

coefficients quelconques et des "correspondances cohomologiques" (à eux de les définir ad hoc !) quelconques également, sur une variété compacte (pardon, propre)<sup>501</sup> quelconque, chacun y serait arrivé infailliblement, en y mettant quelques heures ou jours, ou au besoin quelques semaines<sup>501</sup>(\*). Une fois que le problème est posé (fut-ce de façon encore floue, alors que les termes principaux attendent encore d'être définis...) et vu, de le "**résoudre**" (en l'occurrence, trouver la bonne formulation, suggérée par le formalisme cohomologique existant) devient une question "**de routine**" (ce que Weil appelle, dans le même sens je crois, un "exercice"). Ce "travail de routine" met en jeu du flair, un minimum d'intelligence et d'imagination c'est sûr, mais (comme je l'ai écrit plus d'une fois) ce sont alors "les choses elles-mêmes qui nous dictent" comment les aborder, pour peu seulement que nous sachions les écouter. (Et si nous ne savons pas écouter les choses mathématiques, nous aurions mieux fait de choisir un autre métier...) Ce n'est pas dans ce travail-là que se place l'**étincelle** dont je veux parler, qui fait jaillir la chose nouvelle<sup>502</sup>(\*\*).

Le moment créateur, l'étincelle qui déclenche un processus de découverte, a été ici celui où le **problème a été vu**, et de plus, "**assumé**" - quand le propos est né de **regarder** vraiment, **d'aller jusqu'au bout** pour en avoir le cœur net, pour "voir" **quel** est exactement **le** "vrai" domaine de validité de cette formule de Lefschetz, dont tout le monde prétendait qu'elle était "comprise". Ce qui a fait jaillir l'étincelle, ce n'est pas une "virtuosité" ou une "puissance" (au sens habituel d'une puissance cérébrale, pour maîtriser des techniques difficiles ou mémoriser des situations imbriquées...). C'est une **innocence** : tout le monde croit avoir compris la formule de Lefschetz, mais moi, pauvre de moi, je n'ai pas l'impression encore de comprendre, et je voudrais bien en avoir le cœur net de ce qui en est ! Dans un cas comme celui-ci, une fois qu'on s'est mis en marche, **c'est gagné** : les choses nous soufflent ce qu'il y a à faire, et on le fait. Aller "jusqu'au bout", ça peut signifier dans un cas, prouver "le" bon théorème (en termes, dans le cas d'espèce, d'un formalisme déjà existant - que ce formalisme lui-même soit "établi" ou qu'il "reste conjectural" est ici irrelevant). Dans un autre cas, cela peut <sup>503</sup>signifier : dégager "la" bonne conjecture<sup>503</sup>(\*) ; et que celle-ci souvent soit elle-même provisoire, qu'elle se révélera peut-être fausse ou insuffisante, et qu'il faudra la rajuster ou l'élargir, est également accessoire. Cette conjecture est une des étapes sur le chemin d'une connaissance collective plus profonde des choses (en l'occurrence, des choses mathématiques), une étape dont on ne pouvait faire l'économie<sup>504</sup>(\*\*).

Profondeur et fécondité sont des qualités étroitement liées - celle-ci m'apparaît comme le signe tangible de celle-là. Le tout premier signe de la fécondité de la formule découverte par Verdier est venu l'année même (si ce n'est dans les jours ou semaines qui ont suivi, je ne saurais plus le dire) : cette formule a été **la** principale motivation, m'amenant à écrire une formule cohomologique des fonctions  $L$  "**à coefficients**" dans un faisceau  $\ell$ -adique quelconque. Le fait que **techniquement**, je n'aie eu à faire aucun usage de la formule de Lefschetz-Verdier, est ici irrelevant. Ce qui est sûr, c'est que sans cette formule comme fil conducteur, ou plutôt : qui

<sup>501</sup>(\*) Bien sûr, je suppose ici que la personne en question ait bien "accroché" au problème posé, donc que le "sentiment" que j'en aurais eu (sans quoi je ne l'aurais pas proposé !) ait "passé", et que l'élève ou collègue "se déclenche" bel et bien. Ce n'est pas du tout une chose évidente, que "ça passe" - loin de là !

<sup>502</sup>(\*\*) Et encore moins l' "étincelle" jaillit-elle dans tel travail d'appoint, fait dix ans plus tard peut-être, qui établirait que les hypothèses qui font "marcher" telle démonstration sont bel et bien vérifiées là où on s'y attendait...

<sup>503</sup>(\*) Les deux cas, celui où "l'étincelle" (suivie "jusqu'au bout") nous fait déboucher sur un théorème, ou par contre sur une conjecture, ne sont pas de nature différente. "Jusqu'au bout" signifie : faire se concrétiser entièrement une intuition encore diffuse, en la sondant sous tous ses aspects et par tous les moyens dont on dispose. Un théorème n'est pas par nature plus "achevé" qu'une conjecture. Il y a des théorèmes visiblement provisoires (voire boiteux et de guingois), comme il y a des conjectures (tel l'ensemble des conjectures de Weil) qui donnent l'impression d'un tout entièrement achevé, parfait. Cela n'empêche que ces mêmes conjectures de Weil ont été un point de départ vers d'autres développements (conjecturaux d'abord comme elles), plus vastes et qui les englobent. En ce sens on peut dire qu'aucune chose en mathématique, tant qu'elle est bien vivante, n'est "achevée" ou "définitive".

<sup>504</sup>(\*\*) Au sujet de la dynamique de la découverte, et du rôle crucial de "l'erreur" dans celle-ci, voir (dans la première partie de R et S) la section "Erreur et découverte" (n° 2).