

Aufgabe 1 (Quadratische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = 4x^2 - 12x - 16$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 4x^2 - 12x - 16 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_1 &= -1 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-1}^4 4x^2 - 12x - 16 \, dx \right| = \left| -\frac{250}{3} \right| = \frac{250}{3}$$

Aufgabe 2 (Kubische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = 4x^3 + 8x^2 - 12x$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 4x^3 + 8x^2 - 12x &= 0 \\ 4x(x^2 + 2x - 3) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 + 2x - 3 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_2 &= -3 \\ x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-3}^0 4x^3 + 8x^2 - 12x \, dx \right| + \left| \int_0^1 4x^3 + 8x^2 - 12x \, dx \right| = |45| + \left| -\frac{7}{3} \right| = 45 + \frac{7}{3} = \frac{142}{3}$$

Aufgabe 3 (Quadratische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = -3x^2 - 9x + 12$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -3x^2 - 9x + 12 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_1 &= -4 \\ x_2 &= 1 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-4}^1 -3x^2 - 9x + 12 \, dx \right| = \left| \frac{125}{2} \right| = \frac{125}{2}$$

Aufgabe 4 (Kubische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 8x$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 2x^3 - 6x^2 - 8x &= 0 \\ 2x(x^2 - 3x - 4) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 - 3x - 4 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_2 &= -1 \\ x_3 &= 4 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-1}^0 2x^3 - 6x^2 - 8x \, dx \right| + \left| \int_0^4 2x^3 - 6x^2 - 8x \, dx \right| = \left| \frac{3}{2} \right| + |-64| = \frac{3}{2} + 64 = \frac{131}{2}$$

Aufgabe 5 (Quadratische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = -2x^2 + 2x + 40$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -2x^2 + 2x + 40 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_1 &= -4 \\ x_2 &= 5 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-4}^5 -2x^2 + 2x + 40 \, dx \right| = |243| = 243$$

Aufgabe 6 (Kubische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = 3x^3 - 48x$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 3x^3 - 48x &= 0 \\ 3x(x^2 - 16) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 - 16 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_2 &= -4 \\ x_3 &= 4 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-4}^0 3x^3 - 48x \, dx \right| + \left| \int_0^4 3x^3 - 48x \, dx \right| = |192| + |-192| = 192 + 192 = 384$$

Aufgabe 7 (Quadratische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -x^2 + 2x + 3 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_1 &= -1 \\ x_2 &= 3 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-1}^3 -x^2 + 2x + 3 \, dx \right| = \left| \frac{32}{3} \right| = \frac{32}{3}$$

Aufgabe 8 (Kubische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = 4x^3 - 4x$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 4x^3 - 4x &= 0 \\ 4x(x^2 - 1) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 - 1 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_2 &= -1 \\ x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-1}^0 4x^3 - 4x \, dx \right| + \left| \int_0^1 4x^3 - 4x \, dx \right| = |1| + |-1| = 1 + 1 = 2$$