où X est un espace analytique complexe lisse. Comme on a dit dans la note "L'oeuvre..." (n° 171 (ii)), c'est là un foncteur de nature profonde, qui se définit comme quasi-inverse du foncteur restriction du foncteur de De Rham DR à la sous-catégorie pleine $DRM^*(X)$ (des "coefficients de De Rham-Mebkhout" sur X) de $\underline{Cris}^*_{coh}(X)$,

$$m = DR|DRM^*(X) \,:\, DRM^*(X) \overset{\text{dfn}}{=} \underline{Cris}^*(X)_{\text{hol rég}} \longrightarrow \underline{Cons}^*(X, \mathbb{C}) \tag{2}$$

lequel se trouve être une équivalence ("théorème du bon Dieu"). En fait, Mebkhout obtient une description directe remarquable du fonction M_∞, déduit du foncteur M par le foncteur i "extension des scalaires" par l'homomorphisme d' Anneaux

$$\mathscr{D}_X \longrightarrow \mathscr{D}_X^\infty \tag{3}$$

où $\mathscr{D}_X^\infty$ (ou $\mathscr{D}_X^\infty$) désigne l' Anneau des "opérateurs différentiels d'ordre infini sur X", i.e. (par définition) celui des ($\mathbb{C}$-endomorphismes du faisceau $\underline{O}_X$, vu comme faisceau d'espaces vectoriels topologiques complexes. Il est connu que $\mathscr{D}^\infty$ est fidèlement plat à gauche et à droite sur $\mathscr{D}$, de sorte que le foncteur dérivé total du foncteur extension d' Anneaux

$$i \,:\, \underline{Cris}^*(X) = D(X, \mathscr{D}) \longrightarrow D(X, \mathscr{D}) \longrightarrow D(X, \mathscr{D}^\infty) \overset{\text{dfn}}{=} \underline{Cris}_\infty(X) \tag{4}$$

s'explicite par un produit tensoriel ordinaire. Signalons qu'on ne sait pas si l' Anneau $\mathscr{D}^\infty$ est cohérent, mais apparemment on s'en passe. On définit la sous-catégorie pleine

$$\underline{Cris}^*_\infty(X)_{hol} \hookrightarrow \underline{Cris}^*_\infty(X)$$

des complexes de $\mathscr{D}$-Modules qui sont "holonomes", par la condition de se déduire localement (par le foncteur i) d'un complexe de $\mathscr{D}$-Modules C qui est holonome. (Il résultera du double théorème du bon Dieu, rappelé ci-dessous, qu'on peut alors prendre même C à la fois holonome et régulier, i.e. un "coefficient de ◇(De Rham - Mebkhout", et cela détermine C sur tout X à isomorphisme unique près...) On considère le foncteur $M_\infty = i\ M$, s'insérant dans le diagramme commutatif

$$\begin{tikzcd}
 & \underline{Cons}^*(X, C) \arrow[dl, "M"'] \arrow[dr, "M_\infty"] & \\
DRM^*(X) \arrow[rr, "i"] & & \underline{Cris}^*_\infty(X)_{\text{hol}} .
\end{tikzcd} \tag{5}$$

$$= \underline{Cris}^*(X)_{\text{hol rég}}$$

Il se trouve (ou plutôt, l'ouvrier inconnu prouve...) que le foncteur M_∞ est lui aussi une équivalence de catégories (donc i également). On peut l'obtenir aussi comme quasi-inverse du foncteur m_∞, du type "De Rham" analogue à m, défini sur $\underline{Cris}^*_\infty(X)_{hol}$. Pour décrire le foncteur M_∞, il est plus commode de décrire le contrafoncteur

$$\Delta_\infty \overset{\text{dfn}}{=} M_\infty D = D_\infty M_\infty = i(MD) = i(DM)\,, \tag{6}$$

où D désigne le foncteur dualisant déjà mentionné, dans $\underline{Cons}^*$ ou DRM^*, et D_∞, le foncteur dualisant similaire qui existe dans $\underline{Cris}^*_\infty(X)_{hol}$, (et même dans $\underline{Cris}^*_{\infty\, coh}(X)$). (NB Les trois foncteurs qui interviennent dans (5) commutent aux foncteurs dualisants.) Le quasi-inverse δ_∞ de Δ_∞ est donc donné par la formule