Lineare Funktionen

04.09.15

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{x}{4} + 3\,.$$

a) Bestimmen Sie die Nullstellen von f.
Nullstellen:

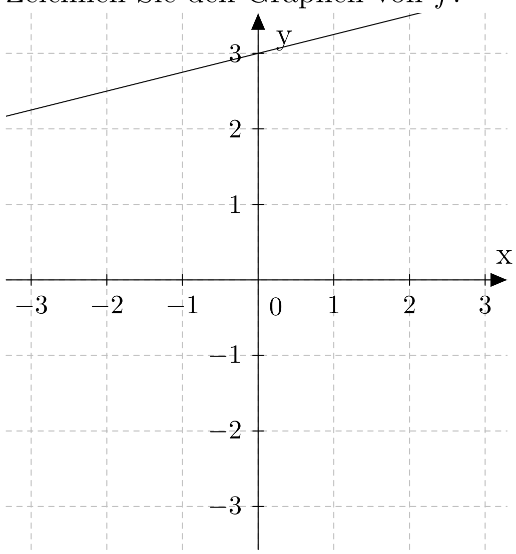
$$f(x) = 0$$
$$\frac{x}{4} + 3 = 0$$

Mit CAS:

$$x = -12$$

$\Rightarrow$ Nullstelle bei $N(-12|0)$

b) Zeichnen Sie den Graphen von f.



c) Bestimmen Sie den Funktionswert an der Stelle $x = -4$.
Funktionswert:
$f(-4) = 2$ (mit CAS)

d) Bestimmen Sie, an welcher Stelle die Funktion den Wert $y = 5$ annimmt.
Funktionsstelle:

$$f(x) = 5$$
$$\frac{x}{4} + 3 = 0$$

Mit CAS:

$$x = 8$$

e) Untersuchen Sie die Steigung von f sowohl qualitativ (fallend/steigend) als auch quantitativ. Geben Sie hierzu auch die Steigung in Prozent und den Steigungswinkel an.
Steigung (in Prozent): $m = \frac{1}{4} = 25.0\%$
Steigungswinkel:

$$\tan(\alpha) = \frac{1}{4}$$

mit CAS:

$$\alpha = 14.0°$$

f) Gegeben ist eine weitere Funktion g, deren Graph durch die Punkte $A(2|0)$ und $B(-4|6)$ verläuft. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g.
Geradengleichung aufstellen: $y = mx + c$ (*)
Steigung bestimmen:
$m = \frac{(6)-(0)}{(-4)-(2)} = -1$
y-Wert, x-Wert und m in (*) einsetzen:

$$0 = -1 \cdot 2 + c$$
$$2 = c$$

Funktionsgleichung:

$$g(x) = -x + 2$$

g) Untersuchen Sie, ob sich f und g schneiden und bestimmen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt.
Schnittpunkt:

$$f(x) = g(x)$$
$$\frac{x}{4} + 3 = -x + 2$$

mit CAS:

$$x = -\frac{4}{5}$$

$\Rightarrow$ Schnittpunkt bei $N(-\frac{4}{5}|\frac{14}{5})$

h) Bestimmen Sie den Schnittwinkel zwischen f und g.
Schnittwinkel:

$$\tan(\alpha) = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2}\right|$$
$$\tan(\alpha) = \left|\frac{(\frac{1}{4}) - (-1)}{1 + (\frac{1}{4})(-1)}\right|$$

mit CAS:

$$\alpha = 59.0°$$