Les trois "chantiers" (ou maisons, ou outils...) à l'abandon, que je viens de passer en revue, concernent plus un **langage algébrique** commun, pour exprimer des situations géométriques les plus diverses, que telle situation géométrique particulière, telle la cohomologie des variétés algébriques. Si dans le deuxième chantier, celui que j'appelle "algèbre topologique", il m'arrive de côtoyer des questions sans doute profondes (comme telles questions liées aux groupes d'homotopie des sphères), c'est par accident, et non par propos délibéré. Ma principale motivation, là encore, a été et reste celle de développer les outils algébriques d'une généralité et d'une souplesse suffisantes, pour le développement de cette **géométrie arithmétique** encore dans sa prime enfance, que j'ai passé quinze longues et bonnes années de ma vie à porter, à mettre au monde et à nourrir, à partir de l'embryon qu'étaient les conjectures de Weil. C'est en cette géométrie que se trouve la substance géométrique proprement dite, qui pendant toutes ces années a été au coeur vraiment de mes amours avec la mathématique, et le reste aujourd'hui encore. C'est de cette substance qu'il sera question maintenant dans les trois thèmes "parmi les plus brûlants", qu'il me reste encore à passer en revue.

Chantier 4 : "Problème des coefficients". Ce problème était en germe déjà dans la formulation même des conjectures de Weil[993](**). Il a été au centre de mon intérêt en cohomologie, tout au long des années soixante. Il était clairement posé, avec toute la généralité et toute la précision nécessaire, pour les types principaux de coefficients alors entrevus[994](***). Je m'exprime au sujet de cette problématique, visiblement cruciale ◇ pour une compréhension de la cohomologie des variétés algébriques, dès le premier retour sur mon oeuvre et l'acte de respect qu'est la note "Mes orphelins" (n° 46), et je reviens sur ce sujet dans la note "La mélodie au tombeau - ou la suffisance" (n° 167). Deux fils conducteurs essentiels : d'une part le formalisme des six opérations et de la bidualité, dont il vient d'être question. D'autre part, le besoin de trouver des généralisations adéquates, au dessus d'un schéma de base plus ou moins général, des types de "coefficients" déjà connus au dessus d'un corps de base, lesquels interviennent (fût-ce seulement tacitement) dans la description des foncteurs cohomologiques déjà connus sur la catégorie des schémas projectifs et lisses sur ce corps : cohomologie ℓ-adique, cristalline, de De Rham, ou enfin (quand $k = \mathbb{C}$, corps des complexes) cohomologie de Betti ou de Hodge.

Je ne pense pas qu'il soit excessif de dire que cette problématique contient en germe[995](*), aussi bien la "théorie de Hodge-Deligne" "en pleine maturité" qui attend toujours de poindre, que la "théorie des coefficients de De Rham-Mebkhout" qui elle aussi attend[996](**) ; et c'est pour une seule et même raison que l'une et l'autre

---

[993](**) voir à ce sujet le début de la note "Les manoeuvres" (n° 169), où je commente sur la problématique initiale des conjectures de Weil. (29 mai) Ce début s'est autonomisé en une note "Le contexte "conjectures de Weil"" (n° 169 (i)).

[994](***) Il ne semble pas qu'il soit apparu des "types de coeffi cients" d'un type nouveau, par rapport à ceux que je prévoyais dès la deuxième moitié des années soixante.

[995](*) En faisant cette constatation, je n'entends nullement minimiser l'originalité ni l'importance des contributions en question de Deligne et de Mebkhout, pas plus que je ne pense diminuer l'originalité et l'importance de mon propre apport dans la naissance et l'élan initial de la géométrie arithmétique, en constatant que celle-ci "était déjà en germe" dans les conjectures de Weil.

[996](**) On peut dire, a peu de choses près, que les contributions en question de Deligne d'abord (vers 1969) et de Mebkhout ensuite (après 1975) répondent au problème de défi nir des "coeffi cients de De Rham" convenables (qui permettraient d'insérer la cohomologie de De Rham ordinaire des schémas lisses, dans un formalisme des six variances), dans deux directions très différentes. Deligne défi nit une "bonne" catégorie de coeffi cients au dessus du schéma $spec(\mathbb{C})$ seulement, et les foncteurs $Rf_!$, Rf_* dans le cas du morphisme structural $X \to Spec(\mathbb{C})$ d'un schéma séparé de typé fi ni sur $\mathbb{C}$, et pour des coeffi cients constants (hélas !) sur X. Mebkhout défi nit une "bonne" catégorie de coeffi cients, valable en principe pour tout X séparé de type fi ni sur un corps de caractéristique nulle K - mais il ne pousse pas jusqu'à défi nir des foncteurs Rf et Rf_* pour un morphisme $f : X \to Y$ de tels schémas sur K, et à développer un théorème de dualité pour $Rf_!$, et $Lf^!$ (sauf pour $Y = Spec(K)$ - et encore, seulement dans le contexte transcendant, sans doute nettement plus diffi cile, des variétés analytiques complexes). Une autre limitation de la théorie développée jusqu'à présent par Mebkhout (dans une ambiance on ne peut plus décourageante, il faut dire), c'est qu'elle n'est faite à présent que pour X lisse (faute, je présume, d'utiliser systématiquement le point de vue cristallin, qui fournit un substitut satisfaisant au faisceau d'anneaux des opérateurs différentiels, tellement commode dans le cas lisse).

Pour des chantiers désolés, ce sont là des chantiers désolés ! ils disent éloquemment la désaffection systématique de mes