

Name:

## Thema: Integralrechnung

**Aufgabe 1 (3+4=7 Punkte):**

Berechnen Sie die bestimmten Integrale.

a)  $\int_1^3 x^3 dx$

b)  $\int_{-2}^2 x^7 - 2x^3 dx$

**Aufgabe 2 (2+4+4+4+1=15 Punkte):**

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = e^{\frac{1}{4}x}.$$

- a) Bestimmen Sie die Funktionswerte  $f(-4)$ ,  $f(0)$ ,  $f(4)$  und  $f(8)$ .
- b) Zeichnen Sie den Graphen von  $f$  im Intervall  $[-4; 8]$ .
- c) Bestimmen Sie näherungsweise den Flächeninhalt zwischen dem Graphen von  $f$  und der  $x$ -Achse über dem Intervall  $[0; 8]$ . Nutzen Sie dazu die Untersumme  $U_2$  und veranschaulichen Sie Ihre Vorgehenseise an Ihrer Zeichnung.
- d) Eine Stammfunktion von  $f$  lautet:

$$F(x) = 4e^{\frac{1}{4}x}.$$

Bestimmen Sie damit den exakten Flächeninhalt zwischen Graph und  $x$ -Achse über dem Intervall  $[0; 8]$  und geben Sie an, welchen prozentualen Fehler Ihre Näherungslösung hat.

- e) Beschreiben Sie eine Möglichkeit, wie Sie den Fehler verringern können.

**Aufgabe 3 (8 oder 12 Punkte):**

Der Graph von  $f$  und die  $x$ -Achse schließen eine Fläche ein. Bestimmen Sie deren Inhalt. Verwenden Sie für  $f$

**entweder**

$$f(x) = x^2 + 4x - 5$$

**oder**

$$f(x) = -2x^3 + 6x^2 + 20x$$

.

**Aufgabe 4 (15 Punkte):**

Zwei Seen sind durch einen 8 Meter breiten Kanal verbunden. An der tiefsten Stelle hat der Kanal eine Tiefe von 3 Meter. Der Querschnitt des Kanals ist auf dem Bild rechts (nicht maßstabsgetreu) abgebildet. Bestimmen Sie, wieviel Wasser der Kanal aufnehmen kann, wenn er eine Länge von 500 Meter besitzt.

