Lineare Funktionen

04.09.15

Gegeben ist die Funktion f mit

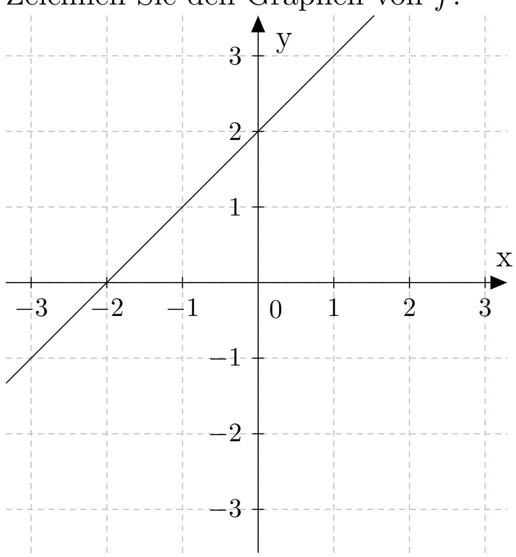
$$f(x) = x + 2\ .$$

a) Bestimmen Sie die Nullstellen von f.
Nullstellen:

$$f(x) = 0$$
$$x + 2 = 0$$
Mit CAS:
$$x = -2$$

$\Rightarrow$ Nullstelle bei $N(-2|0)$

b) Zeichnen Sie den Graphen von f.



c) Bestimmen Sie den Funktionswert an der Stelle $x = 1$.
Funktionswert:
$f(1) = 3$ (mit CAS)

d) Bestimmen Sie, an welcher Stelle die Funktion den Wert $y = 5$ annimmt.
Funktionsstelle:

$$f(x) = 5$$
$$x + 2 = 0$$
Mit CAS:
$$x = 3$$

e) Untersuchen Sie die Steigung von f sowohl qualitativ (fallend/steigend) als auch quantitativ. Geben Sie hierzu auch die Steigung in Prozent und den Steigungswinkel an.
Steigung (in Prozent): $m = 1 = 100.0\%$
Steigungswinkel:

$$\tan(\alpha) = 1$$

mit CAS:

$$\alpha = 45.0°$$

f) Gegeben ist eine weitere Funktion g, deren Graph durch die Punkte $A(5|9)$ und $B(-1|-3)$ verläuft. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g.
Geradengleichung aufstellen: $y = mx + c$ (*)
Steigung bestimmen:
$m = \frac{(-3)-(9)}{(-1)-(5)} = 2$
y-Wert, x-Wert und m in (*) einsetzen:

$$\begin{aligned} 9 &= 2 \cdot 5 + c \\ -1 &= c \end{aligned}$$

Funktionsgleichung:

$$g(x) = 2x - 1$$

g) Untersuchen Sie, ob sich f und g schneiden und bestimmen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt.
Schnittpunkt:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ x + 2 &= 2x - 1 \end{aligned}$$

mit CAS:

$$x = 3$$

$\Rightarrow$ Schnittpunkt bei $N(3|5)$

h) Bestimmen Sie den Schnittwinkel zwischen f und g.
Schnittwinkel:

$$\begin{aligned} \tan(\alpha) &= \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2}\right| \\ \tan(\alpha) &= \left|\frac{(1) - (2)}{1 + (1)(2)}\right| \end{aligned}$$

mit CAS:

$$\alpha = 18.0°$$