
图 (Graph)

定义

在网络科学中**图 (Graph)** 是一种抽象的数学结构，用于表示实体（顶点或节点）之间的复杂关系。图由**顶点 (Vertices)** 和 **边 (Edges)** 两个基本组成部分构成^[1]。其中，节点表示实体或者对象。例如：人、计算机、城市、网页等任何可以与其他实体建立联系的实体；边表示实体之间的关系。边可以是有向的（指向性关系，如从一个网页链接到另一个网页）或无向的（对称关系，如朋友关系），还可以带有权重（表示关系的强度或成本）。

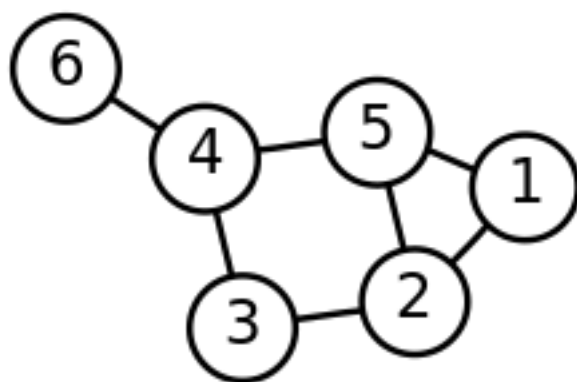


Figure 1: 图

- **数学定义**

为了方便描述，通常用一个二元组 $G = (V, E)$ 来表示一张图。其中， V 表示顶点的集合， E 表示边的集合。集合 V 称为**点集**， E 称为**边集**^{[2][3]}。

分类方式

根据不同的分类方式可以对图进行不同的划分，具体如下：

- **按照边的方向**

-
- **无向图 (Undirected Graph)** [<empty citation>]: 边没有方向, 表示顶点之间的双向关系 (对称关系, 如朋友关系)。如果图的每条边都是无向的, 则称该图为无向图。

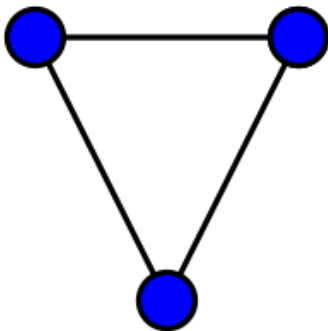


Figure 2: 无向图

- **有向图 (Directed Graph)**: 边有方向, 表示顶点之间的单向关系 (指向性关系, 如食物链中的捕食关系)。如果图的每条边都是有向的, 则称该图为有向图^[2]。

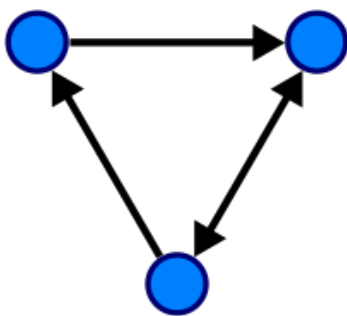


Figure 3: 有向图

- **按照边的权重**

- **加权图 (Weighted Graph)**: 边带有权重, 表示顶点之间关系的强度或成本

(如道路网络中每条边的权重表示交通流量)。权重可以是任何数值，用于量化关系的重要性。

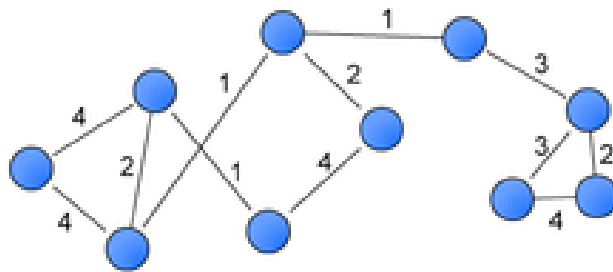


Figure 4: 加权图

– **无权图 (Unweighted Graph)**：所有边的权重相同或不考虑权重，只关注顶点之间是否有连接。

- **按照边的链接方式**

– **简单图 (Simple Graph)**：图中不包含自环（顶点到自身的边）和平行边（连接同一组顶点的多条边）。

– **多重图 (Multigraph)**：允许顶点之间存在多条边，即可以有多个平行边。

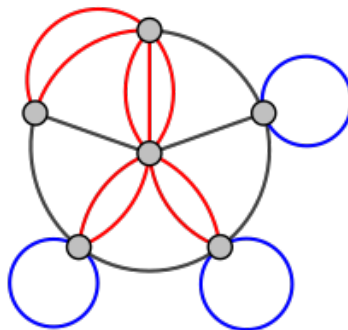


Figure 5: 多重图

-
- **完全图 (Complete Graph)** : 任意两个顶点之间都恰好有一条边^[4]

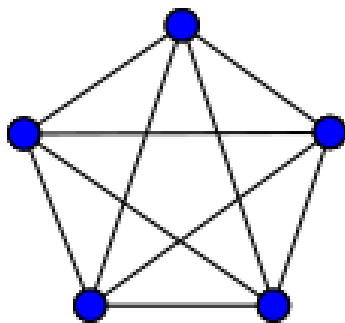


Figure 6: 完全图

- **按照节点和边的类型**

- **异质图 (Heterogeneous Graphs)** : 具有多种类型的节点和边
- **二部图 (Bipartite Graphs)** : 节点分为两类, 只有不同类的节点之间存在边。
比如, 消费者和商品的购买关系^[5]。

例子

- **社交网络分析**

图可以用来表示社交网络中用户之间的关系。通过分析图的结构和性质, 可以了解用户之间的互动模式、信息传播规律以及社交网络的影响力等。



Figure 7: 社交网络分析

• 交通网络规划

图可以用来表示交通网络中的道路、桥梁、站点等实体之间的关系。通过分析图的结构和性质，可以优化交通网络的规划和设计，提高交通效率。



Figure 8: 交通网络规划

• 互联网路由

图可以用来表示互联网中的路由器、链路等实体之间的关系。通过分析图的结构和

性质，可以优化互联网的路由策略，提高数据传输效率和可靠性。例如，互联网路由协议 BGP 就是利用图技术来计算最优路径。

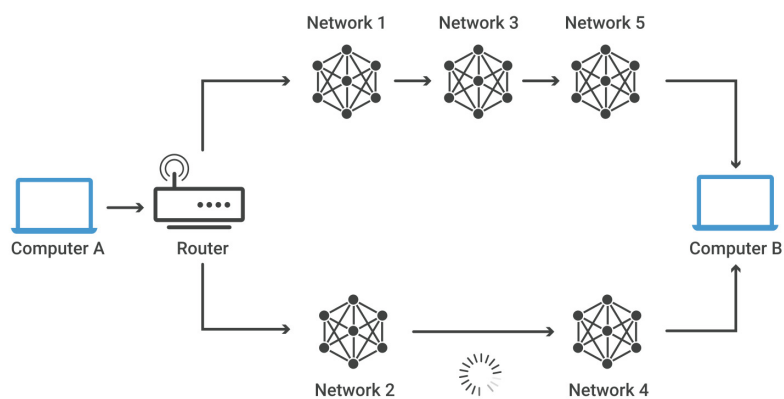


Figure 9: 互联网路由

- **生物网络分析**

图可以用来表示生物网络中蛋白质、基因等生物实体之间的相互作用关系。通过分析图的结构和性质，可以了解生物体的生命活动规律，以及疾病的发生发展机制等。例如，生物学家利用图技术来研究疾病的发生发展机制和寻找新的药物靶点。

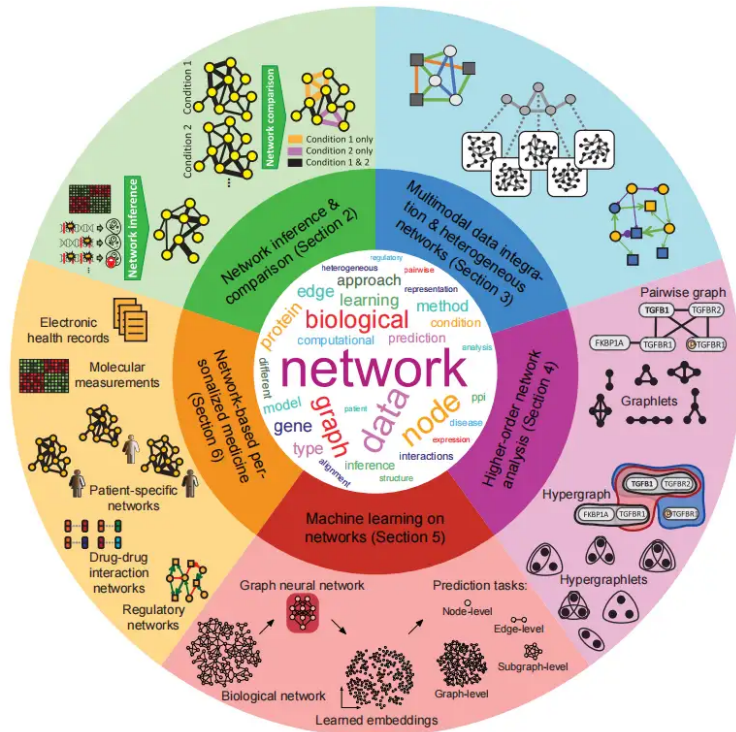


Figure 10: 生物网络分析

References

- [1] 图 (数学). In: 维基百科, 自由的百科全书. Page Version ID: 78710366. Aug. 29, 2023. URL: [https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E5%9B%BE_\(%E6%95%B0%E5%AD%A6\)&oldid=78710366#cite_note-:0-1](https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E5%9B%BE_(%E6%95%B0%E5%AD%A6)&oldid=78710366#cite_note-:0-1) (visited on 04/04/2024).
- [2] E.A.B.S.G. Williamson. *Lists, Decisions and Graphs*. S. Gill Williamson. URL: https://books.google.com/books?id=vaXv_yhefG8C.
- [3] *Encyclopedic dictionary of mathematics : Nihon Sūgakkai : Free Download, Borrow, and Streaming : Internet Archive*. URL: <https://archive.org/details/encyclopedicdict0000niho> (visited on 04/04/2024).
- [4] 完全圖. In: 维基百科, 自由的百科全书. Page Version ID: 68701365. Nov. 17, 2021. URL: <https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E5%AE%8C%E5%85%A8%E5%9C%96&oldid=68701365> (visited on 04/04/2024).
- [5] 二分图. In: 维基百科, 自由的百科全书. Page Version ID: 80595038. Jan. 22, 2024. URL: <https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E4%BA%8C%E5%88%86%E5%9B%BE&oldid=80595038> (visited on 04/04/2024).