

# ΘΕΜΑ

## ΤΕΧΝΙΚΕΣ

## ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

ΟΝΟΜΑ: ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

ΕΠΙΘΕΤΟ: ΛΕΤΡΟΣ

ΣΧΟΛΗ: ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΤΜΗΜΑ: ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧ. ΚΑΙ ΜΗΧ.  
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΑΕΜ: 8851

ΕΤΟΣ: 2019-2020

# Ελαχιστοποίηση Συνάρτησης Πολλών Μεταβλητών – Γενετικοί Αλγόριθμοι

## Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή .....	3
1.1 Γενετικοί Αλγόριθμοι .....	3
1.2 Διατύπωση και Μοντελοποίηση του Προβλήματος .....	6
2. Κατασκευή του Γενετικού Αλγορίθμου .....	9
2.1 Εκκίνηση και Τερματισμός Αλγορίθμου .....	9
2.2 Συνάρτηση Ικανότητας .....	9
2.3 Διαδικασία Επιλογής .....	10
2.3 Διαδικασία Διασταύρωσης .....	11
2.3 Διαδικασία Μετάλλαξης .....	12
2.4 Διαδικασία Ελιτισμού .....	13
3. Επίλυση του Προβλήματος και Αποτελέσματα .....	14
3.1 Επίλυση για σταθερή ροή εισόδου .....	14
3.2 Επίλυση για μεταβαλλόμενη ροή εισόδου .....	18
3.3 Συμπέρασμα .....	23
4. Αρχεία MATLAB .....	23

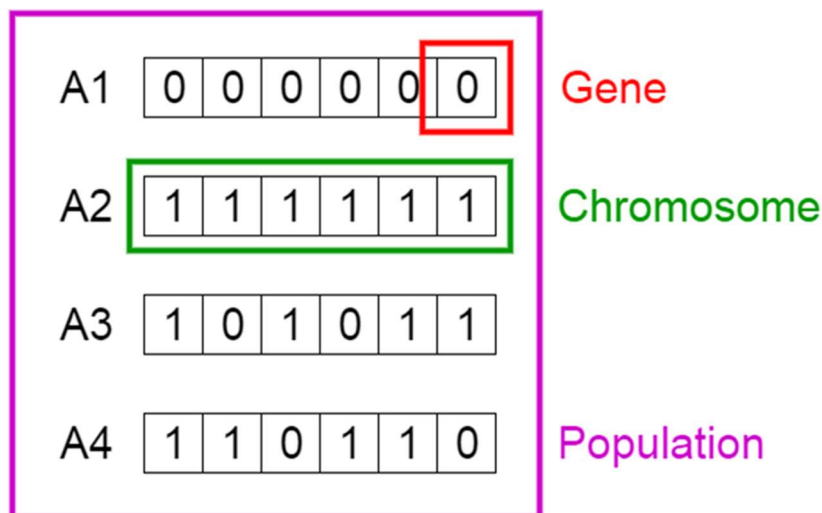
# 1. Εισαγωγή

Η παρούσα εργασία έχει ως στόχο την επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης με ισοτικούς και ανισοτικούς περιορισμούς κάνοντας χρήση γενετικών αλγορίθμων.

## 1.1 Γενετικοί Αλγόριθμοι

Οι γενετικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούνται ευρέως για την επίλυση προβλημάτων ελαχιστοποίησης όταν η δομή και διάσταση της αντικειμενικής συνάρτησης  $f$  είναι σύνθετη και υψηλή αντίστοιχα, επομένως η χρήση κλασσικών τεχνικών αναζήτησης είναι απαγορευτική. Επιπλέον μπορεί να εφαρμοστεί και σε περιπτώσεις όπου η  $f$  δεν είναι παραγωγίσιμη καθώς αυτό δεν απαιτείται για τη λειτουργία του αλγορίθμου. Πρόκειται, για πιθανοκρατικούς αλγορίθμους οι οποίοι αν και δεν εγγυώνται την εύρεση της βέλτιστης λύσης, έχουν την ικανότητα εύρεσης μίας αρκούντως καλής λύσης η οποία θα ήταν δύσκολο να βρεθεί σε ένα εύλογο χρονικό διάστημα, αναζητώντας σε έναν χώρο υποψήφιων λύσεων σύμφωνα με κάποιο κριτήριο.

Η δομή των γενετικών αλγορίθμων, είναι εμπνευσμένη από τη βιολογία και τη θεωρία της εξέλιξης. Συγκεκριμένα, ένας πληθυσμός (population) με υποψήφιες λύσεις ενός προβλήματος βελτιστοποίησης εξελίσσεται συνεχώς προς όλο και πιο βελτιωμένες λύσεις. Κάθε υποψήφια λύση ονομάζεται χρωμόσωμα (chromosome) και έχει τη δυνατότητα να μεταλλάσσεται στο πέρασμα του χρόνου.



Σχήμα 1.1: Δομή Πληθυσμού των Γενετικών Αλγορίθμων.

Τα καλύτερα και δυνατότερα χρωμοσώματα, συνήθως «επιβιώνουν» και συνεχίζουν να υπάρχουν στην επόμενη γενιά, όπως συμβαίνει και στη φύση. Το κριτήριο με βάση το οποίο αξιολογούνται τα χρωμοσώματα ως προς την ικανότητά τους, ονομάζεται συνάρτηση ικανότητας (fitness function).

Η εξέλιξη ξεκινά συνήθως από έναν πληθυσμό τυχαία παραγόμενων χρωμοσωμάτων και είναι μια επαναληπτική διαδικασία, με τον πληθυσμό σε κάθε επανάληψη να ονομάζεται γενιά (generation). Σε κάθε γενιά αξιολογείται η ικανότητα κάθε χρωμοσώματος στον πληθυσμό μέσω της συνάρτησης ικανότητας. Η συνάρτηση αυτή εξαρτάται συνήθως από την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Τα πιο ικανά χρωμοσώματα επιλέγονται στοχαστικά από τον παρών πληθυσμό και τα γονίδια (genes) κάθε χρωμοσώματος τροποποιούνται και εξελίσσονται ώστε να σχηματίσουν ένα νέο πληθυσμό για τη νέα γενιά. Η νέα γενιά υποψήφιων λύσεων στη συνέχεια χρησιμοποιείται στην επόμενη επανάληψη του αλγορίθμου.

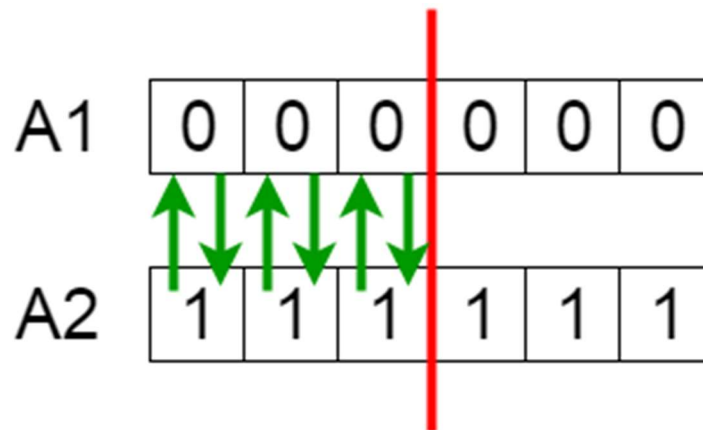
Συνήθως, ο αλγόριθμος τερματίζει είτε όταν έχει περάσει ένας προκαθορισμένος αριθμός γενεών, είτε όταν έχει επιτευχθεί ικανοποιητικό επίπεδο ικανότητας για κάποιο χρωμόσωμα.

Οι πιο διαδομένες διαδικασίες εξέλιξης που υφίστανται τα χρωμοσώματα και τα γονίδια αυτών και συναντώνται στους γενετικούς αλγορίθμους είναι οι εξής:

- Selection
- Crossover
- Mutation
- Elitism

Το πρώτο στάδιο εξέλιξης που εφαρμόζεται στον πληθυσμό της εκάστοτε γενιάς είναι το στάδιο της επιλογής των ικανότερων χρωμοσωμάτων. Όπως και στη φύση, δεν επιβιώνουν πάντοτε τα ικανότερα χρωμοσώματα, ωστόσο έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα επιβίωσης από τα λιγότερα ικανά.

Έπειτα ακολουθεί το στάδιο της διασταύρωσης των υποψήφιων λύσεων. Στο στάδιο αυτό λαμβάνονται τυχαία ζεύγη-γονέων (parent) χρωμοσωμάτων τα οποία «ζευγαρώνουν» ώστε να παράγουν νέες υποψήφιες λύσεις.



Σχήμα 1.2: Παράδειγμα Διαδικασίας Διασταύρωσης.

Το επόμενο στάδιο είναι αυτό της μετάλλαξης γονιδίων. Συγκεκριμένα, επιλέγονται τυχαία από τον εκάστοτε πληθυσμό χρωμοσώματα και μεταλλάσσονται με τυχαίο τρόπο κάποια από τα γονίδια αυτών.

## Before Mutation

A5	1	1	1	0	0	0
----	---	---	---	---	---	---

## After Mutation

A5	1	1	0	1	1	0
----	---	---	---	---	---	---

Σχήμα 1.3: Παράδειγμα Διαδικασίας Μετάλλαξης.

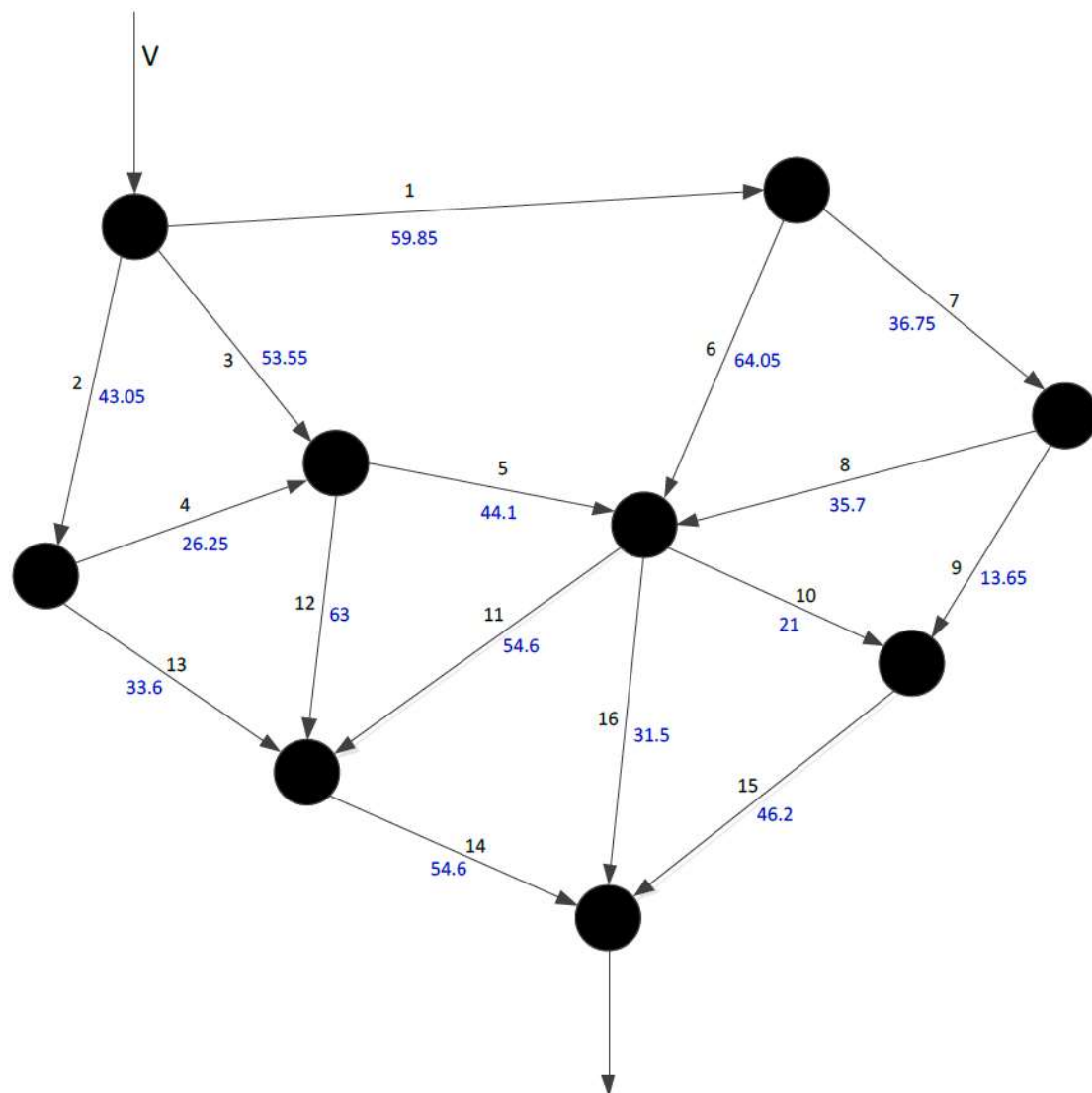
Το τελευταίο στάδιο εξέλιξης πριν την αξιολόγηση είναι αυτό του ελιτισμού, κατά το οποίο τα ικανότερα χρωμοσώματα επιβιώνουν στις επόμενες γενεές.

Αξίζει να σημειωθεί μία ιδιαίτερα σημαντική ικανότητα των γενετικών αλγορίθμων, η αποφυγή εγκλωβισμού σε τοπικά ακρότατα.

Όλες οι παραπάνω διαδικασίες, Selection, Crossover, Mutation, Elitism και επιλογή της συνάρτησης ικανότητας μπορούν να υλοποιηθούν με διαφορετικές μεθόδους και να επιφέρουν διαφορετικά αποτελέσματα από πρόβλημα σε πρόβλημα.

## 1.2 Διατύπωση και Μοντελοποίηση του Προβλήματος

Θεωρούμε το οδικό δίκτυο του Σχήματος 1.4. Οι κόμβοι παριστάνουν οδικές διασταυρώσεις και τα βέλη κυκλοφοριακές κατευθύνσεις. Οι αριθμοί με μαύρο χρώμα ορίζουν τον αριθμό των ακμών.



Σχήμα 1.4: Το Οδικό δίκτυο του προβλήματος.

Αν υπάρχουν λίγα οχήματα στους δρόμους οι χρόνοι κίνησης μεταξύ των κόμβων μπορούν να θεωρηθούν σταθεροί. Καθώς όμως ο «όγκος» των οχημάτων στο δίκτυο αυξάνεται οι χρόνοι κίνησης αυξάνονται δραματικά. Έστω  $t_i \left( \frac{o\chi}{min} \right)$  ο σταθερός χρόνος που απαιτείται για να κινηθούν τα οχήματα στο δρόμο όταν η κίνηση είναι ασθενής. Έστω επίσης  $x_i \left( \frac{o\chi}{min} \right)$  ο ρυθμός διέλευσης οχημάτων στο δρόμο  $i$  και  $c_i \left( \frac{o\chi}{min} \right)$  ο μέγιστος δυνατός ρυθμός διέλευσης οχημάτων από τον ίδιο δρόμο. Ο χρόνος κίνησης  $T_i \left( \frac{o\chi}{min} \right)$  στο δρόμο συναρτήσει του αριθμού των οχημάτων είναι:

$$T_i(x_i) = t_i + a_i \frac{x_i}{1 - \frac{x_i}{c_i}} \text{ (min)}$$

Στόχος είναι η ελαχιστοποίηση ως προς  $x_i$  του συνολικού χρόνου διάσχισης του δικτύου ανά όχημα για ρυθμό εισερχόμενων οχημάτων ίσο με  $V$ .

Για να επιτευχθεί αυτό αρκεί να ελαχιστοποιηθεί ο συνολικός όγκος των οχημάτων που βρίσκονται στο δίκτυο μια δεδομένη χρονική στιγμή. Πρακτικά αυτό συνεπάγεται ότι η συνολική ροή των οχημάτων μέσα σε αυτό είναι κατάλληλα μοιρασμένη στους δρόμους ώστε να μην δημιουργείται συνωστισμός.

Συνεπώς, για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος η αντικειμενική συνάρτηση που επιθυμούμε να ελαχιστοποιήσουμε είναι η:

$$f(x_i) = \sum_{i=1}^{16} x_i T_i = \sum_{i=1}^{16} \left[ x_i t_i + a_i \frac{x_i^2}{1 - \frac{x_i}{c_i}} \right]$$

Δηλαδή μια πραγματική συνάρτηση 16 μεταβλητών  $f: \mathbb{R}^{16} \rightarrow \mathbb{R}$ .

Επιπλέον, θα πρέπει το άθροισμα των ρυθμών οχημάτων που εισέρχονται σε κάθε κόμβο να ισούται με το άθροισμα των ρυθμών των κόμβων που εξέρχονται από αυτόν. Έτσι, προκύπτουν οι περιορισμοί:

$$x_1 + x_2 + x_3 - V = 0 \quad (1)$$

$$x_6 + x_7 - x_1 = 0 \quad (2)$$

$$x_8 + x_9 - x_7 = 0 \quad (3)$$

$$x_{15} - x_9 - x_{10} = 0 \quad (4)$$

$$x_5 + x_6 + x_8 - x_{10} - x_{11} - x_{16} = 0 \quad (5)$$

$$x_3 + x_4 - x_5 - x_{12} = 0 \quad (6)$$

$$x_2 - x_4 - x_{13} = 0 \quad (7)$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} - x_{14} = 0 \quad (8)$$

$$x_{14} + x_{15} + x_{16} - V = 0 \quad (9)$$

Επίσης υπάρχουν και οι περιορισμοί λόγω χωρητικότητας του δρόμου:

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 16 \quad (10)$$

$$x_i \leq c_i, \quad i = 1, 2, \dots, 16 \quad (11)$$

Παρατηρούμε ότι οι περιορισμοί (1) έως (9) είναι ισοτικοί ενώ οι περιορισμοί (10) και (11) ανισοτικοί.



## 2. Κατασκευή του Γενετικού Αλγορίθμου

### 2.1 Εκκίνηση και Τερματισμός Αλγορίθμου

Στο πρόβλημα το οδικού δικτύου που καλούμαστε να επιλύσουμε, το ρόλο των γονιδίων έχουν οι ροές διάσχισης  $x_i$  των 16 διαφορετικών δρόμων, ενώ το πλήθος των υποψήφιων λύσεων (χρωμοσωμάτων) του πληθυσμού κάθε γενεάς τίθεται ίσο με **200**.

Ο αλγόριθμος ξεκινά από τη δημιουργία ενός πληθυσμού τυχαίων χρωμοσωμάτων τα οποία πληρούν τους ανισοτικούς περιορισμούς (10) και (11) για κάθε δρόμο αντίστοιχα. Έπειτα εισέρχεται σε μια επαναληπτική διαδικασία στην οποία εφαρμόζονται οι διαδικασίες-στάδια εξέλιξης που αναφέρθηκαν στην ενότητα 1.1.

Ως συνθήκη τερματισμού στο συγκεκριμένο πρόβλημα τίθεται το πέρασμα συγκεκριμένου αριθμού εποχών, ενώ οι σταθεροί χρόνοι που χρειάζονται τα οχήματα για τη μετακίνησή τους όταν η κίνηση είναι ασθενής τίθενται ανάλογη με τη μέγιστη επιτρεπτή ροή του κάθε δρόμου, όπως εξηγείται στη συνέχεια.

### 2.2 Συνάρτηση Ικανότητας

Η συνάρτηση ικανότητας που επιλέχθηκε είναι εμπνευσμένη από τη μεθοδολογία των μεθόδων φραγμού/ποινής οι οποίες εφαρμόζονται σε προβλήματα βελτιστοποίησης με περιορισμούς. Συγκεκριμένα, τίθεται η συνάρτηση:

$$fitness(x) = \frac{r}{f(x) + r \cdot \sum_{i=1}^{16} [h(x_i)]^2}$$

Όπου  $h: \mathbb{R}^{16} \rightarrow \mathbb{R}^9$  μια διανυσματική συνάρτηση πολλών μεταβλητών που περιέχει τους ισοτικούς περιορισμούς και  $r$  μια σταθερά που ενισχύει την επίδραση της μη τήρησής τους κατά την αξιολόγηση.

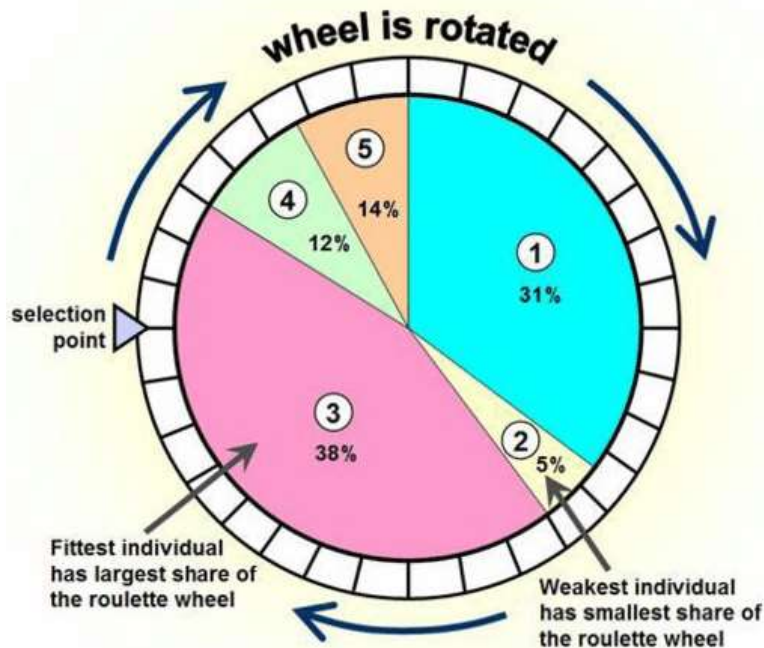
Συγκεκριμένα, η σταθερά αυτή λαμβάνεται ίση με  $r = 1000$ . Παρατηρείται ότι αυξάνοντας την τιμή της επιτυγχάνεται περισσότερο αυστηρή τήρηση των περιορισμών με υποβέλτιστες, ωστόσο, λύσεις, ενώ μειώνοντάς την χαλαρώνουν περισσότερο οι περιορισμοί.

## 2.3 Διαδικασία Επιλογής

Η διαδικασία επιλογής (Selection Process) που υλοποιήθηκε ονομάζεται Τροχός της Τύχης (Roulette Wheel Selection). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή κάθε χρωμόσωμα έχει πιθανότητα επιβίωσης ανάλογη της ικανότητάς του. Οι πιθανότητες επιβίωσης του κάθε χρωμοσώματος  $P_i$  υπολογίζονται ως:

$$P_i = \frac{fitness(chromosome_i)}{fitness(population)}$$

Η μέθοδος παίρνει το όνομα αυτό καθώς η επιλογή του χρωμοσώματος που επιβιώνει μπορεί να παρομοιαστεί με ένα παιχνίδι τύχης. Συγκεκριμένα η διαδικασία παρομοιάζεται με έναν περιστρεφόμενο τροχό διαφορετικών χρωμάτων και ένα σταθερό σημείο που όταν αυτός σταματάει, το σημείο υποδεικνύει το χρώμα νικητή.

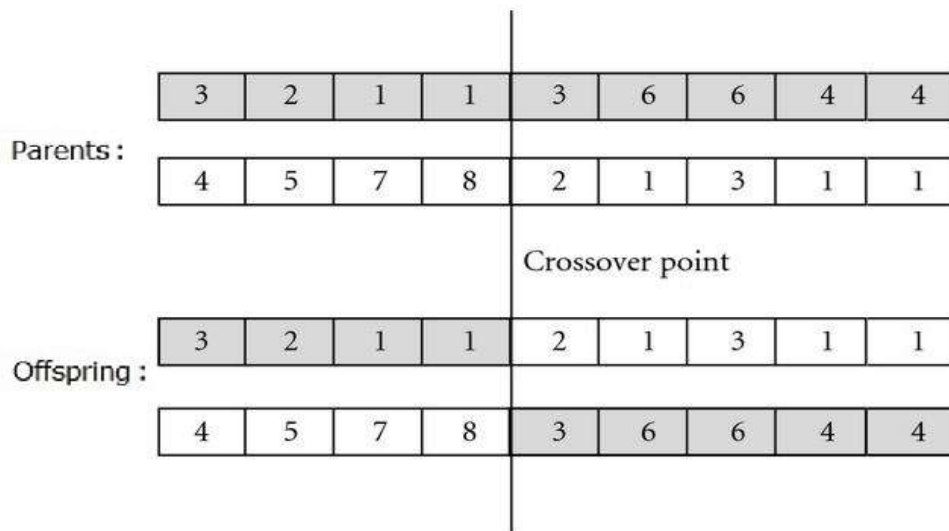


Σχήμα 2.1: Διαισθητικό Παράδειγμα Επίδειξης της Μεθόδου Επιλογής «Τροχός της Τύχης».

## 2.3 Διαδικασία Διασταύρωσης

Η διαδικασία διασταύρωσης (Crossover Process) που υλοποιήθηκε ονομάζεται διασταύρωση ενός σημείου (Single-Point Crossover).

Συγκεκριμένα, επιλέγονται τυχαία ζεύγη χρωμοσωμάτων από τον πληθυσμό τα οποία ονομάζονται γονείς (parents) καθώς και ένας αριθμός crossPos από το 1 έως το 15 που ονομάζεται σημείο διασταύρωσης (crossover point). Τα γονίδια του πρώτου και του δεύτερου χρωμοσώματος-γονέα που βρίσκονται μέχρι τη θέση crossPos ανταλλάσσουν θέση ώστε να δημιουργήσουν δύο νέα χρωμοσώματα απογόνους (offspring).



Σχήμα 2.2: Παράδειγμα Επίδειξης της Μεθόδου Διασταύρωσης Ενός Σημείου.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η διαδικασία αυτή δεν συμβαίνει για όλα τα χρωμοσώματα του πληθυσμού. Συγκεκριμένα, καθορίζεται μια παράμετρος που ονομάζεται παράμετρος διασταύρωσης (Crossover Parameter) και συμβολίζει την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί η διαδικασία διασταύρωσης ανάμεσα σε ένα ζεύγος γονέων ή όχι.

Η παράμετρος αυτή επιλέγεται σταθερή και ίση με **80%**.

## 2.3 Διαδικασία Μετάλλαξης

Η διαδικασία μετάλλαξης (Mutation Process) που υλοποιήθηκε στηρίζεται στην τυχαία αλλαγή γονιδίων κάποιων τυχαία επιλεγμένων χρωμοσωμάτων. Η επιλογή των χρωμοσωμάτων που μεταλλάσσονται καθορίζεται από μία παράμετρο που ονομάζεται παράμετρος μετάλλαξης (Mutation Parameter) και συμβολίζει την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί η διαδικασία μετάλλαξης αντίστοιχα με την παράμετρο διασταύρωσης όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα.

Η παράμετρος αυτή επιλέγεται σταθερή και ίση με **80%**.

## 2.4 Διαδικασία Ελιτισμού

Για τη διαδικασία του Ελιτισμού (Elitism Process) χρειάζεται να κρατηθεί προσωρινά ο πληθυσμός της προηγούμενης γενιάς προτού εφαρμοστούν οι διαδικασίες επιλογής, διασταύρωσης και μετάλλαξης. Μετά το πέρας των παραπάνω διαδικασιών αντικαθίστανται τα πλέον αδύναμα χρωμοσώματα του νέου πληθυσμού από τα ικανότερα χρωμοσώματα του προηγούμενου πληθυσμού.

Το πλήθος των χρωμοσωμάτων αυτών καθορίζεται με τη μορφή ποσοστού από την παράμετρο ελιτισμού (Elitism Parameter) η οποία στη συγκεκριμένη περίπτωση λαμβάνεται σταθερή και ίση με **1%**.

### 3. Επίλυση του Προβλήματος και Αποτελέσματα

#### 3.1 Επίλυση για σταθερή ροή εισόδου

Στην ενότητα αυτή εξετάζεται η περίπτωση σταθερής ροής εισόδου και συγκεκριμένα  $V = 100 \frac{\text{οχη.}}{\text{min}}$ .

Οι σταθεροί χρόνοι  $t_i$  (ασθενής κίνηση στο δρόμο  $i$ ) λαμβάνονται ως ανάλογοι του μέγιστου ρυθμού διέλευσης οχημάτων από τον κάθε δρόμο,  $c_i$ , καθώς ο χρόνος αυτοί εξαρτώνται από το μέγεθος του εκάστοτε δρόμου. Συγκεκριμένα, λαμβάνονται ως  $t_i = \gamma \cdot c_i$  με  $\gamma = 10$ .

Η επιλογή αυτή γίνεται κατόπιν δοκιμών και συγκεκριμένα ελέγχοντας τις χρονικές καθυστερήσεις (όχι τους συνολικούς χρόνους διέλευσης που εξαρτώνται από τους χρόνους  $t_i$ ) που εισάγονται λόγω της κίνησης σε κάθε δρόμο,  $T_i(x_i) - t_i$ , οι οποίες υπολογίζονται μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου. Είναι σαφές ότι το ποσοστό των καθυστερήσεων αυτών προς το συνολικό χρόνο διέλευσης εξαρτάται τόσο από το ρυθμό διέλευσης οχημάτων του δρόμου όσο και από το μέγιστο επιτρεπτό ρυθμό του. Έτσι, λοιπόν, η επιλογή της σταθεράς  $\gamma$ , γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να πληρείται προσεγγιστικά η παρακάτω υπόθεση:

$$\frac{T_i(x_i) - t_i}{T_i(x_i)} \approx \left(\frac{x_i}{c_i}\right)^2$$

που σημαίνει ότι το ποσοστό του χρόνου διέλευσης που οφείλεται στην κίνηση πρέπει να είναι περίπου ίσο με το τετράγωνο του λόγου  $\left(\frac{x_i}{c_i}\right)$ , ο οποίος αποτελεί καλό μέτρο για το πόσο πλήρης είναι ο δρόμος  $i$ .

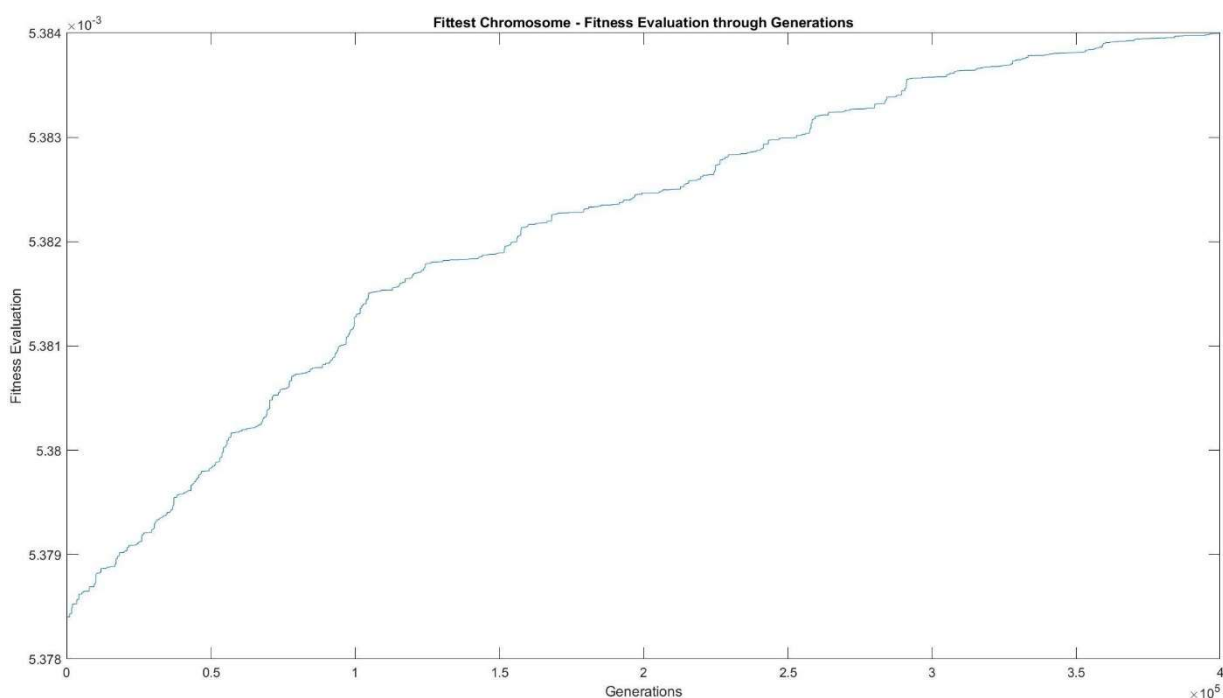
Επομένως, πρακτικά υπολογίζεται από τον αλγόριθμο η παρακάτω ποσότητα:

$$\text{minTimeConstraint} = \text{mean} \left[ \frac{T_i(x_i) - t_i}{T_i(x_i)} - \left( \frac{x_i}{c_i} \right)^2 \right]$$

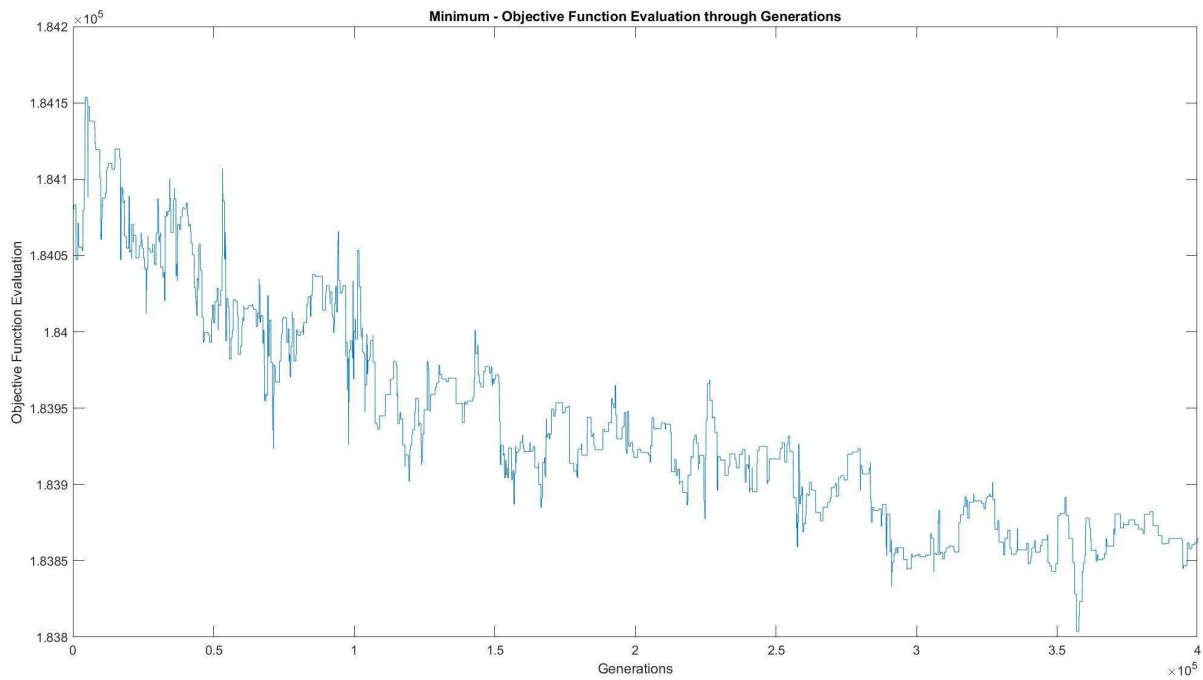
η οποία είναι επιθυμητό να είναι μικρότερη από κάποια ακρίβεια της τάξης του 20%.

Έτσι δοκιμάζοντας διάφορες τιμές  $t_i$  με βάση τη χρονική καθυστέρηση και το μέγιστο ρυθμό διέλευσης του κάθε δρόμου μπορεί να γίνει μια λογική υπόθεση για το χρονικό διάστημα που απαιτείται όταν η κίνηση είναι ασθενική.

Η επίδοση του ικανότερου χρωμοσώματος καθώς και γενικότερα τα αποτελέσματα από την εκτέλεση του γενετικού αλγορίθμου για 400.000 εποχές όπως περιεγράφηκε προηγουμένως φαίνονται στη συνέχεια:



Σχήμα 3.1: Πορεία του ικανότερου χρωμοσώματος στο πέρας των γενεών –  $V = 100$ .



Σχήμα 3.2: Τιμή Ελαχίστου στο πέρας των γενεών –  $V = 100$ .

Η τελική μορφή του χρωμοσώματος που προέκυψε, φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Βέλτιστο Χρωμόσωμα Ρυθμός Διέλευσης Δρόμου $i$ ( $veh/min$ )	
$x_1$	35,771201158929586
$x_2$	27,497111680252885
$x_3$	36,014307395184396
$x_4$	1,245115281735253
$x_5$	20,664174592109173
$x_6$	23,354162358320707
$x_7$	12,148558852113020
$x_8$	0,000193569897378
$x_9$	12,087089139249116
$x_{10}$	17,329880843688070
$x_{11}$	0,000041707224550
$x_{12}$	16,378996064345120
$x_{13}$	25,898472792777412
$x_{14}$	42,401032781593919
$x_{15}$	29,931062290051749
$x_{16}$	26,760328492854427



Για το οποίο η τιμή της συνάρτησης ελαχιστοποιείται ως:

$$f(x^*) = 183.864,981461$$

Η τιμή αυτή εξαρτάται από την επιλογή των χρόνων όταν η κίνηση είναι ασθενική, επομένως μπορεί να διαφέρει για διαφορετική επιλογή αυτών. Ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης ήταν γύρω στις 4 ώρες.

Επίσης, ελέγχεται κατά πόσο το παραπάνω χρωμόσωμα πληροί τους ισοτικούς περιορισμούς που τέθηκαν. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα εκπλήρωσης των περιορισμών αυτών, το οποίο είναι:

$$constraintsMSE = 0,207845$$

Δηλαδή οι περιορισμοί πληρούνται σε ικανοποιητικό βαθμό.

Τέλος, παρουσιάζονται συνολικά τα αποτελέσματα μαζί με τις υποθέσεις που έγιναν ώστε να γίνει περισσότερο προφανής ο λόγος επιλογής των αρχικών χρόνων διέλευσης με ασθενική κίνηση με τον τρόπο που εξηγήθηκε.

$i$	Χρόνος Διέλευσης Ασθενική Κίνηση $t_i (min)$	Χρόνος Διέλευσης Συνολικά $T_i (min)$	Βέλτιστο Χρωμόσωμα Ρυθμός Διέλευσης $x_i (veh/min)$	Μέγιστος Ρυθμός Διέλευσης $c_i (veh/min)$
1	598,5	687,4125	35,7712	59,85
2	430,5	506,6113	27,4971	43,05
3	535,5	645,4795	36,0143	53,55
4	262,5	263,8071	1,2451	26,25
5	441,0	479,8845	20,6642	44,10
6	640,5	677,2564	23,3542	64,05
7	367,5	385,6477	12,1486	36,75
8	357,0	357,0002	0,0002	35,70
9	136,5	242,0651	12,0871	13,65
10	210,0	309,1596	17,3299	21,00
11	546,0	546,0000	0,0000	54,60

12	630,0	652,1333	16,3790	63,00
13	336,0	448,9891	25,8985	33,60
14	546,0	735,7781	42,4010	54,60
15	462,0	546,9973	29,9311	46,20
16	315,0	492,8500	26,7603	31,50

### 3.2 Επίλυση για μεταβαλλόμενη ροή εισόδου

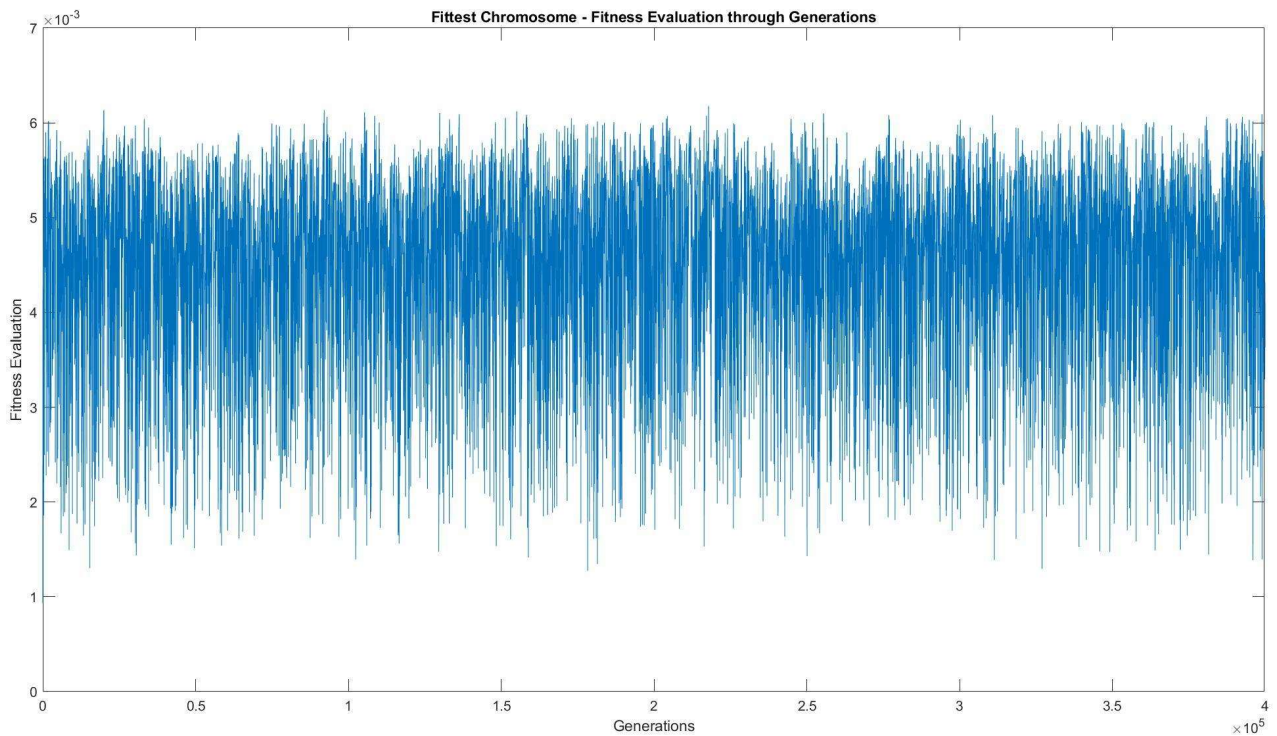
Στην ενότητα αυτή εξετάζεται η περίπτωση μεταβαλλόμενης ροής εισόδου και συγκεκριμένα  $V = 100 \frac{\text{οχ.}}{\text{min}}$  με μεταβολές  $\pm 10\%$ .

Έτσι μεταβάλλουμε τις συναρτήσεις των περιορισμών στο περιβάλλον MATLAB ώστε να δέχονται επιπλέον, ως μεταβλητή, τη ροή εισόδου  $V$ . Επομένως, το αρχικό πρόβλημα μετατρέπεται σε ένα online - «προσαρμοστικό» πρόβλημα αναζήτησης στο οποίο η τιμή του ολικού ελαχίστου μεταβάλλεται συνεχώς λόγω της μεταβολής ροής της εισόδου.

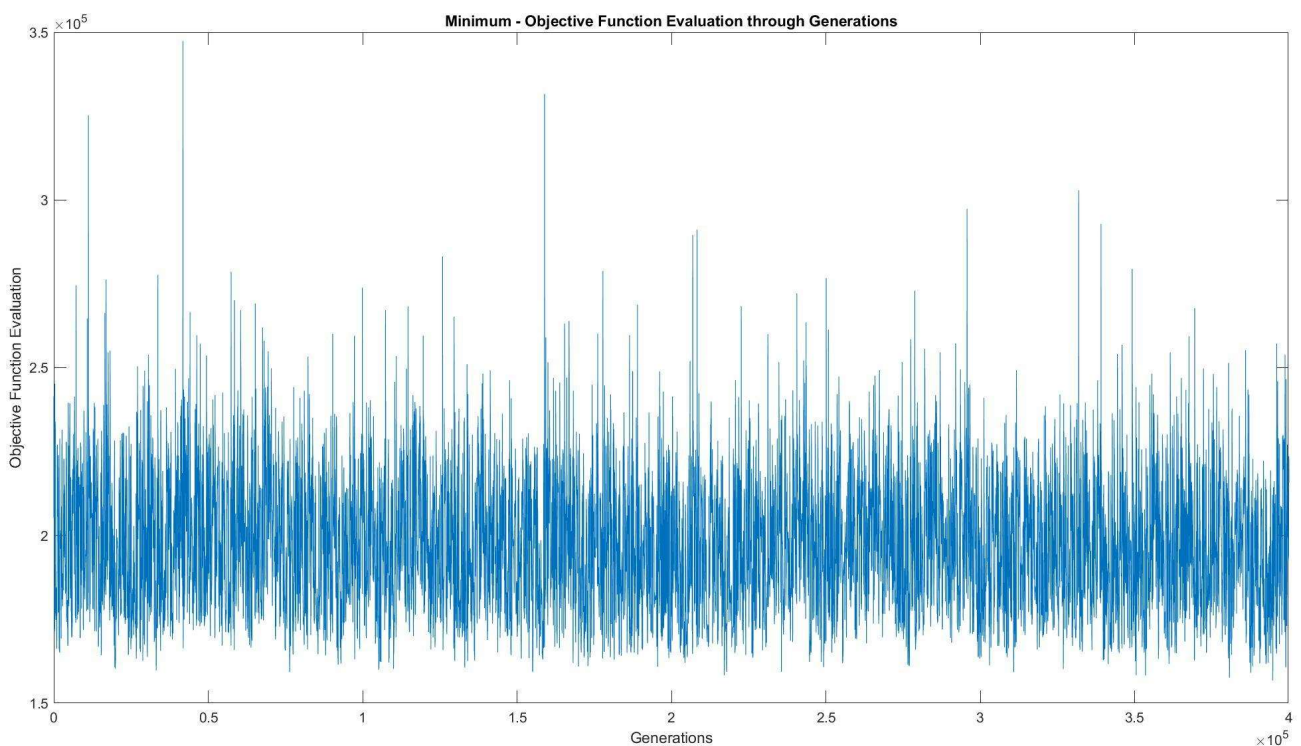
Συνεπώς, προκειμένου να προσομοιωθεί η μεταβαλλόμενη ροή εισόδου, υλοποιείται μια συνάρτηση η οποία την παράγει. Συγκεκριμένα, η τιμή αυτή αλλάζει κάθε 100 εποχές και λαμβάνει τυχαίες τιμές στο εύρος 90 έως 100 οχήματα/λεπτό, προκειμένου να υπάρχει αρκετός χρόνος προσαρμογής των περιορισμών.

Οι σταθεροί χρόνοι  $t_i$  λαμβάνονται με την ίδια λογική ως  $t_i = \gamma \cdot c_i$  με  $\gamma = 10$ .

Η επίδοση του ικανότερου χρωμοσώματος καθώς και γενικότερα τα αποτελέσματα από την εκτέλεση του γενετικού αλγορίθμου για 400.000 εποχές όπως περιεγράφηκε προηγουμένως φαίνονται στη συνέχεια:



Σχήμα 3.3: Πορεία του ικανότερου χρωμοσώματος στο πέρας των γενεών –  $V = 100 \pm 10\%$ .

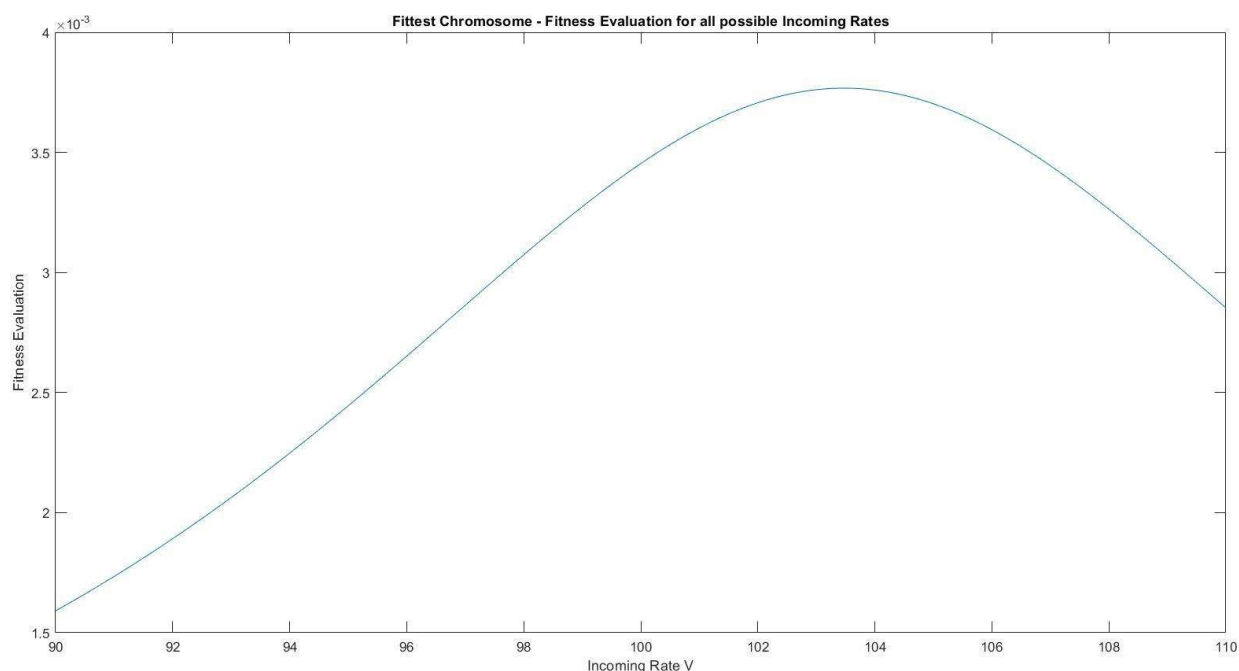


Σχήμα 3.4: Τιμή Ελαχίστου στο πέρας των γενεών –  $V = 100 \pm 10\%$ .

Παρατηρούμε ότι η καμπύλη του ικανότερου χρωμοσώματος φαίνεται να μην συγκλίνει καθώς οι περιορισμοί της αντικειμενικής

συνάρτησης μεταβάλλονται, δεδομένου ότι αλλάζει η ροή της εισόδου στο πέρας των εποχών όπως αναφέρθηκε.

Επιπλέον, παρατίθεται και η γραφική παράσταση που επιδεικνύει την τιμή της συνάρτησης ικανότητας για τις διάφορες τιμές ροής εισόδου στο διάστημα  $V=[90,110]$ .



Σχήμα 3.5: Τιμή Συνάρτησης Ικανότητας του Ικανότερου Χρωμοσώματος για τις διάφορες τιμές ροής εισόδου  $V = 100 \pm 10\%$ .

Παρατηρούμε ότι το βέλτιστο χρωμόσωμα πετυχαίνει καλύτερη αξιολόγηση της συνάρτησης ικανότητας στις ενδιάμεσες τιμές ενώ στις ακραίες τιμές, 90 και 110 οχημάτων ανά λεπτό παρουσιάζει μειωμένη απόδοση. Η καλή αξιολόγηση στις ενδιάμεσες τιμές ροής εισόδου  $V$  πρακτικά ερμηνεύεται ως ακριβέστερη εκπλήρωση των περιορισμών και ταυτόχρονα καλύτερη προσέγγιση του προς αναζήτηση ελαχίστου.

Η τελική μορφή του χρωμοσώματος που προέκυψε, φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Βέλτιστο Χρωμόσωμα Ρυθμός Διέλευσης Δρόμου $i$ ( $veh/min$ )	
$x_1$	34,080216677127517
$x_2$	33,088443855047224
$x_3$	33,237090689304580
$x_4$	17,974409613308040
$x_5$	23,712235582788324
$x_6$	7,387965311524039
$x_7$	25,362858460922713
$x_8$	13,202636650570408
$x_9$	11,724218450618100
$x_{10}$	18,467907397620625
$x_{11}$	0,038975386790340
$x_{12}$	28,366623735206534
$x_{13}$	20,188906612063484
$x_{14}$	48,385935296941007
$x_{15}$	31,185385123027391
$x_{16}$	26,967748748996264

Για το οποίο η τιμή της συνάρτησης ελαχιστοποιείται ως:

$$f(x^*) = 215.759,686167$$

Η τιμή αυτή εξαρτάται και από την επιλογή των χρόνων όταν η κίνηση είναι ασθενική, επομένως μπορεί να διαφέρει για διαφορετική επιλογή αυτών. Ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης ήταν γύρω στις 4 ώρες.

Επίσης, ελέγχεται κατά πόσο το παραπάνω χρωμόσωμα πληροί τους ισοτικούς περιορισμούς που τέθηκαν. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα εκπλήρωσης των περιορισμών αυτών, το οποίο είναι:

$$constraintsMSE = 6,660709$$

Δηλαδή οι περιορισμοί πληρούνται σε σχετικά ικανοποιητικό βαθμό, πολύ χαμηλότερο σε σχέση με προηγούμενως. Ενδεχομένως αν η ροή ήταν σταθερή κατά μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα (σταθερή

ροή εισόδου και αλλαγή μετά από μεγάλο πλήθος εποχών) οι περιορισμοί θα πληρούνταν ακριβέστερα.

Τέλος, παρουσιάζονται συνολικά τα αποτελέσματα μαζί με τις υποθέσεις που έγιναν ώστε να γίνει περισσότερο προφανής ο λόγος επιλογής των αρχικών χρόνων διέλευσης με ασθενική κίνηση με τον τρόπο που εξηγήθηκε.

$i$	Χρόνος Διέλευσης Ασθενική Κίνηση $t_i (min)$	Χρόνος Διέλευσης Συνολικά $T_i (min)$	Βέλτιστο Χρωμόσωμα Ρυθμός Διέλευσης $x_i (veh/min)$	Μέγιστος Ρυθμός Διέλευσης $c_i (veh/min)$
1	598,5	677,6509	34,0802	59,85
2	430,5	573,4955	33,0884	43,05
3	535,5	623,1214	33,2371	53,55
4	262,5	319,5145	17,9744	26,25
5	441,0	492,2910	23,7122	44,10
6	640,5	648,8513	7,3880	64,05
7	367,5	449,3542	25,3629	36,75
8	357,0	377,9506	13,2026	35,70
9	136,5	219,6016	11,7242	13,65
10	210,0	363,1642	18,4679	21,00
11	546,0	546,0390	0,0390	54,60
12	630,0	681,6004	28,3666	63,00
13	336,0	386,5811	20,1889	33,60
14	546,0	971,1440	48,3859	54,60
15	462,0	557,9575	31,1854	46,20
16	315,0	502,4309	26,9677	31,50

### 3.3 Συμπέρασμα

Τέλος, παρατηρούμε ότι το ελάχιστο που εκτιμήθηκε για την περίπτωση του δεύτερου ερωτήματος είναι αρκετά μεγαλύτερο από αυτό του πρώτου. Αυτό οφείλεται στην προσπάθεια του αλγορίθμου να προσαρμόζεται συνεχώς στο νέο πρόβλημα που προκύπτει λόγω της μεταβολής ροής εισόδου και κατ' επέκταση του ολικού ελαχίστου.

Επιπλέον, η χρήση των γενετικών αλγορίθμων για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος ελαχιστοποίησης υπό περιορισμούς αν και οδηγεί στην εύρεση μίας πιθανής λύσης, αφενός δεν μπορεί να εξασφαλίσει ότι η λύση αυτή είναι η βέλτιστη και αφετέρου δεν είναι εφικτή η αξιολόγηση της εκτίμησης που παράγει.

Ωστόσο, οι γενετικοί αλγόριθμοι, αν και δεν έχουν αυστηρή μαθηματική διατύπωση, αποτελούν ένα πολύ ισχυρό εργαλείο σε προβλήματα που άλλοι, μαθηματικά αποδεδειγμένοι, αλγόριθμοι αποτυγχάνουν λόγω του μεγάλου πλήθους μεταβλητών, του μεγάλου χώρου αναζήτησης, της μη εξασφάλισης παραγωγισιμότητας, της ύπαρξης πολλών τοπικών βέλτιστων καθώς και άλλα προβλήματα.

## 4. Αρχεία MATLAB

geneticAlgorithm.m : Το αρχείο αυτό περιέχει τον κώδικα που σχετίζεται με τον γενετικό αλγόριθμο για την επίλυση του προβλήματος οδικής κυκλοφορίας για **σταθερή** ροή εισόδου που τέθηκε στην παρούσα εργασία και παράγει τις απαραίτητες γραφικές παραστάσεις, τις οποίες αποθηκεύει σε υψηλή ανάλυση στη θέση που βρίσκεται.

geneticAlgorithm2.m : Το αρχείο αυτό περιέχει τον κώδικα που σχετίζεται με τον γενετικό αλγόριθμο για την επίλυση του προβλήματος οδικής κυκλοφορίας για **μεταβαλλόμενη** ροή εισόδου που τέθηκε στην παρούσα εργασία και παράγει τις απαραίτητες γραφικές παραστάσεις, τις οποίες αποθηκεύει σε υψηλή ανάλυση στη θέση που βρίσκεται.