

de la mathématique "marchait" également quand je me sentais attiré, inspiré par une question que d'autres avaient posée quand, en somme, ça avait "fait tilt" et que la question du même coup était devenue "mienne". Si j'essayais de faire une liste plus ou moins exhaustive de tels cas, je soupçonne que celle-ci serait assez longue. A vue de nez, il y a quatre telles situations qui me semblent "sortir du tas" par leur portée<sup>104</sup>(\*\*\*). Dans les quatre cas, le théorème hypothétique a fini par être prouvé, pour l'essentiel, par l'approche "de la mer qui monte", submergé et dissous par quelque plus ou moins vaste théorie, allant bien au delà des résultats qu'il était d'abord question d'établir. J'ai d'ailleurs pu constater que les idées, notions, formules, méthodes que j'avais développées dans ces situations (ou dans d'autres également), sont depuis longtemps entrées dans le domaine du "bien connu" mathématique, que "tout le monde" connaît et utilise à gogo, sans se soucier de leur origine<sup>105</sup>(\*).

### 18.2.6.5. (e) Les neufs mois et la mer qui monte

**Note** 123 (9 novembre) Il y a un autre point commun aux quatre cas évoqués hier, de questions ouvertes qui se sont trouvées résolues (ou plutôt, "dissoutes") par "l'approche de la mer qui monte". C'est le rôle joué par **J.P. Serre** dans chacun de ces quatre cas. Cela a été avant tout un rôle de "détonateur", pour me faire "démarrer" sur ces questions, pour reprendre les expressions d'une note de bas de page dans l' Introduction mentionnant ce rôle (voir "La fin d'un secret", section 8 de l' Introduction). En fait (comme je le constate alors) il apparaît que Serre a joué un tel rôle dans la genèse des principales idées-force et des grandes tâches que j'ai développées entre 1955 et 1970, c'est-à-dire entre le moment où j'ai quitté l'analyse fonctionnelle pour la géométrie, et celui de mon départ du monde mathématique.

Je pourrais dire, en exagérant à peine, qu'entre le début des années cinquante jusque vers l'année 1966, donc pendant une quinzaine d'année, tout ce que j'ai appris en "géométrie" (dans un sens très large, englobant la géométrie algébrique ou analytique, la topologie et l'arithmétique), je l'ai appris par Serre, quand je ne l'ai pas appris par moi-même dans mon travail mathématique. C'est en 1952 je crois, quand Serre est venu à Nancy (où je suis resté jusqu'en 1953), qu'il a commencé à devenir pour moi un interlocuteur privilégié - et pendant des années, il a été même mon **seul** interlocuteur pour les thèmes se plaçant en dehors de l'analyse fonctionnelle. La première chose je crois dont il m'ait parlé c'était les Tor et les Ext, dont je me faisais un monde et pourtant, regarde donc, simple comme bonjour. . . , et la magie des résolutions injectives et projectives et des foncteurs dérivés et satellites, à un moment où le "diplodocus" de Cartan-Eilenberg n'était pas publié encore. Ce qui m'avait attiré vers la cohomologie dès ce moment, c'étaient les "théorèmes A et B" qu'il venait de développer avec Cartan, sur les espaces analytiques de Stein - j'en avais déjà entendu parler je crois, mais c'est par un

<sup>104</sup>(\*\*\*) Les questions auxquelles je pense ici sont, par ordre chronologique de leur solution, les suivantes :

1. Validité de la formule de Riemann-Roch-Hirzebruch en caractéristique quelconque.
2. Structure du groupe fondamental "premier à la caractéristique" d'une courbe algébrique sur un corps algébriquement clos de caractéristique quelconque.
3. Rationalité des fonctions  $L$  des schémas de type  $f_i$   $n_i$  sur un corps  $f_i$   $n_i$  (qui constitue une partie des "conjectures de Weil", et un pas important vers la démonstration de ces conjectures, achevée par Deligne).
4. Réduction semi-stable des variétés abéliennes définies sur le corps des fractions d'un anneau de valuation discrète.

<sup>105</sup>(\*) J'ai moi-même souvent pratiqué cette insouciance sur l'origine du "bien connu" que j'utilisais, sauf dans les cas cependant où je connaissais de première main cette origine, pour avoir plus ou moins assisté à la naissance, ou quand j'étais moi-même le père. Comme j'ai pu le constater maintes fois au cours des années écoulées et surtout, au cours de ma réflexion sur l'Enterrement, cette délicatesse élémentaire a souvent fait défaut à certains de ceux qui furent mes élèves ou des proches amis dans le monde mathématique, même quand il s'est agi de choses qu'ils ont apprises de nul autre que moi, et dont ils connaissent l'origine sans possibilité d'un doute. Voir à ce sujet la réflexion dans la note "Le Fossoyeur - ou la Congrégation toute entière", n ° 97.