

上海大学 2023 ~ 2024 冬季学期试卷 A 卷

成	
绩	

课程名：常微分方程 A 课程号：01015043 学分： 5

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 应试人学号 应试人所在院系

题号	一	二	三	四	五
得分					

得分	评卷人

一、 填空题 (每个空格 3 分，本题共 15 分)

1. 微分方程 $y'' + \cos(x^2 + y) = \sin x$ 是_____阶_____ (填“线性”或“非线性”) 方程.
2. 具有特解 $y_1 = 2x, y_2 = 3e^x$ 的三阶实常系数齐次线性微分方程为_____.
3. 设微分方程 $P(x, y)dx + x^2e^y dy = 0$ 有积分因子 $\frac{1}{x}$,则 $P(x, y) =$ _____.
4. 已知线性齐次微分方程组 $\vec{x}' = A(t)\vec{x}$ 的基解矩阵为 $\Phi(t)$, 则 $A(t) =$ _____.

得分	评卷人

二、 求解下列方程(每题 7 分，共 35 分)

5. （7 分）求解方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y + xy}{xy - x}$.

6. （7 分）求解方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x}{2xy}$

7. (7 分) 求解方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2 \sin 2x}{y \cos 2x}$

8. (7 分) 求方程 $y''' - 2y'' - 3y' + 10y = 0$ 的实值通解。

9. (7 分) 求解积分方程 $y(x) = 1 + x^2 + 2 \int_0^x y(t) dt$

得分	评卷人

三、 方程组 (本题共 16 分)

10. （16 分）对方程组
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + z \\ \frac{dy}{dt} = x + z \\ \frac{dz}{dt} = x + y \end{cases},$$

- 1) (12 分)求其通解。
- 2) (4 分) 判断其零解的稳定性。

得分	评卷人

四、 综合题 (本题 18 分)

11. （18 分）对方程组
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - x - x^2 \\ \frac{dy}{dt} = 3x - y - x^2 \end{cases},$$

- 1) (6 分)求出所有平衡点。
- 2) (12) 判断所有平衡点的稳定性，若稳定，指出是否渐近稳定。

草 稿 纸

得分	评卷人

五、综合题 (本题 16 分)

15. （16 分）设 $f(x,y)$ 具有连续的一阶偏导数，对方程组
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - xf(x,y) \\ \frac{dy}{dt} = -x - yf(x,y) \end{cases}$$

1)（6 分）说明原点是其唯一平衡点。

2)（10 分）证明：当 f 在原点的某领域内恒正时，零解是渐近稳定的；

当 f 在原点的某领域内恒负时，零解是不稳定的。