数理逻辑期终试卷 (A)

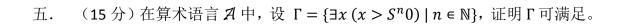
考系	试方式: 	开卷			考试日期 <u>2013</u> 年 <u>6</u> 月 年级				考试时间 <u>2</u> 小时 班级		
 学号				姓名				成绩			
	题号		_	=		=	四	五	六	七	
	分粉										

- 一. (15 分) 在系统 **G** 中证明
 - $(1) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \lor B);$
 - $(2) \vdash (\neg A \lor B) \to (A \to B)_{\circ}$

- 二. (15 分)设 x ∉ FV(B),在 G 系统中证明:
 - $(1) \vdash (\forall x. A \rightarrow B) \rightarrow \exists x. (A \rightarrow B);$
 - $(2) \vdash \exists x. (A \to B) \to (\forall x. A \to B)_{\circ}$

三. (15 分)设一阶语言 \mathcal{L} 的结构 $\mathbf{m} = (\mathbf{M}, I)$, σ 为赋值,以及 \mathbf{M}' 为与 \mathbf{M} 等势的集合(即有映射 $f: \mathbf{M}^{\frac{1-1, \ onto}{}} \mathbf{M}'$),证明存在 \mathcal{L} 的结构 $\mathbf{m}' = (\mathbf{M}', I')$ 和赋值 σ' 使对任何公式 A 有 $\mathbf{m} \models_{\sigma} A$ iff $\mathbf{m}' \models_{\sigma}, A$ 。

四. (15 分)在一阶语言中将下列推理符号化并在 **G** 系统中给出形式证明: 鸟会飞,猴不会飞,所以猴不是鸟。



六. (15 分)设 p(x), q(x) 为一元谓词符,证明 $\vdash \forall x(p(x) \rightarrow q(x)) \rightarrow \exists x(p(x) \land \neg q(x))$ 在**G**中不可证。

七. $(10 \, \text{分})$ Let \mathcal{L} be a language containing a binary predicate R. Show that there is no set Σ of \mathcal{L} -sentences with at least one infinite model such that R_M is a well ordering of M for each infinite model m of Σ .

{设 L 为含二元谓词符 R 带等词的一阶语言,证明不存在L-句子的集合 Σ 其至少有一个无穷模型使得对每个 Σ 的无穷模型 m 皆有 R_M 为M 的良序,这里M 为m 的论域。

Definition 1

A well ordering on M is a linear ordering on A with the further property that every nonempty subset of A has a least element.

Definition 2

R is a linear ordering on M iff

- (1) R is a binary relation on M;
- (2) R is transitive;
- (3) R satisfies trichotomy on M, i.e., for any x and y in A exactly one of the three alternatives, xRy, x = y, yRx, holds. }