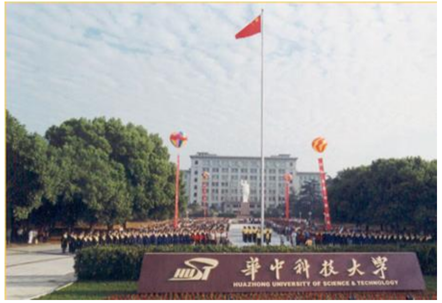
HUAZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

复基带

电子信息与通信学院
杨彩虹



明德、厚学、求是、创新

内容安排

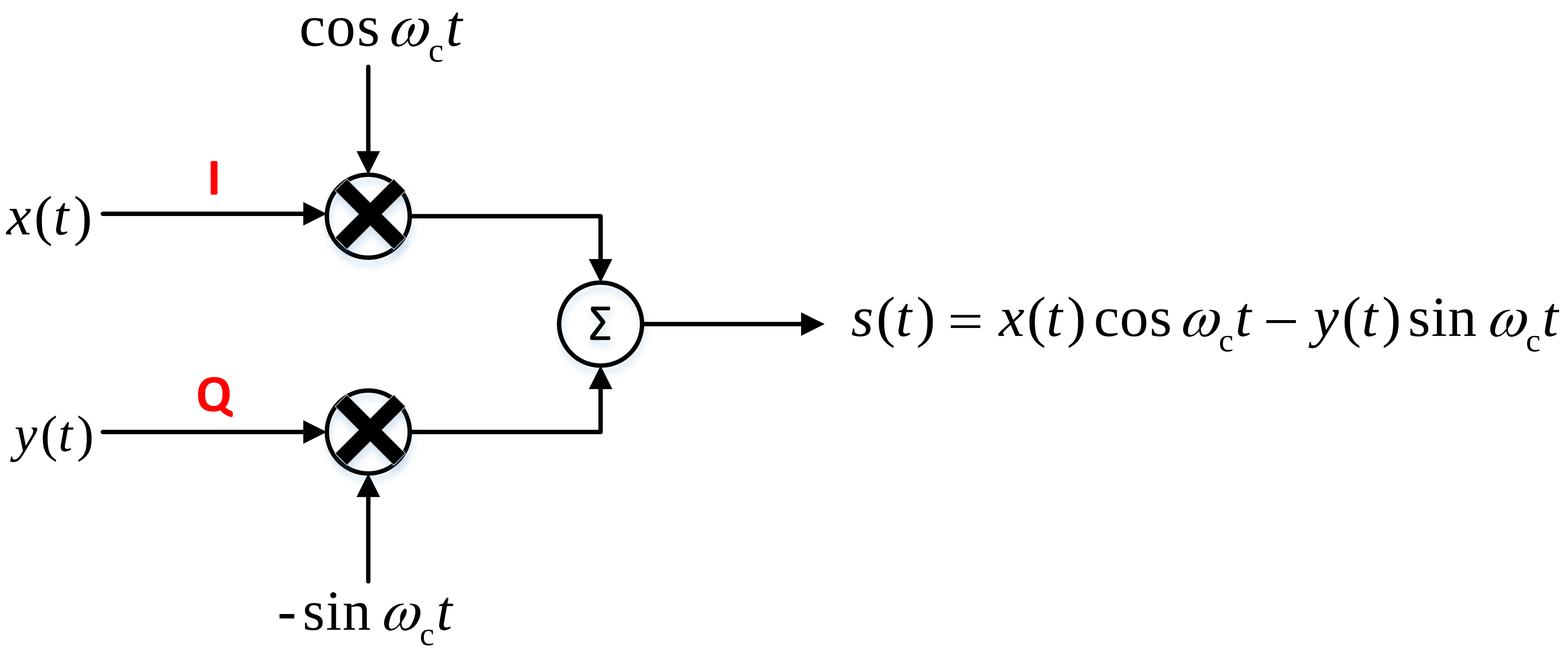
- 一、复基带
- 二、复基带的相关知识
  - 复信号
  - 带通信号与复基带

一、复基带

- 1、 IQ调制（正交调制）
- 2、数字通信发射机与接收机
- 3、复基带仿真

1、 IQ调制（正交调制）

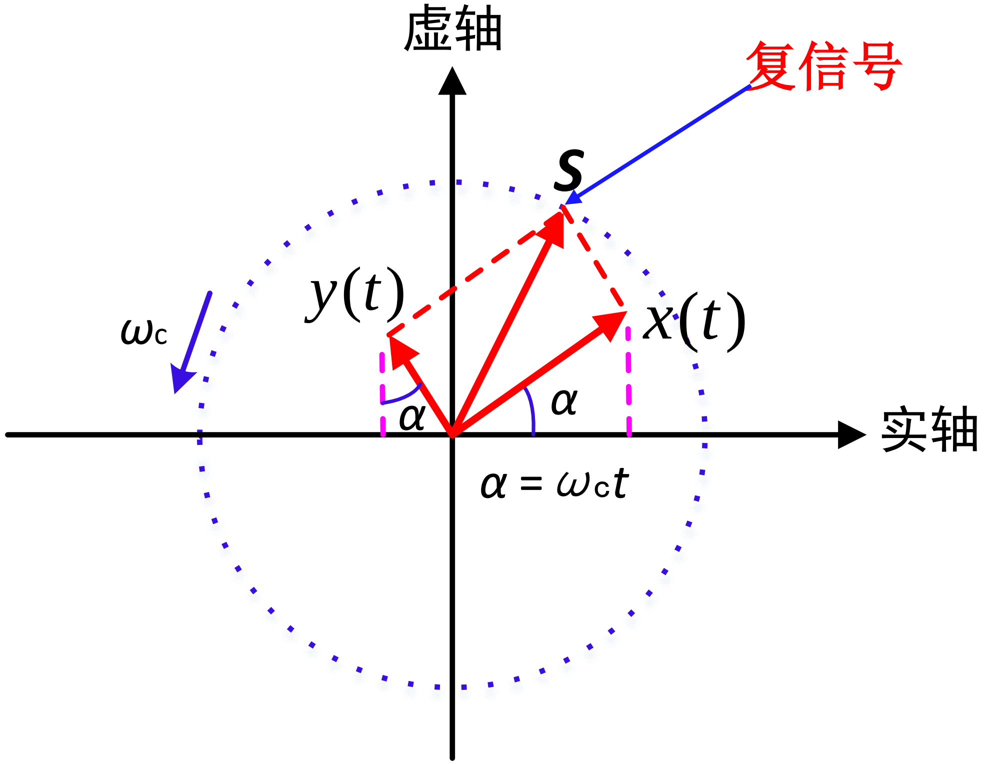
- **单载波调制**：只使用一路载波的调制，如AM、DSB等。
- **IQ调制**：使用两路载波，一路为$\cos\omega_c t$，另一路为$-\sin\omega_c t$，可同时并行传输两路信号，也叫正交调制。



IQ调制的旋转向量表示

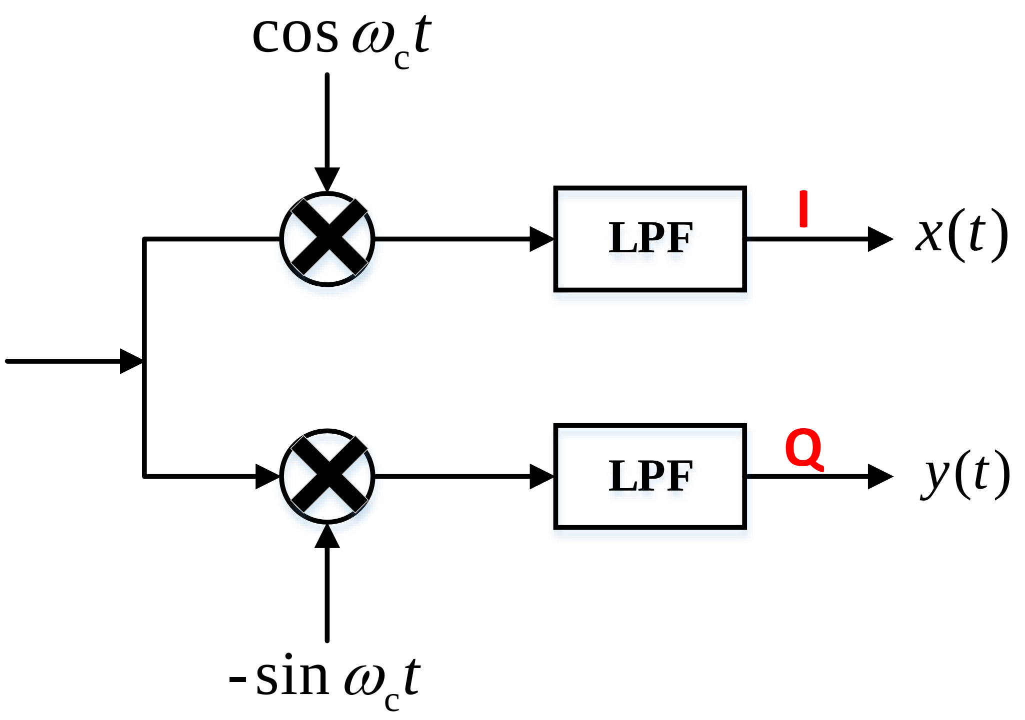
- I路输入$x(t)$，Q路输入$y(t)$，其调制过程可用旋转向量S表示，角速度为ω_c，S为复信号。
- 垂直的两向量长度分别为$x(t)$和$y(t)$，两者在任何时刻都保持垂直。
- 向量S在实轴上的投影就是IQ调制信号：

$$s(t) = x(t)\cos\omega_c t - y(t)\sin\omega_c$$
$$= \mathrm{Re}\{x(t)e^{j\omega_c t} + y(t)e^{j\omega_c t+\pi/2}\}$$



IQ解调

$$s(t) = x(t)\cos\omega_c t - y(t)\sin\omega_c t$$



解调原理：

$$s(t)\cos\omega_c t = x(t)\cos^2\omega_c t - y(t)\cos\omega_c t\sin\omega_c t$$

$$= \frac{1}{2}x(t) + \frac{1}{2}x(t)\cos 2\omega_c t - \frac{1}{2}y(t)\sin 2\omega_c t$$

IQ解调

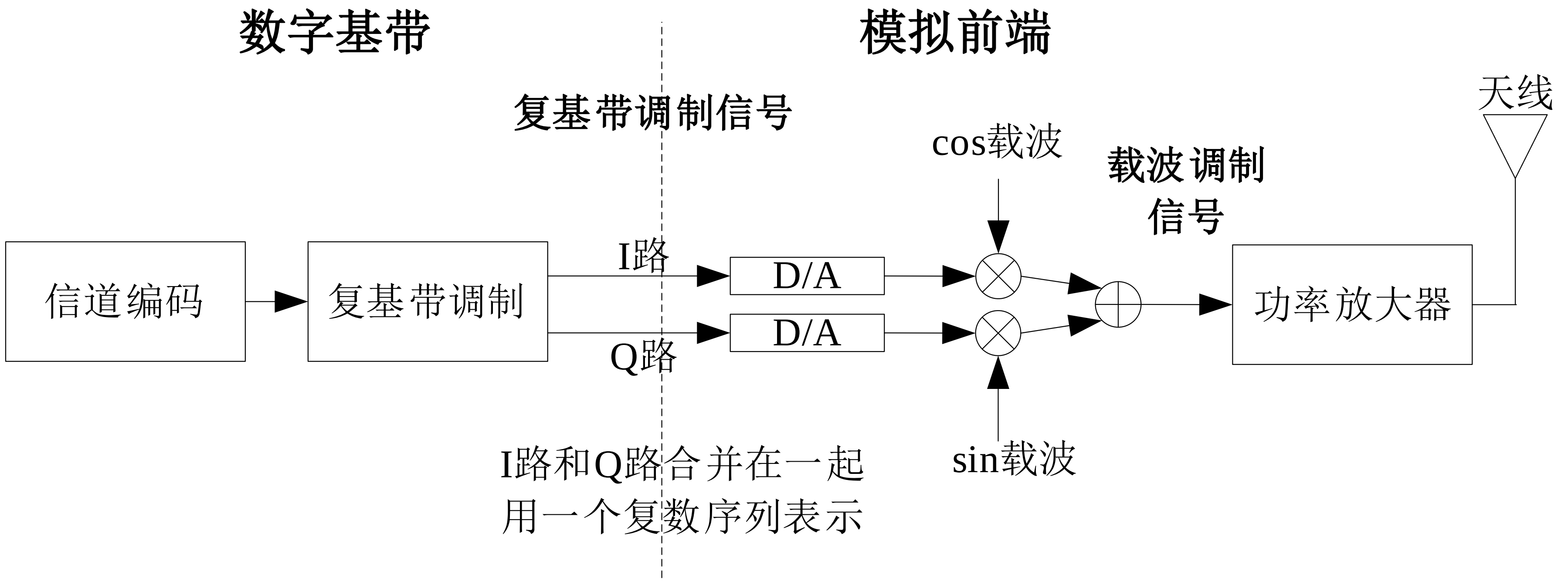
解调原理：

$$-s(t)\sin\omega_c t = -x(t)\sin\omega_c t\cos\omega_c t + y(t)\sin^2\omega_c t$$

$$= \frac{1}{2}y(t) - \frac{1}{2}x(t)\sin 2\omega_c t - \frac{1}{2}y(t)\cos 2\omega_c t$$

2、数字通信发射机与接收机(减少文字，增加公式)

基于IQ调制的发射机



所有图中需要增加信号的表达式

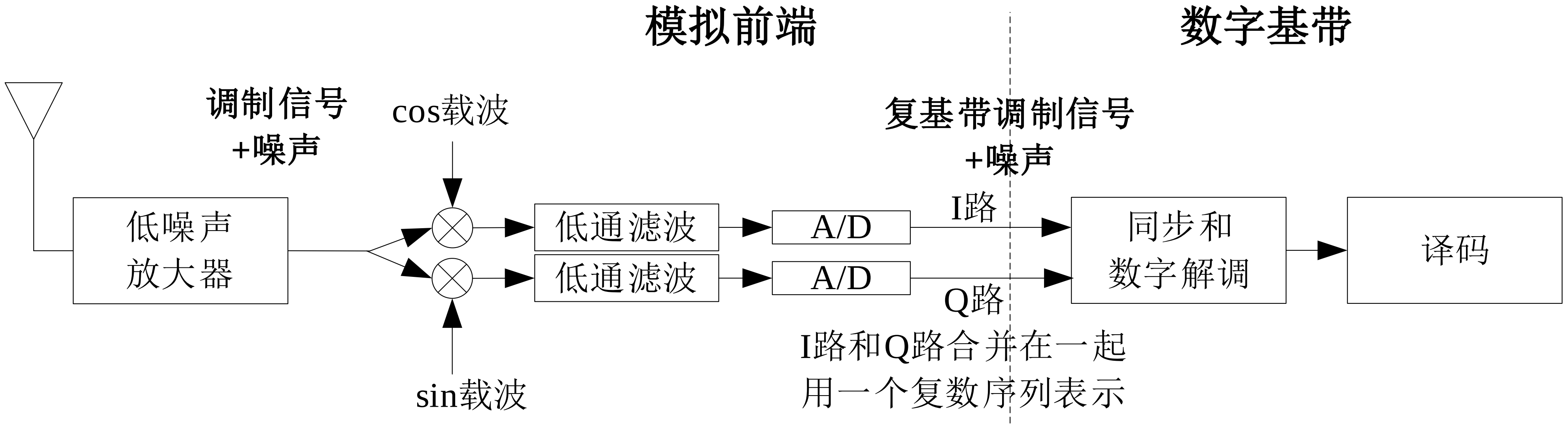
其中数字调制模块的输出是**复基带调制信号**，也称**等效基带调制信号**，可用一个**复数序列**表示，其**每个点代表一个时刻的载波幅度的实部和虚部**。

复包络调制信号：$s_l(t) = x(t) + jy(t)$

模拟前端：**D/A、载波调制、功放和天线；**

明德、厚学、求是、创新

基于IQ解调的接收机

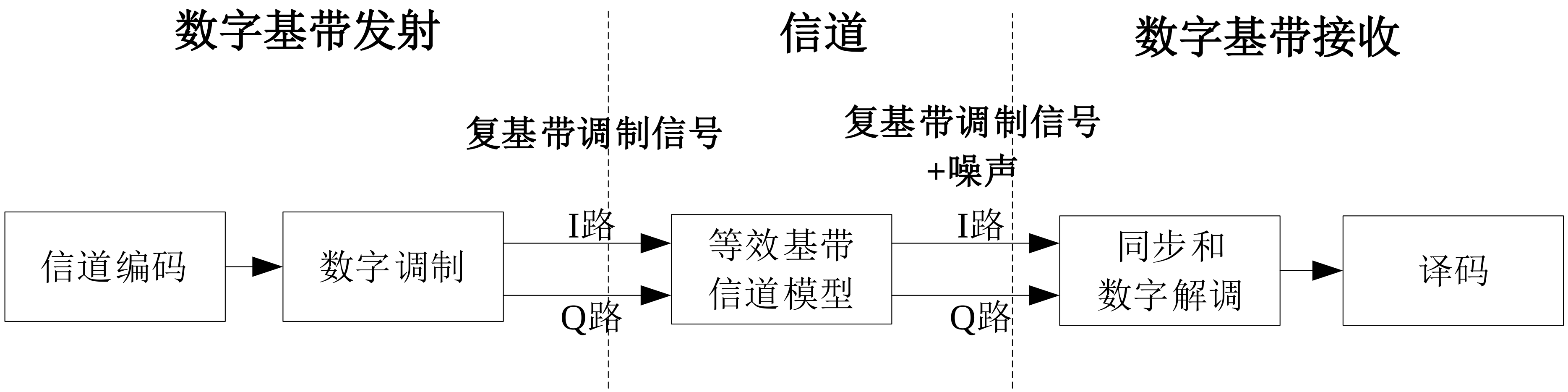


模拟前端的输出是复基带调制信号（含噪声），这是一个复数序列，其中每个复数代表一个采样时刻载波幅度的实部和虚部。（加上接收信号r(t)=xr(t)+jyr(t)的复基带表达式）

如果发射机和接收机的载波：频率和相位相同，信道响应为1，则在不考虑噪声和其他失真的情况下，接收端的复基带调制信号等于发送端的复基带调制信号。r(t)=s(t)+n(t)

3、复包络仿真

通信原理课程中的仿真模型：不考虑模拟前端



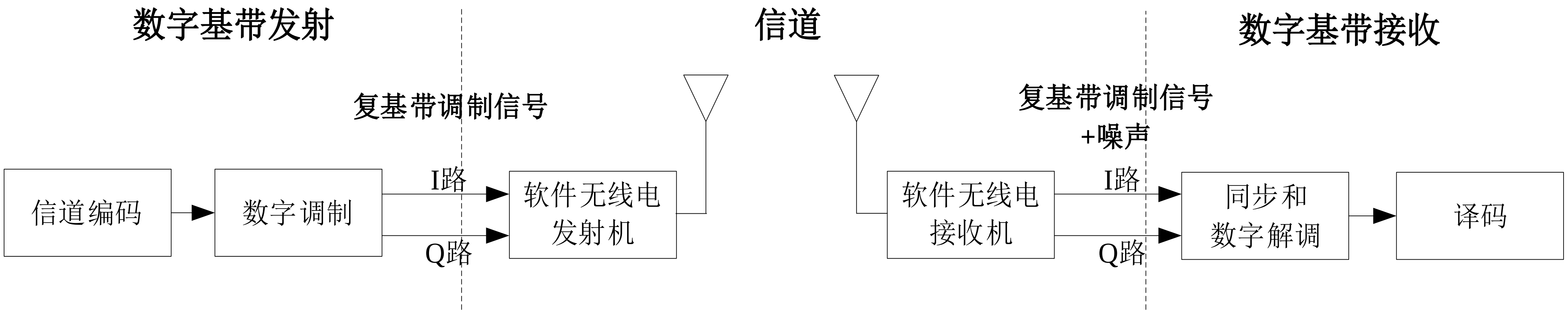
复基带仿真：上述仿真中，只涉及复基带调制信号，不需要仿真载波。复基带仿真也称为等效基带仿真。

等效基带信道模型：它反应了调制信号在载波频率经过信道传播时，其载波实部和虚部会发生哪些变化，比如信道响应、噪声和信道失真。

假设发送和接收模拟前端中的各种处理都是线性的，则复基带仿真得到的结果与包含模拟前端的仿真完全一致。

明德、厚学、求是、创新

基于软交换的通信原理实验模型



数字基带发射的复基带调制信号直接送入软件无线电发射机发射，无线发射机只需完成载波频率设置等基本工作，即可自动完成模拟前端的功能。

接收端通过软件无线电接收机获得复包络调制信号，包括噪声，送入数字基带接收，完成同步和数字解调、译码等工作。

结论：采用复基带仿真，其构建的系统和模块可近乎无修改的用于实际的通信系统。

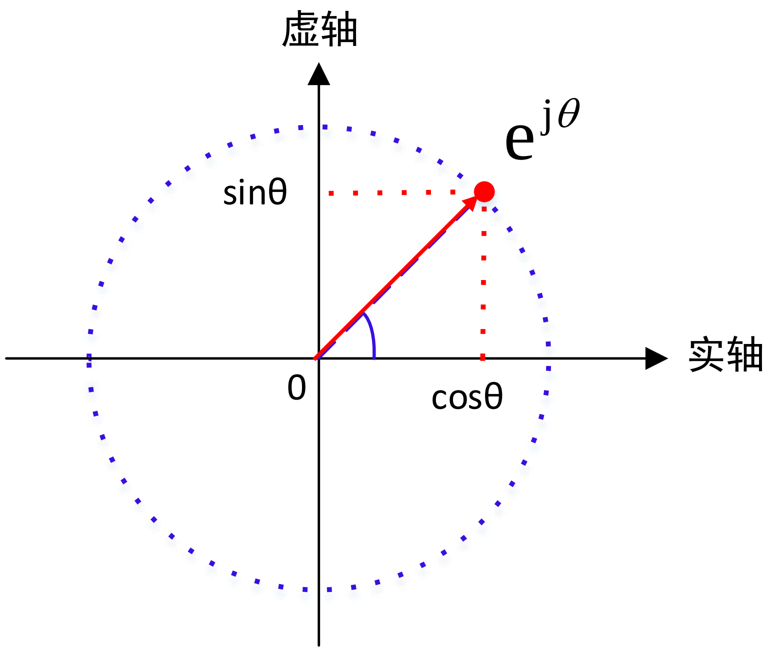
二、复基带的相关知识

- 1、复信号
  - 欧拉公式与复数
  - 虚数j
  - 复指数信号
  - 复信号
- 2、带通信号与复基带

复信号（Review）

- **1、欧拉公式**

$$e^{j\theta}=\cos\theta+j\sin\theta$$



- **2、如何理解复数?**
  - 复指数信号 $\cos\theta+j\sin\theta$ 对应于复平面上的一个点，也可用复平面上的向量来表示。

- 复数的几何意义
  - 当复数z与复指数相乘

$$z=r(\cos\varphi+j\sin\varphi)$$

$$ze^{j\theta}=re^{j\varphi}e^{j\theta}=re^{j(\varphi+\theta)}$$

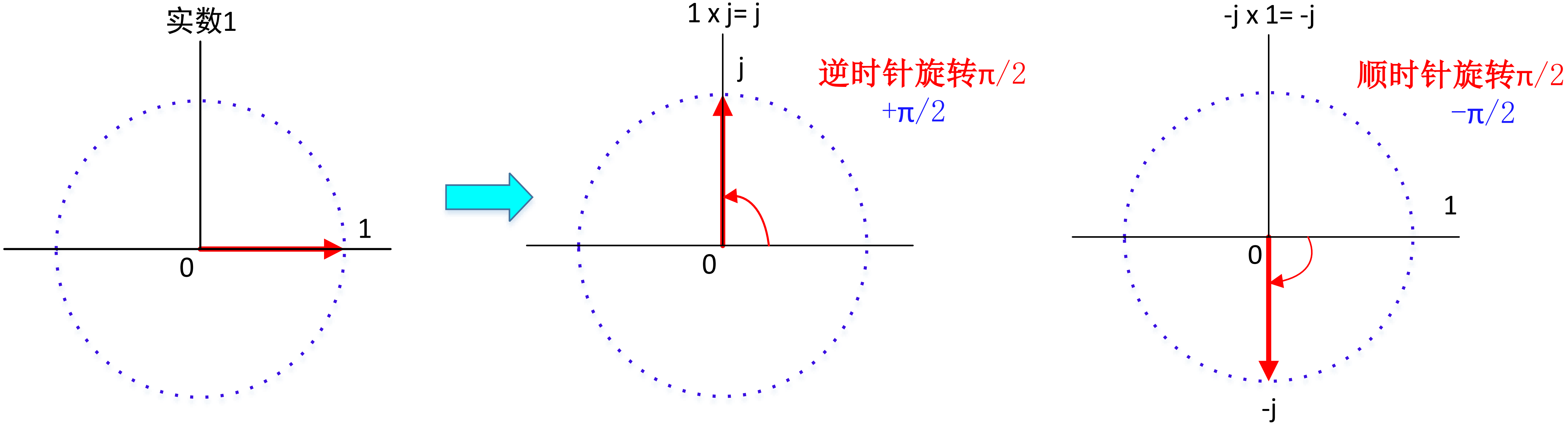
  - 向量z旋转角度θ

$\theta>0$ 逆时针旋转　　$\theta<0$ 顺时针旋转

复信号

■ 3、如何理解虚数j

□ 令θ=π/2 $$e^{j\theta}=e^{j\frac{\pi}{2}}=\cos\frac{\pi}{2}+j\sin\frac{\pi}{2}=j$$



复信号

4、复指数信号

- 当θ以角速度ω_0随时间变化时，复指数就成了复指数信号

角速度

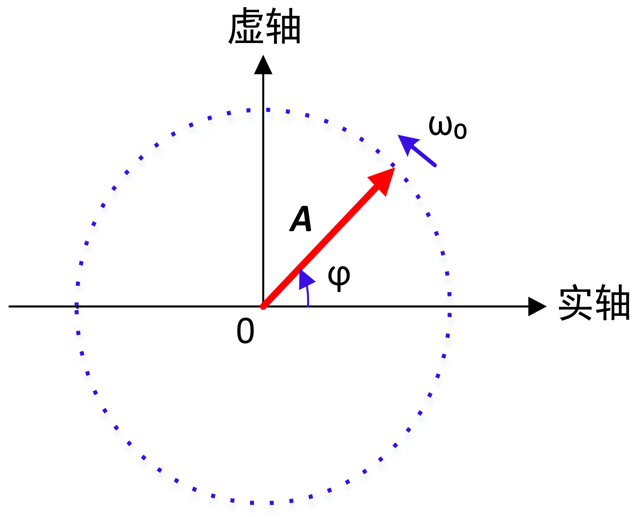
$$e^{j\theta} \Rightarrow s(t)=Ae^{j(\omega_0 t+\varphi)}$$

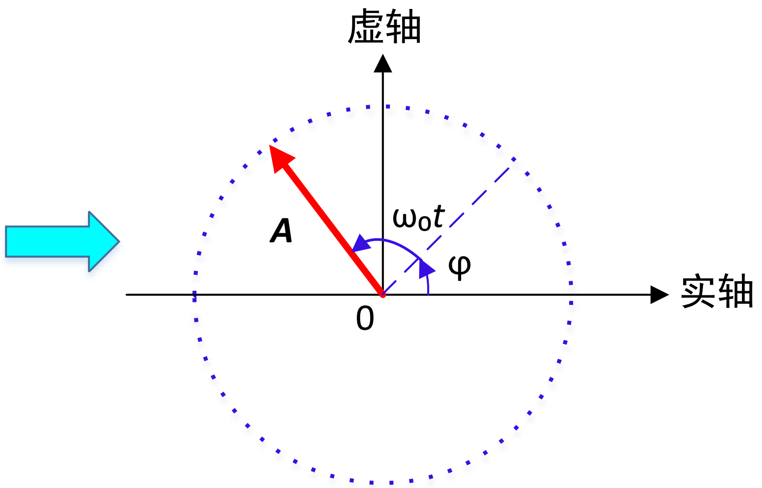
幅度　　初相

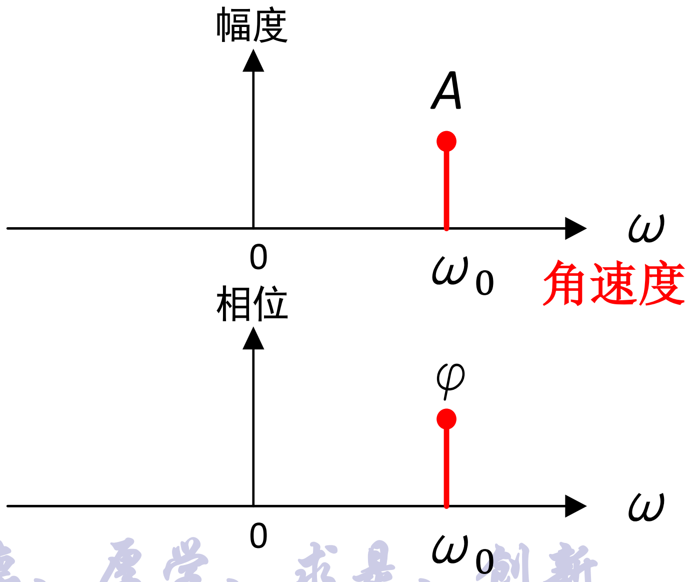
时域：$s(t)=A\cos(\omega_0 t+\varphi)$ ⇐ 实轴投影

$+jA\sin(\omega_0 t+\varphi)$ ⇐ 虚轴投影

频域：







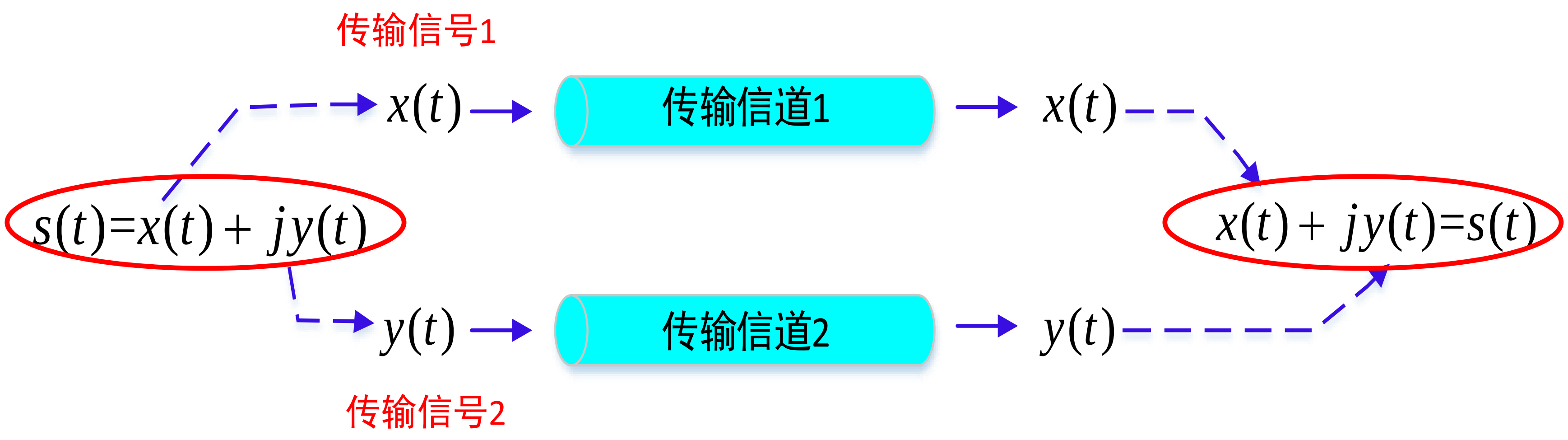
角速度即频率

复信号

■ 5、如何理解复信号？

$$s(t)=x(t)+jy(t)$$

□ 本质：并行传输的两路实信号。



□ 称之为复信号的原因：只是因为这两路信号可以用复数来表示。

□ 引入复信号的目的：便于描述和处理信号

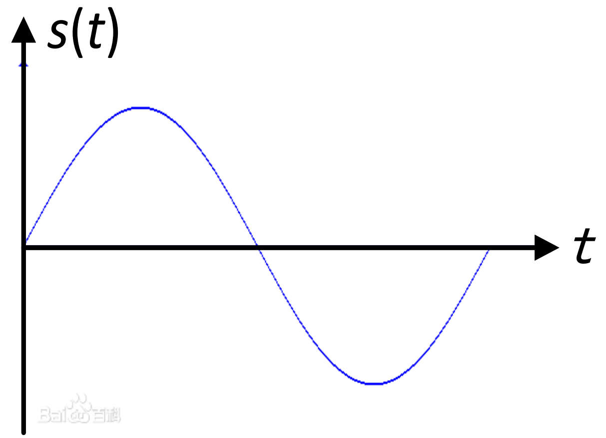
带通信号与复基带

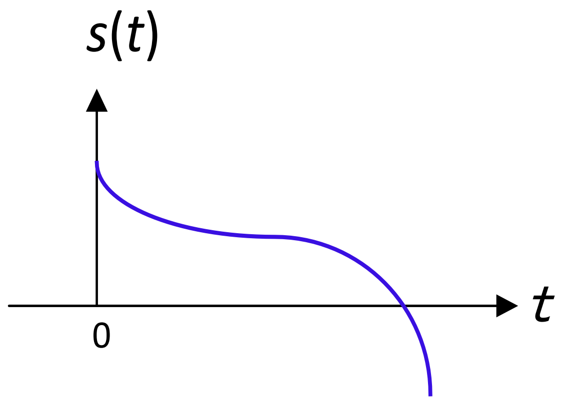
- **1、复信号**
- **2、带通信号与复基带**
  - 实信号的频谱
  - 带通信号的表示
  - 复基带
  - 复基带的作用

带通信号与复基带

1、实信号的频谱（ Review ）

s(t)：周期信号和非周期信号





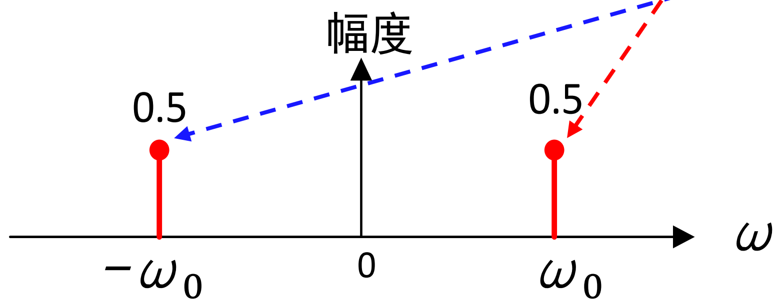
周期信号：最典型的是余弦信号、正弦信号和方波信号

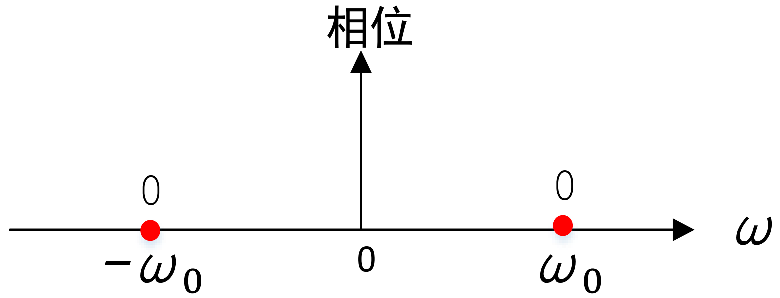
非周期信号：最典型的是矩形脉冲信号

带通信号与复基带

1.1 周期信号的频谱（离散谱）

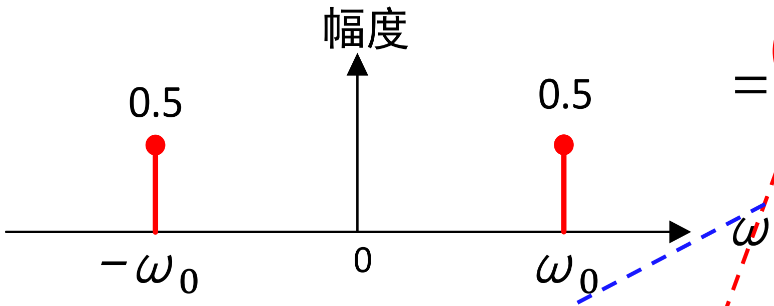
余弦信号：$s(t)=\cos\omega_0 t=\frac{1}{2}e^{j\omega_0 t}+\frac{1}{2}e^{-j\omega_0 t}$



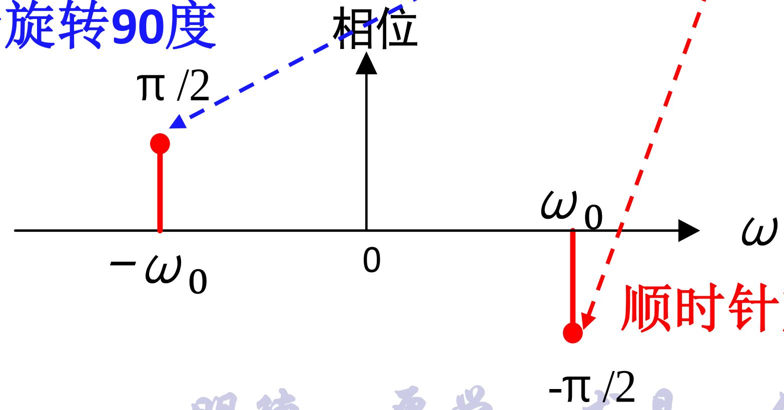


正弦信号：$s(t)=\sin\omega_0 t=\frac{1}{2j}(e^{j\omega_0 t}-\frac{1}{2}e^{-j\omega_0 t})$

$=\frac{-j}{2}e^{j\omega_0 t}+\frac{j}{2}e^{-j\omega_0 t}$



逆时针旋转90度



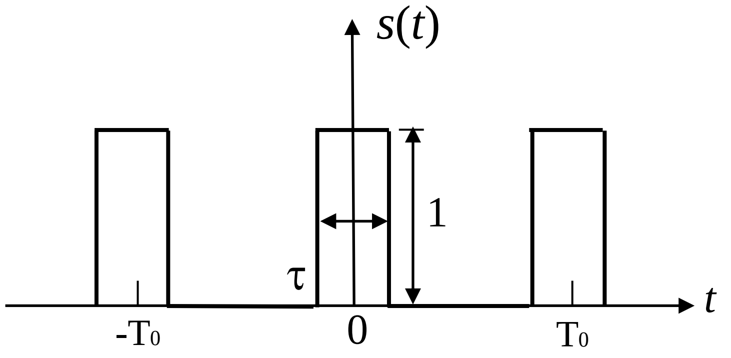
顺时针旋转90度

1.1 周期信号的频谱（离散谱）

周期方波：

$$s(t)=\begin{cases}1, & -\tau/2\le t\le \tau/2\\ 0, & \tau/2<t<(\mathrm{T}_0-\tau/2)\end{cases}$$

$$s(t)=s(t-\mathrm{T}_0),\qquad -\infty<t<\infty$$



基于傅里叶级数： $$s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n e^{\mathrm{j}2\pi nt/\mathrm{T}_0}$$

$$\boxed{C_n=C(nf_0)=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}s(t)e^{-j2\pi nf_0t}dt}$$

$$\boxed{C_n=|C_n|e^{j\theta_n}}$$

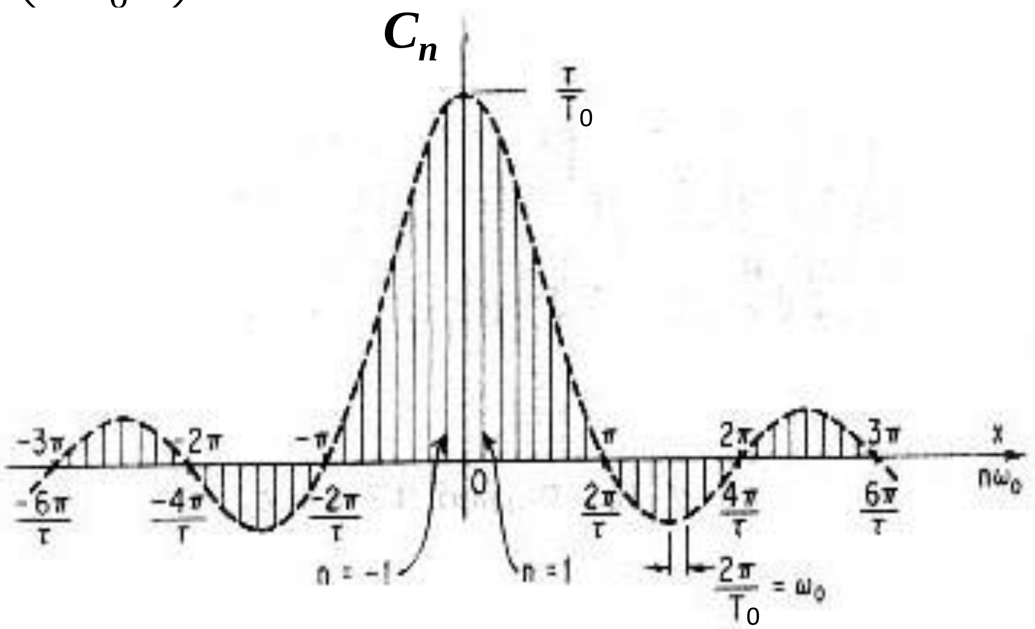
$|C_n|$---幅度谱　θ_n ---相位谱

带通信号与复基带

周期方波（离散谱）

其频谱：$$C_n=\frac{1}{T_0}\int_{-\tau/2}^{\tau/2}1*e^{-j2\pi nf_0t}dt=\frac{1}{T_0}\left[-\frac{1}{j2\pi nf_0}e^{-j2\pi nf_0t}\right]_{-\tau/2}^{\tau/2}$$

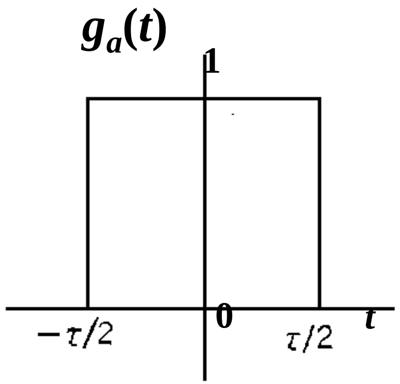
$$=\frac{\tau}{T_0}Sa\left(\frac{n\pi\tau}{T_0}\right)$$



带通信号与复基带

1.2 非周期信号的频谱（连续谱）

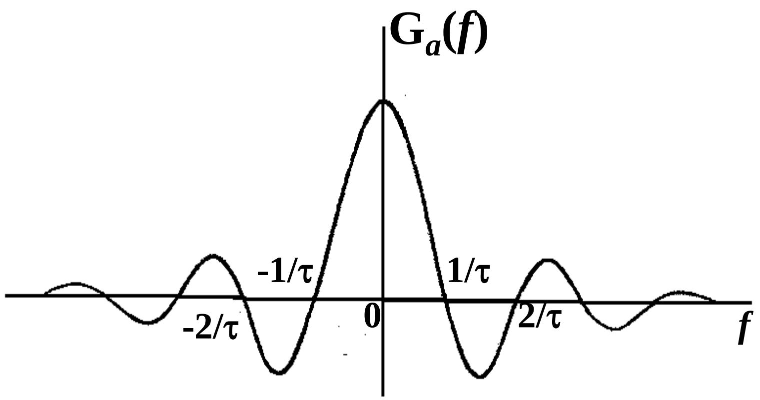
方波：单位门函数 $g_a(t)=\begin{cases}1 & |t|\le\tau/2\\ 0 & |t|>\tau/2\end{cases}$



其傅里叶变换

$$G_a(f)=\int_{-\tau/2}^{\tau/2}e^{-j2\pi ft}dt=\frac{1}{j2\pi f}(e^{j\pi f\tau}-e^{-j\pi f\tau})$$

$$=\tau\frac{\sin(\pi f\tau)}{\pi f\tau}=\tau Sa(\pi f\tau)$$

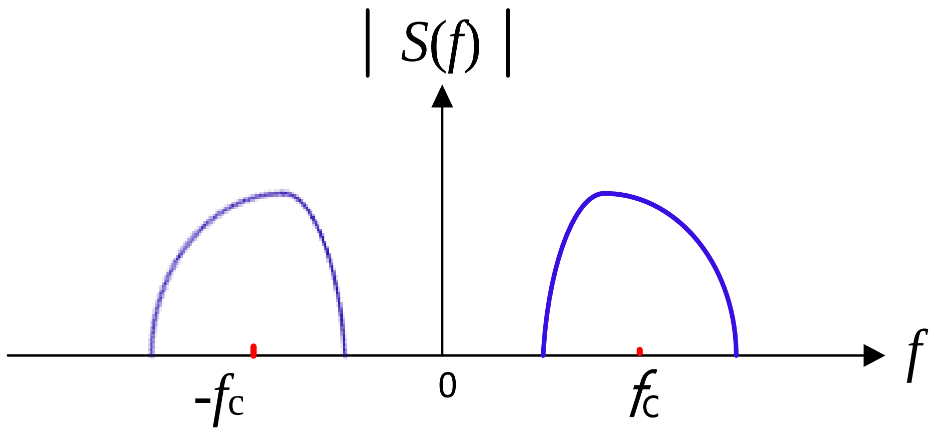


带通信号与复基带

2、带通信号的表示

- 具有一定宽度的信号，如语音和图像等（未经过载波调制）；
- 经过载波调制的已调信号。

带通实信号**s(t)**的频谱如下



如果要构造一个仅包含正频谱的信号，则该信号可表示为

$$S_+(f) = 2u(f)S(f)$$

其中

$S(f)$是$s(t)$的傅里叶变换

$u(f)$是单位阶跃函数

带通信号与复基带

$$S_+(f)=2u(f)S(f)$$

则$S_+(f)$的等效时域表达式为

$$s_+(t)=\int_{-\infty}^{\infty}S_+(f)\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}\mathrm{d}t$$

$$=F^{-1}[2u(f)]*F^{-1}[S(f)]$$

由于

$$F^{-1}[S(f)]=s(t)$$

$$F^{-1}[2u(f)]=\delta(t)+\frac{\mathrm{j}}{\pi t}$$

所以

$$s_+(t)=[\delta(t)+\frac{\mathrm{j}}{\pi t}]*s(t)$$

$$=s(t)+\mathrm{j}\frac{1}{\pi t}*s(t)$$

定义

$$\hat{s}(t)=\frac{1}{\pi t}*s(t)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{s(\tau)}{t-\tau}\mathrm{d}\tau$$

$\hat{s}(t)$可以看作是$s(t)$通过一个滤波器的输出，该滤波器的冲击响应为

$$h(t)=\frac{1}{\pi t}\qquad(-\infty<t<\infty)$$

称具有上式所示冲激响应的滤波器为希尔伯特(Hilbert)变换器

传输函数 $H(f)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t)\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi ft}\mathrm{d}t=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{t}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi ft}\mathrm{d}t$

$$=\begin{cases}-\mathrm{j} & (f>0)\\ 0 & (f=0)\\ \mathrm{j} & (f<0)\end{cases}$$

带通信号与基带

由于

$$H(f)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t)\ e^{-j2\pi ft}dt=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{t}e^{-j2\pi ft}dt$$

$$=\begin{cases}-j & (f>0)\\ 0 & (f=0)\\ j & (f<0)\end{cases}$$

所以希尔伯特变换器只是一个移相电路

当$f>0$时，它移相 $-\frac{\pi}{2}$

当$f<0$时，它移相 $\frac{\pi}{2}$

所以

$$s_{+}(t)=s(t)+j\hat{s}(t)$$

由此可知：从实信号的共轭频谱中取出一个边带，其时域信号的表达式是一个复数：实部是原信号，虚部是原信号的希尔伯特变换。

将 $s_{+}(t)$ 称为 $s(t)$ 的解析信号。

基于希尔伯特变化式，可以证明

$$s(t)=-\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\hat{s}(\tau)}{t-\tau}d\tau$$

结论：实频谱解析信号 $s_{+}(t)$ 的两个分量互为希尔伯特变换

带通信号与复基带

3、复基带

将 $s_+(t)$ 乘以变换因子 $e^{-j2\pi f_c t}$

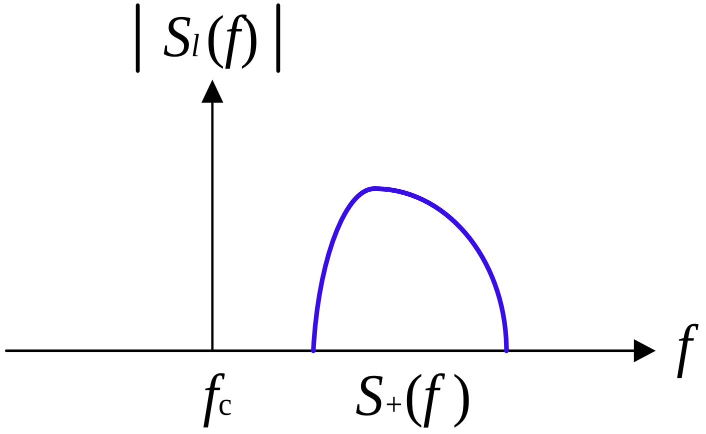
等效于将 $s_+(f)$ 在频率轴上平移 f_c

令 $s_l(t)=s_+(t)e^{-j2\pi f_c t}=[s(t)+j\hat{s}(t)]e^{-j2\pi f_c t}$

所以 $s(t)+j\hat{s}(t)=s_l(t)e^{j2\pi f_c t}$

$s_l(t)$ 的频谱函数为

$$S_l(f)=S_+(f+f_C)$$



$s_l(t)$ 一般为复数，可表示为一般形式

$$s_l(t)=x(t)+jy(t)$$

所以

$$s(t)+j\hat{s}(t)=[x(t)+jy(t)]e^{j2\pi f_c t}$$

展开右端，两边虚、实部相等，可得

$$s(t)=x(t)\cos 2\pi f_c t-y(t)\sin 2\pi f_c t$$

$$\hat{s}(t)=x(t)\sin 2\pi f_c t+y(t)\cos 2\pi f_c t$$

式中 $x(t)$ 和 $y(t)$ 是低频信号分量，它们可看作是施加在正交载波分量 $\cos 2\pi f_C t$ 和 $\sin 2\pi f_C t$ 上的幅度调制信号，称之为带通信号 $s(t)$ 的两个正交分量。

明德、厚学、求是、创新

带通信号与复基带

3、复基带

由于$s_+(t)$ 的实部是 $s(t)$

所以

$$s(t)=\mathrm{Re}\{[x(t)+jy(t)]e^{j2\pi f_c t}\}$$
$$=\mathrm{Re}[s_l(t)e^{j2\pi f_c t}]$$

将低通信号$s_l(t)$称为带通实信号$s(t)$的复基带

由于 $s_l(t)=x(t)+jy(t)$

当低通信号$s_l(t)$写成复指数信号时

$$s_l(t)=\mathrm{a}(t)e^{j\theta(t)}$$
$$a(t)=\sqrt{x^2(t)+y^2(t)}$$
$$\theta(t)=\arctan\frac{y(t)}{x(t)}$$

所以

$$s(t)=\mathrm{Re}[s_l(t)e^{j2\pi f_c t}]$$
$$=\mathrm{Re}[a(t)e^{j[2\pi f_c t+\theta(t)]}]$$
$$=a(t)\cos[2\pi f_c t+\theta(t)]$$

称$a(t)$为$s(t)$的包络，$\theta(t)$为$s(t)$的相位

明德、厚学、求是、创新

带通信号与复基带

4、复基带的作用

$$s(t)=\mathrm{Re}\{[x(t)+jy(t)]e^{j2\pi f_c t}\}$$
$$=\mathrm{Re}[s_l(t)e^{j2\pi f_c t}]$$
$$=\mathrm{Re}[a(t)e^{j[2\pi f_c t+\theta(t)]}]$$
$$=a(t)\cos[2\pi f_c t+\theta(t)]$$

其中 $s_l(t)=x(t)+jy(t)$

或者 $s_l(t)=a(t)e^{j\theta(t)}$

$$a(t)=\sqrt{x^2(t)+y^2(t)}$$

$$\theta(t)=\arctan\frac{y(t)}{x(t)}$$

当带通实信号$s(t)$作为已调信号时：

将复基带$s_l(t)$与载波复指数信号相乘，取实部，就可以得到$s(t)$。

所以调制过程中，通过复基带$s_l(t)$与载波复指数信号，也可以得到$s(t)$，这与传统教材中的实域调制是等价的。

结论：复基带$s_l(t)$作为低通信号，完整的包含了基带信号信息，其与载波复指数信号相乘即可实现调制；反过来，已调信号$s(t)$乘以载波复指数信号的共轭，可求得复基带，实现解调。