

V) Théorèmes de finitude (y compris des théorèmes de finitude génériques) et théorèmes de K nneth génériques pour la cohomologie à support quelconque.

Le séminaire développait aussi une technique de passage des coefficients de torsion aux coefficients ℓ -adiques (exposés V et VI). C'était là la partie la plus technique du séminaire, qui en règle générale travaillait avec des coefficients de torsion, quitte ensuite à "passer à la limite" pour en déduire les résultats ℓ -adiques correspondants. Ce point de vue était un pis-aller provisoire, en attendant la thèse de Jouanolou (toujours pas publiée à l'heure actuelle) donnant le formalisme qu'il fallait directement dans le cadre ℓ -adique.

Je ne compte pas au nombre des "thèmes" principaux, les calculs de quelques schémas classiques et la théorie cohomologique des classes de Chern, qu' Illusie monte en épingle dans son introduction comme "un des plus intéressantes" du séminaire. Comme le programme était chargé, je n'avais pas cr  nécessaire dans le séminaire oral de m'attarder sur ces calculs et sur cette construction, vu qu'il suffisait de reprendre, pratiquement textuellement, les raisonnements que j'avais donnés dix ans avant dans le contexte des anneaux de Chow, à l'occasion du théorème de Riemann-Roch. Il était évident d'autre part qu'il fallait l'inclure dans le séminaire écrit, pour fournir une référence serviable à l'utilisateur de la cohomologie étale. Jouanolou s'était chargé de ce travail (exposé VIII), qu'il devait regarder non comme un service qu'il rendait à la communauté mathématique tout en y apprenant des techniques de base essentielles pour son propre usage, mais comme une corvée, puisque sa rédaction a traînée sur des ann es¹⁰⁹(*). Il n'en a pas été autrement, faut-il croire, pour sa thèse, qui reste toujours une référence fantôme tout comme celle de Verdier... La partie "passage à la limite" ne devrait pas être compt e non plus comme un des "thèmes principaux" du séminaire, en ce sens qu'elle ne s'associe pas à une idée géométrique particulière. Plutôt, elle reflète une complication technique particulière au contexte de la cohomologie étale (le distinguant des contextes transcendants), savoir que les théorèmes principaux sur la cohomologie étale concernent en premier lieu les coefficients **de torsion** (premiers aux caractéristiques résiduelles), et que pour avoir une théorie qui corresponde à des anneaux de coefficients de caractéristique nulle (comme il le faut pour les conjectures de Weil), il faut passer à la limite sur des anneaux de coefficients $\mathbb{Z}/\ell^n\mathbb{Z}$ pour obtenir des résultats " ℓ -adiques".

Tout cela précisé, le seul des cinq thèmes principaux du séminaire oral qui semble apparaître sous forme complète dans le texte publié, est le thème I. Les thèmes IV et V ont disparu purement et simplement, absorbés par SGA 4 $\frac{1}{2}$, avec le bénéfice de pouvoir y référer abondamment et donner l'impression que SGA 5 dépend d'un texte de Deligne se présentant comme antérieur. Les thèmes II et III apparaissent dans le volume publié sous forme mutilée, et toujours en maintenant la même imposture d'une dépendance par rapport au texte SGA 4 $\frac{1}{2}$ (lequel est en réalité tout entier sorti du séminaire-mère SGA 4, SGA 5).

15.3.6. La dépouille

Note 88 \diamond (16 mai) L'ensemble des deux séminaires consécutifs SGA 4 et SGA 5 (qui pour moi sont comme **un** seul "séminaire") développe à partir du néant, à la fois le puissant instrument de synthèse et de découverte que représente le **langage** des topos, et **l'outil** parfaitement au point, d'une efficacité parfaite, qu'est la cohomologie étale - mieux comprise dans ses propriétés formelles essentielles, dès ce moment, que ne l'était même la théorie cohomologique des espaces ordinaires¹¹⁰(*). Cet ensemble représente la contribution la plus profonde et la plus novatrice que j'aie apportée en mathématiques, au niveau d'un travail entièrement mené à terme. En même temps et sans vouloir l'être, alors qu'à chaque moment tout se déroule avec le naturel des

¹⁰⁹(*) (12 juin) En parcourant l'exposé en question, j'ai pu me convaincre d'ailleurs d'une connivence parfaite de Jouanolou avec mes autres élèves cohomologistes.

¹¹⁰(*) Même en se restreignant aux espaces les plus voisins des "variétés", tels les espaces triangulables.