

phone, n'aurait pu le détecter. Il n'y a eu alors que lui et moi pour savoir ce qui se passait.

Le train est arrivé dans les minutes qui ont suivi, je crois. De toutes façons, pour ce jour-la, il n'y avait rien de plus à se dire.

### 18.3.2. (2) Les points sur les i

**Note 164** (20-21 février) Pour terminer la rétrospective de la dernière visite (au mois d'octobre dernier) de Deligne chez moi, je voudrais passer en revue ici les précisions qu'il a bien voulu m'apporter sur un certain nombre de points, qui restaient vagues dans mes notes de réflexion sur l'Enterrement I, voire erronés. Cela sera l'occasion pour moi pour apporter également certaines précisions supplémentaires, suscitées par celles fournies par Deligne.  $\diamond$

#### I Motifs (volume "Lecture Notes 900").

1. Deligne m'a précisé que le principal propos du volume LN 900<sup>330</sup>(\*) avait été de développer une "théorie du corps de classes abélien **motivique**" sur un corps de nombres  $K \subset \mathbb{C}$ , extension finie de  $\mathbb{Q}$ . En d'autres termes, il s'agit de déterminer le "groupe de Galois motivique de  $\overline{K}$  sur  $K$ , rendu abélien". A ce propos, je me rappelle que j'avais été le premier (et pour cause !) à soulever cette question, vers la fin des années soixante. La question a un sens précis, pour une notion de motif choisie, en utilisant le "foncteur libre de Betti" sur la catégorie des motifs sur  $K$ , grâce à l'inclusion donnée de  $K$  dans le corps des complexes  $\mathbb{C}$ . En fait, je m'étais posé la question un peu plus générale de déterminer le **groupe de Galois motivique "métabélien"** de  $\overline{K}/K$ , déduit du groupe de Galois motivique complet en rendant abélien, non tout ce groupe proalgébrique, mais seulement sa composante neutre. On devait obtenir une extension complètement canonique du groupe profini  $\text{Gal}(\overline{K}/K)$  par le pro-tore limite projective des (tores sur  $\varphi$  associés aux) groupes multiplicatifs  $L^*$  des sous-extensions finies  $L$  de  $\mathbb{C}/K$ . Je me rappelle que Serre était très intrigué par cette question, mais ni lui ni moi (ni Deligne, que bien sûr j'avais mis dans le coup) n'arrivions à improviser un "candidat" plausible. Cette question est ensuite tombée dans un oubli complet, tout comme le yoga des motifs dont elle était issue. Ce silence est rompu seulement en 1979 par l'article de Langlands (que me signale Deligne dans une bibliographie commentée des motifs, dans sa lettre du 28.5.1984)<sup>331</sup>(\*\*), article où mon idée du groupe de Galois motivique serait pour la première fois explicitée dans la littérature. Comme je n'ai pas eu l'honneur de recevoir un tirage à part de cet article, j'ignore s'il y est fait allusions à ma modeste personne. L'apparition suivante des motifs dans la littérature semble être LN 900, où tout allusion à ma personne, comme ayant quelque chose à voir avec le thème et le problème principal du volume, est absente<sup>332</sup>(\*\*\*).

2. Deligne m'a précisé que, contrairement à ce que j'avais crû reconnaître  $\diamond$  (d'après un certain "style maison"...), l'article de Deligne-Milne dans LN 900, reprenant "ab ovo" la théorie de Galois des catégories tannakiennes(\*\*\*) développée par N.R. Saavedra, a été écrit presque entièrement par Milne<sup>333</sup>(\*). Deligne m'a expliqué aussi l'erreur qui se trouvait dans le travail de Saavedra, qui obligeait (si on voulait disposer du

<sup>330</sup>(\*) Pour des précisions au sujet de ce "mémorable volume", voir les deux notes "Souvenirs d'un rêve - ou la naissance des motifs" et "L'Enterrement - ou le nouveau Père", n°s 51,52.

<sup>331</sup>(\*\*) C'est l'article de R.P. Langlands "Automorphic representations, Shimura varieties and motives. Ein Märchen Corvallis", in Proc. Symp. pure Math. 33 (1979), AMS, vol II P. 205-246.

<sup>332</sup>(\*\*\*) (8 avril) J'ai appris dernièrement que les motifs sont utilisés dans un article de Deligne de 1979 (paru dans le même volume que celui de Langlands cité dans la note de b. de p. précédente).

(12 mai : cette "fi n" est devenue la sous-note "La pré-exhumation", n° 168(iv))

<sup>333</sup>(\*) Au sujet de cet article de Deligne-Milne, voir la note "L'Enterrement - ou le nouveau Père" (n° 52), et aussi les commentaires dans la note ultérieure "La table rase" (n° 67).