

ΘΕΜΑ

ΤΕΧΝΙΚΕΣ

ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

ΟΝΟΜΑ: ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

ΕΠΙΘΕΤΟ: ΛΕΤΡΟΣ

ΣΧΟΛΗ: ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΤΜΗΜΑ: ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧ. ΚΑΙ ΜΗΧ.
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΑΕΜ: 8851

ΕΤΟΣ: 2019-2020

Ελαχιστοποίηση Συνάρτησης Πολλών Μεταβλητών – Γενετικοί Αλγόριθμοι

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή	3
1.1 Γενετικοί Αλγόριθμοι	3
1.2 Διατύπωση και Μοντελοποίηση του Προβλήματος	6
2. Κατασκευή του Γενετικού Αλγορίθμου	9
2.1 Εκκίνηση και Τερματισμός Αλγορίθμου	9
2.2 Συνάρτηση Ικανότητας	9
2.3 Διαδικασία Επιλογής	10
2.3 Διαδικασία Διασταύρωσης	11
2.3 Διαδικασία Μετάλλαξης	12
2.4 Διαδικασία Ελιτισμού	13
3. Επίλυση του Προβλήματος και Αποτελέσματα	14
3.1 Επίλυση για σταθερή ροή εισόδου	14
3.2 Επίλυση για μεταβαλλόμενη ροή εισόδου	18
3.3 Συμπέρασμα	22
4. Αρχεία MATLAB	22

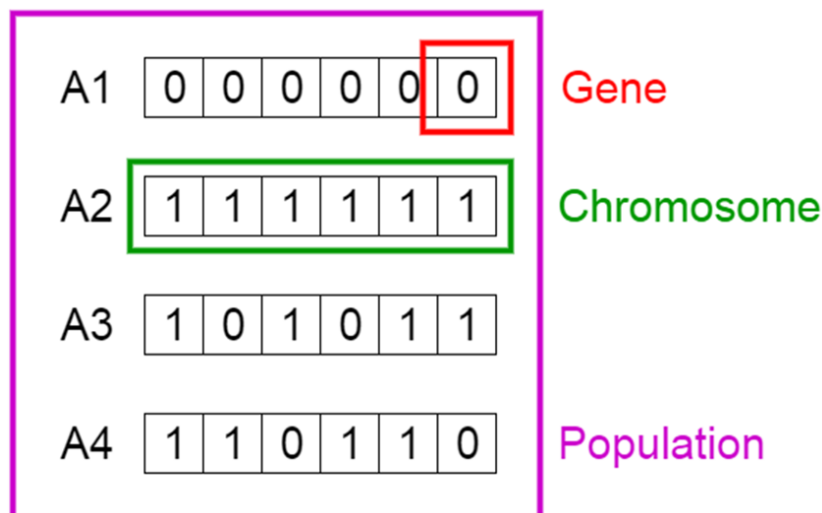
1. Εισαγωγή

Η παρούσα εργασία έχει ως στόχο την επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης με ισοτικούς και ανισοτικούς περιορισμούς κάνοντας χρήση γενετικών αλγορίθμων.

1.1 Γενετικοί Αλγόριθμοι

Οι γενετικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούνται ευρέως για την επίλυση προβλημάτων ελαχιστοποίησης όταν η δομή και διάσταση της αντικειμενικής συνάρτησης f είναι σύνθετη και υψηλή αντίστοιχα, επομένως η χρήση κλασσικών τεχνικών αναζήτησης είναι απαγορευτική. Επιπλέον μπορεί να εφαρμοστεί και σε περιπτώσεις όπου η f δεν είναι παραγωγίσιμη καθώς αυτό δεν απαιτείται για τη λειτουργία του αλγορίθμου. Πρόκειται, για πιθανοκρατικούς αλγορίθμους οι οποίοι αν και δεν εγγυώνται την εύρεση της βέλτιστης λύσης, έχουν την ικανότητα εύρεσης μίας αρκούντως καλής λύσης η οποία θα ήταν δύσκολο να βρεθεί σε ένα εύλογο χρονικό διάστημα, αναζητώντας σε έναν χώρο υποψήφιων λύσεων σύμφωνα με κάποιο κριτήριο.

Η δομή των γενετικών αλγορίθμων, είναι εμπνευσμένη από τη βιολογία και τη θεωρία της εξέλιξης. Συγκεκριμένα, ένας πληθυσμός (population) με υποψήφιες λύσεις ενός προβλήματος βελτιστοποίησης εξελίσσεται συνεχώς προς όλο και πιο βελτιωμένες λύσεις. Κάθε υποψήφια λύση ονομάζεται χρωμόσωμα (chromosome) και έχει τη δυνατότητα να μεταλλάσσεται στο πέρασμα του χρόνου.



Σχήμα 1.1: Δομή Πληθυσμού των Γενετικών Αλγορίθμων.

Τα καλύτερα και δυνατότερα χρωμοσώματα, συνήθως «επιβιώνουν» και συνεχίζουν να υπάρχουν στην επόμενη γενιά, όπως συμβαίνει και στη φύση. Το κριτήριο με βάση το οποίο αξιολογούνται τα χρωμοσώματα ως προς την ικανότητά τους, ονομάζεται συνάρτηση ικανότητας (fitness function).

Η εξέλιξη ξεκινά συνήθως από έναν πληθυσμό τυχαία παραγόμενων χρωμοσωμάτων και είναι μια επαναληπτική διαδικασία, με τον πληθυσμό σε κάθε επανάληψη να ονομάζεται γενιά (generation). Σε κάθε γενιά αξιολογείται η ικανότητα κάθε χρωμοσώματος στον πληθυσμό μέσω της συνάρτησης ικανότητας. Η συνάρτηση αυτή εξαρτάται συνήθως από την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Τα πιο ικανά χρωμοσώματα επιλέγονται στοχαστικά από τον παρών πληθυσμό και τα γονίδια (genes) κάθε χρωμοσώματος τροποποιούνται και εξελίσσονται ώστε να σχηματίσουν ένα νέο πληθυσμό για τη νέα γενιά. Η νέα γενιά υποψήφιων λύσεων στη συνέχεια χρησιμοποιείται στην επόμενη επανάληψη του αλγορίθμου.

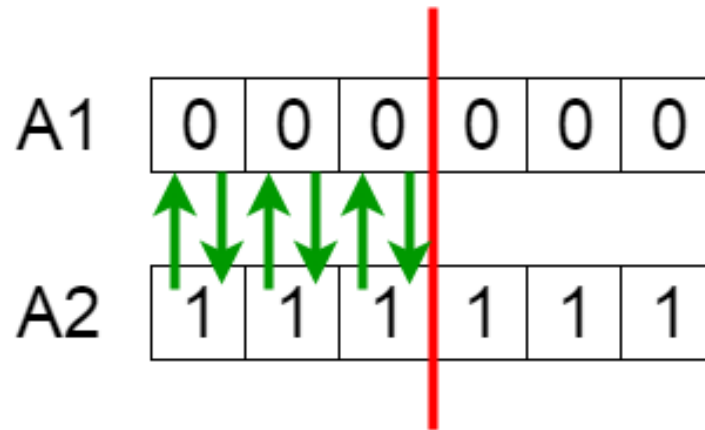
Συνήθως, ο αλγόριθμος τερματίζει είτε όταν έχει περάσει ένας προκαθορισμένος αριθμός γενεών, είτε όταν έχει επιτευχθεί ικανοποιητικό επίπεδο ικανότητας για κάποιο χρωμόσωμα.

Οι πιο διαδομένες διαδικασίες εξέλιξης που υφίστανται τα χρωμοσώματα και τα γονίδια αυτών και συναντώνται στους γενετικούς αλγορίθμους είναι οι εξής:

- Selection
- Crossover
- Mutation
- Elitism

Το πρώτο στάδιο εξέλιξης που εφαρμόζεται στον πληθυσμό της εκάστοτε γενιάς είναι το στάδιο της επιλογής των ικανότερων χρωμοσωμάτων. Όπως και στη φύση, δεν επιβιώνουν πάντοτε τα ικανότερα χρωμοσώματα, ωστόσο έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα επιβίωσης από τα λιγότερα ικανά.

Έπειτα ακολουθεί το στάδιο της διασταύρωσης των υποψήφιων λύσεων. Στο στάδιο αυτό λαμβάνονται τυχαία ζεύγη-γονέων (parent) χρωμοσωμάτων τα οποία «ζευγαρώνουν» ώστε να παράγουν νέες υποψήφιες λύσεις.



Σχήμα 1.2: Παράδειγμα Διαδικασίας Διασταύρωσης.

Το επόμενο στάδιο είναι αυτό της μετάλλαξης γονιδίων. Συγκεκριμένα, επιλέγονται τυχαία από τον εκάστοτε πληθυσμό χρωμοσώματα και μεταλλάσσονται με τυχαίο τρόπο κάποια από τα γονίδια αυτών.

Before Mutation

A5	1	1	1	0	0	0
----	---	---	---	---	---	---

After Mutation

A5	1	1	0	1	1	0
----	---	---	---	---	---	---

Σχήμα 1.3: Παράδειγμα Διαδικασίας Μετάλλαξης.

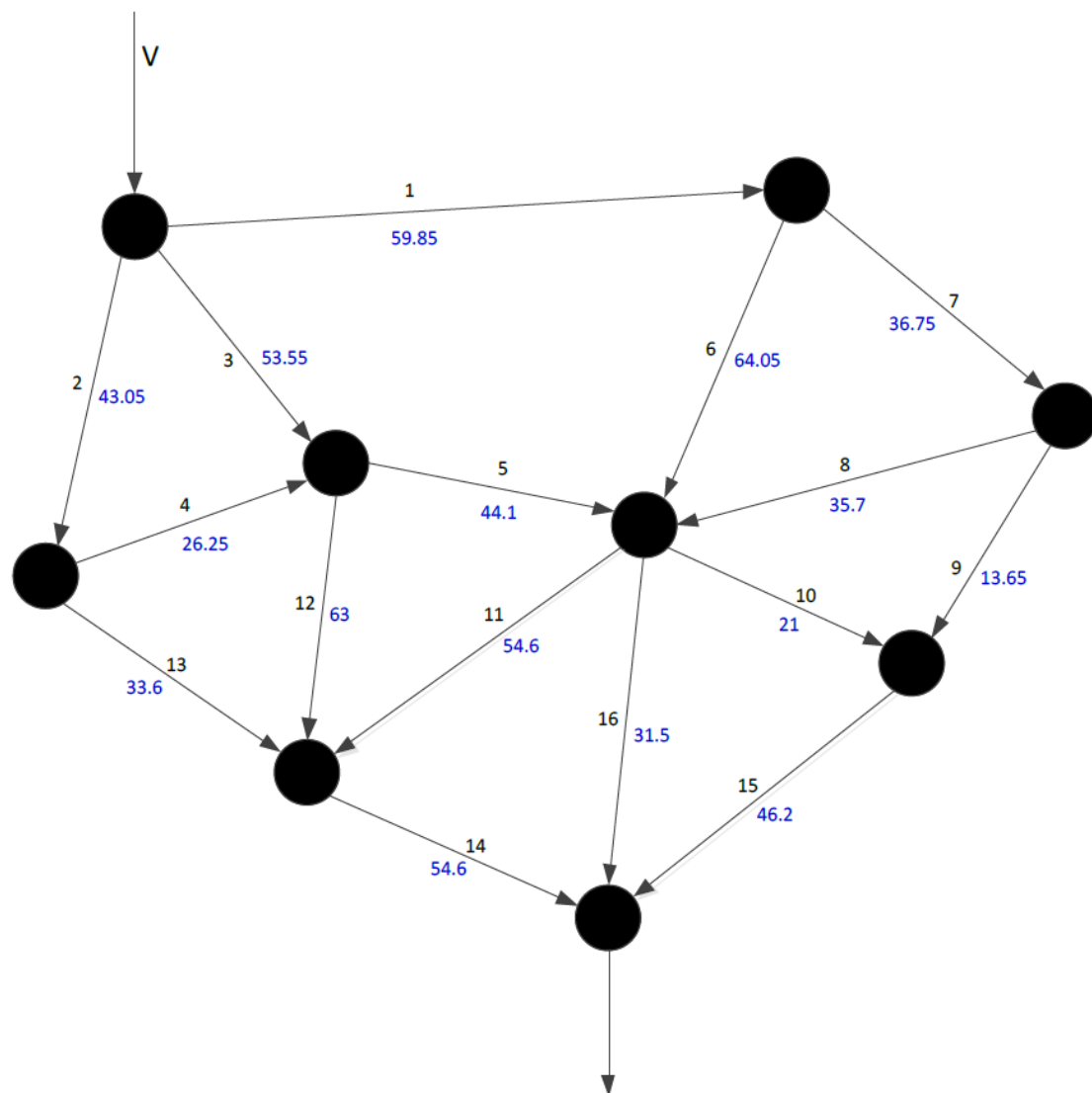
Το τελευταίο στάδιο εξέλιξης πριν την αξιολόγηση είναι αυτό του ελιτισμού, κατά το οποίο τα ικανότερα χρωμοσώματα επιβιώνουν στις επόμενες γενεές.

Αξίζει να σημειωθεί μία ιδιαίτερα σημαντική ικανότητα των γενετικών αλγορίθμων, η αποφυγή εγκλωβισμού σε τοπικά ακρότατα.

Όλες οι παραπάνω διαδικασίες, Selection, Crossover, Mutation, Elitism και επιλογή της συνάρτησης ικανότητας μπορούν να υλοποιηθούν με διαφορετικές μεθόδους και να επιφέρουν διαφορετικά αποτελέσματα από πρόβλημα σε πρόβλημα.

1.2 Διατύπωση και Μοντελοποίηση του Προβλήματος

Θεωρούμε το οδικό δίκτυο του Σχήματος 1.4. Οι κόμβοι παριστάνουν οδικές διασταυρώσεις και τα βέλη κυκλοφοριακές κατευθύνσεις. Οι αριθμοί με μαύρο χρώμα ορίζουν τον αριθμό των ακμών.



Σχήμα 1.4: Το Οδικό δίκτυο του προβλήματος.

Αν υπάρχουν λίγα οχήματα στους δρόμους οι χρόνοι κίνησης μεταξύ των κόμβων μπορούν να θεωρηθούν σταθεροί. Καθώς όμως ο «όγκος» των οχημάτων στο δίκτυο αυξάνεται οι χρόνοι κίνησης αυξάνονται δραματικά. Έστω $t_i \left(\frac{o\chi}{min} \right)$ ο σταθερός χρόνος που απαιτείται για να κινηθούν τα οχήματα στο δρόμο όταν η κίνηση είναι ασθενής. Έστω επίσης $x_i \left(\frac{o\chi}{min} \right)$ ο ρυθμός διέλευσης οχημάτων στο δρόμο i και $c_i \left(\frac{o\chi}{min} \right)$ ο μέγιστος δυνατός ρυθμός διέλευσης οχημάτων από τον ίδιο δρόμο. Ο χρόνος κίνησης $T_i \left(\frac{o\chi}{min} \right)$ στο δρόμο συναρτήσει του αριθμού των οχημάτων είναι:

$$T_i(x_i) = t_i + a_i \frac{x_i}{1 - \frac{x_i}{c_i}} \text{ (min)}$$

Στόχος είναι η ελαχιστοποίηση ως προς x_i του συνολικού χρόνου διάσχισης του δικτύου ανά όχημα για ρυθμό εισερχόμενων οχημάτων ίσο με V .

Για να επιτευχθεί αυτό αρκεί να ελαχιστοποιηθεί ο συνολικός όγκος των οχημάτων που βρίσκονται στο δίκτυο μια δεδομένη χρονική στιγμή. Πρακτικά αυτό συνεπάγεται ότι η συνολική ροή των οχημάτων μέσα σε αυτό είναι κατάλληλα μοιρασμένη στους δρόμους ώστε να μην δημιουργείται συνωστισμός.

Συνεπώς, για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος η αντικειμενική συνάρτηση που επιθυμούμε να ελαχιστοποιήσουμε είναι η:

$$f(x_i) = \sum_{i=1}^{16} x_i T_i = \sum_{i=1}^{16} \left[x_i t_i + a_i \frac{x_i^2}{1 - \frac{x_i}{c_i}} \right]$$

Δηλαδή μια πραγματική συνάρτηση 16 μεταβλητών $f: \mathbb{R}^{16} \rightarrow \mathbb{R}$.

Επιπλέον, θα πρέπει το άθροισμα των ρυθμών οχημάτων που εισέρχονται σε κάθε κόμβο να ισούται με το άθροισμα των ρυθμών των κόμβων που εξέρχονται από αυτόν. Έτσι, προκύπτουν οι περιορισμοί:

$$x_1 + x_2 + x_3 - V = 0 \quad (1)$$

$$x_6 + x_7 - x_1 = 0 \quad (2)$$

$$x_8 + x_9 - x_7 = 0 \quad (3)$$

$$x_{15} - x_9 - x_{10} = 0 \quad (4)$$

$$x_5 + x_6 + x_8 - x_{10} - x_{11} - x_{16} = 0 \quad (5)$$

$$x_3 + x_4 - x_5 - x_{12} = 0 \quad (6)$$

$$x_2 - x_4 - x_{13} = 0 \quad (7)$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} - x_{14} = 0 \quad (8)$$

$$x_{14} + x_{15} + x_{16} - V = 0 \quad (9)$$

Επίσης υπάρχουν και οι περιορισμοί λόγω χωρητικότητας του δρόμου:

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 16 \quad (10)$$

$$x_i \leq c_i, \quad i = 1, 2, \dots, 16 \quad (11)$$

Παρατηρούμε ότι οι περιορισμοί (1) έως (9) είναι ισοτικοί ενώ οι περιορισμοί (10) και (11) ανισοτικοί.

2. Κατασκευή του Γενετικού Αλγορίθμου

2.1 Εκκίνηση και Τερματισμός Αλγορίθμου

Στο πρόβλημα το οδικού δικτύου που καλούμαστε να επιλύσουμε, το ρόλο των γονιδίων έχουν οι ροές διάσχισης x_i των 16 διαφορετικών δρόμων, ενώ το πλήθος των υποψήφιων λύσεων (χρωμοσωμάτων) του πληθυσμού κάθε γενεάς τίθεται ίσο με **200**.

Ο αλγόριθμος ξεκινά από τη δημιουργία ενός πληθυσμού τυχαίων χρωμοσωμάτων τα οποία πληρούν τους ανισοτικούς περιορισμούς (10) και (11) για κάθε δρόμο αντίστοιχα. Έπειτα εισέρχεται σε μια επαναληπτική διαδικασία στην οποία εφαρμόζονται οι διαδικασίες-στάδια εξέλιξης που αναφέρθηκαν στην ενότητα 1.1.

Ως συνθήκη τερματισμού στο συγκεκριμένο πρόβλημα τίθεται το πέρασμα συγκεκριμένου αριθμού εποχών, ενώ οι σταθεροί χρόνοι που χρειάζονται τα οχήματα για τη μετακίνησή τους όταν η κίνηση είναι ασθενής τίθενται ανάλογη με τη μέγιστη επιτρεπτή ροή του κάθε δρόμου, όπως εξηγείται στη συνέχεια.

2.2 Συνάρτηση Ικανότητας

Η συνάρτηση ικανότητας που επιλέχθηκε είναι εμπνευσμένη από τη μεθοδολογία των μεθόδων φραγμού/ποινής οι οποίες εφαρμόζονται σε προβλήματα βελτιστοποίησης με περιορισμούς. Συγκεκριμένα, τίθεται η συνάρτηση:

$$fitness(x) = \frac{r}{f(x) + r \cdot \sum_{i=1}^{16} [h(x_i)]^2}$$

Όπου $h: \mathbb{R}^{16} \rightarrow \mathbb{R}^9$ μια διανυσματική συνάρτηση πολλών μεταβλητών που περιέχει τους ισοτικούς περιορισμούς και r μια σταθερά που ενισχύει την επίδραση της μη τήρησής τους κατά την αξιολόγηση.

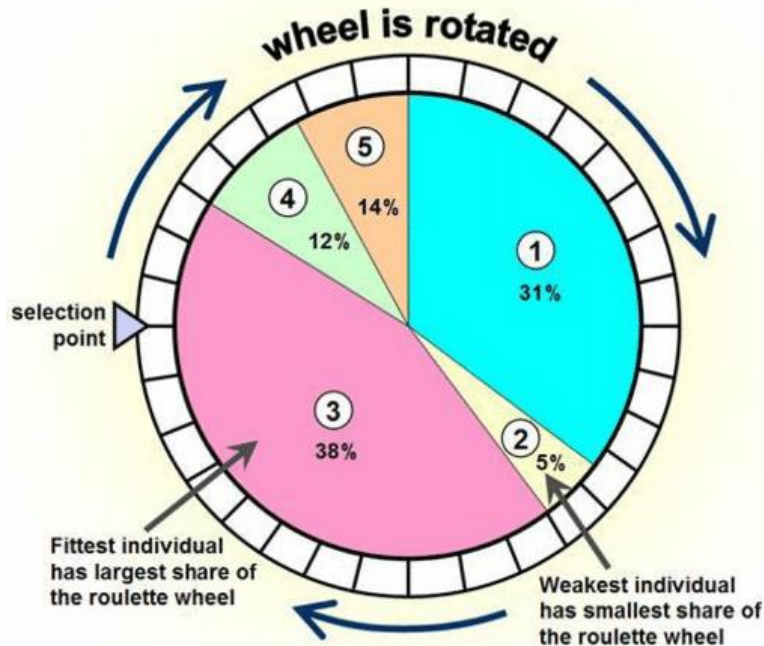
Συγκεκριμένα, η σταθερά αυτή λαμβάνεται ίση με $r = 1000$. Παρατηρείται ότι αυξάνοντας την τιμή της επιτυγχάνεται περισσότερο αυστηρή τήρηση των περιορισμών με υποβέλτιστες, ωστόσο, λύσεις, ενώ μειώνοντάς την χαλαρώνουν περισσότερο οι περιορισμοί.

2.3 Διαδικασία Επιλογής

Η διαδικασία επιλογής (Selection Process) που υλοποιήθηκε ονομάζεται Τροχός της Τύχης (Roulette Wheel Selection). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή κάθε χρωμόσωμα έχει πιθανότητα επιβίωσης ανάλογη της ικανότητάς του. Οι πιθανότητες επιβίωσης του κάθε χρωμοσώματος P_i υπολογίζονται ως:

$$P_i = \frac{fitness(chromosome_i)}{fitness(population)}$$

Η μέθοδος παίρνει το όνομα αυτό καθώς η επιλογή του χρωμοσώματος που επιβιώνει μπορεί να παρομοιαστεί με ένα παιχνίδι τύχης. Συγκεκριμένα η διαδικασία παρομοιάζεται με έναν περιστρεφόμενο τροχό διαφορετικών χρωμάτων και ένα σταθερό σημείο που όταν αυτός σταματάει, το σημείο υποδεικνύει το χρώμα νικητή.

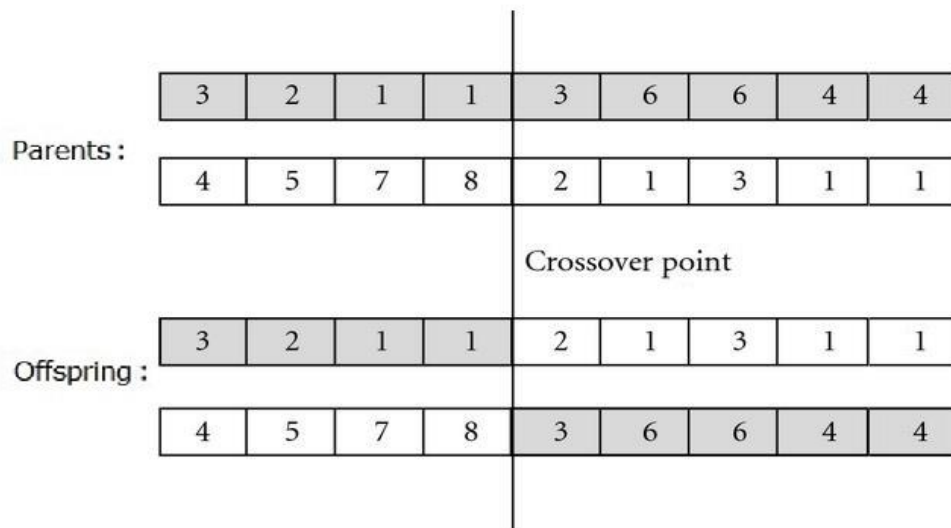


Σχήμα 2.1: Διαισθητικό Παράδειγμα Επίδειξης της Μεθόδου Επιλογής «Τροχός της Τύχης».

2.3 Διαδικασία Διασταύρωσης

Η διαδικασία διασταύρωσης (Crossover Process) που υλοποιήθηκε ονομάζεται διασταύρωση ενός σημείου (Single-Point Crossover).

Συγκεκριμένα, επιλέγονται τυχαία ζεύγη χρωμοσωμάτων από τον πληθυσμό τα οποία ονομάζονται γονείς (parents) καθώς και ένας αριθμός crossPos από το 1 έως το 15 που ονομάζεται σημείο διασταύρωσης (crossover point). Τα γονίδια του πρώτου και του δεύτερου χρωμοσώματος-γονέα που βρίσκονται μέχρι τη θέση crossPos ανταλλάσσουν θέση ώστε να δημιουργήσουν δύο νέα χρωμοσώματα απογόνους (offspring).



Σχήμα 2.2: Παράδειγμα Επίδειξης της Μεθόδου Διασταύρωσης Ενός Σημείου.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η διαδικασία αυτή δεν συμβαίνει για όλα τα χρωμοσώματα του πληθυσμού. Συγκεκριμένα, καθορίζεται μια παράμετρος που ονομάζεται παράμετρος διασταύρωσης (Crossover Parameter) και συμβολίζει την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί η διαδικασία διασταύρωσης ανάμεσα σε ένα ζεύγος γονέων ή όχι.

Η παράμετρος αυτή επιλέγεται σταθερή και ίση με **80%**.

2.3 Διαδικασία Μετάλλαξης

Η διαδικασία μετάλλαξης (Mutation Process) που υλοποιήθηκε στηρίζεται στην τυχαία αλλαγή γονιδίων κάποιων τυχαία επιλεγμένων χρωμοσωμάτων. Η επιλογή των χρωμοσωμάτων που μεταλλάσσονται καθορίζεται από μία παράμετρο που ονομάζεται παράμετρος μετάλλαξης (Mutation Parameter) και συμβολίζει την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί η διαδικασία μετάλλαξης αντίστοιχα με την παράμετρο διασταύρωσης όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα.

Η παράμετρος αυτή επιλέγεται σταθερή και ίση με **80%**.

2.4 Διαδικασία Ελιτισμού

Για τη διαδικασία του Ελιτισμού (Elitism Process) χρειάζεται να κρατηθεί προσωρινά ο πληθυσμός της προηγούμενης γενιάς προτού εφαρμοστούν οι διαδικασίες επιλογής, διασταύρωσης και μετάλλαξης. Μετά το πέρας των παραπάνω διαδικασιών αντικαθίστανται τα πλέον αδύναμα χρωμοσώματα του νέου πληθυσμού από τα ικανότερα χρωμοσώματα του προηγούμενου πληθυσμού.

Το πλήθος των χρωμοσωμάτων αυτών καθορίζεται με τη μορφή ποσοστού από την παράμετρο ελιτισμού (Elitism Parameter) η οποία στη συγκεκριμένη περίπτωση λαμβάνεται σταθερή και ίση με 1%.

3. Επίλυση του Προβλήματος και Αποτελέσματα

3.1 Επίλυση για σταθερή ροή εισόδου

Στην ενότητα αυτή εξετάζεται η περίπτωση σταθερής ροής εισόδου και συγκεκριμένα $V = 100 \frac{\text{οχη}}{\text{min}}$.

Οι σταθεροί χρόνοι t_i (ασθενής κίνηση στο δρόμο i) λαμβάνονται ως ανάλογοι του μέγιστου ρυθμού διέλευσης οχημάτων από τον κάθε δρόμο, c_i , καθώς ο χρόνος αυτοί εξαρτώνται από το μέγεθος του εκάστοτε δρόμου. Συγκεκριμένα, λαμβάνονται ως $t_i = \gamma \cdot c_i$ με $\gamma = 10$.

Η επιλογή αυτή γίνεται κατόπιν δοκιμών και συγκεκριμένα ελέγχοντας τις χρονικές καθυστερήσεις (όχι τους συνολικούς χρόνους διέλευσης που εξαρτώνται από τους χρόνους t_i) που εισάγονται λόγω της κίνησης σε κάθε δρόμο, $T_i(x_i) - t_i$, οι οποίες υπολογίζονται μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου. Είναι σαφές ότι το ποσοστό των καθυστερήσεων αυτών προς το συνολικό χρόνο διέλευσης εξαρτάται τόσο από το ρυθμό διέλευσης οχημάτων του δρόμου όσο και από το μέγιστο επιτρεπτό ρυθμό του. Έτσι, λοιπόν, η επιλογή της σταθεράς γ , γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να πληρείται προσεγγιστικά η παρακάτω υπόθεση:

$$\frac{T_i(x_i) - t_i}{T_i(x_i)} \approx \left(\frac{x_i}{c_i}\right)^2$$

που σημαίνει ότι το ποσοστό του χρόνου διέλευσης που οφείλεται στην κίνηση πρέπει να είναι περίπου ίσο με το τετράγωνο του λόγου $\left(\frac{x_i}{c_i}\right)$, ο οποίος αποτελεί καλό μέτρο για το πόσο πλήρης είναι ο δρόμος i .

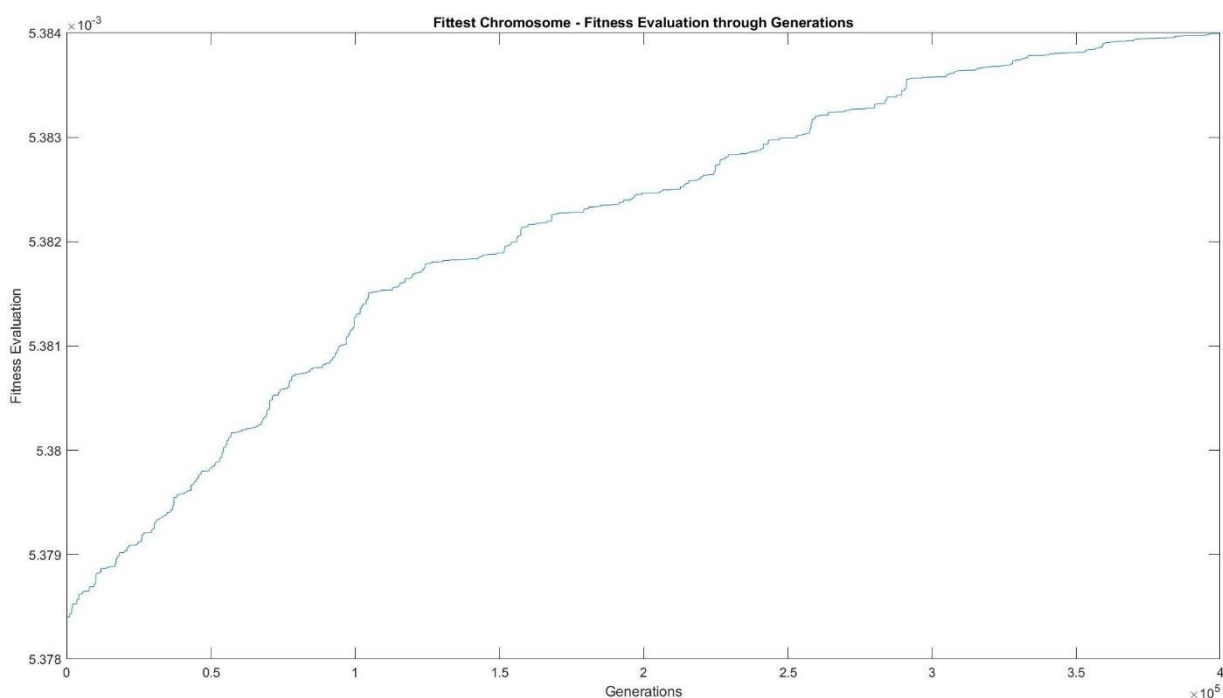
Επομένως, πρακτικά υπολογίζεται από τον αλγόριθμο η παρακάτω ποσότητα:

$$\text{minTimeConstraint} = \text{mean} \left[\frac{T_i(x_i) - t_i}{T_i(x_i)} - \left(\frac{x_i}{c_i} \right)^2 \right]$$

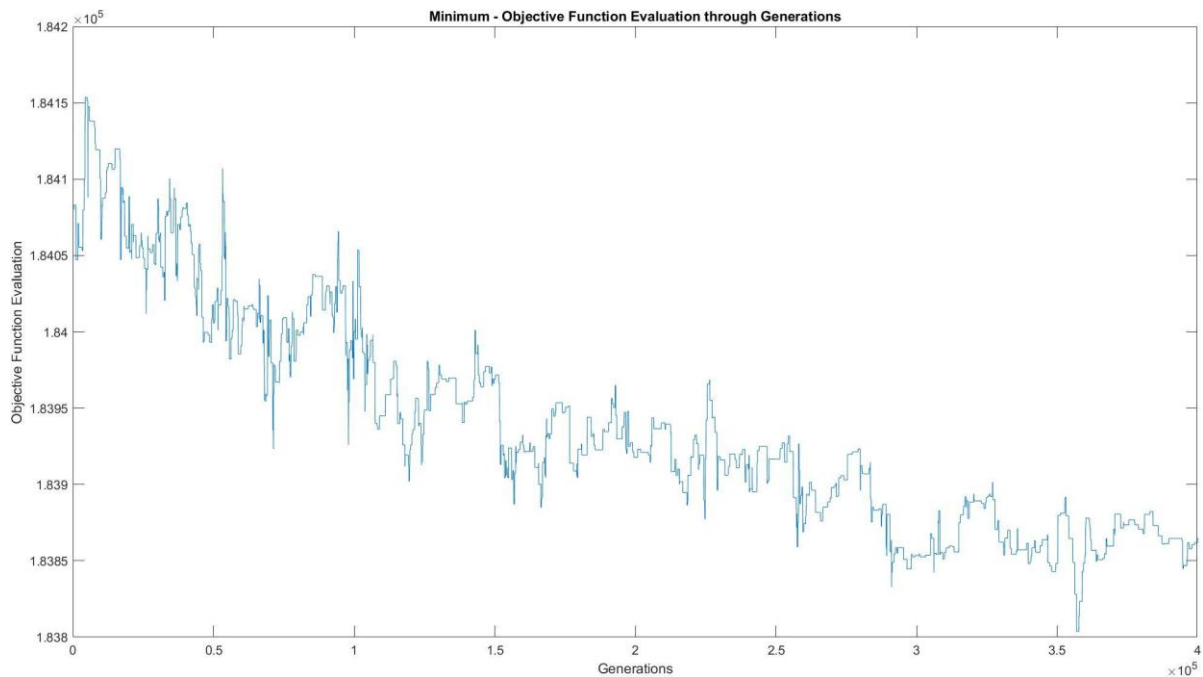
η οποία είναι επιθυμητό να είναι μικρότερη από κάποια ακρίβεια της τάξης του 20%.

Έτσι δοκιμάζοντας διάφορες τιμές t_i με βάση τη χρονική καθυστέρηση και το μέγιστο ρυθμό διέλευσης του κάθε δρόμου μπορεί να γίνει μια λογική υπόθεση για το χρονικό διάστημα που απαιτείται όταν η κίνηση είναι ασθενική.

Η επίδοση του ικανότερου χρωμοσώματος καθώς και γενικότερα τα αποτελέσματα από την εκτέλεση του γενετικού αλγορίθμου για 400.000 εποχές όπως περιεγράφηκε προηγουμένως φαίνονται στη συνέχεια:



Σχήμα 3.1: Πορεία του ικανότερου χρωμοσώματος στο πέρας των γενεών – $V = 100$.



Σχήμα 3.2: Τιμή Ελαχίστου στο πέρας των γενεών – $V = 100$.

Η τελική μορφή του χρωμοσώματος που προέκυψε, φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Βέλτιστο Χρωμόσωμα Ρυθμός Διέλευσης Δρόμου i (veh/min)	
x_1	35,771201158929586
x_2	27,497111680252885
x_3	36,014307395184396
x_4	1,245115281735253
x_5	20,664174592109173
x_6	23,354162358320707
x_7	12,148558852113020
x_8	0,000193569897378
x_9	12,087089139249116
x_{10}	17,329880843688070
x_{11}	0,000041707224550
x_{12}	16,378996064345120
x_{13}	25,898472792777412
x_{14}	42,401032781593919
x_{15}	29,931062290051749
x_{16}	26,760328492854427

Για το οποίο η τιμή της συνάρτησης ελαχιστοποιείται ως:

$$f(x^*) = 183.864,981461$$

Η τιμή αυτή εξαρτάται από την επιλογή των χρόνων όταν η κίνηση είναι ασθενική, επομένως μπορεί να διαφέρει για διαφορετική επιλογή αυτών. Ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης ήταν γύρω στις 4 ώρες.

Επίσης, ελέγχεται κατά πόσο το παραπάνω χρωμόσωμα πληροί τους ισοτικούς περιορισμούς που τέθηκαν. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα εκπλήρωσης των περιορισμών αυτών, το οποίο είναι:

$$constraintsMSE = 0,207845$$

Δηλαδή οι περιορισμοί πληρούνται σε ικανοποιητικό βαθμό.

Τέλος, παρουσιάζονται συνολικά τα αποτελέσματα μαζί με τις υποθέσεις που έγιναν ώστε να γίνει περισσότερο προφανής ο λόγος επιλογής των αρχικών χρόνων διέλευσης με ασθενική κίνηση με τον τρόπο που εξηγήθηκε.

i	Χρόνος Διέλευσης Ασθενική Κίνηση $t_i (min)$	Χρόνος Διέλευσης Συνολικά $T_i (min)$	Βέλτιστο Χρωμόσωμα Ρυθμός Διέλευσης $x_i (veh/min)$	Μέγιστος Ρυθμός Διέλευσης $c_i (veh/min)$
1	598,5	687,4125	35,7712	59,85
2	430,5	506,6113	27,4971	43,05
3	535,5	645,4795	36,0143	53,55
4	262,5	263,8071	1,2451	26,25
5	441,0	479,8845	20,6642	44,10
6	640,5	677,2564	23,3542	64,05
7	367,5	385,6477	12,1486	36,75
8	357,0	357,0002	0,0002	35,70
9	136,5	242,0651	12,0871	13,65
10	210,0	309,1596	17,3299	21,00
11	546,0	546,0000	0,0000	54,60

12	630,0	652,1333	16,3790	63,00
13	336,0	448,9891	25,8985	33,60
14	546,0	735,7781	42,4010	54,60
15	462,0	546,9973	29,9311	46,20
16	315,0	492,8500	26,7603	31,50

3.2 Επίλυση για μεταβαλλόμενη ροή εισόδου

Στην ενότητα αυτή εξετάζεται η περίπτωση μεταβαλλόμενης ροής εισόδου και συγκεκριμένα $V = 100 \frac{\text{σχ.}}{\text{min}}$ με μεταβολές $\pm 10\%$.

Έτσι μεταβάλλουμε τους περιορισμούς (1) και (9) και από ισοτικούς τους μετατρέπουμε σε ανισοτικούς:

$$0,9 \cdot V \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq 1,1 \cdot V$$

$$0,9 \cdot V \leq x_{14} + x_{15} + x_{16} \leq 1,1 \cdot V$$

ή διαφορετικά:

$$0,9 \cdot V - x_1 - x_2 - x_3 \leq 0 \quad (12)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - 1,1 \cdot V \leq 0 \quad (13)$$

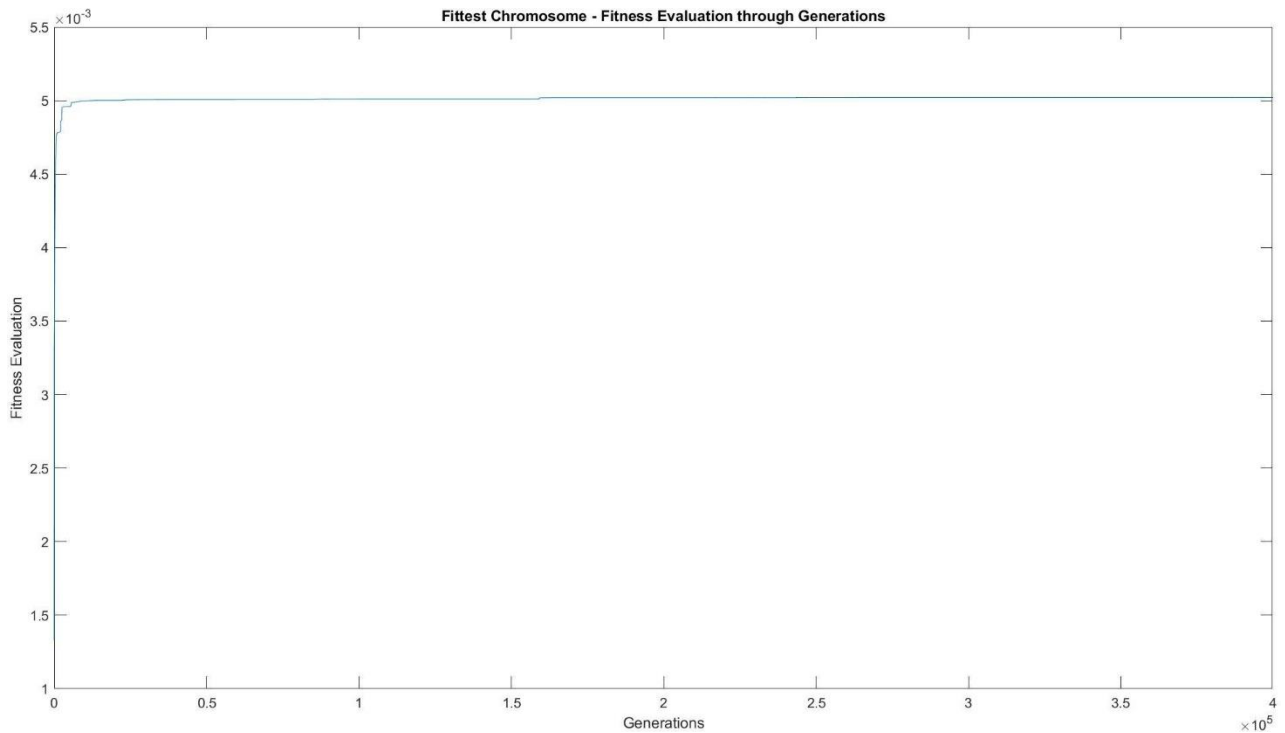
$$0,9 \cdot V - x_{14} - x_{15} - x_{16} \leq 0 \quad (14)$$

$$x_{14} + x_{15} + x_{16} - 1,1 \cdot V \leq 0 \quad (15)$$

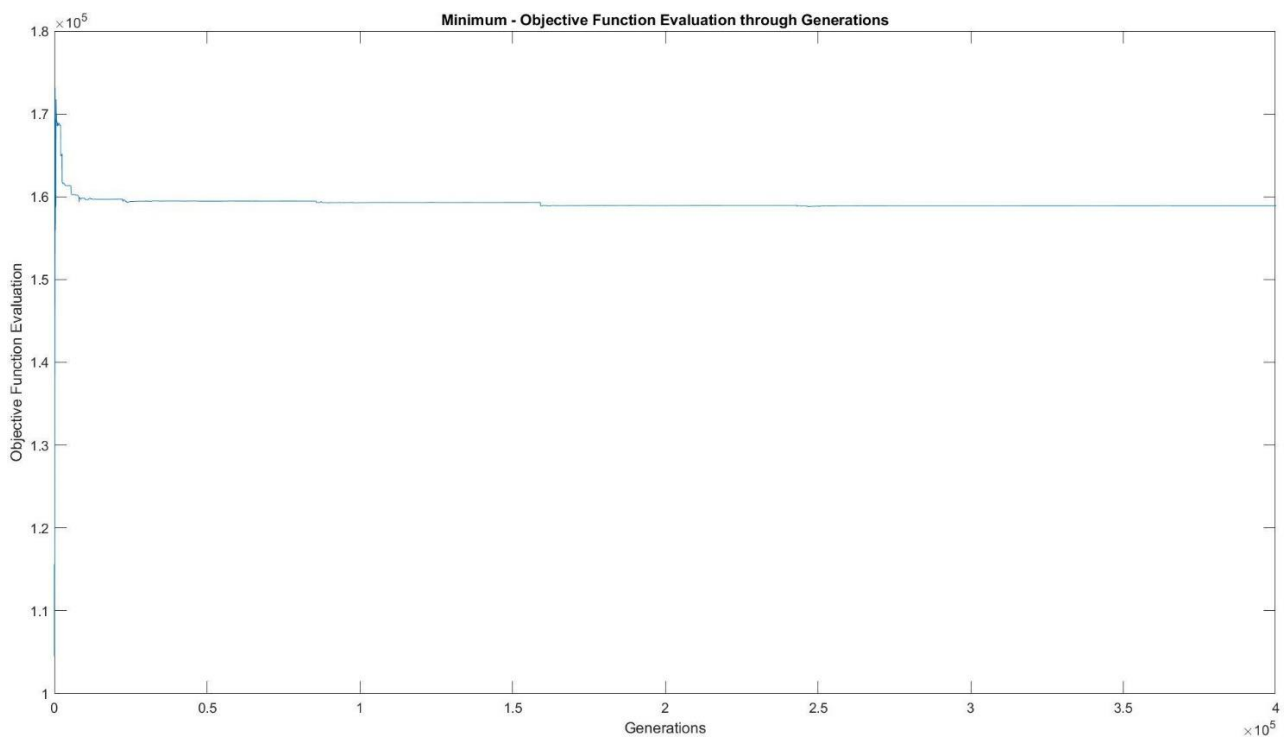
Και επιλύουμε το πρόβλημα υπό τους περιορισμούς (2) έως (8) (ισοτικοί) και (10) έως (15), (ανισοτικοί).

Οι σταθεροί χρόνοι t_i λαμβάνονται με την ίδια λογική ως $t_i = \gamma \cdot c_i$ με $\gamma = 10$.

Η επίδοση του ικανότερου χρωμοσώματος καθώς και γενικότερα τα αποτελέσματα από την εκτέλεση του γενετικού αλγορίθμου για 400.000 εποχές όπως περιεγράφηκε προηγουμένως φαίνονται στη συνέχεια:



Σχήμα 3.3: Πορεία του ικανότερου χρωμοσώματος στο πέρας των γενεών – $V = 100 \pm 10\%$.



Σχήμα 3.4: Τιμή Ελαχίστου στο πέρας των γενεών – $V = 100 \pm 10\%$.

Παρατηρούμε ότι η καμπύλη του ικανότερου χρωμοσώματος φαίνεται να συγκλίνει μέσα στις πρώτες 20.000 εποχές. Επιπλέον, φαίνεται ότι η καμπύλη του ελαχίστου ενώ αρχικά είναι πολύ χαμηλή αυξάνεται απότομα, προτού ξεκινήσει να φθίνει προς τη σύγκλιση. Το παραπάνω φαινόμενο οφείλεται στο γεγονός της τυχαίας αρχικοποίησης πληθυσμού κατά την οποία δεν πληρούνται οι ανισοτικοί περιορισμοί.

Η τελική μορφή του χρωμοσώματος που προέκυψε, φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Βέλτιστο Χρωμόσωμα Ρυθμός Διέλευσης Δρόμου i (veh/min)	
x_1	26,441625545033801
x_2	26,384539962450198
x_3	37,173922873557750
x_4	0,330210860351323
x_5	22,046292138033678
x_6	15,017886537467593
x_7	11,226303996815584
x_8	0,000539879638364
x_9	11,235208165915749
x_{10}	11,816856710384570
x_{11}	0,000412371067371
x_{12}	15,309478810487494
x_{13}	25,776498197138135
x_{14}	41,272388085421916
x_{15}	23,340777629055541
x_{16}	25,386767195903747

Για το οποίο η τιμή της συνάρτησης ελαχιστοποιείται ως:

$$f(x^*) = 158.894,814332$$

Η τιμή αυτή εξαρτάται από την επιλογή των χρόνων όταν η κίνηση είναι ασθενική, επομένως μπορεί να διαφέρει για διαφορετική επιλογή αυτών. Ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης ήταν γύρω στις 4 ώρες.

Επίσης, ελέγχεται κατά πόσο το παραπάνω χρωμόσωμα πληροί τους ισοτικούς περιορισμούς που τέθηκαν. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα εκπλήρωσης των περιορισμών αυτών, το οποίο είναι:

$$constraintsMSE = 0,039376$$

Δηλαδή οι περιορισμοί πληρούνται σε ικανοποιητικό βαθμό.

Τέλος, παρουσιάζονται συνολικά τα αποτελέσματα μαζί με τις υποθέσεις που έγιναν ώστε να γίνει περισσότερο προφανής ο λόγος επιλογής των αρχικών χρόνων διέλευσης με ασθενική κίνηση με τον τρόπο που εξηγήθηκε.

i	Χρόνος Διέλευσης Ασθενική Κίνηση $t_i (min)$	Χρόνος Διέλευσης Συνολικά $T_i (min)$	Βέλτιστο Χρωμόσωμα Ρυθμός Διέλευσης $x_i (veh/min)$	Μέγιστος Ρυθμός Διέλευσης $c_i (veh/min)$
1	598,5	645,8693	26,4416	59,85
2	430,5	498,6562	26,3845	43,05
3	535,5	657,0592	37,1739	53,55
4	262,5	262,8344	0,3302	26,25
5	441,0	485,0852	22,0463	44,10
6	640,5	660,1177	15,0179	64,05
7	367,5	383,6641	11,2263	36,75
8	357,0	357,0005	0,0005	35,70
9	136,5	200,0088	11,2352	13,65
10	210,0	237,0228	11,8169	21,00
11	546,0	546,0004	0,0004	54,60
12	630,0	650,2241	15,3095	63,00
13	336,0	446,7037	25,7765	33,60
14	546,0	715,0830	41,2724	54,60
15	462,0	509,1733	23,3408	46,20
16	315,0	445,8118	25,3868	31,50

3.3 Συμπέρασμα

Τέλος, παρατηρούμε ότι το ελάχιστο που βρέθηκε για την περίπτωση του δεύτερου ερωτήματος είναι αρκετά μικρότερο από αυτήν του πρώτου. Αυτό οφείλεται στη χαλάρωση των δύο ισοτικών περιορισμών όπως αναφέρθηκε.

Επιπλέον, η χρήση των γενετικών αλγορίθμων για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος ελαχιστοποίησης υπό περιορισμούς αν και οδηγεί στην εύρεση μίας πιθανής λύσης, αφενός δεν μπορεί να εξασφαλίσει ότι η λύση αυτή είναι η βέλτιστη και αφετέρου δεν είναι εφικτή η αξιολόγηση της εκτίμησης που παράγει.

Ωστόσο, οι γενετικοί αλγόριθμοι, αν και δεν έχουν αυστηρή μαθηματική διατύπωση, αποτελούν ένα πολύ ισχυρό εργαλείο σε προβλήματα που άλλοι, μαθηματικά αποδεδειγμένοι, αλγόριθμοι αποτυγχάνουν λόγω του μεγάλου πλήθους μεταβλητών, του μεγάλου χώρου αναζήτησης, της μη εξασφάλισης παραγωγισιμότητας, της ύπαρξης πολλών τοπικών βέλτιστων καθώς και άλλα προβλήματα.

4. Αρχεία MATLAB

geneticAlgorithm.m : Το αρχείο αυτό περιέχει τον κώδικα που σχετίζεται με τον γενετικό αλγόριθμο για την επίλυση του προβλήματος οδικής κυκλοφορίας που τέθηκε στην παρούσα εργασία και παράγει τις απαραίτητες γραφικές παραστάσεις, τις οποίες αποθηκεύει σε υψηλή ανάλυση στη θέση που βρίσκεται.

geneticAlgorithm2.m : Το αρχείο αυτό περιέχει τον κώδικα που σχετίζεται με τον γενετικό αλγόριθμο για την επίλυση του προβλήματος οδικής κυκλοφορίας που τέθηκε στην παρούσα εργασία και παράγει τις απαραίτητες γραφικές παραστάσεις, τις οποίες αποθηκεύει σε υψηλή ανάλυση στη θέση που βρίσκεται.