

Pravila dokazovanja

Pravili zamenjave

- Izraz smemo zamenjati z njemu enakim izrazom
- Izjavo smemo zamenjati z njej ekvivalentno izjavo

Za vsak veznik in kvantifikator

Pravila vpeljave, ki povedo kako neposredno dokažemo izjavo s tem veznikom ali kvantifikatorjem

Pravila uporabe, ki povedo kako lahko že znano izjavo uporabimo.

Konjunkcija

Pravilo vpeljave

- Če sta izjavi ϕ in ψ na voljo, potem lahko dodamo v dokaz.

$\phi \wedge \psi$ ker veljata ϕ in ψ

Pravili uporabe

- če je izjava $\phi \wedge \psi$ na voljo, potem lahko dodamo v dokaz:

ϕ ker velja $\phi \wedge \psi$

- če je izjava $\phi \wedge \psi$ na voljo, potem lahko dodamo ψ v dokaz

ψ ker velja $\phi \wedge \psi$

Implikacija

Pravilo vpeljave

Lahko dodamo v dokaz :

Dokaženo $\phi \Rightarrow \psi$

Predpostavimo ϕ
.. <dokaz> ...
 ψ

$\phi \Rightarrow \psi$

Predpostavka ϕ je na voljo le
v oranžni škatlici

Pravilo uporabe

- Če sta izjavi $\phi \Rightarrow \psi$ in ϕ na voljo, potem lahko dodamo v dokaz:

ψ ker veljata $\phi \Rightarrow \psi$ in ϕ

Disjunkcija

Pravili vpeljave

- če je izjava ϕ na voljo, potem lahko dodamo v dokaz.

$$\phi \vee \psi \quad \text{ker velja } \phi$$

- če je izjava ψ na voljo, potem lahko dodamo v dokaz.

$$\phi \vee \psi \quad \text{ker velja } \psi$$

Pravilo uporabe

- Če je izjava $\phi \vee \psi$ na voljo in bi želeli dokazovati ρ , lahko dodamo v dokaz.

Dokažemo ρ z uporabo $\phi \vee \psi$

Predpostavimo ϕ

... < dokaz > ...

ρ

Predpostavimo ψ

... < dokaz > ...

ρ

ρ

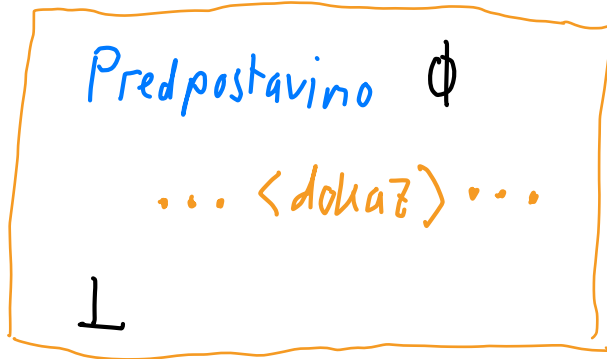
Vsaka predpostavka je na voljo le v svoji oranžni škatljici.

Negacija

Pravilo vpeljave

- Lahko dodamo v dokaz :

Dokažemo $\neg \phi$



$\neg \phi$

Predpostavka ϕ je na voljo le
v oranžni skatljici

Pravilo uporabe

- Če sta $\neg\phi$ in ϕ na voljo, lahko dodamo v dokaz:

\perp ker veljata $\neg\phi$ in ϕ

Neresnica

Pravila vpeljave ni.

Pravilo uporabe

- če je \perp na voljo, lahko dodamo v dokaz

ϕ zaradi protislovja

Resnica

Pravilo vpeljave

- Lahko dodamo v dokaz:

T očitno

Pravila uporabe n1

Dokaz s protislovjem

- Dodamo v dokaz

Dokažemo ϕ s protislovjem

Predpostavimo $\neg \phi$
... < dokaz > ...
 \perp

ϕ

Predpostavka $\neg \phi$ je na voljo le
v oranžni škatljici

Pravilo izključene tretje množnosti

- Lahko vedno dodamo v dokaz

$$\phi \vee \neg \phi \quad \text{LEM}$$

LEM pomeni "Law of the Excluded Middle".

Universalni kvantifikator

Pravilo vpeljave

- Dodamo v dokaz

Dokažemo $\forall x \in X. \phi(x)$

Naj bo $x \in X$

... <dokaz> ...

$\phi(x)$

$\forall x \in X. \phi(x)$

Izjava $x \in X$ doda spremenljivko x v kontekst. x mora biti sveža spremenljivka. x je na voljo le v oranžni škatlici.

Pravilo uporabe

- Če je $\forall x \in X. \phi(x)$ na voljo in če vemo da $\langle \text{izraz} \rangle \in X$, lahko dodamo v dokaz

$$\phi(\langle \text{izraz} \rangle) \text{ ker velja } \forall x. \phi(x)$$

Vse proste spremenljivke v $\langle \text{izraz} \rangle$ u morajo biti iz trenutnega konteksta.

Eksistenčni kvantifikator

Pravilo vpeljave

- Če je $\phi(\langle \text{izraz} \rangle)$ na voljo in vemo, da $\langle \text{izraz} \rangle \in X$, lahko dodamo v dokaz

$$\exists x \in X. \phi \quad \text{ker } \phi(\langle \text{izraz} \rangle)$$

(Samodejno drži, da so vse proste spremenljivke $\langle \text{izraz} \rangle$ a iz konteksta, ker je to posledica pogoja, da je $\phi(\langle \text{izjav} \rangle)$ na voljo.)

Pravilo uporabe

- Če je izjava $\exists x \in X. \phi(x)$ na voljo in bi želeli dokazovati ρ , lahko dodamo v dokaz.

Dokažemo ρ z uporabo $\exists x \in X. \phi(x)$

Naj bo $x \in X$

Predpostavimo $\phi(x)$

... (dokaz) ...

ρ

ρ

Izjava $\exists x \in X$ doda spremenljivko x v kontekst, kjer je x sveža spremenljivka. Spremenljivka x in predpostavka $\phi(x)$ sta na voljo le v oranžni škatljici.