

通信原理

第7章数字带通传输系统



数字调制概况



♠ 数字调制:

● 把数字基带信号变换为数字带通信号(已调信号)的 过程。即用1、0 数码使被调信号参数改变。

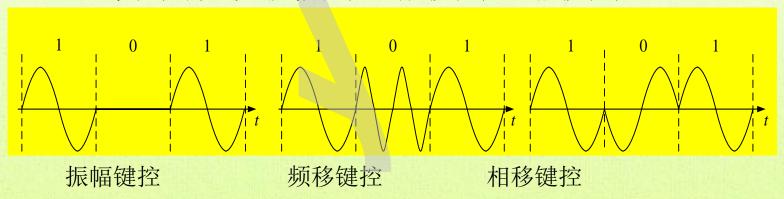
调幅 {振幅键控ASK 正交调幅(QAM)

数字调制 〈调频:移频键控(FSK)

调相:移相键控 {绝对移相(PSK) 相对移相(DPSK)

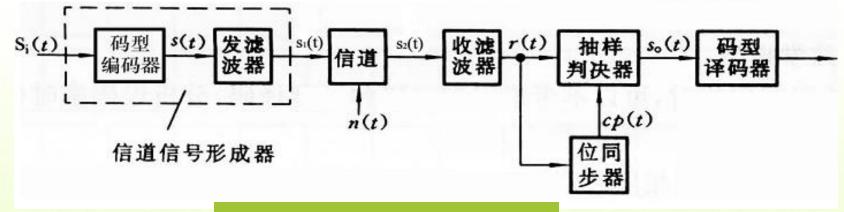


- 数字调制可分为二进制调制和多进制调制。
- 数字调制的实现有两种方法:
 - 利用模拟调制的方法去实现数字式调制;
 - ➡通过开关键控载波,通常称为键控法(Shift Keying)。
 - 基本键控方式: 振幅键控、频移键控、相移键控

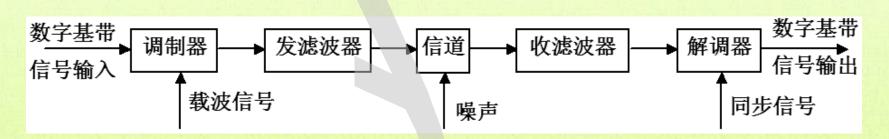








数字基带传输系统



数字频带传输系统





- ♠ 7.1 二进制数字调制原理
 - ₹7.1.1 二进制振幅键控
 - ₹7.1.2 二进制频移键控
 - ₹7.1.3 二进制相移键控
 - ₹7.1.4 二进制差分相移键控
- 7.2 二进制数字调制系统的抗噪声性能
- 7.3 二进制数字调制系统的性能比较
- ♠ 7.4 多进制数字调制原理
- 7.5 多进制数字调制系统的抗噪声性能



7.1.1 二进制振幅键控(2ASK)

● 2ASK信号的一般表达式为

$$e_{2ASK}(t) = s(t)\cos\omega_c t$$

其中基带信号

$$s(t) = \sum_{n} a_n g(t - nT_s)$$

 T_s — 码元持续时间;

g(t) 一 持续时间为 T_s 的基带脉冲波形,这里假设是高度为A,宽度等于 T_s 的矩形脉冲;

a_n - 第n个符号的电平取值,对应于二进制只有两种取值。



00K信号

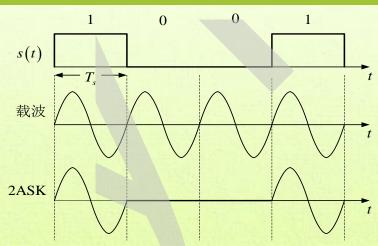


● 若取二元码元的电平为

$$a_n = \begin{cases} 1, & \text{概率为 } P \\ 0, & \text{概率为 } 1 - P \end{cases}$$

则相应的2ASK信号变为 "**通-断键控(00K)"**信号,在一个码元时间内的 表达式为

$$e_{\text{OOK}}(t) = \begin{cases} A\cos\omega_{\text{c}}t, & \text{以概率P发送 "1" 时} \\ 0, & \text{以概率1-P发送 "0" 时} \end{cases} \quad 0 \le t \le T_s$$



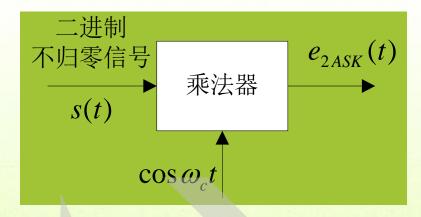
一00K常用且最简单,教材中2ASK=00K,PPT中的2ASK则是泛指二进制振幅 键控,以求得到更一般化的概念。 7



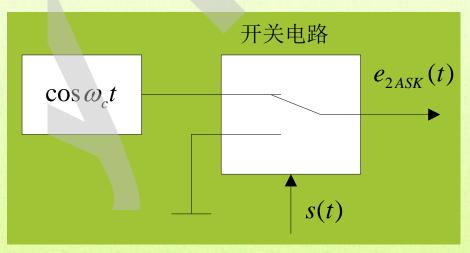
2ASK/00K信号的调制



● 模拟调制法(相乘器法)——2ASK通用



● 键控法——00K

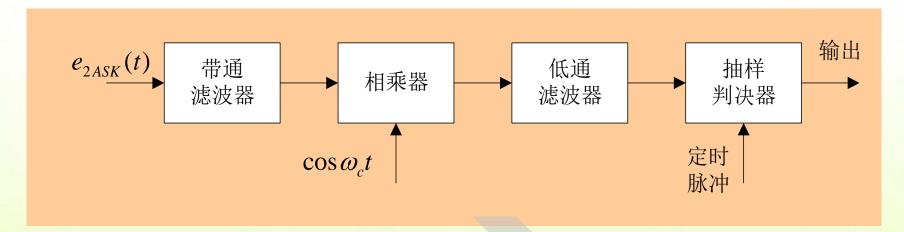




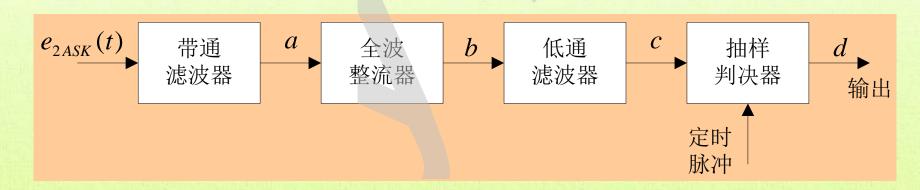
2ASK/OOK信号的解调



● 相干解调(同步检测法)——2ASK通用

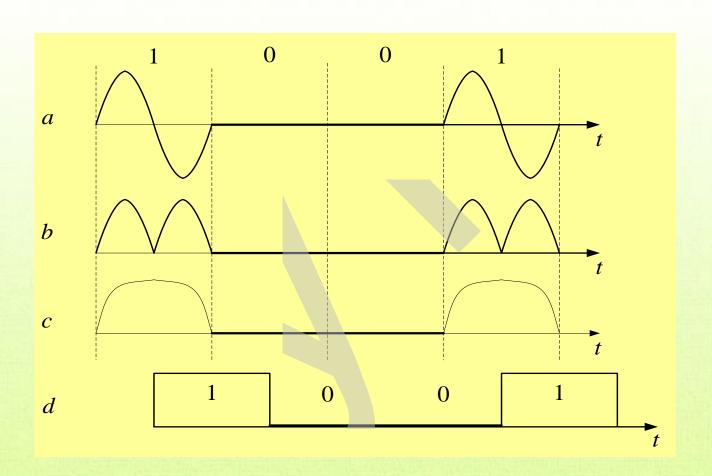


♣ 非相干解调(包络检波法)——00K





●非相干解调过程的时间波形





功率谱密度与带宽



• 2ASK信号

$$e_{2ASK}(t) = s(t)\cos\omega_c t$$

式中 s(t) 一二进制基带信号

设: $P_s(t) - s(t)$ 的功率谱密度

 P_{2ASK} (f) — 2ASK信号的功率谱密度

则

$$P_{2ASK}(f) = \frac{1}{4} [P_s(f + f_c) + P_s(f - f_c)]$$

2ASK信号的功率谱是基带信号功率谱 P_s (f)的线性搬移。





$$s(t) = \sum_{n} a_{n} g(t - nT_{s})$$

 \blacksquare 对于00K调制,基带信号s(t)为二进制单极性随机脉冲序列,其功率谱为

$$P_{s}(f) = f_{s}P(1-P)|G(f)|^{2} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} |f_{s}(1-P)G(mf_{s})|^{2} \delta(f-mf_{s})$$

● 00K的基带信号码元波形g(t)为全占空矩形脉冲,则g(t)的频谱函数为:

$$G(f) = T_S Sa(\pi f T_S)$$

- 과 对于所有的m ≠ 0的整数, 有
- 则有

$$G(mf_S) = T_S Sa(n\pi) = 0$$

$$P_{s}(f) = f_{s}P(1-P)|G(f)|^{2} + f_{s}^{2}(1-P)^{2}|G(0)|^{2}\delta(f)$$



$$P_{s}(f) = f_{s}P(1-P)|G(f)|^{2} + f_{s}^{2}(1-P)^{2}|G(0)|^{2}\delta(f)$$

$$P_{2ASK}(f) = \frac{1}{4} [P_s(f + f_c) + P_s(f - f_c)]$$

● 将00K调制时的基带信号功率谱代入2ASK的功率谱密度公式,得:

$$P_{OOK} = \frac{1}{4} f_s P(1-P) \left[\left| G(f+f_c) \right|^2 + \left| G(f-f_c) \right|^2 \right] + \frac{1}{4} f_s^2 (1-P)^2 \left| G(0) \right|^2 \left[\delta(f+f_c) + \delta(f-f_c) \right]$$

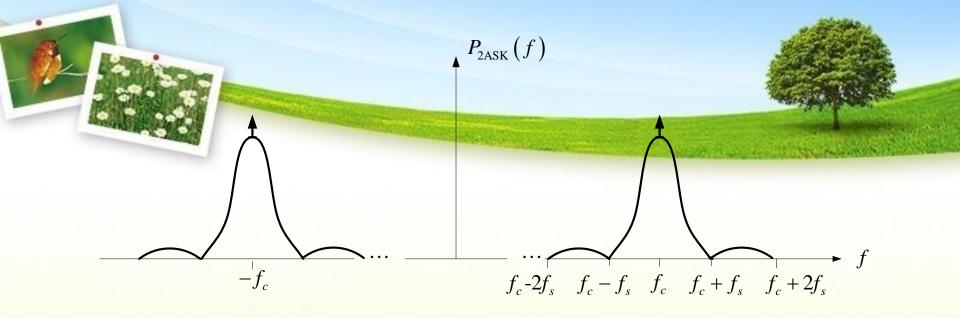
● 当概率P=1/2时,并考虑到

$$G(f) = T_S Sa(\pi f T_S)$$

$$G(0) = T_S$$

● 则得到00K的功率谱密度公式

$$P_{OOK}(f) = \frac{T_s}{16} \left[\left| \frac{\sin \pi (f + f_c) T_s}{\pi (f + f_c) T_s} \right|^2 + \left| \frac{\sin \pi (f - f_c) T_s}{\pi (f - f_c) T_s} \right|^2 \right] + \frac{1}{16} \left[\delta (f + f_c) + \delta (f - f_c) \right]$$



● 讨论:

- 00K信号的功率谱由连续谱和离散谱两部分组成:
 - 连续谱取决于g(t)的频谱, 是经线性调制后的双边带谱;
 - ●而离散谱由载波分量确定。
- 00K信号的带宽是基带信号带宽的两倍。
 - 若只计谱的主瓣(第一个谱零点位置),则有

$$B_{2ASK} = 2f_s$$

即,00K信号的传输带宽是码元速率的两倍。



7.1.2 二进制频移键控



● 2FSK信号的表达式:

- * 2FSK: 在每个码元时间内,根据二进制基带信号的取值,载波的频率分别取 f_1 和 f_2 。
- ≉在单个码元时间内的表达式为

$$e_{2\text{FSK}}(t) = \begin{cases} g(t) \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_n), & \text{ 发送 "1" 时} \\ g(t) \cdot \cos(\omega_2 t + \theta_n), & \text{ 发送 "0" 时} \end{cases} \quad 0 \le t \le T_s$$

●通常g(t) 取高为A, 宽度为Ts的矩形脉冲,则有

$$e_{2\text{FSK}}(t) = \begin{cases} A\cos(\omega_1 t + \varphi_n), & \text{ 发送 "1" 时} \\ A\cos(\omega_2 t + \theta_n), & \text{ 发送 "0" 时} \end{cases} \quad 0 \le t \le T_s$$





♠ 相位不连续的2FSK信号可分解为:

$$e_{2\text{FSK}}(t) = \left[\sum_{n} a_{n} g(t - nT_{s})\right] \cos(\omega_{1} t + \varphi_{n}) + \left[\sum_{n} a_{n} g(t - nT_{s})\right] \cos(\omega_{2} t + \theta_{n})$$

♣ 式中 g(t) 一 单个矩形脉冲。

$$a_n = \begin{cases} 1, & \mathbb{K} \otimes \mathcal{P} \\ 0, & \mathbb{K} \otimes \mathcal{H} - P \end{cases}$$

$$\bar{a}_n = \begin{cases} 1, & \text{概率为} 1 - P \\ 0, & \text{概率为} P \end{cases}$$

 ϕ_n 和 θ_n 分别是第n个信号码元(1或0)的初始相位,通常可取为零。

● 因此,相位不连续的2FSK信号的表达式可简化为

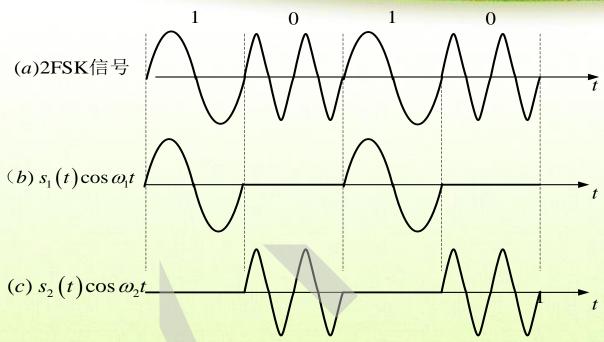
$$e_{2\text{FSK}}(t) = s_1(t)\cos\omega_1 t + s_2(t)\cos\omega_2 t$$

$$\sharp \psi \qquad s_1(t) = \sum_n a_n g(t - nT_s) \qquad s_2(t) = \sum_n \overline{a}_n g(t - nT_s)$$





● 典型波形:



● 由图可见, 2FSK 信号的波形(a)是根据码元的取值, 在每个码元时间内分别取波形(b)或波形(c) 而形成的。也就是说, 一个2FSK信号, 若相邻码元时刻的相位不要求连续变化,则可以看成是两个不同载频的00K信号的叠加。

17



2FSK调制

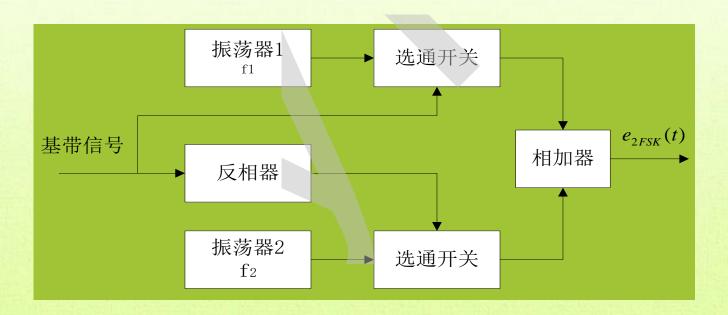


● 采用模拟调频电路(VCO)来实现

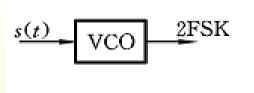
♣ 此时信号在相邻码元之间的相位是连续变化的,通常称这样的FSK信号 为连续相位FSK(CPFSK)。

• 采用键控法来实现:

➡ 此时信号在相邻码元之间的相位不一定连续。







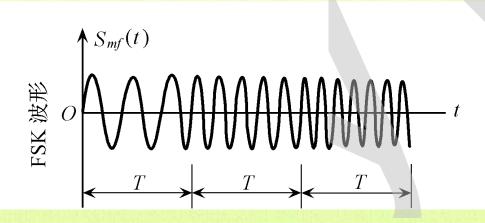




模拟方式

数字方式

相位不连续的 2FSK



相位连续的 CPFSK



2FSK的功率谱密度与带宽



● 相位不连续的2FSK信号,分解式为:

$$e_{2\text{FSK}}(t) = s_1(t)\cos\omega_1 t + s_2(t)\cos\omega_2 t$$

● 根据2ASK信号功率谱密度的表示式,不难写出这种2FSK信号的功率谱 密度的表示式:

$$P_{2FSK}(f) = \frac{1}{4} \Big[P_{s_1}(f - f_1) + P_{s_1}(f + f_1) \Big] + \frac{1}{4} \Big[P_{s_2}(f - f_2) + P_{s_2}(f + f_2) \Big]$$

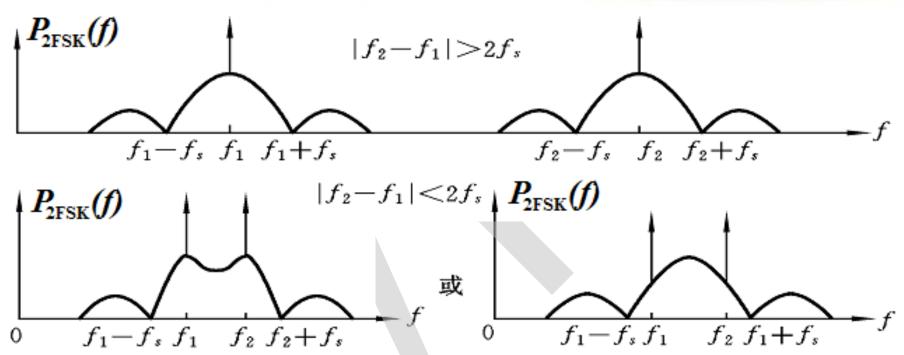
◆ 令概率P = 1/2, 可得到2FSK信号的功率谱密度为(设g(t)为矩形脉

$$P_{2\text{FSK}}(f) = \frac{T_s}{16} \left[\left| \frac{\sin \pi (f + f_1) T_s}{\pi (f + f_1) T_s} \right|^2 + \left| \frac{\sin \pi (f - f_1) T_s}{\pi (f - f_1) T_s} \right|^2 \right]$$

$$+ \frac{T_s}{16} \left[\left| \frac{\sin \pi (f + f_2) T_s}{\pi (f + f_2) T_s} \right|^2 + \left| \frac{\sin \pi (f - f_2) T_s}{\pi (f - f_2) T_s} \right|^2 \right]$$

$$+ \frac{1}{16} \left[\delta (f + f_1) + \delta (f - f_1) + \delta (f + f_2) + \delta (f - f_2) \right]$$





显然,FSK的带宽取决于频率间隔。





- 相位不连续的2FSK信号的功率谱由连续谱和离散谱组成。
 - **№** 连续谱由两个中心位于 f_1 和 f_2 处的双边谱叠加而成,离散谱位于两个载频 f_1 和 f_2 处;
- 连续谱的形状随着两个载频之差的大小而变化。
 - # 若 | f_1 f_2 | < f_s , 连续谱在 f_c = (f_1 + f_2) /2处出现单峰;
 - **犂** 若 f_s < $|f_1 f_2|$ < 2 f_s , 则出现双峰;
 - 奉 若 $f_1 f_2 > 2f_s$, 则两个双边谱可以分开。
- 若以功率谱第一个零点之间的频率间隔计算2FSK信号的带宽,则其带宽近似为

$$B_{2\text{FSK}} = |f_2 - f_1| + 2f_s$$

其中, $f_s = 1/T_s$ 为基带信号的带宽。

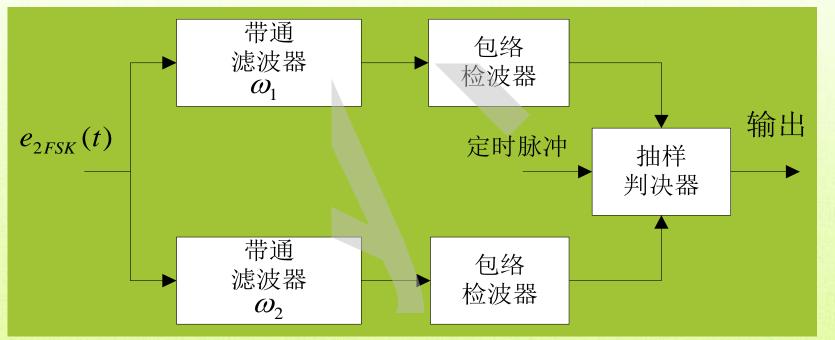


2FSK信号的解调



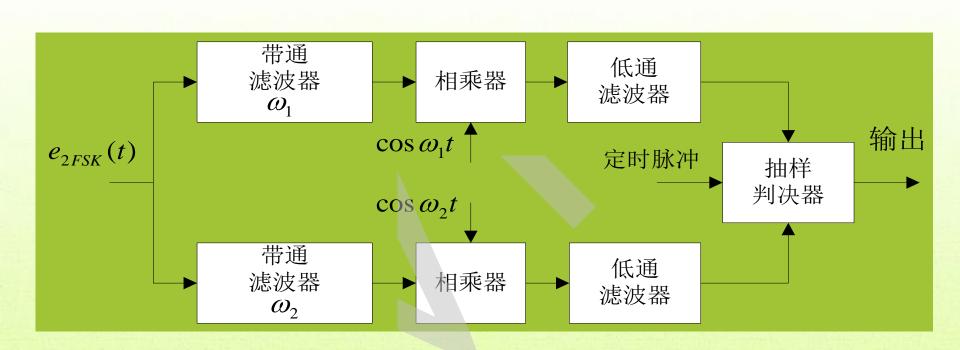
- - 如果2FSK的两个频谱成分在频率域上可以分开,则通常采用非相干解调 (包络检波)或相干解调的方法。
 - 难 其他解调方法: 过零检测法、鉴频法、差分检测法等。

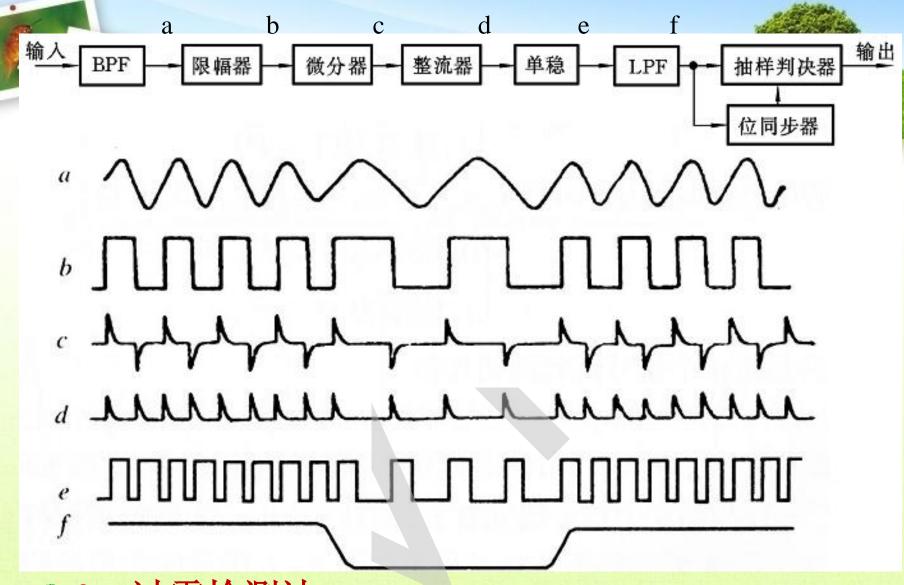
♠ 1、非相干解调





♠ 2、相干解调





• 3、过零检测法

难过零点检测对频谱成分间的间隔没有严格要求。

7.1.3 二进制相移键控



◆ 2PSK (BPSK): 在每个码元时间内,以载波的不同初相位直接对应相应二进制数字信号,这种调制方式称为二进制**绝对相移方式**。

• 2PSK信号的表达式:

● 通常用初始相位0和π分别表示二进制"1"和"0"。则一个码元时间内的时域表达式为

$$e_{2\text{PSK}}(t) = g(t) \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_n) = A\cos(\omega_c t + \varphi_n) \quad 0 \le t \le T_s$$

式中,g(t) 取矩形脉冲, φ_n 表示第n个符号的绝对相位:

$$\varphi_n = \begin{cases} 0, & \text{发送 "0" 时} \\ \pi, & \text{发送 "1" 时} \end{cases}$$

♣ 上式可以改写为

$$e_{2PSK}(t) = \begin{cases} \mathbf{A}\cos\omega_c t, & \mathbf{概率为}P \\ -\mathbf{A}\cos\omega_c t, & \mathbf{概率为}1-P \end{cases} \quad 0 \le t \le T_s$$





由于两种码元的波形相同,极性相反,故2PSK信号可以表述为一个双极性全占空矩形脉冲序列与一个正弦载波的相乘:

$$e_{2\text{PSK}}(t) = s(t)\cos\omega_c t$$

式中

$$s(t) = \sum_{n} a_n g(t - nT_s)$$

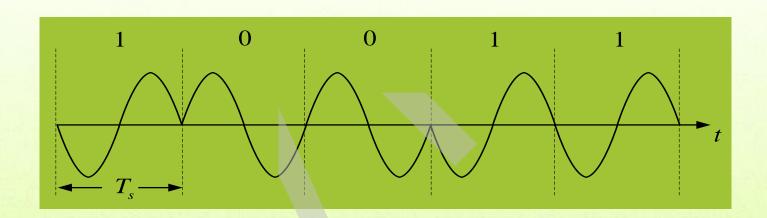
这里,g(t)是脉宽为 T_s 的单个矩形脉冲,而 a_n 的统计特性为

$$a_n = \begin{cases} 1, & \text{概率为} P \\ -1, & \text{概率为} 1 - P \end{cases}$$

即发送二进制符号 "0"时(a_n 取+1), $e_{2PSK}(t)$ 取0相位;发送二进制符号 "1"时(a_n 取 -1), $e_{2PSK}(t)$ 取 π 相位。



●典型波形

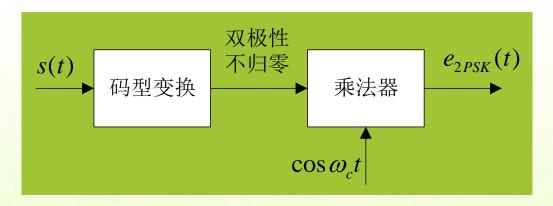




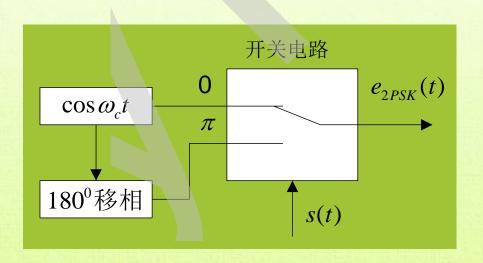
2PSK信号的调制



• 模拟调制法



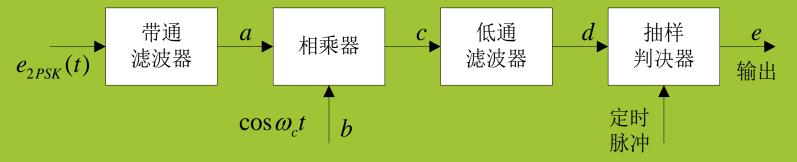
• 键控法

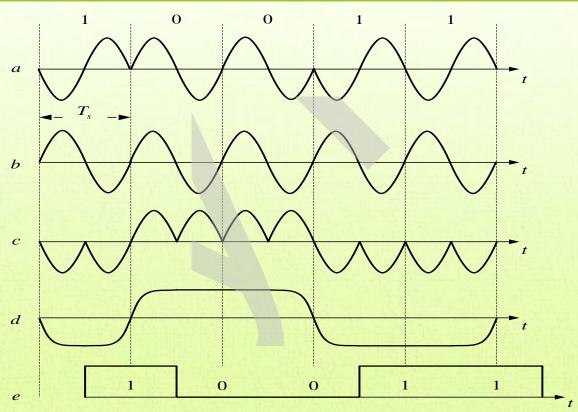




2PSK信号的解调









2PSK的功率谱密度与带宽



▶ 比较00K信号的表达式和2PSK信号的表达式:

$$e_{ ext{OOK}}(t) = \begin{cases} \operatorname{A}\cos\omega_c t, &
ext{概率为} P \\ 0, &
ext{概率为} 1-P \end{cases}$$
 $e_{ ext{2PSK}}(t) = \begin{cases} \operatorname{A}\cos\omega_c t, &
ext{概率为} P \\ -\operatorname{A}\cos\omega_c t, &
ext{kxp} \end{pmatrix}$

● 可知,两者的表示形式完全一样,区别仅在于(将2PSK看作调幅信号时)基带信号 s(t)不同(a_n不同),00K为单极性,2PSK为双极性。因此,可以直接引用00K信号功率谱密度的公式来表述2PSK信号的功率谱,即

$$P_{2PSK}(f) = \frac{1}{4} [P_s(f + f_c) + P_s(f - f_c)]$$

♠ 注意,这里的P_s(f)是双极性矩形脉冲序列的功率谱。





双极性的全占空矩形随机脉冲序列的功率谱密度为

$$P_{s}(f) = 4f_{s}P(1-P)|G(f)|^{2} + f_{s}^{2}(1-2P)^{2}|G(0)|^{2}\delta(f)$$

将其代入上式,得

$$P_{\text{2PSK}} = f_s P(1-P) \left\| G(f+f_c) \right\|^2 + \left| G(f-f_c) \right|^2 \right\}$$
$$+ \frac{1}{4} f_s^2 (1-2P)^2 \left| G(0) \right|^2 \left[\delta(f+f_c) + \delta(f-f_c) \right]$$

若P=1/2,并考虑到矩形脉冲的频谱:

$$G(f) = T_S Sa(\pi f T_S)$$
 $G(0) = T_S$

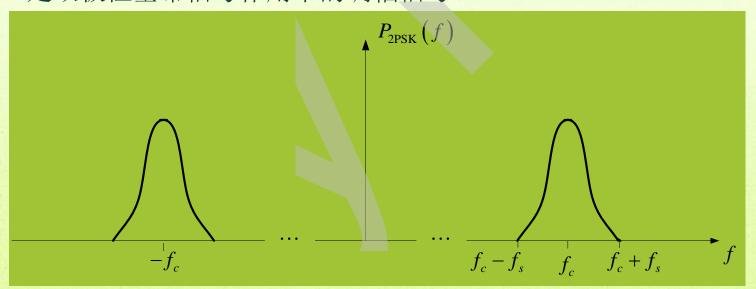
则2PSK信号的功率谱密度为

$$P_{2PSK}(f) = \frac{T_s}{4} \left[\left| \frac{\sin \pi (f + f_c) T_s}{\pi (f + f_c) T_s} \right|^2 + \left| \frac{\sin \pi (f - f_c) T_s}{\pi (f - f_c) T_s} \right|^2 \right]$$



• 功率谱密度曲线

№ 2PSK的频谱特性与00K的十分相似,带宽也是基带信号带宽的两倍。 区别仅在于当*P*=1/2时,其谱中无离散谱(即载波分量),此时 2PSK信号实际上相当于抑制载波的双边带信号。因此,它可以看作 是双极性基带信号作用下的调幅信号。

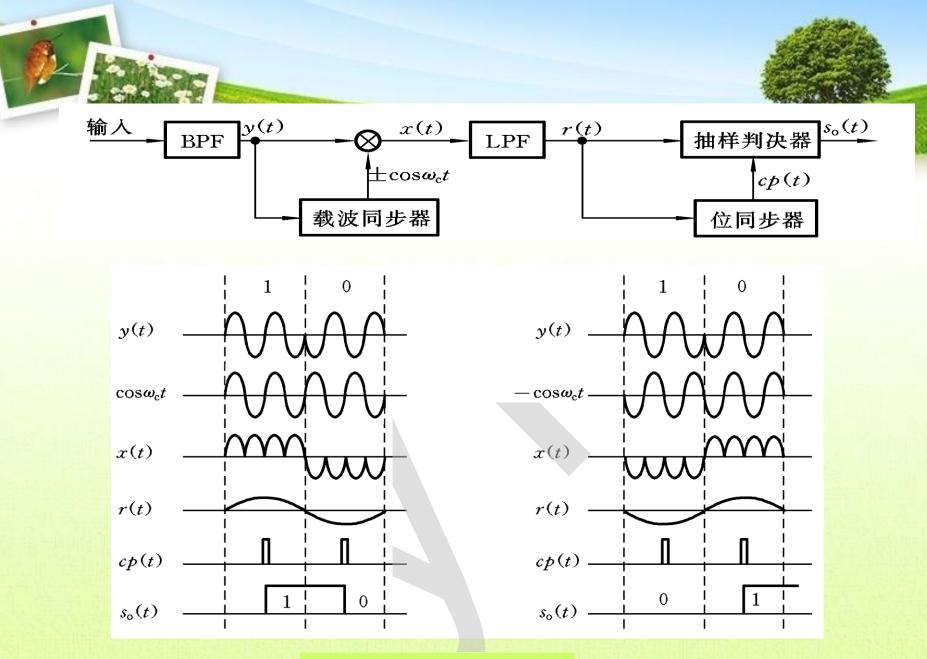




2PSK的问题



- 一、必须用相干解调,需要载波同步环节
- 二、相位模糊
 - ◆ 在2PSK信号的载波恢复过程中存在着相位模糊,即恢复的本地载波与所需的相干载波可能同相,也可能反相。
 - 当反相时,将会造成解调出的数字基带信号与发送的数字基带信号 正好相反,即"1"变为"0","0"变为"1",判决器输出数字信号 全部出错。这种现象称为2PSK 方式的"倒π"现象或"反相工作"。
- 为了解决上述问题,可以采用下节中将要讨论的差分相移 键控(DPSK)体制。



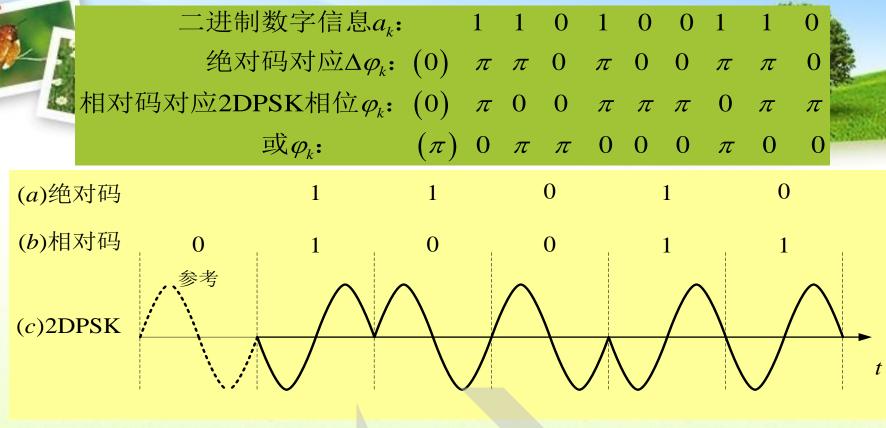
7.1.4 2DPSK (BDPSK)



- 2DPSK (BDPSK) 原理
 - ♣ 2DPSK (二进制差分相移键控) 是利用前后相邻码元的载 波相对相位变化传递数字信息,所以又称相对相移键控。
 - 常假设 $\Delta \varphi$ 为当前码元与前一码元的载波相位差,定义二进制数字信息与 $\Delta \varphi$ 之间的关系为

$$\Delta \varphi = \begin{cases} 0, & 表示数字信息 "0" \\ \pi, & 表示数字信息 "1" \end{cases}$$

→于是可以将二进制相对码与载波相位对应,进而可以建立 二进制绝对码(原始数据信息)与2DPSK信号的载波相位 差的关系,如下图。



由此例可知:

- 1)由于初始相位不同,2DPSK信号的相位可以不同。即2DPSK信号的相位并不直接代表基带信号,而前后码元的相位差才对应基带信息符号。
- 2) 先对二进制数字基带信号进行差分编码,即把表示数字信息序列的绝对码变换成相对码(差分码),然后再根据相对码进行绝对调相,从而产生二进制差分相移键控信号。

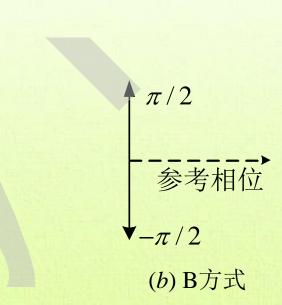




- 根据CCITT建议,BPSK信号的相位状态分为A方式和B方式。
 - ♣ A方式下, "0"、"1"码对应的相位分别与参考相位同相或 反相。
 - B方式下, "0"、"1"码对应的相位分别比参考相位滞后 或超前90度。
 - 牽本节都是用A方式。
 - ●矢量图:



(a) A方式





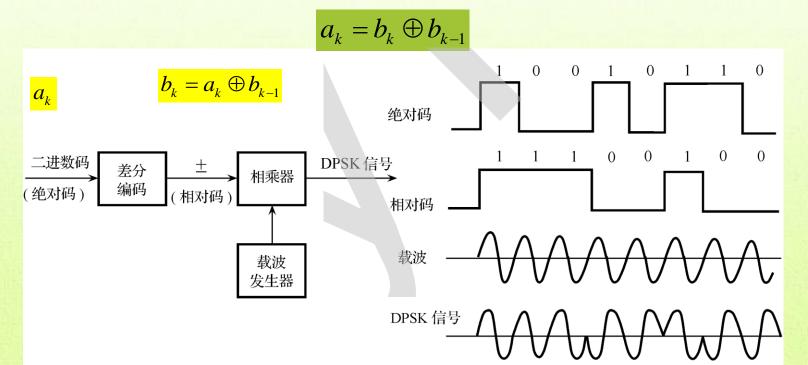
BDPSK信号的调制



- 调制过程:
 - ☞ 差分码的编码规则为

$$b_k = a_k \oplus b_{k-1}$$

难 在接收端实现上式的逆过程, 称为差分译码(码反变换),即







编码逻辑: $b_k = a_k \oplus b_{k-1}$

发送端: 令 a_k 码对应 $\Delta \varphi_k$, 而 b_k 码对应 φ_k

$$\varphi_k = \Delta \varphi_k + \varphi_{k-1}$$

解码逻辑: $\hat{a}_k = \hat{b}_k \oplus \hat{b}_{k-1}$

解调后有: \hat{b}_k 受相位模糊影响,有 $\hat{\varphi}_k = \varphi_k + \Delta\theta$, $\Delta\theta = 0, \pi$

而â_k不受相位模糊的影响,有:

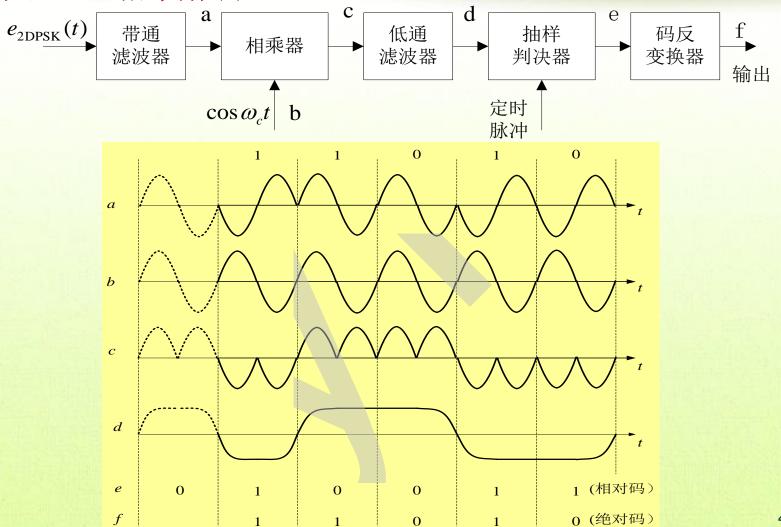
$$\Delta \varphi_k = \hat{\varphi}_k - \hat{\varphi}_{k-1} = \varphi_k - \varphi_{k-1} = \Delta \varphi_k$$



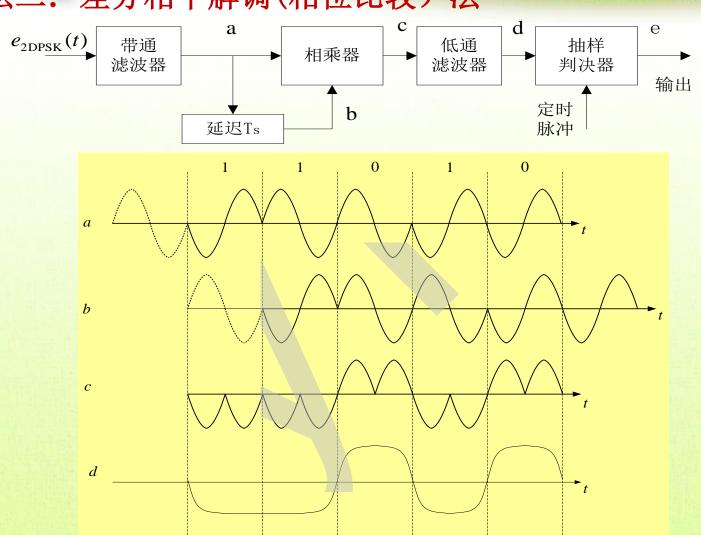
BDPSK信号的解调



方法一: 相干解调



▼方法二: 差分相干解调(相位比较)法







- ◆ 差分相干解调时不需要专门的相干载波,只需由收到的BDPSK 信号延时一个码元间隔,然后与2DPSK信号本身相乘。
 - 相乘器起着相位比较的作用,相乘结果反映了前后码元的相位差,经低通滤波后再抽样判决,即可直接恢复出原始数字信息,故解调器中不需要码反变换器。

● 由于存在相位模糊问题,实际工程中很少用BPSK,而多用BDPSK,但BDPSK的抗加性白噪声性能比BPSK的要差。



BDPSK的功率谱密度与带宽



● BDPSK可以有与BPSK具有相同形式的表达式。所不同的是BPSK对应的是绝对码序列;而BDPSK对应的是相对码序列。因此,BDPSK信号和BPSK信号的功率谱密度是完全一样的。——??

• 信号带宽为也是码元速率的两倍。

$$B_{\rm 2DPSK} = B_{\rm 2PSK} = 2f_s$$





- 7.1 二进制数字调制原理
- ♠ 7.2 二进制数字调制系统的抗噪声性能
 - ♣ 7.2.1 00K系统的抗噪声性能
 - ♣ 7.2.2 2FSK系统的抗噪声性能
 - ♣ 7.2.3 2PSK和2DPSK系统的抗噪声性能
- 7.3 二进制数字调制系统的性能比较
- ♠ 7.4 多进制数字调制原理
- 7.5 多进制数字调制系统的抗噪声性能

7.2 二进制数字调制系统的抗噪声性能

• 性能指标: 系统的误码率 P_{e}

■ **分析方法**: 借用数字基带系统的方法和结论

■ **分析条件**: 恒参信道(传输系数取为 K)

信道噪声是加性高斯白噪

声

■ 背景知识: 窄带噪声

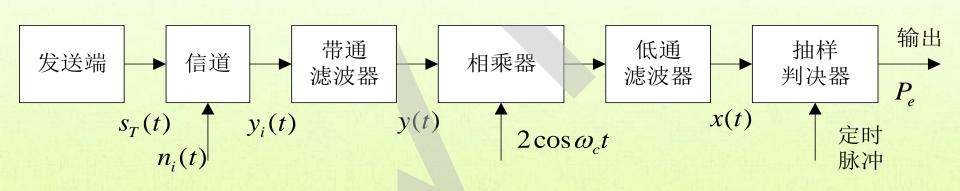
正弦波+窄带噪声





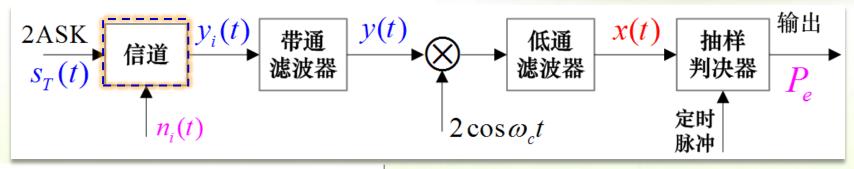
7.2.1 00K系统的抗噪声性能一、相干解调法的系统性能

牽分析模型









$$S_T(t) = \begin{cases} A\cos\omega_c t, & \text{发 "1" 时} \\ 0, & \text{发 "0" 时} \end{cases}$$

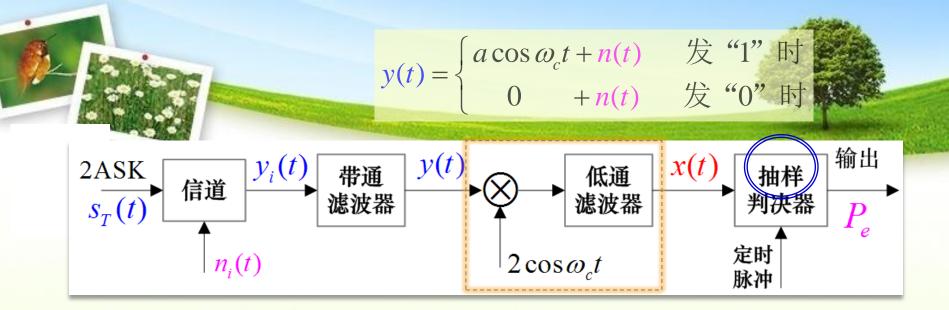
$$a = kA$$

$$a = kA$$

$$\begin{array}{c|c}
\hline
K \\
\hline
n_i(t)
\end{array}$$

$$y_i(t) = \begin{cases} \frac{a}{a}\cos\omega_c t + n_i(t) & \text{发 "1" 时} \\ 0 & + n_i(t) & \text{发 "0" 时} \end{cases}$$

$$y(t) = \begin{cases} a\cos\omega_c t + n(t) & \text{发 "1" 时} \\ 0 & + n(t) & \text{发 "0" 时} \end{cases}$$



$$n(t) = n_c(t)\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t$$

$$y(t) = \begin{cases} [a + n_c(t)]\cos \omega_c t - n_s(t)\sin \omega_c t \\ n_c(t)\cos \omega_c t - n_s(t)\sin \omega_c t \end{cases}$$

$$\mathbf{x(t)} = \begin{cases} a + n_c(t), & \text{发 "1"} \text{ 时} \\ 0 + n_c(t), & \text{发 "0"} \text{ 时} \end{cases}$$



 $n_{\rm c}(t)$ 是高斯过程 $(0, \sigma_n^2)$

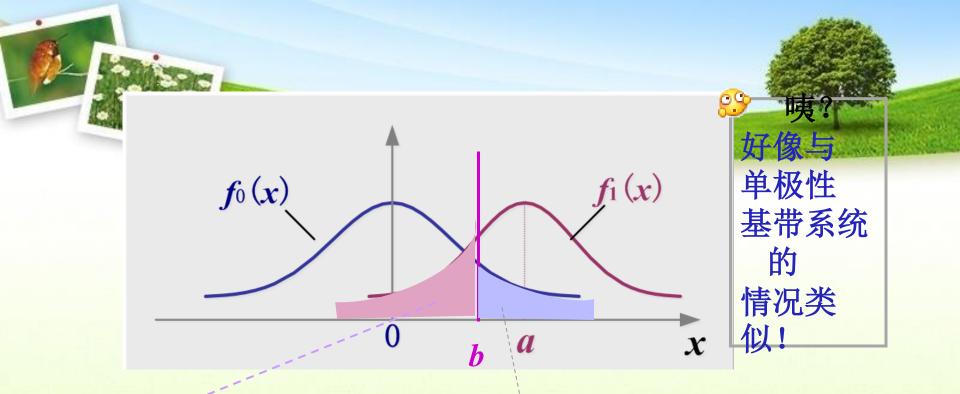


$$\mathbf{x} = x(kT_s) = \begin{cases} a + n_c(kT_s) & \text{发 "1" 时} \\ 0 + n_c(kT_s) & \text{发 "0" 时} \end{cases}$$

 $x \sim$ 高斯 (均值 a或 0,方差 σ_{n}^{2}),一维概率密度函数:

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma_n^2}\right]$$
 发送"1"时

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}\right]$$
 发送 "0" 时



$$P(0/1) = P(x \le b) = \int_{-\infty}^{b} f_1(x) dx \qquad P(1/0) = P(x > b) = \int_{b}^{\infty} f_0(x) dx$$

$$P(1/0) = P(x > b) = \int_{b}^{\infty} f_0(x) dx$$

设判决门限为 6,则判决规则为:

$$x(t) = \begin{cases} a + n_c(t), & \text{发 "1" 时} \\ 0 + n_c(t), & \text{发 "0" 时} \end{cases} =$$
 = 单极性基带信号+高斯噪声

$$x(t) = \begin{cases} A + n_R(t) \\ 0 + n_R(t) \end{cases}$$

因此,借助单极性基带系统的分析结果:

$$V_d^* = \frac{A}{2} + \frac{\sigma_n^2}{A} \ln \frac{P(0)}{P(1)}$$
 等概时 $V_d^* = A/2$ $P_e = \frac{1}{2} erfc(\frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n})$

$$V_d^* = A/2$$

$$P_e = \frac{1}{2} erfc(\frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n})$$

可方便地得到OOK-相干系统的分析结果:

$$V_d^* = \frac{a}{2} + \frac{\sigma_n^2}{a} \ln \frac{P(0)}{P(1)}$$

$$V_d^* = a/2$$

$$V_d^* = \frac{a}{2} + \frac{\sigma_n^2}{a} \ln \frac{P(0)}{P(1)}$$
 等概时
$$V_d^* = \frac{1}{2} erfc(\frac{a}{2\sqrt{2}\sigma_n})$$





OOK信号相干解调时系统的总误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\frac{a}{2\sqrt{2}\sigma_n})$$

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{r/4}\right)$$

 $r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$

解输("1"时信以上

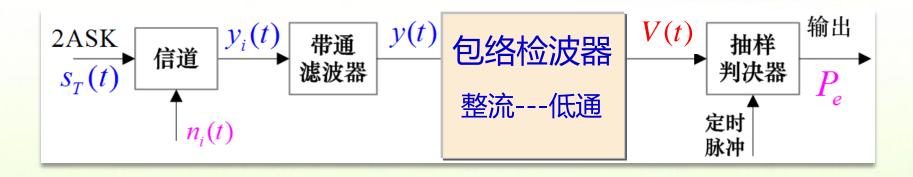
r>>1时



$$P_e \approx \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-r/4}$$

二、包络检波法的系统性能





$$y(t) = \begin{cases} a\cos\omega_c t + n(t) & \text{发 "1" 时 }^{\sim}$$
正弦波+窄带高斯噪声
$$0 + n(t) & \text{发 "0" 时 }^{\sim}$$
窄带高斯噪声

$$n(t) = n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t$$





友送"1"符号时,包络检波器的输出为

$$V(t) = \sqrt{[a + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)}$$

$$f_1(V) = \frac{V}{\sigma_n^2} I_0 \left(\frac{aV}{\sigma_n^2}\right) e^{-(V^2 + a^2)/2\sigma_n^2} \sim$$
 广义瑞利分布

● 当发送"0"符号时,包络检波器的输出为

$$V(t) = \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)}$$

$$f_{\mathbf{0}}(V) = \frac{V}{\sigma_n^2} e^{-V^2/2\sigma_n^2}$$

由3.6节的讨论可知

~ 瑞利分布

式中, σ_n 为窄带高斯噪声n(t)的方差。

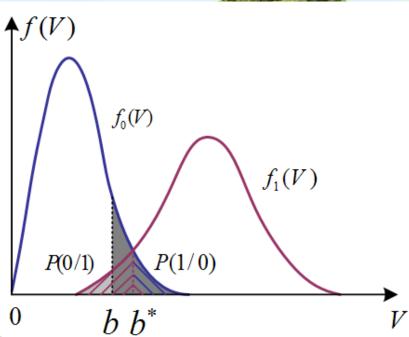




设判决门限为b,规定判决规则为

抽样值V > b 时,判为"1"

抽样值 V < b 时, 判为 "0"



当发送"0"时错判为"1"的概率为

$$P(1/0) = P(V > b) = \int_{b}^{\infty} f_{0}(V) dV$$

$$= \int_{b}^{\infty} \frac{V}{\sigma_{n}^{2}} e^{-V^{2}/2\sigma_{n}^{2}} dV = e^{-b^{2}/2\sigma_{n}^{2}} = e^{-b_{0}^{2}/2}$$



同理, 当发送"1"时错判为"0"的概率为

$$P(0/1) = P(V \le b) = \int_0^b f_1(V)dV = 1 - \int_b^\infty f_1(V)dV$$

$$= \mathbf{1} - \int_{b}^{\infty} \frac{V}{\sigma_{n}^{2}} I_{0} \left(\frac{aV}{\sigma_{n}^{2}} \right) e^{-(V^{2} + a^{2})/2\sigma_{n}^{2}} dV$$

上式中的积分值可以用Marcum Q函数计算:

$$Q(\alpha,\beta) = \int_{\beta}^{\infty} t I_0(\alpha t) e^{-(t^2 + \alpha^2)/2} dt$$

$$\alpha = \frac{a}{\sigma_{n}}$$

$$\beta = \frac{b}{\sigma_{n}}$$

$$t = \frac{V}{\sigma_{n}}$$



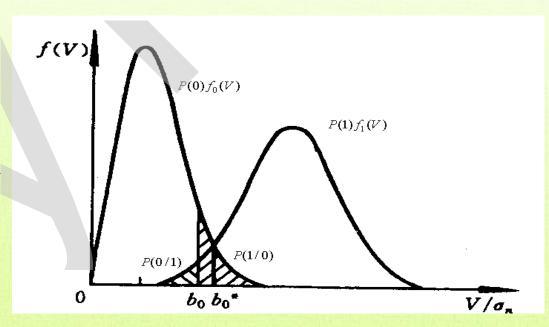
故系统的总误码率为

$$P_e = P(1)P(0/1) + P(0)P(1/0)$$
$$= P(1)\int_0^b f_1(V)dV + P(0)\int_b^\infty f_0(V)dV$$

当
$$P(1) = P(0)$$
时,有

$$P_{e} = \frac{1}{2} \left[\int_{0}^{b} f_{1}(V) dV + \int_{b}^{\infty} f_{0}(V) dV \right]$$

 $b_0 = b / \sigma_n$ 为归一化门限值 由图可见,当 b_0 处于 $f_1(N)$ 和 $f_0(N)$ 两条曲线的相交点 b_0 *时, 阴影部分的面积最小,即此时 系统的总误码率最小。 b_0 *为归 一化最佳判决门限值。







最佳门限可通过求极值的方法得到,令 $\frac{\partial P_e}{\partial b} = 0$ 可得 $P(1)f_1(b^*) = P(0)f_0(b^*)$

当P(1) = P(0)时,有 $f_1(b^*) = f_0(b^*)$

即 $f_1(N)$ 和 $f_0(N)$ 两条曲线交点处的包络值V就是最佳判决门限值,记为 b^* 。 b^* 和归一化最佳门限值 b_0^* 的关系为 $b^*=b_0^*\sigma_n$ 。由 $f_1(N)$ 和 $f_0(N)$ 的公式和上式,可得出: $\frac{a^2}{2\sigma_n^2}=\ln I_0\left(\frac{ab^*}{\sigma_n^2}\right)$

式中, $r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$ 为 (发"1"码时的) 信噪功率比





上式为一超越方程, 求解最佳门限值的运算比较困难, 下

面给出其近似解为

$$b^* \approx \frac{a}{2} \left(1 + \frac{8\sigma_n^2}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

因此有

$$b^* = \begin{cases} a/2, & r >> 1 时 \\ \sqrt{2}\sigma_n & r << 1 时 \end{cases}$$

而归一化最佳门限值60*为

$$b_0^* = \frac{b^*}{\sigma_n} = \begin{cases} \frac{a}{2\sigma_n}, & r >> 1 \text{ b} \end{cases}$$

$$\sqrt{2} \qquad r << 1 \text{ b} \end{cases}$$

对于任意的信噪比r, b₀*介于二者之间。





在实际工作中,系统总是工作在大信噪比的情况下,因此

最佳门限应取
$$b_0^* = \frac{a}{2\sigma_n}$$
 , $b^* = \mathbb{P}$

此时系统的总误码率为

$$P_{e} = \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left(\frac{a}{2\sqrt{2} \sigma_{n}} \right) + \frac{1}{2} e^{-\frac{a}{2\sqrt{2} \sigma_{n}}} = \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{r}{4}} \right) + \frac{1}{2} e^{-\frac{r}{4}}$$

当
$$r \to \infty$$
 时,上式的下界为 $P_e = \frac{1}{2}e^{-\frac{a}{2\sqrt{2}\sigma_n}} = \frac{1}{2}e^{-r/4}$

公式表明,包络检波法的系统误码率取决于信噪比r和归一化门限值 b_0 。



[例7-1] 设有一00K信号传输系统,其码元速率为 $R_B = 4.8 \times 10^6$ 波特,发 "1"和发"0"的概率相等,接收端分别采用相干解调法和包络检波法解调。 已知接收端输入信号的幅度a = 1 mV,信道中加性高斯白噪声的单边功率 谱密度 $n_0 = 2 \times 10^{-15}$ W/Hz。试求

- (1) 相干解调法解调时系统的误码率:
- (2) 包络检波法解调时系统的误码率。
- 【解】(1) 根据00K信号的频谱分析可知,00K信号所需的传输带宽为码元速 $B = 2R_R = 9.6 \times 10^6 \text{ Hz}$ 率的两倍, 所以**接收端带通滤波器带宽**为 带通滤波器输出噪声平均功率为 $\sigma_n^2 = n_0 B = 1.92 \times 10^{-8} \text{ W}$

$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} = \frac{1 \times 10^{-6}}{2 \times 1.92 \times 10^{-8}} \approx 26 >> 1$$



于是,相干解调法解调时系统的误码率为

$$P_e \approx \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-r/4} = \frac{1}{\sqrt{3.1416 \times 26}} \times e^{-6.5} = 1.66 \times 10^{-4}$$

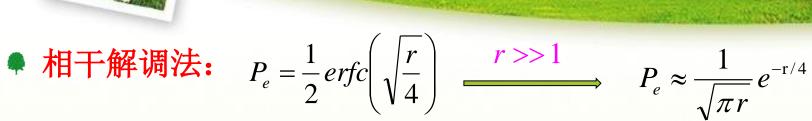
包络检波法解调时系统的误码率为

$$P_e \approx \frac{1}{2}e^{-r/4} = \frac{1}{2}e^{-6.5} = 7.5 \times 10^{-4}$$

可见,在大信噪比的情况下,包络检波法解调性能接近同步检测法解调性能。

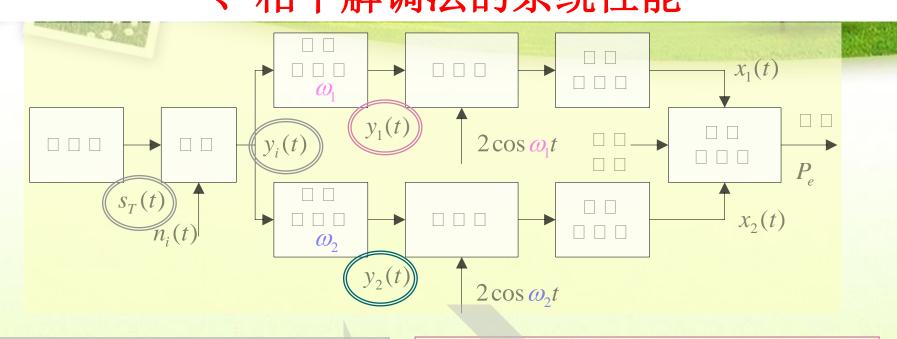
相干解证

相干解调与包络检波的比较



- 包络检波法: $P_e = \frac{1}{2}e^{-r/4}$ r >> 1
- 由误码率公式的比较可以看出:
 - ◆ 在相同的信噪比条件下,相干解调法的抗噪声性能优于包络检波法,但在大信噪比时,两者性能相差不大。
- 包络检波法不需要相干载波,因而设备比较简单。
- 包络检波法存在门限效应,相干解调法无门限效应。

2FSK系统的抗噪声性能 7. 2. 2 相干解调法的系统性能

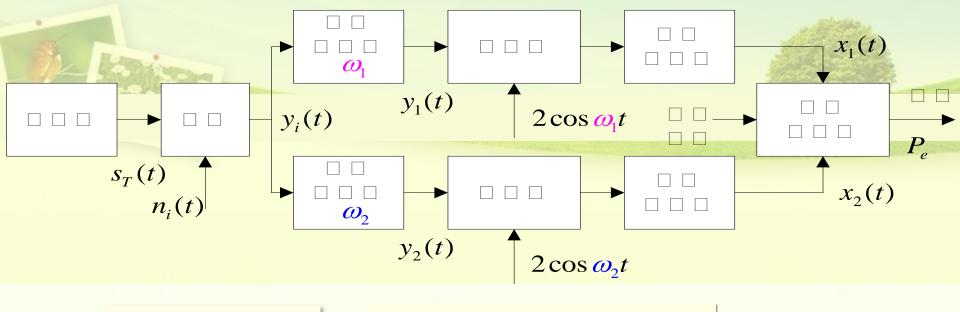


$$S_T(t) = \begin{cases} A\cos\omega_1 t & \text{发送 "1"} \\ A\cos\omega_2 t & \text{发送 "0"} \end{cases}$$

$$s_{T}(t) = \begin{cases} A\cos\omega_{1}t & \text{发送 "1" 时} \\ A\cos\omega_{2}t & \text{发送 "0" 时} \end{cases} \quad y_{1}(t) = \begin{cases} a\cos\omega_{1}t + n_{1}(t), & \text{发 "1" 时} \\ n_{1}(t), & \text{发 "0" 时} \end{cases}$$

$$y_i(t) = \begin{cases} a\cos\omega_1 t + n_i(t), & \text{ \sharp "1" in } \\ a\cos\omega_2 t + n_i(t), & \text{ \sharp "0" in } \end{cases}$$
$$y_2(t) = \begin{cases} \frac{n_2(t)}{a\cos\omega_2 t + n_2(t)} \end{cases}$$

$$y_2(t) = \begin{cases} \frac{n_2(t)}{a\cos\omega_2 t + n_2(t)} \end{cases}$$



发"1"时:

$$\frac{y_1(t) = a \cos \omega_1 t + n_1(t)}{y_2(t) = 0 + n_2(t)}$$

$$n_1(t) = n_{1c}(t)\cos\omega_1 t - n_{1s}(t)\sin\omega_1 t$$

$$n_2(t) = n_{2c}(t)\cos\omega_2 t - n_{2s}(t)\sin\omega_2 t$$

均值同为0方差同为 σ_n^2

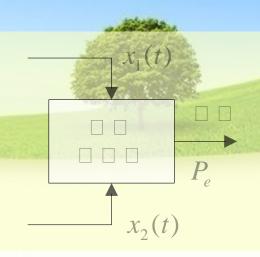
 $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 是 $n_i(t)$ 经过上、下带通滤波器的输出噪声——窄带高斯噪声

只是中心频率 不同而已



$$y_1(t) = [a + n_{1c}(t)]\cos \omega_1 t - n_{1s}(t)\sin \omega_1 t$$

$$y_2(t) = n_{2c}(t)\cos\omega_2 t - n_{2s}(t)\sin\omega_2 t$$



经过相干解调后,送入抽样判决器的两路波形分别为:

上支路
$$x_1(t) = a + n_{1c}(t)$$

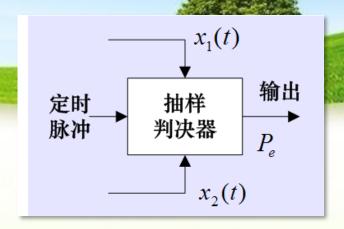
$$f(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left\{-\frac{(x_1 - a)^2}{2\sigma_n^2}\right\}$$

下支路

$$x_2(t) = n_{2c}(t)$$

$$f(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left\{-\frac{x_2^2}{2\sigma_n^2}\right\}$$

式中, $n_{1c}(t)$ 和 $n_{2c}(t)$ 均为低通型高斯噪声,($\mathbf{0}$, σ_{n}^{2})



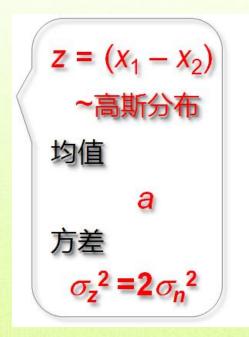
• 发 "1" 错判为"0"的概率为

$$P(0/1) = P(x_1 \le x_2) = P(x_1 - x_2 \le 0)$$

$$= P(z \le 0) = \int_{-\infty}^{0} f(z) dz$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z}} \int_{-\infty}^{0} \exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma_z^2}\right\} dz$$

$$= \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$$



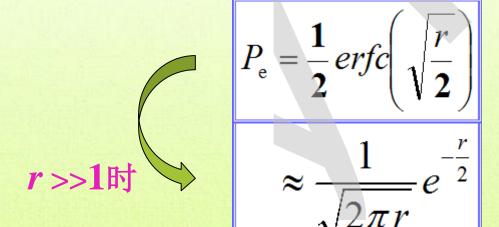




• 发 "0" 错判为 "1" 的概率

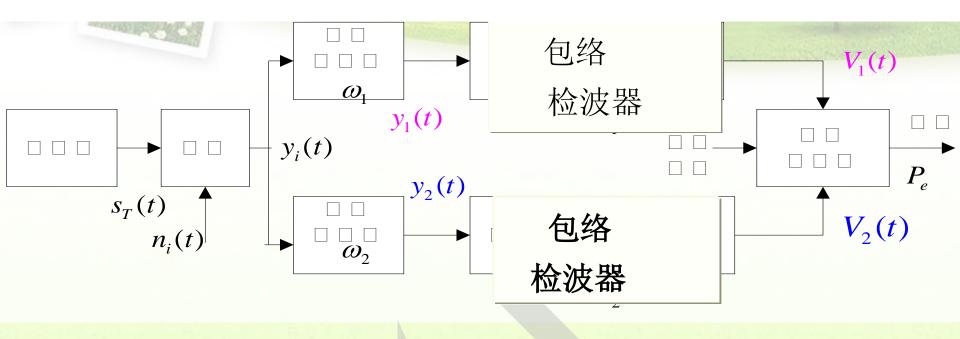
$$P(1/0) = P(x_1 > x_2) = \frac{1}{2} erfc \left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$$

- ∵上、下支路的对称性, ∴ P(1/0) = P(0/1)
- 2FSK-相干解调系统的总误码率为



$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$$

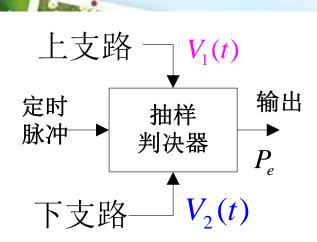
二、包络检波法的系统性能



发 "1"符号 (对应 ω_1) 时:

$$y_1(t) = [a + n_{1c}(t)]\cos \omega_1 t - n_{1s}(t)\sin \omega_1 t$$

$$y_2(t) = n_{2c}(t) \cos \omega_2 t - n_{2s}(t) \sin \omega_2 t$$



$$V_1(t) = \sqrt{[a + n_{1c}(t)]^2 + n_{1s}^2(t)}$$



广义瑞利分布

$$V_2(t) = \sqrt{n_{2c}^2(t) + n_{2s}^2(t)}$$

瑞利分布

一维概率密度函数分别为:

$$f(V_1) = \frac{V_1}{\sigma_n^2} I_0 \left(\frac{aV_1}{\sigma_n^2} \right) e^{-(V_1^2 + a^2)/2\sigma_n^2} \qquad f(V_2) = \frac{V_2}{\sigma_n^2} e^{-V_2^2/2\sigma_n^2}$$

$$f(V_2) = \frac{V_2}{\sigma_n^2} e^{-V_2^2/2\sigma_n^2}$$



• 发"1" 错判为"0"的概率为

$$P(0/1) = P(V_1 \le V_2)$$

$$= \iint_{c} f(V_1) f(V_2) dV_1 dV_2$$

$$= \int_0^\infty f(V_1) \left[\int_{V_2 = V_1}^\infty f(V_2) dV_2 \right] dV_1$$

$$= \int_0^\infty \frac{V_1}{\sigma_n^2} I_0 \left(\frac{aV_1}{\sigma_n^2} \right) \exp \left[\left(-2V_1^2 - a^2 \right) / 2\sigma_n^2 \right] dV_1$$





$$t = \frac{\sqrt{2}V_1}{\sigma_n}$$

$$t = \frac{\sqrt{2}V_1}{\sigma_n}$$
 $z = \frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n}$ 代入上式,简化为:

$$P(0/1) = \frac{1}{2}e^{-z^2/2} \int_0^\infty t I_0(zt) e^{-(t^2+z^2)/2} dt$$

根据MarcumQ函数的性质:

$$Q(z,0) = \int_0^\infty t I_0(zt) e^{-(t^2+z^2)/2} dt = 1$$

$$P(0/1) = \frac{1}{2}e^{-z^2/2} = \frac{1}{2}e^{-r/2} \qquad r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$$

$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$$



• 同理,发"0" 错判为"1"的概率为

$$P(1/0) = P(V_1 > V_2) = \frac{1}{2}e^{-r/2}$$

因此, 2FSK- 包络检波系统的总误码率为

$$P_e = \frac{1}{2}e^{-r/2}$$

相干解调与包络检波的比较

和干解调法
$$P_{\rm e} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{r}{2}} \right)$$
 $r >> 1$ $P_{e} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} e^{-\frac{r}{2}}$

• 包络检波法
$$P_e = \frac{1}{2}e^{-r/2}$$

◆ 在大信噪比条件下,2FSK信号包络检波时的系统性能与相 干解调时的性能相差不大,但同步检测法的设备却复杂得 多。因此,在满足信噪比要求的场合,多采用包络检波法。



- **[例7-2]** 采用2FSK方式在等效带宽为2400Hz的传输信道上传输二进制数字。2FSK信号的频率分别为 f_1 = 980 Hz, f_2 = 1580 Hz, 码元速率 R_B = 300 Baud。接收端输入(即信道输出端)的信噪比为6dB。试求:
 - (1) 2FSK信号的带宽;
 - (2) 包络检波法解调时系统的误码率;
 - (3) 同步检测法解调时系统的误码率。
 - 【解】(1)根据式(7.1-22),该2FSK信号的带宽为

$$B_{2\text{FSK}} = |f_2 - f_1| + 2f_s = 1580 - 980 + 2 \times 300 = 1200 \text{Hz}$$

(2)误码率取决于带通滤波器输出端的信噪比。由于FSK接收系统中上、下支路带通滤波器的带宽近似为 $B=2f_s=2R_B=600$ Hz





它仅是信道等效带宽(2400Hz)的1/4,故噪声功率也减小为原来的1/4,因而带通滤波器输出端的信噪比比输入信噪比提高了4倍。又由于接收端输入信噪比为6dB,即4倍,故带通滤波器输出端的信噪比应为

$$r = 4 \times 4 = 16$$

将此信噪比值代入误码率公式,可得包络检波法解调时系统的误码率

$$P_e = \frac{1}{2}e^{-r/2} = \frac{1}{2}e^{-8} = 1.7 \times 10^{-4}$$

(3) 同理可得同步检测法解调时系统的误码率

$$P_e \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} e^{-\frac{r}{2}} = \frac{1}{\sqrt{32\pi}} e^{-8} = 3.39 \times 10^{-5}$$



♠ 信号表达式

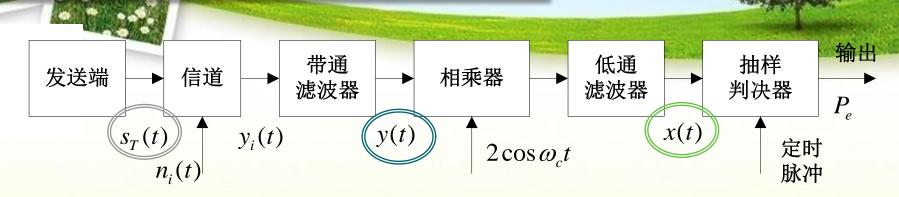
无论是2PSK信号还是2DPSK,其表达式的形式完全一样。在一个码元的持续时间 T_s 内,都可表示为

式中
$$s_T(t) = \begin{cases} u_{1T}(t) & \text{发送 "1" 时} \\ u_{0T}(t) = -u_{1T}(t) & \text{发送 "0" 时} \end{cases}$$

$$u_{1T}(t) = \begin{cases} A\cos\omega_c t & 0 < t < T_S \\ 0 & \text{其它}t \end{cases}$$

 $s_T(t)$ 代表2PSK信号时,上式中"1"及"0"是原始数字信息(绝对码); 当 $s_T(t)$ 代表2DPSK信号时,上式中"1"及"0"是绝对码变换成相对码后的 "1"及"0"。

1 2PSK相干解调系统性能



$$S_T(t) = \begin{cases} A\cos\omega_c t, & \text{发 "1" 时} \\ -A\cos\omega_c t, & \text{发 "0" 时} \end{cases}$$

$$y(t) = \begin{cases} [a + n_c(t)] \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t \\ [-a + n_c(t)] \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t \end{cases}$$

$$x(t) = \begin{cases} a + n_c(t), & \text{发 "1" 时} \\ -a + n_c(t), & \text{发 "0" 时} \end{cases}$$



高斯噪声 $(0, \sigma_n^2)$



高斯噪声

$$(\pm a, \sigma_n^2)$$

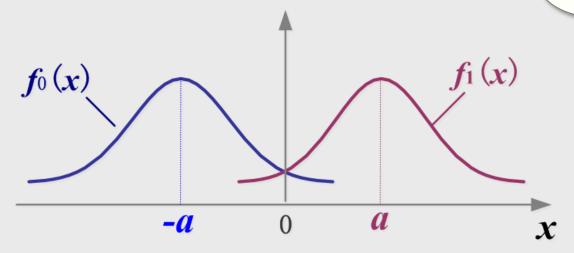
$$x(t) = \begin{cases} a + n_c(t), & \text{发 "1" 时} \\ -a + n_c(t), & \text{发 "0" 时} \end{cases}$$

因此, x(t)的一维概率密度函数为:

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left\{-\frac{(x+a)^2}{2\sigma_n^2}\right\}$$
 发"0" 时



可见



与双极性 基带系统 的 情况类似

$$x(t) = \begin{cases} a + n_c(t), & \text{发 "1" 时} \\ -a + n_c(t), & \text{发 "0" 时} \end{cases} =$$
 $=$

$$x(t) = \begin{cases} A + n_R(t) \\ -A + n_R(t) \end{cases}$$





因此,借助双极性基带系统的分析结果:

$$V_d^* = \frac{\sigma_n^2}{2A} \ln \frac{P(0)}{P(1)}$$

$$V_d^* = \mathbf{0}$$

等概时
$$V_d^* = \mathbf{0}$$

$$P_e = \frac{1}{2} erfc(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma_n})$$

可方便地得到2PSK-相干系统的分析结果:

$$V_d^* = \frac{\sigma_n^2}{2a} \ln \frac{P(0)}{P(1)}$$

$$V_d^* = \mathbf{0}$$

等概时
$$V_d^* = 0$$

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n})$$





2PSK信号相干解调系统的总误码率:

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n})$$

$$P_e = \frac{1}{2} erfc \left(\sqrt{r} \right)$$

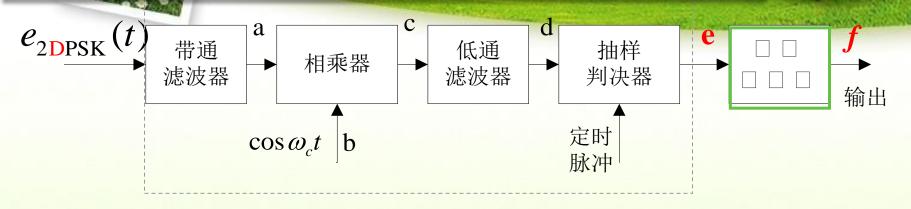
$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$$

解调器 输入端 信噪比



$$P_e \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi r}}e^{-r}$$

2 2DPSK相干解调+码反变换系统的性能



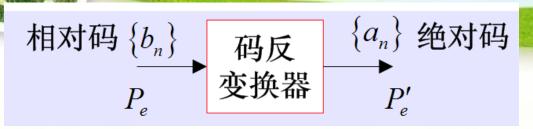
e点:相对码序列。由2PSK误码率公式来确定:

$$P_{e2PSK} = \frac{1}{2} erfc(\sqrt{r}) \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi r}} e^{-r}$$

f点:绝对码序列。只需在P_{e2PSK}基础上考虑码反变换器 对误码率的影响即可。

码反变换器对误码的影响:

$$a_n = b_n \oplus b_{n-1}$$



an 总是错 2个

$$\begin{cases} b_n \\ a_n \end{cases} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ a_n \\ & & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_n \\ b_n \\ & 1 & 0 & 1 & \times & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_n \\ a_n \\ & & 1 & 0 & 1 & \times & \times & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_n \\ a_n \\ & & 1 & 0 & 1 & \times & \times & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_n \\ a_n \\ & & 1 & 0 & 1 & \times & \times & \times & \times & \times & \times & 0 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_n \\ a_n \\ & & 1 & 0 & 1 & \times & \times & \times & \times & \times & \times & 0 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_n \\ a_n \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_n \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases}$$

(无误码)

(**b**n错1个码)

(bn连错2个码)

(bn连错n个码)





: 2DPSK相干+码反变换系统的误码率:

$$P_e' = (1 - P_e)P_e + P_e(1 - P_e) = 2P_e(1 - P_e)$$

- 若 P_e 很小,则有 P_e' / $P_e \approx 2$;
- ◆ 若 P_e 很大,即 $P_e \approx 1/2$,则有 $P_e' / P_e \approx 1$ 。
- 这意味着P'e总是大于Pe。

◆ 结论: 反变换器总是使误码率增加,增加的系数在1~2之间变化。

条件:

假设每个 相对码 出错概率 相等且 统计独立





将2PSK信号相干解调时系统的总误码率式 $P_e = \frac{1}{2} erfc \left(\sqrt{r} \right)$

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r})$$

代入

$$P_e' = 2(1 - P_e)P_e$$

可得到2DPSK信号采用相干解调方式时的系统误码率为

$$P_{e}' = erfc(\sqrt{r}) \cdot \left[1 - \frac{1}{2}erfc(\sqrt{r})\right]$$

当 P_e << 1时,式

$$P_e^{'} = 2(1 - P_e)P_e$$

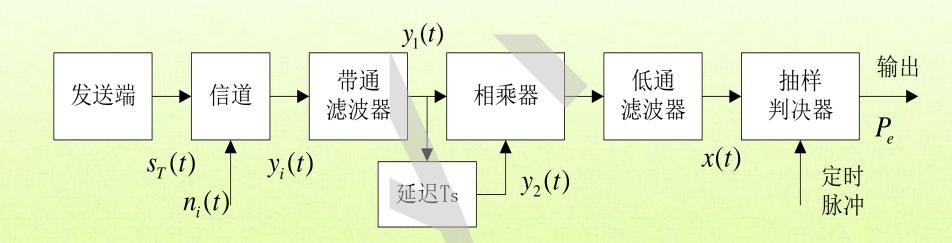
可近似为

$$P_e' = 2P_e$$



2DPSK差分相干解调系统性能

● 分析模型







● 假设当前发送的是"1",且令前一个码元也是"1"(也可以令其为"0"),则送入相乘器的两个信号 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ (延迟器输出)可表示为

$$y_1(t) = a\cos\omega_c t + n_1(t) = [a + n_{1c}(t)]\cos\omega_c t - n_{1s}(t)\sin\omega_c t$$

$$y_2(t) = a\cos\omega_c t + n_2(t) = [a + n_{2c}(t)]\cos\omega_c t - n_{2s}(t)\sin\omega_c t$$

式中,a为信号振幅; $n_1(t)$ 为叠加在前一码元上的窄带高斯噪声, $n_2(t)$ 为叠加在后一码元上的窄带高斯噪声,并且 $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 相互独立。

• 则低通滤波器的输出为

$$x(t) = \frac{1}{2} \{ [a + n_{1c}(t)][a + n_{2c}(t)] + n_{1s}(t)n_{2s}(t) \}$$

• 经抽样后的样值为

$$x = \frac{1}{2} [(a + n_{1c})(a + n_{2c}) + n_{1s}n_{2s}]$$





然后, 按下述判决规则判决:

若x > 0,则判为"1"——正确接收

若x < 0 ,则判为"0"——错误接收

这时将"1"错判为"0"的错误概率为

$$P(0/1) = P\{x < 0\} = P\{\frac{1}{2}[(a + n_{1c})(a + n_{2c}) + n_{1s}n_{2s}] < 0\}$$
 利用恒等式

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 = \frac{1}{4} \left\{ \left[(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2 \right] - \left[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \right] \right\}$$

令上式中 $x_1 = a + n_{1c}$ $x_2 = a + n_{2c}$ $y_1 = n_{1s}$ $y_2 = n_{2s}$

则以上错误概率可以改写为

$$P(0/1) = P\{[(2a + n_{1c} + n_{2c})^2 + (n_{1s} + n_{2s})^2 - (n_{1c} - n_{2c})^2 - (n_{1s} - n_{2s})^2] < 0\}$$





$$P(0/1) = P\{(2a + n_{1c} + n_{2c})^2 + (n_{1s} + n_{2s})^2 - (n_{1c} - n_{2c})^2 - (n_{1s} - n_{2s})^2\}$$

$$\Leftrightarrow R_1 = \sqrt{(2a + n_{1c} + n_{2c})^2 + (n_{1s} + n_{2s})^2}$$

$$R_2 = \sqrt{(n_{1c} - n_{2c})^2 + (n_{1s} - n_{2s})^2}$$

则上式可以化简为

$$P(0/1) = P\{R_1 < R_2\}$$

因为 n_{1c} 、 n_{2c} 、 n_{1s} 、 n_{2s} 是相互独立的高斯随机变量,且均值为0,方差相等为 σ_n^2 。则 $n_{1c}+n_{2c}$ 是零均值,方差为 $2\sigma_n^2$ 的高斯随机变量。同理, $n_{1s}+n_{2s}$ 、 $n_{1c}-n_{2c}$ 、 $n_{1s}-n_{2s}$ 都是零均值,方差为 $2\sigma_n^2$ 的高斯随机变量。





由随机信号分析理论可知, R_1 的一维分布服从广义瑞利分布, R_2 的一维分布服从瑞利分布,其概率密度函数分别为

$$f(R_1) = \frac{R_1}{2\sigma_n^2} I_0 \left(\frac{aR_1}{\sigma_n^2} \right) e^{-(R_1^2 + 4a^2)/4\sigma_n^2}$$

$$f(R_2) = \frac{R_2}{2\sigma_n^2} e^{-R_2^2/4\sigma_n^2}$$

将以上两式代入

$$P(0/1) = P\{R_1 < R_2\}$$

可以得到

$$P(0/1) = P\{R_1 < R_2\} = \int_0^\infty f(R_1) \left[\int_{R_2 = R_1}^\infty f(R_2) dR_2 \right] dR_1$$
$$= \int_0^\infty \frac{R_1}{2\sigma_n^2} I_0 \left(\frac{aR_1}{\sigma_n^2} \right) e^{-(2R_1^2 + 4a^2)/4\sigma_n^2} dR_1 = \frac{1}{2} e^{-r}$$



同理,可以求得将"0"错判为"1"的概率,即

$$P(1/0) = P(0/1) = \frac{1}{2}e^{-r}$$

因此, 2DPSK信号差分相干解调系统的总误码率为

$$P_e = \frac{1}{2}e^{-r}$$



[例7-3] 假设采用2DPSK方式在微波线路上传送二进制数字信息。已知码元速率 $R_{\rm B}=10^6$ Baud,信道中加性高斯白噪声的单边功率谱密度 $n_0=2\times10^{-10}$ W/Hz。要求误码率不大于 10^{-4} 。试求:

- (1) 采用差分相干解调时,接收机输入端所需的信号功率;
- (2) 采用相干解调时,接收机输入端所需的信号功率。

【解】(1)接收端带通滤波器的带宽为

$$B = 2R_B = 2 \times 10^6 \text{ Hz}$$

其输出的噪声功率为

$$\sigma_n^2 = n_0 B = 2 \times 10^{-10} \times 2 \times 10^6 = 4 \times 10^{-4} \text{ W}$$

2DPSK采用差分相干接收的误码率为

$$P_e = \frac{1}{2}e^{-r} \le 10^{-4}$$

求解可得 *r* ≥ 8.52

又因为 $r = a^2/2\sigma_n^2$

所以,接收机输入端所需的信号功率为

$$\frac{a^2}{2} \ge 8.52 \times \sigma_n^2 = 8.52 \times 4 \times 10^{-4} = 3.4 \times 10^{-3} \,\mathrm{W}$$

(2) 对于相干解调的2DPSK系统,

$$P_e^{'} \approx 2P_e = 1 - erf(\sqrt{r})$$

根据题意有 $P_e^{'} \leq 10^{-4}$

因而 $1 - erf(\sqrt{r}) \le 10^{-4}$

 $erf(\sqrt{r}) \ge 1 - 10^{-4} = 0.9999$

查误差函数表,可得 $\sqrt{r} \ge 2.75$ $r \ge 7.56$

由 $r = a^2 / 2\sigma_n^2$,可得接收机输入端所需的信号功率为

$$\frac{a^2}{2} \ge 7.56 \times \sigma_n^2 = 7.56 \times 4 \times 10^{-4} = 3.02 \times 10^{-3} \,\mathrm{W}$$





- ●7.1 二进制数字调制原理
- ●7.2 二进制数字调制系统的抗噪声性能
- ●7.3 二进制数字调制系统的性能比较
- ●7.4 多进制数字调制原理
- ₹7.5 多进制数字调制系统的抗噪声性能



7.3 二进制数字调制系统的性能比较

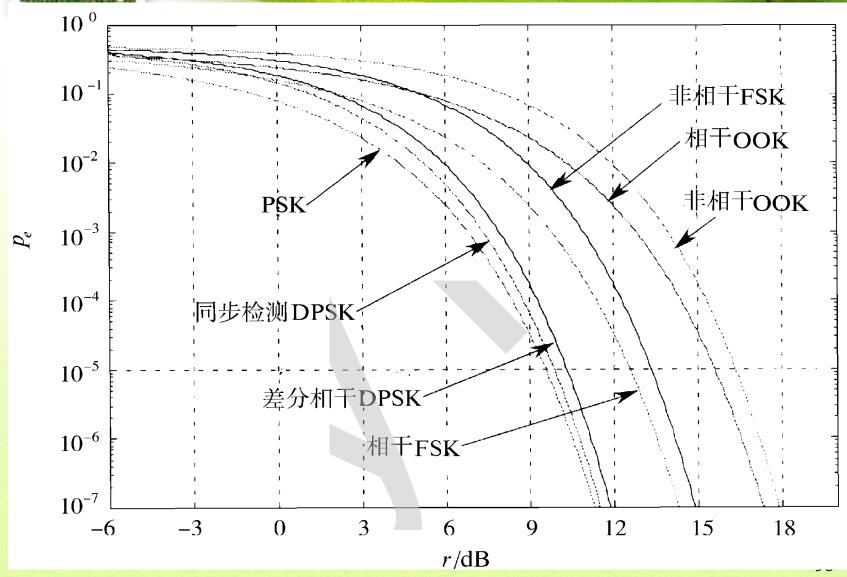
♣ 误码率:信号幅度相同时

	相干解调	非相干解调
2ASK	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{r}{4}}\right)$	$\frac{1}{2}e^{-r/4}$
2FSK	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$	$rac{1}{2}e^{-r/2}$
2PSK	$\frac{1}{2}$ erfc (\sqrt{r})	
2DPSK	$erfc(\sqrt{r})$	$\frac{1}{2}e^{-r}$



误码率曲线







频带宽度与频带利用率



- 在此前讨论二进制系统时,均假设g(t) 是宽度为Ts的矩形脉冲,则其第一零点带宽为 $B_{g(t)} = \frac{1}{T} = R_b$
 - 牵 在此条件下, OOK系统和2PSK (2DPSK) 系统:

$$B_{OOK} = B_{2PSK} = 2R_b$$
 $\eta_b = \frac{R_b}{B} = \frac{1}{2}$

♣ 2FSK系统:

$$B_{2FSK} = |f_2 - f_1| + 2R_b$$
 $\eta_b = \frac{R_b}{|f_2 - f_1| + 2R_b}$

◆ 若g(t) 不是宽度为Ts的矩形脉冲,则需根据g(t) 的频带 宽度来确定二进制系统的频带宽度和频带利用率。



对信道特性变化的敏感性



- ◆ 2FSK系统中,判决器是根据上下两个支路解调输出样值的 大小来作出判决,不需要人为地设置判决门限,因而对信 道的变化不敏感。
- 2PSK系统中, 判决器的最佳判决门限为零,与接收机输入信号的幅度无关。因此,接收机总能保持工作在最佳判决门限状态。
- ◆ 对于2ASK系统, 判决器的最佳判决门限与接收机输入信号的幅度有关, 对信道特性变化敏感, 性能最差。