représentations linéaires.

Cette approche vers une "théorie de Galois motivique" m'était soufflée par l'approche que j'avais trouvée, des années avant, pour décrire le groupe fondamental d'un espace topologique ou d'un schéma (ou même d'un topos quelconque - mais là je sens que je vais blesser des oreilles délicates que "les topos n'amusent pas"...), en termes de la catégorie des revêtements étales sur l'"espace" envisagé, et les foncteurs fibres sur celle-ci. Et le langage même des "**groupes de Galois motiviques**" (que j'aurais pu aussi bien appeler "groupes fondamentaux" motiviques, le deux genre d'intuitions étant pour moi la même chose, depuis la fin des années cinquante...), et celui des "foncteurs fibres" (qui correspondent très exactement aux "incarnations manifestes" dont il était question plus haut, savoir aux différentes "théories cohomologiques" qui s'appliquent à une catégorie de motifs donnée) - ce langage était fait pour exprimer la nature profonde de ces groupes, et suggérer à l'évidence leurs liens immédiats avec les groupes de Galois et avec les groupes fondamentaux ordinaires.

Je me rappelle encore du plaisir et de l'émerveillement, dans ce jeu avec des foncteurs fibres, et avec les torseurs sous les groupes de Galois qui font passer des uns aux autres en "twistant", de retrouver dans une situation particulièrement concrète et fascinante tout l'arsenal des notions de cohomologie non commutative développée dans le livre de Giraud, avec la gerbe des foncteurs-fibres (ici au dessus du topos étale, ou mieux, du topos fpqc de $\mathbb{Q}$ - des topos non triviaux et intéressants s'il en fût !), avec le "lien" (en groupes ou pro-groupes algébriques) qui lie cette gerbe, et les avatars de ce lien, se réalisant par des groupes ou pro-groupes algébriques divers, correspondant aux différentes "sections" de la gerbe, c'est à dire aux divers foncteurs cohomologiques. Les différents points complexes (par exemple) d'un schéma de caractéristique nulle donnaient naissance (via les foncteurs de Hodge correspondants) à autant de sections de la gerbe, et à des torseurs de passage à l'une à l'autre, ces torseurs et les pro-groupes opérant sur eux étant munis de structures algébrico-géométriques remarquables, exprimant les structures spécifiques de la cohomologie de Hodge - mais là ◇ j'anticipe sur un autre volet du rêve des motifs... C'était le temps où ceux qui font aujourd'hui la mode n'avaient pas déclaré encore que les topos, gerbes et assimilés ne les amusaient pas et que c'était donc de la connerie d'en parler (ce n'est pas ça qui m'aurait dérangé d'ailleurs pour reconnaître topos et gerbes là où ils se trouvent...). Et voilà que douze ans ont encore passé et que les mêmes font mine de découvrir et d'enseigner que les gerbes (sinon encore les topos), ça a bel et bien quelque chose à voir avec la cohomologie des variétés algébriques, voire même avec les périodes des intégrales abéliennes...

Je pourrais évoquer ici le rêve d'un autre souvenir (ou le souvenir d'un autre rêve...) autour du rêve des motifs, né lui aussi d'une "forte impression" (décidément je suis en pleine subjectivité !) que m'avaient faits certains commentaires de Serre sur une certaine "philosophie" derrière les conjectures de Weil. Leur traduction en termes cohomologiques, pour des coefficients ℓ-adiques avec ℓ variable, faisaient soupçonner sur les cohomologies correspondantes des structures remarquables - la structure de "filtration par les poids"[2](*). Sûrement le"motif" commun aux différentes cohomologies ℓ-adique$s$ devait être le support ultime de cette structure arithmétique essentielle, qui du coup prenant un aspect géométrique, celle d'une structure remarquable sur l'objet géométrique "motif". C'est encore m'abuser sûrement que de parler d'un "travail" (alors qu'il s'agissait encore bien sûr de parties de devinette ni plus ni moins) quand il s'est agi de "deviner" (avec comme seul guide celui de la cohérence intérieure d'une vision qui se formait, à l'aide des éléments épars connus ou conjecturés ici et là...), sur la structure spécifique des différents "avatars" cohomologiques d'un motif, comment s'y traduisait la filtration des poids[3](**), en commençant par l'avatar de Hodge (en un temps où la

[2](*) (24 janvier 1985) Pour une rectifi cation de ce souvenir déformé, voir la note n° 164 (I4), et la sous-note n° 164_1, donnant des précisions sur la fi liation du "yoga des poids".

[3](**) (28 février 1985) Il y a ici une légère confusion dans mon esprit. Il s'agit, en fait, de la fi ltration étroitement liée par les