

# R-313 Análisis de Lenguajes de Programación

Trabajo Práctico 1

Gianni Georg Weinand W-0528/2 Margarita Capretto C-6055/1

#### 1.1. Sintaxis Abstracta

```
intexp ::= nat \mid var \mid -_u intexp
\mid intexp + intexp
\mid intexp -_b intexp
\mid intexp \times intexp
\mid intexp \div intexp
\mid boolexp ? intexp : intexp
```

#### 1.2. Sintaxis Concreta

```
-- Expresiones Booleanas
data BoolExp = BTrue
             | BFalse
             | Eq IntExp IntExp
             | Lt IntExp IntExp
             | Gt IntExp IntExp
             | And BoolExp BoolExp
             | Or BoolExp BoolExp
             | Not BoolExp
deriving Show
-- Comandos (sentencias)
-- Observar que solo se permiten variables de un tipo
   (entero)
data Comm = Skip
          | Let Variable IntExp
          | Seq Comm Comm
          | Cond BoolExp Comm Comm
          | Repeat Comm BoolExp
deriving Show
```

```
module Parser where
import Text.ParserCombinators.Parsec
import Text.ParserCombinators.Parsec.Expr
import Text.ParserCombinators.Parsec.Language
import Text.Parsec.Token
import Text.Parsec.Language (emptyDef)
import AST
______
-- Funcion para facilitar el testing del parser.
______
totParser :: Parser a -> Parser a
totParser p = do
                 whiteSpace lis
                 t <- p
                 eof
                 return t
-- Analizador de Tokens
lis :: TokenParser u
lis = makeTokenParser
    (emptyDef { commentStart = "/*"
                            = "*/"
               , commentEnd
```

```
, commentLine = "//"
                , opLetter = char '='
                , reservedOpNames = [":="]
                , reservedNames = ["true", "false", "skip",
    "if", "then", "else", "end", "while",
                   "do", "repeat", "until"]
               })
 ______
--- Operadores
iOperators = [ [Prefix (reservedOp lis "-" >> return
                     ]
   (UMinus))
             , [Infix (reservedOp lis "*" >> return
                (Times)) AssocLeft,
                Infix (reservedOp lis "/" >> return (Div))
                     AssocLeft]
             , [Infix (reservedOp lis "+" >> return
                (Plus))
                         AssocLeft,
                Infix (reservedOp lis "-" >> return
                   (Minus)) AssocLeft]
            ]
bOperators = [ [Prefix (reservedOp lis "~" >> return (Not))
             , [Infix (reservedOp lis "&" >> return (And))
                AssocLeft,
                Infix (reservedOp lis "|" >> return (Or))
                   AssocLeft]
            ]
--- Terminos
iTerm :: Parser IntExp
iTerm = try (parens lis intexp)
    <|> const
    <|> var
    <|> tern
  where const = do i <- integer lis</pre>
                  return $ Const i
             = do id <- identifier lis</pre>
                  return $ Var id
        tern = do b \leftarrow boolexp
                  i1 <- intexp
                  i2 <- intexp
                  return $ Tern b i1 i2
```

```
bTerm :: Parser BoolExp
bTerm = try (parens lis boolexp)
    <|> btrue
    <|> bfalse
    <|> relexp
 where btrue = (reserved lis "true" >> return BTrue)
       bfalse = (reserved lis "false" >> return BFalse)
_____
--- Parser de expresiones enteras
_____
intexp :: Parser IntExp
intexp = buildExpressionParser iOperators iTerm
--- Parser de expresiones de relacion
relexp :: Parser BoolExp
relexp = do i1 <- intexp</pre>
           op <- relOp
           i2 <- intexp
           return $ op i1 i2
         where relOp = (reservedOp lis "=" >> return (Eq))
                   <|> (reservedOp lis "<" >> return (Lt))
                   <|> (reservedOp lis ">" >> return (Gt))
--- Parser de expresiones booleanas
boolexp :: Parser BoolExp
boolexp = buildExpressionParser bOperators bTerm
--- Parser de comandos
______
comm1 :: Parser Comm
comm1 = skip
<|> ass
    <|> cond
    <|> repeat
       where skip = reserved lis "skip" >> return Skip
                  = do v <- identifier lis
             ass
                        reservedOp lis ":="
                        e <- intexp
                        return $ Let v e
             cond = do reserved lis "if"
                        b <- boolexp
```

```
reserved lis "then"
                           c1 <- comm
                           reserved lis "else"
                           c2 <- comm
                           reserved lis "end"
                           return $ Cond b c1 c2
              repeat = do reserved lis "repeat"
                          c <- comm
                          reserved lis "until"
                          b <- boolexp
                           reserved lis "end"
                           return $ Repeat c b
comm :: Parser Comm
comm = do list <- sepBy comm1 $semi lis;</pre>
         return $ seqC list
      where seqC [x]
            seqC (x:xs) = Seq x $seqC xs
-- Funcion de parseo
parseComm :: SourceName -> String -> Either ParseError Comm
parseComm = parse (totParser comm)
```

$$\frac{\langle p, \sigma \rangle \Downarrow_{\text{boolexp}} \mathbf{true} \quad \langle e_0, \sigma \rangle \Downarrow_{\text{intexp}} n_0}{\langle p ? e_0 : e_1, \sigma \rangle \Downarrow_{\text{intexp}} n_0} \text{ TERN}_1$$

$$\frac{\langle p,\sigma\rangle \Downarrow_{\text{boolexp}} \textbf{false} \quad \langle e_1,\sigma\rangle \Downarrow_{\text{intexp}} n_1}{\langle p~?~e_0:e_1,\sigma\rangle \Downarrow_{\text{intexp}} n_1}~\text{TERN}_2$$

# 5. Ejercicio 5

Sea 
$$\langle t, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle t_1, \sigma_1 \rangle$$
 y  $\langle t, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle t_2, \sigma_2 \rangle$ . Se debe probar que  $\langle t_1, \sigma_1 \rangle = \langle t_2, \sigma_2 \rangle$ .

Se demostrará por inducción sobre la derivación de  $\langle t_1, \sigma_1 \rangle$ , teniendo en cuenta la última regla utilizada.

Si es la regla ASS, t<br/> es de la forma v := e. Luego

•  $\langle e, \sigma \rangle \downarrow_{intexp} n$ , para algún n.

- $t_1 = \mathbf{skip} \ \mathbf{y} \ \sigma_1 = [\sigma | v : n].$
- la última regla en la derivación de  $\langle t_2, \sigma_2 \rangle$  no pudo ser SEQ<sub>1</sub>, SEQ<sub>2</sub>, IF<sub>1</sub>, IF<sub>2</sub> ni REPEAT por la estructura de t. Por lo tanto, la última regla aplicada debió ser ASS. Entonces, usando que  $\psi_{intexp}$  es determinista, se tiene que  $t_2 = \mathbf{skip} = t_1$  y  $\sigma_2 = [\sigma|v:n] = \sigma_1$ .

Si es la regla  $SEQ_1$ , t es de la forma **skip**; c. Luego

- $t_1 = c \text{ y } \sigma_1 = \sigma$ .
- la última regla en la derivación de  $\langle t_2, \sigma_2 \rangle$  no pudo ser ASS, IF<sub>1</sub>, IF<sub>2</sub> ni REPEAT por la estructura de t. Pero tampoco pudo ser SEQ<sub>2</sub>, ya que no hay una regla de derivación para **skip**. Por lo tanto, la última regla aplicada debió ser también SEQ<sub>1</sub>, entonces  $t_2 = c = t_1$  y  $\sigma_2 = \sigma = \sigma_1$ .

Si es la regla SEQ<sub>2</sub>, t es de la forma  $c_0$ ;  $c_1$ . Luego

- $t_1 = c'_0; c_1 \text{ y } \sigma_1 = \sigma'.$
- la última regla en la derivación de  $\langle t_2, \sigma_2 \rangle$  no pudo ser ASS, IF<sub>1</sub>, IF<sub>2</sub> ni REPEAT por la estructura de t. Por hipótesis inductiva se tiene que el paso  $\langle c_0, \sigma \rangle \leadsto \langle c'_0, \sigma' \rangle$  es determinista. Se tiene entonces que  $c_0$  no puede ser **skip** y consecuentemente la última regla en la derivación de  $\langle t_2, \sigma_2 \rangle$  no pudo ser SEQ<sub>1</sub>. La única posibilidad es que haya sido también SEQ<sub>2</sub> y se concluye  $t_2 = c'_0$ ;  $c_1 = t_1$  y  $\sigma_2 = \sigma' = \sigma_1$ .

Si es la regla IF<sub>1</sub>, t es de la forma **if** b **then**  $c_0$  **else**  $c_1$ . Luego

- $\bullet t_1 = c_0 \ y \ \sigma_1 = \sigma.$
- la última regla en la derivación de  $\langle t_2, \sigma_2 \rangle$  no pudo ser ASS, SEQ<sub>1</sub>, SEQ<sub>2</sub> ni REPEAT por la estructura de t. Por determinismo de  $\downarrow_{boolexp}$  se tiene que b  $\downarrow_{boolexp}$  true, lo que vuelve imposible el uso de IF<sub>2</sub>. La única posibilidad es que haya sido también IF<sub>1</sub> y se concluye  $t_2 = c_0 = t_1$  y  $\sigma_2 = \sigma = \sigma_1$ .

Si es la regla  $IF_2$ , la prueba es análoga a  $IF_1$ .

Si es la regla REPEAT, t es de la forma  $\ \mathbf{repeat}\ c\ \mathbf{until}\ b.$  Luego

- $t_1 = c$ ; if b then skip else repeat c until b y  $\sigma_1 = \sigma$ .
- la última regla en la derivación de  $\langle t_2, \sigma_2 \rangle$  no pudo ser ASS, SEQ<sub>1</sub>, SEQ<sub>2</sub>, IF<sub>1</sub> ni IF<sub>2</sub> por la estructura de t. Por lo tanto, la última regla aplicada debió ser también REPEAT, entonces

 $t_2 = c$ ; if b then skip else repeat c until  $b = t_1$  y  $\sigma_2 = \sigma = \sigma_1$ .

Sean  $\sigma_0 = [\sigma|x:0]$  y  $\sigma_1 = [\sigma|x:1]$ . Por definición es claro que  $\sigma_1 = [\sigma_0|x:1]$ . Sean además  $c_0 = x := x+1, b_0 = x > 0, c_1 = x := x-1,$   $c_2 =$ if  $b_0$  then skip else c1.  $t \leadsto t'$ 

Dado que  $\overline{t \leadsto^* t'}$ , se usará solamente  $\leadsto^*$  para acortar la prueba.

#### 6.1. Árbol 1

$$\frac{\overline{\langle x, \sigma_0 \rangle \Downarrow_{\text{intexp}} 0} \ \text{VAR} \ \overline{\langle 1, \sigma_0 \rangle \Downarrow_{\text{intexp}} 1}}{\frac{\langle x + 1, \sigma_0 \rangle \Downarrow_{\text{intexp}} 1}{\langle x := x + 1, \sigma_0 \rangle \leadsto^* \langle \mathbf{skip}, \sigma_1 \rangle} \ \text{ASS}} \text{PLUS}$$

#### 6.2. Árbol 2

$$\frac{\overline{\langle x := x+1, \sigma_0 \rangle \leadsto^* \langle \mathbf{skip}, \sigma_1 \rangle}}{\langle c_0; c_2, \sigma_0 \rangle \leadsto^* \langle \mathbf{skip}; c_2, \sigma_1 \rangle} \overset{\text{ARBOL 1}}{\overset{\text{SEQ}_2}{\text{SEQ}_2}} \frac{\langle \mathbf{skip}; c_2, \sigma_1 \rangle \leadsto^* \langle c_2, \sigma_1 \rangle}{\langle \mathbf{skip}; c_2, \sigma_1 \rangle \leadsto^* \langle c_2, \sigma_1 \rangle} \overset{\text{SEQ}_1}{\text{TRANSITIVIDAD}}$$

#### 6.3. Árbol 3

6.3. Arbol 3
$$\frac{\langle x, \sigma_1 \rangle \Downarrow_{\text{intexp}} 1 \text{ VAR } \frac{\langle 0, \sigma_1 \rangle \Downarrow_{\text{intexp}} 0}{\langle 0, \sigma_1 \rangle \Downarrow_{\text{intexp}} 0} \text{ NVAL}}{\langle c_0; c_2, \sigma_0 \rangle \rightsquigarrow^* \langle c_2, \sigma_1 \rangle} \text{ ARBOL 2} \frac{\langle b_0, \sigma_1 \rangle \Downarrow_{\text{boolexp}} \mathbf{true}}{\langle c_2, \sigma_1 \rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathbf{skip}, \sigma_1 \rangle} \text{ IF}_1 \\
| \langle c_0; c_2, \sigma_0 \rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathbf{skip}, \sigma_1 \rangle} \text{ TRANSITIVIDAD}$$

```
module Eval1 (eval) where
import AST
-- Estados
type State = [(Variable, Integer)]
-- Estado nulo
initState :: State
initState = []
-- Busca el valor de una variable en un estado
-- Completar la definicion
lookfor :: Variable -> State -> Integer
```

```
lookfor var ((v,i):xs)
   | v == var = i
    | otherwise = lookfor var xs
-- Cambia el valor de una variable en un estado
-- Completar la definicion
update :: Variable -> Integer -> State -> State
                       = [(var, int)]
update var int []
update var int ((v,i):xs)
    | v == var = (var, int):xs
    | otherwise = (v,i) : (update var int xs)
-- Evalua un programa en el estado nulo
eval :: Comm -> State
eval p = evalComm p initState
-- Evalua un comando en un estado dado
-- Completar definicion
evalComm :: Comm -> State -> State
evalComm Skip state
                               = state
evalComm (Let var int) state = update var (evalIntExp int
   state) state
evalComm (Seq com1 com2) state = evalComm com2 $ evalComm
   com1 state
evalComm (Cond bool com1 com2) state
    | evalBoolExp bool state
                              = evalComm com1 state
                               = evalComm com2 state
evalComm rep@(Repeat com bool) state = evalComm (Seq com
   (Cond bool Skip rep))state
-- Evalua una expresion entera, sin efectos laterales
-- Completar definicion
evalIntExp :: IntExp -> State -> Integer
evalIntExp (Const int) _state = int
evalIntExp (Var var) state = lookfor var state
evalIntExp (UMinus int) state = negate $ evalIntExp int
   state
evalIntExp (Plus int1 int2) state = (evalIntExp int1 state)
   + (evalIntExp int2 state)
evalIntExp (Minus int1 int2) state = (evalIntExp int1
   state) - (evalIntExp int2 state)
evalIntExp (Times int1 int2) state = (evalIntExp int1
   state) * (evalIntExp int2 state)
evalIntExp (Div int1 int2) state = (evalIntExp int1 state)
   'div' (evalIntExp int2 state)
evalIntExp (Tern bool int1 int2) state
    | evalBoolExp bool state = evalIntExp int1 state
    otherwise
                             = evalIntExp int2 state
```

```
-- Evalua una expresion entera, sin efectos laterales
-- Completar definicion
evalBoolExp :: BoolExp -> State -> Bool
evalBoolExp BTrue _state
                                 = True
evalBoolExp BFalse _state
                                 = False
evalBoolExp (Eq int1 int2) state = (evalIntExp int1
   state) == (evalIntExp int2 state)
evalBoolExp (Lt int1 int2) state
                                   = (evalIntExp int1
   state) < (evalIntExp int2 state)</pre>
evalBoolExp (Gt int1 int2) state
                                  = (evalIntExp int1
   state) > (evalIntExp int2 state)
evalBoolExp (And bool1 bool2) state = (evalBoolExp bool1
   state) && (evalBoolExp bool2 state)
evalBoolExp (Or bool1 bool2) state = (evalBoolExp bool1
   state) || (evalBoolExp bool2 state)
evalBoolExp (Not bool) state
                                    = not (evalBoolExp
   bool state)
```

```
module Eval2 (eval) where
import AST
-- Estados
type State = [(Variable, Integer)]
-- Errores
data Error = DivByZero | UndefVar Variable deriving Show
-- Estado nulo
initState :: State
initState = []
-- Busca el valor de una variable en un estado
lookfor :: Variable -> State -> Either Error Integer
lookfor var [] = Left $ UndefVar var
lookfor var ((v,i):xs)
   | v == var = Right i
    | otherwise = lookfor var xs
-- Cambia el valor de una variable en un estado
update :: Variable -> Integer -> State -> State
update var int []
                   = [(var, int)]
update var int ((v,i):xs)
    | v == var = (var, int):xs
    | otherwise = (v,i) : (update var int xs)
```

```
-- Evalua un programa en el estado nulo
eval :: Comm -> Either Error State
eval p = evalComm p initState
-- Evalua un comando en un estado dado
evalComm :: Comm -> State -> Either Error State
evalComm Skip state = Right state
evalComm (Let var int) state =
    case (evalIntExp int state) of
        Left err -> Left err
        Right val -> Right $ update var val state
evalComm (Seq com1 com2) state =
    case evalComm com1 state of
        Left err -> Left err
        Right st -> evalComm com2 st
evalComm (Cond bool com1 com2) state =
    case evalBoolExp bool state of
       Left err
                   -> Left err
        Right True -> evalComm com1 state
        Right False -> evalComm com2 state
evalComm rep@(Repeat com bool) state = evalComm (Seq com
   (Cond bool Skip rep)) state
-- Evalua una expresion entera, sin efectos laterales
evalDiv :: Either Error Integer -> Either Error Integer ->
   Either Error Integer
evalDiv _e (Right 0) = Left DivByZero
evalDiv e1 e2 = (div) <$> e1 <*> e2
evalIntExp :: IntExp -> State -> Either Error Integer
evalIntExp (Const int) _state = Right int
evalIntExp (Var var) state = lookfor var state
evalIntExp (UMinus int) state = negate <$> (evalIntExp int
   state)
evalIntExp (Plus int1 int2) state = (+) <$> (evalIntExp
   int1 state) <*> (evalIntExp int2 state)
evalIntExp (Minus int1 int2) state = (-) <$> (evalIntExp
   int1 state) <*> (evalIntExp int2 state)
evalIntExp (Times int1 int2) state = (*) <$> (evalIntExp
   int1 state) <*> (evalIntExp int2 state)
evalIntExp (Div int1 int2) state = evalDiv (evalIntExp int1
   state) (evalIntExp int2 state)
evalIntExp (Tern bool int1 int2) state =
    case evalBoolExp bool state of
       Left err -> Left err
        Right True -> evalIntExp int1 state
        Right False -> evalIntExp int2 state
-- Evalua una expresion booleana, sin efectos laterales
evalBoolExp :: BoolExp -> State -> Either Error Bool
```

```
evalBoolExp BTrue _state
                                 = Right True
evalBoolExp BFalse _state
                                = Right False
evalBoolExp (Eq int1 int2) state = (==) <$> (evalIntExp
   int1 state) <*> (evalIntExp int2 state)
evalBoolExp (Lt int1 int2) state
                                 = (<) <$> (evalIntExp
   int1 state) <*> (evalIntExp int2 state)
evalBoolExp (Gt int1 int2) state
                                 = (>) <$> (evalIntExp
   int1 state) <*> (evalIntExp int2 state)
evalBoolExp (And bool1 bool2) state = (\&\&) <$> (evalBoolExp
   bool1 state) <*> (evalBoolExp bool2 state)
evalBoolExp (Or bool1 bool2) state = (||) <$> (evalBoolExp
   bool1 state) <*> (evalBoolExp bool2 state)
evalBoolExp (Not bool) state
                              = not <$> (evalBoolExp
   bool state)
```

```
module Eval3 (eval) where
import AST
-- Estados
type State = [(Variable, Integer)]
type Trace = [Comm]
type StateTrace = (State, Trace)
-- Errores
data Error = DivByZero | UndefVar Variable deriving Show
-- Estado nulo
initState :: State
initState = []
-- Traza nula
initTrace :: Trace
initTrace = []
-- Busca el valor de una variable en un estado
-- Completar la definicion
lookfor :: Variable -> State -> Either Error Integer
lookfor var [] = Left $ UndefVar var
lookfor var ((v,i):xs)
    | v == var = Right i
    | otherwise = lookfor var xs
-- Cambia el valor de una variable en un estado
-- Completar la definicion
```

```
update :: Variable -> Integer -> State -> State
update var int []
                          = [(var, int)]
update var int ((v,i):xs)
    | v == var = (var, int):xs
    | otherwise = (v,i) : (update var int xs)
-- Evalua un programa en el estado nulo
eval :: Comm -> Either Error StateTrace
eval p = case evalComm p (initState,initTrace) of
             Left err -> Left err
             Right (st,tr) -> Right (st, reverse tr)
-- Evalua un comando en un estado dado
-- Completar definicion
evalComm :: Comm -> StateTrace -> Either Error StateTrace
evalComm Skip stateTrace
                                       = Right stateTrace
evalComm (Let var int) (state,trace)
    case (evalIntExp int state) of
       Left err -> Left err
        Right val -> Right (update var val state, (Let var
           $ Const val) : trace)
evalComm (Seq com1 com2) stateTrace =
    case evalComm com1 stateTrace of
       Left err -> Left err
        Right st -> evalComm com2 st
evalComm (Cond bool com1 com2) stateTrace@(state,trace) =
    case evalBoolExp bool state of
                   -> Left err
        Left err
        Right True -> evalComm com1 stateTrace
       Right False -> evalComm com2 stateTrace
evalComm rep@(Repeat com bool) stateTrace = evalComm (Seq
   com (Cond bool Skip rep)) stateTrace
-- Evalua una expresion entera, sin efectos laterales
evalDiv :: Either Error Integer -> Either Error Integer ->
   Either Error Integer
evalDiv _e (Right 0) = Left DivByZero
evalDiv e1 e2 = (div) <$> e1 <*> e2
evalIntExp :: IntExp -> State -> Either Error Integer
evalIntExp (Const int) _state = Right int
evalIntExp (Var var) state = lookfor var state
evalIntExp (UMinus int) state = negate <$> (evalIntExp int
   state)
evalIntExp (Plus int1 int2) state = (+) <$> (evalIntExp
   int1 state) <*> (evalIntExp int2 state)
evalIntExp (Minus int1 int2) state = (-) <$> (evalIntExp
   int1 state) <*> (evalIntExp int2 state)
evalIntExp (Times int1 int2) state = (*) <$> (evalIntExp
   int1 state) <*> (evalIntExp int2 state)
```

```
evalIntExp (Div int1 int2) state = evalDiv (evalIntExp int1
   state) (evalIntExp int2 state)
evalIntExp (Tern bool int1 int2) state =
   case evalBoolExp bool state of
                  -> Left err
       Left err
       Right True -> evalIntExp int1 state
       Right False -> evalIntExp int2 state
-- Evalua una expresion booleana, sin efectos laterales
evalBoolExp :: BoolExp -> State -> Either Error Bool
                         = Right False
evalBoolExp BTrue _state
evalBoolExp BFalse _state
evalBoolExp (Eq int1 int2) state = (==) <$> (evalIntExp
   int1 state) <*> (evalIntExp int2 state)
evalBoolExp (Lt int1 int2) state
                                 = (<) <$> (evalIntExp
   int1 state) <*> (evalIntExp int2 state)
evalBoolExp (Gt int1 int2) state
                                 = (>) <$> (evalIntExp
   int1 state) <*> (evalIntExp int2 state)
evalBoolExp (And bool1 bool2) state = (&&) <$> (evalBoolExp
   bool1 state) <*> (evalBoolExp bool2 state)
evalBoolExp (Or bool1 bool2) state = (||) <$> (evalBoolExp
   bool1 state) <*> (evalBoolExp bool2 state)
evalBoolExp (Not bool) state
                                  = not <$> (evalBoolExp
   bool state)
```

#### 10.1. Sintaxis Abstracta

#### 10.2. Semántica Operacional de Comandos

$$\frac{\langle b,\sigma\rangle \Downarrow_{\text{boolexp}} \mathbf{true}}{\langle \mathbf{while}\ b\ \mathbf{do}\ c,\sigma\rangle \leadsto \langle c; \mathbf{while}\ b\ \mathbf{do}\ c,\sigma\rangle}\ \text{WHILE}_{1}$$

$$\frac{\langle b,\sigma\rangle \Downarrow_{\text{boolexp}} \mathbf{false}}{\langle \mathbf{while}\ b\ \mathbf{do}\ c,\sigma\rangle \leadsto \langle \mathbf{skip},\sigma\rangle}\ \text{WHILE}_{2}$$