

**例 5.1** 函数  $y=f(x)=\ln(1+x^2)$  在  $(-1,0)$  内( ).

(A) 单调减少, 曲线为凹

(B) 单调减少, 曲线为凸

(C) 单调增加, 曲线为凹

(D) 单调增加, 曲线为凸

例 5.2 设函数  $y = |xe^{-x}|$ , 则( ).

(A)  $x=0$  不是  $y$  的极值点, 点  $(0,0)$  不是曲线  $y$  的拐点

(B)  $x=0$  不是  $y$  的极值点, 点  $(0,0)$  是曲线  $y$  的拐点

(C)  $x=0$  是  $y$  的极大值点, 点  $(0,0)$  是曲线  $y$  的拐点

(D)  $x=0$  是  $y$  的极小值点, 点  $(0,0)$  是曲线  $y$  的拐点

**例 5.3** 设函数  $f(x), g(x)$  是大于零的可导函数, 且

$$f'(x)g(x) - f(x)g'(x) > 0,$$

则当  $a < x < b$  时, 有( ).

(A)  $f(x)g(b) > f(b)g(x)$

(B)  $f(x)g(a) > f(a)g(x)$

(C)  $f(x)g(x) > f(b)g(b)$

(D)  $f(x)g(x) > f(a)g(a)$

**例 5.4** 设函数  $f(x)$  可导, 且  $f(x)f'(x) > 0$ , 则( ).

(A)  $f(1) > f(-1)$

(B)  $f(1) < f(-1)$

(C)  $|f(1)| > |f(-1)|$

(D)  $|f(1)| < |f(-1)|$

**例 5.5** 设  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  内连续,  $f'(x)$  为  $(0, +\infty)$  内的单调增加函数,  $f(0) = 0$ , 讨论函数

$\frac{f(x)}{x}$  在  $(0, +\infty)$  内的单调性.

**例 5.6** 设  $y=y(x)$  是由方程  $e^y=(x^2+1)^2-y$  所确定的隐函数, 则点  $x=0$  ( ).

- (A) 不是  $y$  的驻点, 也不是  $y$  的极值点
- (B) 是  $y$  的唯一驻点, 但不是  $y$  的极值点
- (C) 是  $y$  的唯一驻点, 且为  $y$  的极小值点
- (D) 是  $y$  的唯一驻点, 且为  $y$  的极大值点

**例 5.7** 设函数  $y=y(x)$  由方程  $y \ln y - x + y = 0$  确定, 则曲线  $y=y(x)$  在点  $(1,1)$  附近的凹凸性为( ).

(A) 先凹后凸      (B) 先凸后凹      (C) 凹的      (D) 凸的

例 5.8

求曲线  $y = \frac{1}{x} + \ln(1 + e^x)$  的渐近线.

例 5.9

求  $f(x) = |x|e^x$  在区间  $[-2, 1]$  上的值域(即求最大值和最小值).



例 5.10 求数列  $\{\sqrt[n]{n}\}$  的最大项.

例 5.11 作函数  $y=f(x)=(2+x)e^{\frac{1}{x}}$  的图像.

### 习题

5.1 已知  $f(x)$  在  $x=0$  的某个邻域内连续, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x} = 2$ , 则在点  $x=0$  处  $f(x)$  ( ).

(A) 不可导

(B) 可导, 且  $f'(0) \neq 0$

(C) 取得极大值

(D) 取得极小值

5.2 求函数  $f(x) = x - \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$  的单调区间和极值.

5.3 设函数  $y=y(x)$  由方程  $y^3+xy^2+x^2y+6=0$  确定, 求  $y(x)$  的极值.

5.4 已知曲线  $y=x^3-3a^2x+b$  与  $x$  轴相切, 则  $b^2$  可通过  $a$  表示为  $b^2=_____$ .

5.5 求曲线  $y=f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$  的渐近线.

5.6 设  $f(x)=xe^x$ , 求  $f^{(n)}(x)$  的极值点和极值.



5.7 设  $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$ , 求

- (1) 函数的单调区间及极值;
- (2) 函数图像的凹凸区间及拐点;
- (3) 渐近线;
- (4) 作出其图形.



5.8 设  $f(x)=3x^2+Ax^{-3}$ , 问正数  $A$  至少为何值时, 可使对任意的  $x \in (0, +\infty)$ , 都有  $f(x) \geq 20$  成立.

5.9 曲线  $y=(x-5)x^{\frac{2}{3}}$  的拐点坐标为\_\_\_\_\_.

**5.10** 设  $a > 1$ ,  $f(t) = a^t - at$  在  $(-\infty, +\infty)$  内的驻点为  $t(a)$ , 问  $a$  为何值时,  $t(a)$  最小, 并求出最小值.

