brillants ◇ précédents dans les années 1970[1005](*).

Mais je sors du sujet, d'accord - j'étais censé faire visiter un chantier, et non faire du sentiment. Je signale donc que, comme dans le cas du groupe fondamental profini, si X est un schéma géométriquement connexe sur un corps k, il y a lieu de distinguer entre le groupe fondamental motivique du schéma X lui-même, et le groupe fondamental motivique "**géométrique**". Les deux ne coïncident pas, **même** si k est algébriquement clos - du fait que le groupe fondamental motivique de k n'est pas pour autant trivial (il est connexe, sans plus !). Il faut donc introduire le groupe fondamental motivique "géométrique" de X, qui est censé (entre autres) établir un lien entre les divers groupes de Lie ℓ-adiques associés (comme quotients) au groupe fondamental profini géométrique $\pi_1(X_{\overline{k}})$. On le définit comme le noyau de l'homomorphisme naturel

$$\pi_1^{\mathrm{mot}}(X) \to \pi_1^{\mathrm{mot}}(\mathrm{Spec}(k))$$

(relatif au choix d'un foncteur-fibre sur la catégorie des motifs lisses sur X).

Le point auquel je voulais en arriver, c'est que ce noyau, qu'on pourrait noter $\pi_1^{\mathrm{mot}}(X/k)$, devrait être le premier pas vers la construction d'un "type d'homotopie motivique (géométrique) de X sur k", auquel j'ai déjà fait allusion en passant précédemment[1006](**). La description en forme de ce "type d'homotopie"[1007](***), dont la "cohomologie" ne devrait être autre que la cohomologie motivique de x, fait partie du travail conceptuel intéressant en perspective sur le chantier "motifs", dans une direction décidément différente ◇ (et dans une large mesure, sans doute indépendante) de la tâche centrale, qui est celle de la construction effective des catégories de motifs et du formalisme des six opérations pour celles-ci.

Chantier 6 : Conjectures standard. Comme je l'ai expliqué dans une précédente note de bas de page (note(*) p.1202), ces conjectures peuvent être entendues dans deux sens différents. Tout d'abord, au sens littéral comme je les avais formulées lors du Colloque de Bombay en 1967[1008](*). Sous cette forme là, elles me paraissent résumer les questions les plus cruciales qui se posent à présent dans la théorie des cycles algébriques, du point de vue tout au moins de l'équivalence dite "homologique" pour ces cycles.

Au moment de formuler ces conjectures, ma principale motivation n'était pourtant pas dirigée vers les cycles pour eux-mêmes, mais vers le moyen qu'ils fournissent (peut-être...) d'édifier une théorie des motifs semi-simples sur un corps, satisfaisant aux desiderata qui devraient être "common knowledge" depuis quinze ou vingt ans (et qui restent pourtant toujours occultes...). J'indiquerai dans le volume 3 des Réflexions diverses variantes affaiblies de ces conjectures, qui suffiraient pour édifier une telle théorie (et dont la plus faible est pratiquement nécessaire et suffisante à cet effet). Comme je l'ai déjà souligné ailleurs, alors même que la conjecture sous forme initiale s'avérerait valable sur un corps déterminé k (pour k fini, par exemple, voire pour tout k), cela ne signifierait pas par Lui-même que les classes de cohomologie qu'il convient d'appeler "motiviques"[1009](**) (et dont on peut espérer qu'elles rendent vraies diverses conjectures, du type de Hodge

d'improviser le même brillant auteur. Voir à ce sujet la sous-note "... et le non-sense" (n° 169_6) à la note "Les manoeuvres" (n° 169), p. 891.

[1005](*) Et même déjà, dans les années soixante - voir à ce sujet le note "L'éviction" (n° 63).

[1006](**) Dans la note "Requiem pour vague squelette" (n° 165).

[1007](***) comme type d'objet, je prévois que ce sera un type d'homotopie relatif (au sens d'Illusie) dans le topos "extension" (au sens de Giraud) du topos fpqc de $\mathrm{Spec}(\mathbb{C})$ associée à la gerbe (sur ce topos fpqc) des foncteurs-fi bres sur la catégorie des motifs lisses sur X. La cohomologie relative (sur le topos de base qu'on vient de décrire) de ce type d'homotopie est quasi-cohérente (et même "cohérente"), et peut s'identifi er à la cohomologie motivique de X sur K. Utilisant un point complexe de X (cas où K de car. nulle) pour avoir un foncteur-fi bre de Betti, le type d'homotopie-fi bre correspondant doit être canoniquement isomorphe au $\mathbb{Q}$-type d'homotopie (négligeant les phénomènes de torsion...) associé par voie transcendante à $X \otimes_K \mathbb{C}$, du moins quand $X \otimes_K \mathbb{C}$ est 1-connexe.

[1008](*) Algebraic Geometry, Bombay 1968, Oxford University Press (1969).

[1009](**) Je pense pouvoir proposer une défi nition raisonnable des classes de cohomologie motiviques sur une variété algébrique