

OSZ: Aufnahme von Durchlasskurven mit dem Oszilloskop

Riedel Lisa, Wegmann Peter
Gruppe 6

27. August 2019

1 EINLEITUNG

Das Oszilloskop ist ein wichtiges Instrument zur Messung von Wechselspannungen. Bei diesem Versuch beschäftigt man sich mit dem Messen von Durchlasskurven und Phasenverschiebungen, sowie der Bestimmung von Eigenschaften verschiedener Schwingkreise.

1.1 Tastkopf

Die Spannungsmessung mit dem Oszilloskop kann aufgrund des Eigenwiderstandes und der Eigenkapazität verfälscht werden. Um dem entgegenzuwirken wird ein Tastkopf verwendet, da dieser das Messsignal abfangen kann, und dabei die ohmsche und kapazitive Belastung möglichst gering hält.

1.1.1 Funktionsweise

Die Funktionsweise eines Tastkopfs wird mit Hilfe von Abbildung 1 erklärt. Auf der Abbildung sind zwei Spannungsteiler zu erkennen. Die beiden Widerstände bilden einen ohmschen, die beiden Kapazitäten einen komplexen Spannungsteiler. Diese beiden Teiler sind über eine Brücke miteinander verbunden, über die, bei unterschiedlichen Teilverhältnissen, Ausgleichsströme fließen. Bei gleichen Verhältnissen fließt kein Strom.

Das bedeutet, wenn das Verhältnis zwischen komplexen und ohmschen Spannungsteiler gleich ist, fließt kein Strom über die Brückenverbindung, die Spannungsteiler beeinflussen sich nicht gegenseitig und das Messsignal wird nicht verfälscht.

1.1.2 Berechnung der Kapazität des Tastkopfes

Damit der Tastkopf wie gewünscht funktioniert, müssen die Verhältnisse der Spannungsteiler gleich sein. Die Kapazität des Kondensators ist variabel und kann mit Hilfe des Oszil-

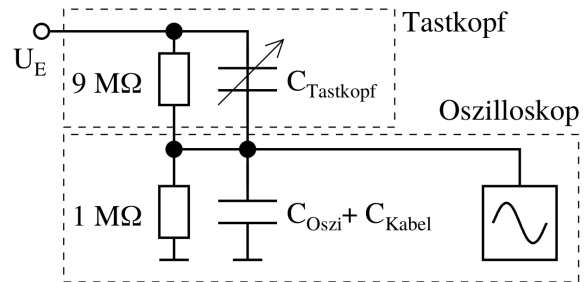


Abbildung 1. Schaltung eines Oszilloskop mit Tastkopf. Abbildung entnommen aus (anl 2019).

loskop eingestellt werden. Die Kapazität lässt sich mit der Verhältnisgleichung aus der Brückenschaltung berechnen.

$$\frac{R_{Tastkopf}}{R_{Oszi}} = \frac{C_{Tastkopf}}{C_{Oszi+Kabel}} \quad (1)$$

Da es sich bei $C_{Tastkopf}$ und $C_{Oszi+Kabel}$ um Kapazitäten handelt, muss der Kehrwert von $\frac{R_{Tastkopf}}{R_{Oszi}}$ genommen werden. Daraus ergibt sich dann die Kapazität des Tastkopfes für Abbildung 1.

$$C_{Tastkopf} = \frac{R_{Oszi}}{R_{Tastkopf}} \cdot C_{Oszi+Kabel} \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow C_{Tastkopf} = \frac{1}{9} \cdot C_{Oszi+Kabel}$$

2 VERWENDETE METHODEN

2.1 Tiefpass

Die Berechnung der Grenzfrequenz f_g kann durch Fitting folgender Theorifunktionen bestimmt werden.

$$g_{TP} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad (3)$$

$$\varphi_{TP} = \arctan(-\omega RC) \quad (4)$$

Dabei ist R ein Widerstand, C eine Kapazität, sowie ω die Kreisfrequenz. Hierbei wird in Kapitel 4.1 jeweils RC als Fitting-Parameter verwendet. Die Grenzfrequenz lässt sich

anschließend durch Formel 5 berechnen.

$$f_G = \frac{1}{2\pi RC} \quad (5)$$

2.2 Serienschwingkreis

Im folgenden betrachte man die zwei Theoriefunktionen der Durchlasskurve und der Phasenverschiebungskurve des Serienschwingkreises.

$$g_{\text{Schw}} = \frac{R_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (6)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{1}{R} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right) \quad (7)$$

L beschreibt dabei eine Induktivität. Unter Bezugnahme auf die durch die Theoriefunktionen berechneten Parameter, können weitere Eigenschaften der Schaltung berechnet werden. Die Berechnung der Resonanzfrequenz f_{res} wird mittels Formel 8 durchgeführt. Für den Serienschwingkreis liegt f_{res} bei der Eigenfrequenz f_0 des Systems, da die Dämpfung nicht sehr groß ist.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (8)$$

Bei der Bandbreite B_f handelt es sich um eine charakteristische Größe der Durchlasskurve und beschreibt die Differenz der Frequenzen zweier Punkte, an denen die Durchlasskurve auf das $1/\sqrt{2}$ -fache ihres Maximalwerts abgesunken ist (Tipler & Mosca 2015).

$$B_f = \frac{R}{2\pi L} \quad (9)$$

Zudem lässt sich durch Bestimmung der Bandbreite der Gütefaktor Q wie folgt bestimmen.

$$Q = \frac{f_{\text{res}}}{B_f} \quad (10)$$

Eine andere Charakteristik, die Dämpfung des Serienschwingkreises, lässt sich durch Bestimmung der Dämpfungskonstante δ finden.

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad (11)$$

2.3 Koaxialkabel

Zur Berechnung der Resonanzfrequenz eines Parallelschwingkreises, mit vernachlässigbarer Dämpfung, kann folgende Formel verwendet werden.

$$f_{\text{res},S} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L \cdot C_S}} \quad (12)$$

Hier ist $f_{\text{res},S}$ die Resonanzfrequenz, L die Induktivität der verbauten Spule und C_S die Kapazität des Schwingkreises.

Möchte man nun die Kapazität berechnen, lässt sich die Gleichung in folgende Form umformen.

$$C_S = \frac{1}{L \cdot (4 \cdot \pi^2 \cdot f_{\text{res},S}^2)} \quad (13)$$

Betrachtet man nun den Schwingkreis mit Koaxialkabel, lässt sich die Kapazität wie folgt beschreiben.

$$C_{KK} + C_S = \frac{1}{L \cdot (4 \cdot \pi^2 \cdot f_{\text{res},KK}^2)} \quad (14)$$

Die Resonanzfrequenz von Parallelschwingkreis und Koaxialkabel ist hierbei $f_{\text{res},KK}$.

3 EXPERIMENTELLES VORGEHEN

Zu Beginn des Versuches wurde der Tastkopf kalibriert. Dafür wurde dieser an das Oszilloskop angesteckt und dessen Kapazität so lange verändert, bis das Signal keine Über- oder Überspannung mehr anzeigte.

Danach wurde die Durchlasskurve und die Phasenverschiebung eines Tiefpasses gemessen. Der Tiefpass wurde am Funktionsgenerator angeschlossen. Die Eingangs- und Ausgangsspannung wurde dann mit dem Oszilloskop visualisiert. Es wurde die Frequenz, die Eingangs- und Ausgangsspannung sowie die Zeitdifferenz der Amplituden notiert.

Im nächsten Schritt wurde die differenzierende und integrierende Wirkung von Hoch- und Tiefpass untersucht. Hierfür wurde beim Hochpass eine sehr viel niedrigere Frequenz als die Grenzfrequenz am Funktionsgenerator eingestellt und das Eingangssignal als Dreieck- bzw. Rechtecksignal visualisiert. Beim Tiefpass wurde das selbe Verfahren angewendet, nur wurde eine sehr viel höhere Frequenz als die Grenzfrequenz eingestellt.

Um die Durchlasskurve und die Phasenverschiebung des Serienschwingkreises zu messen, wurde zuerst die Resonanzfrequenz ermittelt. Danach wurde im Bereich von etwa $\pm 30\%$ der Resonanzfrequenz die Durchlasskurve und Phasenverschiebung gemessen. Hierfür wurde die Frequenz, die Eingangs- und Ausgangsspannung und die Zeitdifferenz der Amplituden notiert.

Damit die reale Dämpfung des Serienschwingkreises ermittelt werden kann, wurde ein Rechtecksignal von etwa 1 kHz am Eingangssignal angelegt. Die angeregte, gedämpfte Schwingung wurde am Oszilloskop beobachtet und möglichst viele Amplituden mit deren Zeitabstand notiert.

Zuletzt wurde mit Hilfe eines Parallelschwingkreises die Eigenkapazität eines 10 m langen Koaxialkabels bestimmt. Dafür wurde über den Ausgang des Parallelschwingkreises der abgegliche Tastkopf mit dem Oszilloskop verbunden. Durch durchfahren der Frequenzen mit dem Funktionsge-

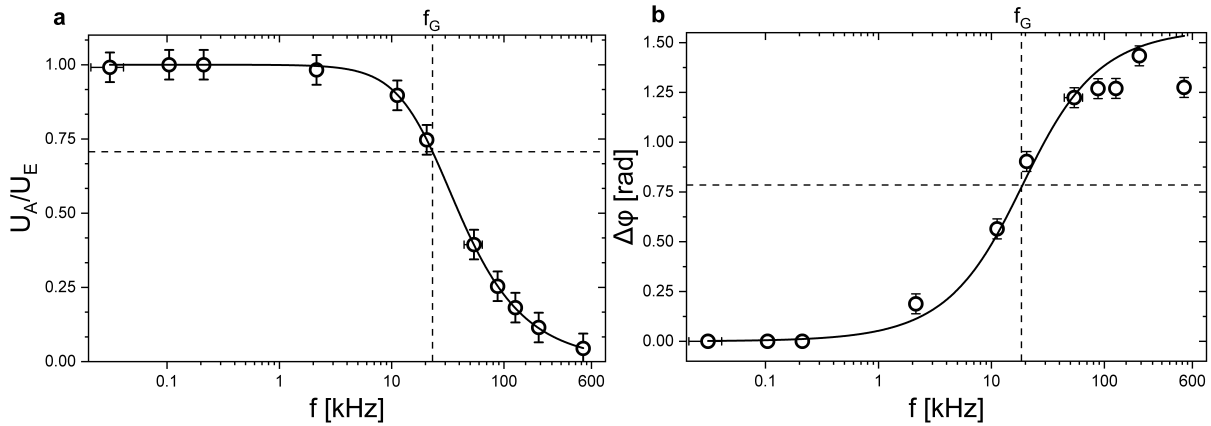


Abbildung 2. **a** Durchlasskurve eines Tiefpass. Die berechnete Grenzfrequenz liegt hierbei bei $f_g \approx 23$ kHz. **b** Phasenverschiebungskurve bezügliche Eingangs- und Ausgangssignal. Die berechnete Grenzfrequenz liegt hierbei bei $f_g \approx 18$ kHz. Man beachte hierbei, dass die Phasenverschiebung negativ ist, jedoch positiv dargestellt ist. Bei beiden dargestellten Kurven handelt es sich um die Theoriefunktionen 3-4.

nerator wurde die Resonanzfrequenz bestimmt. Als nächstes wurde zwischen Ausgang des Schwingkreises und dem Eingang des Tastkopfes das Koaxialkabel gesteckt. Durch erneutes durchfahren der Frequenzen konnte die Resonanzfrequenz des Kabels mit Schwingkreis bestimmt werden.

4 ERGEBNISSE

4.1 Tiefpass

Eine wichtige Charakteristik eines Tiefpass ist die Grenzfrequenz f_g . Hierbei handelt es sich um eine Art Barriere, wobei Frequenzen kleiner als f_g den Tiefpass ungeschwächt passieren können. Frequenzen größer als f_g werden durch den Tiefpass geschwächt. Dieser Vorgang der Schwächung von verschiedenen Frequenzen ist in Abbildung 2 dargestellt. Die Grenzfrequenz kann auf zwei verschiedenen Arten bestimmt werden. Bei der ersten wird f_g durch Fitting der Theoriefunktion 3 in Abbildung 2a bestimmt. Dabei wird RC in der Theoriefunktion als freier Parameter betrachtet. Unter Verwendung von Funktion 5 ergibt dies

$$f_g = (23,09 \pm 0,19) \text{ kHz} \quad .$$

Die Grenzfrequenz lässt sich auch durch Fitting der Theoriefunktion 4 in Abbildung 2b bestimmen. Hierbei handelt es sich um die Phasenverschiebungskurve. Man wählt RC als freien Parameter. Erneute Anwendung von Funktion 5 ergibt

$$f_g = (18,44 \pm 2,53) \text{ kHz} \quad .$$

Eine theoretische Berechnung von f_g lässt sich unter Verwendung von Formel 5 und der Eigenschaften der verwendeten Bauteile berechnen. Der Tiefpass in diesem Versuch besitzt $R = 68 \Omega$ und $C = 100 \text{ nF}$. Dies gibt eine theoretische Grenzfrequenz von

$$f_g = (23,40 \pm 4,68) \text{ kHz} \quad .$$

	f_{res} [kHz]	B_f [kHz]	Q
a	(98, 10 ± 9 , 47)	(10, 15 ± 0 , 27)	(9, 65 ± 0 , 96)
b	(105, 75 ± 11 , 15)	(13, 90 ± 0 , 19)	(7, 60 ± 0 , 80)
c	(106, 42 ± 4 , 40)	(11, 21 ± 0 , 69)	(9, 49 ± 0 , 39)

Tabelle 1. Gesuchte Charakteristiken des verwendeten Serienschwingkreises. Bei den dargestellten Werten handelt es sich bei **a** um die theoretischen Werte, **b** experimentell bestimmte Werte mittels Durchlasskurve und **c** experimentell bestimmte Werte mittels Phasenverschiebungskurve.

4.2 Serienschwingkreis

Im folgenden berechnet man verschiedenen Charakteristiken eines Serienschwingkreises mittels experimentell bestimmter Ergebnisse, sowie durch Verwendung der Eigenschaften der verwendeten Bauteile.

Die Berechnung der gesuchten Parameter wird mittels Fitting der Theoriefunktion 6 für die Durchlasskurve und Theoriefunktion 7 für die Phasenverschiebungskurve gelöst. Anschließend können die Resonanzfrequenz, Bandbreite und Güte mittels Formeln 8-10 berechnet werden. Dabei verwendet man die durch die Theoriefunktionen gefundenen Parameter für R, L, C .

Die theoretische Berechnung oben genannter Charakteristiken lässt sich unter Verwendung der angegebenen Eigenschaften der Bauteile umsetzen. Der verwendete Serienschwingkreis besitzt $L = 4,7 \text{ mH}$, $C = 560 \text{ pF}$ und $R = 300 \Omega$. Jeweiliges einsetzen dieser in die oben angeführten Formeln, ergeben die in Tabelle 1 dargestellten Ergebnisse für f_{res}, B_f und Q .

4.3 Dämpfungskonstante

Bei der in Kapitel 4.2 berechneten Güte handelt es sich um eine Beschreibung der auftretenden Verluste. Dieser Verlust ist Folge der Dämpfung des Serienschwingkreises. Dabei lässt

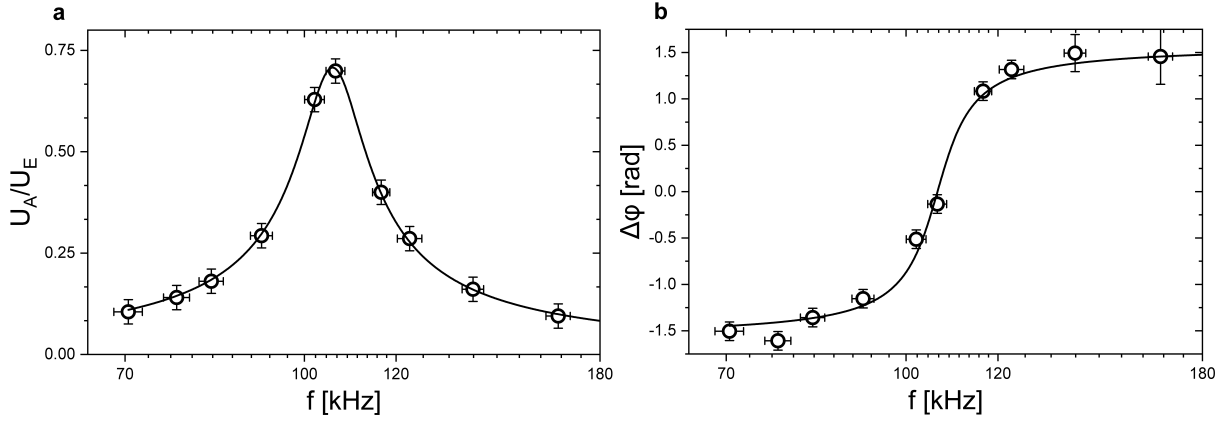


Abbildung 3. a Durchlasskurve eines Serienschwingkreises. Die berechnete Resonanzfrequenz liegt hierbei bei $f_g \approx 105$ kHz. **b** Phasenverschiebung bezügliche Eingangs- und Ausgangssignal bei einem Serienschwingkreis. Die berechnete Resonanzfrequenz liegt hierbei bei $f_g \approx 106$ kHz.

Bei beiden dargestellten Kurven handelt es sich um die Theoriefunktionen 6-7.

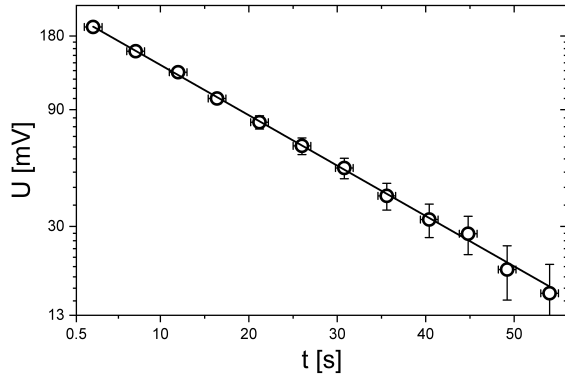


Abbildung 4. Halblogarithmische Darstellung der Abnahme der Amplitude gegen deren Zeitabstände. Mittels der Steigung der dargestellten Ausgleichsgerade kann die Dämpfungskonstante bestimmt.

sich diese Dämpfung mittels der Dämpfungskonstante δ bestimmen. Durch experimentell bestimmte Daten kann diese durch die Steigung einer Ausgleichsgerade bestimmt werden. Hierfür betrachte man Abbildung 4. Dies ergibt eine experimentell bestimmte Dämpfungskonstante von

$$\delta = (20,58 \pm 0,19) \text{ kHz}$$

Eine theoretische Bestimmung von δ kann mittels Formel 11 durchgeführt werden. Hierfür verwendet man die in Kapitel 4.2 aufgeführten Eigenschaften der Bauteile. Dies gibt

$$\delta = (31,91 \pm 0,85) \text{ kHz}$$

4.4 Koaxialkabel

Zur Berechnung der Kapazität des Koaxialkabels wird Gleichung 13 von 14 abgezogen. Man erhält daraus folgenden Ausdruck.

$$C_{KK} = \frac{1}{L \cdot 4\pi^2} \cdot \left(\frac{1}{f_{res, KK}^2} - \frac{1}{f_{res, S}^2} \right) \quad (15)$$

Wie in der Aufgabe beschrieben wurden die Kapazität des Schwingkreises eliminiert. Die Induktivität der Spule war mit $L = (1,000 \pm 0,025) \text{ mH}$ gegeben. Für die Resonanzfrequenz des Schwingkreises ergaben die Messungen $f_{res, S} = (180,170 \pm 0,246) \text{ kHz}$ und für die Resonanzfrequenz für Schwingkreis mit Koaxialkabel $f_{res, KK} = (119,988 \pm 0,282) \text{ kHz}$. Setzt man diese Werte nun in die oben genannte Formel ergibt sich für die Kapazität

$$C_{KK} = (979,076 \pm 34,878) \text{ pF}.$$

Damit kann man den Kapazitätsbelag berechnen. Für ein 10 m langes Kabel ergibt das folgenden Wert.

$$\frac{C_{KK}}{l} = \frac{979,076 \text{ pF}}{10 \text{ m}} = 97,9 \frac{\text{pF}}{\text{m}} \quad (16)$$

5 DISKUSSION

5.1 Tiefpass

Bei f_g war theoretisch zu erwarten, dass für die Durchlasskurve $U_A = U_E/\sqrt{2}$ gilt, sowie $\varphi = -\frac{\pi}{4} \approx 0,78$. Beide genannten Werte sind in Abbildung 2 eingezeichnet. Dabei kommen die experimentell bestimmten Werte sehr nahe an die theoretisch zu erwarteten. Dies bestätigt die Korrektheit der berechneten Ergebnisse.

Durch Fitting der Theoriefunktion in die Durchlasskurve, konnte die Grenzfrequenz sehr genau bestimmt werden. Dies bestätigt ein nahezu selbes Ergebnis wie die theoretisch berechnete Grenzfrequenz. Da das Ablesen der Phasenverschiebung mit einer größeren Unsicherheit behaftet ist, konnte f_g in der Phasenverschiebungskurve nur ungenau bestimmt werden. Trotz dessen, kann diese als ungefähre Richtwert dienen.

5.2 Differenzierende und integrierende Wirkung

5.2.1 Tiefpass

Wird am Tiefpass ein Signal angelegt, dessen Frequenz weit oberhalb seiner Grenzfrequenz ist, fällt die ganze Eingangsspannung am Widerstand ab während die Ausgangsspannung am Kondensator abgegriffen wird. Daher kann die Eingangsspannung mit der folgenden Formel beschrieben werden.

$$U_E \approx R \cdot I_{RC} = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \cdot R \quad (17)$$

Es kann die Näherung getroffen werden, dass $U_A \approx U_C$ ist, da die Ausgangsspannung am Kondensator abgegriffen wird. Stellt man nun die Gleichung 17 um, kommt man für die Ausgangsspannung auf folgende Form.

$$U_{A,TP} = \frac{1}{RC} \int U_E dt \quad (18)$$

Der Tiefpass hat also für $f \gg f_G$ eine integrierende Wirkung.

In 5b ist gut zu erkennen, dass ein angelegtes Rechtecksignal bei der Eingangsspannung durch Integration der konstanten Anteile einen linearen Term erzeugt.

Integriert man hingegen ein Dreiecksignal, erhält man aneinandergereihte Parabelstücke, die zusammengesetzt eine Welle ergeben. Dies ist gut in der Abbildung 5a zu erkennen.

5.2.2 Hochpass

Sollte am Hochpass ein Signal mit sehr viel niedrigerer Frequenz als die Grenzfrequenz angelegt werden, dann fällt fast die gesamte Eingangsspannung am Kondensator ab. Die Ausgangsspannung wird am Widerstand abgegriffen. Es gilt daher folgende Formel für die Ausgangsspannung.

$$U_{A,HP} = R \cdot I_{RC} = RC \frac{dU_C}{dt} \approx RC \cdot \frac{dU_E}{dt} \quad (19)$$

Der Hochpass hat also für $f \ll f_G$ eine differenzierende Wirkung.

In der Abbildung 6a ist zu erkennen, dass man bei einem Dreieckssignal der Eingangsspannung über Differentiation Konstanten erhält. Diese spiegeln sich in einem rechteckförmigen Ausgangssignal wieder. In Abbildung 6b sieht man, dass eine Differentiation vom Rechtecksignal der Eingangsspannung beim Aufbau der Spannung einen zeitlich kurz andauernden Peak der Ausgangsspannung verursacht, der dann gegen Null läuft. Das ist realistisch, da die Ableitung einer Konstanten Null ist.

5.3 Serienschwingkreis

Bei dem Serienschwingkreis wurden drei verschiedene Charakteristiken mittels drei verschiedenen Methoden bestimmt. Dabei ist die Bestimmung von f_g mittels Durchlasskurve, wie auch in Kapitel 5.1 bereits angemerkt, genauer, als durch Phasenverschiebungskurve. Die Bandbreite und die Güte konnten anschließend jedoch mittels letzterer Kurve genauer bestimmt werden. Dies liegt daran, dass die gesuchten Parameter der Theoriekurve der Phasenverschiebungskurve genauer bestimmt werden konnten. Hätte man für die Durchlasskurve um f_g mehr Datenpunkte aufgenommen, so wäre eine genauere Bestimmung der verschiedenen Charakteristiken möglich.

In Abbildung 3 betrachtet man zudem eine scharfe Resonanz, da die Bandbreite etwa 10 % der Resonanzfrequenz entspricht. Aus dieser scharfen Resonanz folgt somit auch ein relativ hoher Gütefaktor, welcher in Tabelle 1 dargestellt ist.

5.4 Dämpfungskonstante

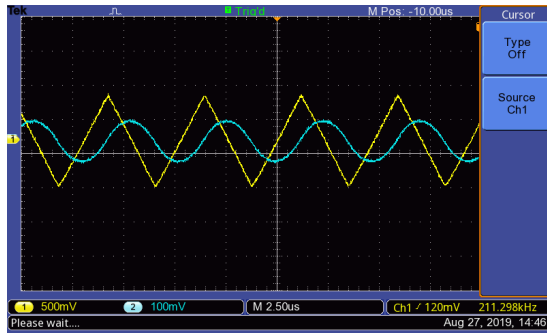
Die Bestimmung von δ war sehr gut möglich. Trotzdem ist eine große Diskrepanz zwischen des experimentell und theoretisch berechneten Ergebnis sichtbar. Eine mögliche Ursache für diese große Abweichung ist ein ungenaues Ablesen der Amplituden. Jedoch erlauben vor allem große Amplituden ein gutes Ablesen dieser und deren Zeitabstände. Dies ist in Abbildung 4 gut sichtbar. Für kleine Amplituden, und somit größeren Zeitabständen, befinden sich die Datenpunkte nicht mehr genau auf der Ausgleichsgerade. Trotz dessen, ist es möglich eine relativ genaue Gerade zu erstellen. Ablesegenauigkeit kann somit als Ursache ausgeschlossen werden.

Man bemerke, dass die Dämpfungskonstante bereits in Abbildung 3b geschätzt werden kann. Je steiler die Phasenverschiebungskurve im Transferbereich von negativer zu positiver Phasenverschiebung ist, desto kleiner ist δ . Da in diesem Fall die Kurve nicht sehr steil ist, kann von einer relativ schwachen Dämpfung ausgegangen werden. Diese Schätzung bestätigt die berechnete Dämpfungskonstante. Diese bewirkt unter anderem auch das auftreten des Schwingfall. Dieser tritt auf, da $\delta < \frac{1}{LC}$.

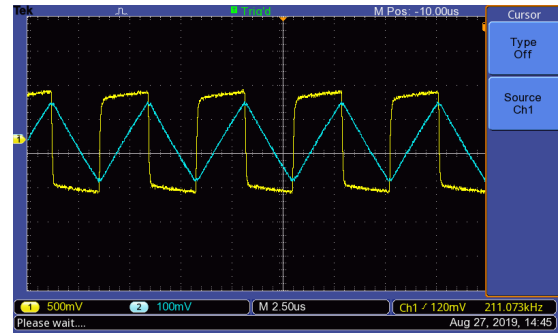
Ein weitere Kontrolle der Dämpfungskonstante liefert die Benutzung der Bandbreite.

$$\delta = B_f \pi \quad (20)$$

Setzt man hier die in Kapitel 4.2 berechneten Werte ein, so ergibt sich in etwa die theoretisch berechnete Dämpfungskonstante. Die Diskrepanz zwischen der Bestimmung mittels Steigung und der Bestimmung mittels Berechnung bleibt weiterhin bestehen.

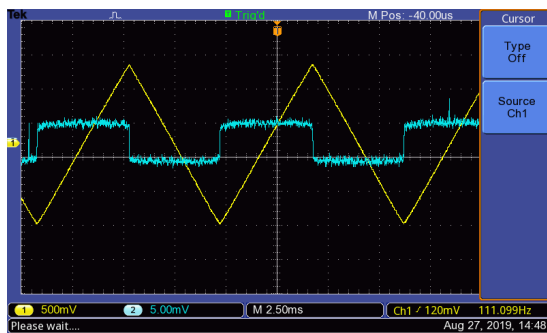


(a) Dreiecksspannung

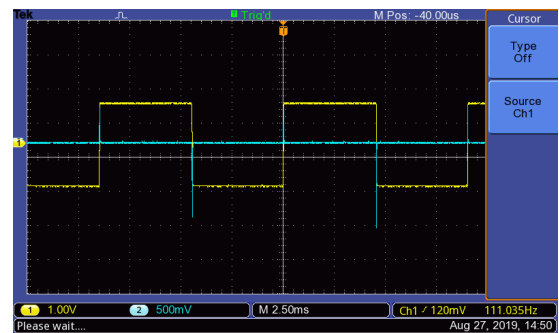


(b) Rechtecksspannung

Abbildung 5. Integrierende Wirkung eines Tiefpasses bei hoher Frequenz. Die Eingangsspannung ist mit gelber Farbe gekennzeichnet, die Ausgangsspannung mit blauer.



(a) Dreiecksspannung



(b) Rechtecksspannung

Abbildung 6. Differenzierende Wirkung eines Hochpasses bei niedriger Frequenz. Die Eingangsspannung ist mit gelber Farbe gekennzeichnet, die Ausgangsspannung mit blauer.

5.5 Koaxialkabel

Die Messergebnisse der Resonanzfrequenzen scheinen realistisch zu sein, wenn man sich die Formel 12 ansieht. Es muss bei einer höheren Kapazität eine niedrigere Frequenz folgen. Genau das wurde auch gemessen.

Für die Berechnung der Kapazität des Koaxialkabels wurde der Dämpfungsfaktor vernachlässigt, da es sich hierbei um eine getriebene Schwingung handelt. Der Kapazitätsbelag mit $97,9 \text{ pF/m}$ ist für ein Koaxialkabel mit einem Wellenwiderstand von 50Ω ein realistischer Wert¹. Bei einer Gesamtlänge von 10 m ergibt sich dann eine Kapazität von 979 pF.

5.6 Unterschiede zwischen Schwingkreis, Hoch- und Tiefpass

Der Unterschied zwischen Hoch-/Tiefpassen und Schwingkreisen liegt in deren Bauweise. Hoch- und Tiefpässe bestehen aus einem RC-Glied (Widerstand, Kondensator) während ein Schwingkreis aus einem RCL-Glied (Widerstand, Kondensator, Spule) besteht. Aufgrund dieser Bauweise ist

es im Schwingkreis möglich die elektrische Energie periodisch in elektrische Feldenergie im Kondensator, sowie in magnetische Feldenergie in der Spule umzuwandeln. Daraus resultiert die Schwingung. Es handelt sich dabei um eine gedämpfte Schwingung, da im ohmschen Widerstand Energie in Wärme umgewandelt wird.

Ein weiterer Unterschied zwischen den drei Bauteilen ist die Durchlässigkeit verschiedener Frequenzen. Der Hochpass lässt nur Frequenzen oberhalb seiner Grenzfrequenz passieren. Alle anderen Signale werden vom Widerstand so stark gedämpft, dass sie am Ausgang fast nicht mehr wahrnehmbar sind. Beim Tiefpass ist es genau umgekehrt. Es werden nur die Frequenzen unterhalb der Grenzfrequenz durchgelassen. Beim Schwingkreis ist der durchgelassene Frequenzbereich abhängig von der Resonanzfrequenz. Entweder werden die Signale in diesem Bereich abgeblockt (Bandsperr) oder durchgelassen (Bandpass).

Der Schwingkreis kommt bei fast allen Sendern und Empfängern zum Einsatz, da einzelne Signale isoliert werden können. Der Hoch- und Tiefpass findet üblicherweise in der Tontechnik Verwendung.

¹ https://uol.de/fileadmin/user_upload/physik/ag/physikpraktika/download/GPR/pdf/LC_Ketten_Koaxialkabel.pdf, Seite 12, zuletzt besucht am 29.08.2019

Feder-Masse-System	LRC-Schwingkreis
Schwingungsgleichung $m \cdot \ddot{s} + k \cdot \dot{s} + D \cdot s = 0$ Auslenkung s Reibungskoeffizient k Federhärte D Geschwindigkeit $v(= \dot{s})$ Masse m	Schwingungsgleichung $L \cdot \ddot{Q} + R \cdot \dot{Q} + \frac{1}{C} \cdot Q = 0$ Ladung Q Widerstand R Reziproke Kapazität $\frac{1}{C}$ Stromstärke $I(= \dot{Q})$ Induktivität L
Potenzielle Energie der Felder $E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$	Energie des elektrischen Feldes im Kondensator $E_{ele} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$
kinetische Energie $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	Energie des magnetischen Feldes der Spule $E_{mag} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$

Tabelle 2. Analogien zwischen Feder-Masse-System und einfachen LRC-Schwingkreisen

Messgröße	Unsicherheit
Widerstand	1%
Induktivität	2,5%
Kapazität	20%
Frequenz	20 Hz

Tabelle A1. Systematischen Unsicherheiten

5.7 Analogien zwischen Feder-Masse-System und einfachen LRC-Schwingkreisen

Die Analogien zwischen den beiden Systemen kann aus Tabelle 2 abgelesen werden.

Da beide Systeme schwingfähig sind, können die Differenzialgleichungen verglichen werden. Daran erkennt man die Ähnlichkeit der Systeme. Eine weitere Gemeinsamkeit ist die Transformation der Energie, während einer Periode, in zwei verschiedene Formen.

6 ZUSAMMENFASSUNG

Bei diesem Versuch war die Bestimmung der Eigenschaften von Hoch- und Tiefpass sowie von Schwingkreisen die zentrale Aufgabe. Durch die Bauteile ist es möglich Frequenzen zu filtern bzw. zu isolieren. Sie sind somit von der heutigen Radio- und Tontechnik nicht mehr wegzudenken.

Literatur

Tipler P. A., Mosca G., 2015, Physik, 7. Aufl. 2015 edn. Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg
2019, Aufnahme von Durchlasskurven mit dem Oszilloskop

APPENDIX A: FEHLERRECHNUNG

Für die Berechnung der Unsicherheiten wurden die Werte aus A1 als systematische Unsicherheiten verwendet.

Die Unsicherheiten der experimentell bestimmten Ergebnisse, sowie der theoretischen Werte, wurde mittels Origin und quadratischer Addition fortgeplant. Dabei wurde folgende Formel verwendet.

$$\Delta g = \sqrt{\Delta x^2 \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]_{x,y,z}^2 + \dots} \quad (\text{A1})$$

Beim Tiefpass musste nur die Unsicherheit der Grenzfrequenz berechnet werden.

$$\Delta f_g = \sqrt{\Delta R^2 \left| \frac{1}{2\pi R^2 C} \right|^2 + \Delta C^2 \left| \frac{1}{2\pi R C^2} \right|^2} \quad (\text{A2})$$

Für den Serienschwingkreis mussten die Unsicherheiten durch folgende Formeln berechnet werden. Die Berechnung der Unsicherheit der Grenzfrequenz erfolgt analog wie oben.

$$\Delta B_f = \sqrt{\Delta R^2 \left| \frac{1}{2\pi L} \right|^2 + \Delta L^2 \left| \frac{R}{2\pi L^2} \right|^2} \quad (\text{A3})$$

$$\Delta Q = \sqrt{\Delta f_{res}^2 \left| \frac{1}{B_f} \right|^2 + \Delta B_f^2 \left| \frac{f_{res}}{B_f^2} \right|^2} \quad (\text{A4})$$

Die Berechnung der Dämpfung erfolgt analog.

$$\Delta \delta = \sqrt{\Delta R^2 \left| \frac{1}{2L} \right|^2 + \Delta L^2 \left| \frac{R}{2L^2} \right|^2} \quad (\text{A5})$$

A1 Koaxialkabel

Zur Ermittlung der statistischen Unsicherheiten der Resonanzfrequenzen wurde die einfache Standardabweichung des Mittelwertes gebildet. Da nur wenige Messergebnisse vorlagen, wurde eine Korrektur mit Hilfe der Student-t-Verteilung, bei vier Messwerten, auf einem Vertrauensniveau von 62,8% durchgeführt. Für die systematische Unsicherheit der Frequenzen wurde ein Wert von 20 Hz angenommen.

Die Unsicherheit der Kapazität des Kabels wurde unter Verwendung folgender Formel linear fortgeplant.

$$\Delta C_{KK} = \left| \Delta L \frac{1}{L^2 4\pi^2} \left(\frac{1}{f_{res,KK}} - \frac{1}{f_{res,S}} \right) \right| + \left| \Delta f_{res,S} \frac{1}{L 4\pi^2} \frac{-2}{f_{res,S}^3} \right| + \left| \Delta f_{res,KK} \frac{1}{L 4\pi^2} \frac{-2}{f_{res,KK}^3} \right| \quad (\text{A6})$$