

des complexes, ou l'incarnation "De Rham" sur un schéma de type fini sur un corps de caractéristique nulle. Il est probable d'ailleurs que la théorie (apparemment toujours non écrite) des coefficients de Hodge-Deligne sur un schéma de type fini sur \mathbb{C} , finira par apparaître comme contenue dans la théorie (tout autant non écrite) des coefficients cristallins à la Sato-Mebkhout (avec une donnée de filtration supplémentaire à la clef), ou plus précisément comme une sorte d'intersection de celle-ci avec la théorie des coefficients discrets constructibles \mathbb{Q} -vectoriels ... Quant à l'élucidation des relations entre la théorie cristalline à la Mebkhout avec celle développées en caractéristique positive par Berthelot et d'autres, c'est là une tâche sentie par Mebkhout dès avant 1978, dans un climat d'indifférence générale, et qui me paraît une des plus fascinantes qui se pose dans l'immédiat pour notre compréhension de "la" cohomologie (unique et indivisible, savoir motivique !) des variétés algébriques.

Note 55 \diamond J'avais beau rêver, mais mon rêve sur la relation entre motifs et structures de Hodge m'a fait mettre le doigt, sans même faire exprès, sur une incohérence dans la conjecture de Hodge "généralisée" telle qu'elle avait été formulée initialement par Hodge, et à la remplacer par une version rectifiée qui pour le coup (je parierais) ne doit être ni plus ni moins fausse que la conjecture de Hodge "habituelle" sur les cycles algébriques.

14.1.3. Prélude à un massacre

Note 56 Je pense notamment, dans le contexte justement de la cohomologie des variétés algébriques, à la découverte par Griffiths de la fausseté d'une idée séduisante qu'on avait eu longtemps sur les cycles algébriques, à savoir qu'un cycle homologiquement équivalent à zéro avait un multiple qui était algébriquement équivalent à zéro. Cette découverte d'un phénomène tout nouveau m'avait alors assez frappé pour que je passe bien une semaine de travail pour essayer de bien saisir l'exemple de Griffiths, en transposant sa construction (qui était transcendante, sur le corps \mathbb{C}) en une construction "aussi générale que possible", et valable notamment sur des corps de caractéristique quelconque. L'extension n'était pas tout à fait évidente, à coups (si je me rappelle bien) de suites spectrales de Leray et de théorème de Lefschetz.

(16 juin) Cette réflexion avait été l'occasion pour moi de développer, dans le contexte étale, la théorie cohomologique des "pinces de Lefschetz". Mes notes à ce sujet sont développées dans le séminaire SGA 7 II (par P. Deligne et N. Katz) dans les exposés XVII, XVIII, XX de N. Katz (qui prend soin de référer à ces notes, qu'il a suivies de près). Dans l'introduction au volume par P. Deligne, par contre, où il est dit que les résultats-clef du volume sont les exposés XV (formules de Picard-Lefschetz en cohomologie étale) et XVIII (théorie des pinces de Lefschetz), l'auteur se garde de signaler que je suis pour quelque chose dans cette "théorie-clef" des pinces de Lefschetz. La lecture de l'introduction donne l'impression que je ne suis pour rien dans les thèmes développés dans le volume.

Le long séminaire SGA 7, qui a pris la suite, en 1967-69, des séminaires SGA 1 à SGA 6 développés sous mon impulsion entre 1960 et 1967, avait été mené en commun par Deligne et par moi, qui avais donné le coup d'envoi avec une théorie systématique des groupes de cycles évanescents. La rédaction des exposés par des volontaires divers ayant traîné en longueur, les deux volumes du séminaire (SGA7 I et SGA 7 II) n'ont été publiés qu'en 1973, par les soins \diamond de Deligne. Alors qu'il avait été entendu au moment du séminaire que celui-ci serait présenté comme un séminaire commun, après mon départ Deligne m'a fait part de son désir (qui me paraissait étrange) que le séminaire soit **coupé en deux**, une partie I présentée comme dirigée par moi, l'autre par lui et Katz. J'y perçois maintenant une "opération" qui préfigure "l'opération SGA 4 $\frac{1}{2}$ " visant (entre autres) à faire apparaître l'ensemble de la série de fondements SGA 1 à SGA 7, qui dans son esprit