



## 基础例题精解

**例 1.1** 当  $x > 0$  时,  $f(e^x) = 1 + x$ ,  $f[g(x)] = 1 + x + \ln x$ , 则  $g(x) = ( \quad )$ .

- (A)  $\frac{1}{2}xe^x$       (B)  $xe^x$       (C)  $2xe^x$       (D)  $\frac{1}{2}x^2e^x$

**例 1.2** 设  $f(x)=x^2$ ,  $f[\varphi(x)]=-x^2+2x+3$ , 且  $\varphi(x)\geq 0$ , 求  $\varphi(x)$  及其定义域与值域.

**例 1.3** 求函数  $y=f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$  的反函数  $f^{-1}(x)$  的表达式及其定义域.

**例 1.4** 设  $f(x) = \begin{cases} \ln \sqrt{x}, & x \geq 1, \\ 2x-1, & x < 1. \end{cases}$  求  $f[f(x)]$ .

例 1.5

证明函数  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内有界.

### 习 题

1.1 设  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ , 验证  $f\{f[f(f(x))]\} = x$ , 并求  $f\left[\frac{1}{f(x)}\right]$ , 这里  $x \neq 0, x \neq 1$ .

1.2 求函数  $y=2x+|2-x|, x \in (-\infty, +\infty)$  的反函数.

**1.3** 画出  $r = ae^{kt}$  ( $a > 0, k > 0$ ) 的图形. (这里  $e$  是以后常要用到的一个常数, 以  $e$  为底的对数称为自然对数,  $e \approx 2.71828$ .)