REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA DEFENSA
VICEMINISTERIO DE EDUCACIÓN PARA LA DEFENSA
UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL
POLITÉCNICA DE LA FUERZA ARMADA NACIONAL
UNEFA FALCÓN

Materia: Geometría Analítica **Docente:** Ing. Violeta Gutiérrez

GUÍA INFORMATIVA

CONCEPTO Y ELEMENTOS DE LA ELIPSE

Es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante.

ELEMENTOS DE LA ELIPSE:

1. Focos: Son los puntos fijos F y F'.

2. Eje focal: Es la recta que pasa por los focos.

3. Eje secundario: Es la mediatriz del segmento FF'.

4. Centro: Es el punto de intersección de los ejes.

5. Radios vectores: Son los segmentos que van desde un punto de la elipse a los focos: PF y PF'.

6. Distancia focal: Es el segmento de longitud 2c, c es el valor de la semidistancia focal.

7. Vértices: Son los puntos de intersección de la elipse con los ejes: A, A', B y B'.

8. Eje mayor: Es el segmento de longitud 2a, a es el valor del semieje mayor.

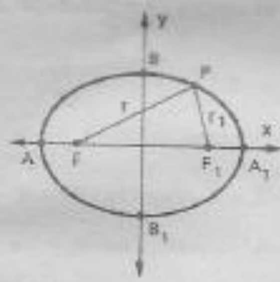
9. Eje menor: Es el segmento de longitud 2b, b es el valor del semieje menor.

10. Ejes de simetría: Son las rectas que contienen al eje mayor o al eje menor.

11. Centro de simetría: Coincide con el centro de la elipse, que es el punto de intersección de los ejes de simetría.

FORMULAS

ELIPSE



Definición focos.– Es el lugar geométrico de los puntos de un plano, tales, que la suma de sus distancias a dos puntos fijos F y F_1 llamados *focos* es constante.

$\overline{PF} = r$ y $\overline{PF_1} = r_1$, se llaman *radios vectores.*

$\overline{FF_1}$ → Es la *distancia focal* y se designa por $2c$.

$\overline{AA_1}$ → Es el *eje mayor* y se designa por $2a$.

$\overline{BB_1}$ → Es el *eje menor* y se designa por $2b$.

Vértices de la elipse.– Son los puntos en que los ejes cortan a la curva; A, A_1 y B, B_1.

Relación entre a, b y c → $\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$

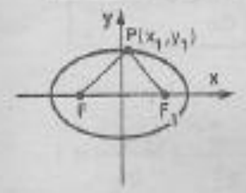
Relación entre los radios → $\boxed{r + r_1 = 2a}$

Excentricidad → Es la relación $e = \frac{c}{a}$ y siempre es menor que uno

Radios vectores → $\boxed{\begin{array}{l} r = a + ex \\ r_1 = a - ex \end{array}}$

excentricidad → e

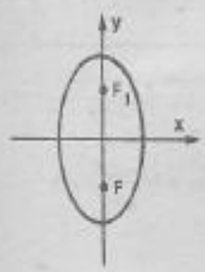
Ecuación de la elipse en forma canónica



El centro de la elipse coincide con el centro de coordenadas y los focos están en el eje de las x.

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1}$$

Coordenadas de los focos: $F(-C,0)$; $F_1(C,0)$



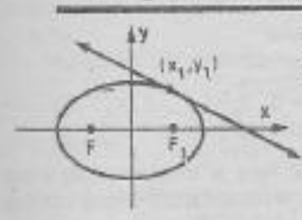
El centro de la elipse coincide con el centro de coordenadas y los focos están en el eje de las y.

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

Coordenadas de los focos:

$F(0,-C)$; $F_1(0,C)$

Tangente a la elipse en uno de sus puntos



El centro de la elipse coincide con el centro de coordenadas.

$$\boxed{\frac{x\cdot x_1}{a^2}+\frac{y\cdot y_1}{b^2}=1}$$

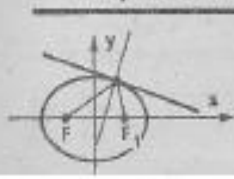
Tangente a la elipse de pendiente dada

El centro de la elipse coincide con el centro de coordenadas.

$$\boxed{y=mx\pm\sqrt{a^2m^2+b^2}}$$

m es la pendiente

Propiedad de la tangente

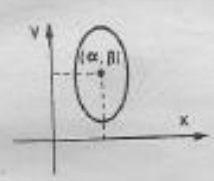


La tangente en un punto de la elipse, es bisectriz del ángulo formado por un radio vector y la prolongación del otro.

Ecuación de la elipse de centro $(\alpha\ \beta)$ y eje mayor paralelo al eje Ox

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}+\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$$

Ecuación de la elipse de centro (α, β) y eje mayor paralelo al eje oy.



$$\frac{(y-\beta)^2}{a^2}+\frac{(x-\alpha)^2}{b^2}=1$$

Ecuación general de la elipse

$$\boxed{Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0}$$

Una ecuación de segundo grado en la cual falta el término en xy y los coeficientes de x^2 e y^2, tiene el mismo signo, representa una elipse con los ejes paralelos a los ejes coordenadas (excepcionalmente un solo punto o no existe gráfica).

CONCEPTO DE PARÁBOLA Y SUS ELEMENTOS

Una parábola queda definida por el conjunto de los puntos del plano que equidistan de una recta fija y un punto fijo.

ELEMENTOS DE LA PARÁBOLA

Foco: Es el punto fijo F.

Directriz: Es la recta fija D.

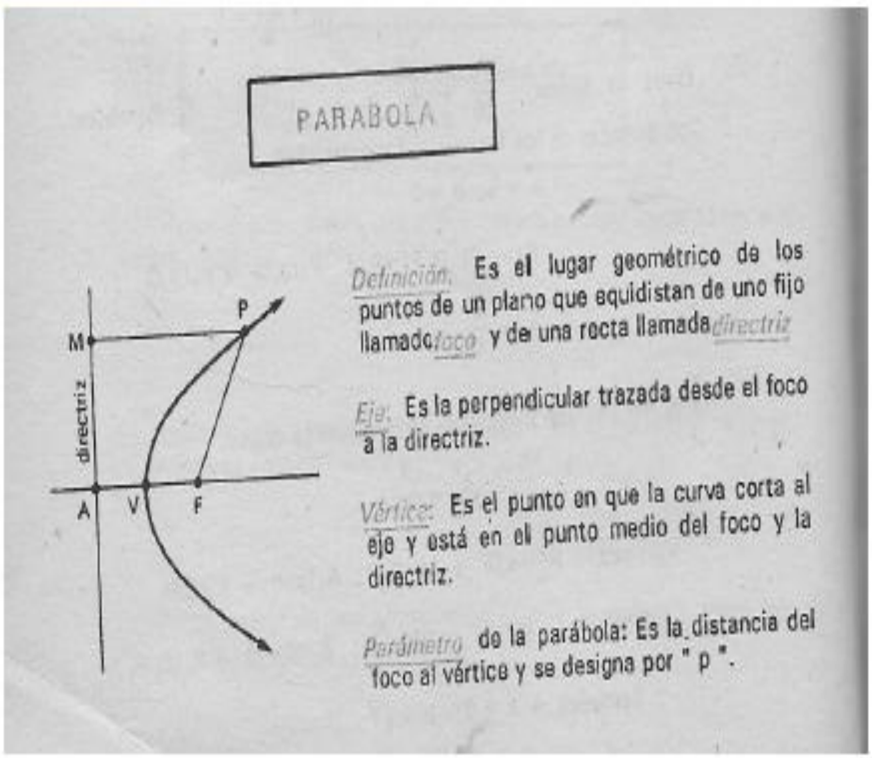
Parámetro: A la distancia entre el foco y la directriz de una parábola se le llama parámetro p.

Eje: La recta perpendicular a la directriz y que pasa por el foco recibe el nombre de eje. Es el eje de simetría de la parábola.

Vértice: Es el punto medio entre el foco y la directriz. También se puede ver como el punto de intersección del eje con la parábola.

Radio vector: Es el segmento que une un punto cualquiera de la parábola con el foco.

FORMULAS



PARABOLA

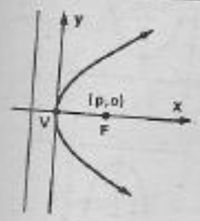
Definición. Es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de uno fijo llamado foco y de una recta llamada directriz

Eje. Es la perpendicular trazada desde el foco a la directriz.

Vértice: Es el punto en que la curva corta al eje y está en el punto medio del foco y la directriz.

Parámetro de la parábola: Es la distancia del foco al vértice y se designa por " p ".

Ecuación de la parábola de vértice el origen y el eje coincidiendo con el eje ox



$\boxed{y^2 = 4px}$

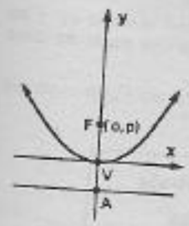
Foco $\to$ $(p,0)$

Directriz $\to$ $x + p = 0$

$p > 0$

$p < 0$

Ecuación de la parábola de vértice el origen y el eje concidiendo con el eje oy



$\boxed{x^2 = 4py}$

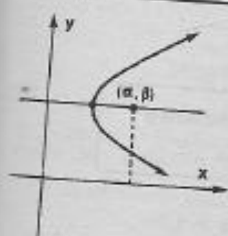
Foco $\to$ $(0,p)$

Directriz $\to$ $y + p = 0$

$p > 0$

$p < 0$

Ecuación de la parábola de vértice (α,β) y eje paralelo al eje ox



$\boxed{(y-\beta)^2 = 4p(x-\alpha)}$

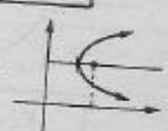
Vértice $\to$ (α, β)

Directriz $\to$ $\alpha \pm p$

Foco $\to$ $\beta \pm 2p$

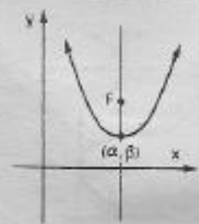
Eje $\to$ $y = \pm \beta$

$p > 0$



$p < 0$

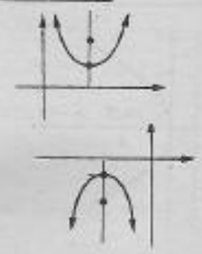
Ecuación de la parabola de vértice (α,β) y eje paralelo al eje oy



$$(x-\alpha)^2 = 4p(y-\beta)$$

p > 0

p < 0



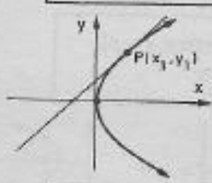
Ecuación general de la parábola

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Una ecuación general de segundo grado, que carece del término xy y en la cual se cumple que $A = 0$; $C \neq 0$ y $D \neq 0$, representa una parábola cuyo eje es paralelo al eje ox.

Si $A \neq 0$; $C = 0$ y $E \neq 0$, la ecuación representa una parábola cuyo eje es paralelo al eje oy

Ecuación de la tangente a la parábola $y^2 = 4px$ en uno de sus puntos



$$y \cdot y_1 = 2p(x+x_1)$$

Ecuación de la tangente de pendiente m a la parábola $y^2 = 4px$

$$y = mx + \frac{p}{m} \qquad \text{en donde } m \neq 0$$

Funcion cuadrática

La función cuadrática ax^2+bx+c en donde $a \neq 0$, está representada gráficamente por la parábola $y = ax^2+bx+c$ cuyo eje es paralelo al eje oy.

Reduciendo dicha ecuación a la forma ordinaria completando cuadrados nos queda:

$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{1}{a}\left(y+\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$ que comparándola con $(x-\alpha)^2 = 4p(y-\beta)$

resulta: <u>Vértice</u> $(\alpha,\beta) \rightarrow \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$; $4p = \frac{1}{a} \rightarrow p = \frac{1}{4a}$

Cuando $a > 0$ se abre hacia arriba y su vértice es un punto mínimo
Cuando $a < 0$ se abre hacia abajo y su vértice es un punto máximo

Tanto el máximo como el mínimo, se calculan con ayuda de las siguientes fórmulas:

$$\boxed{x_{min} = -\frac{b}{2a}} \qquad \boxed{y_{min} = \frac{4ac-b^2}{4a}}$$

Ejercicios Propuestos

1. Hallar la ecuación de una elipse cuyo eje mayor mide 16cm y el menor 10cm.
2. En una elipse el eje menor mide 4 y la distancia entre los focos $2\sqrt{2}$. Hallar su ecuación.
3. En una elipse se conoce la longitud de la distancia focal igual a 20cm. Hallar la ecuación de la elipse, sabiendo que tiene una excentricidad igual a 2/3.
4. Dada la elipse $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ Hallar:
   a) El valor de los semiejes.
   b) Coordenadas de los focos.
   c) Excentricidad.
5. Dada la elipse $4x^2+6y^2+4x-12y-1=0$ Hallar el centro, los semiejes y la excentricidad.
6. Dada la parábola $y^2+4x+4y=0$ Hallar:
   a) El vértice
   b) El eje
   c) El foco
   d) Ecuación de la directriz.
7. Hallar la ecuación de la parábola de vértice en el origen y foco en el punto (4,0).
8. Hallar la ecuación de la parábola de vértice el origen y directriz la recta x+5=0

Gráfica y elementos de la Elipse conociendo la ecuación canónica
https://www.youtube.com/watch?v=ZZtG_9k6UeA

Elipse | Pasar de la ecuación general a la canónica - ordinaria
https://www.youtube.com/watch?v=FwDHJoY7yXU

Elipse

https://www.youtube.com/watch?v=849ryoz3LaU

https://www.youtube.com/watch?v=_d1SyjVGVpk

La parábola

https://www.youtube.com/watch?v=FlsYCYbmJGU