la catégorie ("dérivée") des complexes de $\mathbb{C}$-vectoriels "constructibles" sur X, $\underline{\mathrm{Cons}}^*(X, C)$ ou simplement $\underline{\mathrm{Cons}}^*(X)$ (**aspect "topologique"**), celle des complexes de à faisceaux de cohomologie cohérents[753](***), généralisant les complexes d'opérateurs différentiels d'ordre infini, que je note$\underline{\mathrm{DRM}}^*_\infty(X)$ (**aspect "analytique"** transcendant), et enfin la catégorie des complexes de $\mathscr{D}^\infty_X$-Modules à faisceaux de cohomologie cohérents, généralisant les complexes d'opérateurs différentiels ordinaires (d'ordre fini), que je note $\underline{\mathrm{DRM}}^*(X)$ (**aspect "algébrique"**). Il y a un foncteur tautologique d'extension des scalaires de l' Anneau cohérent $\mathscr{D}_X$ vers l' Anneau $\mathscr{D}^\infty_X$

$$i \,:\, \underline{\mathrm{DRM}}^*(X) \to \underline{\mathrm{DRM}}^*_\infty(X)$$

s'insérant dans un diagramme de foncteurs (essentiellement commutatif) :

$$\begin{tikzcd} DRM^*(X) \arrow[rr, "i"] \arrow[dr, "m"'] & & DRM^*_\infty(X) \arrow[dl, "m_\infty"] \\ & \underline{Cons}^*(X) & \end{tikzcd} \qquad (1)$$

où les flèches obliques sont les flèches "complexe de De Rham associé"[754](*), qui n'est autre que $R\underline{Hom}_D(Sp_*, .)$ où $D = D_X$ ou D^∞_X, et où Sp_* est la "résolution de Spencer" de $\underline{O}_X$ par des $\mathscr{D}$-Modules localement libres [754](*).

L'existence des flèches verticales provient du "théorème de constructibilité de Kashiwara", qui implique que le complexe de De Rham associé à un complexe de $\mathscr{D}$-Modules holonome est à faisceaux de cohomologie analytiquement constructibles. Kashiwara avait démontré ce théorème important en 1975[755](**), dans une optique complètement différente cependant. Il travaillait avec un seul $\mathscr{D}$-Module holonome, dont il prenait le complexe de De Rham et prouvait que sa cohomologie est constructible. Jusqu'en septembre 1979 et au "rush" ultérieur déclenché par le théorème du bon Dieu, lui pas plus que personne d'autre dans le beau monde ne travaillait dans l'esprit des catégories dérivées, et l'idée même d'écrire les flèches verticales dans (1) n'était venue à personne !

Une fois les trois flèches (1) écrites, comme flèches entre catégories dérivées[756](***), se pose la question si ce sont bien des équivalences de catégories. Mebkhout en était persuadé dès 1976. La conviction lui était venue endressant un tableau d'une dizaine d'exemples typiques (reproduits dans son article expositoire avec Le Dung Trang[757] (*)) de faisceaux de $\mathbb{C}$-vectoriels constructibles qu'on peut appeler "élémentaires", qui

---

[751](*) (30 mai) Dans la note (écrite ultérieurement) "Les cinq photos (cristaux et $\mathscr{D}$-Modules)" (n° 171 (ix)), je suis une terminologie un peu différente, en désignant par "coeffi cients de De Rham" (tout court) ce "même type d'objets", dont on va donner ici trois **descriptions** (ou trois "photos") **différentes**. Deux parmi celles-ci auront le nom de "coeffi cients de De Rham - Mebkhout" (ou simplement, "de Mebkhout"), "d'ordre infi ni" et "d'ordre fi ni" respectivement.

[752](**) (30 mai) Dans la version initiale de ces notes, me laissant emporter par ma prédilection pour le point de vue "géométrie algébrique", j'avais supposé que X est une variété **algébrique** sur $\mathbb{C}$. Cela ne correspondait pas au cadre dans lequel s'était placé Mebkhout initialement, sans compter que cela m'a fait énoncer une variante du "théorème de bon Dieu", pour les complexes de $\mathscr{D}^\infty$-Modules, qui n'est vraie telle quelle que quand on suppose X propre. Il y a donc eu des malentendus en mon esprit, et Mebkhout a du gentiment me rappeler à l'ordre. En retapant au net ces quelques pages, j'ai fait les rectifi cations qui s'imposent.

[753](***) Au sujet des défi nition et des premiers faits soritaux concernant la théorie des Modules et des $\mathscr{D}$-Modules, le lecteur pourra se reporter à la note "Les cinq photos (cristaux et $\mathscr{D}$-Modules)" (n° 171 (ix)), et plus particulièrement les parties (a) et (b) ("L'album "coeffi cients de De Rham"", et "La formule du bon Dieu").

[754](*) (24 mai) Voir la note déjà cité "Les cinq photos..." (n° 171 (ix)), partie (a).

[755](**) Masaki Kashiwara, On the maximally overdetermined System of linear differential équations, I Publ. RIMS, Kyoto university 10 (1975), 563-579.

[756](***) En toute rigueur, il serait sans doute plus correct de dire qu'il s'agit de sous-catégories pleines (défi nies par des conditions de "constructibilité", ou de cohérence, d'holonomie et de régularité) de catégories dérivées au sens ordinaire.

[757](*) Lê Dung Trang et Zoghman Mebkhout, Introduction to linear differential Systems, Proc. of Symposia in Pure Mathematics, Vol. 40 (1983), part 2, p.31-63. Zoghman m'a conseillé ce court article, comme la meilleure introduction qui existe dans la