problem

2017 年 11 月 25 日

目录

1 tree

1.1 Description

https://oj.thusaac.org/#!/contest/23/problem/123

1.2 Solution

这题主要就是树链剖分的一个扩展: 询问/修改与一条链相邻的点.

然后发现, 这个可以通过魔改树链剖分的那些边在线段树里的顺序来解决.

考虑这样一种方案: 在最开头的肯定是根连下去的一条重链, 紧接着, 我们将这条重链从下到上经过的点连出去的虚边依次加入, 最后, 再按顺序 dfs 这些虚边的子树.

容易发现, 按照这样的顺序, 链和子树依旧是可以查询/修改的. 同时还可以支持链相邻的查询/修改.

2 count

2.1 Description

https://oj.thusaac.org/#!/contest/23/problem/126

2.2 Solution

这题挺厉害的. 不过题面写错了, 要求的应该是

$$\prod_{i=1}^{n} A_i^{d_i} d_i$$

首先用 Prufer 编码发现要求的就是

$$\begin{aligned} ans &= \sum_{d_1+\cdots+d_n=n-2} (n-2)! \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i!} A_i^{d_i+1}(d_i+1) \\ &= \left((n-2)! \prod_{i=1}^{n} A_i\right) \sum_{d_1+\cdots+d_n=n-2} \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i!} A_i^{d_i}(d_i+1) \end{aligned}$$

也就是要求

$$\sum_{d_1+\cdots+d_n=n-2} \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i!} A_i^{d_i}(d_i+1)$$

这个已经可以 $O(n^3)$ 做了. 用 FFT 可以做到 $O(n^2 \log n)$.
然后, 考虑每一个形如 $d_{p_1} d_{p_2} \ldots d_{p_k}$ 的单项式

$$\begin{aligned} & d_{p_1} d_{p_2} \ldots d_{p_k} \sum_{d_1+\cdots+d_n=n-2} \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i!} A_i^{d_i} \\ = & \left(\prod_{i=1}^{k} A_{p_i}\right) \sum_{d_1+\cdots+d_n=n-2} \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{(d_i-[i \in \mathcal{P}])!} A_i^{d_i-[i\in\mathcal{P}]} \\ = & \left(\prod_{i=1}^{k} A_{p_i}\right) \sum_{d_1+\cdots+d_n=n-2-k} \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i!} A_i^{d_i} \\ = & \left(\prod_{i=1}^{k} A_{p_i}\right) \frac{(\sum_{i=1}^{n} A_i)^{n-2-k}}{(n-2-k)!} \end{aligned}$$

$(\mathcal{P} = \{p_1, p_2, \ldots, p_k\})$
精彩! 然后就可以 $O(n^2)$ DP 了.
可以发现, 如果要求的是

$$\sum_{d_1+\cdots+d_n=n-2} \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i!} A_i^{d_i} d_i$$

反而是不好做的. 至少我现在不会...