



# 数学分析资料

**Author:** 韦明

**Date:** March 13, 2025

**E-mail:** [wm31415926535@outlook.com](mailto:wm31415926535@outlook.com)

# Contents

<b>Chapter 1 数学分析</b>	<b>1</b>
1.1 历年卷 . . . . .	1
1.1.1 2024-2025 年度数学分析 (下) 冬季学期试卷 (回忆版) . . . . .	2
1.1.2 2024-2025 年度数学分析 (上) 秋季学期试卷 (回忆版) . . . . .	4

# Chapter 1 数学分析

## 1.1 历年卷

## 1.1.1 2024-2025 年度数学分析 (下) 冬季学期试卷 (回忆版)

## 一、判断题 (10 道题, 一题 2 分)

1.  $r = ae^\theta$  为阿基米德螺线。 (F)
2. 数列必有无穷多项小于等于其上极限。 (T)
3. 级数若绝对收敛, 则必条件收敛。 (F)
4.  $\psi$  的读音是” 佛爱 phi”。 (F)
5. 无穷乘积收敛, 则其通项极限为 1。 (T)
6. 若函数黎曼可积, 则必有界。 (T)

## 二、计算题 (4 道, 每题 10 分)

1. (10 分) 求  $d\omega$ . (每题五分)
  - (1)  $Rdx dy + Pdy dz + Qdz dx$
  - (2)  $Pdx + Qdy + Rdz$
2. (10 分) 判断  $\sum_{i=1}^{+\infty} (1-x)x^n$  在区间  $[0,1]$  的一致收敛性。
3. (10 分) 求  $\iint_D \sqrt{\frac{1+x^2+y^2}{1-x^2-y^2}}$ , 其中  $D$  为圆  $x^2+y^2=1$  在第一象限的部分。
4. (10 分) 求  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x}$ 。

## 三、证明题 (4 道, 每题 10 分)

1. (10 分) 对任意在  $[a,b]$  上有界的函数  $f(x)$ , 恒有

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \bar{S}(P) = L.$$

2. (10 分) 设  $\psi(x)$  在  $[0, +\infty]$  上连续且单调,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \psi(x) = 0$ , 证明

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \int_0^{+\infty} \psi(x) \sin px dx = 0.$$

3. (10 分) 设函数  $f$  在  $[a,b]$  上单调上升且非负, 函数  $g(x)$  在  $[a,b]$  上可积, 则存在  $c \in [a,b]$  使得

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(b) \int_c^b g(x)dx.$$

4. (10 分) 证明  $\frac{x\mathrm{d}x + y\mathrm{d}y}{x^2 + y^2}$  为某个二元函数的全微分，并求出所有的这种二元函数。

## 1.1.2 2024-2025 年度数学分析 (上) 秋季学期试卷 (回忆版)

## 一、判断题 (10 道, 每题 2 分)

1. 有上界的非空数集其上界集合必有最小值。 (T)
2. 有理数和无理数一样多, 交替出现。 (F)
3. 若  $a_n \leq b_n \leq c_n$ , 且  $\{a_n\}, \{c_n\}$  均收敛, 则  $b_n$  也收敛。 (F)
4.  $\sigma$  的读音是 delta。 (F)
5. 函数在某一点处可微, 则在各个方向上都有方向导数。 (T)
6. 闭区域一定为连通集。 (T)
7. 一致连续函数必有界。 (F)
8. 拐点处可能存在极值。 (T)
9. 聚点一定不是外点。 (T)
10. 有界闭集覆盖  $\Rightarrow$  存在有限子覆盖。 (F)

## 二、计算题 (2 题, 每题 10 分)

1. (10 分) 设  $y = (u + v, u - v, u^2v), x = (u, v)$  求  $\frac{dy}{dx}$ 。
2. (10 分) 求椭圆  $x^2 + 3y^2 = 12$  的内接等腰三角形, 其底边平行于椭圆的长轴, 而使面积最大。

## 三、证明题 (6 题, 每题 10 分)

1. (10 分) 证明:  $\sqrt{2} + \sqrt{5}$  不是有理数。
2. (10 分) 证明: 欧式空间中的紧集等价于有界闭集。
3. (10 分) 设  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上连续, 且满足  $f(x^2) = f(x), x \in (0, +\infty)$ , 证明  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上为常数函数。
4. (10 分) 证明: 欧式空间中, 定义域为紧集的连续函数为一致连续函数。
5. (10 分) 已知  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$ , 证明:
 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 b_n + a_2 b_{n-1} + \cdots + a_n b_1}{n} = ab.$$
6. (10 分) 证明: 函数  $f(x) = \sin(x^2)$  在区间  $[0, 1]$  上一致连续, 在  $\mathbb{R}$  上不一致连续。