thèse de cet élève[381](**). Ce sont là des signes éclatants de la désaffection générale frappant le programme de fondements que ◇ j'avais entrepris dans les années soixante, et dont je n'aurais certes pas soupçonné qu'il ne continuerait pas sur la lancée acquise, mais qu'il serait cassé net (ou "tronçonné"...) sitôt après mon départ de la scène mathématique...

Quand le nombre premier ℓ est **nilpotent** sur le schéma X, la catégorie des "coefficients ℓ-adique sur X", $\mathbb{Z}_\ell * (X)$ disons[382](*), ne devrait être autre que celle des "coefficients cristallins", avec opération de Frobénius F et **filtration** à la clef. La construction en forme de cette catégorie triangulée, sans même parler des six opérations, attend toujours que quelqu'un s'y attèle. Quant au "recollement" du cas ℓ-adique "ordinaire" (bien qu'introuvable !) et du cas "cristallin" précédent, via un "foncteur mystérieux" que j'entrevoyais dès la fin des années soixante, pour parvenir à la définition de la catégorie de coefficients $\mathbb{Z}_\ell^*(X)$ sans restriction sur ℓ, il n'est toujours pas fait même dans le cas non trivial le plus simple de tous, $X = Spec(\mathbb{Z}_\ell)$(*) ◇ Quant aux coefficients de De Rham-Hodge $DRHdg * (X)$[383](*) pour un schéma général, je n'avais guère d'idées précises comment les décrire, et Deligne n'est pas parvenu à les cerner de façon vraiment satisfaisante. L'idée novatrice ici est due à Zoghman Mebkhout - et on sait sous quelles conditions d'adversité il a dû travailler, et quel a été le sort qu'on a fait à sa personne, une fois que la portée de ses idées avait été (très partiellement) reconnue. Toujours est-il qu'on dispose enfin d'un fil conducteur sûr pour aborder une construction en forme de catégories $DRHdg^*(X)$, en termes de conditions de finitude, d'holonomie et de régularité sur des complexes de "cristaux" (absolus - c'est à dire relatifs à la base absolue $Spec(\mathbb{Z})$?), avec peut-être la donnée supplémentaire d'une "filtration de De Rham" et d'une autre "filtration par les poids" - et avec l'espoir qu'on arrive à

[381](**) Le travail de thèse de Jouanolou, fait sans véritable conviction (ce qui le distinguait de celui de tous mes autres "élèves d'avant mon départ"), a traîné en longueur, et la soutenance n'a eu lieu qu'après 1970. Pas plus que pour celle de Deligne, je ne me rappelle avoir été informé de cette soutenance, et encore moins avoir été contacté pour faire partie du jury de thèse. Jouanolou n'a pas jugé utile de m'envoyer un exemplaire de son travail. Je lui ai écrit l'an dernier pour en demander un. Il m'a informé (sans commentaire) qu'à son regret il n'en restait plus...

(12 mai) Ma mémoire ici m'a induit en erreur - en fait la soutenance de thèse de Jouanolou s'est faite dès 1969. Pour des précisions à ce sujet, voir la note ultime (non écrite encore au moment d'écrire ces lignes) n° 176_7, dans la suite "Le sixième clou (au cercueil)".

[382](*) Le signe * après l'indication de l'anneau de base pour la théorie choisie (ici, l'anneau $\mathbb{Z}_\ell$) indique qu'on travaille, non avec des "faisceaux constructibles" sans plus (ℓ-adiques en l'occurrence, dans un sens convenable) mais avec des **complexes** "constructibles" de faisceaux, objets de catégories triangulées convenables (dont la description en forme peut être délicate, alors même que la catégorie des faisceaux constructibles, en l'occurrence $\mathbb{Z}_\ell(X)$, serait déjà connue). En travaillant avec des motifs (par quoi, le plus souvent, on entend des "iso-motifs" i.e. des "motifs à isogénie près", formant une catégorie $\mathbb{Q}$-abélienne), les catégories de coeffi cients naturelles pour y "réaliser" de tels (iso)motifs doivent être elles-mêmes $\mathbb{Q}$-abéliennes, donc ici on prendra $\mathbb{Q}_\ell(X)$, $\mathbb{Q}_\ell^*(X)$. Quand on veut travailler avec tous les ℓ à la fois, le plus naturel est de travailler avec une catégorie de faisceaux (ou complexes de tels) "adéliques", dont l'anneau de base est l'anneau des adèles $\hat{\mathbb{Z}} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$, obtenue en "tensorisant" le produit de toutes les catégories de coeffi cients $\mathbb{Z}_\ell^*(X)$ par $\mathbb{Q}$.

On fera attention que lorsque le nombre premier ℓ n'est pas premier au schéma X, alors dans la description des "coeffi cients ℓ-adiques" sur X, les éléments nilpotents de $\mathbb{Q}(X)$ ne peuvent être négligés - ils interviennent au voisinage de la fi bre $X(\ell)$ de X en ℓ. A fortiori, il en sera de même des coeffi cients adéliques sur X, ce qui les rapproche des coeffi cients (tout aussi hypothétiques pour le moment) de De Rham-Mebkhout, dont il va être question dans le prochain alinéa. J'ai d'ailleurs l'impression que les deux principaux types de coeffi cients, les coeffi cients adéliques et ceux de De Rham-Mebkhout (à condition de munir ceux-ci de toute la richesse de structure à laquelle il est fait allusion plus bas), sont d'une "fi délité" comparable, en tant que descriptions (affaiblies), ou "réalisations", d'un même **motif**, cerné de très près par l'une comme par l'autre. Au sujet de cette "fi délité", j'avais d'ailleurs avancé dans les années soixante des conjectures, voisines de celle de Hodge ou de Tate (que mon ami a enterrées avec le reste...). Je compte y revenir dans le volume des Réfexions qui sera consacré au "vaste tableau des motifs". On sent une forte parenté entre les deux types de coeffi cients (adéliques, De Rham-Mebkhout, ces derniers pris ici "à isogénie près"). L'avantage des seconds sur les premiers, qui les fait apparaître comme "plus fi ns" à certains égards, c'est que l'anneau de base naturel pour eux est $\mathbb{Q}$, alors que c'est l'anneau des adèles (beaucoup plus gros) pour la théorie adélique.

[383](*)(12 mai) Comme on le verra plus bas, ce nom et cette notation "à l'improvisée" s'avèrent impropres. J'ai fi nalement opté pour la notation $DRM^*(X)$ ou $Meb^*(X)$, duale de $DRD^*(X)$ ou $Del^*(X)$, pour les coeffi cients respectivement de De Rhammebkhout, et ceux de De Rham-Deligne. Ces derniers ont été laissés pour compte par leur père en 1970, et adoptés par moi en pleine connaissance de cause en l'année de grâce 1985, comme un des ingrédients de base (avec les coeffi cients de Mebkhout) de la panoplie grothendieckienne...