

(et tout à fait fascinant !), pour quelqu'un dans le coup<sup>14</sup>(\*), d'expliciter entièrement. J'ai d'ailleurs été à deux doigts de le faire, peu avant le moment où j'ai "quitté les maths".

Par certains côtés, la situation ressemble à celle des "infinitement petits" à l'époque héroïque du calcul différentiel et intégral, à deux différences près cependant. Tout d'abord, nous disposons aujourd'hui d'une expérience dans l'édification de théories mathématiques sophistiquées, et d'un bagage conceptuel efficace, qui manquaient à nos prédécesseurs. Et ensuite, malgré ces moyens dont nous disposons et depuis plus de vingt ans que cette notion visiblement essentielle est apparue, personne n'a daigné (ou osé en dépit de ceux qui ne daignent...) mettre la main à la pâte et dégager les grands traits d'une théorie des motifs, comme nos devanciers l'avaient fait pour le calcul infinitésimal sans y aller par quatre chemins. Il est pourtant aussi clair maintenant pour les motifs que ça l'était jadis pour les "infinitésimaux", que ces bêtes-là existent, et qu'ils se manifestent à chaque pas en géométrie algébrique, pour peu qu'on s'intéresse à la cohomologie des variétés algébriques et des familles de telles variétés, et plus particulièrement aux propriétés "arithmétiques" de celles-ci. Plus encore peut-être que pour les quatre autres notions dont j'ai parlé, celle de motif, qui est la plus spécifique et la plus riche de toutes, s'associe à une multitude d'intuitions de toutes sortes, nullement vagues mais formulables souvent avec une précision parfaite (quitte parfois, au besoin, d'admettre quelques prémisses motiviques). La plus fascinante de ces intuitions "motiviques" a été pour moi celle de "groupe de Galois motivique" qui, en un sens, permet de "mettre une structure motivique" sur les groupes de Galois profinis des corps et schémas de type fini (au sens absolu). (Le travail technique requis pour donner un sens précis à cette notion, en termes des "prémisses" donnant un fondement provisoire de la notion de motif, a été accompli dans la thèse de Neantro Saavedra sur les "catégories tannakiennes".)

Le consensus actuel est un peu plus nuancé pour la notion de motif que pour ses trois frères (ou sœurs) d'infortune (catégories dérivées, formalisme de dualité dit "des six opérations", topos), en ce sens qu'elle n'est pas carrément traitée de "bombinage"<sup>15</sup>(\*). Pratiquement, cela revient au même pourtant : du moment qu'il n'y a pas moyen de "définir" un motif et de "prouver" quelque chose, les gens sérieux ne peuvent que s'abstenir d'en parler (avec le plus grand regret c'est une chose entendue, mais on est sérieux ou on ne l'est pas...). Certes, on ne risque pas de jamais arriver à construire une théorie des motifs et de "prouver" quoi que ce soit à leur sujet, aussi longtemps qu'on déclare que ce n'est pas sérieux même d'en parler !

Mais les quelques gens dans le coup (et qui font la mode) savent très bien, eux, qu'en termes des prémisses, qui restent secrètes, on peut prouver beaucoup de choses. C'est dire que dès aujourd'hui, en fait depuis que la notion est apparue dans le sillage des conjectures de Weil (prouvées pourtant par Deligne, ce qui fait quand même un bon point !), le **yoga des motifs** existe bel et bien. Mais il a statut d'une **science secrète**, avec certes très peu d'initiés<sup>16</sup>(\*\*). Il a beau être "pas sérieux", il permet néanmoins à ces rares initiés de dire dans une foule de situations de cohomologie "ce qu'on est en droit d'en attendre". Elle donne lieu ainsi à

---

<sup>14</sup>(\*) (13 mai) J'ai fini par comprendre que la seule personne (à part moi) qui jusqu'à aujourd'hui réponde au sens assez particulier de ce "tant soit peu dans le coup" est Pierre Deligne, qui a eu l'avantage pendant quatre ans, en même temps qu'il écoutait "le peu que je savais en géométrie algébrique", d'être le confident au jour le jour de mes réflexions motiviques. Il est vrai que j'ai parlé de ces choses à beaucoup d'autres collègues ici et là, mais aucun apparemment n'a été assez "branché" pour assimiler une vision d'ensemble qui s'était développée en moi au cours de plusieurs années, ou pour prendre mes indications comme un point de départ pour développer par lui-même une vision et un programme (comme moi-même l'avais fait à partir de deux ou trois "fortes impressions" produites par certaines idées de Serre). Peut-être je fais erreur, mais il me semble que les gens intéressés par la cohomologie des variétés algébriques n'étaient pas en disposition psychologiques à "prendre les motifs au sérieux" aussi longtemps que Deligne, qui faisait autorité en cohomologie et qui en même temps était le seul censé savoir à fond de quoi il retournait avec ces motifs, les passait lui-même sous silence.

(8 juin) Vérification faite il apparaît que mes premières réflexions motiviques remontent aux débuts des années soixante - elles se sont donc poursuivies sur près d'une dizaine d'années.

<sup>15</sup>(\*) Comme je l'ai signalé dans une précédente footnote, les catégories dérivées ont eu droit il y a trois ans à une exhumation à grandes fanfares (sans que mon nom y soit prononcé). Les topos et les six opérations attendent toujours leur heure, et les motifs