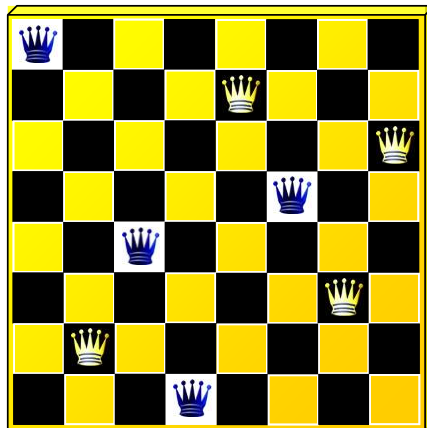


BÀI TOÁN XẾP HẬU

Bài toán

Xét bàn cờ tổng quát kích thước $n \times n$. Một quân hậu trên bàn cờ có thể ăn được các quân khác nằm tại các ô cùng hàng, cùng cột hoặc cùng đường chéo. Hãy tìm các xếp n quân hậu trên bàn cờ sao cho không quân nào ăn quân nào.

Ví dụ một cách xếp với $n = 8$:



Xếp 8 quân hậu trên bàn cờ 8×8

Phân tích

Rõ ràng n quân hậu sẽ được đặt mỗi con một hàng vì hậu ăn được ngang, ta gọi quân hậu sẽ đặt ở hàng 1 là quân hậu 1, quân hậu ở hàng 2 là quân hậu 2... quân hậu ở hàng n là quân hậu

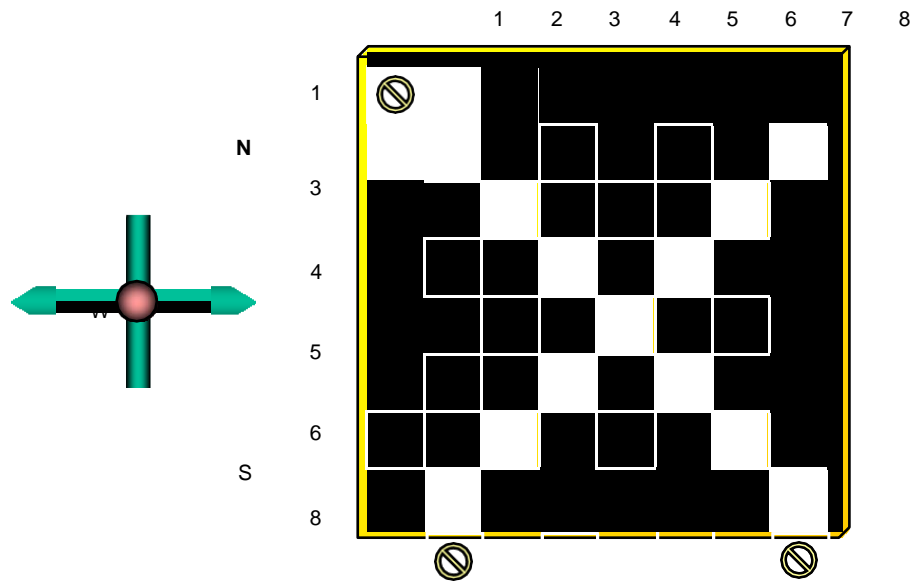
n . Vậy một nghiệm của bài toán sẽ được biết khi ta tìm ra được **vị trí cột của những quân hậu**.

Nếu ta định hướng Đông (Phải), Tây (Trái), Nam (Dưới), Bắc (Trên) thì ta nhận thấy rằng:

- ❖ Một đường chéo theo hướng Đông Bắc - Tây Nam (ĐB-TN) bất kỳ sẽ đi qua một số ô, các ô đó có tính chất: Hàng + Cột = C (Const). Với mỗi đường chéo ĐB-TN ta có 1 hằng số C và với một hằng số C : $2 \leq C$

$\leq 2n$ xác định duy nhất 1 đường chéo ĐB-TN vì vậy ta có thể đánh chỉ số cho các đường chéo ĐB- TN từ 2 đến $2n$

- ❖ Một đường chéo theo hướng Đông Nam - Tây Bắc (ĐN-TB) bất kỳ sẽ đi qua một số ô, các ô đó có tính chất: Hàng - Cột = C (Const). Với mỗi đường chéo ĐN-TB ta có 1 hằng số C và với một hằng số C: $1 - n \leq C \leq n - 1$ xác định duy nhất 1 đường chéo ĐN-TB vì vậy ta có thể đánh chỉ số cho các đường chéo ĐN- TB từ $1 - n$ đến $n - 1$



Đường chéo ĐB-TN mang chỉ số 10 và đường chéo ĐN-TB mang chỉ số 0

Cài đặt:

Ta có 3 mảng logic để đánh dấu:

- ❖ Mảng $a[1..n]$. $a[i] = \text{TRUE}$ nếu như cột i còn tự do, $a[i] = \text{FALSE}$ nếu như cột i đã bị một quân hậu không chế
- ❖ Mảng $b[2..2n]$. $b[i] = \text{TRUE}$ nếu như đường chéo ĐB-TN thứ i còn tự do, $b[i] = \text{FALSE}$ nếu như đường chéo đó đã bị một quân hậu không chế.
- ❖ Mảng $c[1-n..n-1]$. $c[i] = \text{TRUE}$ nếu như đường chéo ĐN-TB thứ i còn tự do, $c[i] = \text{FALSE}$ nếu như đường chéo đó đã bị một quân hậu không chế.

Ban đầu cả 3 mảng đánh dấu đều mang giá trị TRUE. (Các cột và đường chéo đều tự do)

Thuật toán quay lui:

- ❖ Xét tất cả các cột, thử đặt quân hậu 1 vào một cột, với mỗi cách đặt như vậy, xét tất cả các cách đặt quân hậu 2 không bị quân hậu 1 ăn, lại

thử 1 cách đặt và xét tiếp các cách đặt quân hậu 3... Mỗi cách đặt được đến quân hậu n cho ta 1 nghiệm

- ❖ Khi chọn vị trí cột j cho quân hậu thứ i, thì ta phải chọn ô(i, j) không bị các quân hậu đặt trước đó ăn, tức là phải chọn cột j còn tự do, đường chéo ĐB-TN (i+j) còn tự do, đường chéo ĐN-TB(i-j) còn tự do. Điều này có thể kiểm tra ($a[j] = b[i+j] = c[i-j] = \text{TRUE}$)
- ❖ Khi thử đặt được quân hậu thứ i vào cột j, nếu đó là quân hậu cuối cùng ($i = n$) thì ta có một nghiệm. Nếu không:

Trước khi gọi đệ quy tìm cách đặt quân hậu thứ $i + 1$, ta đánh dấu cột và 2 đường chéo bị quân hậu vừa đặt khống chế ($a[j] = b[i+j] = c[i-j] := \text{FALSE}$) để các lần gọi đệ quy tiếp sau chọn cách đặt các quân hậu kế tiếp sẽ không chọn vào những ô nằm trên cột j và những đường chéo này nữa.

Sau khi gọi đệ quy tìm cách đặt quân hậu thứ $i + 1$, có nghĩa là sắp tới ta lại thử một cách đặt khác cho quân hậu thứ i, ta bỏ đánh dấu cột và 2 đường chéo bị quân hậu vừa thử đặt khống chế ($a[j] = b[i+j] = c[i-j] := \text{TRUE}$) tức là cột và 2 đường chéo đó lại thành tự do, bởi khi đã đặt quân hậu i sang vị trí khác rồi thì cột và 2 đường chéo đó hoàn toàn có thể gán cho một quân hậu khác

Hãy xem lại trong các chương trình liệt kê chỉnh hợp không lặp và hoán vị về kỹ thuật đánh dấu. Ở đây chỉ khác với liệt kê hoán vị là: liệt kê hoán vị chỉ cần một mảng đánh dấu xem giá trị có tự do không, còn bài toán xếp hậu thì cần phải đánh dấu cả 3 thành phần: Cột, đường chéo ĐB-TN, đường chéo ĐN- TB. Trường hợp đơn giản hơn: Yêu cầu liệt kê các cách đặt n quân xe lên bàn cờ nxn sao cho không quân nào ăn quân nào chính là bài toán liệt kê hoán vị

- ❖ **Input:** file văn bản QUEENS.INP chứa số nguyên dương $n \leq 12$
- ❖ **Output:** file văn bản QUEENS.OUT, mỗi dòng ghi một cách đặt n quân hậu

QUEENS . INP	QUEENS . OUT
5	(1, 1) ; (2, 3) ; (3, 5) ; (4, 2) ; (5, 4) ; (1, 1) ; (2, 4) ; (3, 2) ; (4, 5) ; (5, 3) ; (1, 2) ; (2, 4) ; (3, 1) ; (4, 3) ; (5, 5) ; (1, 2) ; (2, 5) ; (3, 3) ; (4, 1) ; (5, 4) ; (1, 3) ; (2, 1) ; (3, 4) ; (4, 2) ; (5, 5) ; (1, 3) ; (2, 5) ; (3, 2) ; (4, 4) ; (5, 1) ; (1, 4) ; (2, 1) ; (3, 3) ; (4, 5) ; (5, 2) ; (1, 4) ; (2, 2) ; (3, 5) ; (4, 3) ; (5, 1) ; (1, 5) ; (2, 2) ; (3, 4) ; (4, 1) ; (5, 3) ; (1, 5) ; (2, 3) ; (3, 1) ; (4, 4) ; (5, 2) ;

