

Aufgabe 1 (Quadratische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = -2x^2 + 2x + 40$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -2x^2 + 2x + 40 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_1 &= -4 \\ x_2 &= 5 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-4}^5 -2x^2 + 2x + 40 \, dx \right| = |243| = 243$$

Aufgabe 2 (Kubische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = 3x^3 + 3x^2 - 60x$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 3x^3 + 3x^2 - 60x &= 0 \\ 3x(x^2 + x - 20) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 + x - 20 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_2 &= -5 \\ x_3 &= 4 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-5}^0 3x^3 + 3x^2 - 60x \, dx \right| + \left| \int_0^4 3x^3 + 3x^2 - 60x \, dx \right| = \left| \frac{1625}{4} \right| + |-224| = \frac{1625}{4} + 224 = \frac{2521}{4}$$

Aufgabe 3 (Quadratische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = -4x^2 + 16x + 20$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -4x^2 + 16x + 20 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_1 &= -1 \\ x_2 &= 5 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-1}^5 -4x^2 + 16x + 20 \, dx \right| = |144| = 144$$

Aufgabe 4 (Kubische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = -4x^3 - 4x^2 + 8x$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -4x^3 - 4x^2 + 8x &= 0 \\ -4x(x^2 + x - 2) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 + x - 2 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_2 &= -2 \\ x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-2}^0 -4x^3 - 4x^2 + 8x \, dx \right| + \left| \int_0^1 -4x^3 - 4x^2 + 8x \, dx \right| = \left| -\frac{32}{3} \right| + \left| \frac{5}{3} \right| = \frac{32}{3} + \frac{5}{3} = \frac{37}{3}$$

Aufgabe 5 (Quadratische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = -5x^2 + 5x + 60$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -5x^2 + 5x + 60 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_1 &= -3 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-3}^4 -5x^2 + 5x + 60 \, dx \right| = \left| \frac{1715}{6} \right| = \frac{1715}{6}$$

Aufgabe 6 (Kubische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = -2x^3 + 6x^2 + 20x$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -2x^3 + 6x^2 + 20x &= 0 \\ -2x(x^2 - 3x - 10) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 - 3x - 10 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_2 &= -2 \\ x_3 &= 5 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-2}^0 -2x^3 + 6x^2 + 20x \, dx \right| + \left| \int_0^5 -2x^3 + 6x^2 + 20x \, dx \right| = |-16| + \left| \frac{375}{2} \right| = 16 + \frac{375}{2} = \frac{407}{2}$$

Aufgabe 7 (Quadratische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = -x^2 - 4x + 5$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -x^2 - 4x + 5 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_1 &= -5 \\ x_2 &= 1 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-5}^1 -x^2 - 4x + 5 \, dx \right| = |36| = 36$$

Aufgabe 8 (Kubische Funktion):

Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graph von f und der x -Achse.

$$f(x) = 4x^3 - 4x^2 - 80x$$

Nullstellen bestimmen:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 4x^3 - 4x^2 - 80x &= 0 \\ 4x(x^2 - x - 20) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x^2 - x - 20 &= 0 \quad (pq\text{-Formel}) \\ x_2 &= -4 \\ x_3 &= 5 \end{aligned}$$

Von Nullstelle zu Nullstelle integrieren und Beträge setzen:

$$A = \left| \int_{-4}^0 4x^3 - 4x^2 - 80x \, dx \right| + \left| \int_0^5 4x^3 - 4x^2 - 80x \, dx \right| = \left| \frac{896}{3} \right| + \left| -\frac{1625}{3} \right| = \frac{896}{3} + \frac{1625}{3} = \frac{2521}{3}$$