1.1模拟信号与抽样后数字信号关系

●抽样频率的确定： $f_s \geq 2f_{max}$

例如：x(t)=f(t)+f(5t) $f_{max} = 1kHZ$ $\rightarrow 10KHZ$

$x(t) = f(t) \otimes f(5t) f_{max} = 1kHZ$ $\rightarrow 2KHZ$

●模拟与数字角频率间关系： $\omega = \Omega T_S$

●在频域，信号表达关系：

$$f(e^{jw}) = \frac{1}{T_s} \sum_{r=-\infty}^{\infty} f(j(\Omega - r\Omega_s)) \Big| \Omega = \frac{\omega}{T_s}$$

例如：模拟理想低通滤波器的频率响应截止频率为 $f_c = 1kHZ$ 采样频率为 $f_s = 4kHZ$ ，求对应数字理想低通滤波器的频率响应函数。

2.1 DTFT 中 $h(n) \rightarrow H(e^{jw})$, $h^*(n), h(-n), h^*(-n)$

例如：已知 $h(n) \rightarrow H(e^{jw})$, $x(n) \rightarrow X(e^{jw})$, $x(n) \otimes h(n) = y(n), g(n) = y(-n)$,

求： $G(e^{jw})$?

5.5功率谱

$$x(n) = A\cos(\omega_0 n + \varphi) + v(n)$$

$$R_{xx}(n, n+m) = E\left[x(n)x(n+m)\right] =$$

$$E\left[\left(A\cos(\omega_0 n + \varphi) + v(n)\right)\left(A\cos(\omega_0(n+m) + \varphi) + v(n+m)\right)\right] =$$

$$A^2 E\left[\cos(\omega_0 n + \varphi)\cos[\omega_0(n+m) + \varphi]\right] +$$

$$E\left[A\cos(\omega_0 n + \varphi)\, v(n+m)\right] + E\left[A\cos(\omega_0(n+m) + \varphi)\, v(n)\right]$$

$$+E\left[v(n)\, v(n+m)\right] = \frac{1}{2}A^2 E\left[\cos(\omega_0 m) + \cos(2\omega_0 n + \omega_0 m + 2\varphi)\right]$$

$$+\ \sigma_v^2 \delta(m)$$

$$= \frac{1}{2}A^2 \cos(\omega_0 m) + \sigma_v^2 \delta(m)$$

$$S_{xx}(e^{j\omega}) = \sigma_v^2 + \frac{1}{2}\pi A^2\left[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)\right]$$

5.6 输出随机过程的方差: $\sigma_y^2 = E[y^2(n)] - m_x = R_{yy}(0) - m_x$

输出随机过程的均方值为: $E[y^2(n)] = R_{yy}(0)$

如果输入随机过程均值 $m_x = 0$，方差为1，则

$$\sigma_y^2 = R_{yy}(0) = h(m) * h(-m)\big|_{m=0} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k)h(l+k)\big|_{m=0} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h^2(k)$$

$$R_{hh}(l) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k)h(l+k) = h(l) * h(-l)$$

例如:

$$H(z) = \frac{1}{1-0.5z^{-1}}$$