例 13.1 微分方程  $y' = \frac{y(1-x)}{x}$ 的通解是\_\_\_\_\_.

例 13.3 设 L 是一条平面曲线,其上任意一点 P(x,y)(x>0) 到坐标原点的距离恒等于该点处的 切线在 y 轴上的截距,且 L 经过点  $\left(\frac{1}{2},0\right)$ . 求曲线 L 的方程.

例 13.4 设 F(x) = f(x)g(x),其中函数 f(x)与 g(x)在( $-\infty$ ,  $+\infty$ )内满足以下条件: f'(x) = g(x), g'(x) = f(x),且 f(0) = 0,  $f(x) + g(x) = 2e^x$ .

- (1)求 F(x)所满足的微分方程;
- (2)求出 F(x)的表达式.

例 13.5 求  $ydx = (1+x\ln y)xdy(y>0)$ 的通解.

例 13.6 求  $y'' = \frac{2xy'}{1+x^2}$ 的通解.

## 例 13.7 求微分方程 $2yy''+(y')^2=0$ 的通解,其中 y>0.

例 13.8 设 A,B,C 为待定常数,微分方程  $y''-2y'+5y=2e^{x}\sin^{2}x$  的特解形式为( ).

 $(A)Ae^{x} + xe^{x}(B\cos 2x + C\sin 2x)$  (B)  $Ae^{x}\sin^{2}x$ 

 $(C)Ae^x + e^x(B\cos 2x + C\sin 2x)$ 

 $(D)Ae^{x}\cos^{2}x$ 

例 13.9 已知某 n 阶常系数齐次线性微分方程有特解  $y_1(x) = e^x \cos 2x$ ,  $y_2(x) = x$ , 且方程中  $y^{(n)}$  前的系数为 1,则最小的  $n = _____$ ,该方程为\_\_\_\_\_.

例 13.10 设  $y_1, y_2$  是一阶非齐次线性微分方程 y'+p(x)y=q(x) 的两个特解,若常数  $\lambda,\mu$  使 $\lambda y_1+$  $\mu y_2$ 是该方程的解, $\lambda y_1 - \mu y_2$ 是该方程对应的齐次方程的解,则( ).

$$(A)_{\lambda} = \frac{1}{2}, \mu = \frac{1}{2}$$

(B)
$$\lambda = -\frac{1}{2}, \mu = -\frac{1}{2}$$
  
(D) $\lambda = \frac{2}{3}, \mu = \frac{2}{3}$ 

$$(C)_{\lambda} = \frac{2}{3}, \mu = \frac{1}{3}$$

(D)
$$\lambda = \frac{2}{3}, \mu = \frac{2}{3}$$

例 13.11 设 y=f(x)是方程 y''-2y'+4y=0 的一个解,若  $f(x_0)>0$ ,且  $f'(x_0)=0$ ,则函数 f(x)

(A)取得极大值 (B)取得极小值 (C)某个邻域内单调增加 (D)某个邻域内单调减少

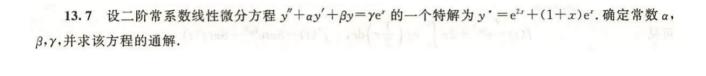
13.1 求微分方程  $\left(x\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-y\right)$  arctan  $\frac{y}{x}=x$  的通解.

13.2 微分方程  $ydx+(x-3y^2)dy=0$  满足条件  $y\Big|_{x=1}=1$  的解为 y=\_\_\_\_\_.

13.3 求微分方程  $y'+1=e^{-y}\sin x$  的通解.

13.4 设函数 f(t)在 $[0,+\infty)$ 上连续,且满足方程  $f(t) = e^{4\pi t^2} + \iint_{x^2+y^2 \leqslant 4t^2} f\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}\right) dxdy$ , 求 f(t).

13.5(仅数学一) 求 $(x+2)y''+x(y')^2=y'$ 的通解.



13.8 设 y=y(x)是二阶常系数线性微分方程  $y''+py'+qy=e^{3x}$ 满足初始条件 y(0)=y'(0)=0 的特 解,则当  $x\to 0$  时,函数  $\frac{\ln(1+x^2)}{y(x)}$  的极限( ).

(A)不存在 (B)等于1 (C)等于2 (D)等于3

**13.9** 设函数 y(x)是微分方程  $y'-xy=\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\frac{x^2}{2}}$ 满足条件  $y(1)=\sqrt{e}$ 的特解.

21

## 65 考研数学基础30讲·高等数学分册

- (1)求 y(x);
- (2)设平面区域  $D = \{(x,y) | 1 \le x \le 2, 0 \le y \le y(x) \}$ ,求 D 绕 x 轴旋转所得旋转体的体积.