sur le fait qu'il y a des formules de points fixes concernant la cohomologie à **coefficients dans un faisceau** ("constructible") **quelconque**, interprétant une somme alternée de traces (dans des espaces de cohomologie à coefficients dans un tel faisceau) comme une somme de "termes locaux" correspondant aux points fixes d'un endomorphisme $f : X \to X$ (quand ceux-ci sont isolés). Dans cette motivation heuristique, le fait que cette formule de Lefschetz-Verdier "restait conjecturale" en car. $p > 0$ (faute de disposer de la résolution des singularités, et par là, du "théorème de bidualité"), **était entièrement irrelevant**[491](*).

Comme si souvent, le pas essentiel ici a été de trouver "**la**" **bonne formulation** (en l'occurrence pour une "formule cohomologique des fonctions L"). La formule de Verdier me suggérait de faire intervenir un faisceau ℓ-adique (constructible) arbitraire, en lieu et place du faisceau de coefficients habituel (qui jusque là était resté implicite), savoir le faisceau constant $\mathbb{Q}_l$. Il fallait donc, en calquant la définition de Weil de la fonction L "ordinaire", en définir une "à coefficients dans F". Une fois qu'on songe à le faire, la définition s'impose d'elle-même : c'est celle donnée dans mon exposé Bourbaki de décembre 1964 (Formule de Lefschetz et rationalité des fonctions L, Sém. Bourbaki 279), qu'il est inutile de répéter ici. De plus, les "termes locaux" plausibles de la formule de Lefschetz-Verdier (en termes du faisceau de coefficients donné, et de la correspondance de Frobenius) s'imposaient également. Enfin (on est culotté ou on ne l'est pas !), pourquoi ne pas écrire la formule, ici, en abandonnant même l'hypothèse de propreté de la formule de Lefschetz-Verdier "orthodoxe", mais en travaillant avec la cohomologie à **support propre** ? !

Ainsi, le pas essentiel, cette fois encore, avait été de dégager le "bon énoncé" (en l'occurrence, **la** "bonne formule"), **suffisamment générale** et par là-même, suffisamment **souple** pour se prêter à une démonstration, en "passant" sans problèmes à travers récurrences et "dévissages". Je n'aurais su (et personne à ce jour ne saurait) démontrer **directement** "la" formule des fonctions L "ordinaires", pour une X quelconque (ou même lisse, mais pas propre, ou inversement), en termes de cohomologie ℓ-adique (à supports propres) à coefficients dans le faisceau ℓ-adique **constant** $\mathbb{Q}_l$, sans passer par la généralisation faisceautique. (Pas plus que je n'aurais su, en car. $p > 0$, démontrer la formule de Riemann-Roch-Hirzebruch **ordinaire**, si je ne l'avais d'abord généralisée comme une formule faisceautique pour une **application** propre de variétés algébriques lisses - et personne, à ma connaissance, ne saurait le faire aujourd'hui encore…)

Dans l'exposé Bourbaki en question, je me borne à donner l'énoncé général de la formule des fonctions L "à coefficients" dans un faisceau ℓ-adique ordinaire, et je montre comment, par des dévissages très simples, on se ramène au cas où X est une courbe projective lisse et projective. Je savais bien qu'une fois arrivé là, **c'était gagné** - car on "tient en mains" suffisamment la dimension un, pour que la démonstration de la formule en question devienne une question de routine[492](*). Je ne me suis pas occupé à ce moment de dégager une bonne formule de points fixes en dimension un et de la prouver, il me semblait que ce serait plutôt à Verdier de jouer. Il a donné une formule de points fixes, dite "de Woodshole", l'année d'après, qui suffisait pour coiffer Frobenius et l'application aux fonctions L. J'ai pris con naissance de son énoncé, qui ne m'a pas vraiment satisfait, car il me semblait que les conditions qu'il imposait à sa correspondance cohomologique (pour les besoins d'une démonstration dont je n'ai pas pris connaissance) étaient un peu artificielles - j'aurais aimé

[491](*) (20 mars) Ça l'était à tel point que l'an dernier, j'avais entièrement et depuis longtemps oublié ce fait, et suis tombé des nues en lisant (sous la plume de Deligne) que la formule de Lefschetz-Verdier "n'était établie que conjecturalement dans la version originale de SGA 5". Je reviens sur ce point dans la réflexion du lendemain et du surlendemain (les 18 et 19 mars). (Dans les sous-notes n° 169_6 et 169_7.)

[492](*)Si je parle ici de "travail de routine", ce n'est nullement dans un sens péjoratif. Les neuf dixièmes, si ce n'est même beaucoup plus, du travail mathématique est de ce type, aussi bien chez moi que chez tout autre mathématicien à qui il arrive de passer par des moments qui, justement, sont **autre chose**, des moments créateurs. Après Verdier, j'ai moi-même passé du temps à tourner la manivelle des techniques disponibles, délicates et bien huilées, pour trouver et prouver une formule de points fi xes en dimension un qui me satisfasse (provisoirement du moins). C'était là du travail "de routine" tout comme l'avait été celui de Verdier.