# Задание 1. Вариант 4. Загоруйко М. И. 2255

# Постановка задачи

1) Локализовать один из вещественных корней уравнения для

2) Определить корни с точностью методом простых итераций, проверив достаточное условие сходимости метода. В случае, если достаточное условие сходимости не выполняется, ограничить количество итераций (не больше 10) и сделать выводы о поведении итерационного процесса.

3) Напечатать значение для полученного приближенного значения корня и число выполненных итераций.

# Решение задачи

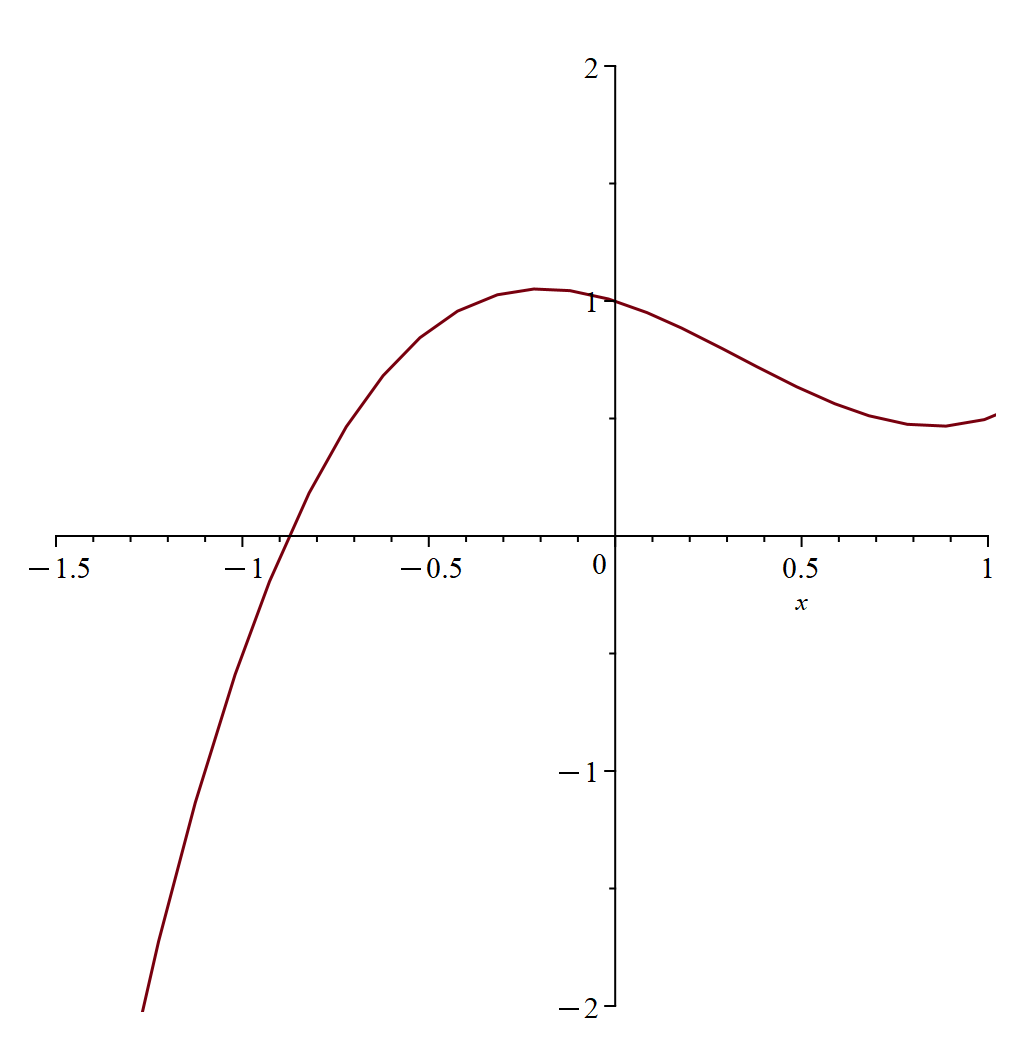
## Приведение исходной функции к виду

Приведём исходное уравнение к виду и выразим значение функции . Для этого прибавим к обеим частям уравнения :

Таким образом найденное значение функции .

## Анализ уравнения графическим методом

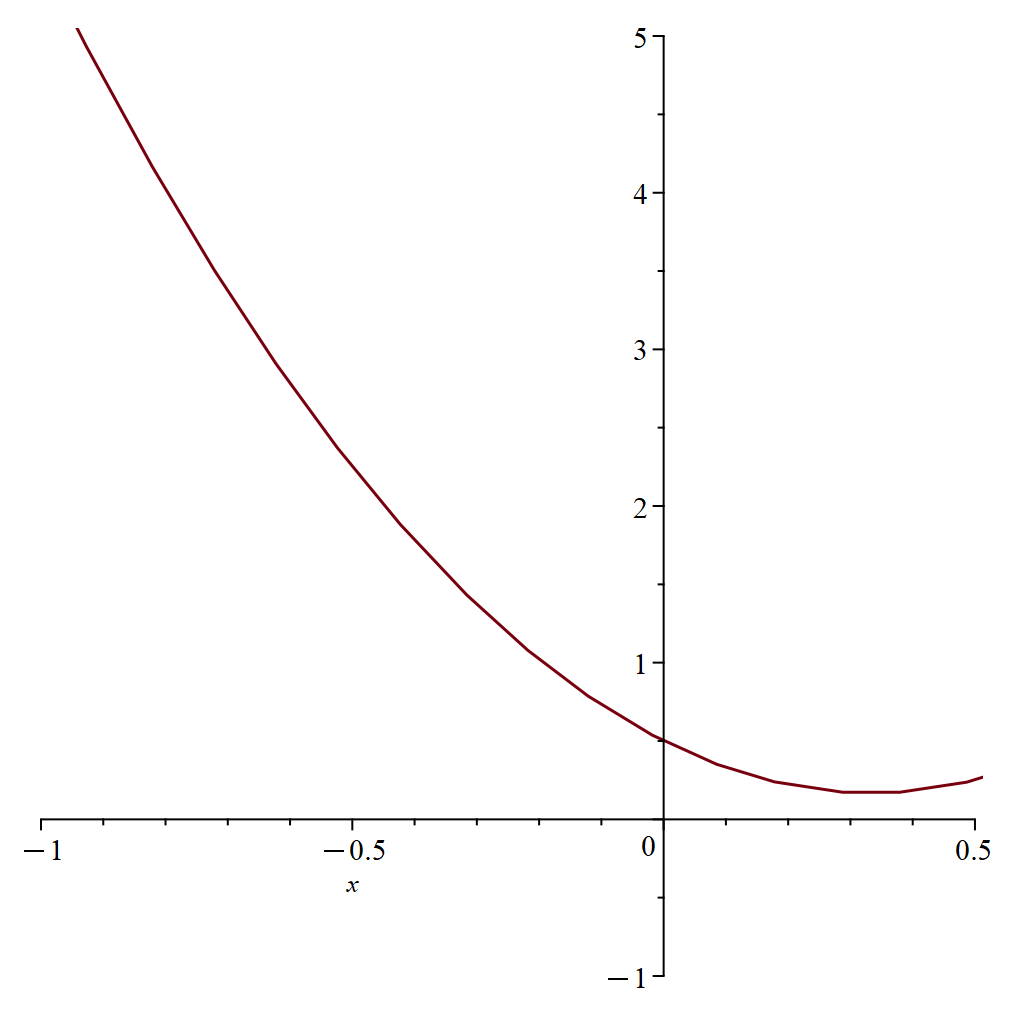
Для локализации промежутка, содержащего корень данного нелинейного уравнения воспользуемся программой Maple, позволяющей представить график данного уравнения.



Невооруженным взглядом можно заметить, что корень уравнения лежит в интервале .

## Проверка достаточного условия сходимости

Внутри некоторой окрестности корня (на достаточно малом интервале локализации корня) должно выполняться условие . Для графического анализа выведем график , который по условию должен быть меньше единицы.



Из графика видно, что данное условие не удовлетворяется на всём интервале нахождения корня . Таким образом не выполняется достаточное условие сходимости.

## Реализация метода простых итераций

Так как на отрезке , было принято решение об использовании упрощённого способа получения условия окончания итерационного процесса .

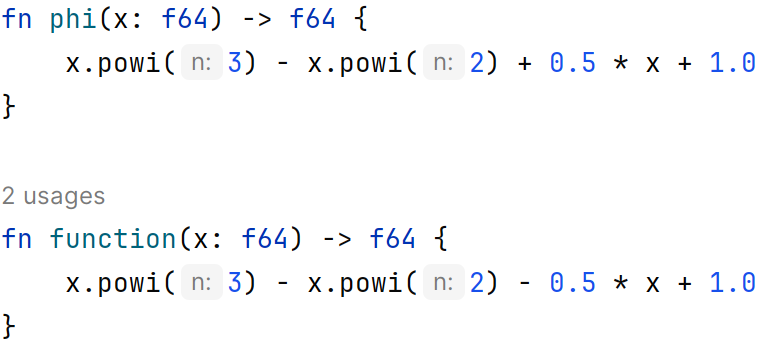
Для начала итерационного алгоритма обозначим начальную точку из полученной окрестности как . Далее начнём производить итерации до момента удовлетворения поставленным условиям выхода из цикла по следующим шагам:

1. Получение результата следующего значения по формуле
2. Проверка выполнения условия выхода из цикла или (второе условие предназначено для выхода при расхождении получаемых значений). При удовлетворении одного из условий производится выход из цикла.

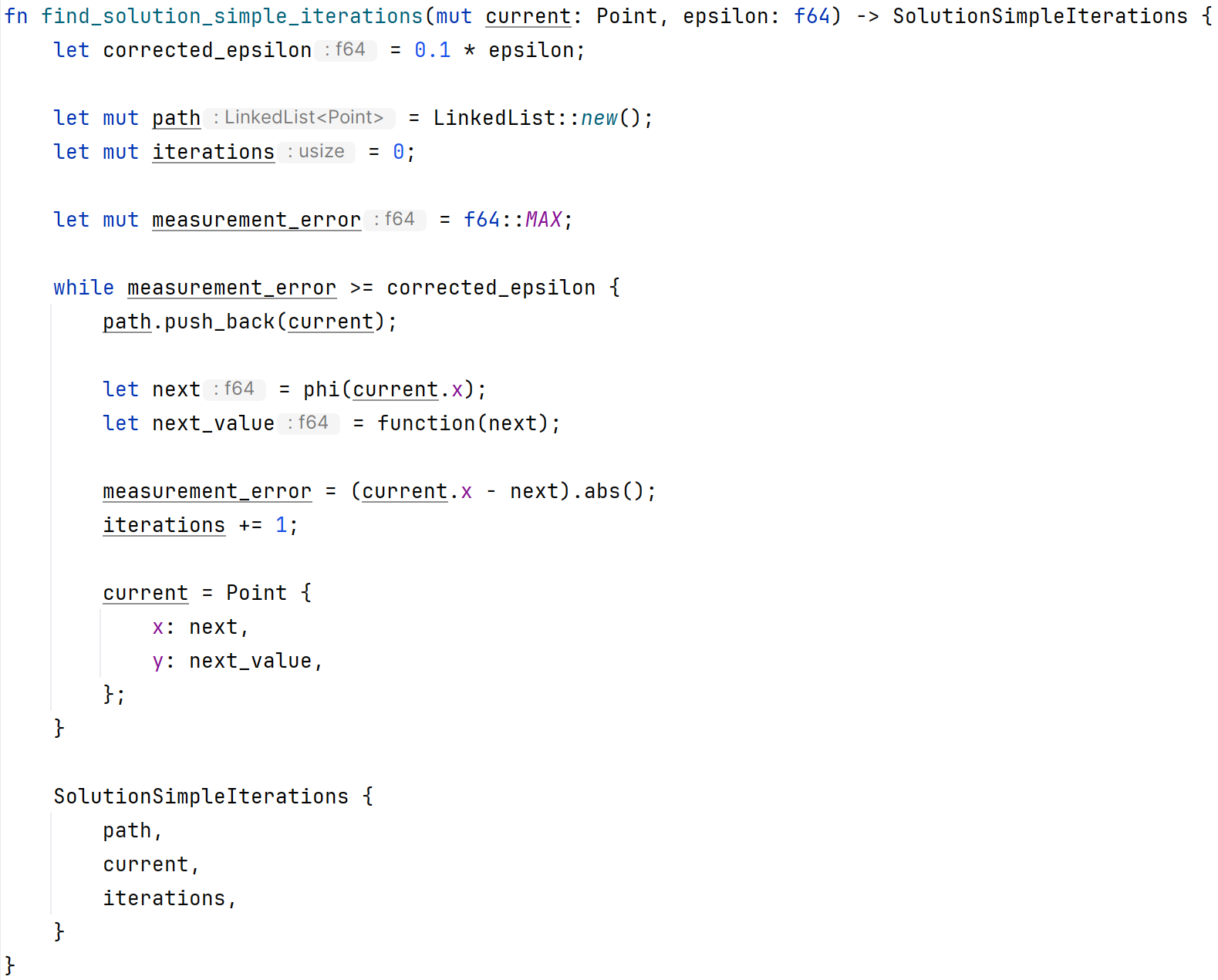
После прекращения работы алгоритма выведем пользователю значение и количество произведённых итераций рекурсивного алгоритма.

# Программная реализация

Для реализации метода простых итераций созданы две функции: – программная реализация функции и – программная реализация исходной функции , используемая для получения итогового результата :

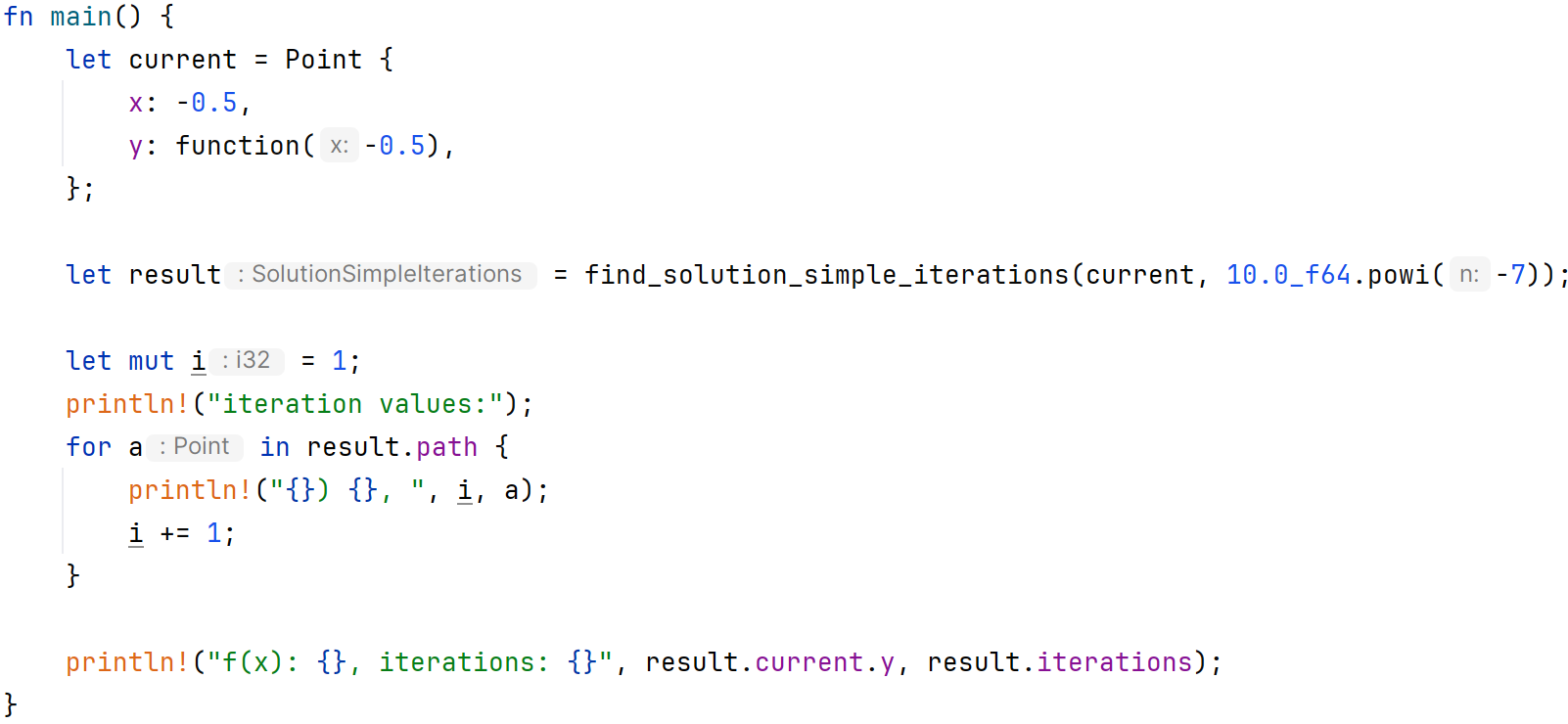


Для нахождения искомого корня, используется функция , которая принимает начальную точку в окрестностях и погрешность :



Данная функция возвращает структуру, хранящую список точек, которые были найдены при каждой итерации, конечное решения, количество произведённых итераций.

В функции создаётся начальная точка окрестности корня и вызывается функция поиска корня. После получения значения корня, результат выводится на консоль.

**

В функции также выводится информация о значении решения на каждой итерации.

# Полученный результат

В результате выполнения программы, в консоль выводится следующая информация:

iteration values:

1) x: -0.5 | y: 0.875,

2) x: 0.375 | y: 0.724609375,

3) x: 1.099609375 | y: 0.5706370696425438,

4) x: 1.6702464446425438 | y: 2.034678824525568,

5) x: 3.7049252691681116 | y: 36.27661630637622,

6) x: 39.981541575544334 | y: 62293.926004391025,

…

11) x: inf | y: NaN,

f(x): NaN, iterations: 11

# Контрольные вопросы

## На какие этапы разделяется процесс нахождения корней нелинейного уравнения. Какие способы отделения корней вам известны?

Процесс нахождения корней разделяется на следующие этапы:

* Локализация корня уравнения (нахождение отрезка [a, b], на котором существует корень).
* Построение алгоритма нахождения корня с заданной погрешностью .

Существует несколько способов выделения отрезка для локализации корня:

* Графический (построение графика для последующего нахождения пересечения функции с осью )
* Метод разбиения на отрезки (разбиваем большой промежуток на отрезков. Если обнаружится, что при некотором значении функции и имеют различную отрицательность, значит на данном отрезке есть по крайней мере один корень).

## Укажите способ оценки абсолютной погрешности решения нелинейного уравнения .

Существует два способа оценки погрешности уравнения :

* Относительно оси по формуле .
* Относительно значения функции по формуле

В зависимости от поведения функции, один метод может быть более предпочтительным чем другой.

## Дайте определение понятий сходящийся итерационный процесс нахождения корня нелинейного уравнения и порядок сходимости итерационного процесса

Сходящийся итерационный процесс нахождения корня нелинейного уравнения – итерационный процесс, при котором найденные корни последовательно приближаются к истинному корню уравнения.

Порядок сходимости – при итерационном процессе нахождения корня имеет место формула отношения соседних найденных решений . При этом порядком в данной формуле является значение .

## Какой порядок сходимости итерационного процесса в методе половинного деления (бисекций, дихотомии) для решения нелинейного уравнения ? Ответ обосновать.

Метод половинного деления имеет линейный порядок сходимости. Порядок сходимости линейный, потому что при каждой итерации интервал делиться надвое, то есть скорость сходимости постоянная.

## Каковы условия сходимости метода бисекций для решения нелинейного уравнения ?

Условия сходимости:

* Функция должна быть непрерывна на интервале
* На концах отрезков начального приближения должны быть различные знаки функции.

## В чем преимущества и недостатки метода половинного деления для решения нелинейного уравнения?

Преимущества:

* Простота использования
* Для выполнения достаточно выполнения
* Количество итераций для разумного приближения не может быть очень большим

Недостатки:

* По сравнению с другими методами, довольно медленно сходится

## Укажите условие сходимости метода простых итераций для решения нелинейного уравнения . Почему можно утверждать, что метод простых итераций для решения нелинейного уравнения сходится глобально?

Для использования метода простых итераций необходимо привести уравнение вида к уравнению , тогда верно следующее:

Пусть в некотором промежутке корня функция дифференцируема и удовлетворяет неравенству , где – постоянная, тогда независимо от начального приближения, метод сходится со скоростью геометрической прогрессии.

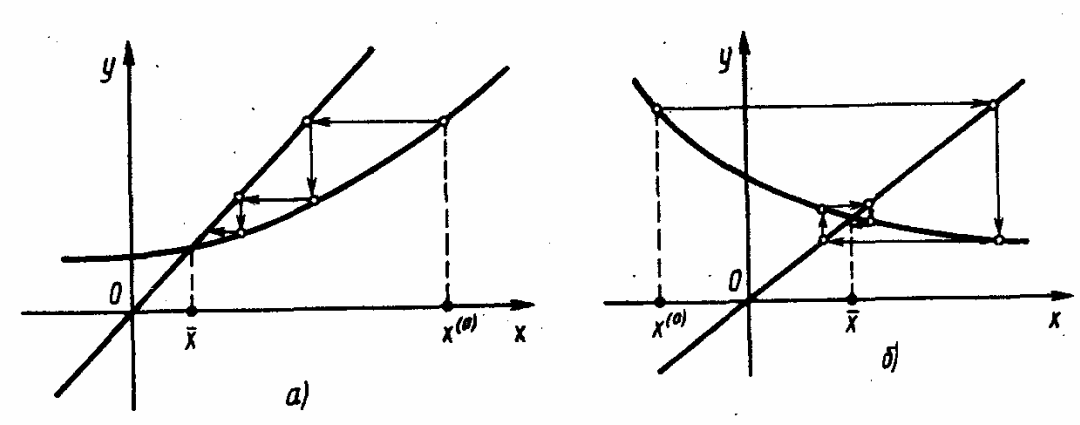
## Что является условием сходимости метода простых итераций для решения нелинейного уравнения ? Поясните ответ.

Пусть в некотором промежутке корня функция дифференцируема и удовлетворяет неравенству , где – постоянная, тогда независимо от начального приближения, метод сходится со скоростью геометрической прогрессии.

## Что является условием окончания итераций в методе простых итераций для решения нелинейного уравнения . Ответ обосновать.

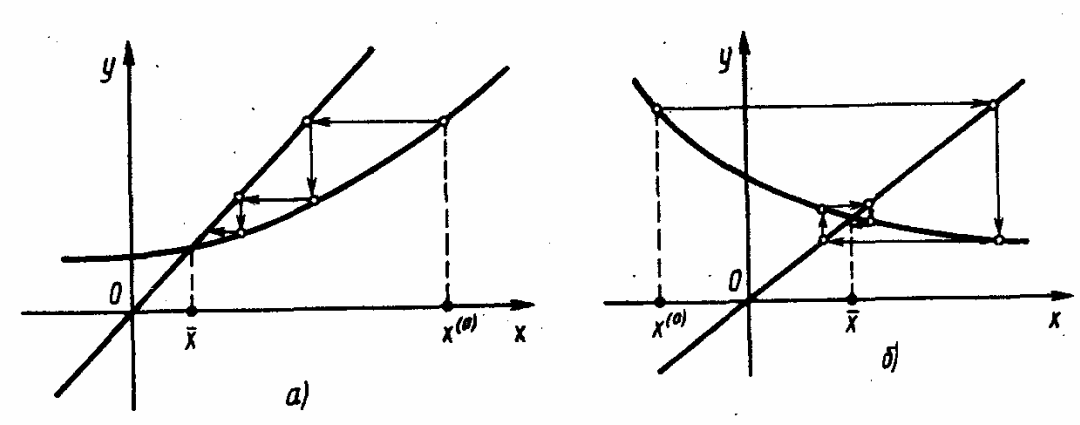
Если величина известна, то неравенство даёт эффективный метод контроля погрешности и можно сформулировать следующий критерий окончания итерационного процесса. Вычисления следует вести до выполнения неравенства или равносильного ему неравенства .

## Графически проиллюстрируйте сходящийся процесс метода простых итераций для решения нелинейного уравнения в случае, когда и укажите порядок сходимости этого метода.



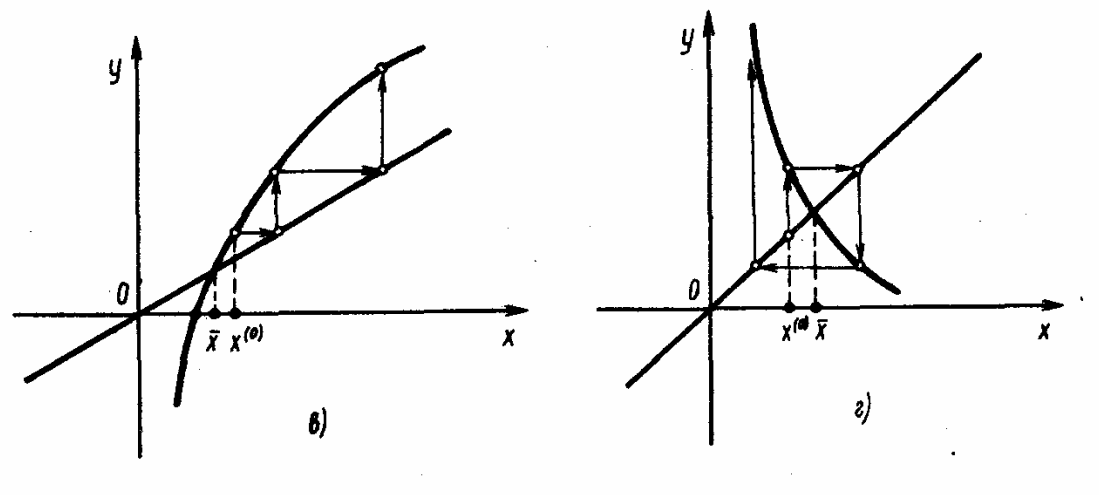
Метод простых итераций имеет линейный порядок сходимости.

## Графически проиллюстрируйте сходящийся процесс метода простых итераций для решения нелинейного уравнения в случае, когда и укажите порядок сходимости этого метода.



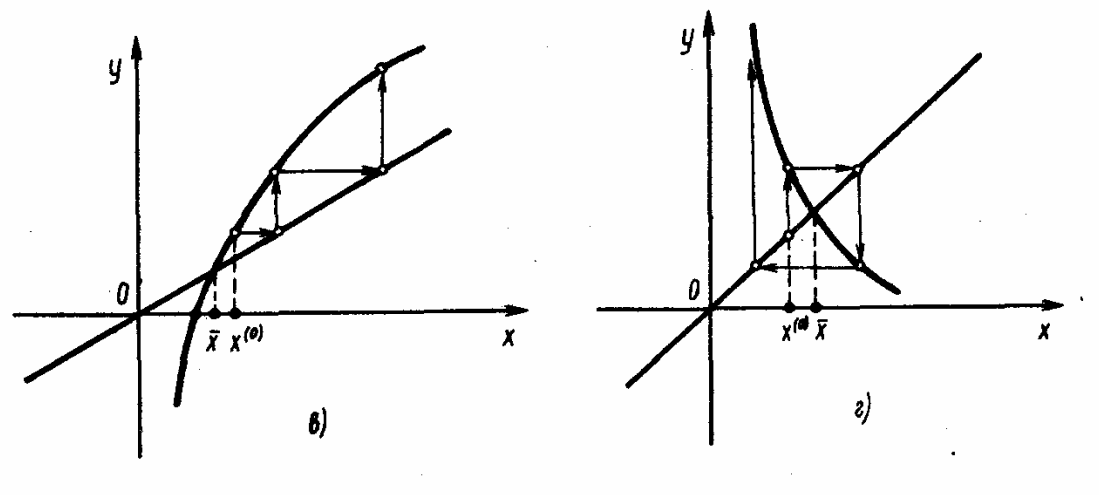
Метод простых итераций имеет линейный порядок сходимости.

## Графически проиллюстрируйте расходящийся процесс в методе простых итераций для решения нелинейного уравнения в случае и укажите порядок сходимости этого метода.



Метод простых итераций имеет линейный порядок сходимости.

## Графически проиллюстрируйте расходящийся процесс в методе простых итераций для решения нелинейного уравнения в случае и укажите порядок сходимости этого метода.



Метод простых итераций имеет линейный порядок сходимости.

## В чем преимущества и недостатки метода простой итерации для решения нелинейного уравнения?

Преимущества:

* Устойчивость к ошибке, допущенной на одной из итераций (свойство самоисправляемости)
* Чувствительность к погрешности вычислений

Недостатки:

* Линейная скорость сходимости
* При некоторых условиях может разойтись

## Укажите интервал для выбора релаксационного параметра в методе релаксаций в случае . Ответ обосновать.







## Укажите интервал для выбора релаксационного параметра в методе релаксаций в случае . Ответ обосновать.

