quinze ans laissé libre jeu à la créativité qui est en eux tout comme elle est en moi, sûrement les théories des coefficients cristallins, de De Rham-Mebkhout et de Hodge-Deligne, avec celle du "foncteur mystérieux" à la clef, seraient depuis belle lurette arrivés au "stade pleinement adulte" du formalisme des six opérations. Et même (je le soupçonne depuis une semaine ou deux…), le grand rêve de celui qui fut leur maître, ce "**motif**" fait pour être mélodie et devenu (entre ces mêmes mains) fief, magot et "vague squelette", se serait lui aussi incarné déjà dans une vaste symphonie (nullement "conjecturale" mais "pleinement adulte" elle aussi), et serait dès aujourd'hui le **patrimoine de tous**.

(d) Les double-sens - ou l'art de l'arnaque

Note 169_7 (19 mars) Mais il me faut revenir aux "virevoltes" de mon ami Pierre Deligne, dans sa présentation de la fameuse "Formule des traces". Chose remarquable, il ne précise nulle part que pour l'application aux conjectures de Weil proprement dites (qui étaient sans doute visées en tout premier lieu, sinon exclusivement, du point de vue pratique), il n'y a nul besoin d'une formule et d'une démonstration sophistiquée - la formule de Lefschetz "ordinaire" (version étale) suffit[514](*). Et ce n'est bien sûr pas un hasard que ce soit justement l'exposé sur la classe de cohomologie associée à un cycle qu'il a choisi d' "emprunter" à SGA 5, pour l'incorporer à son digest sans autre forme de procès - l'exposé justement qui contient l'ingrédient-clef (à part la dualité de Poincaré "ordinaire", version étale) pour établir la formule de Lefschetz "ordinaire" en quatre coups de cuiller à pot. On se dit, du coup, qu'il aurait bien pu se dispenser d'inclure ce "Rapport" ni chair ni poisson, qui établit une formule des traces pour le seul endomorphisme de Frobenius (tout en cachant obstinément au lecteur qu'il pourrait en trouver ailleurs (!) de nettement plus générales, et toutes aussi "explicites"). S'il a pourtant pris la peine de rédiger ce "Rapport", c'est sans doute pour deux raisons liées. D'une part, il était bien clair dès les années soixante que les conjectures de Weil, convenablement réformulées en termes de "poids", gardaient un sens pour des variétés singulières et pour des "coefficients" non constants. Il est vrai qu'on peut dès lors les formuler en termes entièrement géométriques, sans référence explicite au formalisme des fonctions L. C'est bien ce qui est fait, il me semble dans l'article de Deligne "La Conjecture de Weil II" (où il n'est bien sûr fait aucune allusion à un rôle que j'aurais joué pour dégager l'énoncé principal qu'il y prouve). Mais néanmoins l'interprétation arithmétique (en termes de fonctions L "à coefficients") d'opérations géométrico-cohomologiques allait sûrement avoir un rôle à jouer, où la formule des fonctions L **générale**, sous la forme où je l'avais développée, allait prendre une place cruciale. Dans une optique à long terme, il fallait donc fournir une référence dans le volume baptisé "SGA $4\,\frac{1}{2}$". En même temps, alors qu'il était devenu évident que les formules de traces générales(style Lefschetz-Verdier) forment un ingrédient important de la panoplie cohomologique, cela contribuait à l'illusion que ce volume (comme il l'annonce) présente bien un arsenal cohomologique essentiellement complet, pour les besoins de l' "utilisateur non expert" de cohomologie ℓ-adique.

Il me reste à passer en revue les trois passages qui restent, parmi les quatre dans "SGA $4\,\frac{1}{2}$" qui font mine de donner des précisions historiques au sujet de la formule des traces. Je les citerai dans l'ordre où elles se suivent dans le volume. Les deux premiers se trouvent tout au début du volume (page 1 de l' Introduction, et page 2 du "Fil d' Ariane"), et sont visiblement destinés à "annoncer la couleur". Ce sont sûrement les plus lus aussi. Le troisième est la courte introduction au chapitre "Rapport sur la formule des traces". (Le quatrième

---

[514](*) (25 avril) Il est possible que je fasse erreur ici, faute d'avoir vraiment pris connaissance encore de la démonstration par Deligne de la dernière partie des conjectures de Weil, concernant les valeurs absolues des valeurs propres de Frobenius. Il semblerait que l'utilisation des pinceaux de Lefschetz le conduise à introduire des fonctions L plus générales que la fonctions ζ (i.e. la fonction L "ordinaire").