S'il a une prétention, c'est celle seulement d'être vrai. Et c'est beaucoup.

Ce document, par ailleurs, n'a rien d'une "autobiographie". Tu n'y apprendras ni ma date de naissance (qui n'aurait guère d'intérêt que pour dresser une carte astrologique), ni les noms de ma mère et de mon père ou ce qu'ils faisaient dans la vie, ni

⁴Ainsi, les rectifications éventuelles d'erreurs (matérielles, ou de perspective, etc) ne sont pas l'occasion de retouches du premier jet, mais se font dans des notes de bas de page, ou lors d'un "retour" ultérieur sur la situation examinée.

les noms de celle qui fut mon épouse et d'autres femmes qui ont été importantes dans ma vie, ou ceux des enfants qui sont nés de ces amours, et ce que les uns et les autres ont fait de leur vie. Ce n'est pas que ces choses n'aient été importantes dans ma vie, et ne gardent une importance encore maintenant. Mais telle que cette réflexion sur moi-même s'est engagée et poursuivie, à aucun moment je ne me suis senti incité à m'engager tant soit peu dans une description de ces choses que je frôle ici et là, et encore moins, à aligner consciencieusement des noms et des chiffres. À aucun moment, il ne m'aurait semblé que cela pouvait ajouter quoi que ce soit au propos que je poursuivais en ce moment-là. (Alors que dans les quelques pages qui précèdent, j'ai été amené, comme malgré moi, à inclure peut-être plus de détails matériels sur ma vie que dans les mille pages qui vont suivre...)

Et si tu me demandes quel est donc ce "propos" que je poursuis à longueur de mille pages, je répondrai : c'est de faire le récit, et par là-même la découverte, de l'aventure intérieure qu'a été et qu'est ma vie. Ce récit-témoignage d'une aventure se poursuit en même temps sur les deux niveaux dont je viens de parler. Il y a l'exploration d'une aventure dans le passé, de ses racines et de son origine jusque dans mon enfance. Et il y a la continuation et le renouvellement de cette "même" aventure, au fil des instants et des jours alors que j'écris Récoltes et Semailles, en réponse spontanée à une interpellation violente me venant du monde extérieur⁵.

Les faits extérieurs viennent alimenter la réflexion, dans la mesure seulement où ils suscitent et provoquent un rebondissement de l'aventure intérieure, ou contribuent à l'éclairer. Et l'enterrement et le pillage de mon oeuvre mathématique, dont il sera longuement question, a été une telle provocation. Elle a suscité en moi la levée en masse de réactions égotiques puissantes, et en même temps m'a révélé les liens profonds et ignorés qui continuent à me relier à l'oeuvre issue de moi.

Il est vrai que le fait que je fasse partie des "forts en maths" n'est pas forcément une raison (et encore moins une bonne raison) pour t'intéresser à mon aventure" particulière - ni le fait que j'aie eu des ennuis avec mes collègues, après avoir changé de milieu et de style de vie. Il ne manque d'ailleurs pas de collègue ni même d'amis, qui trouvent du plus grand ridicule d'étaler en public comme ils disent) ses "états d'âme".

⁵Pour des précisions au sujet de cette "interpellation violente", voir "Lettre", notamment sections 3 à 8.

Ce qui compte, ce sont les "résultats". L' "âme", elle, c'est-à-dire cela en nous qui vit la "production" de ces résultats", ou aussi ses retombées de toutes sortes (tant dans la vie du "producteur", que dans celle de ses semblables), est objet de mésestime, voire d'une dérision ouvertement affichée. Cette attitude se veut expression d'une "modestie", j'y vois le signe d'une fuite, et un étrange dérèglement, promu par l'air même que nous respirons. Il est sûr que je n'écris pas pour celui frappé par cette sorte de mépris larvé de lui-même, qui lui fait dédaigner ce que j'ai de meilleur à lui offrir. Un mépris pour ce qui véritablement fait sa propre vie, et pour ce qui fait la mienne : les mouvements superficiels et profonds, grossiers ou subtils qui animent la psyché, cette "âme" justement qui vit l'expérience et qui y réagit, qui se fige ou qui s'épanouit, qui se replie ou qui apprend...

Le récit d'une aventure intérieure ne peut être fait que par celui qui la vit, et par nul autre. Mais alors même que le récit ne serait destiné qu'à soi-même, il est rare qu'il ne glisse dans l'ornière de la construction d'un mythe, dont le narrateur serait le héros. Un tel mythe naît, non de l'imagination créatrice d'un peuple et d'une culture, mais de la vanité de celui qui n'ose assumer une humble réalité, et qui se plaît à lui substituer une construction, œuvre de son esprit. Mais un récit vrai (s'il s'en trouve), d'une aventure telle qu'elle fut vécue vraiment, est chose de prix. Et ceci, non par un prestige qui (à tort ou à raison) entourerait le narrateur, mais par le seul fait d'exister, avec sa qualité de vérité. Un tel témoignage est précieux, qu'il vienne d'un homme de notoriété voire illustre, ou d'un petit employé sans avenir et chargé de famille, ou d'un criminel de droit commun.

Si un tel récit à une vertu pour autrui, c'est avant tout de le reconfronter à lui-même, à travers ce témoignage sans fard de l'expérience d'un autre. Ou aussi (pour le dire autrement) d'effacer peut-être en lui (et ne serait-ce que l'espace du temps que dure une lecture) ce mépris en lequel il tient sa propre aventure, et cette "âme" qui en est le passager et le capitaine...

2.4 Le tableau de moeurs

En parlant de mon passé de mathématicien, et par la suite en découvrant (comme à mon corps défendant) les péripéties et les arcanes du gigantesque Enterrement de mon oeuvre, j'ai été amené, sans l'avoir cherché, à faire le tableau d'un certain milieu et d'une certaine époque - d'une époque marquée par la décomposition de certaines des valeurs qui donnaient un sens au travail des hommes. C'est l'aspect "tableau de moeurs", brossé autour d'un "fait divers" sans doute unique dans les annales de "la Science". Ce que j'ai dit précédemment dit assez clairement, je pense, que tu ne trouveras pas dans Récoltes et Semailles un "dossier" concernant une certaine "affaire" peu ordinaire, histoire de te mettre au courant vite fait. Tel ami pourtant à la recherche du dossier, est passé yeux fermés et sans rien voir, à côté de presque tout ce qui fait la substance et la chair de Récoltes et Semailles.

Comme je l'explique de façon beaucoup plus circonstanciée dans la Lettre, "l'enquête" (ou le "tableau de moeurs") se poursuit surtout au cours des parties II et IV, "L' Enterrement (1) - ou la robe de l' Empereur de Chine" et "L' Enterrement (3) - ou les Quatre Opérations". Au fil des pages, j'y tire au jour obstinément, l'un après l'autre, une multitude de faits juteux (à dire le moins), que j'essaye tant bien que mal de "caser" au fur et à mesure. Petit à petit, ces faits s'assemblent dans un tableau d'ensemble qui progressivement sort des brumes, en des couleurs de plus en plus vives, avec des contours de plus en plus nets. Dans ces notes au jour le jour, les "faits bruts" qui viennent d'apparaître se mélangent inextricablement à des réminiscences personnelles, et à des commentaires et des réflexions de nature psychologique, philosophique, voire même (occasionnellement) mathématique. C'est comme ça et je n'y puis rien !

À partir du travail que j'ai fait, qui m'a tenu en haleine pendant plus d'une année, constituer un dossier, en style "conclusions d'enquête", devrait représenter un travail supplémentaire de l'ordre de quelques heures ou de quelques jours, selon la curiosité et l'exigence du lecteur intéressé. J'ai bien essayé à un moment de le constituer, le fameux dossier. C'était quand j'ai commencé à écrire une note qui devait s'appeler "Les Quatre Opérations"⁶. Et puis non, il y a rien eu à faire. J'y arrivais pas! Ce n'est

⁶La note prévue à finir par éclater en la partie IV (de même nom "Les quatre opérations") de Récoltes et

pas là mon style d'expression, décidément, et sur mes vieux jours moins que jamais. Et j'estime à présent, avec Récoltes et Semailles, en avoir assez fait pour le bénéfice de la "communauté mathématique", pour laisser sans remords à d'autres que moi (s'il s'en trouve parmi mes collègues qui se sentiraient concernés) le soin de constituer le "dossier" qui s'impose.

2.5 Les héritiers et le bâtisseur

Il est temps que je dise quelques mots ici sur mon oeuvre mathématique, qui a pris dans ma vie et y garde (à ma propre surprise) une place importante. Plus d'une fois dans Récoltes et Semailles je reviens sur cette oeuvre - parfois d'une façon clairement intelligible à chacun, et en d'autres moments en des termes tant soit peu techniques⁷. Ces derniers passages vont en grande partie passer "par dessus la tête" non seulement du "profane", mais même du collègue mathématicien qui ne serait plus ou moins "dans le coup" des maths dont il y est question. Tu peux bien sûr sauter sans plus les passages qui te paraîtront de nature un peu trop "calée". Comme tu peux aussi les parcourir, et saisir peut-être au passage un reflet de la "mystérieuse beauté" (comme m'écrivait un ami non mathématicien) du monde des choses mathématique, surgissant comme autant d' "étranges îlots inaccessibles" dans les vastes eaux mouvantes de la réflexion...

La plupart des mathématiciens, je l'ai dit tantôt, sont portés à se cantonner dans un cadre conceptuel, dans un "Univers" fixé une bonne fois pour toutes - celui, essentiellement, qu'ils ont trouvé "tout fait" au moment où ils ont fait leurs études. Ils sont comme les héritiers d'une grande et belle maison toute installée, avec ses salles de séjour et ses cuisines et ses ateliers, et sa batterie de cuisine et un outillage à tout venant, avec lequel il y a, ma foi, de quoi cuisiner et bricoler. Comment cette maison s'est construite progressivement, au cours des générations, et comment et pourquoi ont été conçus et façonnés tels outils (et pas d'autres...), pourquoi les pièces sont agencées et aménagées de telle façon ici, et de telle autre là - voilà autant de questions que ces héritiers ne songeraient

Semailles, comprenant dans les 70 notes s'étendant sur bien quatre cent pages.

⁷ Il y a également ici et là, en plus d'aperçus mathématiques sur mon oeuvre passée, des passages contenant aussi des développements mathématiques nouveaux. Le plus long est "Les cinq photos (cristaux et \mathcal{D} -Modules)" dans ReS IV, note n° 171 (ix).

pas à se demander jamais. C'est ça "l' Univers", le "donné" dans lequel il faut vivre, un point c'est tout ! Quelque chose qui paraît grand (et on est loin, le plus souvent, d'avoir fait le tour de toutes ses pièces), mais familier en même temps, et surtout : immuable. Quand ils s'affairent, c'est pour entretenir et embellir un patrimoine : réparer un meuble bancal, crépir une façade, affûter un outil, voire même parfois, pour les plus entreprenants, fabriquer à l'atelier, de toutes pièces, un meuble nouveau. Et il arrive, quand ils s'y mettent tout entier, que le meuble soit de toute beauté, et que la maison toute entière en paraisse embellie.

Plus rarement encore, l'un d'eux songera à apporter quelque modification à un des outils de la réserve, ou même, sous la pression répétée et insistante des besoins, d'en imaginer et d'en fabriquer un nouveau. Ce faisant, c'est tout juste s'il ne se confondra pas en excuses, pour ce qu'il ressent comme une sorte d'enfreinte à la piété due à la tradition familiale, qu'il a l'impression de bousculer par une innovation insolite.

Dans la plupart des pièces de la maison, les fenêtres et les volets sont soigneusement clos - de peur sans doute que ne s'y engouffre un vent qui viendrait d'ailleurs. Et quand les beaux meubles nouveaux, l'un ici et l'autre là, sans compter la progéniture, commencent à encombrer des pièces devenues étroites et à envahir jusqu'aux couloirs, aucun de ces héritiers-là ne voudra se rendre compte que son Univers familier et douillet commence à se faire un peu étroit aux entournures. Plutôt que de se résoudre à un tel constat, les uns et les autres préféreront se faufiler et se coincer tant bien que mal, qui entre un buffet Louis XV et un fauteuil à bascule en rotin, qui entre un marmot morveux et un sarcophage égyptien, et tel autre enfin, en désespoir de cause, escaladera de son mieux un monceau hétéroclite et croulant de chaises et de bancs...

Le petit tableau que je viens de broser n'est pas spécial au monde des mathématiciens. Il illustre des conditionnements invétérés et immémoriaux, qu'on rencontre dans tous les milieux et dans toutes les sphères de l'activité humaine, et ceci (pour autant que je sache) dans toutes les sociétés et à toutes les époques. J'ai eu occasion déjà d'y faire allusion, et je ne prétends nullement en être exempt moi-même. Comme le montrera mon témoignage, c'est le contraire qui est vrai. Il se trouve seulement qu'au niveau relativement limité d'une activité créatrice intellectuelle, j'ai été assez peu touché⁸ par ce

⁸J'en vois la cause principale dans un certain climat propice qui a entouré mon enfance jusqu'à l'âge de

conditionnement-là, qu'on pourrait appeler la "cécité culturelle" - l'incapacité de voir (et de se mouvoir) en dehors de l' "Univers" fixé par la culture environnante.

Je me sens faire partie, quant à moi, de la lignée des mathématiciens dont la vocation spontanée et la joie est de construire sans cesse des maisons nouvelles⁹. Chemin faisant, ils ne peuvent s'empêcher d'inventer aussi et de façonner au fur et à mesure tous les outils, ustensiles, meubles et instruments requis, tant pour construire la maison depuis les fondations jusqu'au faite, que pour pourvoir en abondance les futures cuisines et les futurs ateliers, et installer la maison pour y vivre et y être à l'aise. Pourtant, une fois tout posé jusqu'au dernier chèneau et au dernier tabouret, c'est rare que l'ouvrier s'attarde longuement dans ces lieux, où chaque pierre et chaque chevron porte la trace de la main qui l'a travaillé et posé. Sa place n'est pas dans la quiétude des univers tout faits, si accueillants et si harmonieux soient-ils - qu'ils aient été agencés par ses propres mains, ou par ceux de ses devanciers. D'autres tâches déjà l'appellent sur de nouveaux chantiers, sous la poussée impérieuse de besoins qu'il est peut-être le seul à sentir clairement, ou (plus souvent encore) en devançant des besoins qu'il est le seul à pressentir. Sa place est au grand air. Il est l'ami du vent et ne craint point d'être seul à la tâche, pendant des mois et des années et, s'il le faut, pendant une vie entière, s'il ne vient à la rescousse une relève bienvenue. Il n'a que deux mains comme tout le monde, c'est sûr - mais deux mains qui à chaque moment devinent ce qu'elles ont à faire, qui ne répugnent ni aux plus grosses besognes, ni aux plus délicates, et qui jamais ne se lassent de faire et de refaire connaissance de ces choses innombrables qui les appellent sans cesse à les connaître. Deux mains c'est peu, peut-être, car le Monde est infini. Jamais elles ne l'épuiseront! Et pourtant, deux mains, c'est beaucoup...

Moi qui ne suis pas fort en histoire, si je devais donner des noms de mathématiciens dans cette lignée-là, il me vient spontanément ceux de Galois et de Riemann (au siècle dernier) et celui, de Hilbert (au début du présent siècle). Si j'en cherche un représentant parmi les aînés qui m'ont accueilli à mes débuts dans le monde mathématique¹⁰, c'est le nom de Jean Leray qui me vient avant tout autre, alors que mes contacts avec lui sont

cinq ans. Voir à ce sujet la note "L'innocence" (ReS III, n° 107).

⁹Cette image archétype de la "maison" à construire, fait surface et se trouve formulée pour la première fois dans la note "Yin le Serviteur, et les nouveaux maîtres" (ReS III, n° 135).

¹⁰Je parle de ces débuts dans la section "L'étranger bienvenu" (ReS I, n° 9).

pourtant restés des plus épisodiques ¹¹.

Je viens là d'esquisser à grands traits deux portraits : celui du mathématicien "casanier" qui se contente d'entretenir et d'embellir un héritage, et celui du bâtisseur-pionnier ¹², qui ne peut s'empêcher de franchir sans cesse ces "cercles invisibles et impérieux" qui délimitent un Univers ¹³. On peut les appeler aussi, par des noms un peu à l'emporte-pièce mais suggestifs, les "conservateurs" et les "novateurs". L'un et l'autre ont leur raison d'être et leur rôle à jouer, dans une même aventure collective se poursuivant au cours des générations, des siècles et des millénaires. Dans une période d'épanouissement d'une science ou d'un art, il n'y a entre ces deux tempéraments opposition ni antagonisme ¹⁴. Ils sont différents et ils se complètent mutuellement, comme se complètent la pâte et le levain.

Entre ces deux types extrêmes (mais nullement opposés par nature), on trouve bien sûr tout un éventail de tempéraments intermédiaires. Tel "casanier" qui ne songerait à quitter une demeure familière, et encore moins à aller se coltiner le travail d'aller en construire une autre Dieu sait où, n'hésitera pas pourtant, lorsque décidément ça commence à se faire étroit, à mettre la main à la truelle pour aménager une cave ou un grenier, surélever un étage, voire même, au besoin, adjoindre aux murs quelque nouvelle dépen-

¹¹ Cela n'empêche que j'ai été (à la suite de H. Cartan et J.P. Serre) un des principaux utilisateurs et promoteurs d'une des grandes notions novatrices introduites par Leray, celle de faisceau, laquelle a été un des outils essentiels à travers toute mon oeuvre de géomètre. C'est elle aussi qui m'a fourni la clef pour l'élargissement de la notion d'espace (topologique) en celle de topos, dont il sera question plus bas.

Leray diffère d'ailleurs du portrait que j'ai tracé du "bâtisseur", me semble-t-il, en ceci qu'il ne semble pas être porté à "construire des maisons depuis les fondations jusqu'au faîte". Plutôt, il n'a pu s'empêcher d'amorcer des vastes fondations, en des lieux auxquels personne n'aurait songé, tout en laissant à d'autres le soin de les terminer et de bâtir dessus, et, une fois la maison construite, de s'installer dans les lieux (ne fût-ce que pour un temps)...

¹² Je viens, subrepticement et "par la bande", d'accoler là deux qualificatifs aux mâles résonances (celui de "bâtisseur" et celui de "pionnier"), lesquels expriment pourtant des aspects bien différents de la pulsion de découverte, et de nature plus délicate que ces noms ne sauraient l'évoquer. C'est ce qui va apparaître dans la suite de cette promenade-réflexion, dans l'étape "A la découverte de la Mère - ou les deux versants" (n° 17).

¹³ Du même coup d'ailleurs, et sans l'avoir voulu, il assigne à cet Univers ancien (sinon pour lui-même, du moins pour ses congénères moins mobiles que lui) des limites nouvelles, en de nouveaux cercles plus vastes certes, mais tout aussi invisibles et tout aussi impérieux que le furent ceux qu'ils ont remplacés.

¹⁴ Tel a été le cas notamment dans le monde mathématique, pendant la période (1948-1969) dont j'ai été un témoin direct, alors que je faisais moi-même partie de ce monde. Après mon départ en 1970, il semble y avoir eu une sorte de réaction de vaste envergure, une sorte de "consensus de dédain" pour les "idées" en général, et plus particulièrement, pour les grandes idées novatrices que j'avais introduites.

dance aux modestes proportions ¹⁵. Sans être bâtisseur dans l'âme, souvent pourtant il regarde avec un oeil de sympathie, ou tout au moins sans inquiétude ni réprobation secrètes, tel autre qui avait partagé avec lui le même logis, et que voilà trimer à rassembler poutres et pierres dans quelque cambrousse impossible, avec les airs d'un qui y verrait déjà un palais...

2.6 Point de vue et vision

Mais je reviens à ma propre personne et à mon oeuvre.

Si j'ai excellé dans l'art du mathématicien, c'est moins par l'habileté et la persévérance à résoudre des problèmes légués par mes devanciers, que par cette propension naturelle en moi qui me pousse à voir des questions, visiblement cruciales, que personne n'avait vues, ou à dégager les "bonnes notions" qui manquaient (sans que personne souvent ne s'en soit rendu compte, avant que la notion nouvelle ne soit apparue), ainsi que les "bons énoncés" auxquels personne n'avait songé. Bien souvent, notions et énoncés s'agencent de façon si parfaite, qu'il ne peut y avoir aucun doute dans mon esprit qu'ils ne soient corrects (à des retouches près, tout au plus) - et souvent alors, quand il ne s'agit d'un "travail sur pièces" destiné à publication, je me dispense d'aller plus loin, et de prendre le temps de mettre au point une démonstration qui bien souvent, une fois l'énoncé et son contexte bien vus, ne peut plus guère être qu'une question de "métier", pour ne pas dire de routine. Les choses qui sollicitent l'attention sont innombrables, et il est impossible de suivre jusqu'au bout l'appel de chacune ! Cela n'empêche que les propositions et théorèmes démontrés en bonne et due forme, dans mon oeuvre écrite et publiée, se chiffrent par milliers, et je crois pouvoir dire qu'à très peu d'exceptions près, ils sont tous entrés dans le patrimoine commun des choses communément admises comme "connues" et couramment utilisées un peu partout en mathématique.

Mais plus encore que vers la découverte de questions, de notions et d'énoncés nou-

¹⁵La plupart de mes "aînés" (dont il est question p. ex. dans "Une dette bienvenue", Introduction, 10) correspondent à ce tempérament intermédiaire. J'ai pensé notamment à Henri Cartan, Claude Chevalley, André Weil, Jean-Pierre Serre, Laurent Schwartz. Sauf peut-être Weil, ils ont d'ailleurs tous accordé un "oeil de sympathie", sans "inquiétude ni réprobation secrètes", aux aventures solitaires dans lesquelles ils me voyaient m'embarquer.

veaux, c'est vers celle de points de vue féconds, me conduisant constamment à introduire, et à développer peu ou prou, des thèmes entièrement nouveaux, que me porte mon génie particulier. C'est là, il me semble, ce que j'ai apporté de plus essentiel à la mathématique de mon temps. A vrai dire, ces innombrables questions, notions, énoncés dont je viens de parler, ne prennent pour moi un sens qu'à la lumière d'un tel "point de vue" - vu pour mieux dire, ils en naissent spontanément, avec la force de l'évidence ; à la même façon qu'une lumière (même diffuse) qui surgit dans la nuit noire, semble faire naître du néant ces contours plus ou moins flous ou nets qu'elle nous révèle soudain. Sans cette lumière qui les unit dans un faisceau commun, les dix ou cent ou mille questions, notions, énoncés apparaîtraient comme un monceau hétéroclite et amorphe de "gadgets mentaux", isolés les uns des autres - et non comme les parties d'un Tout qui, pour rester peut-être invisible, se déroband encore dans les replis de la nuit, n'en est pas moins clairement pressenti.

Le point de vue fécond est celui qui nous révèle, comme autant de parties vivantes d'un même Tout qui les englobe et leur donne un sens, ces questions brûlantes que nul ne sentait, et (comme en réponse peut-être à ces questions) ces notions tellement naturelles que personne pourtant n'avait songé à dégager, et ces énoncés enfin qui semblent couler de source, et que personne certes ne risquait de poser, aussi longtemps que les questions qui les ont suscités, et les notions qui permettent de les formuler, n'étaient pas apparues encore. Plus encore que ce qu'on appelle les "théorèmes-clef" en mathématique, ce sont les points de vue féconds qui sont, dans notre art ¹⁶, les plus puissants outils de découverte - ou plutôt, ce ne sont pas des outils, mais ce sont les yeux même du chercheur qui, passionnément, veut connaître la nature des choses mathématiques.

Ainsi, le point de vue fécond n'est autre que cet "oeil" qui à la fois nous fait découvrir, et nous fait reconnaître l'unité dans la multiplicité de ce qui est découvert. Et cette unité est véritablement la vie même et le souffle qui relie et anime ces choses multiples.

Mais comme son nom même le suggère, un "point de vue" en lui-même reste parcellaire. Il nous révèle un des aspects d'un paysage ou d'un panorama, parmi une multiplicité d'autres également valables, également "réels". C'est dans la mesure où se

¹⁶Il n'en est sûrement pas ainsi dans "notre art" seulement, mais (il me semble) dans tout travail de découverte, tout au moins quand celui-ci se situe au niveau de la connaissance intellectuelle.

conjuguent les points de vue complémentaires d'une même réalité, où se multiplient nos "yeux", que le regard pénètre plus avant dans la connaissance des choses. Plus la réalité que nous désirons connaître est riche et complexe, et plus aussi il est important de disposer de plusieurs "yeux"¹⁷ pour l'appréhender dans toute son ampleur et dans toute sa finesse.

Et il arrive, parfois, qu'un faisceau de points de vue convergents sur un même et vaste paysage, par la vertu de cela en nous apte à saisir l'Un à travers le multiple, donne corps à une chose nouvelle ; à une chose qui dépasse chacune des perspectives partielles, de la même façon qu'un être vivant dépasse chacun de ses membres et de ses organes. Cette chose nouvelle, on peut l'appeler une vision. La vision unit les points de vue déjà connus qui l'incarnent, et elle nous en révèle d'autres jusque là ignorés, tout comme le point de vue fécond fait découvrir et appréhender comme partie d'un même Tout, une multiplicité de questions, de notions et d'énoncés nouveaux.

Pour le dire autrement : la vision est aux points de vue dont elle paraît issue et qu'elle unit, comme la claire et chaude lumière du jour est aux différentes composantes du spectre solaire. Une vision vaste et profonde est comme une source inépuisable, faite pour inspirer et pour éclairer le travail non seulement de celui en qui elle est née un jour et qui s'est fait son serviteur, mais celui de générations, fascinés peut-être (comme il le fut lui-même) par ces lointaines limites qu'elle nous fait entrevoir...

2.7 La "grande idée" - ou les arbres et la forêt

La période dite "productive" de mon activité mathématique, c'est-à-dire celle attestée par des publications en bonne et due forme, s'étend entre 1950 et 1969, donc sur vingt ans. Et pendant vingt-cinq ans, entre 1945 (quand j'avais dix-sept ans) et 1969 (quand j'allais sur les quarante-deux), j'ai investi pratiquement la totalité de mon énergie dans la recherche mathématique. Investissement démesuré, certes. Je l'ai payé par une longue stagnation spirituelle, par un "épaississement" progressif, que j'aurai plus d'une fois l'occasion d'évoquer dans les pages de Récoltes et Semailles. Pourtant, à l'intérieur

¹⁷Tout point de vue amène à développer un langage qui l'exprime et qui lui est propre. Avoir plusieurs "yeux" ou plusieurs "points de vue" pour appréhender une situation, revient aussi (en mathématique tout au moins) à disposer de plusieurs langages différents pour la cerner.

du champ limité d'une activité purement intellectuelle, et par l'éclosion et la maturation d'une vision restreinte au monde des seules choses mathématique, c'étaient des années de créativité intense.

Pendant cette longue période de ma vie, la quasi-totalité de mon temps et de mon énergie était consacré à ce qu'on appelle du "travail sur pièces" : au minutieux travail de façonnage, d'assemblage et de rodage, requis pour la construction de toutes pièces des maisons qu'une voix (ou un démon...) intérieur m'enjoignait de bâtir, selon un maître d'oeuvre qu'elle me soufflait au fur et à mesure que le travail avançait. Pris par les tâches de "métier" : celles tour à tour de tailleur de pierre, de maçon, de charpentier, voire de plombier, de menuisier et d'ébéniste - rarement ai-je pris le loisir de noter noir sur blanc, ne fût-ce qu'à grands traits, le maître-plan invisible à tous (comme il est apparu plus tard...) sauf à moi, qui au cours des jours, ces mois et des années guidait ma main avec une sûreté de somnambule ¹⁸. Il faut dire que le travail sur pièces, dans lequel j'

¹⁸ L'image du "sommambule" m'a été inspirée par le titre du remarquable livre de Koestler "Les sommambules" (Calman Lévy), présentant un "Essai sur l'histoire des conceptions de l'Univers", depuis les origines de la pensée scientifique jusqu'à Newton. Un des aspects de cette histoire qui a frappé Koestler et qu'il met en évidence, c'est à quel point, souvent, le cheminement d'un certain point dans notre connaissance du monde, à quelque autre point qui (logiquement et avec le recul) semble tout proche, passe par les détours parfois les plus acadabrants, qui semblent défi er la saine raison ; et comment pourtant, à travers ces mille détours qui semblent devoir les fourvoyer à jamais, et avec une "sûreté de sommambule", les hommes partis à la recherche des "clefs" de l'Univers tombent, comme malgré eux et sans même s'en rendre compte souvent, sur d'autres "clefs" qu'ils étaient loin de prévoir, et qui se révèlent pourtant être "les bonnes".

Par ce que j'ai pu observer autour de moi, au niveau de la découverte mathématique, ces faramineux détours dans le cheminement de la découverte sont le fait de certains chercheurs de grand format, mais nullement de tous. Cela pourrait être dû au fait que depuis deux ou trois siècles, la recherche dans les sciences de la nature, et plus encore en mathématique, se trouve dégagée des présupposés religieux ou métaphysiques impératifs relatifs à une culture et à une époque données, lesquels ont été des freins particulièrement puissants au déploiement (pour le meilleur et pour le pire) d'une compréhension "scientifique" de l'Univers. Il est vrai pourtant que certaines idées et des notions les plus fondamentales et les plus évidentes en mathématique (comme celles de déplacement, de groupe, le nombre zéro, le calcul littéral, les coordonnées d'un point dans l'espace, la notion d'ensemble, ou celle de "forme" topologique, sans même parler des nombres négatifs et des nombres complexes) ont mis des millénaires avant de faire leur apparition. Ce sont là autant de signes éloquents de ce "bloc" invétéré, profondément implanté dans la psyché, contre la conception d'idées totalement nouvelles, même dans les cas où celles-ci sont d'une simplicité enfantine et semblent s'imposer d'elles-mêmes avec la force de l'évidence, pendant des générations, voire, pendant des millénaires...

Pour en revenir à mon propre travail, j'ai l'impression que dans celui-ci les "foirages" (plus nombreux peut-être que chez la plupart de mes collègues) se bornent exclusivement à des points de détail, généralement vite repérés par mes propres soins. Ce sont de simples "accidents de parcours", de nature purement

aimais à mettre un soin amoureux, n'était nullement fait pour me déplaire. De plus, le mode d'expression mathématique qui était professé et pratiqué par mes aînés donnait prééminence (à dire le moins) à l'aspect technique du travail, et n'encourageait guère les "digressions" qui se seraient attardées sur les "motivations"; voire, celles qui auraient fait mine de faire surgir des brumes quelque image ou vision peut-être inspirante, mais qui, faute de s'être incarnée encore en des constructions tangibles en bois, en pierre ou en ciment pur et dur, s'apparentait plus à des lambeaux de rêve, qu'au travail de l'artisan, appliqué et consciencieux.

Au niveau quantitatif, mon travail pendant ces années de productivité intense s'est concrétisé surtout par quelques douze mille pages de publications, sous forme d'articles, de monographies ou de séminaires ¹⁹, et par des centaines, si ce n'est des milliers, de notions nouvelles, qui sont entrées dans le patrimoine commun, avec les noms même que je leur avais donné quand je les avais dégagées ²⁰. Dans l'histoire des mathématiques, je crois bien être celui qui a introduit dans notre science le plus grand nombre de notions nouvelles, et en même temps, celui qui a été amené, par cela même, à inventer le plus grand nombre de noms nouveaux, pour exprimer ces notions avec délicatesse, et de façon aussi suggestive que je le pouvais.

Ces indications toutes "quantitatives" ne fournissent, certes, qu'une appréhension plus que grossière de mon oeuvre, passant à côté de ce qui véritablement en fait l'âme, la vie et la vigueur. Comme je l'écrivais tantôt, ce que j'ai apporté de meilleur dans la mathématique, ce sont les "points de vue" nouveaux que j'ai su entrevoir d'abord, et ensuite dégager patiemment et développer peu ou prou. Comme les notions dont je

"locale" et sans incidence sérieuse sur la validité des intuitions essentielles concernant la situation examinée. Par contre, au niveau des idées et des grandes intuitions directrices, il me semble que mon oeuvre est exempte de tout "raté", si incroyable que cela puisse paraître. C'est cette sûreté jamais en défaut pour appréhender à chaque moment, sinon les aboutissements ultimes d'une démarche (lesquels restent le plus souvent cachés au regard), mais du moins les directions les plus fertiles qui s'offrent pour me mener droit vers les choses essentielles - c'est cette sûreté-là qui avait fait resurgir en moi l'image de Koestler du "somnambule".

¹⁹ A partir des années 1960, une partie de ces publications a été écrite avec la collaboration de collègues (surtout J. Dieudonné) et d'élèves.

²⁰ Les plus importantes parmi ces notions sont passées en revue dans l'Esquisse Thématique, et dans le Commentaire Histoire qui l'accompagne, lesquels seront inclus dans le volume 4 des Réflexions. Certains des noms m'ont été suggérés par des amis ou des élèves, tels le terme "morphisme lisse" (J. Dieudonné) ou la panoplie "site, champ, gerbe, lien", développée dans la thèse de Jean Giraud.

viens de parler, ces nouveaux points de vue, s'introduisant dans une vaste multiplicité de situations très différentes, sont eux-mêmes quasiment innombrables.

Il est pourtant des points de vue qui sont plus vastes que d'autres, et qui à eux seuls suscitent et englobent une multitude de points de vue partiels, dans une multitude de situations particulières différentes. Un tel point de vue peut être appelé aussi, à juste titre, une "grande idée". Par la fécondité qui est sienne, une telle idée donne naissance à une grouillante progéniture, d'idées qui toutes héritent de sa fécondité, mais dont la plupart (sinon toutes) sont de portée moins vaste que l'idée-mère.

Quant à exprimer une grande idée, "la dire" donc, c'est là, le plus souvent, une chose presque aussi délicate que sa conception même et sa lente gestation dans celui qui l'a conçue - ou pour mieux dire, ce laborieux travail de gestation et de formation n'est autre justement que celui qui "exprime" l'idée : le travail qui consiste à la dégager patiemment, jour après jour, des voiles de brumes qui l'entourent à sa naissance, pour arriver peu à peu à lui donner forme tangible, en un tableau qui s'enrichit, s'affermir et s'affine au fil des semaines, des mois et des années. Nommer simplement l'idée, par quelque formule frappante, ou par des mots-clef plus ou moins techniques, peut être affaire de quelques lignes, voire de quelques pages - mais rares seront ceux qui, sans déjà bien la connaître, sauront entendre ce "nom" et y reconnaître un visage. Et quand l'idée est arrivée en pleine maturité, cent pages peut-être suffiront à l'exprimer, à la pleine satisfaction de l'ouvrier en qui elle était née - comme il se peut aussi que dix mille pages, longuement travaillées et pesées, n'y suffiront pas ²¹.

Et dans l'un comme l'autre cas, parmi ceux qui, pour la faire leur, ont pris connaissance du travail qui enfin présente l'idée en plein essor, telle une spacieuse futaie

²¹ Au moment de quitter la scène mathématique en 1970, l'ensemble de mes publications (dont bon nombre en collaboration) sur le thème central des schémas, devait se monter à quelques dix mille pages. Cela ne représentait pourtant qu'une partie modeste du programme de vaste envergure que je voyais devant moi, concernant les schémas. Ce programme a été abandonné sine die dès mon départ, et ceci malgré le fait qu'à très peu de choses près, tout ce qui avait été développé et publié déjà pour être mis à la disposition de tous, est entré d'emblée dans le patrimoine commun des notions et des résultats communément utilisés comme "bien connus".

La partie de mon programme sur le thème schématique et sur ses prolongements et ramifications, que j'avais accomplie au moment de mon départ, représente à lui seul le plus vaste travail de fondements jamais accompli dans l'histoire de la mathématique, et sûrement un des plus vastes aussi dans l'histoire des Sciences.

qui aurait poussé là sur une lande déserte - il y a fort à parier que nombreux seront ceux qui verront bien tous ces arbres vigoureux et sveltes et qui en auront l'usage (qui pour y grimper, qui pour en tirer poutres et planches, et tel autre encore pour faire flamber les feux dans sa cheminette...), Mais rares seront ceux qui auront su voir la forêt...

2.8 La vision - ou douze thèmes pour une harmonie

Peut-être peut-on dire que la "grande idée" est le point de vue qui, non seulement se révèle nouveau et fécond, mais qui introduit dans la science un thème nouveau et vaste qui l'incarne. Et toute science, quand nous l'entendons non comme un instrument de pouvoir et de domination, mais comme aventure de connaissance de notre espèce à travers les âges, n'est autre chose que cette harmonie, plus ou moins vaste et plus ou plus riche d'une époque à l'autre, qui se déploie au cours des générations et des siècles, par le délicat contrepoint de tous les thèmes apparus tour à tour, comme appelés du néant, pour se joindre en elle et s'y entrelacer.

Parmi les nombreux points de vue nouveaux que j'ai dégagés en mathématique, il en est douze, avec le recul, que j'appellerais des "grandes idées"²².

Voir mon oeuvre de mathématicien, la "sentir", c'est voir et "sentir" tant soit peu

²²Voici, pour le lecteur mathématicien qui en serait curieux, la liste de ces douze idées maîtresses, ou des "maître-thèmes" de mon oeuvre (par ordre chronologique d'apparition).

1. Produits tensoriels topologiques et espaces nucléaires.
2. Dualité "continue" et "discrète" (catégories dérivées, "six opérations").
3. Yoga Riemann-Roch-Grothendieck (K -théorie, relation à la théorie des intersections).
4. Schémas.
5. Topos.
6. Cohomologie étale et ℓ -adique.
7. Motifs et groupe de Galois motivique (\otimes -catégories de Grothendieck).
8. Cristaux et cohomologie cristalline, yoga "coefficients de De Rham", "coefficient de Hodge"...
9. "Algèbre topologique" : ∞ -champs, dérivateurs; formalisme cohomologique des topos, comme inspiration pour une nouvelle algèbre homotopique.
10. Topologie modérée.
11. Yoga de géométrie algébrique anabélienne, théorie de Galois-Teichmüller.
12. Point de vue "schématique" ou "arithmétique" pour les polyèdres réguliers et les configurations régulières en tous genres.

Mis à part le premier de ces thèmes, dont un volet important fait partie de ma thèse (1953) et a été développé dans ma période d'analyse fonctionnelle entre 1950 et 1955, les onze autres se sont dégagés au cours de ma période de géomètre, à partir de 1955.

au moins certaines de ces idées, et ces grands thèmes qu'elles introduisent et qui font et la trame et l'âme de l'oeuvre.

Par la force des choses, certaines de ces idées sont "plus grandes" que d'autres (lesquelles, par là-même, sont "plus petites" !). En d'autres termes, parmi ces thèmes nouveaux, certains sont plus vastes que d'autres, et certains plongent plus profond au coeur du mystère des choses mathématiques²³.

Il en est trois (et non des moindres à mes yeux) qui, apparus seulement après mon départ de la scène mathématique, restent encore à l'état embryonnaire ; "officiellement" ils n'existent même pas, puisqu'aucune publication en bonne et due forme n'est là pour leur tenir lieu de certificat de naissance²⁴.

Parmi les neuf thèmes apparus dès avant mon départ, les trois derniers, que j'avais laissés en plein essor, restent aujourd'hui encore à l'état d'enfance, faute (après mon départ) de mains aimantes pour pourvoir au nécessaire de ces "orphelins", laissés pour

²³Parmi ces thèmes, le plus vaste par sa portée me paraît être celui des topos, qui fournit l'idée d'une synthèse de la géométrie algébrique, de la topologie et de l'arithmétique. Le plus vaste par l'étendue des développements auxquels il a donné lieu dès à présent, est le thème des schémas. (Voir à ce sujet la note de b. de p. (*) page 20.) C'est lui qui fournit le cadre "par excellence" de huit autres parmi les thèmes envisagés (savoir, tous les autres à l'exclusion des thèmes 1,5 et 10), en même temps qu'il fournit la notion centrale pour un renouvellement de fond en comble de la géométrie algébrique, et du langage algébrico-géométrique.

Au bout opposé, le premier et le dernier des douze thèmes m'apparaissent comme étant de dimensions plus modestes que les autres. Pourtant, pour ce qui est du dernier, introduisant une optique nouvelle dans le thème fort ancien des polyèdres réguliers et des configurations régulières, je doute que la vie d'un mathématicien qui s'y consacrerait corps et âme suffise à l'épuiser. Quant au premier de tous ces thèmes, celui des produits tensoriels topologiques, il a joué plus le rôle d'un nouvel outil prêt à l'emploi, que celui d'une source d'inspiration pour des développements ultérieurs. Cela n'empêche qu'il m'arrive encore, jusqu'en ces dernières années, de recevoir des échos sporadiques de travaux plus ou moins récents, résolvant (vingt ou trente ans après) certaines des questions que j'avais laissées en suspens.

Les plus profonds (à mes yeux) parmi ces douze thèmes, sont celui des motifs, et celui étroitement lié de géométrie algébrique anabélienne et du yoga de Galois-Teichmüller.

Du point de vue de la puissance d'outils parfaitement au point et rodés par mes soins, et d'usage courant dans divers "secteurs de pointe" dans la recherche au cours des deux dernières décennies, ce sont les volets "schémas" et "cohomologie étale et ℓ -adique" qui me paraissent les plus notables. Pour un mathématicien bien informé, je pense que dès à présent il ne peut guère y avoir de doute que l'outil schématique, comme celui de la cohomologie ℓ -adique qui en est issu, font partie des quelques grands acquis du siècle, venus nourrir et renouveler notre science au cours de ces dernières générations.

²⁴Le seul texte "semi-officiel" où ces trois thèmes soient esquissés tant soit peu, est l'Esquisse d'un Programme, rédigé en janvier 1984 à l'occasion d'une demande de détachement au CNRS. Ce texte (dont il est question aussi dans l'Introduction 3, "Boussole et Bagages") sera inclus en principe dans le volume 4 des Réflexions.

compte dans un monde hostile ²⁵.

Quant aux six autres thèmes, parvenus à pleine maturité au cours des deux décennies précédant mon départ, on peut dire (à une ou deux réserves près ²⁶) qu'ils étaient déjà dès ce moment-là entrés dans le patrimoine commun : parmi la gent géomètre surtout, "tout le monde" de nos jours les entonne sans même plus le savoir (comme Monsieur Jourdain faisait de la prose), à longueur de journée et à tout moment. Ils font partie de l'air qu'on respire, quand on "fait de la géométrie", ou quand on fait de l'arithmétique, de l'algèbre ou de l'analyse tant soit peu "géométriques".

Ces douze grands thèmes de mon oeuvre ne sont nullement isolés les uns des autres. Ils font partie à mes yeux d'une unité d'esprit et de propos, présente, telle une note de fond commune et persistante, à travers toute mon oeuvre "écrite" et "non écrite". Et en écrivant ces lignes, il m'a semblé retrouver la même note encore - comme un appel ! - à travers ces trois années de travail "gratuit", acharné et solitaire, aux temps où je ne m'étais pas soucié encore de savoir s'il existait des mathématiciens au monde à part moi, tant j'étais pris alors par la fascination de ce qui m'appelait...

Cette unité n'est pas le fait seulement de la marque du même ouvrier, sur les oeuvres qui sortent de ses mains. Ces thèmes sont liés entre eux par d'innombrables liens, à la fois délicats et évidents, comme sont reliés entre eux les différents thèmes, clairement reconnaissables chacun, qui se déploient et s'enlacent dans un même et vaste contrepoint - dans une harmonie qui les assemble, les porte en avant et donne à chacun un sens, un mouvement et une plénitude auxquels participent tous les autres. Chacun des thèmes partiels semble, naître de cette harmonie plus vaste et en renaître à nouveau au fil des instants, bien plus que celle-ci n'apparaît comme une "somme" ou comme un "résultat", de thèmes constituants qui préexisteraient à elle. Et à dire vrai, je ne peux me défendre de ce sentiment (sans doute saugrenu...) que d'une certaine façon c'est bien cette harmonie, non encore apparue mais qui sûrement "existait" déjà bel et bien, quelque part dans le

²⁵Après enterrement sans tambour ni trompette de ces trois orphelins-là, aux lendemains même de mon départ, deux parmi eux se sont vus exhumer à grandes fanfares et sans mention de l'ouvrier, l'un en 1981 et l'autre (vu le succès sans bavures de l'opération) dès l'année d'après.

²⁶Le "à peu de choses près" concerne surtout le yoga grothendieckien de dualité (catégories dérivées et six opérations), et celui des topos. Il en sera question de façon circonstanciée (entre bien autres choses) dans les parties II et IV de Récoltes et Semailles (L'Enterrement (1) et (3)).

giron obscur des choses encore à naître - que c'est bien elle qui a suscité tour à tour ces thèmes qui n'allaient prendre tout leur sens que par elle, et que c'est elle aussi qui déjà m'appelait à voix basse et pressante, en ces années de solitude ardente, au sortir de l'adolescence...

Toujours est-il que ces douze maître-thèmes de mon oeuvre se trouvent bien tous, comme par une prédestination secrète, concourir à une même symphonie - ou, pour reprendre une image différente, ils se trouvent incarner autant de "points de vue" différents, venant tous concourir à une même et vaste vision.

Cette vision n'a commencé à émerger des brumes, à faire apparaître des contours reconnaissables, que vers les années 1957, 58 - des années de gestation intense²⁷. Chose étrange peut-être, cette vision était pour moi si proche, si "évidente", que jusqu'à il y a un an encore²⁸, je n'avais songé à lui donner un nom. (Moi dont une des passions pourtant a été de constamment nommer les choses qui se découvrent à moi, comme un premier moyen de les appréhender...) Il est vrai que je ne saurais indiquer un moment particulier,

²⁷ L'année 1957 est celle où je suis amené à dégager le thème "Riemann-Roch" (version Grothendieck) - qui, du jour au lendemain, me consacre "grande vedette". C'est aussi l'année de la mort de ma mère, et par là, celle d'une césure importante dans ma vie. C'est une des années les plus intensément créatrices de ma vie, et non seulement au niveau mathématique. Cela faisait douze ans que la totalité de mon énergie était investie dans un travail mathématique. Cette année-là s'est fait jour le sentiment que j'avais à peu près "fait le tour" de ce qu'est le travail mathématique, qu'il serait peut-être temps maintenant de m'investir dans autre chose. C'était un besoin de renouvellement intérieur, visiblement, qui faisait surface alors, pour la première fois de ma vie. J'ai songé à ce moment à me faire écrivain, et pendant plusieurs mois j'ai cessé toute activité mathématique. Finalement, j'ai décidé que je mettrai au moins encore noir sur blanc les travaux mathématiques que j'avais déjà en train, histoire de quelques mois sans doute, ou une année à tout casser...

Le temps n'était pas mûr encore, sans doute, pour le grand saut. Toujours est-il qu'une fois repris le travail mathématique, c'est lui qui m'a repris alors. Il ne m'a plus lâché, pendant douze autres années encore !

L'année qui a suivi cet intermède (1958) est peut-être la plus féconde de toutes dans ma vie de mathématicien. C'est en cette année que se place l'éclosion des deux thèmes centraux de la géométrie nouvelle, avec le démarrage en force de la théorie des schémas (sujet de mon exposé au congrès international des mathématiciens à Edinburgh, l'été de cette même année), et l'apparition de la notion de "site", version technique provisoire de la notion cruciale de topos. Avec un recul de près de trente ans, je peux dire maintenant que c'est l'année vraiment où est née la vision de la géométrie nouvelle, dans le sillage des deux maître-outils de cette géométrie : les schémas (qui représentent une métamorphose de l'ancienne notion de "variété algébrique"), et les topos (qui représentent une métamorphose, plus profonde encore, de la notion d'espace).

²⁸ Je songe pour la première fois à donner un nom à cette vision dans la réflexion du 4 décembre 1984, dans la sous-note (n° 136₁ à la note "Yin le Serviteur (2) -ou la générosité" (ReS III, page 637).

qui aurait été vécu comme le moment de l'apparition de cette vision, ou que je pourrais reconnaître comme tel avec le recul. Une vision nouvelle est une chose si vaste, que son apparition ne peut sans doute se situer à un moment particulier, mais qu'elle doit pénétrer et prendre possession progressivement pendant de longues années, si ce n'est sur des générations, de celui ou de ceux qui scrutent et qui contemplent; comme si des yeux nouveaux devaient laborieusement se former, derrière les yeux familiers auxquels ils sont appelés à se substituer peu à peu. Et la vision est trop vaste également pour qu'il soit question de la "saisir", comme on saisirait la première notion venue apparue au tournant du chemin. C'est pourquoi sans doute il n'y a pas à s'étonner, finalement, que la pensée de nommer une chose aussi vaste, et si proche et si diffuse, ne soit apparue qu'avec le recul, une fois seulement que cette chose était parvenue à pleine maturité.

A vrai dire, jusqu'à il y a deux ans encore ma relation à la mathématique se bornait (mis à part la tâche de l'enseigner) à en faire - à suivre une pulsion qui sans cesse me tirait en avant, dans un "inconnu" qui m'attirait sans cesse. L'idée ne me serait pas venue de m'arrêter dans cet élan, de poser ne fut-ce que l'espace d'un instant, pour me retourner et voir se dessiner peut-être un chemin parcouru, voire même, pour situer une oeuvre révolue. (Que ce soit pour la situer dans ma vie, comme une chose à laquelle continuent à me relier des liens profonds et longtemps ignorés; ou aussi, la situer dans cette aventure collective qu'est "la mathématique".)

Chose étrange encore, pour m'amènera "poser" enfin et à refaire connaissance avec cette oeuvre à demi oubliée, ou pour songer seulement à donner un nom à la vision qui en a été l'âme, il aura fallu que je me trouve confronté soudain à la réalité d'un Enterrement aux gigantesques proportions : à l'enterrement, par le silence et par la dérision, et de la vision, et de l'ouvrier en qui elle était née...

2.9 Forme et structure - ou la voie des choses

Sans l'avoir prévu, cet "avant-propos" a fini, de fil en aiguille, par devenir une sorte de présentation en règle de mon oeuvre, à l'intention (surtout) du lecteur non mathématicien. Trop engagé déjà pour pouvoir encore reculer, il ne me reste plus qu'à terminer "les présentations"! Je voudrais essayer tant bien que mal de dire au moins quelques mots

sur la substance de ces mirifiques "grandes idées" (ou de ces "maître-thèmes") que j'ai fait miroiter dans les pages précédentes, et sur la nature de cette fameuse "vision" en quoi ces idées maîtresses sont censées venir confluer. Faute de pouvoir faire appel à un langage tant soit peu technique, je ne pourrai sans doute que faire passer une image d'un flou extrême (si tant est que quelque chose veuille bien "passer" en effet. . . ²⁹).

Traditionnellement, on distingue trois types de "qualités" ou d' "aspects" des choses de l' Univers, qui soient objet de la réflexion mathématique : ce sont le nombre ³⁰, la grandeur, et la forme. On peut aussi les appeler l'aspect "arithmétique", l'aspect "métrique" (ou "analytique"), et l'aspect "géométrique" des choses. Dans la plupart des situations étudiées dans la mathématique, ces trois aspects sont présents simultanément et en interaction étroite. Cependant, le plus souvent, il y a une prédominance bien marquée de l'un des trois. Il me semble que chez la plupart des mathématiciens, il est assez clair (pour ceux qui les connaissent, ou qui sont au courant de leur oeuvre) quel est leur tempérament de base, s'ils sont "arithméticiens", "analystes", ou "géomètres" - et ceci, alors même qu'ils auraient beaucoup de cordes à leur violon, et qu'ils auraient travaillé dans tous les registres et diapasons imaginables.

Mes premières et solitaires réflexions, sur la théorie de la mesure et de l'intégration, se placent sans ambiguïté possible dans la rubrique "grandeur", ou "analyse". Et il en est de même du premier des nouveaux thèmes que j'ai introduits en mathématique (lequel m'apparaît de dimensions moins vastes que les onze autres). Que je sois entré dans la mathématique par le "biais" de l'analyse m'apparaît comme dû, non pas à mon tempérament particulier, mais à ce qu'on peut appeler une "circonstance fortuite" : c'est que la lacune la plus énorme, pour mon esprit épris de généralité et de rigueur, dans

²⁹ Que cette image doive rester "foue" n'empêche nullement que cette image ne soit fi dèle, et qu'elle ne restitue bel et bien quelque chose de l'essence de ce qui est regardé (en l'occurrence, mon oeuvre). Inversement, une image a beau être nette, elle peut fort bien être distordue, et de plus, n'inclure que l'accessoire et manquer entièrement l'essentiel. Aussi, si tu "accroches" à ce que je vois à dire sur mon oeuvre (et sûrement alors quelque chose de l'image en moi "passera" bel et bien), tu pourras te flutter d'avoir mieux saisi ce qui fait l'essentiel dans mon oeuvre, qu'aucun peut-être de mes savants collègues!

³⁰ Il est entendu ici qu'il s'agit des "nombres" dits "entiers naturels" 0, 1, 2, 3 etc, ou (à la rigueur) des nombres (tels les nombres fractionnaires) qui s'expriment à l'aide de ceux-ci par des opérations de nature élémentaire. Ces nombres ne se prêtent pas, comme les "nombres réels", à mesurer une grandeur susceptible de variation continue, telle la distance entre deux points variables sur une droite, dans un plan ou dans l'espace.

l'enseignement qui m'était proposé au lycée comme à l'université, se trouvait concerner l'aspect "métrique" ou "analytique" des choses.

L'année 1955 marque un tournant crucial dans mon travail mathématique : celui du passage de l' "analyse" à la "géométrie". Je me rappelle encore de cette impression saisissante (toute subjective certes), comme si je quittais des steppes arides et revêches, pour me retrouver soudain dans une sorte de "pays promis" aux richesses luxuriantes, se multipliant à l'infini partout où il plaît à la main de se poser, pour cueillir ou pour fouiller... Et cette impression de richesse accablante, au delà de toute mesure³¹, n'a fait que se confirmer et s'approfondir au cours des ans, jusqu'à aujourd'hui même.

C'est dire que s'il y a une chose en mathématique qui (depuis toujours sans doute) me fascine plus que toute autre, ce n'est ni "le nombre", ni "la grandeur", mais toujours la forme. Et parmi les mille-et-un visages que choisit la forme pour se révéler à nous, celui qui m'a fasciné plus que tout autre et continue à me fasciner, c'est la structure cachée dans les choses mathématiques.

La structure d'une chose n'est nullement une chose que nous puissions "inventer". Nous pouvons seulement la mettre à jour patiemment, humblement en faire connaissance, la "découvrir". S'il y a inventivité dans ce travail, et s'il nous arrive de faire oeuvre de forgeron ou d'infatigable bâtisseur, ce n'est nullement pour "façonner", ou pour "bâtir", des "structures". Celles-ci ne nous ont nullement attendues pour être, et pour être exactement ce qu'elles sont! Mais c'est pour exprimer, le plus fidèlement que nous le pouvons, ces choses que nous sommes en train de découvrir et de sonder, et cette structure réticente à se livrer, que nous essayons à tâtons, et par un langage encore balbutiant peut-être, à cerner. Ainsi sommes-nous amenés à constamment "inventer" le langage apte à exprimer de plus en plus finement la structure intime de la chose mathématique, et à "construire" à l'aide de ce langage, au fur et à mesure et de toutes pièces, les "théories" qui sont censées rendre compte de ce qui a été appréhendé et vu. Il y a là un mouvement de va-et-vient continu, ininterrompu, entre l'appréhension des choses,

³¹J'ai utilisé l'association de mots "accablant, au delà de toute mesure", pour rendre tant bien que mal l'expression en allemand "überwältigend", et son équivalent en anglais "overwhelming". Dans la phrase précédente, l'expression (inadéquate) "impression saisissante" est à comprendre aussi avec cette nuance-là : quand les impressions et sentiments suscités en nous par la confrontation à une splendeur, à une grandeur ou à une beauté hors du commun, nous submergent soudain, au point que toute velléité d'exprimer ce que nous ressentons semble comme anéantie d'avance.

et l'expression de ce qui est appréhendé, par un langage qui s'affine et se re-crée au fil du travail, sous la constante pression du besoin immédiat.

Comme le lecteur l'aura sans doute deviné, ces "théories", "construites de toutes pièces", ne sont autres aussi que ces "belles maisons" dont il a été question précédemment : celles dont nous héritons de nos devanciers et celles que nous sommes amenés à bâtir de nos propres mains, à l'appel et à l'écoute des choses. Et si j'ai parlé tantôt de l' "inventivité" (ou de l'imagination) du bâtisseur ou du forgeron, il me faudrait ajouter que ce qui en fait l'âme et le nerf secret, ce n'est nullement la superbe de celui qui dit : "je veux ceci, et pas cela !" et qui se complaît à décider à sa guise ; tel un piètre architecte qui aurait ses plans tout prêts en tête, avant d'avoir vu et senti un terrain, et d'en avoir sondé les possibilités et les exigences. Ce qui fait la qualité de l'inventivité et de l'imagination du chercheur, c'est la qualité de son attention, à l'écoute de la voix des choses. Car les choses de l' Univers ne se lassent jamais de parler d'elles-mêmes et de se révéler, à celui qui se soucie d'entendre. Et la maison la plus belle, "celle en laquelle apparaît l'amour de l'ouvrier, n'est pas celle qui est plus grande ou plus haute que d'autres. La belle maison est celle qui reflète fidèlement la structure et la beauté cachées des choses.

2.10 La géométrie nouvelle - ou les épousailles du nombre et de la grandeur

Mais me voilà diverger encore - je me proposais de parler de maîtres-thèmes, venant s'unir dans une même vision-mère, comme autant de fleuves venant retourner à la Mer dont ils sont les fils...

Cette vaste vision unificatrice peut être décrite comme une géométrie nouvelle. C'est celle, paraît-il, dont Kronecker avait rêvé, au siècle dernier ³². Mais la réalité

³²Je ne connais ce "rêve de Kronecker" que par ouïe dire, quand quelqu'un (peut-être bien que c'était John Tate) m'a dit que j'étais en train de réaliser ce rêve-là. Dans l'enseignement que j'ai reçu de mes aînés, les références historiques étaient rarissimes, et j'ai été nourri, non par la lecture d'auteurs tant soit peu anciens ni même contemporains, mais surtout par la communication, de vive voix ou par lettres interposées, avec d'autres mathématiciens, à commencer par mes aînés. La principale, peut-être même la seule inspiration extérieure pour le soudain et vigoureux démarrage de la théorie des schémas en 1958, a été l'article

(qu'un rêve hardi parfois fait pressentir ou entrevoir, et qu'il nous encourage à découvrir...) dépasse à chaque fois en richesse et en résonance le rêve même le plus téméraire ou le plus profond. Sûrement, pour plus d'un des volets de cette géométrie nouvelle (si ce n'est pour tous), personne, la veille encore du jour où il est apparu, n'y aurait songé - l'ouvrier lui-même pas plus que les autres.

On peut dire que "le nombre" est apte à saisir la structure des agrégats "discontinus", ou "discrets" : les systèmes, souvent finis, formés d' "éléments" ou "objets" pour ainsi dire isolés les uns par rapport aux autres, sans quelque principe de "passage continu" de l'un à l'autre. "La grandeur" par contre est la qualité par excellence, susceptible de "variation continue" ; par là, elle est apte à saisir les structures et phénomènes continus : les mouvements, espaces, "variétés" en tous genres, champs de force etc. Ainsi, l'arithmétique apparaît (grossomodo) comme la science des structures discrètes, et l'analyse, comme la science des structures continues,

Quant à la géométrie, on peut dire que depuis plus de deux mille ans qu'elle existe sous forme d'une science au sens moderne du mot, elle est "à cheval" sur ces deux types de structures, les "discrètes" et les "continues"³³. Pendant longtemps d'ailleurs, il n'y avait pas vraiment "divorce", entre deux géométries qui auraient été d'espèce différente, l'une discrète, l'autre continue. Plutôt, il y avait deux points de vue différents dans l'investigation des mêmes figures géométriques : l'un mettant l'accent sur les propriétés

de Serre bien connu sous le sigle FAC ("Faisceaux algébriques cohérents"), paru quelques années plus tôt. Celui-ci mis à part, ma principale inspiration dans le développement ultérieur de la théorie s'est trouvée découler d'elle-même, et se renouveler au fil des ans, par les seules exigences de simplicité et de cohérence internes, dans un effort pour rendre compte dans ce nouveau contexte, de ce qui était "bien connu" en géométrie algébrique (et que j'assimilais au fur et à mesure qu'il se transformait entre mes mains), et de que ce "connu" me faisait pressentir.

³³ A vrai dire, traditionnellement c'est l'aspect "continu" qui était au centre de l'attention du géomètre, alors que les propriétés de nature "discrète", et notamment les propriétés numériques et combinatoires, étaient passées sous silence ou traitées par dessous la jambe. C'est avec émerveillement que j'ai découvert, il y a une dizaine d'années, la richesse de la théorie combinatoire de l'icosaèdre, alors que ce thème n'est pas même effleuré (et probablement, pas même vu) dans le classique livre de Klein sur l'icosaèdre. Je vois un autre signe frappant de cette négligence (deux fois millénaire) des géomètres vis-à-vis des structures discrètes qui s'introduisent spontanément en géométrie : c'est que la notion de groupe (de symétries, notamment) ne soit apparue qu'au siècle dernier, et que de plus, elle ait été d'abord introduite (par Evariste Galois) dans un contexte qui n'était pas considéré alors comme ressortissant de la "géométrie". Il est vrai que de nos jours encore, nombreux sont les algébristes qui n'ont toujours pas compris que la théorie de Galois est bien, dans son essence, une vision "géométrique", venant renouveler notre compréhension des phénomènes dits "arithmétiques"...

”discrètes” (et notamment, les propriétés numériques et combinatoires), l’autre sur les propriétés ”continues” (telles que la position dans l’espace ambiant, ou la ”grandeur” mesurée en terme de distances mutuelles de ses points, etc.).

C’est à la fin du siècle dernier qu’un divorce est apparu, avec l’apparition et le développement de ce qu’on a appelé parfois la ”géométrie (algébrique) abstraite”. Grosso-modo, celle-ci a consisté à introduire, pour chaque nombre premier p , une géométrie (algébrique) ”de caractéristique p ”, calquée sur le modèle (continu) de la géométrie (algébrique) héritée des siècles précédents, mais dans un contexte pourtant, qui apparaissait comme irréductiblement ”discontinu”, ”discret”. Ces nouveaux objets géométriques ont pris une importance croissante depuis les débuts du siècle, et ceci, tout particulièrement, en vue de leurs relations étroites avec l’arithmétique, la science par excellence de la structure discrète. Il semblerait que ce soit une des idées directrices dans l’oeuvre d’ André Weil ³⁴, peut-être même la principale idée-force (restée plus ou moins tacite dans son oeuvre écrite, comme il se doit), que ”la” géométrie (algébrique), et tout particulièrement les géométries ”discrètes” associées aux différents nombres premiers, devaient fournir la clef pour un renouvellement de vaste envergure de l’arithmétique. C’est dans cet esprit qu’il a dégagé, en 1949, les célèbres ”conjectures de Weil”. Conjectures absolument époustouflantes, à vrai dire, qui faisaient entrevoir, pour ces nouvelles ”variétés” (ou ”espaces”) de nature discrète, la possibilité de certains types de constructions et d’arguments ³⁵ qui jusque là ne semblaient pensables que dans le cadre des seuls ”espaces” considérés comme dignes de ce nom par les analystes - savoir, les espaces dits ”topologiques” (où la notion de variation continue a cours).

On peut considérer que la géométrie nouvelle est avant toute autre chose, une synthèse entre ces deux mondes, jusque là mitoyens et étroitement solidaires, mais pourtant séparés : le monde ”arithmétique”, dans lequel vivent les (soi-disants) ”espaces” sans principe de continuité, et le monde de la grandeur continue, où vivent les ”espaces” au

³⁴ André Weil, mathématicien français émigré aux Etats-Unis, est un des ”membres fondateurs” du ”groupe Bourbaki”, dont il sera pas mal question dans la première partie de Récoltes et Semailles (ainsi d’ailleurs que de Weil lui-même, occasionnellement).

³⁵ (A l’intention du lecteur mathématicien.) Il s’agit ici des ”constructions et arguments” liés à la théorie cohomologique des variétés différentiables ou complexes, et notamment de ceux impliquant la formule des points fixes de Lefschetz, et la théorie de Hodge.

sens propre du terme, accessibles aux moyens de l'analyste et (pour cette raison même) acceptés par lui comme dignes de gîter dans la cité mathématique. Dans la vision nouvelle, ces deux mondes jadis séparés, n'en forment plus qu'un seul.

Le premier embryon de cette vision d'une "géométrie arithmétique" (comme je propose d'appeler cette géométrie nouvelle) se trouve dans les conjectures de Weil. Dans le développement de certains de mes thèmes principaux ³⁶, ces conjectures sont restées ma principale source d'inspiration, tout au long des années entre 1958 et 1969. Dès avant moi, d'ailleurs, Oscar Zariski d'un côté, puis Jean-Pierre Serre de l'autre, avaient développé pour les espaces-sans-foi-ni-loi de la géométrie algébrique "abstraite" certaines méthodes "topologiques", inspirées de celles qui avaient cours précédemment pour les "espaces bon teint" de tout le monde ³⁷.

Leurs idées, bien sûr, ont joué un rôle important lors de mes premiers pas dans l'édification de la géométrie arithmétique; plus, il est vrai, comme points de départ et comme outils (qu'il m'a fallu refaçonner plus ou moins de toutes pièces, pour les besoins d'un contexte beaucoup plus vaste), que comme une source d'inspiration qui aurait continué à nourrir mes rêves et mes projets, au cours des mois et des années. De toutes façons, il était bien clair d'emblée que, même refaçonnés, ces outils étaient très en deçà de ce qui était requis, pour faire même les tout premiers pas en direction des fantastiques conjectures.

³⁶Il s'agit des quatre thèmes "médians" (n's 5 à 8), savoir ceux des topos de la cohomologie étale et ℓ -adique, des motifs, et (dans une moindre mesure) celui des cristaux. J'ai dégagé ces thèmes tour à tour entre 1958 et 1966.

³⁷(A l'intention du lecteur mathématicien.) La principale contribution de Zariski dans ce sens me paraît l'introduction de la "topologie de Zariski" (qui plus tard a été un outil essentiel pour Serre dans FAC), et son "principe de connexité" et ce qu'il a appelé sa "théorie des fonctions holomorphes" - devenus entre ses mains la théorie des schémas formels, et les "théorèmes de comparaison" entre le formel et l'algébrique (avec, comme deuxième source d'inspiration, l'article fondamental GAGA de Serre). Quant à la contribution de Serre à laquelle je fais allusion dans le texte, il s'agit bien sûr, avant tout, de l'introduction par lui, en géométrie algébrique abstraite, du point de vue des faisceaux (introduit par Jean Leray une douzaine d'années auparavant, dans un contexte tout différent), dans cet autre article fondamental déjà cité FAC ("Faisceaux algébriques cohérents").

A la lumière de ces "rappels", si je devais nommer les "ancêtres" immédiats de la nouvelle vision géométrique, ce sont les noms de Oscar Zariski, André Weil, Jean Leray et Jean-Pierre Serre qui s'imposent à moi aussitôt. Parmi eux Serre a joué un rôle à part, du fait que c'est par son intermédiaire surtout que j'ai eu connaissance non seulement de ses propres idées, mais aussi des idées de Zariski, de Weil et de Leray qui ont eu à jouer un rôle dans l'éclosion et dans le développement de la géométrie nouvelle.

2.11 L'éventail magique - ou l'innocence

Les deux idées-forces cruciales dans le démarrage et dans le développement de la géométrie nouvelle, ont été celle de schéma et celle de topos. Apparues à peu près simultanément et en étroite symbiose l'une avec l'autre ³⁸, elles ont été comme un seul et même nerf moteur dans l'essor spectaculaire de la nouvelle géométrie, et ceci dès l'année même de leur apparition. Pour terminer ce tour d'horizon sur mon oeuvre, il me reste à dire quelque mots au sujet tout au moins de ces deux idées-là.

La notion de schéma est la plus naturelle, la plus "évidente" imaginable, pour englober en une notion unique la série infinie de notions de "variété" (algébrique) qu'on maniait précédemment (une telle notion pour chaque nombre premier ³⁹...). De plus, un seul et même "schéma" (ou "variété" nouveau style) donne naissance, pour chaque nombre premier p , à une "variété (algébrique) de caractéristique p " bien déterminée. La collection de ces différentes variétés des différentes caractéristiques peut alors être visualisée comme une sorte d' "éventail (infini) de variétés" (une pour chaque caractéristique). Le "schéma" est cet éventail magique, qui relie entre eux, comme autant de "branches" différentes, ses "avatars" ou "incarnations" de toutes les caractéristiques possibles. Par là-même, il fournit un efficace "principe de passage" pour relier entre elles des "variétés", ressortissant de géométries qui jusque là étaient apparues comme plus ou moins isolées, coupées les unes des autres. A présent, elles se trouvent englobées dans une "géométrie" commune et reliées par elle. On pourrait l'appeler la géométrie schématique, première ébauche de cette "géométrie arithmétique" en quoi elle allait s'épanouir dans les années suivantes.

L'idée même de schéma est d'une simplicité enfantine - si simple, si humble, que personne avant moi n'avait songé à se pencher si bas. Si "bébête" même, pour tout dire,

³⁸ Il est question de ce démarrage, qui se place en 1958, dans la note de b. de p. page 23. La notion de site ou de "topologie de Grothendieck" (version provisoire de celle de topos) est apparue dans le sillage immédiat de la notion de schéma. C'est elle à son tour qui fournit le langage nouveau de la "localisation" ou de "la descente", utilisé à chaque pas dans le développement du thème et de l'outil schématiques. La notion plus intrinsèque et plus géométrique de topos, restée d'abord implicite au cours des années suivantes, se dégage surtout à partir de 1963, avec le développement de la cohomologie étale, et s'impose peu à peu à moi comme la notion la plus fondamentale.

³⁹ Il convient d'inclure dans cette série également le cas $p = \infty$, correspondant aux variétés algébriques "de caractéristique nulle".

que pendant des années encore et en dépit de l'évidence, pour beaucoup de mes savants collègues, ça faisait vraiment "pas sérieux"! Il m'a fallu d'ailleurs des mois de travail serré et solitaire, pour me convaincre dans mon coin que "ça marchait" bel et bien - que le nouveau langage, tellement bête, que j'avais l'incorrigible naïveté de m'obstiner à vouloir tester, était bel et bien adéquat pour saisir, dans une lumière et avec une finesse nouvelles, et dans un cadre commun désormais, certaines des toutes premières intuitions géométriques attachées aux précédentes "géométries de caractéristique p ". C'était le genre d'exercice, jugé d'avance idiot et sans espoir par toute personne "bien informée", que j'étais le seul sans doute, parmi tous mes collègues et amis, à pouvoir avoir jamais idée de me mettre en tête, et même (mû par un démon secret...) par mener à bonne fin envers et contre tous!

Plutôt que de me laisser distraire par les consensus qui faisaient loi autour de moi, sur ce qui est "sérieux" et ce qui ne l'est pas, j'ai fait confiance simplement, comme par le passé, à l'humble voix des choses, et à cela en moi qui sait écouter. La récompense a été immédiate, et au delà de toute attente. En l'espace de ces quelques mois, sans même "faire exprès", j'avais mis le doigt sur des outils puissants et insoupçonnés. Ils m'ont permis, non seulement de retrouver (comme en jouant) des résultats anciens, réputés ardu, dans une lumière plus pénétrante et de les dépasser, mais aussi d'aborder enfin et de résoudre des problèmes de "géométrie de caractéristique p " qui jusque là étaient apparus comme hors d'atteinte par tous les moyens alors connus⁴⁰.

Dans notre connaissance des choses de l'Univers (qu'elles soient mathématiques ou autres), le pouvoir rénovateur en nous n'est autre que l'innocence. C'est l'innocence originelle que nous avons tous reçue en partage à notre naissance et qui repose en chacun de nous, objet souvent de notre mépris, et de nos peurs les plus secrètes. Elle seule unit l'humilité et la hardiesse qui nous font pénétrer au cœur des choses, et qui nous permettent de laisser les choses pénétrer en nous et de nous en imprégner.

Ce pouvoir-là n'est nullement le privilège de "dons" extraordinaires - d'une puis-

⁴⁰Le compte rendu de ce "démarrage en force" de la théorie des schémas fait l'objet de mon exposé au Congrès International des Mathématiciens à Edinbourg, en 1958. Le texte de cet exposé me semble une des meilleures introductions au point de vue des schémas, de nature (peut-être) à motiver un lecteur géomètre à se familiariser tant bien que mal avec l'imposant traité (ultérieur) "Eléments de Géométrie Algébrique", exposant de façon circonstanciée (et sans faire grâce d'aucun détail technique) les nouveaux fondements et les nouvelles techniques de la géométrie algébrique.

sance cérébrale (disons) hors du commun pour assimiler et pour manier, avec dextérité et avec aisance, une masse impressionnante de faits, d'idées et de techniques connus. De tels dons sont certes précieux, dignes d'envie sûrement pour celui qui (comme moi) n'a pas été comblé ainsi à sa naissance, "au delà de toute mesure".

Ce ne sont pas ces dons-là, pourtant, ni l'ambition même la plus ardente, servie par une volonté sans failles, qui font franchir ces "cercles invisibles et impérieux" qui enferment notre Univers. Seule l'innocence les franchit, sans le savoir ni s'en soucier, en les instants où nous nous retrouvons seul à l'écoute des choses, intensément absorbé dans un jeu d'enfant...

2.12 La topologie - ou l'arpentage des brumes

L'idée novatrice du "schéma", nous venons de le voir, est celle qui permet de relier entre elles les différentes "géométries" associées aux différents nombres premiers (ou différentes "caractéristiques"). Ces géométries, pourtant, restaient encore chacune de nature essentiellement "discrète" ou "discontinue", en contraste avec la géométrie traditionnelle léguée par les siècles passés (et remontant à Euclide). Les nouvelles idées introduites par Zariski et par Serre restituaient dans une certaine mesure, pour ces géométries, une "dimension" de continuité, héritée aussitôt par la "géométrie schématique" qui venait d'apparaître, aux fins de les unir. Mais pour ce qui était des "fantastiques conjectures" (de Weil), on était très loin du compte. Ces "topologies de Zariski" étaient, de ce point de vue, à tel point grossières, que c'était quasiment comme si on en était resté encore au stade des "agrégats discrets". Ce qui manquait, visiblement, était quelque principe nouveau, qui permette de relier ces objets géométriques (ou "variétés", ou "schémas") aux "espaces" (topologiques) habituels, ou "bon teint" ; ceux, disons, dont les "points" apparaissent comme nettement séparés les uns des autres, alors que dans les espaces-sans-foi-ni-loi introduits par Zariski, les points ont une fâcheuse tendance à s'agglutiner les uns aux autres...

C'était l'apparition d'un tel "principe nouveau" décidément, et rien de moins, qui pouvait faire se consommer ces "épousailles du nombre et de la grandeur" ou de la "géométrie du discontinu" avec celle du "continu", dont un premier pressentiment se

dégageait des conjectures de Weil.

La notion d' "espace" est sans doute une des plus anciennes en mathématique. Elle est si fondamentale dans notre appréhension "géométrique" du monde, qu'elle est restée plus ou moins tacite pendant plus de deux millénaires. C'est au cours du siècle écoulé seulement que cette notion a fini, progressivement, par se détacher de l'emprise tyrannique de la perception immédiate (d'un seul et même "espace" qui nous entoure), et de sa théorisation traditionnelle ("euclidienne"), pour acquérir son autonomie et sa dynamique propres. De nos jours, elle fait partie des quelques notions les plus universellement et les plus couramment utilisées en mathématique, familière sans doute à tout mathématicien sans exception. Notion protiforme d'ailleurs s'il en fut, aux cents et mille visages, selon le type de structures qu'on incorpore à ces espaces, depuis les plus riches de toutes (telles les vénérables structures "euclidiennes", ou les structures "affines" et "projectives", ou encore les structures "algébriques" des "variétés" de même nom, qui les généralisent et qui assouplissent) jusqu'aux plus dépouillées : celles où tout élément d'information "quantitatif" quel qu'il soit semble disparu sans retour, et où ne subsistent plus que la quintessence qualitative de la notion de "proximité" ou de celle de "limite"⁴¹, et la version la plus évasive de l'intuition de la forme (dite "topologique"). La plus dépouillée de toutes parmi ces notions, celle qui jusqu'à présent, au cours du demi-siècle écoulé, avait tenu lieu d'une sorte de vaste giron conceptuel commun pour englober toutes les autres, était celle d'espace topologique. L'étude de ces espaces constitue l'une des branches les plus fascinantes, les plus vivaces de la géométrie : la topologie.

Si éluif que puisse paraître de prime abord cette structure "de qualité pure" incarnée par un "espace" (dit, "topologique"), en l'absence de toute donnée de nature quantitative (telle la distance entre deux points, notamment) qui nous permette de nous raccrocher à quelque intuition familière de "grandeur" ou de "petitesse", on est pourtant arrivé, au cours du siècle écoulé, à cerner finement ces espaces dans les mailles serrées et souples d'un langage soigneusement "taille sur pièces". Mieux encore, on a inventé et fabriqué de toutes pièces des sortes de "mètres" ou de "toises" pour servir

⁴¹Parlant de la notion de "limite", c'est surtout à celle de "passage à la limite" que je pense ici, plutôt qu'à celle (plus familière au non mathématicien) de "frontière".

tout de même, envers et contre tout, à attacher des sortes de "mesures" (appelées "invariants topologiques") à ces "espaces" tentaculaires qui semblaient se dérober, telles des brumes insaisissables, à toute tentative de mensuration. Il est vrai que la plupart de ces invariants, et les plus essentiels, sont de nature plus subtile qu'un simple "nombre" ou une "grandeur" - ce sont plutôt eux-mêmes des structures mathématiques plus ou moins délicates, attachées (à l'aide de constructions plus ou moins sophistiquées) à l'espace envisagé. L'un des plus anciens et des plus cruciaux de ces invariants, introduits déjà au siècle dernier (par le mathématicien italien Betti), est formé des différents "groupes" (ou "espaces") dits de "cohomologie", associés à l'espace⁴². Ce sont eux qui interviennent (surtout entre les lignes", il est vrai) dans les conjectures de Weil, qui en font la "raison d'être" profonde et qui (pour moi du moins, "mis dans le bain" par les explications de Serre) leur donnent tout leur sens. Mais la possibilité d'associer de tels invariants aux variétés algébriques "abstraites" qui interviennent dans ces conjectures, de façon à répondre aux desiderata très précis exigés pour les besoins de cette cause-là

⁴² A vrai dire, les invariants introduits par Betti étaient les invariants d'homologie. La cohomologie en constitue une version plus ou moins équivalente, "duale", introduite beaucoup plus tard. Cet aspect a acquis une prééminence sur l'aspect initial, "homologique", surtout (sans doute) à la suite de l'introduction, par Jean Leray, du point de vue des faisceaux, dont il est question plus bas. Au point de vue technique, on peut dire qu'une grande partie de mon oeuvre de géomètre a consisté à dégager, et à développer plus ou moins loin, les théories cohomologiques qui manquaient, pour les espaces et variétés en tous genres et surtout, pour les "variétés algébriques" et les schémas. Chemin faisant, j'ai été amené aussi à réinterpréter les invariants homologiques traditionnels en termes cohomologiques, et par là-même, à les faire voir dans un jour entièrement nouveau.

Il y a de nombreux autres "invariants topologiques" qui ont été introduits par les topologues, pour cerner tel type de propriétés ou tel autre des espaces topologiques. A part la "dimension" d'un espace, et les invariants (co)homologiques, les premiers autres invariants sont les "groupes d'homotopie". J'en ai introduit un autre en 1957, le groupe (dit "de Grothendieck") $K(X)$, qui a connu aussitôt une grande fortune, et dont l'importance (tant en topologie qu'en arithmétique) ne cesse de se confirmer.

Une foule de nouveaux invariants, de nature plus subtile que les invariants actuellement connus et utilisés, mais que je sens fondamentaux, sont prévus dans mon programme de "topologie modérée" (dont une esquisse très sommaire se trouve dans l' "Esquisse d'un Programme", à paraître dans le volume 4 des Réflexions). Ce programme est basé sur la notion de "théorie modérée" ou "d'espace modéré", qui constitue, un peu comme celle de topos, une (deuxième) "métamorphose de la notion d'espace". Elle est bien plus évidente (me semble-t-il) et moins profonde que cette dernière. Je prévois que ses retombées immédiates sur la topologie "proprement dite" vont être pourtant nettement plus percutantes, et qu'elle va transformer de fond en comble le "métier" de topologue géomètre, par une transformation profonde du contexte conceptuel dans lequel il travaille. (Comme cela a été le cas aussi en géométrie algébrique avec l'introduction du point de vue des schémas.) J'ai d'ailleurs envoyé mon "Esquisse" à plusieurs de mes anciens amis et illustres topologues, mais il ne semble pas qu'elle ait eu le don d'en intéresser aucun.

- c'était là un simple espoir. Je doute qu'en dehors de Serre et de moi-même, personne d'autre (pas même, et surtout, André Weil lui-même ! ⁴³) n'y croyait vraiment...

Peu de temps avant, notre conception de ces invariants de cohomologie s'était d'ailleurs vue enrichir et renouveler profondément par les travaux de Jean Leray (poursuivis en captivité en Allemagne, pendant la guerre, dans la première moitié des années quarante). L'idée novatrice essentielle était celle de faisceau (abélien) sur un espace, auxquels Leray associe une suite de "groupes de cohomologie" correspondants (dits "à coefficients dans ce faisceau"). C'était comme si le bon vieux "mètre cohomologique" standard dont on disposait jusqu'à présent pour "arpenter" un espace, s'était soudain vu multiplier en une multitude inimaginablement grande de nouveaux "mètres" de toutes les tailles, formes et substances imaginables, chacun intimement adapté à l'espace en question, et dont chacun nous livre à son sujet des informations d'une précision parfaite, et qu'il est seul à pouvoir nous donner. C'était là l'idée maîtresse dans une transformation profonde dans notre approche des espaces en tous genres, et sûrement une des idées les plus cruciales apparues au cours de ce siècle. Grâce surtout aux travaux ultérieurs de Jean-Pierre Serre, les idées de Leray ont eu comme premiers fruits, au cours de la décennie déjà suivant leur apparition, un redémarrage impressionnant dans la théorie des espaces topologiques (et notamment, de leurs invariants dits "d'homotopie", intimement liés à la cohomologie), et un autre redémarrage, non moins capital, de la géométrie algébrique dite "abstraite" (avec l'article fondamental "FAC" de Serre, paru en 1955).

⁴³ Chose paradoxale, Weil avait un "bloc" tenace, apparemment viscéral, contre le formalisme cohomologique - alors que ce sont en grande partie ses célèbres conjectures qui ont inspiré le développement des grandes théories cohomologiques en géométrie algébrique, à partir des années 1955 (avec Serre donnant le coup d'envoi, avec son article fondamental FAC, déjà mentionné dans une précédente note de bas de page).

Il me semble que ce "bloc" fait partie, chez Weil, d'une aversion générale contre tous les "gros fourbis", contre tout ce qui s'apparente à un formalisme (quand celui-ci ne peut se résumer en quelques pages), ou à une "construction" tant soit peu imbriquée. Il n'avait rien du "bâtitteur", certes, et c'est visiblement à son corps défendant qu'il s'est vu contraint, au cours des années trente, à développer les premiers fondements de géométrie algébrique "abstraits" qui (vu ces dispositions) se sont révélés un véritable "lit de Procruste" pour l'usager.

Je ne sais s'il m'en a voulu d'être allé au delà, et de m'être investi à construire les vastes demeures, qui ont permis aux rêves d'un Kronecker et au sien de s'incarner en un langage et en des outils délicats et efficaces. Toujours est-il qu'à aucun moment il ne m'a fait un mot de commentaire au sujet du travail dans lequel il me voyait engagé, ou de celui qui était déjà fait. Je n'ai pas non plus eu d'écho à Récoltes et Semailles, que je lui avais envoyé il y a plus de trois mois, avec une dédicace chaleureuse de ma main.

Mes propres travaux en géométrie, à partir de 1955, se placent en continuité avec ces travaux de Serre, et par là même, avec les idées novatrices de Leray.

2.13 Les topos - ou le lit à deux places

Le point de vue et le langage des faisceaux introduit par Leray nous a amené à regarder les "espaces" et "variétés" en tous genres dans une lumière nouvelle. Ils ne touchaient pas, pourtant, à la notion même d'espace, se contentant de nous faire appréhender plus finement, avec des yeux nouveaux, ces traditionnels "espaces", déjà familiers à tous. Or, il s'est avéré que cette notion d'espace est inadéquate pour rendre compte des "invariants topologiques" les plus essentiels qui expriment la "forme" des variétés algébriques "abstraites" (comme celles auxquelles s'appliquent les conjectures de Weil), voire celle des "schémas" généraux (généralisant les anciennes variétés). Pour les "épousailles" attendues, "au nombre et de la grandeur", c'était comme un lit décidément étriqué, où l'un seulement des futurs conjoints (à savoir, l'épousée) pouvait à la rigueur trouver à se nicher tant bien que mal, mais jamais des deux à la fois! Le "principe nouveau" qui restait à trouver, pour consommer les épousailles promises par des fées propices, ce n'était autre aussi que ce "lit" spacieux qui manquait aux futurs époux, sans que personne jusque là s'en soit seulement aperçu...

Ce "lit à deux places" est apparu (comme par un coup de baguette magique...) avec l'idée du topos. Cette idée englobe, dans une intuition topologique commune, aussi bien les traditionnels espaces (topologiques), incarnant le monde de la grandeur continue, que les (soi-disant) "espaces" (ou "variétés") des géomètres algébristes abstraits impénitents, ainsi que d'innombrables autres types de structures, qui jusque là avaient semblé rivées irrémédiablement au "monde arithmétique" des agrégats "discontinus" ou "discrets".

C'est le point de vue des faisceaux qui a été le guide silencieux et sûr, la clef efficace (et nullement secrète), me menant sans atermoiements ni détours vers la chambre nuptiale au vaste lit conjugal. Un lit si vaste en effet (telle une vaste et paisible rivière très profonde...), que

"tous les chevaux du roi

y pourraient boire ensemble...”

- comme nous le dit un vieil air que sûrement tu as dû chanter toi aussi, ou du moins l’entendre chanter. Et celui qui a été le premier à le chanter a mieux senti la beauté secrète et la force paisible du topos, qu’aucun de mes savants élèves et amis d’antan...

La clef a été la même, tant dans l’approche initiale et provisoire (via la notion très commode, mais non intrinsèque du ”site”), que dans celle du topos. C’est l’idée du topos que je voudrais essayer à présent de décrire.

Considérons l’ensemble formé de tous les faisceaux sur un espace (topologique) donné, ou, si on veut, cet arsenal prodigieux formé de tous ces ”mètres” servant à l’arpenter⁴⁴. Nous considérons cet ”ensemble” ou ”arsenal” comme muni de sa structure la plus évidente, laquelle y apparaît, si on peut dire, ”à vue de nez”; à savoir, une structure dite de ”catégorie”. (Que le lecteur non mathématicien ne se trouble pas, de ne pas connaître le sens technique de ce terme. Il n’en aura nul besoin pour la suite.) C’est cette sorte de ”superstructure d’arpentage”, appelée ”catégorie des faisceaux” (sur l’espace envisagé), qui sera dorénavant considérée comme ”incarnant” ce qui est le plus essentiel à l’espace. C’est bien là chose licite (pour le ”bon sens mathématique”), car il se trouve qu’on peut ”reconstituer” de toutes pièces un espace topologique⁴⁵ en termes de cette ”catégorie de faisceaux” (ou de cet arsenal d’arpentage) associée. (De le vérifier est un simple exercice - une fois la question posée, certes...) Il n’en faut pas plus pour être assuré que (s’il nous convient pour une raison ou une autre) nous pouvons désormais ”oublier” l’espace initial, pour ne plus retenir et ne nous servir que de la ”catégorie” (ou de l’ ”arsenal”) associée, laquelle sera considérée comme l’incarnation la plus adéquate de la ”structure topologique” (ou ”spatiale”) qu’il s’agit d’exprimer.

Comme si souvent en mathématique, nous avons réussi ici (grâce à l’idée cruciale de ”faisceau”, ou de ”mètre cohomologique”) à exprimer une certaine notion (celle d’

⁴⁴(A l’intention du mathématicien) A vrai dire, il s’agit ici des faisceaux d’ensembles, et non des faisceaux abéliens, introduits par Leray comme coefficients les plus généraux pour former des ”groupes de cohomologie”. Je crois d’ailleurs être le premier à avoir travaillé systématiquement avec les faisceaux d’ensembles (à partir de 1955, dans mon article ”A général theory of fibre spaces with structure sheaf” à l’Université de Kansas).

⁴⁵(A l’intention du mathématicien) A strictement parler, ceci n’est vrai que pour des espaces dits ”sobres”. Ceux-ci comprennent cependant la quasi-totalité des espaces qu’on rencontre communément, et notamment tous les espaces ”séparés” chers aux analystes.

"espace" en l'occurrence) en termes d'une autre (celle de "catégorie"). A chaque fois, la découverte d'une telle traduction d'une notion (exprimant un certain type de situations) en termes d'une autre (correspondant à un autre type de situations), enrichit notre compréhension et de l'une et de l'autre notion, par la confluence inattendue des intuitions spécifiques qui se rapportent soit à l'une, soit à l'autre. Ainsi, une situation de nature "topologique" (incarnée par un espace donné) se trouve ici traduite par une situation de nature "algébrique" (incarnée par une "catégorie"); ou, si on veut, le "continu" incarné par l'espace, se trouve "traduit" ou "exprimé" par la structure de catégorie, de nature "algébrique" (et jusque là perçue comme étant de nature essentiellement "discontinue" ou "discrète").

Mais ici, il y a plus. La première de ces notions, celle d'espace, nous était apparue comme une notion en quelque sorte "maximale" - une notion si générale déjà, qu'on imagine mal comment en trouver encore une extension qui reste "raisonnable". Par contre, il se trouve que de l'autre côté du miroir⁴⁶, ces "catégories" (ou "arsenaux") sur lesquels on tombe, en partant d'espaces topologiques, sont de nature très particulière. Elles jouissent en effet d'un ensemble de propriétés fortement typées⁴⁷, qui les font s'apparenter à des sortes de "pastiches" de la plus simple imaginable d'entre elles - celle qu'on obtient en partant d'un espace réduit à un seul point. Ceci dit, un "espace nouveau style (ou topos), généralisant les espaces topologiques traditionnels, sera décrit tout simplement comme une "catégorie" qui, sans provenir forcément d'un espace ordinaire, possède néanmoins toutes ces bonnes propriétés (explicitement désignées une fois pour toutes, bien sûr) d'une telle "catégorie de faisceaux".

* *

*

Voici donc l'idée nouvelle. Son apparition peut être vue comme une conséquence

⁴⁶Le "miroir" dont il est question ici, comme dans Alice au pays des merveilles, est celui qui donne comme "image" d'un espace, placé devant lui, la "catégorie" associée, considérée comme une sorte de "double" de l'espace, "de l'autre côté du miroir"...

⁴⁷(A l'intention du mathématicien) Il s'agit ici surtout de propriétés que j'ai introduites en théorie des catégories sous le nom de "propriétés d'exactitude" (en même temps que la notion catégorique moderne de "limites" inductives et projectives générales). Voir "Sur quelques points d'algèbre homologique", Tohoku math. journal, 1957 (p. 119-221).

de cette observation, quasiment enfantine à vrai dire, que ce qui compte vraiment dans un espace topologique, ce ne sont nullement ses "points" ou ses sous-ensembles de points⁴⁸, et les relations de proximité etc entre ceux-ci, mais que ce sont les faisceaux sur cet espace, et la catégorie qu'ils forment. Je n'ai fait, en somme, que mener vers sa conséquence ultime l'idée initiale de Leray - et ceci fait, franchir le pas.

Comme l'idée même des faisceaux (due à Leray), ou celle des schémas, comme toute "grande idée" qui vient bousculer une vision invétérée des choses, celle des topos a de quoi déconcerter par son caractère de naturel, d' "évidence", par sa simplicité (à la limite, dirait-on, du naïf ou du simpliste, voire du "bébête" par cette qualité particulière qui nous fait nous écrier si souvent : "Oh, ce n'est que ça! ", d'un ton mi-déçu, mi-ennuyé ; avec en plus, peut-être, ce sous entendu du "farfelu", du "pas sérieux", qu'on réserve souvent à tout ce qui déroute par un excès de simplicité imprévue. A ce qui vient nous rappeler, peut-être, les jours depuis longtemps enfouis et reniés de notre enfance...

2.14 Mutation de la notion d'espace - ou le souffle et la foi

La notion de schéma constitue un vaste élargissement de la notion de "variété algébrique", et à ce titre elle a renouvelé de fond en comble la géométrie algébrique léguée par mes devanciers. Celle de topos constitue une extension insoupçonnée, pour mieux dire, une métamorphose de la notion d'espace. Par là, elle porte la promesse d'un renouvellement semblable de la topologie, et au delà de celle-ci, de la géométrie. Dès à présent d'ailleurs, elle a joué un rôle crucial dans l'essor de la géométrie nouvelle (surtout à travers les thèmes cohomologiques ℓ -adique et cristallin qui en sont issus, et à travers eux, dans la démonstration des conjectures de Weil). Comme sa soeur aînée (et quasi-jumelle), elle possède les deux caractères complémentaires essentiels pour toute généralisation fertile, que voici.

Primo, la nouvelle notion n'est pas trop vaste, en ce sens que dans les nouveaux

⁴⁸ Ainsi, on peut construire des topos très "gros", qui n'ont qu'un seul "point", ou même pas de "points" du tout !

"espaces" (appelés plutôt "topos", pour ne pas indisposer des oreilles délicates ⁴⁹), les intuitions et les constructions "géométriques" les plus essentielles ⁵⁰, familières pour les bons vieux espaces d'antan, peuvent se transposer de façon plus ou moins évidente. Autrement dit, on dispose pour les nouveaux objets de toute la riche gamme des images et associations mentales, des notions et de certaines au moins de techniques, qui précédemment restaient restreintes aux objets ancien style.

Et secundo, la nouvelle notion est en même temps assez vaste pour englober une foule de situations qui, jusque là, n'étaient pas considérées comme donnant lieu à des intuitions de nature "topologico-géométrique" - aux intuitions, justement, qu'on avait réservées par le passé aux seuls espaces topologiques ordinaires (et pour cause...).

La chose cruciale ici, dans l'optique des conjectures de Weil, c'est que la nouvelle notion est assez vaste en effet, pour nous permettre d'associer à tout "schéma" un tel "espace généralisé" ou "topos" (appelé le "topos étale" au schéma envisagé). Certains "invariants cohomologiques" de ce topos (tout ce qu'il y a de "bébêtes" !) semblaient alors avoir une bonne chance de fournir "ce dont on avait besoin" pour donner tout leur sens à ces conjectures, et (qui sait !) de fournir peut-être les moyens de les démontrer.

C'est dans ces pages que je suis en train d'écrire que, pour la première fois dans ma vie de mathématicien, je prends le loisir d'évoquer (ne serait-ce qu'à moi-même) l'ensemble des maître-thèmes et des grandes idées directrices dans mon oeuvre mathématique. Cela m'amène à mieux apprécier la place et la portée de chacun de ces thèmes, et des "points de vue" qu'ils incarnent, dans la grande vision géométrique qui les unit et dont ils sont issus. C'est par ce travail que sont apparues en pleine lumière les deux idées novatrices névralgiques dans le crémier et puissant essor de la géométrie nouvelle : l'idée des schémas, et celle des topos.

C'est la deuxième de ces idées, celle des topos, qui à présent m'apparaît comme

⁴⁹Le nom "topos" a été choisi (en association avec celui de "topologie", ou "topologique") pour suggérer qu'il s'agit de "l'objet par excellence" auquel s'applique l'intuition topologique. Par le riche nuage d'images mentales que ce nom suscite, il faut le considérer comme étant plus ou moins l'équivalent du terme "espace" (topologique), avec simplement une insistance plus grande sur la spécificité "topologique" de la notion. (Ainsi, il y a des "espaces vectoriels", mais pas de "topos vectoriels" jusqu'à nouvel ordre !) Il s'impose de garder les deux expressions conjointement, chacune avec sa spécificité propre.

⁵⁰Parmi ces "constructions", il y a notamment celle de tous les "invariants topologiques" familiers, y compris les invariants cohomologiques. Pour ces derniers, j' avais fait tout ce qu' il fallait dans l' article déjà cité ("Tohoku" 1955), pour pouvoir leur donner un sens pour tout "topos".

la plus profonde des deux. Si d'aventure, vers la fin des années cinquante, je n'avais pas retroussé mes manches, pour développer obstinément jour après jour, tout au long de douze longues années, un "outil schématique" d'une délicatesse et d'une puissance parfaites - il me semblerait quasiment impensable pourtant que dans les dix ou vingt ans déjà qui ont suivi, d'autres que moi auraient pu à la longue s'empêcher d'introduire à la fin des fins (fut-ce à leur corps défendant) la notion qui visiblement s'imposait, et de dresser tant bien que mal tout au moins quelques vétustés baraquements en "préfab", à défaut des spacieuses et confortables demeures que j' ai eu à coeur d'assembler pierre par pierre et de monter de mes mains. Par contre, je ne vois personne d'autre sur la scène mathématique, au cours des trois décennies écoulées, qui aurait pu avoir cette naïveté, ou cette innocence, de faire (à ma place) cet autre pas crucial entre tous, introduisant l'idée si enfantine des topos (ou ne serait-ce que celle des "sites"). Et, à supposer même cette idée-là déjà gracieusement fournie, et avec elle la timide promesse qu'elle semblait receler - je ne vois personne d'autre, que ce soit parmi mes amis d'antan ou parmi mes élèves, qui aurait eu le souffle, et surtout la foi, pour mener à terme cette humble idée ⁵¹ (si dérisoire en apparence, alors que le but semblait infiniment lointain...) : depuis ses premiers débuts balbutiants, jusqu'à la pleine maturité de la "maîtrise de la cohomologie étale", en quoi elle a fini par s'incarner entre mes mains, au cours des années qui ont suivi.

⁵¹(A l' intention du lecteur mathématicien.) Quand je parle de "mener à terme cette humble idée", il s'agit de l'idée de la cohomologie étale comme approche vers les conjectures de Weil. C'est inspiré par ce propos que j'avais découvert la notion de site en 1958, et que cette notion (ou la notion très voisine de topos), et le formalisme cohomologique étale, ont été développé entre 1962 et 1966 sous mon impulsion (avec l'assistance de quelques collaborateurs dont il sera question en lieu).

Quand je parle de "souffle" et de "foi", il s'agit là des qualités de nature "non-technique", et qui ici m'apparaissent bien comme les qualités essentielles. A un autre niveau, je pourrais y ajouter aussi ce que j'appellerais le "fuir cohomologique", c'est-à-dire le genre de fuir qui s'était développé en moi pour l'édification des théories cohomologiques. J'avais cru le communiquer à mes élèves cohomologistes. Avec un recul de dix-sept ans après mon départ du monde mathématique, je constate qu'il ne s'est conservé en aucun d'eux.

2.15 Tous les chevaux du roi...

Oui, la rivière est profonde, et vastes et paisibles sont les eaux de mon enfance, dans un royaume que j'ai cru quitter il y a longtemps. Tous les chevaux du roi y pourraient boire ensemble à l'aise et tout leur soûl, sans les épuiser! Elles viennent des glaciers, ardentes comme ces neiges lointaines, et elles ont la douceur de la glaise des plaines. Je viens de parler d'un de ces chevaux, qu'un enfant avait amené boire et qui a bu son content, longuement. Et j'en ai vu un autre venant boire un moment, sur les traces du même gamin si ça se trouve - mais là ça n'a pas traîné. Quelqu'un a dû le chasser. Et c'est tout, autant dire. Je vois pourtant des troupeaux innombrables de chevaux assoiffés qui errent dans la plaine - et pas plus tard que ce matin même leurs hennissements m'ont tiré du lit, à une heure indue, moi qui vais sur mes soixante ans et qui aime la tranquillité. Il n'y a rien eu à faire, il a fallu que je me lève. Ça me fait peine de les voir, à l'état de rosses efflanquées, alors que la bonne eau pourtant ne manque pas, ni les verts pâturages. Mais on dirait qu'un sortilège malveillant a été jeté sur cette contrée que j'avais connue accueillante, et condamné l'accès à ces eaux généreuses. Ou peut-être est-ce un coup monté par les maquignons du pays, pour faire tomber les prix qui sait? Ou c'est un pays peut-être où il n'y a plus d'enfants pour mener boire les chevaux, et où les chevaux ont soif, faute d'un gamin qui retrouve le chemin qui mène à la rivière...

2.16 Les motifs - ou le coeur dans le coeur

Le thème du topos est issu de celui des schémas, l'année même où sont apparus les schémas - mais en étendue il dépasse largement le thème-mère. C'est le thème du topos, et non celui des schémas, qui est ce "lit", ou cette "rivière profonde", où viennent s'épouser la géométrie et l'algèbre, la topologie et l'arithmétique, la logique mathématique et la théorie des catégories, le monde du continu et celui des structures "discontinues" ou "discrètes". Si le thème des schémas est comme le coeur de la géométrie nouvelle, le thème du topos en est l'enveloppe, ou la demeure. Il est ce que j'ai conçu de plus vaste, pour saisir avec finesse, par un même langage riche en résonances géométriques, une "essence" commune à des situations des plus éloignées les unes des autres, provenant

de telle région ou de telle autre du vaste univers des choses mathématiques.

Ce thème du topos est très loin pourtant d'avoir connu la fortune de celui des schémas. Je m'exprime à ce sujet en diverses occasions dans *Récoltes et Semailles*, et ce n'est pas le lieu ici de m'attarder sur les vicissitudes étranges qui ont frappé cette notion. Deux des maîtres-thèmes de la géométrie nouvelle sont pourtant issus de celui du topos, deux "théories cohomologiques" complémentaires, conçues l'une et l'autre aux fins de fournir une approche vers les conjectures de Weil : le thème étale (ou " ℓ -adique"), et le thème cristallin. Le premier s'est concrétisé entre mes mains en l'outil cohomologique ℓ -adique, qui dès à présent apparaît comme un des plus puissants outils mathématiques du siècle. Quant au thème cristallin, réduit après mon départ à une existence quasi-occulte, il a finalement été exhumé (sous la pression des besoins) en juin 1981, sous les feux de la rampe et sous un nom d'emprunt, dans des circonstances plus étranges encore que celles autour des topos.

L'outil cohomologique ℓ -adique a été, comme prévu, l'outil essentiel pour établir les conjectures de Weil. J'en ai démontré moi-même un bon paquet, et le dernier pas a été accompli avec maestria, trois ans après mon départ, par Pierre Deligne, le plus brillant de mes élèves "cohomologistes".

J'avais d'ailleurs dégagé, vers l'année 1968, une version plus forte et surtout, plus "géométrique" des conjectures de Weil. Celles-ci restaient "entachées" (si on peut dire !) d'un aspect "arithmétique" apparemment irréductible, alors pourtant que l'esprit même de ces conjectures est d'exprimer et de saisir "l'arithmétique" (ou "le discret") par la médiation du "géométrique" (ou du "continu")⁵². En ce sens, la version des conjectures que j'avais dégagée me paraît plus "fidèle" que celle de Weil lui-même à la "philosophie de Weil" - à cette philosophie non écrite et rarement dite, qui a été peut-être la principale motivation tacite dans l'extraordinaire essor de la géométrie au cours des quatre décennies écoulées⁵³. Ma reformulation a consisté, pour l'essentiel, à dégager une sorte de

⁵²(A l'intention du mathématicien) Les conjectures de Weil sont subordonnées à des hypothèses de nature "arithmétique", du fait notamment que les variétés envisagées doivent être définies sur un corps fini. Du point de vue du formalisme cohomologique, cela conduit à donner une place à part à l'endomorphisme de Frobenius associé à une telle situation. Dans mon approche, les propriétés cruciales (type "théorème de l'index généralisé") concernent les correspondances algébriques quelconques, et ne font aucune hypothèse de nature arithmétique sur un corps de base préalablement donné.

⁵³Il y a eu cependant, après mon départ en 1970, un mouvement de réaction très nette, lequel s'est concrétisé

”quintessence” de ce qui devait rester valable, dans le cadre des variétés algébriques dites ”abstraites”, de la classique ”théorie de Hodge”, valable pour les variétés algébriques ”ordinaires”⁵⁴. J’ai appelé ”conjectures standard” (pour les cycles algébriques) cette nouvelle version, entièrement géométrique, des fameuses conjectures.

Dans mon esprit, c’était là un nouveau pas, après le développement de l’outil cohomologique ℓ -adique, en direction de ces conjectures. Mais en même temps et surtout, c’était aussi un des principes d’approche possibles vers ce qui m’apparaît encore comme le thème le plus profond que j’aie introduit en mathématique⁵⁵ : celui des motifs (lui-même né du ”thème cohomologique ℓ -adique”). Ce thème est comme le coeur ou l’âme, la partie la plus cachée, la mieux dérobée au regard, du thème schématique, qui lui-même est au coeur de la vision nouvelle. Et les quelques phénomènes-clef dégagés dans les conjectures standard⁵⁶ peuvent être vus comme formant une sorte de quintessence ultime du thème motivique, comme le ”souffle” vital de ce thème subtil entre tous, de ce ”coeur dans le coeur” de la géométrie nouvelle.

Voici en gros de quoi il s’agit. Nous avons vu, pour un nombre premier p donné, l’importance (en vue notamment des conjectures de Weil) de savoir construire des ”théories cohomologiques” pour les ”variétés (algébriques) de caractéristique p ”. Or, le fameux ”outil cohomologique ℓ -adique” fournit justement une telle théorie, et même une infinité de théories cohomologiques différentes, à savoir une associée à tout nombre premier différent de la caractéristique p . Il y a là encore visiblement, une ”théorie qui manque”, qui correspondrait au cas d’un ℓ qui serait égal à p . Pour y pourvoir, j’ai imaginé tout exprès une autre théorie cohomologique encore à laquelle il a été déjà fait allusion tantôt), dite

par une situation de stagnation relative, que j’ai occasion plus d’une fois d’évoquer dans les lignes de Récoltes et Semailles.

⁵⁴”Ordinaire” signifie ici : ”définie sur le corps des complexes”. La théorie de Hodge (dite ”des intégrales harmoniques”) était la plus puissante des théories cohomologiques connues dans le contexte des variétés algébriques complexes.

⁵⁵C’est le thème le plus profond, tout au moins dans la période ”publique” de mon activité de mathématicien, entre 1950 et 1969, c’est-à-dire jusqu’au moment de mon départ de la scène mathématique. Je considère le thème de la géométrie algébrique anabélienne et de la théorie de Galois-Teichmüller, développé à partir de 1977, comme étant d’une profondeur comparable.

⁵⁶(A l’intention du lecteur géomètre algébriste) Il y a lieu, éventuellement, de reformuler ces conjectures. Pour des commentaires plus circonstanciés, voir ”Le tour des chantiers” (ReS IV note n° 178, p. 1215-1216) et la note de b. de p. p 769 dans ”Conviction et connaissance” (ReS III, note n° 162).

"cohomologie cristalline". D'ailleurs, dans le cas important où p est infini, on dispose de trois autres théories cohomologiques encore⁵⁷ - et rien ne prouve qu'on ne sera conduit, tôt ou tard, à introduire encore de nouvelles théories cohomologiques, ayant des propriétés formelles toutes analogues. Contrairement à ce qui se passait en topologie ordinaire, on se trouve donc placé là devant une abondance déconcertante de théories cohomologiques différentes. On avait l'impression très nette qu'en un sens qui restait d'abord assez flou, toutes ces théories devaient "revenir au même", qu'elles "donnaient les mêmes résultats"⁵⁸. C'est pour parvenir à exprimer cette intuition de "parenté" entre théories cohomologiques différentes, que j'ai dégagé la notion de "motif" associé à une variété algébrique. Par ce terme, j'entends suggérer qu'il s'agit du "motif commun" (ou de la "raison commune") sous-jacent à cette multitude d'invariants cohomologiques différents associés à la variété, à l'aide de la multitude des toutes les théories cohomologiques possibles a priori. Ces différentes théories cohomologiques seraient comme autant de développements thématiques différents, chacun dans le "tempo", dans la "clef" et dans le "mode" ("majeur" ou "mineur") qui lui est propre, d'un même "motif de base" (appelé "théorie cohomologique motivique"), lequel serait en même temps la plus fondamentale, ou la plus "fine", de toutes ces "incarnations" thématiques différentes (c'est-à-dire, de toutes ces théories cohomologiques possibles). Ainsi, le motif associé à une variété algébrique constituerait l'invariant cohomologique "ultime", "par excellence", dont tous les autres (associés aux différentes théories cohomologiques possibles) se déduiraient, comme autant d'"incarnations" musicales, ou de "réalisations"

⁵⁷(A l'intention du lecteur mathématicien) Ces théories correspondent respectivement à la cohomologie de Betti (définie par voie transcendante, à l'aide d'un plongement du corps de base dans le corps des complexes), à la cohomologie de Hodge (définie par Serre) et à la cohomologie de De Rham (définie par moi), ces deux dernières remontant déjà aux années cinquante (et celle de Betti, au siècle dernier).

⁵⁸(A l'intention du lecteur mathématicien) Par exemple, si f est un endomorphisme de la variété algébrique X , induisant un endomorphisme de l'espace de cohomologie $H^i(X)$, le "polynôme caractéristique" de ce dernier devait être à coefficients entiers, ne dépendant pas de la théorie cohomologique particulière choisie (par exemple : ℓ -adique, pour ℓ variable). Itou pour des correspondances algébriques générales, quand X est supposée propre et lisse. La triste vérité (et qui donne une idée de l'état de lamentable abandon de la théorie cohomologique des variétés algébriques en caractéristique $p > 0$, depuis mon départ), c'est que la chose n'est toujours pas démontrée à l'heure actuelle, même dans le cas particulier où X est une surface projective et lisse et $i = 2$. En fait, à ma connaissance, personne après mon départ n'a encore daigné s'intéresser à cette question cruciale, typique de celles qui apparaissent comme subordonnées aux conjectures standard. Le décret de la mode, c'est que le seul endomorphisme digne d'attention est l'endomorphisme de Frobenius (lequel a pu être traité à part par Deligne, par les moyens du bord...).

différentes. Toutes les propriétés essentielles de "la cohomologie" de la variété se "lieraient" (ou s' "entendraient") déjà sur le motif correspondant, de sorte que les propriétés et structures familières sur les invariants cohomologiques particularisés (ℓ -adique ou cristallins, par exemple), seraient simplement le fidèle reflet des propriétés et structures internes au motif ⁵⁹.

C'est là, exprimé dans le langage non technique d'une métaphore musicale, la quintessence d'une idée d'une simplicité enfantine encore, délicate et audacieuse à la fois. J'ai développé cette idée, en marge des tâches de fondements que je considérais plus urgentes, sous le nom de "théorie des motifs" ou de "philosophie (ou "yoga") des motifs", tout au long des années 1963-69. C'est une théorie d'une richesse structurale fascinante, dont une grande partie est restée encore conjecturale ⁶⁰.

Je m'exprime à diverses reprises dans Récoltes et Semailles au sujet de ce "yoga

⁵⁹(A l'intention du lecteur mathématicien) Une autre façon de voir la catégorie des motifs sur un corps k , c'est de la visualiser comme une sorte de "catégorie abélienne enveloppante" de la catégorie des schémas séparés de type fini sur k . Le motif associé à un tel schéma X (ou "cohomologie motivique de X ", que je note $H_{\text{mot}}^*(X)$) apparaît ainsi comme une sorte de "avatar" abélianisé de X . La chose cruciale ici, c'est que, tout comme une variété algébrique X est susceptible de "variation continue" (sa classe d'isomorphie dépend donc de "paramètres" continus, ou "modules"), le motif associé à X , ou plus généralement, un motif "variable", est lui aussi susceptible de variation continue. C'est là un aspect de la cohomologie motivique, qui est en contraste frappant avec ce qui se passe pour tous les invariants cohomologiques classiques, y compris les invariants ℓ -adique, à la seule exception de la cohomologie de Hodge des variétés algébriques complexes.

Ceci donne une idée à quel point la "cohomologie motivique" est un invariant plus fin, cernant de façon beaucoup plus serrée la "forme arithmétique" (et plus hasardeuse cette expression soit-elle) d'une variété X , que les invariants purement topologiques. Dans ma vision des motifs, ceux-ci constituent une sorte de "cordon" très caché et très délicat, reliant les propriétés algébro-géométriques d'une variété X , aux propriétés de nature "arithmétique" incarnées par son motif. Ce dernier peut être considéré comme un objet de nature "géométrique" dans son esprit même, mais où les propriétés "arithmétiques" subordonnées à la géométrie ne servent, pour ainsi dire, "mises à nu".

Ainsi, le motif m'apparaît comme le plus profond "invariant de la forme" qu'on ait su associer jusqu'à présent à une variété algébrique, mis à part son "groupe fondamental motivique" π_1 et ce l'autre invariant récemment pour moi comme les "ombres" d'un "type d'homotopie motivique" qui resterait à décrire (et sur lequel je dis quelques mots en passant dans la note "Le tour des chantiers - ou outils et vision" (ReS IV, n° 178, voir chapitre 5 Motifs), et notamment page 1214). C'est ce dernier objet qui me semble devoir être l'incarnation la plus parfaite de l'élusive intuition de "forme arithmétique" (ou "motivique") d'une variété algébrique quelconque.

⁶⁰J'ai expliqué ma vision des motifs à qui voulait l'entendre, tout au long de ces années, sans prendre la peine de rien publier à ce sujet noir sur blanc (ne manquant pas d'autres tâches au service de tous). Cela a permis plus tard à certains de mes élèves de piller plus à l'aise, sous l'oeil attendri de l'ensemble de mes anciens amis, bien au courant de la situation. (Voir note de b. de p. qui suit.)

des motifs”, qui me tient particulièrement à coeur. Ce n’est pas le lieu de revenir ici sur ce que j’en dis ailleurs. Qu’il me suffise de dire que les ”conjectures standard” découlent le plus naturellement du monde de ce yoga des motifs. En même temps elles fournissent un principe d’approche pour une des constructions en forme possibles de la notion de motif.

Ces conjectures m’apparaissent, et m’apparaissent aujourd’hui encore, comme l’une des deux questions les plus fondamentales qui se posent en géométrie algébrique. Ni cette question, ni l’autre question toute aussi cruciale (celle dite de la ”résolution des singularités”) n’est encore résolue à l’heure actuelle. Mais alors que la deuxième de ces questions apparaît, aujourd’hui comme il y a cent ans, comme une question prestigieuse et redoutable, celle que j’ai eu l’honneur de dégager s’est vue classer par les péremptoires décrets de la mode (dès les années qui ont suivi mon départ de la scène mathématique, et tout comme le thème motivique lui-même⁶¹) comme aimable fumisterie grothendieckienne. Mais encore une fois j’anticipe...

2.17 A la découverte de la Mère - ou les deux versants

A vrai dire, mes réflexions sur les conjectures de Weil elles-mêmes en vue de les établir, sont restées sporadiques. Le panorama qui avait commencé à s’ouvrir devant moi et que je m’efforçais de scruter et de capter, dépassait de très loin en ampleur et en profondeur les hypothétiques besoins d’une démonstration, et même tout ce que ces fameuses conjectures avaient pu d’abord faire entrevoir. Avec l’apparition du thème schématique et de celui des topos, c’est un monde nouveau et insoupçonné qui s’était ouvert soudain. ”Les conjectures” y occupaient une place centrale, certes, un peu comme le ferait la capitale d’un vaste empire ou continent, aux provinces innombrables, mais dont la plupart n’ont que des rapports des plus lointains avec ce lieu brillant et prestigieux. Sans avoir eu à me le dire jamais, je me savais le serviteur désormais d’une grande tâche

⁶¹En fait, ce thème a été exhumé en 1982 (un an après le thème cristallin), sous son nom d’origine cette fois (et sous une forme étriquée, dans le seul cas d’un corps de base de caractéristique nulle), sans que le nom de l’ouvrier ne soit prononcé. C’est là un exemple parmi un nombre d’autres, d’une notion ou d’un thème enterré aux lendemains de mon départ comme des fantasmagories grothendieckiennes, pour être exhumés l’un après l’autre par certains de mes élèves au cours des dix ou quinze années suivantes, avec une fierté modeste et (est-il besoin encore de le préciser) sans mention de l’ouvrier...

: explorer ce monde immense et inconnu, appréhender ses contours jusqu'aux frontières les plus lointaines ; et aussi, parcourir en tous sens et inventorier avec un soin tenace et méthodique les provinces les plus proches et les plus accessibles, et en dresser des cartes d'une fidélité et d'une précision scrupuleuse, où le moindre hameau et la moindre chaumière auraient leur place...

C'est ce dernier travail surtout qui absorbait le plus gros de mon énergie - un patient et vaste travail de fondements que j'étais le seul à voir clairement et, surtout, à "sentir par les tripes". C'est lui qui a pris, et de loin, la plus grosse part de mon temps, entre 1958 (l'année où sont apparus, coup sur coup, le thème schématique et celui des topos) et 1970 (l'année de mon départ de la scène mathématique).

Souvent d'ailleurs je rongais mon frein d'être retenu ainsi, comme par un poids tenace et collant, avec ces interminables tâches qui (une fois vu l'essentiel) s'apparentaient plus pour moi à "de l'intendance", qu'à une lancée dans l'inconnu. Constamment je devais retenir cette pulsion de m'élancer de l'avant - celle du pionnier ou de l'explorateur, parti à la découverte et à l'exploration de mondes inconnus et sans nom, m'appelant sans cesse pour que je les connaisse et les nomme. Cette pulsion-là, et l'énergie que j'y investissais (comme à la dérobée, quasiment !), étaient constamment à la portion congrue.

Pourtant, je savais bien au fond que c'était cette énergie-là, dérobée (pour ainsi dire) à celle que je devais à mes "tâches", qui était de l'essence la plus rare et la plus déliée - que la "création" dans mon travail de mathématicien, c'était avant tout là qu'elle se plaçait : dans cette attention intense pour appréhender, dans les replis obscurs, informes et moites d'une chaude et inépuisable matrice nourricière, les premières traces de forme et de contours de ce qui n'était pas né encore et qui semblait m'appeler, pour prendre forme et s'incarner et naître... Dans le travail de découverte, cette attention intense, cette sollicitude ardente sont une force essentielle, tout comme la chaleur du soleil pour l'obscur gestation des semences enfouies dans la terre nourricière, et pour leur humble et miraculeuse éclosion à la lumière du jour.

Dans mon travail de mathématicien, je vois à l'œuvre surtout ces deux forces ou pulsions, également profondes, de nature (me semble-t-il) différentes. Pour évoquer l'une et l'autre, j'ai utilisé l'image du bâtisseur, et celle du pionnier ou de l'explorateur.

Mises côte-à-côte, l'une et l'autre me frappent soudain comme vraiment très "yang", très "masculines", voire "macho"! Elles ont la résonance altière du mythe, ou celle des "grandes occasions". Sûrement elles sont inspirées par les vestiges, en moi, de mon ancienne vision "héroïque" du travail créateur, la vision super-yang. Telles quelles, elles donnent une vision fortement teintée, pour ne pas dire figée, "au garde à vous", d'une réalité bien plus fluide, plus humble, plus "simple" - d'une réalité vivante.

Dans cette mâle pulsion du "bâtitteur", qui semble sans cesse me pousser vers de nouveaux chantiers, je discerne bien pourtant, en même temps, celle du casanier : de celui profondément attaché à "la" maison. Avant toute autre chose, c'est "sa" maison, celle des "proches" - le lieu d'une intime entité vivante dont il se sent faire partie. Ensuite seulement, et à mesure que s'élargit le cercle de ce qui est ressenti comme "proche", est-elle aussi une "maison pour tous". Et dans cette pulsion de "faire des maisons" (comme on "ferait" l'amour...) il y a aussi et avant tout une tendresse. Il y a la pulsion du contact avec ces matériaux qu'on façonne un à un, avec un soin amoureux, et qu'on ne connaît vraiment que par ce contact aimant. Et, une fois montés les murs et posés les poutres et le toit, il y a la satisfaction profonde à installer une pièce après l'autre, et à voir peu à peu s'instaurer, parmi ces salles, ces chambres et ces réduits l'ordre harmonieux de la maison vivante - belle, accueillante, bonne pour y vivre. Car la maison, avant tout et secrètement en chacun de nous, c'est aussi la mère - ce qui nous entoure et nous abrite, à la fois refuge et réconfort ; et peut-être (plus profondément encore, et alors même que nous serions en train de la construire de toutes pièces) c'est cela aussi dont nous sommes nous-mêmes issus, ce qui nous a abrité et nourri, en ces temps à jamais oubliés d'avant notre naissance... C'est aussi le Giron.

Et l'image apparue spontanément tantôt, pour aller au delà de l'appellation prestigieuse de "pionnier", et pour cerner la réalité plus cachée qu'elle recouvrait, était elle aussi dépouillée de tout accent "héroïque". Là encore, c'était l'image archétype du maternel qui est apparue - celle de la "matrice" nourricière et de ses informes et obscurs labeurs...

Ces deux pulsions qui m'apparaissaient comme "de nature différente" sont finalement plus proches que je ne l'aurais pensé. L'une et l'autre sont dans la nature d'une "pulsion de contact", nous portant à la rencontre de "la Mère" : de Celle qui incarne et

ce qui est proche, "connu", et ce qui est "inconnu". M'abandonner à l'une ou l'autre pulsion, c'est "retrouver la Mère". C'est renouveler le contact à la fois au proche, au "plus ou moins connu", et au "lointain", à ce qui est "inconnu" mais en même temps pressenti, sur le point de se faire connaître.

La différence ici est de tonalité, de dosage, non de nature. Quand je "bâtis des maisons", c'est le "connu" qui domine, et quand "j'explore", c'est l'inconnu. Ces deux "modes" de découverte, ou pour mieux dire, ces deux aspects d'un même processus ou d'un même travail, sont indissolublement liés. Ils sont essentiels l'un et l'autre, et complémentaires. Dans mon travail mathématique, je discerne un mouvement de va-et-vient constant entre ces deux modes d'approche, ou plutôt, entre les moments (ou les périodes) où l'un prédomine, et ceux où prédomine l'autre⁶². Mais il est clair aussi qu'en chaque moment, et l'un et l'autre mode est présent. Quand je construis, aménage, ou que je déblaie, nettoie, ordonne, c'est le "mode" ou le "versant" "yang", ou "masculin" du travail qui donne le ton. Quand j'explore à tâtons l'insaisissable, l'informe, ce qui est sans nom, je suis le versant "yin", ou "féminin" de mon être.

Il n'est pas question pour moi de vouloir minimiser ou renier l'un ou l'autre versant de ma nature, essentiels l'un et l'autre - le "masculin" qui construit et qui engendre, et le "féminin" qui conçoit, et qui abrite les lentes et obscures gestations. Je "suis" l'un et l'autre - "yang" et "yin", "homme" et "femme". Mais je sais aussi que l'essence la plus délicate, la plus déliée dans les processus créateurs se trouve du côté du versant "yin", "féminin" - le versant humble, obscur, et souvent de piètre apparence.

C'est ce versant-là du travail qui, depuis toujours je crois, a exercé sur moi la fascination la plus puissante. Les consensus en vigueur m'encourageaient pourtant à investir le plus clair de mon énergie dans l'autre versant, dans celui qui s'incarne et s'affirme dans des "produits" tangibles, pour ne pas dire finis et achevés des produits aux contours

⁶²Ce que je dis ici sur le travail mathématique est vrai également pour le travail de "méditation" (dont il sera question un peu partout dans Récoltes et Semailles). Il n'y a guère de doute pour moi que c'est là une chose qui apparaît dans tout travail de découverte, y compris dans celui de l'artiste (écrivain ou poète, disons). Les deux "versants" que je décris ici peuvent être vus également comme étant, l'un celui de l'expression et de ses exigences "techniques", l'autre celui de la réception (de perceptions et d'impressions de toutes sortes), devenant inspiration par l'effet d'une attention intense. L'un et l'autre sont présents en tout moment du travail, et il y a ce mouvement constant de "va-et-vient" entre les "temps" où l'un prédomine, et ceux où prédomine l'autre.

bien tranchés, attestant de leur réalité avec l'évidence de la pierre taillée...

Je vois bien, avec le recul, comment ces consensus ont pesé sur moi, et aussi comment j'ai "accusé le poids" - en souplesse! La partie "conception" ou "exploration" de mon travail était maintenue à la portion congrue jusqu'au moment encore de mon départ, soit. Et pourtant, dans ce coup d'œil rétrospectif sur ce que fut mon œuvre de mathématicien, il ressort avec une évidence saisissante que ce qui fait l'essence et la puissance de cette œuvre, c'est bien ce versant de nos jours négligé, quand il n'est objet de dérision ou d'un condescendant dédain : celui des "idées", voire celui du "rêve", nullement celui des "résultats". Essayant dans ces pages de cerner ce que j'ai apporté de plus essentiel à la mathématique de mon temps, par un regard qui embrasse une forêt, plutôt que de s'attarder sur des arbres - j'ai vu, non un palmarès de "grands théorèmes", mais un vivant éventail d'idées fécondes⁶³, venant concourir toutes à une même et vaste vision.

2.18 L'enfant et la Mère

Quand cet "avant-propos" a commencé à tourner à la promenade à travers mon œuvre de mathématicien, avec mon petit topo sur les "héritiers" (bon teint) et sur les "bâtisseurs" (incorrigibles), a commencé aussi à apparaître un nom pour cet avant-propos manqué : ce serait "L'enfant et le bâtisseur". Au cours des jours suivants, il devenait de plus en plus clair que "l'enfant" et "le bâtisseur" étaient un seul et même personnage. Ce nom est donc devenu, plus simplement, "L'enfant bâtisseur". Un nom, ma foi, qui ne manquait pas d'allure, et tout fait pour me plaire!

Mais voilà que la réflexion fait apparaître que cet altier "bâtisseur", ou (plus mod-

⁶³Ce n'est pas que ce qu'on peut appeler les "grands théorèmes" manquent dans mon œuvre, y compris des théorèmes qui résolvent des questions posées par d'autres que moi, que personne avant moi n'avait su résoudre. (J'en passe en revue certains dans la note de b. de p. (***) page 554, de la note "La mer qui monte..." (ReS III, n° 122).) Mais, comme je l'ai souligné déjà dès les débuts de cette "promenade" (dans l'étape "Points de vue et vision", n° 6), ces théorèmes ne prennent pour moi tout leur sens que par le contexte nourricier d'un grand thème, initié par une de ces "idées fécondes". Leur démonstration dès lors découle, comme de source et sans effort, de la nature même, de la "profondeur" du thème qui les porte - comme les vagues du fleuve semblent naître en douceur de la profondeur même de ses eaux, sans rupture et sans effort. Je m'exprime dans un sens tout analogue, mais avec d'autres images, dans la note déjà citée "La mer qui monte..."

estement) l'enfant-qui-joue-à-faire-des-maisons, ce n'était qu'un des visages du fameux enfant-qui-joue, lequel en avait deux. Il y a aussi l'enfant-qui-aime-à-explorer-les-choses, à aller fouiner et s'enfouir dans les sables ou dans les vases boueuses et sans nom, les endroits les plus impossibles et les plus saugrenus... Pour donner le change sans doute (ne serait-ce qu'à moi-même...), j'ai commencé par l'introduire sous le nom flamboyant de "pionnier", suivi de celui, plus terre-à-terre mais encore auréolé de prestige, d'"explorateur". C'était à se demander, entre le "bâtitteur" et le "pionnier-explorateur", lequel était le plus mâle, le plus alléchant des deux ! Pile ou face?

Et puis, en y regardant d'un peu plus près, voilà notre intrépide "pionnier" qui se trouve finalement être une fille (qu'il m'avait plu d'habiller en garçon) - une sœur des mares, de la pluie, des bruines et de la nuit, silencieuse et quasiment invisible à force de s'effacer dans l'ombre - celle que toujours on oublie (quand on ne fait mine de se gausser d'elle...). Et j'ai bien trouvé moyen moi aussi, pendant des jours et des jours, de l'oublier - de l'oublier doublement, pourrais-je dire : je n'avais voulu voir d'abord que le garçon (celui qui joue à faire des maisons...) - et même quand je n'ai pu m'empêcher, à force, de voir quand même l'autre, je l'ai vue encore en garçon, elle aussi...

Pour ce qui est du beau nom pour ma promenade, du coup il ne tient plus du tout. C'est un nom tout-enyang, tout "macho", un nom-qui-boite. Pour le faire tenir pas de guingois, il faudrait y faire figurer l'autre également. Mais, chose étrange, "l'autre" n'a pas vraiment de nom. Le seul qui colle tant soit peu, c'est "explorateur", mais c'est encore un nom de garçon, rien à faire. La langue ici est une garce, elle nous piège sans même qu'on s'en rende compte, visiblement de mèche avec des préjugés ancestraux.

On pourrait s'en tirer peut-être avec "L'enfant-qui-bâtit et l'enfant-qui-explore". En laissant non-dit que l'un est "garçon" et l'autre est "fille", et que c'est un seul et même enfant garçon-fille qui, en bâtissant explore, et en explorant, bâtit... Mais hier, en plus du double versant yin-yang de ce qui contemple et explore, et de ce qui nomme et construit, était apparu un autre aspect encore des choses.

L' Univers, le Monde, voire le Cosmos, sont choses étrangères au fond et très lointaines. Elles ne nous concernent pas vraiment. Ce n'est pas vers eux qu'au plus profond de nous-mêmes nous porte la pulsion de connaissance. Ce qui nous attire, c'est leur Incarnation tangible et immédiate, la plus proche, la plus "charnelle", chargée en réso-

nances profondes et riche en mystère - Celle qui se confond avec les origines de notre être de chair, comme avec celles de notre espèce - et Celle aussi qui de tout temps nous attend, silencieuse et prête à nous accueillir, "à l'autre bout du chemin". C'est d'elle, la Mère, de Celle qui nous a enfanté comme elle a enfanté le Monde, que sourd la pulsion et que s'élancent les chemins du désir - et c'est à Sa rencontre qu'ils nous portent, vers Elle qu'ils s'élancent, pour retourner sans cesse et s'abîmer en Elle.

Ainsi, au détour du chemin d'une "promenade" imprévue, je retrouve à l'improviste une parabole qui me fût familière, et que j'avais un peu oubliée - la parabole de l'enfant et la Mère. On peut la voir comme une parabole pour "La Vie, à la quête d'elle-même". Ou, au niveau plus humble de l'existence individuelle, une parabole pour "l'être, à la quête des choses".

C'est une parabole, et c'est aussi l'expression d'une expérience ancestrale, profondément implantée dans la psyché - le plus puissant parmi les symboles originels qui nourrissent les couches créatrices profondes. Je crois y reconnaître, exprimé dans le langage immémorial des images archétypes, le souffle même du pouvoir créateur en l'homme, animant sa chair et son esprit, dans ses manifestations les plus humbles et les plus éphémères, comme les plus éclatantes et les plus durables.

Ce "souffle", tout comme l'image charnelle qui l'incarne, est la chose au monde la plus humble. C'est aussi la chose la plus fragile, et la plus ignorée de tous et la plus méprisée...

Et l'histoire des vicissitudes de ce souffle-là au cours de ton existence n'est autre que ton aventure, l' "aventure de connaissance" dans ta vie. La parabole sans paroles qui l'exprime est celle de l'enfant et la Mère.

Tu es l'enfant, issu de la Mère, abrité en Elle, nourri de Sa puissance. Et l'enfant s'élance de la Mère, la Toute-proche, la Bien-connue - à la rencontre de la Mère, l' Illimitée, à jamais Inconnue et pleine de mystère...

Fin de la "Promenade à travers une oeuvre"

Epilogue : les Cercles invisibles

2.19 La mort est mon berceau (ou trois marmots pour un moribond)

Jusqu'à l'apparition du point de vue des topos, vers la fin des années cinquante, l'évolution de la notion d'espace m'apparaît comme une évolution essentiellement "continue". Elle paraît se poursuivre sans heurts ni sauts, à partir de la théorisation euclidienne de l'espace qui nous entoure, et de la géométrie léguée par les grecs, s'attachant à l'étude de certaines "figures" (droites, plans, cercles, triangles etc.) vivant dans cet espace. Certes, des changements profonds ont eu lieu dans la façon dont le mathématicien ou le "philosophe de la nature" concevait "l'espace"⁶⁴. Mais ces changements me semblent tous dans la nature d'une "continuité" essentielle - ils n'ont jamais placé le mathématicien, attaché (comme tout un chacun) aux images mentales familières, devant un dépaysement soudain. C'étaient comme les changements, profonds peut-être mais progressifs, qui se font au fil des ans dans un être que nous aurions connu déjà enfant, et dont nous aurions suivi l'évolution depuis ses premiers pas jusqu'à son âge adulte et sa pleine maturité. Des changements imperceptibles en certaines longues périodes de calme plat, et tumultueux peut-être en d'autres. Mais même dans les périodes de croissance ou de mûrissement les plus intenses, et alors même que nous l'aurions perdu de vue pendant des mois, voire des années, à aucun moment il ne pouvait pourtant y avoir le moindre doute, la moindre hésitation : c'est bien lui encore, un être bien connu et familier, que nous retrouvions, fût-ce avec des traits changés.

Je crois pouvoir dire, d'ailleurs, que vers le milieu de ce siècle, cet être familier avait déjà beaucoup vieilli - tel un homme qui se serait finalement épuisé et usé, dépassé par un afflux de tâches nouvelles auxquelles il n'était nullement préparé. Peut-être même était-il déjà mort de sa belle mort, sans que personne ne se soucie d'en prendre note et

⁶⁴ Mon propos initial, en écrivant l' Epilogue, avait été d'inclure une esquisse très sommaire de certains de ces "changements profonds", et faire apparaître cette "continuité essentielle" que j'y vois. J'y ai renoncé, pour ne pas allonger outre mesure cette Promenade, déjà bien plus longue que prévu! Je pense y revenir dans les Commentaires Historiques prévus dans le volume 4 des "Réflexions", à l'intention cette fois d'un lecteur mathématicien (ce qui change totalement la tâche d'exposition).

d'en faire le constat. "Tout le monde" faisait bien mine encore de s'affairer dans la maison d'un vivant, que c'en était quasiment comme s'il était encore bel et bien vivant en effet.

Or doncques, jugez de l'effet fâcheux, pour les habitués de la maison, quand à la place du vénérable vieillard figé, droit et raide dans son fauteuil, on voit s'ébattre soudain un gamin vigoureux, pas plus haut que trois pommes, et qui prétend en passant, sans rire et comme chose qui irait de soi, que Monsieur Espace (et vous pouvez même désormais laisser tomber le "Monsieur", à votre aise...) c'est lui ! Si encore il avait l'air au moins d'avoir les traits de famille, un enfant naturel peut-être qui sait... mais pas du tout ! A vue de nez, rien qui rappelle le vieux Père Espace qu'on avait si bien connu (ou cru connaître...), et dont on était bien sûr, en tous cas (et c'était bien là la moindre des choses...) qu'il était éternel...

C'est ça, la fameuse "mutation de la notion d'espace". C'est ça que j'ai dû "voir", comme chose d'évidence, dès les débuts des années soixante au moins, sans avoir jamais eu l'occasion de me le formuler avant ce moment même où j'écris ces lignes. Et je vois soudain avec une clarté nouvelle, par la seule vertu de cette évocation imagée et de la nuée d'association qu'elle suscite aussitôt : la notion traditionnelle d' "espace", tout comme celle étroitement apparentée de "variété" (en tous genres, et notamment celle de "variété algébrique"), avait pris, vers le moment où je suis venu dans les parages, un tel coup de vieux déjà, que c'était bien comme si elles étaient mortes... ⁶⁵ Et je pourrais dire que c'est avec l'apparition coup sur coup du point de vue des schémas (et de sa progéniture ⁶⁶, plus dix mille pages de fondements à la clef), puis de celui des topos,

⁶⁵Cette affirmation (qui semblera péremptoire à certains) est à prendre avec un "grain de sel". Elle n'est ni plus, ni moins valable que celle (que je reprends à mon compte plus bas) que le "modèle newtonien" de la mécanique (terrestre ou céleste) était "moribond" au début de ce siècle, quand Einstein est venu à la rescousse. C'est un fait qu'encore aujourd'hui, dans la plupart des situations "courantes" en physique, le modèle newtonien est parfaitement adéquat, et ce serait de la folie (vue la marge d'erreur admise dans les mesures faites) d'aller chercher des modèles relativistes. De même, dans de nombreuses situations en mathématique, les anciennes notions familières d' "espace" et de "variété" restent parfaitement adéquates, sans aller chercher des éléments nilpotents, des topos ou des "structures modérées". Mais dans l'un et l'autre cas, pour un nombre croissant de contextes intervenant dans une recherche de pointe, les anciens cadres conceptuels sont devenus inaptes à exprimer les situations même les plus "courantes".

⁶⁶(A l'intention du mathématicien) Dans cette "progéniture", je compte notamment les schémas formels, les "multiplicités" en tous genres (et notamment, les multiplicités schématiques, ou formelles), enfin les espaces dits "rigide-analytiques" (introduits par Tate, en suivant un "maître d'œuvre" fourni par moi,

qu'une situation de crise-qui-ne-dit-pas-son-nom s'est trouvée finalement dénouée.

Dans l'image de tantôt, ce n'est pas d'un gamin d'ailleurs qu'il faudrait parler, comme produit d'une mutation soudaine, mais de deux. Deux gamins, de plus, qui ont entre eux un "air de famille" irrécusable, même s'ils ne ressemblent guère au défunt vieillard. Et encore, en y regardant de près, on pourrait dire que le bambin Schémas ferait comme un "chaînon de parenté" entre feu Père Espace (alias Variétés-en-tous-genres) et le bambin Topos⁶⁷.

2.20 Coup d'oeil chez les voisins d'en face

La situation me semble très proche de celle qui s'est présentée au début de ce siècle, avec l'apparition de la théorie de la relativité d'Einstein. Il y avait un cul-de-sac conceptuel, plus flagrant encore, se concrétisant par une contradiction soudaine, laquelle semblait irrésoluble. Comme de juste, l'idée nouvelle qui allait remettre de l'ordre dans le chaos était une idée d'une simplicité enfantine. La chose remarquable (et conforme à un scénario des plus répétitifs...), c'est que parmi tous ces gens brillants, éminents, prestigieux qui étaient sur les dents soudain, pour essayer de "sauver les meubles", personne n'y ait songé, à cette idée. Il fallait que ce soit un jeune homme inconnu, frais émoulu (si ça se trouve) des bancs des amphithéâtres estudiantins, qui vienne (un peu embarrassé peut-être de sa propre audace...) expliquer à ses illustres aînés ce qu'il fallait faire pour "sauver les phénomènes" : il y avait qu'à plus séparer l'espace du temps⁶⁸. Techniquement, tout était réuni alors pour que cette idée éclore et soit accueillie. Et

inspiré par la notion nouvelle de topos, en même temps que par celle de schéma formel). Cette liste n'est d'ailleurs nullement exhaustive...

⁶⁷ Il y aurait lieu d'ailleurs, à ces deux bambins, d'en ajouter encore un troisième plus jeune, apparu en des temps moins cléments : c'est le marmot Espace modéré. Comme je l'ai signalé ailleurs, il n'a pas eu droit à un certificat de naissance, et c'est dans l'illégalité totale que je l'ai néanmoins inclus au nombre des douze "maître-thèmes" que j'ai eu l'honneur d'introduire en mathématique.

⁶⁸ C'est un peu court, bien sûr, comme description de l'idée d'Einstein. Au niveau technique, il fallait mettre en évidence quelle structure mettre sur le nouvel espace-temps (c'était pourtant déjà "en l'air", avec la théorie de Maxwell et les idées de Lorenz). Le pas essentiel ici était non de nature technique, mais bien "philosophique" : se rendre compte que la notion de simultanéité pour des événements éloignés n'avait aucune réalité expérimentale. C'est ça, la "constatation enfantine", le "mais l'Empereur est nu !", qui a fait franchir ce fameux "cercle impérieux et invisible qui limite un Univers"...

c'est à l'honneur des aînés d'Einstein, qu'ils aient su en effet accueillir l'idée nouvelle, sans trop morigéner. C'est là un signe que c'était encore une grande époque...

Du point de vue mathématique, l'idée nouvelle d'Einstein était banale. Du point de vue de notre conception de l'espace physique par contre, c'était une mutation profonde, et un "dépaysement" soudain. La première mutation du genre, depuis le modèle mathématique de l'espace physique dégagé par Euclide il y avait 2400 ans, et repris tel quel pour les besoins de la mécanique par tous les physiciens et astronomes depuis l'antiquité (y inclus Newton), pour décrire les phénomènes mécaniques terrestres et stellaires.

Cette idée initiale d'Einstein s'est par la suite beaucoup approfondie, s'incarnant en un modèle mathématique plus subtil, plus riche et plus souple, en s'aidant du riche arsenal des notions mathématiques déjà existantes⁶⁹. Avec la "théorie de la relativité généralisée", cette idée s'élargit en une vaste vision du monde physique, embrassant dans un même regard le monde subatomique de l'infiniment petit, le système solaire, la voie lactée et les galaxies lointaines, et le cheminement des ondes électromagnétiques dans un espace-temps courbé en chaque point par la matière qui s'y trouve⁷⁰. C'est là la deuxième et la dernière fois dans l'histoire de la cosmologie et de la physique (à la suite de la première grande synthèse de Newton il y a trois siècles), qu'est apparue une vaste vision unificatrice, dans le langage d'un modèle mathématique, de l'ensemble des phénomènes physiques dans l'Univers.

Cette vision einsteinienne de l'Univers physique a d'ailleurs été débordée à son tour par les événements. "L'ensemble des phénomènes physiques" dont il s'agit de rendre compte a eu le temps de s'étoffer, depuis les débuts du siècle ! Il est apparu une multitude de théories physiques, pour rendre compte chacune, avec plus ou moins de succès, d'un paquet limité de faits, dans l'immense capharnaüm de tous les "faits observés". Et on attend toujours le gamin audacieux, qui trouvera en jouant la nouvelle clef (s'il en est une...), le "modèle-gâteau" rêvé, qui veuille bien "marcher" pour sauver tous les

⁶⁹ Il s'agit surtout de la notion de "variété riemannienne", et du calcul tensoriel sur une telle variété.

⁷⁰ Un des traits les plus frappants qui distingue ce modèle du modèle euclidien (ou newtonien) de l'espace et du temps, et aussi du tout premier modèle d'Einstein ("relativité restreinte"), c'est que la forme topologique globale de l'espace-temps reste indéterminée, au lieu d'être prescrite impérativement par la nature même du modèle. La question de savoir quelle est cette forme globale, me paraît (en tant que mathématicien) l'une des plus fascinantes de la cosmologie.

phénomènes à la fois...⁷¹.

La comparaison entre ma contribution à la mathématique de mon temps, et celle

⁷¹ On a appelé "théorie unitaire" une telle théorie hypothétique, qui arriverait à "unifier" et à concilier la multitude de théories partielles dont il a été question. J'ai le sentiment que la réflexion fondamentale qui attend d'être entreprise, aura à se placer sur deux niveaux différents.

1°) Une réflexion de nature "philosophique", sur la notion même de "modèle mathématique" pour une portion de la réalité. Depuis les succès de la théorie newtonienne, c'est devenu un axiome tacite du physicien qu'il existe un modèle mathématique (voire même, un modèle unique, ou "le" modèle) pour exprimer la réalité physique de façon parfaite, sans "décollement" ni bavure. Ce consensus, qui fait loi depuis plus de deux siècles, est comme une sorte de vestige fossile de la vivante vision d'un Pythagore que "Tout est nombre". Peut-être est-ce là le nouveau "cercle invisible", qui a remplacé les anciens cercles métaphysiques pour limiter l'Univers du physicien (alors que la race des "philosophes de la nature" semble définitivement éteinte, supplantée haut-la-main par celle des ordinateurs...). Pour peu qu'on veuille bien s'y arrêter ne fût-ce qu'un instant, il est bien clair pourtant que la validité ce consensus-là n'a rien d'évident. Il y a même des raisons philosophiques très sérieuses, qui conduisent à le mettre en doute a priori, ou du moins, à prévoir à sa validité des limites très strictes. Ce serait le moment ou jamais de soumettre cet axiome à une critique serrée, et peut-être même, de "démontrer", au delà de tout doute possible, qu'il n'est pas fondé : qu'il n'existe pas de modèle mathématique rigoureux unique, rendant compte de l'ensemble des phénomènes dits "physiques" répertoriés jusqu'à présent.

Une fois cernée de façon satisfaisante la notion même de "modèle mathématique", et celle de la "validité" d'un tel modèle (dans la limite de telles "marges d'erreur" admises dans les mesures faites), la question d'une "théorie unitaire" ou tout au moins celle d'un "modèle optimum" (en un sens à préciser) se trouvera enfin clairement posée. En même temps, on aura sans doute une idée plus claire aussi du degré d'arbitraire qui est attaché (par nécessité, peut-être) au choix d'un tel modèle.

2°) C'est après une telle réflexion seulement, il me semble, que la question "technique" de dégager un modèle explicite, plus satisfaisant que ses devanciers, prend tout son sens. Ce serait le moment alors, peut-être, de se dégager d'un deuxième axiome tacite du physicien, remontant à l'antiquité, lui, et profondément ancré dans notre mode de perception même de l'espace : c'est celui de la nature continue de l'espace et du temps (ou de l'espace-temps), du "lieu" donc où se déroulent les "phénomènes physiques".

Il doit y avoir déjà quinze ou vingt ans, en feuilletant le modeste volume constituant l'œuvre complète de Riemann, j'avais été frappé par une remarque de lui "en passant". Il y fait observer qu'il se pourrait bien que la structure ultime de l'espace soit "discrète", et que les représentations "continues" que nous nous en faisons constituent peut-être une simplification (excessive peut-être, à la longue...) d'une réalité plus complexe; que pour l'esprit humain, "le continu" était plus aisé à saisir que "le discontinu", et qu'il nous sert, par suite, comme un "approximation" pour appréhender le discontinu. C'est là une remarque d'une pénétration surprenante dans la bouche d'un mathématicien, à un moment où le modèle euclidien de l'espace physique n'avait jamais encore été mis en cause ; au sens strictement logique, c'est plutôt le discontinu qui, traditionnellement, a servi comme mode d'approche technique vers le continu.

Les développements en mathématique des dernières décennies ont d'ailleurs montré une symbiose bien plus intime entre structures continues et discontinues, qu'on ne l'imaginait encore dans la première moitié de ce siècle. Toujours est-il que de trouver un modèle "satisfaisant" (ou, au besoin, un ensemble de tels modèles, se "raccordant" de façon aussi satisfaisante que possible...), que celui-ci soit "continu", "discret" ou de nature "mixte" - un tel travail mettra en jeu sûrement une grande imagination conceptuelle, et un flair consommé pour appréhender et mettre à jour des structures mathématiques de type nouveau. Ce genre d'imagination ou de "flair" me semble chose rare, non seulement parmi les physiciens (où Einstein et Schrödinger semblent avoir été parmi les rares exceptions), mais même parmi les mathématiciens (et

d'Einstein à la physique, s'est imposée à moi pour deux raisons : l'une et l'autre œuvre s'accomplit à la faveur d'une mutation de la conception que nous avons de "l'espace" (au sens mathématique dans un cas, au sens physique dans l'autre) ; et l'une et l'autre prend la forme d'une vision unificatrice, embrassant une vaste multitude de phénomènes et de situations qui jusque là apparaissaient comme séparés les uns des autres. Je vois là une parenté d'esprit évidente entre son œuvre ⁷² et la mienne.

Cette parenté ne me semble nullement contredite par une différence de "substance" évidente. Comme je l'ai déjà laissé entendre tantôt, la mutation einsteinienne concerne la notion d'espace physique, alors qu'Einstein puise dans l'arsenal des notions mathématiques déjà connues, sans avoir jamais besoin de l'élargir, voire de le bouleverser. Sa contribution a consisté à dégager, parmi les structures mathématiques connues de son temps, celles qui étaient le mieux aptes à ⁷³ servir de "modèles" au monde des phénomènes physiques, en lieu et place du modèle moribond légué par ses devanciers. En ce sens, son œuvre a bien été celle d'un physicien, et au delà, celle d'un "philosophe de la nature", au sens où l'entendaient Newton et ses contemporains. Cette dimension "philosophique" est absente de mon œuvre mathématique, où je n'ai jamais été amené à me poser de question sur les relations éventuelles entre les constructions conceptuelles "idéales", s'effectuant dans l'Univers des choses mathématiques, et les phénomènes qui ont lieu dans l'Univers physique (voire même, les événements vécus se déroulant dans la psyché). Mon œuvre a été celle d'un mathématicien, se détournant délibérément de la question des "applications" (aux autres sciences), ou des "motivations" et des racines psychiques de mon travail. D'un mathématicien, en plus, porté par son génie très particulier à élargir sans cesse l'arsenal des notions à la base même de son art. C'est ainsi que j'ai été amené, sans même m'en apercevoir et comme en jouant, à bouleverser la notion

là je parle en pleine connaissance de cause).

Pour résumer, je prévois que le renouvellement attendu (s'il doit encore venir...) viendra plutôt d'un mathématicien dans l'âme, bien informé des grands problèmes de la physique, que d'un physicien. Mais surtout, il y faudra un homme ayant "l'ouverture philosophique" pour saisir le nœud du problème. Celui-ci n'est nullement de nature technique, mais bien un problème fondamental de "philosophie de la nature".

⁷²Je ne prétends nullement être familier de l'œuvre d'Einstein. En fait, je n'ai lu aucun de ses travaux, et ne connais ses idées que par ouï-dire et très approximativement. J'ai pourtant l'impression de discerner "la forêt", même si je n'ai jamais eu à faire l'effort de scruter aucun de ses arbres...

⁷³Pour des commentaires sur le qualificatif "moribond", voir une précédente note de bas de page (note page 55).

la plus fondamentale de toutes pour le géomètre : celle d'espace (et celle de "variété"), c'est à dire notre conception du "lieu" même où vivent les êtres géométriques.

La nouvelle notion d'espace (comme une sorte d' "espace généralisé", mais où les points qui sont censés former l' "espace" ont plus ou moins disparu) ne ressemble en rien, dans sa substance, à la notion apportée par Einstein en physique (nullement déroutante, elle, pour le mathématicien). La comparaison s'impose par contre avec la mécanique quantique découverte par Schrödinger ⁷⁴. Dans cette mécanique nouvelle, le "point matériel" traditionnel disparaît, pour être remplacé par une sorte de "nuage probabiliste", plus ou moins dense d'une région de l'espace ambiant à l'autre, suivant la "probabilité" pour que le point se trouve dans cette région. On sent bien, dans cette optique nouvelle, une "mutation" plus profonde encore dans nos façons de concevoir les phénomènes mécaniques, que dans celle incarnée par le modèle d'Einstein - une mutation qui ne consiste pas à remplacer simplement un modèle mathématique un peu étroit aux entournures, par un autre similaire mais taillé plus large ou mieux ajusté. Cette fois, le modèle nouveau ressemble si peu aux bons vieux modèles traditionnels, que même le mathématicien grand spécialiste de mécanique a dû se sentir dépaysé soudain, voire perdu (ou outré...). Passer de la mécanique de Newton à celle d'Einstein doit être un peu, pour le mathématicien, comme de passer du bon vieux dialecte provençal à l'argot parisien dernier cri. Par contre, passer à la mécanique quantique, j'imagine, c'est passer du français au chinois.

Et ces "nuages probabilistes", remplaçant les rassurantes particules matérielles d'antan, me rappellent étrangement les élusifs "voisinages ouverts" qui peuplent les topos, tels des fantômes évanescents, pour entourer des "points" imaginaires, auxquels continue à se raccrocher encore envers et contre tous une imagination récalcitrante...

⁷⁴Je crois comprendre (par des échos qui me sont revenus de divers côtés) qu'on considère généralement qu'il y a eu en ce siècle trois "révolutions" ou grands bouleversements en physique : la théorie d'Einstein, la découverte de la radio-activité par les Curie, et l'introduction de la mécanique quantique par Schrödinger.

2.21 L'unique - ou le don de solitude

Cette brève excursion chez les "voisins d'en face", les physiciens, pourra servir de point de repère pour un lecteur qui (comme la plupart des gens) ignore tout du monde des mathématiciens, mais qui a sûrement entendu causer d'Einstein et de sa fameuse "quatrième dimension", voire même, de mécanique quantique. Après tout, même si ce n'était pas prévu par les inventeurs que leurs découvertes se concrétiseraient en des Hiroshima, et plus tard en des surenchères atomiques tant militaires que (soi-disant) "pacifiques", le fait est que la découverte en physique a un impact tangible et quasi-immédiat sur le monde des hommes en général. L'impact de la découverte mathématique, et surtout en mathématiques dites "pures" (c'est à dire, sans motivation en vue d' "applications") est moins direct, et sûrement plus délicat à cerner. Je n'ai pas eu connaissance, par exemple, que mes contributions à la mathématique aient "servi" à quoi que ce soit, pour construire le moindre engin disons. Je n'y ai aucun mérite qu'il en soit ainsi, c'est sûr, mais ça n'empêche que ça me rassure. Dès qu'il y a des applications, on peut être sûr que c'est les militaires (et après eux, la police) qui sont les premiers à s'en emparer - et pour ce qui est de l'industrie (même celle dite "pacifique"), ce n'est pas toujours tellement mieux...

Pour ma propre gouverne certes, ou pour celle d'un lecteur mathématicien, il s'imposerait plutôt d'essayer de situer mon œuvre par des "points de repère" dans l'histoire de la mathématique elle-même, plutôt que d'aller chercher des analogies ailleurs. J'y ai pensé ces derniers jours, dans la limite de ma connaissance assez vague de l'histoire en question ⁷⁵. Au cours de la "Promenade" déjà, j'avais eu l'occasion d'évoquer une "lignée" de mathématiciens, d'un tempérament en lequel je me reconnais : Galois, Riemann, Hilbert. Si j'étais mieux au courant de l'histoire de mon art, il y a des chances que je trouverais à prolonger cette lignée plus loin dans le passé, ou à y intercaler peut-être quelques autres noms que je ne connais guère que par ouï-dire. La chose qui m'a frappé,

⁷⁵ Depuis que je suis gosse déjà, je n'ai jamais trop accroché à l'histoire (ni à la géographie d'ailleurs). (Dans la cinquième partie de Récoltes et Semailles (écrite seulement en partie), j'ai l'occasion "en passant" de détecter ce qui me semble la raison profonde de ce "bloc" partiel contre l'histoire - un bloc qui est en train de se résorber, je crois, au cours de ces dernières années.) L'enseignement mathématique reçu par mes aînés, dans le "cercle bourbachique", n'a pas été d'ailleurs pour arranger les choses - les références historiques occasionnelles y ont été plus que rares.

c'est que je ne me rappelle pas avoir eu connaissance, ne fût-ce que par allusion par des amis ou collègues mieux versés en histoire que moi, d'un mathématicien à part moi qui ait apporté une multiplicité d'idées novatrices, non pas plus ou moins disjointes les unes des autres, mais comme parties d'une vaste vision unificatrice (comme cela a été le cas pour Newton et pour Einstein en physique et en cosmologie, et pour Darwin et pour Pasteur en biologie). J'ai eu connaissance seulement de deux "moments" dans l'histoire de la mathématique, où soit née une vision nouvelle de vaste envergure. L'un de ces moments est celui de la naissance de la mathématique, en tant que science au sens où nous l'entendons aujourd'hui, il y a 2500 ans, dans la Grèce antique. L'autre est, avant tout, celui de la naissance du calcul infinitésimal et intégral, au dix-septième siècle, époque marquée par les noms de Newton, Leibnitz, Descartes et d'autres. Pour autant que je sache, la vision née en l'un ou en l'autre moment a été l'œuvre non d'un seul, mais l'œuvre collective d'une époque.

Bien sûr, entre l'époque de Pythagore et d'Euclide et le début du dix-septième, la mathématique avait eu le temps de changer de visage, et de même entre celle du "Calcul des infiniments petits" créé par les mathématiciens du dix-septième siècle, et le milieu du présent dix-neuvième. Mais pour autant que je sache, les changements profonds qui sont intervenus pendant ces deux périodes, l'une de plus de deux mille ans et l'autre de trois siècles, ne se sont jamais concrétisés ou condensés en une vision nouvelle s'exprimant dans une œuvre donnée ⁷⁶, et pourtant d'une façon similaire à ce

⁷⁶Des heures après avoir écrit ces lignes, j'ai été frappé que je n'aie pas songé ici à la vaste synthèse des mathématiques contemporaines que s'efforce de présenter le traité (collectif) de M. Bourbaki. (Il sera encore abondamment question du groupe Bourbaki dans la première partie de Récoltes et Semailles.) Cela tient, il me semble, à deux raisons.

D'une part, cette synthèse se borne à une sorte de "mise en ordre" d'un vaste ensemble d'idées et de résultats déjà connus, sans y apporter d'idée novatrice de son crû. Si idée nouvelle il y a, ce serait celle d'une définition mathématique précise de la notion de "structure", qui s'est révélée un fil conducteur précieux à travers tout le traité. Mais cette idée me semble s'assimiler plutôt à celle d'un lexicographe intelligent et imaginatif, qu'à un élément de renouveau d'une langue, donnant une appréhension renouvelée de la réalité (ici, de celle des choses mathématiques).

D'autre part, dès les années cinquante, l'idée de structure s'est vue dépasser par les événements, avec l'afflux soudain des méthodes "catégoriques" dans certaines des parties les plus dynamiques de la mathématique, telle la topologie ou la géométrie algébrique. (Ainsi, la notion de "topos" refuse d'entrer dans le "sac bourbachique" des structures, décidément étroit aux entournures !) En se décidant, en pleine connaissance de cause, certes, à ne pas s'engager dans cette "galère", Bourbaki a par là-même renoncé à son ambition initiale, qui était de fournir les fondements et le langage de base pour l'ensemble de la

qui a eu lieu en physique et en cosmologie avec les grandes synthèses de Newton, puis d'Einstein, en deux moments cruciaux de leur histoire.

Il semblerait bien qu'en tant que serviteur d'une vaste vision unificatrice née en moi, je sois "unique en mon genre" dans l'histoire de la mathématique de l'origine à nos jours. Désolé d'avoir l'air de vouloir me singulariser plus qu'il ne paraît permis ! À mon propre soulagement, je crois pourtant discerner une sorte de frère potentiel (et providentiel !). J'ai déjà eu tantôt l'occasion de l'évoquer, comme le premier dans la lignée de mes "frères de tempérament" : c'est Évariste Galois. Dans sa courte et fulgurante vie, je crois discerner l'amorce d'une grande vision - celle justement des "épousailles du nombre et de la grandeur", dans une vision géométrique nouvelle. J'évoque ailleurs dans Récoltes et Semailles⁷⁷ comment, il y a deux ans, est apparu en moi cette intuition soudaine : que dans le travail mathématique qui à ce moment exerçait sur moi la fascination la plus puissante, j'étais en train de "reprendre l'héritage de Galois". Cette intuition, rarement évoquée depuis, a pourtant eu le temps de mûrir en silence. La réflexion rétrospective sur mon œuvre que je poursuis depuis trois semaines y aura sûrement encore contribué. La filiation la plus directe que je crois reconnaître à présent avec un mathématicien du passé, est bien celle qui me relie à Évariste Galois. A tort ou à raison, il me semble que cette vision que j'ai développée pendant quinze années de ma vie, et qui a continué encore à mûrir en moi et à s'enrichir pendant les seize années écoulées depuis mon départ de la scène mathématique - que cette vision est aussi celle que Galois n'aurait pu s'empêcher de développer⁷⁸, s'il s'était trouvé dans⁷⁹ es parages à ma place,

mathématique contemporaine.

Il a, par contre, fixé un langage et, en même temps, un certain style d'écriture et d'approche de la mathématique. Ce style était à l'origine le reflet (très partiel) d'un certain esprit, vivant et direct héritage de Hilbert. Au cours des années cinquante et soixante, ce style a fini par s'imposer - pour le meilleur et (surtout) pour le pire. Depuis une vingtaine d'années, il a fini par devenir un rigide "canon" d'une "rigueur" de pure façade, dont l'esprit qui l'animait jadis semble disparu sans retour.

⁷⁷Voir "L'héritage de Galois" (ReS I, section 7).

⁷⁸Je suis persuadé d'ailleurs qu'un Galois serait allé bien plus loin encore que je n'ai été. D'une part à cause de ses dons tout à fait exceptionnels (que je n'ai pas reçus en partage, quant à moi). D'autre part parce qu'il est probable qu'il n'aurait pas, comme moi, laissé se distraire la majeure part de son énergie, pour d'interminables tâches de mise en forme minutieuse, au fur et à mesure, de ce qui est déjà plus ou moins acquis...

⁷⁹Évariste Galois (1811-1832) est mort dans un duel, à l'âge de vingt-et-un ans. Il y a, je crois, plusieurs biographies de lui. J'ai lu comme jeune homme une biographie romancée, écrite par le physicien Infeld,

et sans qu'une mort précoce ne vienne brutalement couper court un magnifique élan.

Il y a une autre raison encore, sûrement, qui contribue à me donner ce sentiment d'une "parenté essentielle" - d'une parenté qui ne se réduit pas au seul "tempérament mathématique", ni aux aspects marquants d'une œuvre. Entre sa vie et la mienne, je sens aussi une parenté de destins. Certes, Galois est mort stupidement, à l'âge de vingt-et-un ans, alors que je vais, moi, sur mes soixante ans, et bien décidé à faire de vieux os. Cela n'empêche pourtant qu'Évariste Galois est resté de son vivant, tout comme moi un siècle et demi plus tard, un "marginal" dans le monde mathématique officiel. Dans le cas de Galois, il pourrait sembler à un regard superficiel que cette marginalité était "accidentelle", qu'il n'avait tout simplement pas eu le temps encore de "s'imposer" par ses idées novatrices et par ses travaux. Dans mon cas, ma marginalité, pendant les trois premières années de ma vie de mathématicien, était due à mon ignorance (délibérée peut-être...) de l'existence même d'un monde des mathématiciens, auquel j'aurais à me confronter; et depuis mon départ de la scène mathématique, il y a seize ans, elle est la conséquence d'un choix délibéré. C'est ce choix, sûrement, qui a provoqué en représailles une "volonté collective sans failles" d'effacer de la mathématique toute trace de mon nom, et avec lui la vision aussi dont je m'étais fait le serviteur.

Mais au delà de ces différences accidentelles, je crois discerner à cette "marginalité" une cause commune, que je sens essentielle. Cette cause, je ne la vois pas dans des circonstances historiques, ni dans des particularités de "tempérament" ou de "caractère" (lesquels sont sans doute aussi différents de lui à moi qu'ils peuvent l'être d'une personne à une autre), et encore moins certes au niveau des "dons" (visiblement prodigieux chez Galois, et comparativement modestes chez moi). S'il y a bien une "parenté essentielle", je la vois à un niveau bien plus humble, bien plus élémentaire.

J'ai senti une telle parenté en quelques rares occasions dans ma vie. C'est par elle aussi que je me sens "proche" d'un autre mathématicien encore, et qui fut mon aîné : Claude Chevalley⁸⁰. Le lien que je veux dire est celui d'une certaine "naïveté", ou d'une "innocence", dont j'ai eu occasion de parler. Elle s'exprime par une propension (souvent

qui m'avait beaucoup frappée à l'époque.

⁸⁰ Je parle de Claude Chevalley ici et là dans Récoltes et Semailles, et plus particulièrement dans la section "Rencontre avec Claude Chevalley - ou liberté et bons sentiments" (ReS I section 11), et dans la note "Un adieu à Claude Chevalley" (ReS III, note n° 100).

peu appréciée par l'entourage) à regarder les choses par ses propres yeux, plutôt qu'à travers des lunettes brevetées, gracieusement offertes par quelque groupe humain plus ou moins vaste, investi d'autorité pour une raison ou une autre.

Cette "propension", ou cette attitude intérieure, n'est pas le privilège d'une maturité, mais bien celui de l'enfance. C'est un don reçu en naissant, en même temps que la vie - un don humble et redoutable. Un don souvent enfoui profond, que certains ont su conserver tant soit peu, ou retrouver peut-être...

On peut l'appeler aussi le don de solitude.

第 3 章 UNE LETTRE

3.1 La lettre de mille pages

Mai 1985

Le texte que je te fais parvenir ici, tapé et tiré à un nombre limité d'exemplaires par les soins de mon université, n'est pourtant ni un tirage à part, ni un preprint. Son titre, Récoltes et Semailles, l'annonce bien assez clairement. Je te l'envoie comme j'enverrais une longue lettre - une lettre tout ce qu'il y a de personnelle, en plus. Si je te l'envoie, au lieu me contenter que tu en prennes connaissance un jour (si tu en as la curiosité) dans quelque volume en vente en librairie (s'il y a éditeur assez fou pour courir l'aventure...), c'est parce que j'y adresse à toi plus qu'à d'autres. Plus d'une fois en l'écrivant j'ai pensé à toi - il faut dire que ça fait plus d'une année que je l'écris, cette lettre, en m'y mettant tout entier. C'est un don que je te fais, et j'ai pris grand soin en écrivant de donner ce que j'avais (à chaque moment) de meilleur à offrir. Je ne sais si le don sera accueilli - ta réponse (ou ta non-réponse...) me le fera savoir...

En même temps qu'à toi, je fais parvenir Récoltes et Semailles à tous ceux de mes collègues, amis ou (ex-)élèves dans le monde mathématique, auxquels j'ai été lié de près à quelque moment, ou qui figurent dans ma réflexion d'une façon ou d'une autre, nommément ou non. Il y a des chances que tu y figures, et si tu lis avec ton cœur et non seulement avec les yeux et la tête, sûrement tu te reconnaîtras même là où tu n'es pas nommé. J'envoie également Récoltes et Semailles à quelques autres amis encore, scientifiques ou non.

Cette "lettre d'introduction" que tu es en train de lire, qui t'annonce et te présente une "lettre de mille pages" (pour commencer...), tiendra lieu aussi d'Avant-Propos. Ce dernier n'est pas écrit encore au moment d'écrire ces lignes. Récoltes et Semailles consiste par ailleurs en cinq parties (sans compter une introduction "à tiroirs"), Je t'envoie ici les parties I (Fatuité et Renouveau), II (L'Enterrement (1) - ou la Robe de l'Empereur de Chine), et IV (L'Enterrement (3) - ou les Quatre Opérations)¹. Ce sont

¹ Je mets à part les collègues qui figurent dans ma réflexion à un titre ou un autre, mais que je ne connais

celles dont il m'a semblé qu'elles te concerneraient plus particulièrement. La partie III (L'Enterrement (2) - ou la Clef du Yin et du Yang) est sans doute la partie la plus personnelle de mon témoignage, et celle en même temps qui, plus encore que les autres, me paraît avoir une valeur "universelle", au delà des circonstances particulières qui ont entouré sa naissance. Je réfère à cette partie ici et là dans la partie IV (Les Quatre Opérations), laquelle pourtant peut être lue indépendamment, et même (dans une large mesure) indépendamment des deux parties qui précèdent².

Si la lecture de ce que je t'envoie ici t'incite à me répondre (comme c'est mon souhait), et si elle te donne envie de lire aussi la partie manquante, fais-le moi savoir. Je me ferai un plaisir de te la faire parvenir, pour peu que ta réponse me fasse sentir que ton intérêt dépasse celui d'une curiosité toute superficielle.

3.2 Naissance de Récoltes et Semailles (une rétrospective - éclair)

Dans cette pré-lettre, je voudrais maintenant te dire en quelques pages (si faire se peut) de quoi il est question dans Récoltes et Semailles - et le dire de façon plus circonstanciée que ne le fait le seul sous-titre : "Réflexions et témoignage sur un passé de mathématicien" (le mien de passé, tu l'auras deviné...). Il y a beaucoup de choses dans Récoltes et Semailles et les uns et les autres y verront sans doute beaucoup de choses différentes : un voyage à la découverte d'un passé ; une *méditation* sur l'existence ; un *tableau de mœurs* d'un milieu et d'une époque (ou le tableau du glissement insidieux et implacable d'une époque à une autre...) ; une *enquête* (quasiment policière par moments, et en d'autres frisant le roman de cape et d'épée dans les bas-fonds de la mé-

pas personnellement. Je me borne à leur envoyer "Les Quatre Opérations" (qui les concerne plus particulièrement), en même temps que le "fascicule 0" consistant en cette lettre, et en l'introduction à Récoltes et Semailles (plus la table des matières détaillée de l'ensemble des quatre premières parties).

²De façon générale, tu pourras constater que chaque "section" (dans Fatuité et Renouveau) ou chaque "note" (dans quelconque des trois parties suivantes de Récoltes et Semailles) a son unité et son autonomie propres. Elle peut être lue indépendamment du reste, tout comme on peut trouver intérêt et plaisir à regarder une main, un pied, un doigt ou un oeil ou toute autre portion grande ou petite du corps tout entier, sans oublier pour autant que c'est là une partie d'un Tout, et que c'est ce Tout seulement (lequel reste dans le non-dit) qui donne tout son sens.

gapolis mathématique...) ; une vaste *divagation mathématique* (qui sèmera plus d'un...) ; un traité pratique de psychanalyse appliquée (ou, au choix, un livre de "*psychanalyse-fiction*") ; un panégyrique de la *connaissance de soi* ; "*Mes confessions*" ; un journal intime ; une psychologie de la *découverte* et de la *création* ; un *réquisitoire* (impitoyable, comme il se doit...), voire un *règlement de comptes* dans "le beau monde mathématique" (et sans faire de cadeaux...). Ce qui est sûr, c'est qu'à aucun moment je ne me suis ennuyé en l'écrivant, alors que j'en ai appris et vu de toutes les couleurs. Si tes importantes tâches te laissent le loisir de le lire, ça m'étonnerait que tu t'ennuies en me lisant - à moins de te forcer, bien sûr...

Visiblement, ça ne s'adresse pas qu'aux mathématiciens. Il est vrai aussi qu'à certains moments, ça s'adresse aux mathématiciens plus qu'à d'autres. Dans cette pré-lettre à la "lettre Récoltes et Semailles", je voudrais résumer et faire ressortir surtout, justement, ce qui peut te concerner plus particulièrement comme mathématicien. Le plus naturel, pour ce faire, sera de te raconter simplement comment j'en suis venu, de fil en aiguille, à écrire coup sur coup ces quatre ou cinq "livres" dont il a été question.

Comme tu le sais, j'ai quitté "le grand monde" mathématique en 1970, à la suite d'une histoire de fonds militaires dans mon institution d'attache (l' IHES) Après quelques années de militantisme anti-militariste et écologique, style "révolution culturelle", dont tu as sans doute eu quelque écho ici et là, je disparaissais pratiquement de la circulation, perdu dans une université de province Dieu sait où. La rumeur dit que je passe mon temps à garder des moutons et à forer des puits. La vérité c'est qu'à part beaucoup d'autres occupations, j'allais bravement, comme tout le monde, faire mes cours à la Fac (c'était la mon peu original gagne-pain, et ça l'est encore aujourd'hui). Il m'arrivait même ici et là, pendant quelques jours, voire quelques semaines ou quelques mois, de refaire des maths à brin de zinc - j'ai des cartons pleins avec mes gribouillés, que je dois être le seul à pouvoir déchiffrer. Mais c'était sur des choses très différentes, à première vue du moins, de ce que j'avais fait dans le temps. Entre 1955 et 1970, mon thème de prédilection avait été la cohomologie, et plus particulièrement, la cohomologie des variétés en tous genres (algébriques, en particulier). Je jugeais en avoir assez fait dans cette direction-là pour que les autres se débrouillent sans moi, et tant qu'à faire des maths, il était temps que je change de disque...

En 1976 est apparue dans ma vie une nouvelle passion, aussi forte qu'avait été jadis ma passion mathématique, et d'ailleurs proche parente de celle-ci. C'est la passion pour ce que j'ai appelé "la méditation" (puisque'il faut bien des noms aux choses). Ce nom, comme le ferait le tout autre nom, ne peut manquer de susciter d'innombrables malentendus. Comme en mathématique, il s'agit là d'un travail de découverte. Je m'exprime à son sujet ici et là au cours de Récoltes et Semailles. Toujours est-il que, visiblement, il y avait là de quoi m'occuper jusqu'à la fin de mes jours. Et plus d'une fois, en effet, j'ai bien cru que la mathématique, c'était du passé et du dorénavant, je n'allais plus m'occuper que de choses plus sérieuses - que j'allais "méditer".

J'ai pourtant fini par me rendre à l'évidence (il y a quatre ans) que la passion mathématique n'était pas éteinte pour autant. Et même, sans trop savoir comment et à ma propre surprise, moi qui (depuis près de quinze ans) ne pensais plus publier une ligne de maths de ma vie, je me suis vu soudain embarqué dans l'écriture d'un ouvrage de maths qui visiblement n'en finissait pas et qui allait avoir des volumes et des volumes ; et tant que j'y étais, j'allais balancer ce que je croyais avoir à dire en maths dans une série (infinie ?) de livres qui s'appellerait "Réflexions Mathématiques", et qu'on n'en parle plus.

C'était il y a deux ans, printemps 1983. J'étais alors trop occupé déjà à écrire (le volume 1 de) "A la Poursuite des Champs", lequel devait constituer aussi le volume 1 des "Réflexions" (mathématiques), pour me poser des questions sur ce qui m'arrivait. Neuf mois plus tard, comme il se doit, ce premier volume était terminé autant dire, il n'y avait plus que l'introduction à écrire, relire le tout, des annotations - et à l'impression...

Le volume en question n'est toujours pas terminé à l'heure qu'il est - il n'a pas bougé d'un poil depuis un an et demi. L'introduction qui restait à écrire a dépassé le cap des douze cent pages (dactylographiées), quand ce sera terminé vrai de vrai il y en aura bien quatorze cent. Tu auras deviné que ladite "introduction" n'est autre que Récoltes et Semailles. Aux dernières nouvelles, elle est censée former les volumes 1 et 2 plus une partie du volume 3 de la fameuse "série" prévue. Celle-ci du coup change de nom et s'appellera "Réflexions" (tout court, pas forcément mathématiques). Le reste du volume 3 sera formé surtout de textes mathématiques, à présent plus brillants pour moi que la Poursuite des Champs. Celle-ci attendra bien l'an prochain, pour les annotations, les

index, plus, bien sûr, une introduction...

Fin du premier Acte !

3.3 Le décès du patron - chantiers à l'abandon

Il est temps, je sens, de donner quelques explications : pourquoi j'ai quitté si abruptement un monde dans lequel, apparemment, je m'étais senti à l'aise pendant plus de vingt ans de ma vie ; pourquoi j'ai eu l'idée étrange de "revenir" (tel un revenant...) alors qu'on s'était fort bien passé de moi pendant ces quinze ans ; et pourquoi enfin une introduction à un ouvrage mathématique de six ou sept cent pages en est arrivée à en faire douze (ou quatorze) cents. Et ici aussi, en entrant dans le vif du sujet, de je vais sans doute te chagriner (désolé !), voire même te fâcher. Car nul doute que, comme moi naguère, tu aimes à voir "en rose" le milieu dont tu fais partie, où tu as ta place, ton nom et tout ça. Je sais ce que c'est...Et là, ça va grincer un peu...

Je parle ici et là dans Récoltes et Semailles de l'épisode de mon départ, sans trop m'y arrêter. Ce "départ" y apparaît plutôt comme une césure importante dans ma vie de mathématicien - c'est par rapport à ce "point" que constamment se situent les événements de ma vie de mathématicien, comme "avant" et "après". Il a fallu un choc d'une grande force pour m'arracher à un milieu où j'étais fortement enraciné, et à une "trajectoire" fortement tracée. Ce choc est venu par la confrontation, dans un milieu auquel j'étais identifié fortement, à une certaine forme de corruption³ sur laquelle jusque là j'avais choisi de fermer les yeux (en m'abstenant simplement de ne pas y participer). Avec le recul, je me rends compte qu'au delà de l'événement, il y avait pourtant une force plus profonde à l'œuvre en moi. C'était un intense **besoin de renouvellement intérieur**. Un tel renouvellement ne pouvait s'accomplir et se poursuivre dans les cadres ambiants d'une scientifique d'une institution de grand standing. Derrière moi, vingt ans de créativité mathématique intense et d'investissement mathématique démesuré - et, en même temps aussi, vingt longues années de stagnation spirituelle, en "vase clos"...Sans

³Il s'agit ici de la collaboration sans réserve, "establishment" en tête, de l'ensemble des scientifiques de tous les pays avec les appareils militaires, comme source commode de financements, de prestige et de pouvoir. Cette question est à peine effleurée en passant, une ou deux fois, dans Récoltes et Semailles, par exemple dans la note "Le respect" du 2 avril dernier (n° 179, pages 1221 - 1223).

m'en rendre compte, j'étouffais - c'est de l'air du large que j'avais besoin ! Mon "départ" providentiel a marqué la fin soudaine d'une longue stagnation, et un premier pas vers une élucidation des forces profondes en mon être, pliées et vissées dans un état de déséquilibre intense, figé...Ce départ a été, véritablement, un **nouveau départ** - le premier pas dans un nouveau voyage...

Comme je l'ai dit, ma passion mathématique n'était pas éteinte pour autant. Elle a trouvé expression dans des réflexions qui sont restées sporadiques, dans des voies toutes différentes de celles que je m'étais tracées "avant". Quant à l' **oeuvre** que je laissais derrière moi, celle "d'avant", celle publiée ou sur blanc que celle, plus essentielle peut-être, qui n'avait pas trouvé encore le chemin de l'écriture ou du texte publié - il pouvait bien sembler, et il me semblait en effet, qu'elle s'était détachée de moi. Avant l'an dernier, avec Récoltes et Semailles, l'idée ne m'était jamais venue de "poser" tant soit peu sur les ébats épars qu'm'en revenaient, ici et là. Je savais bien que tout ce que j'avais fait en maths, et plus particulièrement, dans ma période "géométrique" de 1955 à 1970, étaient des choses qui **devaient** être faites - et les choses que j'avais vues ou entrevues, étaient des choses qui **devaient** apparaître, qu'il **fallait** tirer au grand jour. Et aussi, que le travail que j'avais fait, et celui que j'avais fait faire, était du travail bien fait, du travail où je m'étais mis tout entier. J'y avais mis toute ma force et tout mon amour, et (ainsi me semblait-il) il était autonome désormais - une chose vivante et vigoureuse - qui n'avait plus besoin que je la maternais. De ce côté là, je suis parti l'esprit parfaitement tranquille. Je n'avais aucun doute que ces choses écrites et non écrites que je laissais, je les laissais en de bonnes mains, qui sauraient veiller à ce qu'elles se déploient, qu'elles croissent et se multiplient suivant leur nature propre de choses vivantes et vigoureuses.

Dans ces quinze ans de travail mathématique intense, avait éclos, mûri et grandi en moi une vaste **vision** unificatrice, s'incarnant en quelques idées-force très simples. La vision était celle d'une "géométrie arithmétique", synthèse de la topologie, de la géométrie (algébrique et analytique), et de l'arithmétique, dont j'ai trouvé un premier embryon dans les conjectures de Weil. C'est elle qui a été ma principale source d'inspiration en ces années, qui pour moi sont celles surtout où j'ai dégagé les idées maîtresses de cette géométrie nouvelle, et où j'ai façonné quelques uns de ces principaux outils. Cette vision et ces idées-force sont devenues pour moi comme une seconde nature. (Et

après avoir cessé tout contact avec elles pendant près de quinze ans, je constate aujourd'hui que cette "seconde nature" est toujours vivante en moi !) Elles étaient pour moi si simples, et si évidentes, qu'il allait de soi que "tout le monde" les avait assimilées et fait siennes au fur et à mesure, en même temps que moi. C'est tout dernièrement seulement, en ces derniers mois, que je me suis rendu compte que ni la vision, ni ces quelques "idées-force" n'avaient été mon guide constant, ne se trouvent écrits en toutes lettres dans aucun texte publié, si ce n'est tout au plus entre les lignes. Et surtout, que cette vision que j'avais crû communiquer, et ces idées-force qui la portent, restent aujourd'hui encore, vingt ans après avoir atteint une pleine maturité, ignorées de tous. C'est moi, l'ouvrier, et le serviteur de ces choses que j'ai eu le privilège de découvrir, qui suis aussi le seul en qui elles soient toujours vivantes.

Tel outil et tel autre que j'avais façonné, est utilisé ici et là pour "fracturer" un problème réputé difficile, comme on forcerait un coffre-fort. L'outil apparemment est solide. Pourtant, je lui connais une autre "force" encore que celle d'une pince monseigneur. Il fait partie d'un Tout, comme un membre fait partie du corps - un Tout dont il est issu, et qui lui donne son sens et dont il tire sa force. Tu peux utiliser un os s'il est arraché pour fracturer un crâne, c'est une chose entendue. Mais ce n'est pas là sa vraie fonction, sa raison d'être. Et je vois ces outils épars dont se sont emparés les uns et les autres, un peu comme des os, soigneusement dépecés et nettoyés, qu'ils auraient arrachés à un corps - à un corps vivant qu'ils feraient mine d'ignorer...

Ce que je dis là en termes purement passés, au terme d'une longue réflexion, a dû être perçu par moi peu à peu et de façon diffuse, au fil des ans, au niveau de l'informulé qui ne cherche encore à prendre forme dans une pensée et dans des images conscientes, et par la parole clairement articulée. J'avais décidé que ce passé, au fond, ne me concernait plus. Les échos qui me parvenaient de loin en loin, tout filtrés qu'ils étaient, étaient pourtant éloquents, pour peu que je m'y arrête. Je m'étais crû un ouvrier parmi d'autres, s'affairant sur cinq ou six "chantiers"⁴ en pleine activité - un ouvrier plus expérimenté peut-être, l'aîné qui naguère avait œuvré seul en ces mêmes lieux, pendant de longues années, avant que ne vienne une relève bienvenue ; l'aîné, soit, mais au fond pas différent

⁴Je m'exprime au sujet de ces "chantiers" désertés, et les passe finalement en revue, dans la suite des notes "Les chantiers désolés" (n° 176 à 178), d'il y a trois mois. Une première fois où je reprends contact avec mon œuvre et sur le sort qui a été le sien, dans la note "Mes orphelins" (n° 46).

des autres. Et voilà que, celui-là parti, c'était comme une entreprise de maçonnerie qui aurait déclaré faillite, suite au décès imprévu du patron ; du jour au lendemain, autant dire, les chantiers été désertés. Les "ouvriers" sont partis, chacun emportant sous son bras les menues bricoles dont il pensait avoir l'usage chez lui. La caisse était partie, et il n'y avait plus aucune raison désormais qu'il continue à se fatiguer à bosser...

C'est là encore, une formulation qui s'est décantée d'une réflexion et d'une enquête se poursuivant sur plus d'une année. Mais sûrement, c'était une chose perçue "quelque part" déjà, dès les premières années après mon départ. Mettant à part les travaux de Deligne sur les valeurs absolues des valeurs propres de Frobenius (la "question prestige", comme j'ai compris dernièrement...) - quand il m'arrivait de loin en loin de rencontrer d'anciens élèves d'antan, avec lesquels j'avais travaillé sur les mêmes chantiers, et que je lui demandais alors..."?", c'était toujours le même geste éloquent, les bras en l'air comme pour demander grâce... Visiblement, eux étaient occupés à des choses plus importantes que celles qui me tenaient à cœur - et visiblement, aussi, alors que tous s'affairaient avec des airs occupés et importants, pas grand chose ne se faisait. L'essentiel avait disparu - une **unité** qui donnait leur sens aux tâches partielles, et une **chaleur** aussi, je crois. Il restait un éparpillement de tâches détachées d'un tout, chacun dans son coin couvant son petit magot, ou le faisant fructifier tant bien que mal.

Alors même que j'aurais voulu m'en défendre, ça me peinait bien sûr d'entrevoir que tout c'était arrêté net : de ne plus entendre parler ni de motifs, ni de topos, ni des six opérations, ni des coefficients de De Rham, ni de ceux de Hodge, ni du "foncteur mystérieux" qui devait relier entre elles, en un même éventail, autour des coefficients de De Rham, les coefficients ℓ -adique pour tous les nombres premiers, ni des cristaux (si ce n'est pour apprendre qu'ils en sont toujours au même point), ni des "conjectures standard" et autres que j'avais dégagées et qui, à l'évidence, représentaient des questions cruciales. Même le vaste travail de fondements commencé avec les Éléments de Géométrie Algébrique (avec l'inlassable assistance de Dieudonné), qu'il aurait suffi quasiment de continuer sur la lancée déjà acquise, était laissé pour compte : tout le monde se contentait de s'installer dans les murs et dans les meubles qu'un autre avait patiemment assemblés, montés et briqués. L'ouvrier parti, il ne serait venu à l'idée de personne de retrousser ses manches à son tour et de mettre la main à la truelle, pour construire les

nombreux bâtiments qui restaient à construire, des maisons, bonnes pour y vivre, pour soi-même et pour tous...

Je n'ai pu m'empêcher encore, à nouveau, d'enchaîner avec des images pleinement conscientes, qui se sont dégagées et sont remontées par la vertu d'un travail de réflexion. Mais il n'y a aucun doute pour moi que ces images-là devaient déjà être présentes sous une forme ou une autre, dans les couches profondes de mon être. J'ai dû sentir déjà la réalité insidieuse d'un **Enterrement** de mon œuvre en même temps que de ma personne, qui s'est imposé à moi soudain, avec une force irrécusable et avec ce nom même, "L'Enterrement", le 19 avril de l'an dernier. Au niveau conscient, par contre, je n'aurais guère songé à m'offusquer ni même à m'affliger. Après tout, "proche" de naguère ou pas, ça ne regardait que l'intéressé, à quoi il choisissait d'occuper son temps. Si ce qui avait semblé le motiver ou l'inspirer naguère ne l'inspirait plus, c'était là son affaire, et pas la mienne. Si la même chose semblait arriver, avec un ensemble parfait, à tous mes ex-élèves sans exception, c'était encore là l'affaire de chacun d'eux séparément et j'avais d'autres chats à fouetter que d'aller chercher quel sens ça pouvait avoir, un point c'est tout ! Quant à ces choses que j'avais laissées - et auxquelles un lien profond et ignoré continuait à me relier - alors même qu'elles étaient visiblement laissées à l'abandon, sur ces chantiers désolés, je savais bien, moi, qu'elles n'étaient pas de celles qui craignent "l'injure du temps" ni les fluctuations des modes. Si elles n'étaient entrées encore dans le patrimoine commun (comme il m'avait pourtant semblé naguère), elle ne pourraient manquer de s'y enraciner tôt ou tard, dans dix ans ou dans cent, peu importait au fond...

3.4 Un vent d'enterrement...

Pourtant, s'il m'a plu tout au long de ces années d'étudier la perception diffuse d'un Enterrement de grande envergure, celui-ci n'a pas manqué de se rappeler obstinément à mon bon souvenir, sous d'autres visages et de moins anodins, que celui d'une simple désaffection pour une œuvre. J'ai su peu à peu, je ne saurais trop dire comment, que plusieurs notions qui faisaient partie de la vision oubliée, étaient non seulement tombées en désuétude, mais étaient devenues, dans un certain beau monde, objet d'un condescendant dédain. Tel a été le cas, notamment, de la notion unificatrice cruciale de topos, au

cœur même de la géométrie nouvelle - celle-là même qui fournit l'intuition géométrique commune pour la topologie, la géométrie algébrique et l'arithmétique - celle aussi qui m'a permis de dégager aussi bien l'outil cohomologique étale et ℓ -adique, que les idées maîtresses (plus ou moins oubliées depuis, il est vrai...) de la cohomologie cristalline. A vrai dire, c'était mon nom même, au fil des ans, qui insidieusement, mystérieusement, était devenu objet de dérision - comme un synonyme de vaseux bouquinages à l'infini (tels ceux sur ces fameux "topos", justement, ou ces "motifs" dont il vous rabattait les oreilles et que personne n'avait jamais vus...), de découpage de cheveux en quatre à longueur de mille pages, et de pléthorique et gigantesque bavardage sur ce que, de toutes façons, tout le monde connaissait déjà depuis toujours et sans l'avoir attendu... Un peu sur ces tons-là, mais en sourdine, par sous-entendus, avec toute la délicatesse qui est de mise "parmi les gens de bonne compagnie".

Au cours de la réflexion poursuivie dans Récoltes et Semailles, je crois avoir mis le doigt sur les forces profondes à l'œuvre chez les uns et les autres, derrière ces airs de dérision et de condescendance devant une œuvre dont la portée, la vie et le souffle, leur échappent. J'ai découvert également (mis à part les traits particuliers de ma personne qui ont marqué mon œuvre et mon destin) le secret "catalyseur" qui a incité ces forces à se manifester sous cette forme du mépris désinvolte devant les signes éloquents d'une créativité intacte : le Grand Officiant aux Obsèques, en somme, en cet Enterrement feutré par la dérision et par le mépris. Chose étrange, c'est aussi celui, curieusement, qui est et a été le plus proche de moi : le seul aussi qui ait assimilé un jour et fait sienne une certaine vision, emplie de vie et de force intense. Mais j'anticipe...

A vrai dire, ces "bouffées de discrète dérision" qui me revenaient ici et là, ne m'atteignaient pas outre mesure. Elles restaient en quelque sorte anonymes, jusqu'il y a trois ou quatre ans encore. J'y voyais certes un signe des temps peu réjouissant, mais elles ne me mettaient pas en cause vraiment, et ne suscitaient en moi angoisse ni inquiétude. Une chose par contre qui me touchait plus directement, c'étaient les signes de prise de distance par rapport à ma personne, me venant ici et là de la part de bon nombre de mes amis d'antan dans le monde mathématique, amis auxquels (nonobstant mon départ d'un monde qui nous fut commun) je continuais à me sentir relié par des liens de sympathie, en plus de ceux que crée une passion commune et un certain passé

en commun. La encore, à chaque fois j'en ai été peiné, je ne m'y suis pourtant guère arrêté, et la pensée ne m'est jamais venue (pour autant que je me souviene) de faire un rapprochement entre ces trois séries de signes : les chantiers abandonnés (et la vision oubliée), le "vent de dérision", et la prise de distance de nombre parmi ceux qui furent des amis. J'ai écrit à chacun d'eux, et je n'ai reçu de réponse d'aucun. Ce n'était pas rare d'ailleurs, désormais, que des lettres que j'écrivais à d'anciens amis ou élèves, sur des choses qui me tenaient à cœur, restent sans réponse. Nouveaux temps, nouveaux mœurs - qu'y pouvais-je faire ? Je me suis borné à m'abstenir de leur écrire encore. Et pourtant (si tu es un de ceux-là) cette lettre que je suis en train d'écrire, elle sera l'exception - une parole qui t'est à nouveau offerte - à toi de voir si tu l'accueilles cette fois, ou t'y fermes à nouveau...

Les premiers signes d'une prise de distance de certains anciens amis par rapport à ma personne remontent, si je ne me trompe, à 1976. C'est l'année aussi où a commencé à apparaître une autre "série" de signes encore, dont il me reste à parler, avant de revenir à Récoltes et Semailles. Pour mieux dire, ces deux dernières séries de signes sont apparues alors conjointement. En ce moment même où j'écris, il m'apparaît qu'elles sont à vrai dire indissociables, que ce sont au fond deux aspects ou "visages" différents d'une même réalité, faisant irruption en cette année-là dans le champ de mon propre vécu. Pour l'aspect dont je m'apprêtais à parler à l'instant, il s'agit d'une "fin de non recevoir" systématique, discrète et sans réplique, réservée par un "consensus sans failles"⁵ aux quelques élèves-et-assimilés d'après 1970 qui, par leurs travaux, leur style de travail et leur inspiration, portaient clairement la marque de mon influence. C'est peut-être bien à cette occasion également que, pour la première fois, j'ai perçu ce "souffle de dérision" qui, à travers eux, visait un certain style et une certaine **approche** de la mathématique - un style et une vision qui (selon un consensus qui était apparemment déjà devenu universel alors dans l'establishment mathématique) **n'avait pas lieu d'être**.

La preuve, c'était une chose clairement perçue au niveau inconscient. Elle a fini

⁵Ce "consensus sans failles" est évoqué sporadiquement ici et là dans l'Avant et Renouveau, et finit par devenir l'objet d'un témoignage circonstancié et d'une réflexion dans la partie suivante, L'Enterrement (1), avec le "Cortège X" ou "Le Fourgon Funèbre", forme des "notes-cercueils" (n° 93-96) et la note "Le Fossoyeur - ou la Congrégation toute entière". Celle-ci clôt cette partie de Récoltes et Semailles, et constitue en même temps un premier aboutissement de ce "deuxième souffle" de la réflexion.

même, cette même année encore à s'imposer à mon attention consciente, après qu'un même scénario aberrant (illustrant l'impossibilité de faire publier une thèse visiblement brillante) s'était répété cinq fois d'affilée, avec l'obstination burlesque d'un gag de cirque. En y repensant à présent, je me rends compte qu'une certaine réalité "me faisait signe" alors avec une insistance bienveillante, alors que je faisais mine de ne pas la saisir (ou de faire la sourde oreille : "Tu, regarde donc grand dadais, fais attention un peu à ce qui se passe là juste sous ton nez, ça concerne mais oui. . . !"). Je me suis secoué un peu, j'ai regardé (l'espace d'un instant), à demi ahuri et distrait à demi : "ah oui, bon, un peu étrange, on dirait bien qu'on en veut à quelqu'un là, quelque chose qui a dû mal tourner décidément, et avec un ensemble aussi parfait encore, c'est même à peine croyable ma parole !"

C'était même à tel point peu croyable que je me suis empressé d'oublier et le gag, et le cirque. Il est vrai que je ne manquais pas d'autres occupations intéressantes. Ça n'a pas empêché le cirque de se rappeler à mon bon souvenir dans les années suivantes encore - non plus dans les tons du gag maintenant, mais bien dans ceux d'une secrète délectation à humilier, ou celui du coup de poing assené en pleine gueule ; à cela près qu'on est entre gens distingués et que le coup de poing prend ici des formes plus discrètes, mais toutes aussi efficaces, laissées à l'inventivité des gens distingués en question. . .

L'épisode que j'ai ressenti comme "un coup de poing en pleine gueule" (d'un autre) se situe en octobre 1981⁶. Cette fois-là, et pour la première fois depuis que me parvenaient les signes insistants d'un esprit nouveau, j'étais atteint - plus fortement sans doute que si c'était sur moi que ça avait cogné, au lieu qu'un autre encaisse, que j'avais en affection. Il faisait un peu figure d'élève, et c'était de plus un mathématicien remarquablement doué, et qui venait de faire de belles choses - mais c'est là un détail, après tout. Ce qui n'était pas un détail, par contre, c'est que trois de mes élèves "d'avant" étaient alors directement solidaires d'un acte reçu par l'intéressé (et non sans raison) comme une humiliation et un affront. Deux autres de mes élèves d'antan avaient eu l'occasion déjà de le traiter avec condescendance, en gens cosus envoyant promener un traînesavates⁷.

⁶Cet épisode est raconté dans la note "Cercueil 3 - ou les jacobiniennes un peu trop relatives" (n° 95), notamment pages 404-406.

⁷Il en est question en passant, dans la note citée dans la précédente note de bas de page.

Un autre élève encore allait d'ailleurs emboîter le pas trois ans plus tard (et dans le style "coup de poing dans la gueule" encore) - mais ça je ne le savais pas encore bien sûr. Ce qui m'interpellait alors était largement suffisant. C'était comme si mon passé de mathématicien, jamais vraiment passant, soudain me marquait dans un, rictus hideux, par la personne de cinq parmi ceux qui furent mes élèves, devenus personnages importants, puissants et dédaigneux. . .

Ça aurait été le moment où jamais alors de poser, de sonder le sens de ce qui m'interpellait soudain avec une telle violence. Mais quelque part en moi il avait été décidé (sans que jamais la chose n'ait eu à être dite. . .) que ce passé "d'avant" ne me concernait plus au fond, qu'il n'y avait pas lieu que je m'y arrête ; que ce qui semblait m'interpeller maintenant d'une voix que je ne reconnaissais que trop bien - celle du temps du mépris - il y avait décidément maldonne. Et pourtant, j'étais noué d'angoisse, pendant des jours et peut-être des semaines, sans seulement en prendre acte. (C'est l'an dernier seulement, par l'écriture de Récoltes et Semailles qui m'a fait revenir sur cet épisode, que j'ai fini par prendre connaissance de cette angoisse, qu'avait été prise sous contrôle aussitôt qu'apparue.) Au lieu d'en faire le constat et d'en sonder le sens, je me suis agité, j'ai écrit à droite et à gauche, "les lettres qui s'imposaient". Les intéressés ont même pris la peine de me répondre, des lettres choisies il va de soi et qui n'entraient dans le fond de rien. Les vagues ont fini par se calmer, et tout est rentré dans l'ordre. Je n'ai guère dû y repenser, avant l'an dernier. Cette fois, pourtant, il était resté comme une blessure, ou comme une écharde douloureuse, plutôt, qu'on évite de toucher ; une écharde qui entretient cette blessure qui ne demande qu'à se refermer...

Ça a été là, sûrement, l'expérience la plus douloureuse et la plus pénible que j'ai vécue dans ma vie de mathématicien - quand il m'a été donné de voir (sans pourtant consentir à vraiment **prendre connaissance** de ce que mes yeux voyaient) "tel élève ou compagnon d'antan que j'ai aimé, prendre plaisir à écraser discrètement tel autre que j'aime et en qui il me reconnaît". Elle m'a marqué alors plus fortement, sûrement, que les découvertes pourtant assez dingues que j'ai faites l'an dernier, et qui (pour un regard superficiel) peuvent paraître tout autrement incroyables... Il est vrai que cette expérience avait fait entrer en résonance plusieurs autres, dans les mêmes tonalités mais moins violentes, et qui sur le coup avaient un peu "passé à l'as".

Cela me fait me rappeler, aussi, que cette même année 1981 a été celle aussi d'un tournant draconien dans ma relation au seul parmi les élèves d'antan avec lequel je sois resté en relations régulières après mon départ, et celui aussi qui depuis une quinzaine d'années, avait fait figure d' "interlocuteur privilégié" pour moi, au niveau mathématique. C'est l'année en effet où "les signes d'une affectation de dédain" qui étaient apparus depuis quelques années déjà⁸ "se sont soudain faits si brutaux" que j'ai cessé alors toute communication mathématique avec lui. C'était quelques mois avant l'épisode-coup-de-pointe de tantôt. Avec le recul la coïncidence me paraît saisissante, mais je ne crois pas avoir fait alors le moindre rapprochement. J'étais rangé dans des "casiers" séparés ; des casiers, dont quelqu'un, au surplus, avait déclaré qu'ils ne tiraient pas vraiment à conséquence - la cause était entendue !

Ce qui me frappe, aussi, c'est qu'au mois de juin de cette même année 1981 encore, avait eu lieu déjà un certain brillant Colloque, mémorable à plus d'un titre - un colloque qui aura bien mérité d'entrer dans l'Histoire (ou dans ce qui en reste...) sous le nom indélébile de "Colloque Pervers". J'ai fait connaissance (ou plutôt, il m'a dégringolé dessus !) le 2 mai l'an dernier, deux semaines après la découverte (le 19 avril) de l' Enterrement en chair et en os, et j'ai compris aussitôt que je venais de tomber sur "l' **Apothéose**". L'apothéose d'un enterrement, certes, mais aussi, une **apothéose** du mépris de ce qui, depuis plus de deux mille ans que notre science existe, a été le fondement tacite et immuable de l'éthique du mathématicien : savoir, cette règle élémentaire, de ne pas présenter comme siens les idées et résultats pris chez un autre. Et en prenant note à l'instant de cette coïncidence remarquable dans le temps, entre deux événements qui peuvent sembler de nature et de portée très différentes, je suis saisi de voir se révéler ici le lien profond et évident entre le **respect de la personne**, et celui des règles éthiques élémentaires d'un art ou d'une science, qui font de son exercice autre chose qu'une "foire d'empoigne", et de l'ensemble de ceux qui sont connus pour y exceller et qui y donnent le ton, autre chose qu'une "maffia" sans scrupules. Mais à nouveau j'anticipe...

⁸Il est question de cet épisode dans la note "Deux tournants" (n° 66).

3.5 Le voyage

Je crois que j'ai à peu près fait le tour, là, du contexte dans lequel s'est placé mon "retour aux maths", et, de fil en aiguille, l'écriture de Récoltes et Semailles. C'est fin mars l'an dernier, dans la toute dernière section de Fatuité et Renouveau ("Le poids d'un passé" (n° 50)), que je songe enfin à m'interroger sur les raisons et sur le sens de ce retour inattendu. Pour ce qui est des "raisons", la plus forte de toutes sûrement était l'impression, diffuse et impérieuse en même temps, que ces choses fortes et vigoureuses, que j'avais crû naguère confier entre des mains aimantes - c'est dans un tombeau, coupé des bienfaits du vent, de la pluie et du soleil qu'elles ont croupi pendant ces quinze ans où je les avais perdues de vue⁹. J'ai dû comprendre, peu à peu et sans que jamais avant aujourd'hui j'aie songé à me le dire, que ce ne serait nul autre que moi qui ferait enfin sauter ces planches vermoulues, retenant prisonnières des choses vivantes faites, non pour pourrir en cercueils clos, mais pour s'épanouir au grand air. Et ces airs de fausse componction et d'insidieuse dérision autour de ces cercueils capitonnés et pléthoriques (à l'image du rejeton défunt, à ne pas douter...), ont dû aussi "finir par réveiller en moi une fibre de combativité qui s'était quelque peu assoupie au cours des dernières dix années" et l'envie de me lancer dans la mêlée...¹⁰.

C'est ainsi, il y a deux ans, que ce qui était d'abord prévu comme une rapide prospection, de quelques jours ou de quelques semaines à tout casser, d'un de ces "chantiers" laissés pour compte, est devenu un grand feuilleton mathématique en N volumes, s'insérant dans la fameuse nouvelle série des "Réflexions" ("mathématiques", en attendant d'élaguer ce qualificatif inutile). Dès l'instant d'ailleurs où j'ai su que j'étais en train d'écrire un ouvrage mathématique destiné à publication, j'ai su aussi que j'allais y joindre, en plus d'une introduction "mathématique" plus ou moins conforme aux usages, une autre "introduction" encore, de nature plus personnelle. Je sentais qu'il était important que je m'explique sur mon "retour", lequel n'était nullement le retour dans un **milieu**, mais le "retour" seulement à un investissement mathématique intense et à la publication de textes mathématiques de ma plume, pendant une durée indéterminée. Également, je

⁹Voir "Le poids d'un passé" (section n° 50), notamment p. 137, (**).

¹⁰Citation extraite de la note "La mélodie au tombeau - ou la suffisance" (n° 167), page 826.

voulais m'expliquer sur l'esprit dans lequel j'écrivais maintenant les maths, très différent à certains égards de l'esprit de mes écrits d'avant mon départ - l'esprit "journal de bord" d'un voyage de découverte. Sans compter qu'il y avait d'autres choses que j'avais sur le cœur, liées à celles-ci sans doute, mais que je sentais plus essentielles encore. Il était bien entendu pour moi que j'allais prendre mon temps pour dire ce que j'avais à dire. Ces choses-là, encore diffuse, étaient inséparables pour moi du sens qu'allaient avoir ces volumes que je m'apprêtais à écrire, et les "Réflexions" dans lesquelles ils allaient s'insérer. Il n'était pas question de les glisser là à la sauvette, comme en m'excusant d'abuser du temps précieux d'un lecteur pressé. S'il y avait choses dans "A la Poursuite des Champs" dont il était bon, pour lui et pour tous, qu'il prenne connaissance, c'étaient celles justement que je me réservais de dire dans cette introduction. Si vingt ou trente pages ne devaient pas y suffire, à les dire, j'y mettrais quarante, voire cinquante, qu'à cela ne tienne - sans compter que je n'obligeais personne à me lire...

C'est ainsi qu'est né Récoltes et Semailles. J'ai écrit les premières pages de l'introduction prévue au mois de juin 1983, à un moment creux dans l'écriture du volume premier de La Poursuite des Champs. Puis j'ai remis à en février l'an dernier, alors que mon volume était pratiquement terminé depuis plusieurs mois¹¹. Je comptais bien que cette introduction serait une occasion pour m'éclairer sur deux ou trois choses qui restaient un tantinet floues dans mon esprit. Mais je n'avais aucun soupçon que ça allait être, tout comme le volume que je venais d'écrire, un **voyage de découverte** ; un voyage dans un monde autrement plus riche encore et de plus vastes dimensions que celui que je m'apprêtais à prospecter, dans le volume écrit et dans ceux qui devaient suivre. C'est au fil des jours, des semaines et des mois, sans trop me rendre compte de ce qui arrivait, que s'est poursuivi ce nouveau voyage, à la découverte d'un certain passé (obstinément éludé pendant plus de trois décennies...) et de moi-même et des liens qui me relient à ce passé ; à la découverte aussi de certains de ceux qui furent mes proches dans le monde mathématique, et que j'ai si mal connus ; et enfin même, dans la foulée et par surcroît, un voyage de

¹¹ [Entre-temps] j'avais passé un bon mois à réfléchir à la "surface structurale" pour un système de pseudo-droites, obtenue en termes de l'ensemble de toutes les "positions relatives" possibles d'une pseudo-droite rapport à un tel système. J'ai également écrit "L'Esquisse d'un Programme", qui sera inclus dans le volume 3 des Réflexions.

découverte mathématique, alors que pour la première fois depuis quinze ou vingt ans¹², je prenais loisir de revenir sur certaines des questions que j'avais laissées, brûlantes, au moment de mon départ. Je peux dire, en somme, que ce sont **trois** voyages de découverte, intimement entrelacés, que je poursuis dans les pages de Récoltes et Semailles. Et aucun des trois n'est achevé avec le point final, à la page douze cents et quelques. Les échos, déjà, que va recueillir mon témoignage (et jusques y compris l'écho par le silence...) feront partie de la "suite" du voyage. Quant à son à terme, ce voyage sûrement est de ceux qui ne sont jamais menés à terme - pas même, si ça se trouve, au jour de notre mort...

Et me voilà enfin revenu au point de départ : te dire d'avance, si faire se peut, "de quoi il est question" dans Récoltes et Semailles. Mais il est vrai aussi que sans l'avoir même cherché, les pages précédentes te l'ont déjà dit peu ou prou. Il sera plus intéressant, peut-être, de continuer sur ma lancée et de **raconter**, plutôt que d' "annoncer".

Juin 1985

3.6 Le versant d'ombre - ou création et mépris

Les pages précédentes ont été écrites à la faveur d'un court "moment creux", le mois dernier. Entre-temps, j'ai enfin fini de mettre la dernière main aux "Quatre Opérations" (la quatrième partie de Récoltes et Semailles) - il ne me reste plus qu'à terminer encore cette lettre ou "pré-lettre" (qui elle aussi finit mine de prendre des dimensions prohibitives...) pour que tout soit prêt enfin pour la frappe et pour la duplication. Je n'y croyais plus, à force, depuis bientôt un an et demi que je suis "sur le point de terminer" ces fameuses notes ! En me mettant à cette "introduction" de nature un peu inhabituelle pour un ouvrage mathématique, au mois de février l'an dernier (et déjà l'année d'avant, au mois de juin), il y avait (je crois) trois genres de choses surtout sur lesquelles j'avais envie alors de m'exprimer. Tout d'abord, je voulais m'expliquer sur mes intentions en revenant à une activité mathématique, et sur l'esprit dans lequel j'avais

¹²Dans les années cinquante et soixante, j'avais souvent réprimé mon envie de me lancer à la poursuite de telles questions juteuses et brûlantes, accaparé que j'étais par d'interminables tâches de fondements, que personne n'aurait su ou voulu poursuivre à ma place, et que personne après mon départ n'a eu non plus à cœur de continuer...

écrit ce premier volume de “A la Poursuite des Champs” (que je venais de déclarer terminé), et sur l’esprit aussi dans lequel je comptais poursuivre un voyage de prospection et de découverte mathématique plus vaste encore, avec les “Réflexions”. Il ne s’agirait plus pour moi, désormais, de présenter des fondations méticuleuses et à quatre épingles pour quelque nouvel univers mathématique en gésine. Ce seraient des “carnets de bord” plutôt, où le travail se poursuivrait au jour le jour, sans rien en cacher et tel qu’il se poursuit vraiment, avec ses ratés et ses erreurs, ses insistants retours en arrière et aussi ses soudains bonds en avant - un travail tiré en avant irrésistiblement jour après jour (et nonobstant les incidents et imprévus innombrables), comme par un invisible fil - par quelque vision évasive, tenace et sûre. Un travail tâtonnant bien souvent, surtout en ces “moments sensibles” où affleure, à peine perceptible, quelque intuition sans nom encore et sans visage ; ou au départ de quelque nouveau voyage, à l’appel et à la poursuite de quelques premières idées et intuitions, évasives souvent et réticentes à se laisser saisir dans les mailles du langage, alors que c’est justement le langage adéquat pour les saisir avec délicatesse qui souvent fait encore défaut. C’est un tel langage, avant toute autre chose, qu’il s’agit alors de faire se condenser hors d’un apparent néant de brumes impalpables. Ce qui n’est encore que pressenti, avant d’être seulement entrevu et encore moins “vu” et touché du doigt, peu à peu se décante de l’impondérable, se dégage de son manteau d’ombre et de brumes pour prendre forme et chair et poids...

C’est cette partie-là du travail, de piètre apparence pour ne pas dire (bien des fois) foireux, qui en est aussi la partie la plus délicate et la plus essentielle - celle où, véritablement, quelque chose de nouveau fait son apparition, par l’effet d’une attention intense, d’une sollicitude, d’un respect pour cette chose fragile, infiniment délicate, sur le point de naître. C’est la partie créatrice entre toutes - celle de la conception et d’une lente gestation dans les chaudes ténèbres de la matrice nourricière, depuis l’invisible double gamète originelle, devenant informe embryon et se transformant au fil des jours et des mois, par un travail obscur et intense, invisible et sans apparence, en un nouvel être en chair et en os.

C’est là aussi la partie “obscur”, la partie “yin” ou “**féminine**” du travail de découverte. L’aspect complémentaire, la partie “claire”, ou “yang” ou “**masculine**”, s’apparenterait plutôt au travail à coups de marteau ou de masse, sur un burin bien affûté ou sur un coin

de bon acier trempé. (Des outils déjà tout prêts à l'usage, et d'une efficacité qui a fait déjà ses preuves...) L'un et l'autre aspect a sa raison d'être et sa fonction, en symbiose inséparable l'un avec l'autre - ou pour mieux dire, ce sont la Yin et le Yang et l'Époux du couple indissoluble des deux forces cosmiques originelles, dont l'étreinte sans cesse renouvelée fait resurgir sans cesse les obscurs labeurs créateurs de la conception, de la gestation et de la naissance - de la naissance de **l'enfant**, de la chose nouvelle.

La deuxième chose sur laquelle je sentais le besoin de m'exprimer, dans ma fameuse "introduction" personnelle et "philosophique" à un texte mathématique, c'était au sujet de la nature du travail créateur justement. Je m'étais rendu compte déjà, depuis des années, que cette nature était généralement ignorée, occultée par des clichés à tout venant et par des répressions et des peurs ancestrales. A quel point il en est bien ainsi, je l'ai découvert après seulement, progressivement, au fil des jours et des mois, tout au cours de la réflexion et de l' "enquête" poursuivie dans Récoltes et Semailles. C'est dès le "moment d'envoi" de cette réflexion, au cours des quelques pages datées de juin 1983, que je suis pour la première fois saisi par la portée de ce fait d'anodine apparence, et pourtant stupéfiant, pour peu seulement qu'on s'y arrête tant soit peu : que cette partie "créatrice entre toutes" dont je viens de parler dans le travail de découverte, ne **transparaît pratiquement nulle part** dans les textes ou discours qui sont censés présenter un tel travail (ou du moins, ses fruits les plus tangibles) ; que ce soient des manuels et autres textes didactiques, ou les articles et mémoires originaux, ou les cours oraux et exposés de séminaires etc. Il y a, depuis des millénaires semblerait-il, depuis les origines même de la mathématique et des autres arts et sciences, une sorte de "conspiration du silence" autour de ces "**inavouables labeurs**" qui préludent à l'éclosion de toute idée nouvelle, grande ou petite, venant renouveler notre connaissance d'une portion de ce monde, en création perpétuelle, où nous vivons.

Pour tout dire, il semblerait que la répression de la connaissance de cet aspect-là ou de ce stade-là, le plus crucial de tous dans tout travail de découverte (et dans le travail créateur en général) ; soit à tel point efficace, et tel point intériorisée par ceux-là même qui pourtant connaissent tel travail de première main, que souvent on jurerait que même ceux-là en ont éradiqué toute trace de leur souvenir conscient. Un peu comme dans une société puritaine à outrance, une femme aurait éradiqué de son souvenir, en relation à

chacun de ces enfants qu'elle se fait un devoir de moucher et de torcher, le moment de l'étreinte (subie à contre-cœur) qui le fit concevoir, les longs mois de la grossesse (vécue comme une inconvenance), et les longues heures de l'accouchement (endurées comme un pur ragoûtant calvaire, suivi enfin d'une délivrance).

Cette comparaison peut paraître outrée, et elle l'est peut-être en effet, si je l'applique à ce dont je me rappelle aujourd'hui de l'esprit que j'ai connu dans le milieu mathématique dont je faisais moi-même partie, il y a encore vingt ans. Mais au cours de ma réflexion dans Récoltes et Semailles j'ai pu me rendre compte, et de façon saisissante en ces tout derniers mois surtout (avec l'écriture des "Quatre Opérations"), qu'il y a eu depuis mon départ de la scène mathématique une stupéfiante **dégradation** dans l'esprit qui aujourd'hui fait loi dans les milieux que j'avais connus, et (me semble-t-il, dans une large mesure au moins) dans le monde mathématique en général¹³. Il est possible même, tant par ma personnalité mathématique très particulière que par les conditions qui ont entouré mon départ, que celui-ci ait agi comme un catalyseur dans une évolution qui était déjà en train de se faire¹⁴ - une évolution dont je n'ai alors rien su percevoir (pas plus qu'aucun autre de mes collègues et amis, à la seule exception peut-être de Claude Chevalley). L'aspect de cette dégradation auquel je pense surtout ici (qui en est juste **un** aspect parmi de nombreux autres¹⁵) est le **mépris tacite**, quand ce n'est la dérision sans équivoque, à l'encontre de ce qui (en mathématique, en l'occurrence) ne s'apparente

¹³Cette dégradation ne se limite d'ailleurs nullement au seul "monde mathématique". On la constate également dans l'ensemble de la vie scientifique, et au delà encore de celle-ci, dans le monde contemporain à l'échelle planétaire. Une amorce de constat et de réflexion dans ce sens se trouve dans la note "Le respect et la fortitude" qui suivra la réflexion sur le yin et le yang (note n° 106).

¹⁴C'est l'évolution examinée dans la note citée dans la précédente note de b. de p. Des liens entre celle-ci et l'Enterrement (de ma personne et de mon œuvre) font leur apparition et s'éclaircissent progressivement au cours de la réflexion sur "le yin et le yang enterrés yin (4)", "La circonstance providentielle - ou l'Apothéose", "Le désaveu (1) - ou le rappel", "Le désaveu (2) - ou la métamorphose" (n° 124, 151, 152, 153). Voir également les notes plus récentes (dans RS IV) "Les détails inutiles" (n° 171 (v)), et la note (c) "Des choses qui ressemblent à rien - ou le dessèchement" et "L'album de famille" (n° 173, partie c. "Celui entre tous - ou l'acquiescement").

¹⁵L'aspect qui le plus souvent au centre de l'attention dans Récoltes et Semailles, et plus particulièrement dans les deux parties "enquête" (RS II ou "La robe de l'Empereur de Chine", et RS IV ou "Les Quatre Opérations"), et celui aussi, peut-être, qui m'a le plus "secoué", est la dégradation de l'éthique du métier, s'exprimant par un pillage, un débinage et un maquillage sans vergogne, pratiqué parmi certains des plus prestigieux et des plus brillants des mathématiciens du moment, et ceci (dans une très large mesure) au vu et au su de tous. Pour certains autres aspects plus délicats, et directement liés d'ailleurs à celui-là, je renvoie à la note déjà citée (n° 106 partie c.) "Des choses qui ressemblent à rien - ou le dessèchement".

pas au pur travail du marteau sur l'enclume ou sur le burin - le mépris des processus créateurs les plus délicats (et souvent de moindre apparence) ; de tout ce qui est **inspiration, rêve, vision** (si puissantes et si fertiles soient-elles), et même (à la limite) de toute idée, si clairement conçue et formulée soit-elle : de tout ce qui n'est écrit et publié noir sur blanc, sous forme d'énoncés purs et durs, répertoriables et répertoriés, puis pour les "banques de données" engouffrées dans les inépuisables mémoires de nos mégaordinateurs.

Il y a eu (pour reprendre une expression de C.L. Siegel¹⁶) un extraordinaire "**aplatissement**", un "**rétrécissement** de la pensée mathématique, dépouillée d'une dimension essentielle, de tout son "versant d'ombre", du versant "yin". Il est vrai que par une tradition ancestrale, ce versant-là du travail de découverte restait dans une large mesure occultée, personne (autant dire) n'en **parlait** jamais - mais le contact vivant avec les sources profondes du rêve, qui alimentent les grandes visions et les grands desseins, n'avait jamais encore (à ma connaissance) été perdu. Il semblerait que dès à présent nous soyons déjà entrés dans une **époque** de dessèchement, où cette source est, non point tarie certes, mais où l'accès à elle est condamné, par le verdict sans appel du mépris général et par les représailles de la dérision.

Nous voilà approcher du moment, semble-t-il, où sera éradiqué en chacun non seulement le **souvenir** de tout travail proche de la source, du travail "au féminin" (ridiculisé comme "vaseux", "mou", "inconsistant" - ou au bout opposé comme "trivialités", "enfantillages", "baguenaude"...), mais où sera extirpé également ce travail même et ses fruits : celui où sont conçues, s'élaborent et naissent les notions et les visions nouvelles. Ce sera l'époque aussi où l'exercice de notre art sera réduit à d'arides et vaines exhibitions de "poids et haltères" cérébraux, aux surenchères des prouesses pour "craquer" les problèmes au concours ("de difficulté proverbiale") - l'époque d'une hypertrophie "supermacho" fiévreuse et stérile, prenant la suite de plus de trois siècles de renouvellement créateur.

¹⁶Cette expression est citée et commentée dans la note qui vient d'être citée dans la précédente note de b. de p.

3.7 Le respect et la fortitude

Mais à nouveau je digresse, en anticipant sur ce que la réflexion m’a enseigné. J’étais parti d’un double propos, clairement présent en moi dès avant même les débuts de celle-ci : le propos d’une “méditation d’intentions”, et (intimement lié à celui-ci, comme il vient d’apparaître) celui de m’exprimer au sujet : de la nature du travail créateur. Il y avait pourtant un troisième propos encore, moins clairement présent sûrement au niveau conscient, mais répondant à un besoin plus profond et plus essentiel. Il était suscité par ces “interpellations” parfois déconcertantes, me parvenant de mon passé de mathématicien par la voix de ceux qui avaient été mes élèves ou mes amis (ou du moins, de bon nombre d’entre eux). Au niveau épidermique, ce besoin se traduisait par une envie de “vider mon sac”, de dire quelques “vérités désagréables”. Mais plus profondément, sûrement, il y avait le besoin de **faire connaissance** enfin avec un certain passé, que j’avais choisi jusque là d’éluder. C’est de ce besoin-là, avant tout, qu’est issu *Récoltes et Semailles*. Cette longue réflexion a été ma “réponse”, au jour le jour, à cette pulsion de connaissance en moi, et à l’interpellation sans cesse renouvelée qui me venait du monde extérieur, du “monde mathématique” que j’avais quitté sans esprit de retour. Mis à part les toutes premières pages de “Fatuité et Renouveau”, celles qui forment les deux premiers chapitres (“Travail et découverte” et “Le rêve et le Rêveur”), et dès le chapitre qui enchaîne “Naissance de la crainte” (p. 18), avec un “témoignage” qui n’était nullement prévu au programme, c’est ce besoin de faire connaissance de mon passé et de l’assumer pleinement, qui (je crois) a été la force principale en œuvre dans l’écriture de *Récoltes et Semailles*.

L’interpellation qui m’était venue du monde des mathématiciens, et qui revenait sur moi avec une force nouvelle tout au cours de *Récoltes et Semailles* (et surtout, au cours de l’“enquête” poursuivie dans les parties II et IV), avait pris d’emblée le masque de la suffisance, quand ce n’était celui du dédain (“délicatement dosé”), de la dérision ou du mépris, que ce soit vis-à-vis de moi (parfois) ou (surtout) vis-à-vis de ceux qui avaient osé s’inspirer de moi (sans se douter, certes, de ce qui les attendait) et qui étaient “classés” comme ayant partie liée à moi, par quelque décret tacite et implacable. Et à nouveau je vois apparaître ici le lien “évident” et profond”, entre le **respect** (ou l’absence

de respect) pour la personne d'autrui ; celui pour l'acte de création et pour certains de ses fruits les plus délicats et les plus essentiels ; et enfin le respect pour les règles les plus évidentes de l'éthique scientifique : celles qui s'enracinent dans un respect élémentaire de soi et d'autrui et que je serais tenté d'appeler les "règles de décence" dans l'exercice de notre art. Ce sont là autant d'aspects, sûrement, d'un élémentaire et essentiel "respect de soi". Si j'essaie, en une seule formule lapidaire, de faire le bilan de ce que m'a enseigné Récoltes et Semailles au sujet d'un certain monde qui fut le mien, un monde auquel je m'étais identifié pendant plus de vingt ans de ma vie, je dirais : c'est un monde qui a **perdu le respect**¹⁷.

C'était là une chose déjà fortement sentie, sinon formulée, dès les années qui avaient précédé. Elle n'a fait que se confirmer et se préciser, de façon imprévue toujours et parfois stupéfiante, tout au cours de Récoltes et Semailles. Elle est clairement apparente dès le moment déjà où une réflexion de nature "philosophique" et générale devient soudain un témoignage personnel (dans la section "L'étranger bienvenu" (n° 9, p. 18) ouvrant le chapitre déjà cité "Naissance de la crainte").

Cette perception n'apparaît pourtant pas sur le ton de la récrimination acerbe ou amère, mais (par la logique interne de l'écriture et par l'attitude différente que celle-ci suscite) sur celui d'une **interrogation** : quelle a été ma propre part dans cette dégradation, dans cette perte du respect que je constate aujourd'hui ? C'est là l'interrogation principale qui traverse et porte cette première partie de Récoltes et Semailles, jusqu'au moment où elle se résout finalement en une constatation claire et sans équivoque¹⁸. Auparavant, cette dégradation m'était apparue comme "tombée du ciel" soudain, de façon inexplicable et d'autant plus outrageuse, intolérable. Au cours de la réflexion, je découvre qu'elle s'était poursuivie insidieusement, sans que personne sûrement ne la décèle autour de lui ni en lui-même, tout au long des années cinquante et soixante, **y compris dans ma propre personne**.

¹⁷La encore, c'est une formulation qui ne s'applique pas seulement à un certain milieu limité, où j'ai eu ample occasion de voir la chose de près, mais elle me paraît résumer une certaine dégradation dans l'ensemble du monde contemporain. (Comparer avec la note de b. de p. page 1. 19.) Dans le cadre plus limité du bilan d'une "enquête" poursuivie dans Récoltes et Semailles, cette formulation apparaît dans la note du 2 avril dernier, "Le respect" (n° 179).

¹⁸Dans les sections "La mathématique sportive" et "Fin la marge" (n° s 40, 41).

La constatation de cet humble fait, bien évident sûrement et sans apparence, marque un premier tournant crucial dans le témoignage, et un changement qualitatif immédiat¹⁹. C’était là une première chose essentielle que j’avais à apprendre, sur mon passé de mathématicien et sur moi-même. Cette connaissance d’une **part de responsabilité** qui m’incombait dans la dégradation générale (connaissance plus ou moins aiguë suivant les moments de la réflexion) est restée comme une note de fond et comme un rappel, tout au cours de Récoltes et Semailles. Il en a été ainsi, surtout, aux moments où ma réflexion prenait les allures d’une enquête sur les disgrâces et sur les iniquités d’une époque. Conjointement au désir de comprendre, à la curiosité donc qui anime et porte en avant tout vrai travail de découverte, c’est cette humble connaissance (maintes fois oubliée en chemin et refaisant surface malgré tout, là où on s’y attendait le moins...) qui a préservé mon témoignage de jamais virer (je crois) à la récrimination stérile sur l’ingratitude du monde, voire au “règlement de compte” avec certains de ceux qui avaient été mes élèves ou des amis (ou les deux). Cette absence de complaisance vis-à-vis de moi-même m’a donné également ce calme intérieur, ou cette fortitude, qui m’ont préservé des pièges de la complaisance vis-à-vis d’autrui, où ne serait-ce que ceux d’une fausse “discrétion”. Tout ce que je croyais avoir à dire, à un moment ou à un autre de la réflexion, que ce soit sur moi, ou sur tel de mes collègues, ex-élèves ou amis, ou sur un milieu, ou sur une époque, je l’ai dit, sans avoir jamais à bousculer mes réticences. Pour celles-ci, il a suffi à chaque fois que je les examine avec attention, pour qu’elles s’évanouissent sans laisser de traces.

3.8 “Mes proches” - ou la connivence

Ce n’est pas mon propos dans cette lettre de passer en revue tous les “moments forts” (ou tous les “moments sensibles”) dans l’écriture de Récoltes et Semailles, ou dans telle de ses étapes²⁰. Qu’il me suffise de dire qu’il y a eu, dans ce travail, quatre

¹⁹Dès le lendemain, le témoignage s’approfondit en une méditation sur moi-même, et garde cette qualité particulière dans les semaines qui suivent, jusqu’à la fin de ce “premier souffle” de Récoltes et Semailles (avec la section “Le poids d’un passé”, n° 50).

²⁰Tu trouveras une courte rétrospective-bilan, de l’ensemble des trois premières parties de Récoltes et Semailles, dans les deux groupes de notes “Les fruits du soir” (n°s 179-182) et “Découverte d’un passé”

grandes étapes nettement marquées ou quatre “souffles” - comme les souffles d’une respiration, ou comme les vagues successives dans un train de vagues surgit, je ne saurais dire comment, de ces vastes masses muettes, immobiles et mouvantes, sans limites et sans nom, d’une mer inconnue et sans fond qui est “moi”, ou plutôt, d’une mer infiniment plus vaste et plus profonde que ce “moi” qu’elle porte et qu’elle nourrit. Ces “souffles” ou ces “vagues” se sont matérialisées en les quatre parties de Récoltes et Semailles écrites à présent. Chaque vague est venue sans que je l’aie appelée ni moins du monde prévue, et à aucun moment je n’aurais su dire où elle allait me porter ni quand elle prendrait fin. Et quand elle avait pris fin et qu’une nouvelle vague déjà avait pris sa suite, pendant un temps encore je me croyais toujours sur la fin d’une lancée (qui serait aussi, à la fin des fins, la fin de Récoltes et Semailles !), alors que j’étais pourtant soulevé et porté à présent par un autre souffle d’un autre et vaste mouvement. C’est avec le recul seulement que celui-ci apparaît clairement et que se révèle sans équivoque une **structure** dans ce qui avait été vécu comme acte et comme mouvance.

Et sûrement, ce mouvement-là n’a pas pris fin avec mon point final (tout provisoire !) à Récoltes et Semailles, et ne prendra fin non plus avec le point final à cette lettre à toi, laquelle est un des “temps” de ce mouvement. Et il n’est pas né en un jour de juin 1983, ou de février 1984, quand je me suis assis devant ma machine à écrire pour écrire (ou reprendre) une certaine introduction à un certain ouvrage mathématique. Il est né (ou plutôt, il est re-né...), le jour où la méditation est apparue dans ma vie...

Mais à nouveau je digresse, me laissant porter (et emporter...) par les images et associations nées de l’instant, au lieu de m’en tenir sagement au fil d’un “propos”, du prévu. Mon propos aujourd’hui avait été d’enchaîner avec le récit, si succinct soit-il, de la “découverte de l’Enterrement” au mois d’avril dernier, à un moment où depuis deux semaines je croyais avoir terminé Récoltes et Semailles - comment me sont dégringolées dessus en cascade, en l’espace de trois ou quatre semaine à peine, des découvertes les unes plus grosses et plus incroyables que les autres - si grosses et si dingues même que pendant des mois encore, j’ai eu le plus grand mal “à en croire le témoignage de mes saines facultés”, à me libérer d’une insidieuse **incrédulité** devant l’évidence²¹. Cette in-

(n° 183-186).

²¹ J’essaye d’exprimer cette difficulté, par le conte “La robe de l’Empereur de Chine”, dans la note de même

crédulité secrète et tenace n’a fini par se dissiper qu’au mois d’octobre dernier (six mois après la découverte de “l’ Enterrement dans toute sa splendeur”), à la suite de la visite chez moi de mon ami ex-élève (occulte, il est vrai) Pierre Deligne²². Pour la première fois, je me suis vu alors confronté à l’ Enterrement non plus par le truchement de textes, en parlant (en termes certes éloquents !) du débinage, du pillage et du massacre d’une œuvre, et de l’enterrement (en la personne du maître absent) d’un certain style et d’une certaine approche de la mathématique - mais d’une façon cette fois directe et tangible, sous des traits familiers et par une voix bien connue, aux intonations affables et ingénues. L’ Enterrement était là devant moi enfin, “en chair et en os”, sous ces traits affairés et anodins que je reconnaissais bien désormais, mais que pour la première fois je regardais avec des yeux nouveaux, une attention nouvelle. Voici donc se déployer devant moi celui qui, au cours de ma réflexion des mois précédents, s’était révélé comme le Grand Officiant à mes Obsèques solennelles, comme le “Prêtre en chasuble” en même temps que le principal artisan et le principal “bénéficiaire” d’une “opération” sans précédent, héritier occulte d’une œuvre livrée à la dérision et au pillage...

Cette rencontre se place aux débuts de la “troisième vague” dans Récoltes et Semailles, alors que je venais de m’engager dans la longue méditation sur le yin et le yang, à la poursuite d’une évasive et tenace association d’idées. Sur le coup, ce court épisode ne laisse que la trace d’un écho de quelques lignes, en passant. Il marque pourtant un moment important, dont les fruits n’apparaîtront clairement que des mois plus tard.

Il y a eu un deuxième tel moment de confrontation à “L’ Enterrement en chair et en os”. C’était il y a dix jours à peine, et venait relancer une fois encore, “en dernière minute”, une enquête qui n’en finissait pas de repartir sans cesse Cette fois, c’était un simple coup de fil à Jean-Pierre Serre²³. Cette conversation “à bâtons rompus” est venue confirmer de façon saisissante et au delà même de toute attente, ce que (quelques jours avant à peine) je venais de m’expliquer longuement²⁴, et à mon corps défendant quasiment, au sujet du rôle joué par Serre dans mon Enterrement et sur un “secret acquiesce-

nom (n° 77’), et y reviens à nouveau dans la note “Le devoir accompli - ou l’instant de vérité” (n° 163).

²²Je fais le récit de cette visite dans la note que je viens de citer (dans la précédente note de b. de p.).

²³C’est là, à peu de choses près, une citation de la note “Le Fossoyeur - ou la Congrégation toute entière” (n° 97, page 417).

²⁴Dans la partie c. (“Celui entre tous - ou l’acquiescement”) de la même note (n° 173).

ment” en lui à ce qui se passait “juste sous son nez”, sans qu’il fasse mine de rien voir ni rien sentir.

La encore, comme de juste, la conversation était tout ce qu’il y a de “cool” et d’amicale, et visiblement ces dispositions amicales en Serre à mon égard sont aussi tout ce qu’il y a de sincères et véritables. Cela n’empêche que cette fois j’ai pu voir véritablement, ou “toucher” aurais-je envie d’écrire, cet “acquiescement” que je venais de finir par m’admettre : “secret” sans doute (comme j’avais écrit précédemment) mais surtout empressé, comme j’ai pu alors le voir sans possibilité de doute. Un acquiescement empressé et sans réserve, pour que soit enterré ce qui doit être enterré, et pour que, partout où cela s’avère souhaitable et quels que soient les moyens, une paternité réelle (que Serre connaît de première main) et indésirable, soit remplacée par une paternité fictive et bienvenue...²⁵ C’était là une confirmation saisissante d’une intuition apparue une année auparavant déjà, quand j’écrivais²⁶ :

“Vu dans cette lumière²⁷, le principal officiant Deligne apparaît non plus comme celui qui aurait façonné une œuvre à l’image des forces profondes qui déterminent sa propre vie et ses actes, mais plutôt comme **l’instrument** tout désigné (de par son rôle d’ “héritier légitime”²⁸) d’une **volonté collective** d’une cohérence sans failles, s’attachant à l’impossible tâche d’effacer et mon nom et mon style personnel de la mathématique contemporaine.”

Si Deligne m’est apparu alors comme l’ “instrument” tout désigné (en même temps que le premier et principal “bénéficiaire”) d’une “volonté collective d’une cohérence sans failles”, Serre m’apparaît à présent comme **l’incarnation** de cette même volonté

²⁵C’est là, à peu de choses près, une citation de la note “Le Fossoyeur - ou la Congrégation toute entière” (n° 97, page 417).

²⁶Cette citation est extraite de la même note (voir les notes de b. de p. précédente), à la même page 417.

²⁷“A la lumière” de ce propos délibéré, dont il venait d’être question, d’éliminer à tout prix des “paternités indésirables” (voir, “indigestes”, pour reprendre l’expression employée dans le texte cité).

²⁸Ce rôle d’ “héritier” de Deligne est un rôle à la fois occulte (alors que pas une ligne publiée de Deligne ne peut faire soupçonner qu’il puisse avoir appris quelque chose par ma bouche), et en même temps clairement senti et admis par tous. C’est là un des aspects typiques du double-jeu de Deligne et de son “style” particulier, où il a su jouer avec maestria sur cette ambiguïté, et encaisser les avantages de ce rôle tacite d’héritier, tout en désavouant le défunt maître et en prenant la direction d’opérations d’enterrement de vaste envergure.

collective, et comme le garant de son acquiescement sans réserve, un acquiescement à toutes les magouilles et escroqueries innombrables et jusques aux vastes “opérations” de mystification collective et d’appropriation sans vergogne, aussi longtemps que celles-ci concernent à cette “impossible tâche” vis-à-vis de ma modeste et défunte personne, ou vis-à-vis de tel autre²⁹ qui a osé se réclamer de moi et faire figure, envers et contre tous, de “continuateur de Grothendieck”.

C’est un des aspects paradoxaux et déconcertants, parmi de nombreux autres dans l’ Enterrement, que celui-ci soit l’œuvre avant tout, pour ne pas dire exclusivement, de ceux qui avaient été mes amis ou mes élèves, dans un monde où jamais je ne m’étais connu d’ennemis. C’est à ce titre surtout, je crois, que Récoltes et Semailles te concerne plus qu’un autre, et que cette lettre que je suis en train de t’écrire se veut **interpellation** à son tour. Car si tu es mathématicien, et si tu es un de ceux qui furent mes élèves, ou qui furent mes amis, tu n’es sans doute pas étranger à l’ Enterrement, que ce soit par actes ou par connivence, et ne serait-ce que par ton silence vis-à-vis de moi, au sujet d’une chose qui se déroule devant le pas de ta porte. Et si (par extraordinaire) tu accueilles mes humbles paroles et le témoignage qu’elles te portent, plutôt que de rester enfermé derrière tes portes closes et de renvoyer ces messages malvenus, tu apprendras alors, peut-être, que ce qui a été enterré par toi et avec ta participation (active, ou par tacite acquiescement), ce n’est pas seulement l’œuvre d’un autre, fruit et vivant témoignage de mes amours avec la mathématique ; mais qu’à un niveau plus secret encore que cet enterrement (qui jamais ne dit son nom...) et plus profond, c’est une part vivante et essentielle de ton propre être, de ton pouvoir originel de connaître, d’aimer et de créer, qu’il t’a plu d’enterrer par tes propres mains en la personne d’un autre.

Parmi tous mes élèves, Deligne avait occupé une place bien à part, sur laquelle je m’étends longuement au cours de la réflexion³⁰. Il a été, et de très loin, le plus “proche”,

²⁹ Je pense ici à Zoghman Mebkhout, dont il est question pour la première fois dans l’introduction, à (“L’Enterrement”), puis dans la note “Mes orphelins” (n° 46), et dans les notes (écrites ultérieurement, après la découverte de l’Enterrement) “Echec d’un enseignement (2) - ou création et fatuité” et “Un sentiment d’injustice et d’impuissance” (n° s 44’, 44”). Je découvre l’inique opération d’escamotage et d’appropriation de l’œuvre de pionnier de Mebkhout, au fil des onze notes formant le Cortège VII de l’Enterrement, “Le Colloque - ou faisceaux de Mebkhout et Perversité” (n° s 75-80). Une enquête et un récit plus circonstanciés sur cette (quatrième et dernière) “opération” forme la partie la plus étoffée de l’enquête “Les quatre opérations”, sous le nom qui s’imposait “**L’Apothéose**” (notes n° s 171 (i) à 171).

³⁰ Voir surtout, à ce sujet, le groupe des dix-sept notes “Mon ami Pierre” (n°s 60-71) dans RS II.

le seul aussi (élève ou pas) à avoir assimilé intimement et fait sienne³¹ une vaste vision qui était née et avait grandi en moi longtemps déjà avant notre rencontre. Et parmi tous mes amis partageant avec moi une commune passion pour la mathématique, c’était Serre, lequel avait en même temps fait un peu figure d’aîné, qui était le plus proche (et de loin, également), comme celui (notamment) qui pendant une décennie avait joué dans mon travail un rôle unique de “détonateur” pour certains de mes grands investissements, et pour la plupart des grandes idées-force qui ont inspiré ma pensée mathématique au cours des années cinquante et soixante, jusqu’au moment de mon départ. Cette relation très particulière que l’un et l’autre avait à ma personne n’est pas sans liens, certes, avec les moyens exceptionnels de l’un et de l’autre, qui leur a assuré un ascendant vraiment exceptionnel sur les mathématiciens de leur génération, et de celles qui ont suivi. Mis à part ces points communs, les tempéraments et les façons de Serre et de Deligne me paraissent d’ailleurs aussi dissemblables qu’il est possible, aux antipodes l’un de l’autre à bien des égards.

Quoi qu’il en soit, s’il y a eu des mathématiciens qui, à un titre ou à un autre, ont été “proches” de ma personne et de mon œuvre (et, ce qui plus est, connus pour tels), c’est bien Serre et Deligne : l’un, un aîné et une source d’inspiration dans mon œuvre pendant une période cruciale de gestation d’une vision ; l’autre, le plus doué de mes élèves, pour lequel j’ai été à mon tour (et suis resté, Enterrement ou pas...) sa principale (et secrète...) source d’inspiration³². Si un Enterrement s’est mis en branle aux lendemains de mon départ (devenu “décès” en bonne et due forme), et s’est concrétisé en un interminable cortège d’ “opérations” grandes et petites au service d’une même fin, cela n’a pu se faire qu’avec le concours conjugué et étroitement solidaire de l’un et de l’autre, de l’ex-aîné et de l’ex-élève (voir, ex-“disciple”) : l’un prenant la direction discrète et efficace des opérations, tout en sonnant le ralliement de certains de mes élèves³³, en mal de

³¹ Cette “vaste vision”, que Deligne a bel et bien “assimilé intimement et fait sienne”, avait exercé une fascination puissante sur lui, et continue à le fasciner malgré lui, alors qu’une force impérieuse le pousse en même temps à la détruire, à briser sciemment son unité foncière et à s’emparer des morceaux épars. Ainsi, son antagonisme occulte vis-à-vis d’un maître renié et “défunt” est l’expression d’une division en son être, qui a profondément marqué son œuvre après mon départ - œuvre qui est restée très loin en deçà des moyens assez prodigieux que je lui avais connus.

³² Voir à ce sujet la précédente note de b. de p.

³³ Il s’agit ici, très exactement, des cinq autres élèves qui ont choisi comme thème principal (tout comme

massacre du Père (sous l'effigie grotesque et dérisoire d'une pléthorique et bominante **super-nana**) ; et l'autre donnant un "feu vert" sans réserve, inconditionnel et illimité à la poursuite des (quatre) opérations (de débinages, carnage, dépeçage et de partage d'une inépuisable dépouille...).

3.9 Le dépouillement

Comme je l'ai déjà laissé entendre tantôt, il m'a fallu surmonter des résistances intérieures considérables, ou plutôt les faire se résorber par un travail patient, méticuleux et tenace, pour parvenir à me séparer de certaines images familières, solidement assises, d'une inertie considérable, qui depuis des décennies avaient pris chez moi (comme chez tout le monde, et chez toi aussi, sûrement) la place d'une perception directe et nuancée de la réalité - en l'occurrence, de celle d'un certain monde mathématique, auquel je continue à être relié par un passé et par une œuvre. Une des plus fortement ancrées de ces images, ou idées toutes faites, c'est qu'il paraît exclu d'emblée qu'un savant de notoriété internationale, voire, un homme qui fait figure de grand mathématicien, puisse se payer (ne fût-ce qu' à titre exceptionnel, et encore moins comme une chère habitude...) des escroqueries petites ou grandes ; ou s'il s'abstient (par vieille habitude encore) d'y tremper la main lui-même, qu'il puisse néanmoins accueillir à bras ouverts telles opérations "(défiant tout sentiment de décence, par moments)" montées par un autre, et où, pour une raison ou une autre, il trouve son compte.

Cette inertie de l'esprit a été telle chez moi, que c'est il y a moins de deux mois seulement, au terme d'une longue réflexion qui s'était poursuivie déjà pendant une année entière, que j'ai fini par entrevoir timidement que Serre y était peut-être aussi pour quelque chose, dans cet Enterrement - chose qui à présent m'apparaît comme une évidence, indépendamment même de la conversation éloquente que j'ai eue avec lui dernièrement. Comme pour tous les membres du "milieu Bourbaki" qui m'avait accueilli avec bienveillance à mes débuts, et tout particulièrement dans son cas, il y avait pour moi une sorte de "tabou" tacite autour de sa personne. Il représentait l'incarnation même d'une certaine "élégance" - d'une élégance qui ne se limite nullement à la forme,

Deligne) celui de la cohomologie des variétés.

mais qui inclut aussi une rigueur, une probité scrupuleuse.

Avant que je ne découvre l'Enterrement, le 19 avril l'an dernier, l'idée ne me serait pas venue, même en rêve, qu'un de ceux qui avaient été mes élèves soit capable, d'une malhonnêteté dans l'exercice de son métier, que ce soit vis-à-vis de moi ou de quiconque ; et c'est pour le plus brillant d'entre eux, celui aussi qui avait été le plus proche de moi, qu'une telle supposition m'aurait semblé la plus aberrante ! Pourtant, dès le moment déjà de mon départ et tout au long des années qui ont suivi et jusqu'à aujourd'hui même, j'avais eu ample occasion de me rendre compte à quel point sa relation à moi était divisée. Plus d'une fois, aussi, je l'ai vu user (pour le seul plaisir, aurait-on dit) du pouvoir de décourager et d'humilier, quand l'occasion était propice. J'en ai été à chaque fois profondément affecté (plus, sans doute, que je n'aurais voulu me l'admettre...). C'étaient là des signes bien assez éloquentes d'un dérèglement profond, lequel (j'avais eu ample occasion de le constater) n'était nullement limité à sa seule personne, même dans le cercle des plus limités de ceux qui avaient été mes élèves. Un tel dérèglement, par la perte du respect de la personne d'autrui, n'est pas moins flagrant et moins profond, que celui qui se manifeste par ce qu'on appelle une "malhonnêteté professionnelle". N'empêche que la découverte d'une telle malhonnêteté est venue pour moi comme une surprise totale et comme un choc.

Dans les semaines qui ont suivi cette révélation époustouflante, suivie par toute une "cascade" d'autres de la même eau, je me suis d'ailleurs rendu compte peu à peu qu'un certain magouillage, parmi certains de mes élèves ³⁴, avait commencé déjà dès les années qui ont précédé mon départ. Cela a été particulièrement flagrant, justement, chez le plus brillant d'entre eux - celui, après mon départ, qui a donné le ton et (comme j'écrivais tantôt) "pris la direction discrète et efficace des opérations". Avec le recul de près de vingt ans, ce magouillage m'apparaît à présent comme une évidence, il "crevait les yeux". Si j'ai alors choisi de fermer les yeux sur ce qui se passait, tout à la poursuite de la "baleine blanche" dans un monde "où tout n'est qu'ordre et beauté" (comme il me plaisait à me l'imaginer), je constate aujourd'hui que je n'ai pas su assumer alors la responsabilité qui m'incombait, vis-à-vis d'élèves apprenant à mon contact un métier que j'aime ; un métier qui est autre chose encore qu'un simple savoir-faire, ou le développe-

³⁴Voir la précédente note de b. de p .

ment d'un certain "flair". Par une complaisance vis-à-vis d'élèves brillants, qu'il m'a plu (par décret tacite) de traiter en "êtres à part" et au dessus de tout soupçon, j'ai contribué alors ma part³⁵ à l'éclosion de la corruption (sans précédent, me semble-t-il) que je vois s'étaler aujourd'hui dans un monde et parmi des êtres qui m'avaient été chers.

Certes, vue leur inertie immense, il a fallu un travail intense et soutenu pour me séparer de ce qu'on a coutume d'appeler des "illusions" (non sans quelque intonation de regret...), et que j'appellerais plutôt des idées toutes faites ; sur moi-même, sur un milieu auquel je m'étais identifié naguère, sur des personnes que j'ai aimées et que peut-être j'aime encore - me "séparer" de ces idées, ou plutôt, les laisser se détacher de moi. Cela a été un travail, ça oui, mais jamais une lutte - un travail qui m'a apporté, parmi beaucoup d'autres choses de prix, des moments de tristesse parfois, mais jamais un moment de regret ni d'amertume. L'amertume est un des moyens d'éluder une connaissance, d'éluder le message d'un vécu; de se maintenir dans une certaine illusion tenace sur soi-même, au prix d'une autre "illusion" (en négatif, en quelque sorte) sur le monde et sur autrui.

C'est sans amertume et sans regret que je vois se détacher de moi une à une, comme autant de poids encombrants voire écrasants, ces idées toutes faites qui m'avaient été "chères", par vieille habitude et parce qu'elles étaient par la "depuis toujours". Elles étaient devenues, c'est sûr, comme une seconde nature. Mais cette "seconde nature" n'est pas "moi". De m'en séparer morceau par morceau n'est pas un déchirement ni même une frustration, de celui qui se verrait dépouillé de choses qui ont pour lui du prix. Le "dépouillement" dont je parle vient comme la récompense et le fruit d'un travail. Son signe est un soulagement immédiat et bienfaisant, une libération bienvenue.

³⁵Cette "contribution"- là apparaît notamment dans la note "L'être à part" (n°67'), ainsi que dans les deux notes "L'ascension" et "L'ambiguïté" (n°s63', 63''), et à nouveau (dans un éclairage un peu différent) à la fin de la note "L'éviction" (n°169). Un autre type de "contribution" apparaît dans "Fatuité et Renouvement", avec des attitudes de fatuité vis-à-vis de jeunes mathématiciens moins brillamment doués. Cette prise de conscience d'une part de responsabilité dans une dégradation générale culmine dans la section "La mathématique sportive" (n°40).

3.10 Quatre vagues dans un mouvement

Comme de juste, cette lettre ne ressemble pas du tout à ce que j'avais prévu en m'y mettant. Je pensais surtout y faire un petit "topo" sur l'Enterrement : voilà ce qui s'est passé dans les grandes lignes, tu me croiras ou pas (moi-même j'ai eu du mal à le croire...), mais c'est bien ça pourtant, indubitable, même, que cela te plaise ou non, publications noir sur blanc tel périodique ou tel livre, telle date telle page, il n'y a qu'à regarder - d'ailleurs tout est dévissé par le menu dans Récoltes et Semailles ; voir "Quatre Opérations" telles notes - à prendre ou à laisser ! Et si tu préfères t'abstenir de me lire, d'autres s'en chargeront bien à ta place...

Finalement il n'y a rien eu de tout ça - et pourtant cette lettre en est déjà au cap des trente pages, alors que j'en prévoyais cinq ou six en tout et pour tout. Sans même que j' aie fait exprès, ce sont les choses essentielles que j'ai été amené à te dire, au fil des pages, alors que ce "sac" que j'avais été si impatient de vider (là bien en évidence pour le coup, aux premières pages !) il n'est toujours pas déballé ! Ça ne me chatouille même plus dans les doigts, l'envie s'est dissipée en chemin. J'ai compris que ce n'était pas ici le lieu...

A vrai dire, la partie IV de Récoltes et Semailles (et la plus longue de toutes), ayant nom "L'Enterrement (3)" ou "Les Quatre Opérations", est issue d'une "note" prévue initialement comme "un petit topo" justement, pour résumer dans les grandes lignes ce que m'avait révélé l'enquête-à-surprise (et en coup de vent) de l'année dernière, poursuivie dans la partie II ("L'Enterrement (1)", ou "La robe de l'Empereur de Chine"). Je pensais qu'il y en aurait pour une "note" de cinq ou dix pages, pas plus. Finalement, de fil en aiguille, cela a fait repartir l'enquête, il y en a eu pour près de quatre cents pages - près du double de la partie dont j'étais censé faire un résumé ou tirer un bilan ! Ça fait donc qu'il manque toujours le petit topo en question, alors que dans les six cents pages de Récoltes et Semailles sont consacrées à l'enquête sur l'Enterrement. C'est un peu idiot, c'est vrai. Mais il sera toujours temps de le rajouter dans une troisième partie à l'Introduction (qui n'en est plus à dix ou vingt pages près), avant de confier mes notes à un imprimeur.

Les cinq parties de Récoltes et Semailles (dont la dernière n'est pas terminée en-

core, et ne le sera sans doute pas avant quelques mois) représentent une alternance de (trois) vagues-”méditation” et de (deux) vagues”enquête”. Il y a là comme un reflet, en raccourci, de ma vie de ces dernières neuf années, qui a consisté en une alternance, elle aussi, de ”vagues” surgies des deux passions qui aujourd’hui dominent ma vie, la passion de la méditation et la passion mathématique. Et à vrai dire, les deux parties (ou ”vagues”) de Récoltes et