

Aufgabe 1 (Quadratische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = 3x^2 + 6x - 45$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 3x^2 + 6x - 45 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_1 &= -5 \\ x_2 &= 3 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-5}^3 3x^2 + 6x - 45 \, dx \right| = |-256| = 256$$

Aufgabe 2 (Kubische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = -2x^3 + 8x$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -2x^3 + 8x &= 0 \\ -2x(x^2 - 4) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 - 4 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_2 &= -2 \\ x_3 &= 2 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-2}^0 -2x^3 + 8x \, dx \right| + \left| \int_0^2 -2x^3 + 8x \, dx \right| = |-8| + |8| = 8 + 8 = 16$$

Aufgabe 3 (Quadratische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = -2x^2 - 2x + 4$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -2x^2 - 2x + 4 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_1 &= -2 \\ x_2 &= 1 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-2}^1 -2x^2 - 2x + 4 \, dx \right| = |9| = 9$$

Aufgabe 4 (Kubische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = 4x^3 - 4x$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 4x^3 - 4x &= 0 \\ 4x(x^2 - 1) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 - 1 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_2 &= -1 \\ x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-1}^0 4x^3 - 4x \, dx \right| + \left| \int_0^1 4x^3 - 4x \, dx \right| = |1| + |-1| = 1 + 1 = 2$$

Aufgabe 5 (Quadratische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = 5x^2 - 5x - 100$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 5x^2 - 5x - 100 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_1 &= -4 \\ x_2 &= 5 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-4}^5 5x^2 - 5x - 100 \, dx \right| = \left| -\frac{1215}{2} \right| = \frac{1215}{2}$$

Aufgabe 6 (Kubische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = -4x^3 + 4x$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -4x^3 + 4x &= 0 \\ -4x(x^2 - 1) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 - 1 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_2 &= -1 \\ x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-1}^0 -4x^3 + 4x \, dx \right| + \left| \int_0^1 -4x^3 + 4x \, dx \right| = |-1| + |1| = 1 + 1 = 2$$

Aufgabe 7 (Quadratische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = x^2 - 3x - 4$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ x^2 - 3x - 4 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_1 &= -1 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-1}^4 x^2 - 3x - 4 \, dx \right| = \left| -\frac{125}{6} \right| = \frac{125}{6}$$

Aufgabe 8 (Kubische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = 3x^3 + 3x^2 - 60x$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 3x^3 + 3x^2 - 60x &= 0 \\ 3x(x^2 + x - 20) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 + x - 20 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_2 &= -5 \\ x_3 &= 4 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-5}^0 3x^3 + 3x^2 - 60x \, dx \right| + \left| \int_0^4 3x^3 + 3x^2 - 60x \, dx \right| = \left| \frac{1625}{4} \right| + |-224| = \frac{1625}{4} + 224 = \frac{2521}{4}$$