◊(Le théorème de bidualité de Mebkhout constitue en quelque sorte "la moitié" du théorème du bon Dieu (pour les $\mathscr{D}^\infty$-Modules), quand celui-ci est pris sous sa forme la plus forte, celle affirmant que les foncteurs (8) sont quasi-inverses l'un de l'autre. C'est là le résultat central de la thèse de Mebkhout, soumise en janvier 1980. Mais cette "moitié", à elle seule, est déjà un résultat nouveau et (pour autant que je sache) entièrement inattendu. Il constitue un résultat typique, faisant le pont entre les idées de Sato et les miennes, mais dans l'optique de mon programme de longue date : formuler par voie "continue" ou "différentielle" (et dans l'optique des catégories dérivées), les "coefficients discrets". A ce titre, il me semble que ce résultat échappe totalement, par son esprit et par son inspiration, à la problématique de l'école japonaise d'analyse. Le théorème de constructibilité de Kashiwara semble y avoir représenté un "à côté", et nullement le point de départ d'une nouvelle théorie des coefficients. Comme les publications pour la période entre 1976 et 1980 en font foi sans possibilité de doute, Mebkhout a été le seul alors à développer une telle philosophie.

Mebkhout avait parlé de ses résultats à Kashiwara, de passage à Paris, en janvier 1978, alors qu'il venait de terminer la rédaction de sa thèse. A la demande de Kashiwara, le candide Mebkhout, tout content d'avoir enfin trouvé quelqu'un qui ait l'air intéressé par ce qu'il a à dire, lui envoyé à Princeton le chapitre III tout chaud - celui où se trouve entre autres le théorème dit "de bidualité". C'était en février 1978. Trois ans plus tard, ce même résultat figure (avec un faire semblant de démonstration) dans un célèbre article de Kashiwara-Kawai[693](*). Il est rebaptisé "reconstruction theorem" pour la circonstance, et sans la moindre allusion à un certain Zoghman Mebkhout. C'était d'ailleurs aussi la mémorable année du Colloque Pervers - l'année glorieuse où un certain "nouveau style"[694](**) a conquis de haute main (et sans rencontrer la moindre résistance…), cette partie de la mathématique, entre toutes, où j'avais coutume naguère de me sentir chez moi …

(c) La cinquième photo (en "pro") ◊(21 mai) Le "théorème de bidualité" (9) est de 1977. Pour prouver l'autre moitié du "théorème du bon Dieu" pour les $\mathscr{D}^\infty$-Modules, qui revenait dès lors à prouver que le foncteur δ_∞ est essentiellement surjectif, une première difficulté était de prouver que pour F dans $\underline{Cons}^*$, et en définissant le complexe de $\mathscr{D}^\infty$-Modules $C = \Delta_\infty(F)$ par la première formule (8), que celui-ci pouvait s'obtenir via le foncteur i, au moins localement sur X, à l'aide d'un complexe de $\mathscr{D}$-Modules (holonome, régulier). A priori, selon les idées de Mebkhout (i.e. suivant le double théorème du bon Dieu, impliquant que le foncteur i dans (5) est une équivalence), ce dernier devait être unique à quasi-isomorphisme unique près.

Je n'ai pas essayé de comprendre comment Mebkhout s'est finalement débrouillé dans sa thèse pour construire ce $\mathscr{D}$-Module. Il me semble que la situation doit se clarifier, ici, en utilisant l'idée de Deligne du faisceau procohérent associé à un faisceau de $\mathbb{C}$-vectoriels constructible F[695](*). Cette idée avait été développée par lui dans le contexte des variétés **algébriques** sur X, mais doit pouvoir s'adapter mutatis mutandis au cas analytique, à condition peut-être de travailler "localement" sur X, ou sur chaque compact de X. Le faisceau procohérent associé à F, qui est donc (tout au moins sur chaque compact K de X) un système projectif (F_i) de faisceaux cohérents (définis au voisinage de K), peut se définir très simplement comme le faisceau qui

[693](*) M. Kashiwara, T. Kawai, On holonomic Systems of micro-differential équations, III Systems with regular singularities, Publ. RIMS 17, 813-979 (1981). Le "reconstruction theorem" pillé chez Mebkhout se trouve au par. 4 de ce long travail (reçu en novembre 1980). Le résultat principal du travail est une variante affaiblie du fait que le foncteur i dans (5) est une équivalence de catégories. C'est donc là un corollaire immédiat de la théorie (géométrique) de Mebkhout, conséquence que ces auteurs obtiennent par des voies analytiques (indépendamment de Mebkhout). Voir pour des précisions la sous-note "La maffi a" n° 171 (ii), partie (b) : "Premiers ennuis - ou les caïds d'outre-Pacifi que".

[694](**) Voir, au sujet de ce "nouveau style" (dont Kashiwara et Hotta sont d'éminents émules d'outre-Pacifi que) la note "Les félicitations - ou : le nouveau style" (n° 169_9).

[695](*) Il s'agit de l'idée qu'il avait développée dans son séminaire à l'IHES de 1969-70, puis laissée pour compte. Voir à ce sujet la sous-note "… et entrave" (n° 171 (viii)).