

水题选讲

ZegWe

March 10, 2017

写在前面

作为我校最弱选手，所以这些题都很水。

希望各位 d a l a o 不要装作不懂，大喊“这题好难啊，我不会啊”

当然，d a l a o 们可以大喊“这题好水啊，我给秒了啊”

[BZOJ 3551] Peaks加强版

Description

给定一个无向图($n \leq 10^5, m \leq 5 * 10^5$),

每个点有一个权值, 每条边有一个困难度.

有 q 个询问($q \leq 5 * 10^5$).

要求输出从某个点出发, 经过困难度不超过 x 的边, 能到达的点中第 k 大的权值.

要求强制在线

Solution

我们可以发现，在图中如果想存在一个环，那么，环上权值最大的边一定时间没有用的。
于是我们可以对原图建一棵最小生成树，在这棵树上得到的答案和原图是相同的。
然后题目就转化成了在树上找一条边，
使得在断开这条边后询问的点所属联通块中所有边权值都不大于 x ，
在这个联通块中找到第 k 大的权值。
然后怎么做呢？

Solution

我们在用 `k r u s k a l` 进行最小生成树时，每连接一条边，就新建一个节点，将他作为连接的两个联通块的根节点，将边的权值赋给这个点。

这样，到最后我们可以发现，这个图的形成了一个大顶堆。

这个时候我们再回到问题，我们在这颗树上沿着询问点一直往上走，

直到最后一个权值不大于 x 的点，

以这个点为根的子树就是要找的联通块。

Solution

找到了联通块，而且还是一棵子树，我们用主席树维护一下dfs序，就可以得到答案了。

Description

给定一个无向图($n \leq 2 * 10^5, m \leq 2 * 10^5$),其中有 s 个点是加油站.
每辆车都有一个油量上限 b , 即每次行驶的距离不超过 b , 但在加油站可以加满.
给出 q 个询问($q \leq 2 * 10^5$), 每次给出 x, y, b .
输出是否能从 x 行驶到 y , 车的油量上限为 b , 并且保证 x, y 都是加油站.

Solution

首先，我们可以发现，询问和与答案有关的点都是加油站，
所以我们考虑用某种方法将无关点去掉

Solution

想一想，我们可以求出每个加油站到离他最近的加油站的距离，
这可以用多源最短路搞一搞。
然后原图就变成了一个只有加油站的图，
问题转化为新图上 x 到 y 是否有一条路径，使得路径上每一条边的值都不超过 b
这又怎么解决？

Solution

和上一题类似，我们对新图建一棵最小生成树，
我们可以发现，图上的非树边对答案是没有影响的，完全可以忽略掉。
到现在，问题又转化成了在树上找到一条 x 到 y 的路径，
使得路径上所有的边权值都不大于 b
然而树上两个点之间有且只有一条路径，用 lca 搞一搞就完了

小结

从上面的两道题我们可以发现，
在涉及图上的一些问题时，可以适当将图转为树
这样就可以使问题简单许多，达到化繁为简的效果

Thanks!!