



第一章

常用微波传输线及其仿真设计

(课堂8学时，课后2学时)



参考书目

1. 微波技术基础
2. 近代微波技术
3. ADS2011射频电路设计仿真实例

回顾和学习各类常用的微波传输线，并结合ADS2004A、ADS2011、ADS2017软件介绍传输线的仿真和设计。（8学时）

第一节 微波传输线的分析方法介绍

第二节 **TEM**模、**TE**模、**TM**模、**LSM**模、**LSE**模

第三节 传输线分析中的矩量法与谱域法

第四节 微带线及相近结构的平面传输线

第五节 介质波导传输线（略）

第六节 **ADS**软件中的传输线元件与**LineCalc**组件

第一节 微波传输线的分析方法介绍

一般地说，电磁场问题就是求解Maxwell方程问题。根据具体问题的不同，求解此方程所用的方法也不同。Maxwell方程中主要是两个矢量 \vec{E} 和 \vec{H} 的非齐次一阶联立线性偏微分方程，在自由空间或无源均匀各向同性媒质中，它们变为齐次一阶联立线性偏微分方程。

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} = \mu \nabla \cdot \vec{H} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = \varepsilon \nabla \cdot \vec{E} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \rho + \mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \\ \nabla^2 \vec{H} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = -\nabla \times \vec{J} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \vec{E} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \\ \nabla^2 \vec{H} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \end{array} \right. \\
 & \left\{ \begin{array}{l} \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \\ \vec{J}_c = \sigma \vec{E} \end{array} \right. \quad \nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \vec{A} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J} \\ \nabla^2 \varphi - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \vec{A} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0 \\ \nabla^2 \varphi - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \end{array} \right. \\
 & \vec{f} = \rho (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = \rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} \quad \nabla \cdot \vec{A} = -\mu \varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{E} = -\nabla \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ \vec{B} = \nabla \times \vec{A} \end{array} \right. \\
 & -\int_V \vec{J}_q \cdot \vec{E} dV = \int_V \sigma E^2 dV + \frac{d}{dt} \int_V w dV + \oint_S \vec{E} \times \vec{H} \cdot d\vec{S}
 \end{aligned}$$

必须明确，不存在处理各种电磁场问题的一种统一方法，但仍可以将问题划分为几种类型并寻求各自合适和有效的求解方法。一种常用的划分方法是：直接法和间接法，即根据是直接解Maxwell方程得到场量还是通过求解位函数来间接得到场量。它们都归结为求解一个齐次或非齐次的矢量或标量波动方程，即二阶线性偏微分方程。但是，对某些问题需要先求出导体表面的电流分布而后再求空间场分布。在此情况下，就需要根据导体表面的边界条件将Maxwell方程演变为以导体上的电流分布为待求量的积分方程，因而，此时求解电磁场的问题就变为求解积分方程的问题。

严格地说，如果考虑到场源的结构、媒质的形状、分布和性质等各方面，则求解Maxwell方程是非常困难的。一般都须将整个问题分解为几个独立的问题分别处理，有时还必须加以理想化，即附加一些假设条件使问题更接近于便于数学处理的形式。

从数学物理观点来看，某一个物理场量 $\psi(\vec{r})$ 的偏微分方程描述了一点与邻点的关系。从一点出发逐步用微分尺度向外求解，一直到边界上的各点，有无穷多个可能的解。这时，必须根据边界条件来选择所要求的解，这就是通常所说的边值问题。

至于未知量 $\psi(\vec{r})$ 的积分方程在物理学中一般都是根据边界条件来建立的，因而它已经包含了边界条件。这就是说，积分方程不但描述了一点 $\psi(\vec{r})$ 与邻点 $\psi(\vec{r} + d\vec{r})$ 的关系，而且还描述了 $\psi(\vec{r})$ 与包括边界点在内的整个研究区域内所有点的关系。

求解电磁场边值问题的方法归纳起来可分为三类：严格的解析方法、近似解析法、数值解法，其中每一类又包括多种方法。

• 严格的解析方法

包括严格地建立和求解偏微分方程或积分方程。严格求解偏微分方程的经典方法是分离变量法和复变函数法等方法，严格求解积分方程的方法主要是变换数学法。解析法的优点是：

(1) 可将解答表示为已知函数的显式，从而可计算出精确的数值答案；(2) 可以作为近似解和数值解的检验标准；(3) 从解的表达式中可以观察到问题的内在联系和各参数对结果的影响。但是，解析法存在严重的缺点，主要是它能解决的问题很少：只有在为数不多的坐标系中能分离变量，而用积分法又往往求不出积分结果，且分析过程既困难又复杂。

在使用分离变量法时，只有当偏微分方程是线性的齐次方程，才能用叠加原理构成通解；当方程为非齐次时，其自由项和系数必须符合进行级数展开和积分变换条件，才可用Fourier分析法，否则只能用格林函数法。

在格林函数法中，先求出单位源所产生的场（称为源函数或格林函数），然后再乘以源分布函数并在源所在区域内积分而得到总场。此法的实质是空间域的格林函数法，它采用空间冲激函数 $\delta(\vec{r})$ 的序列对源分布取样，使之转换为求单位点源所产生的场分布，这种场分布犹如空间传递函数，称为格林函数。各点源产生的场作线性叠加时采用多重积分的形式求解。可见，只要已知格林函数，该问题的求解将变为求积分的数学问题，故格林函数法又称为积分法。

静电场中的格林函数**

❖ “点电荷” 的准确描述:

对于分布于体积 $\Delta\tau$ 内的电荷, 当 $\Delta\tau \rightarrow 0$ 时, 电荷密度 $\rho \rightarrow \infty$, 但保持 $\Delta\tau$ 体积内的总电量不变, 这样的分布电荷叫做“点电荷”。可以借助于 δ 函数来表示一个位于点 $\vec{r}' = \vec{a}_x x' + \vec{a}_y y' + \vec{a}_z z'$ 处、带电量为 q 的点电荷:

$$q\delta(\vec{r} - \vec{r}') = q\delta(x - x')\delta(y - y')\delta(z - z')$$

❖ 根据函数 δ 的抽样性定理, 可以证明上述点电荷的电量为:

$$\int_{\Delta\tau} q\delta(\vec{r} - \vec{r}')d\tau = q$$

(当 $\Delta\tau$ 包含点 \vec{r}' 时, 即 \vec{r}' 点 $\in \Delta\tau$)

❖ 由此即可写出一个处于 \vec{r}' 点的单位点电荷产生的电位 ϕ 的泊松方程为：

$$\nabla^2 \phi = -\frac{1}{\epsilon_0} \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

若令 $G(\vec{r}, \vec{r}') = \epsilon_0 \phi(\vec{r}, \vec{r}')$

则有： $\nabla^2 G(\vec{r}, \vec{r}') = -\delta(\vec{r}, \vec{r}')$

求解时分如下步骤：

1. 令单位点电荷位于坐标原点，即 $\vec{r}' = 0$
2. 在球坐标系中解齐次二阶偏微分方程 $\nabla^2 G = 0$ （除去原点外均满足该方程）
3. 对原点处运用高斯定律的积分形式作为边界条件求系数。

$$\varepsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{\Delta\tau} \rho d\tau \Rightarrow -\oint_S \nabla G \cdot d\vec{S} = \int_{\Delta\tau} \rho d\tau$$

可以证明（从略），上式的解为：

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \varepsilon_0 \phi(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\vec{r} \neq \vec{r}')$$

$G(\vec{r}, \vec{r}')$ 称为**无界空间中的格林函数**，它是单位点电荷产生的电位 $\phi(\vec{r}, \vec{r}')$ 与 ε_0 的乘积。

格林函数具有对称性： $G(\vec{r}, \vec{r}') = G(\vec{r}', \vec{r})$

引入格林函数可以把电位 ϕ 满足的微分方程转化为积分方程求解。

格林定理，泊松方程解的积分公式**

- ❖ 应用格林恒等式（格林定理）可以有助于处理具有复杂边界条件的电磁场问题。原则上，应用格林函数及其由格林定理推导出的泊松方程解的积分表达式可以求解任意静电场的边值问题。由此可见格林定理的重要性。下面推导格林定理：

在散度定理：
$$\int_{\tau} \nabla \cdot \vec{A} d\tau = \oint_s \vec{A} \cdot \vec{a}_n dS$$

中，令区域 τ 内的矢量场 \vec{A} 可以由同一区域内的两个标量场 ϕ, ψ 如下示：

$$\vec{A} = \phi \nabla \psi \quad (2)$$

- ❖ 将 (2) 代入 (1)，得：

$$\int_{\tau} \nabla \cdot (\phi \nabla \psi) d\tau = \oint_s \phi \nabla \psi \cdot \vec{a}_n dS \quad (3)$$

应用矢量恒等式：

$$\nabla \cdot (\phi \nabla \psi) = \phi \nabla^2 \psi + \nabla \phi \cdot \nabla \psi$$

此式来源于：

$$\text{及 } \phi \nabla \psi \cdot \vec{a}_n = \phi \frac{\partial \psi}{\partial n}$$

$$\nabla \cdot (f \vec{B}) = f (\nabla \cdot \vec{B}) + (\nabla f) \cdot \vec{B}$$

(3) 式可以化为：

$$\int_{\tau} (\phi \nabla^2 \psi + \nabla \phi \cdot \nabla \psi) d\tau = \oint_s \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} dS \quad \dots\dots\dots (4)$$

在 (4) 式中，将 ϕ 与 ψ 对调一下，得：

$$\int_{\tau} (\psi \nabla^2 \phi + \nabla \psi \cdot \nabla \phi) d\tau = \oint_s \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} dS \quad \dots\dots\dots (5)$$

(4) 式与 (5) 式相减, 得:

$$\int_{\tau} (\phi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \phi) d\tau = \oint_s \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dS \quad (6)$$

(4) 为格林第一恒等式。

(6) 称为格林第二恒等式 (格林定理)。

在 (6) 式中, 取 ψ 为格林函数, ϕ 为区域内由实际场源 $\rho(\vec{r})$ 产生的电位函数, 即 ψ 、 ϕ 分别满足:

$$\begin{cases} \nabla^2 \psi(\vec{r}) = -\delta(\vec{r} - \vec{r}') \\ \nabla^2 \phi(\vec{r}) = -\frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \psi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|}$$

代入 (6) 式，整理后得：

$$\phi(\vec{r}') = \int_{\tau} \frac{\rho(\vec{r})}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|} d\tau + \oint_S \left[\frac{1}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \frac{\partial \phi(\vec{r})}{\partial n} - \phi(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \right] ds$$

将其中的 \vec{r} 与 \vec{r}' 互换，并利用格林函数的对称性，得到：

$$\phi(\vec{r}) = \int_{\tau'} \frac{\rho(\vec{r}')}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|} d\tau' + \oint_{S'} \left[\frac{1}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \frac{\partial \phi(\vec{r}')}{\partial n'} - \phi(\vec{r}') \frac{\partial}{\partial n'} \left(\frac{1}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \right] ds'$$

上式称为**泊松方程解的积分形式**，它把区域内的电位分布 $\phi(\vec{r})$ 表示为两个积分之和：体积分表示体积 τ' 内分布电荷 $\rho(\vec{r}')$ 产生的电位，面积分表示包围体积 τ' 的表面 S' 上的源（表面 S' 上的电荷面密度 $\frac{\partial \phi(\vec{r}')}{\partial n'}$ ，以及表面 S' 上的等效偶极子层 $\phi(\vec{r}')$ ）产生的电位。

➤ 当所研究的是无边界问题时，上式中面积分为零，表明电位完全由分布电荷产生；

➤ 当所研究的体积内无电荷分布（ $\rho = 0$ ）时，则区域内的电位完全由表面上的源产生，这时上式中体积分为零；

注意：包围体积 τ' 的表面 S' 可以是物理表面，也可以是人为取定的一个计算表面，这时表面上的源并非真实存在的源，而是一种基于对区域内场分布等效的表示方法。这就是在电磁场分析中常用的**等效替换方法**。

唯一性定理

静电场的边值问题可以分为如下三类：

1. 狄利克边界条件：整个边界上的位函数均已知；
2. 牛曼边界条件：整个边界上的位函数的法向导数均已知（即已知表面电荷密度）；
3. 混合边界条件：在一部分边界上位函数已知，而在另一部分边界上位函数的法向导数已知。

解的唯一性定理就是针对上述各种边界条件提出的：
不论在何种边界条件下，泊松方程或拉氏方程的解都是唯一的。

作业：证明三种边界条件下，泊松方程或拉氏方程的解是唯一的。

由唯一性定理得到静电场问题有定解的充分必要条件：

充分条件：

当给定区域内的源分布后只要再给定了边界面的全部或每部分表面上的电位函数或电位函数的法向导数这两者之一，则区域内的电位就被唯一地确定了（定解）。

必要条件：

对于一个具有确定电位分布的区域，区域表面上的边界条件必定是被唯一地给定的，（即：不可能同时任意给定表面上的电位函数及其法向导数）

解的唯一性定理告诉我们：

在使用不同的方法得到形式上不同的解时，它们必定是等价的。

• 近似解析法

在数理方法中，主要的近似法有逐步逼近法、微扰法、变分法和迭代变分法以及采用高频技术的几何光学法、物理光学法、几何绕射法、物理绕射法等。

近似法所得的结果一般都表示为级数形式，它可以解决一些用严格解析法所不能解决的问题。近似法中的解析部分比严格法中的解析部分要少一些，但计算量却大一些，且随着对结果的期望精度的提高而急剧增大；倘若使其计算量减少，则所得的结果精度也会下降。

这里简要介绍一下**微扰法**，其基本思路是：在同一区域和同样边界条件下，考虑两个相似而又接近的偏微分方程，一个是待解方程，一个是已经有严格解的方程，**借助于后者的已知解作为待解方程的零级近似解，并在此基础上逐步逼近待解方程的解**。待解方程比有解方程多一个微扰项，所以待解方程称为有解方程的微扰。微扰项中包含一个微扰参数 ε ，这时将待解方程的本征值和本征函数展开为微扰参数 ε 的幂级数，而其中的系数通过将这些幂级数表达式代入待解方程来求得，从而计算出待解方程的零级近似解（即有解方程的解）、一级近似解、二级近似解等等。很明显，微扰法特别适合于求解一个接近有严格解的问题，此时微扰量很小；反之，当微扰量很大时，此法并不适用，而需用其它近似法，如变分法。

在变分法中，需将物理方程化为变分形式，即需要找到一个包含未知函数的泛函，而且有极值存在。这时，先假设一个试探函数，它与待求函数满足同样的边界条件和初始条件，同时它包含几个待定参数（称为变分参数），其值决定于试探函数的形式，每个待定参数由泛函对它的变分等于零而求得。试探函数中的变分参数越多则所得的结果也就越准确。采用迭代变分法可以获得更为精确的结果，而这种迭代法实质就是逐步逼近法。

基于高频技术的几何光学法、物理光学法以及在此基础上于20世纪60年代发展起来的几何绕射理论、物理绕射法主要用来解决电磁场的散射、绕射问题，例如天线的近场/远场辐射特性等，它们可以得到这些问题的比较精确的近似解。关于几何绕射理论（GTD）可参见有关书籍。

• 数值解法

这类方法又可分为纯数值法和解析数值法，它主要用于求解前两类方法难以解决的复杂边值问题，它完全依赖计算机的计算能力并原则上能解决任意复杂的边值问题及给出任意精度的计算结果。

数值法包含一个首先对待求解方程（偏微分方程或积分方程）的**离散化过程**，即将微分方程化为差分方程（用差分代替微分）、将积分方程中的积分用有限项求和来代替，并在此基础上建立代数方程组，然后用计算机求解方程组。所求结果的正确与否需用实验或其它可靠的结果来加以验证。为了减少计算量从而降低对计算机内存和CPU的要求，将数值法与解析法结合起来是值得的。

数值法应用于电磁场与微波领域，只有短短的几十年时间，但却取得了突破性的巨大进展，获得了大量有实用价值的结果，其中以有限差分法、有限元法、矩量法、边界元法、谱域等方法最有代表性。在本章中，将简要介绍矩量法和谱域法，以及用此法解决微波集成传输线的分析问题。关于其它几种数值计算方法，由于主要应用于天线和三维电磁场的计算中并已有标准算法和软件包（例如，HFSS软件、CST软件），这里不再讲解，有兴趣者可查阅参考书，或参考《计算电磁学》课程的相关内容。

对于各种数值方法的评价，可以从数值方法的**计算效率、解的存在性和唯一性、解的收敛性和稳定性、计算方法的综合误差等**诸方面去研究。一般而言，由于电磁问题的千差万别，没有一种数值方法可以解决所有的问题，只能根据具体情况选用合适的方法进行求解，才能在计算效率、解的收敛速度和精度等各方面取得最好的效果。

下表给出了在计算微波传输线时，各种方法的内容、特点和发展状况（引自 邓次平《现代微波网络导论》）。

表1-1 计算微波传输线特性参数的准静态场方法

类 别	主要内容				应用特点	主要发展状况
准静态场方法	解析的方法 (给出闭合形式的计算公式)	严格列式	保角变换法	根据保角变换原理, 通过适当的变换 $w=f(z)$, 把原传输线横截平面 $z=x+jy$ 变换成 $w=u+jv$ 平面中易于计算的规则图形; 求解 w 平面的边值问题, 计算出传输线单位长度上的电容; 由于该电容等于原结构单位长度的电容, 故可进而求得原问题的传播常数和特性阻抗	原理上只适用于静态场情况, 方法成熟, 已有许多变换公式可用。对于复杂形状结构难以求得使其变换成所要求规则图形的变换函数	与其他方法(如矩量法等)结合, 以解决复杂形状结构的精确计算问题
		近似列式	变分法	根据给定传输线横截面上电位函数所满足的泊松方程和边界条件, 由变分原理(如最小位能原理)导出该问题的稳定变分公式; 根据结构的物理特性和已有的工作经验, 选择合适的试探函数; 由变分式求出传输线单位长度的电容, 进而求出其他参数	要求掌握选择试探函数的技巧给出闭合形式的计算公式, 可计及带线导体的厚度, 能分析多个微带系统的特性。原理上只提供在真实解上、下限之内的解, 精度有限, 计算时一般都忽略介质损耗和辐射损耗, 不限于准静态应用	把对泛函的求极值问题与“离散化”的近似数值方法相结合, 产生有限元素法与边界元素法以及超限元素法

表1-1 计算微波传输线特性参数的准静态场方法（续）

类 别				主要内容	应用特点	主要发展状况
准静态场法	数值方法 （仅给出问题的确定性解）	近似列式严格求解	有限差分法	把均匀介质中和介质交界面上典型网点的电位分别用其四边邻近网点的电位近似表示（略去高次项）；从给定位置上（如边界上）已知电位的平均值开始取值，逐步迭代计算各网点的电位，在迭代中根据实际需要选择合适的步长和迭代公式；重复计算两次相邻计算结果之差值（剩余电位），直到达到所需的精度；最后由求得电位计算传输线的特性参数	适用范围广、精度高，收敛速度对结构尺寸敏感，计算量大，对于复杂结构会受计算机资源的限制，原理上不限于准静态场应用	与谱域技术、时域技术结合，发展效率更高的谱域有限差分法和时域有限差分方法
		严格列式近似求解	积分方程（格林函数法）	根据实际的或等效的物理模型，列出相应边值问题的（非齐次）场方程，求解满足该问题的格林函数；利用格林函数求解由电荷（或电流）密度的积分方程所表示的场（在求解过程中常采用格林函数的近似式和电荷密度的近似值以简化计算）；由求得的场计算传输线的特性参数	方法成熟，已有不少格林函数公式可用；可直接推广为全波分析法。对于复杂结构，求格林函数有困难（通常用满足边界条件的简正波谱来表示格林函数。而这种简正波谱有时难以求得）。当忽略简正波的高次项时会带来误差	通过傅里叶变换把空域积分方程变换成谱域的方程，得到便于求解格林函数和应用更广的谱域导纳法和谱域反射系数法等
			矩量法	利用基本电磁原理（反应原理、互易原理、等效原理等）建立包含等效源（电荷密度等）的积分方程；把未知的等效源用适当的函数展开成级数，并选择N个不同的试验函数，产生N个联立的方程，由矩阵方程求解出等效源，进而求出其它参数	在适用范围和精度方面均佳，可直接推广为全波分析法，对于较复杂的结构，为得到足够的精度，必须求解较大的矩阵方程，而且并非任何结构都能找到合适的基函数与权函数	研究建立积分方程并将其化为矩阵方程的一般化方法，并与有限差分、点选配技术等其它方法相结合，以扩大应用范围和提高效率

表1-2 计算微波传输线特性参数的全波分析法

类 别				主要内容	应用特点	主要发展状况
全波分析法	频域方法 (整个频域的数据要一次一个频率地计算)	近似列式严格求解	有限差分法	与准静态情况下有限差分法类似(在给定频率下, 给定微波结构中的场分布具有确定的形式, 故可搬用准静态情况下的一套网格离散化方法)	对波导横截面分别采用非正规的网格化, 可使外部边界条件处于所希望的远处, 不会受扰于“伪解”, 计算量大。	克服计算量大的缺点, 研究出特别适于二维中有一维均匀情况的“直线分割法”; 与矩量法等其他方法结合, 使之更适用于开放结构
			有限元法	由电磁场所满足的亥姆霍茨方程导出其极值问题的泛函; 将各均匀介质区域分成大量三角形单元, 并在单元边界上施加连续性条件, 使各三角形单元中任一点的场用该单元的三个节点参数的线性值表示; 对离散化的总体泛函或变分求极值得到本征值矩阵方程; 求解出传播常数和各节点的场值, 进而求出任一点的场值	适用性强, 是求解最一般介质波导的有效方法, 在张量媒质问题中需用矢量有限元列式, 算子不再是正定的, 存在固有的伪解问题, 计算量大。	与传输线矩阵法等不存在“伪解”问题的方法结合, 以消除伪解, 与模分析方法结合, 得到减少计算量、提高效率、加强通用性的“超限元法”

表1-2 计算微波传输线特性参数的全波分析法（续）

类 别				主要内容	应用特点	主要发展状况
全波分析法	频域方法（整频域的数据要一次一个频率地计算）	严格列式近似求解	模式展开法	求解给定结构各均匀媒质区域的边值问题，据以写出各区域场的模式展开表示式；应用边界条件求得含有模式展开式中待定系数的齐次线性方程组，利用该方程组的非平凡解条件求出待定系数，进而得到场解	能得到高精度的解，但需要解很大的矩阵方程，有时会出现相对收敛问题（采用复功率转换技术可在一定程度解决此问题）；引入等效波导概念，可方便地用于分析微带线不连续性的散射参数	与有限元法结合产生“超限元法”。采用混合模列式，并将混合模复功率转换技术与混合模横向谐振技术相结合，得到功能强的统一混合模分析方法
		半严格列式近似求解	谱域方法	通过傅里叶变换，在适当维数上把场和电流的空间函数用简正波展开，把空间域的积分方程变换到谱域，按照场的连续性和边界条件建立起场和电流的各个谱域分量之间的关系；由此得到一组关于场变量的方程组，利用反变换后的场解计算传输线和电路的特性	适用于所有有实用价值的结构，是最一般的色散计算方法；能提供所希望收敛精度之内的解（0.5%以上）；要求能给出符合真实情况的电流分布假定，且要求它易于实现傅里叶变换；能分析微带结构的不连续性；但在高次模的截止频率（附近）范围不便应用	为适应分析MMIC中多层高各向异性媒质结构等复杂情况的需要，发展了功能更强，适用范围更广的谱域导抗法和数值谱矩阵法
			各种混合方法	在列式方面，或是利用各种近似的基函数展开；或是部分利用本征函数展开，部分利用有限元的方法；或是使解在每个子区域内严格满足场方程，但只近似满足边界条件；在求解方面，采用与列式相对应的有关方法	应用范围广，能适应计及辐射损耗、导体厚度效应、衬底表面波效应的复杂情况；能针对实际问题发挥不同方法的长处，使之取长补短，需要有解析和数值计算两方面的解题技巧。	发展了利用近似本征函数和各种近似函数的半严格列式方法，以及利用超限元法的自适应谱响应模造技术

表1-2 计算微波传输线特性参数的全波分析法（续）

类 别			主要内容	应用特点	主要发展状况
全波分析法	时域分析 （可一次算出整个频域的数据）	传输线矩阵法	传播空间用TEM传输线网络表示，电磁场等效为网络中的电压和电流；在一些规定的特殊点上用电压或电流脉冲激励网络，在选定的输出点上得到一系列由固定时间间隔分开的脉冲；经傅里叶变换后得到网络的频率响应	不存在伪解问题，适用于计算其他方法难以适应的复杂结构的非开放式传输线，计算量大，要求有较大的计算资源	与有限元法相结合以解决其“伪解”问题，并增加适用范围，建立分级的TLM法，以减少计算量。与时域有限差分法结合，以提高计算效率
		时域有限差分法	给定计算区域内各点场的初始条件和所有 $t>0$ 的边界条件（包括辐射条件）；以有限差分的形式对场的旋度方程和边界条件进行空间和时间上的双重离散化，并保证在跳步计算中每一步所产生的数值误差不会积累和增长；选择适当的激励条件和有限差分网格的截断方案；求解时域场；利用傅里叶变换后的场计算电路的频响特性	是数学上最直接的时域方法，应用范围广，适用于类微带线不连续性等复杂结构中场值的精确计算：时域结果的傅里叶变换对数值误差极为敏感，当开放结构的吸收边界条件处理不当时尤甚。	研究新的吸收边界算法，改进本地吸收边界条件的质量以便在可接受的计算规模下，得到一个适于傅里叶变换敏感度的精确时域场

第二节 TEM模、TE模、TM模、LSM模、LSE模

大家在电路理论中学习的均匀传输线（长线），以及在电磁波理论课程中学习的均匀平面电磁波，实际上都是所说的**横电磁波（TEM波）**，即波的传播方向与电场矢量和磁场矢量垂直，并且电场与磁场也是相互垂直的。TEM波的传播相速度等于相同媒质中的光速。

在《微波技术基础》课程中，大家已经知道，TEM波并非是传输线上导行波的唯一传输模式，例如还有**TE波**（在波的传播方向有磁场分量但无电场分量）和**TM波**（在波的传播方向有电场分量但无磁场分量）。

TE模和TM模都有截止频率，凡是电磁波的频率低于截止频率的模式都不能传播，仅有高于截止频率的模式才能传播。TE模和TM模可以通过任意形状截面的空心金属管，而这种单导体波导却不能传输TEM波。

电磁波也可以在非封闭的介质片中传播，这时候场基本被约束在介质区域之内，而离开介质表面的场则在横向平面内迅速衰减。这种介质片所导行的波称为表面波。表面波中也可以有TE波和TM波。

本节总结电磁波沿均匀截面导波系统传输的一般特性。

在均匀、线性、各向同性、无源的媒质中随时间正弦变化的电磁场满足Maxwell方程

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -j\omega\mu\vec{H}, & \nabla \times \vec{H} &= j\omega\varepsilon\vec{E} \\ \nabla \cdot \vec{D} &= 0, & \nabla \cdot \vec{B} &= 0\end{aligned}\quad (1.1)$$

场量用矢量位 \vec{A} 和标量位 ϕ^n 表示为：

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad \vec{E} + j\omega\mu\vec{A} = -\nabla\phi^n$$

在洛伦兹（Lorentz）条件 $\nabla \cdot \vec{A} = -j\omega\varepsilon\phi^n$ 下，有以下关系：

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = 0$$

$$\vec{E} = -j\omega\mu\vec{A} + \frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla(\nabla \cdot \vec{A})$$

$$\nabla^2 \phi^n + k^2 \phi^n = 0$$

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A}$$

假设波沿+Z方向传播，选取

$$\vec{A} = \vec{a}_z \phi^e = \vec{a}_z \phi^e(x, y) e^{-jk_z z} \Rightarrow \nabla_{xy}^2 \phi^e(x, y) + (k^2 - k_z^2) \phi^e(x, y) = 0$$

ϕ^e 称为**标量电位**，则直角坐标系中各场分量为：

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{j\omega\varepsilon} \cdot \frac{\partial^2 \phi^e}{\partial x \partial z}, & H_x &= \frac{\partial \phi^e}{\partial y} \\ E_y &= \frac{1}{j\omega\varepsilon} \cdot \frac{\partial^2 \phi^e}{\partial y \partial z}, & H_y &= -\frac{\partial \phi^e}{\partial x} \\ E_z &= \frac{1}{j\omega\varepsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) \phi^e, & H_z &= 0 \end{aligned}$$

(1.1)

注意： $(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2) \phi^e = (k^2 - k_z^2) \phi^e(x, y) e^{-jk_z z}$

利用二重性原理，选择**矢量电位**

$$\vec{F} = \vec{a}_z \varphi^h = \vec{a}_z \varphi^h(x, y) e^{-jk_z z} \Rightarrow \nabla_{xy}^2 \varphi^h(x, y) + (k^2 - k_z^2) \varphi^h(x, y) = 0$$

φ^h 称**标量磁位**，则得场量在直角坐标中的各分量为：

$$E_x = -\frac{\partial \varphi^h}{\partial y}, \quad H_x = \frac{1}{j\omega\mu} \cdot \frac{\partial^2 \varphi^h}{\partial x \partial z}$$

$$E_y = \frac{\partial \varphi^h}{\partial x}, \quad H_y = \frac{1}{j\omega\mu} \cdot \frac{\partial^2 \varphi^h}{\partial y \partial z}$$

$$E_z = 0, \quad H_z = \frac{1}{j\omega\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) \varphi^h$$

(1. 2)

注意： $\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) \varphi^h = (k^2 - k_z^2) \varphi^h(x, y) e^{-jk_z z}$

当选择合适的标量位代入上面两式，就可求得均匀无源区域的总场量。根据总场量是否存在 E_z 或 H_z 分量，可以把均匀波导系统中传播波的模式分为三种类型。

- 横电磁（TEM）模。这种模式既无 E_z 分量又无 H_z 分量。
- 横磁（TM）模。这种模式有 E_z 分量但没有 H_z 分量。
- 横电（TE）模。这种模式有 H_z 分量但没有 E_z 分量。

横电磁（TEM）模：在导波系统中的TEM模，因 $E_z=0$ ， $H_z=0$ 。从式(1.1)和式(1.2)得知

$$k^2 - k_z^2 = 0$$

或

$$k_z = k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

上式表明TEM模的传播常数与无界的同样媒质中均匀平面波的传播常数相同。因此得到TEM模的传播相速度和波阻抗为：

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad Z_{TEM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{k}{\omega\varepsilon} = \frac{\omega\mu}{k} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

可见，TEM模的波阻抗等于媒质的本征阻抗，TEM模的相速度和波阻抗都不随频率变化。

横磁 (TM) 模: TM模在传播方向上不存磁场分量, $H_z=0$ 。式(1.1) 是一组**不含 H_z 的场量式**, 称为**对于Z轴方向的TM模的场量表示式**。根据波导的边界条件解标量电位 φ^e 所满足的波动方程, 再利用式(1.1) 便可确定TM各场量。标量电位 φ^e 所满足的波动方程为:

$$\nabla_{xy}^2 \varphi^e(x, y) + (k^2 - k_z^2) \varphi^e(x, y) = 0$$

$$\text{令 } k_c^2 = k^2 - k_z^2, \text{ 则 } \nabla_{xy}^2 \varphi^e(x, y) + k_c^2 \varphi^e(x, y) = 0$$

根据波导的边界条件, 上式只有当 k_c 为某些离散值时方程才有解, 有解存在的 k_c 值称为边值问题的特征值。

从 $jk_z = \sqrt{k_c^2 - k^2}$ 得知，当传播常数 jk_z 等于零时，发生临界情况：

$$\omega_c^2 \mu \varepsilon = k_c^2$$

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

频率 f_c 称为截止频率。 $jk_z = k_c \sqrt{1 - (f / f_c)^2}$

上式表明，当 $f > f_c$ 时 jk_z 为虚数是**传输模**。当 $f < f_c$ 时 jk_z 为实数是**衰减模**。而 $f = f_c$ 时 $jk_z = 0$ ，称为**临界截止情况**。

当 $f > f_c$ 时，模式能够传输。此时，

$$jk_z = jk\sqrt{1 - (f_c / f)^2}$$

波导中传播常数： $k_z = k\sqrt{1 - (f_c / f)^2}$

波导波长： $\lambda_g = \frac{2\pi}{k_z} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (f_c / f)^2}} > \lambda$

相速度： $v_p = \frac{\omega}{k_z} = \frac{c}{\sqrt{1 - (f_c / f)^2}} > c$

群速度： $v_g = \frac{d\omega}{dk_z} = v_p \sqrt{1 - (f_c / f)^2} < v_p$

波阻抗： $Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{E_y}{H_x} = \frac{k_z}{\omega\epsilon} \cdot \sqrt{\mu/\epsilon} \cdot \sqrt{1 - (f_c / f)^2}$

在波导中TM模的波阻抗是电阻性的，且小于媒质的本征阻抗。

当 $f < f_c$ 时，即工作频率低于截止频率， jk_z 是一实数：

$$jk_z = \alpha = k_c \sqrt{1 - (f / f_c)^2}$$

这是一个衰减常数，所有场量均包含衰减因子 $e^{-\alpha z}$ ，所以沿 z 方向场量很快衰减。

此时，TM模的波阻抗为

$$Z_{TM} = -j \frac{k_c}{\omega \epsilon} \sqrt{1 - (f / f_c)^2}$$

因此，低于截止频率的TM衰减模的波阻抗是纯电抗（纯电容性）。

横电 (TE) 模: TE模在传播方向不存在电场分量, $E_z = 0$ 。

式(1.2)是一组不含 E_z 的场量式, 称为**对于Z轴方向的TE模的场量表示式**。根据波导的边界条件解得标量磁位 φ^h 后便可确定TE模各场量。标量磁位的波动方程为:

$$\nabla_{xy}^2 \varphi^h(x, y) + (k^2 - k_z^2) \varphi^h(x, y) = 0$$

令 $k_c^2 = k^2 - k_z^2$, 则 $\nabla_{xy}^2 \varphi^h(x, y) + k_c^2 \varphi^h(x, y) = 0$

从 $jk_z = \sqrt{k_c^2 - k^2}$ 得知, $jk_z = 0$ 时得到TE模截止频率:

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

当 $f > f_c$ 时是**传输模**, 当 $f < f_c$ 时是**衰减模**。而 $f = f_c$ 时为**临界截止情况**。

当 $f > f_c$ ，在这个频率范围， jk_z 是虚数，是传输模。传播

常数为： $jk_z = jk\sqrt{1-(f_c/f)^2}$

因此 k_z 、 λ_g 、 v_ρ 和 v_g 的公式与 TM 模相同。

TE 模的波阻抗

$$Z_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{k_z} = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{1-(f_c/f)^2}$$

在波导中传播 TE 模的波阻抗是纯电阻性的，且总大于媒质的本征阻抗。

当 $f < f_c$ 时，TE 模是非传输模或衰减模： $jk_z = \alpha = k_c\sqrt{1-(f/f_c)^2}$

当 $f < f_c$ 时 TE 模的波阻抗 $Z_{TE} = j\frac{\omega\mu}{k_c\sqrt{1-(f/f_c)^2}}$ 是纯电抗（纯电感）。

LSM模和LSE模：

前面是通过把波导模式分为对Z轴（传播方向）的TM和TE两组模式从而给出场量表达式的，这是一种常用的模式划分方法。此外，在许多场合，还采用LSE和LSM模的分类方法。

LSM模：磁场在纵向平面内

LSE模：电场在纵向平面内

上述划分方法又可细分为两类模式，分别是（相当于）：

第一类：把波导模表示为**对于X轴的TM模和TE模式**组。这组模式的场量表达式只需把式(1.1)、(1.2)中的变量 x 、 y 、 z 经过一次循环互换就可得到：

对于x轴的TM模场量表示式：

$$E_x = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2 \right) \phi^e, \quad H_x = 0$$

$$E_y = \frac{1}{j\omega\epsilon} \cdot \frac{\partial^2 \phi^e}{\partial x \partial z} \quad H_y = \frac{\partial \phi^e}{\partial z}$$

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon} \cdot \frac{\partial^2 \phi^e}{\partial x \partial z} \quad H_z = -\frac{\partial \phi^e}{\partial y}$$

对于x轴的TM模，没有 H_x 分量，磁场在纵向yoz平面内，称为**LSM模**。

对于X轴的TE模场量表示式：

$$E_x = 0 \quad H_x = \frac{1}{j\omega\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2 \right) \phi^h$$

$$E_y = -\frac{\partial \phi^h}{\partial z} \quad H_y = \frac{1}{j\omega\mu} \cdot \frac{\partial^2 \phi^h}{\partial x \partial y}$$

$$E_z = \frac{\partial \phi^h}{\partial y} \quad H_z = \frac{1}{j\omega\mu} \cdot \frac{\partial^2 \phi^h}{\partial x \partial z}$$

对于X轴的TE模没有 E_x 分量，电场仅在纵向yoz平面内，故称**LSE模**。

可以注意到，现在的模式组中 E_z 和 H_z 两分量一般都存在。同时存在对于z轴的TE和TM模称为**混合模**。具有混合模的导行系统采用LSM模或LSE模来分析是方便的。

第二类：把波导模表示为**对于Y轴的TM模和TE模式**组。这组模式的场量表达式也可用类似的循环互换得到：

对于y轴TM模场量表示式：

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial^2 \phi^e}{\partial y \partial z} & H_x &= \frac{\partial \phi^e}{\partial z} \\ E_y &= \frac{1}{j\omega\epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \right) \phi^e & H_y &= 0 \\ E_z &= \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial^2 \phi^e}{\partial y \partial z} & H_z &= \frac{\partial \phi^e}{\partial x} \end{aligned}$$

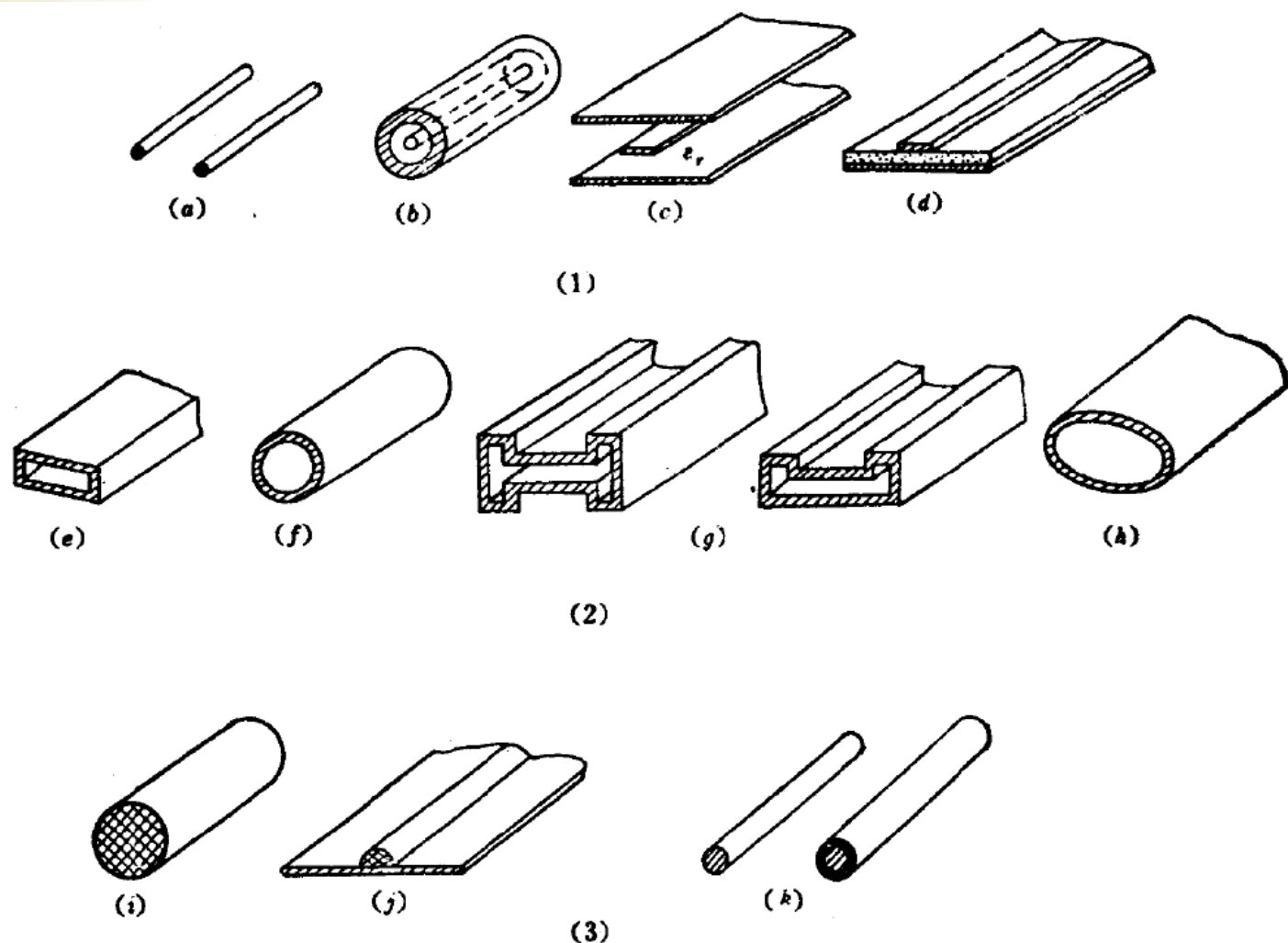
对于Y轴的TM模，没有 H_y 分量，磁场在纵向xoz平面内，也称为**LSM模**。

对于y轴TE模场量表示式：

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{\partial \phi^h}{\partial z} & H_x &= \frac{1}{j\omega\mu} \cdot \frac{\partial^2 \phi^h}{\partial y \partial x} \\ E_y &= 0 & H_y &= \frac{1}{j\omega\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \right) \phi^h \\ E_z &= -\frac{\partial \phi^h}{\partial x} & H_z &= \frac{1}{j\omega\mu} \cdot \frac{\partial^2 \phi^h}{\partial y \partial x} \end{aligned}$$

对于Y轴的TE模，没有 E_y 分量，电场在纵向xoz平面内，也称为**LSE模**。

对于y轴的TM和TE模也称为**LSM模**和**LSE模**，都是对于z轴的TM和TE混合模。



(1) TEM 或准 TEM 传输线；(2) 金属波导；(3) 表面波波导

(a) 平行双导线；(b) 同轴线；(c) 带状线；(d) 微带线；(e) 矩形波导；(f) 圆形波导；
(g) 脊形波导；(h) 椭圆波导；(i) 介质波导；(j) 镜像线；(k) 单根表面波传输线

图1-1 几种常见的微波传输线结构示意图

第三节 传输线分析中的矩量法与谱域法

边界条件分为三类：第一类规定边界上的场量本身；第二类规定边界上场变量的梯度；第三类为混合型。对微分方程进行积分求解并代入边界条件即可得到定解。

电磁场边值问题包括三项要素：源分布、媒质和边界条件、场分布。据此可将电磁场边值问题划分为四类具体的求解任务：

- (1) 已知媒质和边界条件，求出可能存在的各种场分布模式；
- (2) 已知媒质和边界条件，求实际激励下的场源分布；
- (3) 已知媒质、边界条件和场源分布，求实际的场分布；
- (4) 已知场源分布和场分布，求媒质和边界条件的问题，它属于电磁场边值问题的逆问题（反演）。

对微分方程进行积分求解并代入边界条件即可得到定解。实际上，代入边界条件后仍有许多问题还是无法求解，于是提出了积分描述法。

在积分描述法中，从全区域出发，建立以积分形式表示的方程，并对这类积分形式的方程进行变分取它的平稳值，即得问题的解答。人们把寻求变分形式的方程并通过变分求解的原理称为**变分原理**。变分原理通常是针对积分形式的方程来说的。**变分原理也有两类边界条件：一类称为强加边界条件**，与微分方程的第一类边界条件相同，积分方程进行变分求解后还须另外加上；**另一类称为自然边界条件**，这类边界条件与微分方程的第二、三类边界条件相当，但它可以自然地包含在积分形式的方程中，变分后无须另外加上。

求场分布的基本数学模型是齐次或非齐次偏微分方程的定解问题，这只有在简单的媒质和边界条件下才可能用经典方法得到解析形式的严格解；求场源分布的基本数学模型是积分方程，一般难于找到严格解，多数情况下需借助于各种近似方法。

由电磁场的Maxwell方程可以直接导出各种偏微分方程，如泊松方程、亥姆霍兹方程等，再利用格林函数可以将之转化为各种积分方程或微分—积分方程。若将微分方程或积分方程看作线性算子方程，则又转化为等价的变分方程。另一方面，根据电磁场的某些基本原理，可以直接引出场函数的某种泛函驻定的变分方程，它们又对应于等价的欧拉微分方程。由此可见，对于同一电磁场问题，可以用三种不同形式的方程来描述和求解——微分方程、积分方程、变分方程，所得结果是等价的。

通常，只有在较简单的媒质和边界条件下，才能找到微分方程和积分方程的严格解析解。在绝大多数情况下，除了用有限差分法等数值计算方法求取微分方程或积分方程的数值解之外，只能依靠各种泛函方法求得解析形式的近似解。

泛函解法的基本思路是：将未知函数 $U(\vec{r})$ 表示成某一线性无关函数的完备序列 $\{\varphi_n(\vec{r}), n = 1, 2, \dots\}$ 之线性组合：

$$U(\vec{r}) = \sum_n^{\infty} c_n \varphi_n(\vec{r})$$

从而使求解未知函数的任务转化为求解展开系数序列 $\{c_n, n = 1, 2, \dots\}$ 的工作。将该函数序列的元素 $\{\varphi_n\}$ 当作函数空间的基或坐标，称作**基函数或坐标函数**，则展开项 $\{c_n \varphi_n\}$ 就是U在函数空间的坐标分量。

由于线性无关函数的完备序列含有无穷多个元素，因此对应应有无穷多个待求的展开系数。

实际上不可能得到包含无穷多个系数的准确解，只能试求包含有限个系数 $\{c_n, n = 1, 2, \dots, N\}$ 的近似解，并据此构成未知函数U的N级近似解：

$$U^{(N)} = \sum_n^N c_n \varphi_n$$

不同的N对应不同的近似解 $U^{(N)}$ ，各级近似解将随着N的增加而愈来愈接近准确解U，且当N趋于无穷大时收敛于准确解：

$$\lim_{N \rightarrow \infty} U^{(N)} = U$$

基函数序列的选取是泛函解法的出发点，它们直接影响着近似解序列的收敛速度以及求解过程的繁简程度，因而**它也是泛函解法的关键**。

泛函解法可分为变分法和加权余量法。变分法从未知函数的变分方程出发，将泛函驻定条件转化为对各展开系数的多元函数的极值条件，在实际应用时有多种具体解法，其中以里兹(Ritz)法应用最广，概念简明。

加权余量法从线性算子方程出发，按准确解和近似解分别代入方程或边界条件后的差值定义余量，令它在算子定义域上的加权积分等于零，借以限制近似解的误差。根据余量的不同定义方式，可分为矩量法、边界积分法和一般加权余量法；按所选取的权函数序列的不同，又分为迦辽金(Galerkin)法、子域法、点匹配法、最小二乘法等多种具体解法。迦辽金(Galerkin)法与里兹法等价，已被证明是收敛最快的权函数选取方式，而子域法与有限差分法结合发展成有限元法和边界元法。

各种泛函解法的处理过程总是将未知函数的差分方程或线性算子方程转化为展开系数序列的线性代数方程组，或写成矩阵方程的形式，而线性方程组的求解方法是大家在《数值计算》课程中学习过的。

矩量法是一种将连续方程离散化为代数方程组的方法，此法对于求解微分方程和积分方程均适用。哈林顿（R. F. Harrington）于1968年出版的专著中，对用此法求解电磁问题作了全面而深入的分析，用统一的观点简单扼要地介绍了这种方法。

矩量法就是先将需要求解的偏微分方程或积分方程写成带有微分或积分算符的符号方程，再将待求函数表示为某一组选用的基函数的线性组合并代入符号方程，最后用一组选定的权函数对所得的方程取矩量，就得到一个矩阵方程或代数方程组。剩下的问题就是利用计算机进行大量的数值计算，包括矩阵的反演（求逆矩阵）和数值积分等。

用此法可以达到所需要的精确度。必须指出，这种方法中的解析部分很简单，但其计算工作量很大，即使用高速大容量计算机，计算任务也很繁重。

矩量法能够解决第一类和第二类方法所不能解决的边界比较复杂的一些问题，因而此法得到了比较广泛的应用，特别是在[天线分析和电磁场散射问题](#)中更有广泛应用的前景。

矩量法是一种将连续方程离散化成代数方程组的方法，[它既适用于求解微分方程，又适用于求解积分方程](#)。由于已有有效的数值计算方法求解微分方程，故[目前矩量法大都用来求解积分方程](#)。对于不同问题应采用不同形式的矩量法才能奏效。

根据线性空间的理论， N 个线性方程的联立方程组、微分方程、差分方程、积分方程等均属于希尔伯特空间中的算子方程，这类算子方程可化为矩阵方程求解。由于在求解过程中，需要计算[广义矩量](#)，故此种方法称之为矩量法。

事实上，矩量法是将算子方程化为矩阵方程，然后求解该矩阵方程的方法，进一步分析还会看到，它**实质上是内域基加权余量法**。

设有**算子方程**

$$L(f) = g$$

式中L为算子。算子方程可以是微分方程、差分方程或积分方程，g是已知函数如激励源，f为未知函数如电流。假定算子方程的解存在且是唯一的，于是有逆算子 L^{-1} 存在，则使 $f = L^{-1}(g)$ 成立。**算子L的定义域为算子作用于其上的函数f的集合，算子L的值域为算子在其定义域上运算而得的函数g的集合。**

假定两个函数 f_1 和 f_2 以及两个任意常数 a_1 和 a_2 有如下关系：

$$L(a_1 f_1 + a_2 f_2) = a_1 L(f_1) + a_2 L(f_2)$$

则称为L为线性算子。

在应用矩量法处理问题的过程中，需要求内积 $\langle f, g \rangle$ 的运算。

内积定义为：

在希尔伯特空间H中两个元素 f 和 g 的内积是一个标量（实数或复数），记为 $\langle f, g \rangle$ ，内积运算满足下列关系：

- (1) $\langle f, g \rangle = \langle g, f \rangle$
- (2) $\langle a_1 f + a_2 g, h \rangle = a_1 \langle f, h \rangle + a_2 \langle g, h \rangle$
- (3) 若 $f \neq 0$ ，则 $\langle f, f^* \rangle > 0$
若 $f = 0$ ，则 $\langle f, f^* \rangle = 0$

式中， a_1, a_2 为标量， f^* 为 f 的共轭量。

下面用线性空间和算子的概念来解释矩量法的定义。假定取算子方程为第一类弗雷德霍姆Fredholm积分方程

$$\int_a^b G(z, z') f(z') dz' = g(z)$$

式中 $G(z, z')$ 为核, $g(z)$ 为已知函数, $f(z')$ 为未知函数。首先用线性独立的函数 $f_n(z)$ 来近似表示未知函数, 即:

$$f(z') \approx \sum_{n=1}^N a_n f_n(z')$$

a_n 为待定系数, $f_n(z')$ 为算子域内的基函数（内域基）。N为正整数, 其大小根据要求的计算精度确定。

将 $f(z')$ 的近似表达式代入算子方程左端，则得：

$$\sum_{n=1}^N a_n L[f_n(z')] \approx g(z)$$

由于 $f(z')$ 用近似式表示，所以算子方程的左端近似值与其右端精确值 $g(z)$ 之间存在如下关系：

$$\varepsilon(z) = \sum_{n=1}^N a_n L[f_n(z')] - g(z)$$

$\varepsilon(z)$ 称为余量或残数。如果令余量的加权平均值为零，即

$$\langle \varepsilon(z), W_m \rangle = 0, \quad m = 1, 2, \dots, N$$

式中 W_m 是权函数序列，这就是加权余量法。将上式展开便可得到典型形式的矩量方程。所谓内域基，是指基函数 f_n 必须在算子L的定义域内选择并且满足边界条件。

矩量法是数值求解场问题的统一处理方法，对于算子方程 $L(f) = g$ 的矩量法解，可以归纳成统一的求解步骤，包括三个基本的求解过程。

1. 离散化过程

这一过程的主要目的在于将算子方程化为代数方程，其具体步骤是：

- (1) 在算子L的定义域内适当地选择一组基函数（或称展开函数） f_1, f_2, \dots, f_n ，它们应该是线性无关的；

(2) 将未知函数 $f(x)$ 表示为该组基的线性组合，取有限项近似，即，

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n f_n \quad \rightarrow \quad f_N(x) \approx \sum_{n=1}^N a_n f_n$$

(3) 将上式代入到算子方程中，利用算子的线性，将算子方程化为代数方程，即

$$\sum_{n=1}^N a_n L(f_n) \approx g$$

于是，求解 $f(x)$ 的问题就转化为求解 f_n 的系数的问题

2. 取样检验过程

为了使 $f(x)$ 的近似函数 $f_N(x)$ 与 $f(x)$ 之间的误差极小，必须进行取样检验，在取样点上使加权平均误差为零，从而确定未知系数 a_n 。这一过程的基本步骤为：

(1) 在算子 L 的值域内适当地选择一组权函数（又称检验函数） W_1, W_2, \dots, W_n ，它们也应该是彼此线性无关的。

(2) 将 W_n 与前式取内积进行抽样检验，因为要确定 N 个未知数，需要进行 N 次抽样检验，则：

$$\left\langle \sum_{n=1}^N a_n L(f_n), W_m \right\rangle = \langle g, W_m \rangle, \quad m=1, 2, \dots, N$$

(3) 利用算子的线性和内积的性质，将上式化为矩阵方程，即

$$\sum_{n=1}^N a_n \langle L(f_n), W_m \rangle = \langle g, W_m \rangle, \quad m=1, 2, \dots, N$$

将它写成矩阵形式：

$$[l_{mn}][a_n] = [g_m], \quad m = 1, 2, \dots, N$$

式中：

$$[a_n] = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}, \quad [g_m] = \begin{bmatrix} \langle g, W_1 \rangle \\ \langle g, W_2 \rangle \\ \vdots \\ \langle g, W_N \rangle \end{bmatrix}$$

$$[l_{mn}] = \begin{bmatrix} \langle L(f_1), W_1 \rangle & \langle L(f_2), W_1 \rangle & \cdots & \langle L(f_N), W_1 \rangle \\ \langle L(f_1), W_2 \rangle & \langle L(f_2), W_2 \rangle & \cdots & \langle L(f_N), W_2 \rangle \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \langle L(f_1), W_N \rangle & \langle L(f_2), W_N \rangle & \cdots & \langle L(f_N), W_N \rangle \end{bmatrix}$$

于是，求解代数方程问题转化为求解矩阵方程的问题。

3. 矩阵求逆过程

一旦得到了矩阵方程，通过常规的矩阵求逆或求解线性方程组，就可以得到矩阵方程的解：

$$[a_n] = [l_{mn}]^{-1} [g_m]$$

式中 $[l_{mn}]^{-1}$ 是矩阵 $[l_{mn}]$ 的逆矩阵。将求得的展开系数 a_n 代入，便得到原来算子方程的近似解

$$f(x) \approx \sum_{n=1}^N a_n f_n(x)$$

以上所述是矩量法求解算子方程的基本过程。在矩量法的所有应用中，通常都要遵循这个统一的过程。

基函数与权函数的选择

矩量法的求解过程是简单的，求解步骤是统一的，应用起来也比较方便。然而，要想使矩量法应用得好并不十分容易，它取决于许多因素，例如离散化的程度、基函数与权函数的选择、矩阵的求解过程等，其中基函数和权函数的选择尤其重要。

基函数可以分为全域基和分域基，权函数可分为全域权、分域权和点选配，它们之间的不同组合便形成不同的方法。下面将通过具体例子加以说明。

设有一平行板电容器，板A、B之间相距为1，
极板间电荷分布为 $\rho(x) = \varepsilon(1+4x^2)$ ， x 垂直于平板方向。求极板间电位分布 $\phi(x)$ 。

由电磁场中的泊松方程和边界条件可以建立该问题的数学模型

$$\begin{cases} -\frac{d^2\phi}{dx^2} = 1 + 4x^2, & x \in [0, 1] \\ \phi(0) = 0 \\ \phi(1) = 0 \end{cases}$$

严格求解该方程，得到电位分布精确解为

$$\phi(x) = \frac{5}{6}x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^4$$

为了说明矩量法的概念、求解过程以及基函数和权函数的选择，下面用矩量法求解上述微分方程。为此首先将微分方程表示为算子方程

$$L(\phi) = 1 + 4x^2$$

式中 $L = -\frac{d^2}{dx^2}$ 是微分算子，该算子方程实则是一个二阶常微分方程。

(一) 全域基函数

所谓**全域基函数**是指在算子L定义域内的全域上存在的一组基函数。它们应该满足边界条件且彼此线性无关。在矩量法求解的离散化过程中，选择全域基函数作为展开函数，实际上将未知函数表示为全域 $[0,1]$

上存在的若干个离散化基函数的线性组合。在上例中，选择满足边界条件且在全域存在的函数 $\phi_n(x)$ 为基函数，设

$$\phi_n(x) = x - x^{n+1}$$

则未知函数 $\phi(x)$ 可以表示为

$$\phi(x) = \sum_{n=1}^N a_n \phi_n(x)$$

代入到算子方程并利用算子的线性性质，则

$$\sum_{n=1}^N a_n L(\phi_n) = 1 + 4x^2$$

以上各式中的 a_n 是未知的展开系数。

1. 全域权

在算子L的值域内选择一组权函数 W_1, W_2, \dots, W_m ，它是一组在L值域的全域上存在的权函数，如果取 $W_m = \phi_m$ 即权函数等于基函数，则称为**迦辽金法**，此时

$$W_m = x - x^{m+1}$$

将 W_m 与前式取内积，利用内积性质，则

$$\sum_{n=1}^N a_n \langle L(\phi_n), W_m \rangle = \langle 1 + 4x^2, W_m \rangle, \quad m=1, 2, \dots, N$$

写成矩阵方程为

$$[l_{mn}][a_n] = [g_m]$$

式中矩阵元素为

$$l_{mn} = \langle L(\phi_n), W_m \rangle = \int_0^1 \frac{d^2(x - x^{n+1})}{dx^2} \cdot (x - x^{m+1}) dx = \frac{mn}{m+n+1}$$

$$g_m = \langle 1 + 4x^2, W_M \rangle = \int_0^1 (1 + 4x^2)(x - x^{m+1}) dx = \frac{m(3m+8)}{3(m+2)(m+2)}$$

通过矩阵求逆，可得到展开系数 a_n 为：

N=1时， $l_{11} = \frac{1}{3}$ ， $g_1 = \frac{11}{30}$ ， 则 $a_1 = \frac{11}{10}$ ， 于是求得电位分布为

$$\phi(x) = a_1 \phi_1(x) = \frac{11}{10}(x - x^2)$$

N=2时，矩阵方程

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{4}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{11}{30} \\ \frac{7}{12} \end{bmatrix}$$

求得 $a_1 = \frac{1}{10}$, $a_2 = \frac{2}{3}$, 于是

$$\phi(x) = a_1 \phi_1(x) + a_2 \phi_2(x) = \frac{23}{30}x - \frac{1}{10}x^2 - \frac{2}{3}x^3$$

N=3时，矩阵方程为

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{1} & \frac{2}{4} & \frac{5}{1} \\ \frac{2}{3} & \frac{5}{5} & \frac{9}{7} \\ \frac{5}{5} & 1 & \frac{7}{7} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{11}{30} \\ \frac{7}{12} \\ \frac{51}{70} \end{bmatrix}$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \quad a_2 = 0 \quad a_3 = \frac{1}{3}$$

$$\phi(x) = a_1 \phi_1(x) + a_2 \phi_2(x) + a_3 \phi_3(x) = \frac{5}{6}x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^4$$

显然，当N=3时已得到了电位分布的精确解。

2. 点选配

全域基、全域权的迦辽金法是一种常用求解方法。但是，如果算子本身是复杂的积分算子，或者选择了比较复杂的基函数，由于内积运算本身又是积分运算，从而使矩阵元素 l_{mn} 和 g_m 的形成十分困难。此时，为了简化计算，可利用 δ 函数的筛选性

$$\int f(x)\delta(x-x_0)dx = f(x_0)$$

选用 δ 函数作为权函数，将使内积计算得以简化。这种以 δ 函数为权函数的取样检验过程实质上是使近似函数 $\phi_N(x) = \sum_{n=1}^N a_n \phi_n(x)$ 在一些离散的取样点上满足余量方程，故称为点选配。

取权函数 $W_m = \delta(x - x_m)$

式中 x_m 称为选配点。为了选取N个选配点进行取样检验，必须将区间 $[0,1]$ 分为N+1个分区间，对于等间隔划分，则

$$x_m = \frac{m}{N+1}, m = 1, 2, \dots, N$$

由此即可求出元素为：

$$l_{mn} = n(n+1) \left(\frac{m}{N+1} \right)^{n-1}$$

$$g_m = 1 + \left(\frac{m}{N+1} \right)^2$$

$N=1$ 时, $l_{11}=2$, $g_1=2$, 则 $a_1=1$, 于是

$$\phi(x) \approx a_1 \phi_1(x) = x - x^2$$

$N=2$ 时, 矩阵方程为:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{13}{9} \\ \frac{25}{9} \end{bmatrix}$$

求得 $a_1 = \frac{1}{18}$, $a_2 = \frac{2}{3}$, 于是

$$\phi(x) = \sum_{n=1}^2 a_n \phi_n(x) = \frac{13}{18}x - \frac{1}{18}x^2 - \frac{2}{3}x^3$$

$N=3$ 时, 矩阵方程为:

$$\begin{bmatrix} 2 & \frac{3}{2} & \frac{3}{4} \\ 2 & 3 & 3 \\ 2 & \frac{9}{2} & \frac{27}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} \\ 2 \\ \frac{13}{4} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

求得: $\phi(x) = \sum_{n=1}^3 a_n \phi_n(x) = \frac{5}{6}x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^4$, 也得到了同样精度的解。

全域基函数是在算子 L 的全域上存在的基函数，如果事先能够了解未知函数的特性，例如已经知道对称振子天线上的电流分布接近正弦分布，选择符合这种特性的函数作为基函数，其解的收敛是很快的，即只需很少几个展开函数的线性组合便能较好地逼近未知函数。收敛快是全域基函数的最大优点。它的缺点是，未知函数的特性往往事先并不了解，或者很难用一个函数在全域上描述它，因此无法选择合适的全域基函数。有时，即使找到了合适的全域基函数，由于算子本身很复杂，再加上求内积运算时会使积分变得更复杂，显著增加了计算量，从而限制了全域基的应用。

(二) 分域基函数

分域基函数不是在算子L定义的全域上存在的，而仅仅是存在于算子定义域的各个分域上的函数。选择分域基函数作为未知函数的展开函数，在矩量法求解的离散化过程中是一种区域离散，即未知函数表示为各个分域上存在的函数之线性组合。现仍采用全域基函数中的例子进行研究。最简单的分域基函数是脉冲函数，它定义为

$$p(x - x_n) = \begin{cases} 1, & \text{在分域}\Delta x_n\text{上} \\ 0, & \text{在分域}\Delta x_n\text{外} \end{cases}$$

但是，它不在二阶微分算子 $L = -\frac{d^2}{dx^2}$ 的定义域内，因此它不能作为本例中未知函数的基函数。

如果采用分段线性（三角形）函数作为分域基函数，它的一阶导数是脉冲函数，二阶导数是 δ 函数，如下图所示。三角形函数在算子 L 的定义域内。为了满足边界条件，并且不至于出现 $\phi(x)$ 恒等于零的点，可将全域 $[0,1]$ 分为 $N+1$ 个相等的分域，每个分域的区间长度 $\Delta x = \frac{1}{(N+1)}$ ，则 $\phi(x)$ 可以表示为 N 个分域基函数（ N 个三角形函数）的线性组合。每个分域基可以表示为：

$$\phi_n(x) = T(x - x_n) = \begin{cases} 1 - (N+1)|x - x_n|, & |x - x_n| \leq \frac{1}{N+1} \\ 0, & |x - x_n| > \frac{1}{N+1} \end{cases}$$

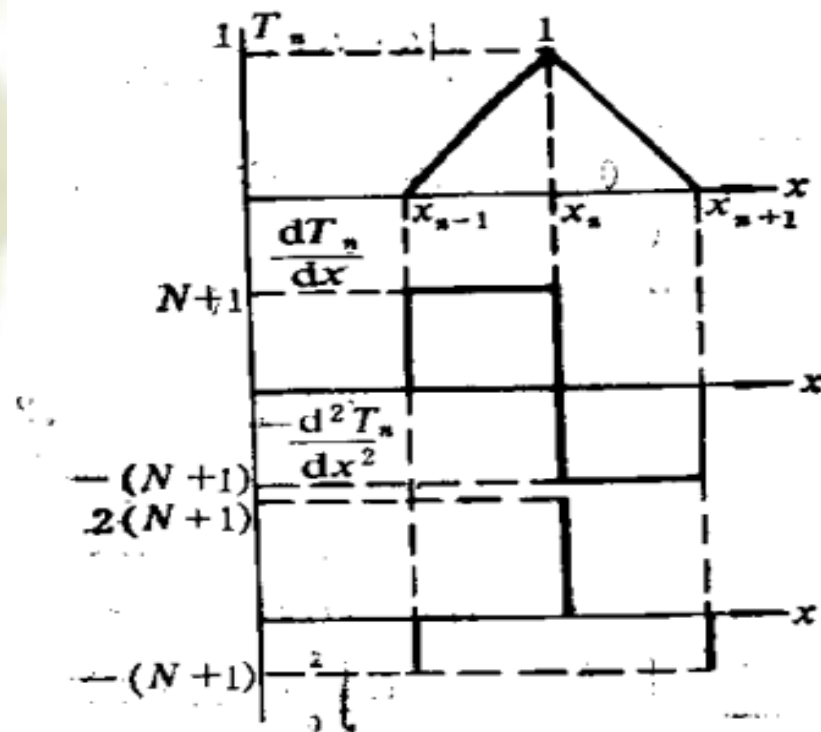


图 分段线性（三角形）函数作为分域基函数

于是，未知函数 $\phi(x)$ 可以表示为

$$\phi(x) = \sum_{n=1}^N a_n T(x - x_n)$$

代入到算子方程中得到相应的代数方程

$$\sum_{n=1}^N a_n L[T(x-x_n)] = 1 + 4x^2$$

按照矩量法求解的第二过程，在算子L的值域中适当地选择一组权函数 W_1, W_2, \dots, W_N ，一般来说，它可是全域权、分域权或 δ 函数权（点选配）。但对于本例而言，由于选择了三角形基函数，故 $L[T(x-x_n)]$ 是 δ 函数，为了使内积有意义，不能再选择 δ 函数为权函数，如果选择脉冲函数为权函数，即令

$$W_m = P(x-x_m) = \begin{cases} 1, & (|x-x_m| \leq \frac{1}{2(N+1)}) \\ 0, & (|x-x_m| > \frac{1}{2(N+1)}) \end{cases}$$

它与基函数的对应关系如下图所示。将 W_m 与代数方程取内积，使代数方程化为矩阵方程，相应的矩阵元素为：

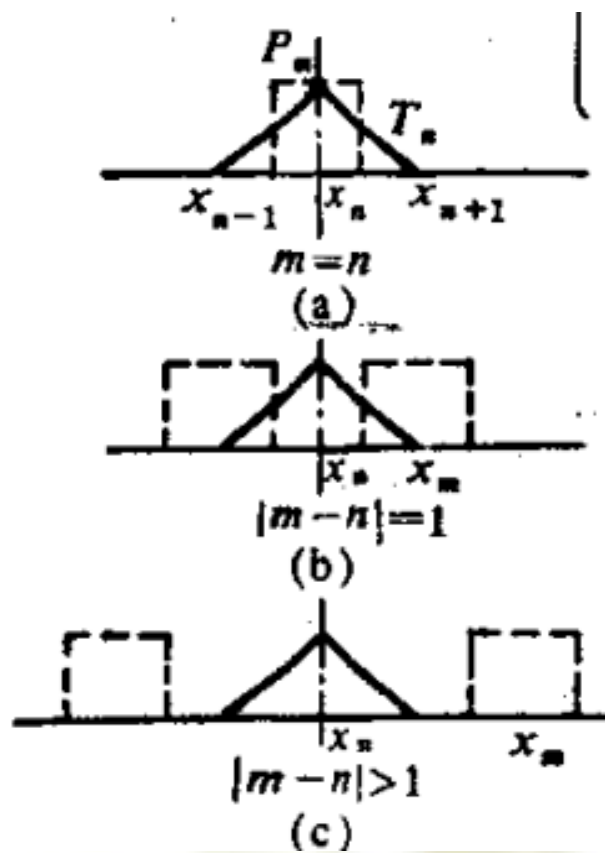
$$l_{mn} = \langle LT(x-x_n), P(x-x_m) \rangle$$

$$= \int_0^1 -(N+1) [\delta(x-x_{n-1}) - 2\delta(x-x_n) + \delta(x-x_{n+1})] P(x-x_m) dx$$

$$= \begin{cases} 2(N+1), & (|m-n|=0) \\ -N+1, & (|m-n|=1) \\ 0, & (|m-n|>1) \end{cases}$$

$$g_m = \langle 1+4x^2, P(x-x_m) \rangle$$

$$= \int_0^1 (1+4x^2) P(x-x_m) dx = \frac{1}{N+1} \left[\frac{4m+\frac{1}{3}}{(N+1)^2} \right]$$



所得到的矩阵方程是简单的，因为矩阵元素 l_{mn} 只存在于矩阵的对角线及其两侧，对于这种带状矩阵，求逆是很方便的。求解矩阵方程，便可得到展开系数 a_n 。虽然这里求得的 a_n 与全域基求得的 a_n 不同（因为基不同），但是，当N取得足够大时，三角形基的线性组合同样逼近严格解，即

$$\phi(x) = \sum_{n=1}^N a_n T(x - x_n)$$

分域基简单、灵活，不受未知函数特性的约束，使用方便，因此得到了广泛应用。它的缺点是收敛比较慢，欲得到同全域基一样的精度，需要更多的分段数目。

谱域法：

此法更广义地理解为积分变换法，它在电磁场理论中早已得到广泛的应用。例如对于一个周期性的时间信号，可以将它展开成包括不同频率的傅里叶级数，不同的频率分量对应于不同幅度，这就构成了周期函数的频谱。对于非周期信号，则傅氏级数推广为傅氏积分，相应的谱也就变成连续谱。不但在时间域可以这样做，在空间域也可以这样做。例如对于一个空间函数也可以进行傅立叶分析，其物理意义是用频率相同但振幅和相位不同的平面波的叠加来代表一定的空间分布。当然，这种叠加不一定局限于平面波，也可以用柱面波，在数学上相当于汉格尔变换。

事实上，平面波、柱面波和球面波是可以互相表示的，这样做会给处理边值问题带来方便和简化。

例如，有一个位于平面边界上的偶极子，求其辐射场。

因为此时点源辐射的是球面波而边界是平面边界，这样的边值问题一般不易解，但如果将球面波展开成平面波或柱面波，则由于在同一平面上，不论是平面波或者柱面波，都具有相同的反射系数，因而在谱域中，三维问题就变成了一维问题，使分析大大简化，这就是谱域方法。类似的概念还可以处理其它许多开域或闭域的边值问题，其中包括分层介质的问题。在进行具体计算时，一般都是用数值方法。不论哪一种方法都要首先求出谱域格林函数。

第四节 微带线及相近结构的平面传输线

微带传输线的基本结构形式有两种，即对称微带（又称**带状线**）和不对称微带（又称**标准微带或简称微带**）。

带状线和微带线可以看作是由同轴线和平行双导线演变而来的。微带传输线与同轴线和波导相比，也有某些缺点，主要是损耗大，Q值低和难以承受较大的功率，**目前只适用于中小功率范围**；此外，为了提高可靠性，工艺水平也有待进一步完善和提高。

本节首先简要介绍微带线的准TEM模传输特性，然后根据谱域法，直接给出微带线和几种类微带线的传输特性全波分析结果。

4.1 微带:

微带线可以看作是由双导体传输线演变而成的，如图1-2所示。在两根导线之间插入极薄的理想导体平板，它并不影响原来的场分布，而后去掉板下的一根导线，并将留下的另一根导线“压扁”，即构成了微带传输线。这样讲，主要是为了便于理解，而实际的微带线结构如图1-3所示。

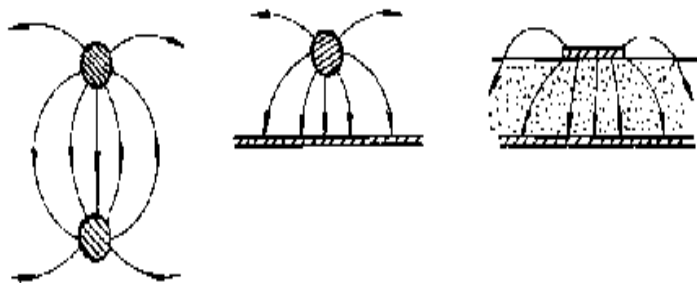


图1-2 双导线演变成微带线

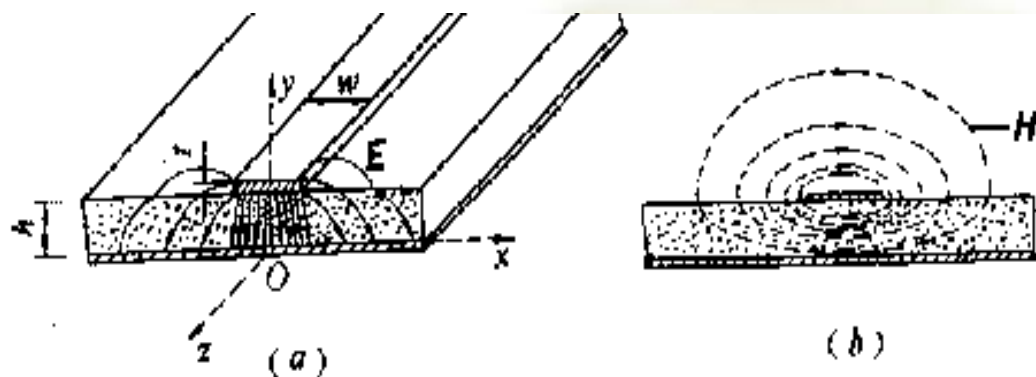


图1-3 微带线的结构

导体带（其宽度为 w ，厚度为 t ）和接触地板均由良好的金属材料（如银、铜、金）构成，导体带与接地板之间填充以介质基片，导体带与接地板的间距为 h ，有时为了能使导体带、接地板与介质基片牢固地结合在一起，还要使用一些粘附性较好的铬、钽等材料。

介质基片应采用损耗小，粘附性、均匀性和导热性较好的材料，并要求其介电常数随频率和温度的变化也较小。对介电常数的要求应视具体情况而定。一般常用的介质基片的材料有：金红石（纯二氧化钛）、氧化铝陶瓷、蓝宝石、聚四氟乙烯和玻璃纤维强化聚四氟乙烯、FR4（环氧树脂+填充剂+玻璃纤维形成的复合材料）等。

微带线或由微带线构成的微波元件，大都采用薄膜（如真空镀膜）和光刻等工艺在介质基片上制作出所需要的电路图案。此外，也可以利用在介质基片两面敷有铜箔的板，在板的一面用光刻腐蚀法制作出所需要的电路，而板的另一面的铜箔则作为接地板。

因为可以把微带线看作是由双导线传输线演变而来的，所以，若导体带与接地板之间没有填充介质基片，或者说此时的介质就是空气，或者整个微带线被一种均匀的介质全部包围着，那么，它可以传输TEM模，而且是最低次型的模式（主模）。但是，实际的微带线只是在导体带与接地板之间填充有相对介电常数 $\varepsilon_r > 1$ 的介质基片，而其余部分是空气，也就是说，在微带线的横截面上存在着介质与空气的交界面。

可见，任何模式的场除了应满足介质与理想导体的边界条件之外，还应满足两种不同介质的边界条件。根据理想介质的边界条件可知，纯TEM波的场是不满足这个边界条件的，因此微带线中传输的模式是由TE模和TM模组合而成的混合模式，是具有色散性质的模式。

当频率较低时，电磁场的纵向分量很小，色散效应也较小，此时的场结构近似于TEM模，一般称它为准TEM模。严格地讲，准TEM模具有色散特性，这一点与纯TEM模不同，而且随着工作频率的升高，这两种模之间的差别也愈大。

为把问题简化，而在实用中又不会带来很大误差，常把较低频率范围内的准TEM模当作纯TEM模看待，并据此来分析微带线的主要特性参数，这种方法称为准静态分析方法。就是说，采取在静态场（静电场、静磁场）中分析TEM模的方法，来分析微带线中准TEM模的某些特性参数。微带线的主要特性参数有：传播常数、特性阻抗、波的传播速度（相速），波导波长、衰减和功率容量。

微带线的特性阻抗

➤ 导体带厚度 $t=0$ 时微带线特性阻抗:

当导体带厚度 $t = 0$ 时, **空气介质微带线**的特性阻抗 Z_c^0 的精确表示式为:

$$Z_c^0 = 60\pi \frac{K(k')}{K(k)}$$

式中, $K(k')$ 和 $K(k)$ 为第一类完全椭圆积分, k 和 k' 分别为其模数和补模数, 它们是与微带线的结构尺寸有关的一个量。近似公式如下:

当 $w/h \leq 1$ 时,

$$Z_c^0 \approx 60 \ln \left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h} \right)$$

当 $w/h \geq 1$ 时,

$$Z_c^0 \approx \frac{120\pi}{\frac{w}{h} + 2.42 - 0.44 \frac{h}{w} + \left(1 - \frac{h}{w}\right)^3}$$

当 $w \gg h$ 时,

$$Z_c^0 \approx 60\pi^2 \left[1 + \frac{\pi w}{2h} + \ln \left(1 + \frac{\pi w}{2h} \right) \right]^{-1}$$

或:

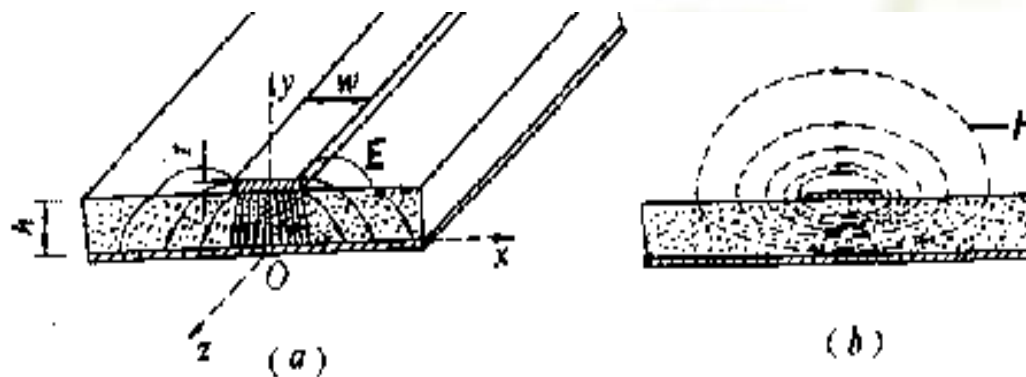
$$Z_c^0 \approx 60\pi \left[\frac{w}{2h} + \frac{1}{h} \ln 2\pi e \left(\frac{w}{2h} + 0.94 \right) \right]^{-1}$$

对于填充相对介电常数为 ε_r 介质的**实际微带线**，其等效相对介电常数 ε_e 和填充因子 q 为：

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_e &\approx \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{10h}{w} \right)^{-\frac{1}{2}} \\ q &\approx \frac{1}{2} \left[1 + \left(1 + \frac{10h}{w} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] \end{aligned} \right\} \varepsilon_e \approx 1 - q(\varepsilon_r - 1)$$

所以，导体带零厚度的实际微带线的特性阻抗为：

$$Z_c = \frac{Z_c^0}{\sqrt{\varepsilon_e}}$$



➤ 导体带厚度 t 不等于0时微带线特性阻抗:

与 $t=0$ 时相比, $t \neq 0$ 时导体带的边缘电容增加了, 因此当这种增加效应不能忽略时, 可以将 $t \neq 0$ 时边缘电容增加的影响等效为导体带的宽度增加了 Δw , 即把 $t \neq 0$ 时导体带的实际宽度 w 用相当于 $t=0$ 时的等效宽度 w_i 来代替, 然后再用 $t=0$ 的零厚度微带线的特性阻抗公式来计算。

$$w_i = w + \Delta w$$

当 $\frac{w}{h} \leq \frac{1}{2\pi}$ 及 $\left(\frac{2t}{h} < \frac{w}{h} < \frac{1}{2\pi}\right)$ 时,

$$\Delta w = \frac{t}{\pi} \left(\ln \frac{4\pi w}{t} + 1 \right)$$

当 $\frac{w}{h} \geq \frac{1}{2\pi}$ 时,

$$\Delta w = \frac{t}{\pi} \left(\ln \frac{2h}{t} + 1 \right)$$

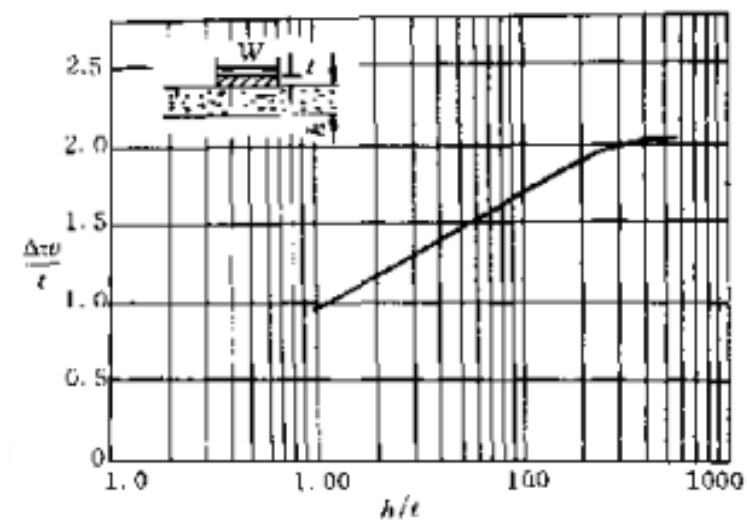


图1-4 Δw 与 h/t 的关系曲线

微带中的相位常数、相速度和波导波长：

$$\beta = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_e \mu_0} \quad v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_e}} \quad \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_e}}$$

c 为自由空间中电磁波的速度， λ_0 为自由空间中的波长。

微带线的传输损耗：

微带线中的损耗包括导体损耗、介质损耗和辐射损耗三部分。若微带线的尺寸选择适当，频率不很高，则辐射损耗很小，一般可忽略不计。因此表征微带线损耗的衰减常数 α 可写为：

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_d$$

式中， α_c 为**导体的衰减常数**； α_d 为**介质的衰减常数**。

对于 α_c ，由于电流在导体带和接地板的横截面内的分布是不均匀的，所以 α_c 的计算比较较繁琐（可以用谱域法计算）。略去推导过程，只把经验公式结果列在下面。

若导体带和接地板具有相同的表面电阻率 R_s 时, 则 $\alpha_c (dB/cm)$ 为:

当 $\frac{w}{h} \leq \frac{1}{2\pi}$ 时

$$\frac{\alpha_c Z_C h}{R_s} = \frac{8.68}{2\pi} \left[1 - \left(\frac{w_i}{4h} \right)^2 \right] \left[1 + \frac{h}{w_i} + \frac{h}{\pi w_i} \left(\ln \frac{4\pi w}{t} + \frac{t}{w} \right) \right]$$

当 $\frac{1}{2\pi} < \frac{w}{h} \leq 2$ 时

$$\frac{\alpha_c Z_C h}{R_s} = \frac{8.68}{2\pi} \left[1 - \left(\frac{w_i}{4h} \right)^2 \right] \left[1 + \frac{h}{w_i} + \frac{h}{\pi w_i} \left(\ln \frac{2h}{t} - \frac{t}{h} \right) \right]$$

当 $\frac{w}{h} \geq 2$ 时

$$\frac{\alpha_c Z_C h}{R_s} = \frac{8.68}{\left\{ \frac{w_i}{h} + \frac{2}{\pi} \ln \left[2\pi e \left(\frac{w_i}{2h} + 0.94 \right) \right] \right\}^2} \left[\frac{w_i}{h} + \frac{\frac{w_i}{\pi h}}{\frac{w_i}{2h} + 0.94} \right] \times \left[1 + \frac{h}{w_i} + \frac{h}{\pi w_i} \left(\ln \frac{2h}{t} - \frac{t}{h} \right) \right]$$

在以上各式中, w 为导体带厚度 $t \neq 0$ 时的实际宽带, w_i 为 $t \neq 0$ 时导体带的有效宽度。

微带传输线的介质损耗常数 α_d 可用下式求得:

$$\alpha_d = 27.3 \left(\frac{q\epsilon_r}{\epsilon_e} \right) \frac{tg\delta}{\lambda_g} \quad dB/cm$$

式中, λ_g 以 cm 计。

ϵ_r 和 ϵ_e 分别为介质的相对介电常数和等效相对介电常数。

微带线的色散特性：

前面的分析都是假设微带线工作于TEM模的情况下得的结论和公式，在较低频率时是正确的。但微带中实际存在的是由TE和TM所组成的混合模式，因此当频率较高时，色散的影响就不能忽略，即是说，在计算 Z_c 、 v_p 、 λ_g 和 ε_e 时就要考虑到色散的影响。若不考虑这些影响，计算出来的各个参数的数值就有较大的误差。这是由于 Z_c 、 v_p 、 λ_g 和 ε_e 等均随频率而变的缘故，即微带线具有色散特性。其中， ε_e 的变化会直接影响其他参数的变化。

在 $0.9 \leq w/h \leq 13$ ，以及 $0.5mn \leq h \leq 3mn$ 和 $2 < \varepsilon_r < 10$ 的条件下， ε_e 随频率而变化的关系为：

$$\varepsilon_e(f) = 3 \times 10^{-\pi} (1 + \varepsilon_r) (\varepsilon_r - 1) h \left(Z_c \frac{w_i}{h} \right)^{\frac{1}{2}} (f - f_0) + \varepsilon_e$$

式中的 Z_c 和 ε_e 是不考虑色散时求得的特性阻抗和等效相对介电常数， w_i 为 $t \neq 0$ 时的有效宽度， f 为工作频率， f_0 为某一固定频率，当工作频率小于此频率时，色散的影响可忽略不计。

$$f_0 = \frac{0.95}{(\varepsilon_r - 1)^{\frac{1}{4}}} \sqrt{\frac{Z_c}{h}}$$

当 $w/h > 4$ 时, $\varepsilon_e(f)$ 为

$$\varepsilon_e(f) = 3 \times 10^{-4} (1 + \varepsilon_r)(\varepsilon_r - 1) h \left(\frac{Z_c}{3} \right)^{1/2} \left(\frac{w_i}{h} \right) (f - f_0) + \varepsilon_e$$

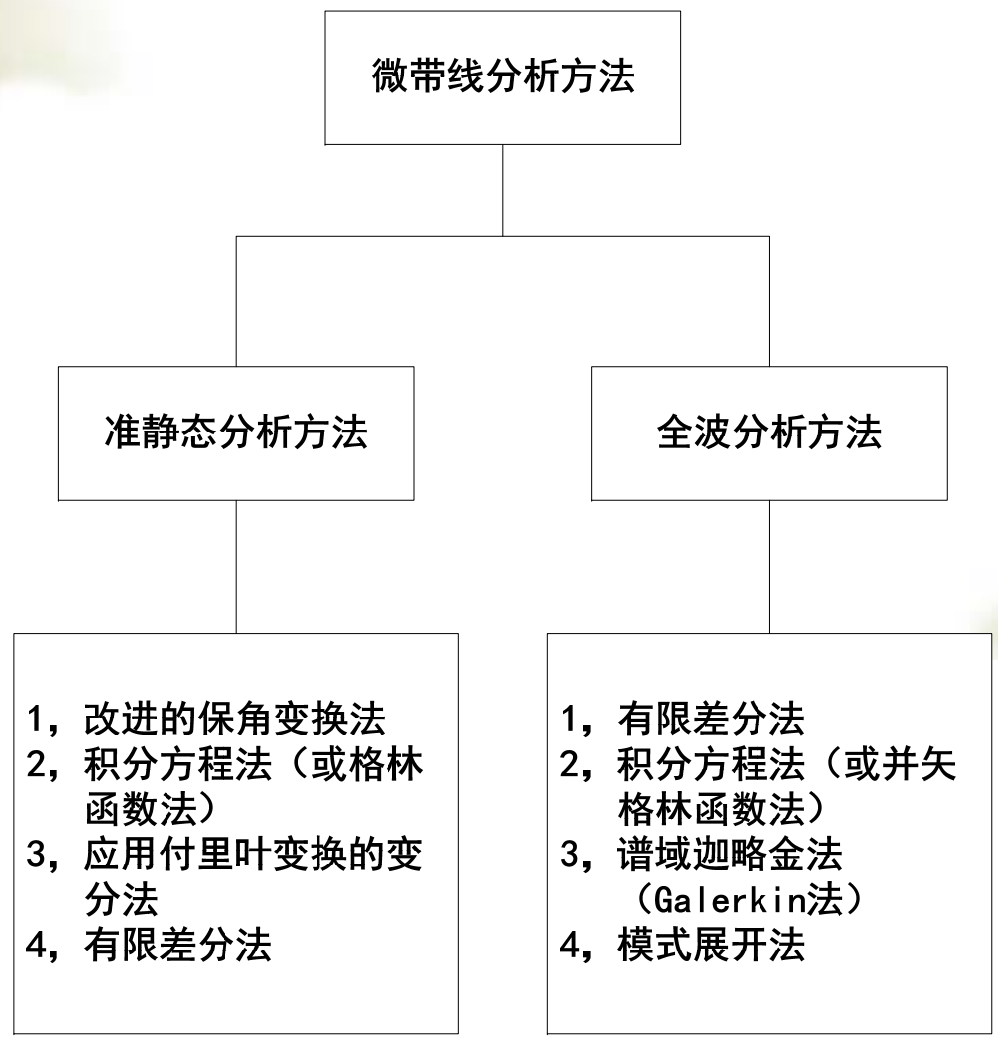
以上诸式中的 f 和 f_0 以GHz计, Z_c 以 Ω 计, w_i 和 h 以mm计。

微带线尺寸的选择

当频率升高、微带线的尺寸与波长可比拟时, 就可能出现高次模、波导模和表面波模。

应通过合理设计微带线尺寸、介质材料的介电常数、工作频率, 以及激励方式, 避免出现各种高次模。

微带线分析的谱域模式匹配法



开式微带线的谱域分析

开式微带线的结构如图1-5。假设该结构在 x 和 z 方向均是无限大，导带和接地平面为无限薄的理想导体，基片材料也是无损耗介质。介质基片和空气的介电常数、磁导率分别为 μ_1, ε_1 和 μ_2, ε_2 。开式微带线是混合介质系统，传输的电磁波是混合模。其电磁场为TM模和TE模的组合。

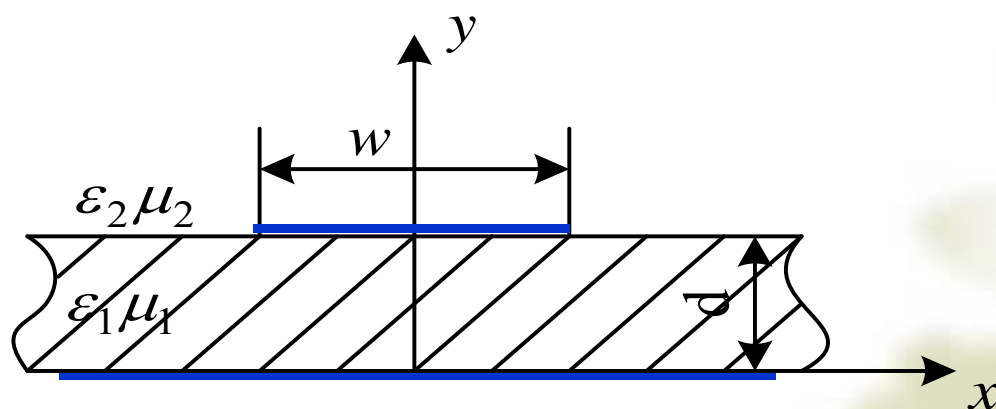


图1-5 开式微带线

$$E_{xi} = \frac{\partial^2 \psi_i^e}{\partial x \partial z} - j\omega\mu_i \frac{\partial \psi_i^h}{\partial y}$$

$$E_{yi} = \frac{\partial^2 \psi_i^e}{\partial y \partial z} + j\omega\mu_i \frac{\partial \psi_i^h}{\partial x}$$

$$E_{zi} = \left(k_i^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi_i^e$$

$$k_i = \omega \sqrt{\varepsilon_i \mu_i}, i = 1, 2$$

$$\psi_i^e = \psi_i^e(x, y) e^{-jk_z z}$$

$$\psi_i^h = \psi_i^h(x, y) e^{-jk_z z}$$

$$H_{xi} = j\omega\varepsilon_i \frac{\partial \psi_i^e}{\partial y} + \frac{\partial^2 \psi_i^h}{\partial x \partial z}$$

$$H_{yi} = -j\omega\varepsilon_i \frac{\partial \psi_i^e}{\partial x} + \frac{\partial^2 \psi_i^h}{\partial y \partial z}$$

$$H_{zi} = \left(K_i^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi_i^h$$

(1)

其中, ψ_i^e 和 ψ_i^h 为标量电、磁位, 分别对应着**TM**模和**TE**模。

式中上标“e”和“h”分别表示TM模和TE模的场型。下标 $i = 1, 2$, 分别表示区域1（基片）和区域2（空气）。从结构的对称性考虑，微带线可以存在两组正交模式，一组是偶对称的 E_z 、奇对称的 H_z （又称为偶 E_z -奇 H_z ），另一组是奇 E_z -偶 H_z 。微带线的主模式是最低的偶 E_z -奇 H_z 。

TM模和TE模的标量电、磁位 ψ_i^e 和 ψ_i^h 都满足波动方程。

$$\begin{aligned}\nabla_i^2 \psi_i^e(x, y) + (k_i^2 - k_z^2) \psi_i^e(x, y) &= 0 \\ \nabla_i^2 \psi_i^h(x, y) + (k_i^2 - k_z^2) \psi_i^h(x, y) &= 0\end{aligned}\tag{2}$$

$$\psi_i^e(x, y, z) = \psi_i^e(x, y) e^{-jk_z z}, \quad \psi_i^h(x, y, z) = \psi_i^h(x, y) e^{-jk_z z}$$

平面集成电路采用谱域方法分析最为方便，它可以把二维边值问题转化为一维问题，把空域中的积分方程转变为谱域中的代数方程。

为了在谱域中分析开式微带线的特性，首先写出标量电、磁位的傅里叶变换式

$$\begin{aligned}\tilde{\psi}_i^e(\alpha, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_i^e(x, y) e^{j\alpha x} dx \\ \tilde{\psi}_i^h(\alpha, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_i^h(x, y) e^{j\alpha x} dx\end{aligned}\quad (3)$$

波动方程的傅里叶变换式

$$\begin{aligned}\frac{d^2 \tilde{\psi}_i^e}{dy^2} - (\alpha^2 + k_z^2 - k_i^2) \tilde{\psi}_i^e &= 0 \\ \frac{d^2 \tilde{\psi}_i^h}{dy^2} - (\alpha^2 + k_z^2 - k_i^2) \tilde{\psi}_i^h &= 0\end{aligned}\quad (4)$$

令 $\gamma_i^2 = \alpha^2 + k_z^2 - k_i^2$, 则得

$$\begin{aligned}\frac{d^2 \tilde{\psi}_i^e}{dy^2} - \gamma_i^2 \tilde{\psi}_i^e &= 0 \\ \frac{d^2 \tilde{\psi}_i^h}{dy^2} - \gamma_i^2 \tilde{\psi}_i^h &= 0\end{aligned}\quad (5)$$

把式(1)各区域场量表示式也写成变换式

$$\tilde{E}_{xi} = -\alpha k_z \tilde{\psi}_i^e - j\omega\mu_i \frac{d\tilde{\psi}_i^h}{dy}$$

$$\tilde{E}_{yi} = -jk_z \frac{d\tilde{\psi}_i^e}{dy} + \alpha\omega\mu_i \tilde{\psi}_i^h$$

$$\tilde{E}_{zi} = (k_i^2 - k_z^2) \tilde{\psi}_i^e$$

$$k_i = \omega\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}, i = 1, 2$$

$$\tilde{\psi}_i^e = \tilde{\psi}_i^e(\alpha, y)e^{-jk_z z}$$

$$\tilde{\psi}_i^h = \tilde{\psi}_i^h(\alpha, y)e^{-jk_z z}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{H}_{xi} &= j\omega\varepsilon_i \frac{d\tilde{\psi}_i^e}{dy} - \alpha k_z \tilde{\psi}_i^h \\
 \tilde{H}_{yi} &= -\alpha\omega\varepsilon_i \tilde{\psi}_i^e - jk_z \frac{d\tilde{\psi}_i^h}{dy} \\
 \tilde{H}_{zi} &= (k_i^2 - k_z^2) \tilde{\psi}_i^h
 \end{aligned} \tag{6}$$

在谱域中分析微带线的步骤是：首先按微带结构的边界状况选取各区域标量电、磁位函数，从而得到各区域的场分量。根据分界面场量匹配条件，列出一组代数方程组。再利用谱域中的迦辽金方法，以导带上未知电流的基函数做内积得到近似特征矩阵方程。最后由近似特征方程的系数行列式等于零便可求得微带线的色散特性。

根据开式微带线的边界状况，标量电、磁位取如下形式：

$$\tilde{\psi}_1^e(\alpha, y) = A^e sh\gamma_1 y$$

$$\tilde{\psi}_2^e(\alpha, y) = B^e e^{-\gamma_2(y-d)}$$

$$\tilde{\psi}_1^h(\alpha, y) = A^h ch\gamma_1 y$$

$$\tilde{\psi}_2^h(a, y) = B^h e^{-\gamma_2(y-d)}$$

满足 (5) 式

(7)

把 (7) 代入 (6) 得到在谱域域中的场分量。

在介质基片中 (μ_1, ε_1) :

$$\tilde{E}_{x1} = (-\alpha k_z A^e sh\gamma_1 y - j\omega\mu_1\gamma_1 A^h sh\gamma_1 y)e^{-jk_z z}$$

$$\tilde{E}_{y1} = (-jk_z\gamma_1 A^e ch\gamma_1 y + \omega\mu_1\alpha A^h ch\gamma_1 y)e^{-jk_z z}$$

$$\tilde{E}_{z1} = (k_1^2 - k_z^2) A^e sh\gamma_1 y e^{-jk_z z}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{H}_{x1} &= (j\omega\varepsilon_1 A^e \gamma_1 c h \gamma_1 y - \alpha k_z A^h c h \gamma_1 y) e^{-jk_z z} \\
\tilde{H}_{y1} &= (-\omega\varepsilon_1 \alpha A^e s h \gamma_1 y - jk_z \gamma_1 A^h c h \gamma_1 y) e^{-jk_z z} \\
\tilde{H}_{z1} &= (k_1^2 - k_z^2) A^h c h \gamma_1 y e^{-jk_z z}
\end{aligned} \tag{8}$$

在空气中 (ε_2, μ_2) :

$$\begin{aligned}
\tilde{E}_{x2} &= \left(-\alpha k_z B^e e^{-\gamma_2(y-d)} + j\omega\mu_2 \gamma_2 B^h e^{-\gamma_2(y-d)} \right) e^{-jk_z z} \\
\tilde{E}_{y2} &= \left(jk_z \gamma_2 B^e e^{-\gamma_2(y-d)} + \omega\mu_2 \alpha B^h e^{-\gamma_2(y-d)} \right) e^{-jk_z z} \\
\tilde{E}_{z2} &= (k_2^2 - k_z^2) B^e e^{-\gamma_2(y-d)} e^{-jk_z z} \\
\tilde{H}_{x2} &= (-j\omega\varepsilon_2 \gamma_2 B^e e^{-\gamma_2(y-d)} - \alpha k_z B^h e^{-\gamma_2(y-d)}) e^{-jk_z z} \\
\tilde{H}_{y2} &= (-\omega\varepsilon_2 \alpha B^e e^{-\gamma_2(y-d)} + jk_z \gamma_2 B^h e^{-\gamma_2(y-d)}) e^{-jk_z z} \\
\tilde{H}_{z2} &= (k_2^2 - k_z^2) B^h e^{-\gamma_2(y-d)} e^{-jk_z z}
\end{aligned} \tag{9}$$

在分界面 $y=d$ 处，应用谱域中场分量匹配条件

$$\left. \begin{aligned} \tilde{E}_{x1}(\alpha, d) &= \tilde{E}_{x2}(\alpha, d) = \tilde{V}_1(\alpha) + \tilde{V}_2(\alpha) \\ \tilde{E}_{z1}(\alpha, d) &= \tilde{E}_{z2}(\alpha, d) = \tilde{U}_1(\alpha) + \tilde{U}_2(\alpha) \end{aligned} \right\}, \quad |x| \geq \frac{w}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{H}_{x1}(\alpha, d) - \tilde{H}_{x2}(\alpha, d) &= -\tilde{J}_z(\alpha) \\ \tilde{H}_{z1}(\alpha, d) - \tilde{H}_{z2}(\alpha, d) &= \tilde{J}_x(\alpha) \end{aligned} \right\}, \quad |x| \leq \frac{w}{2} \quad (10)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \tilde{U}_1(\alpha) &= \int_{-\infty}^{-w/2} u(x) e^{j\alpha x} dx \\ \tilde{U}_2(\alpha) &= \int_{w/2}^{+\infty} u(x) e^{j\alpha x} dx \\ \tilde{V}_1(\alpha) &= \int_{-\infty}^{-w/2} v(x) e^{j\alpha x} dx \\ \tilde{V}_2(\alpha) &= \int_{w/2}^{+\infty} v(x) e^{j\alpha x} dx \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} \tilde{J}_z(\alpha) &= \int_{-w/2}^{+w/2} J_z(x) e^{j\alpha x} dx \\ \tilde{J}_x(\alpha) &= \int_{-w/2}^{+w/2} J_x(x) e^{j\alpha x} dx \end{aligned} \right\}$$

$u(x), v(x)$ 在空域中分别为

$$E_{z1}(x, d) = \begin{cases} 0, & |x| < \frac{w}{2} \\ u(x), & |x| > \frac{w}{2} \end{cases} \quad E_{x1}(x, d) = \begin{cases} 0, & |x| < \frac{w}{2} \\ v(x), & |x| > \frac{w}{2} \end{cases}$$

而 \tilde{J}_x, \tilde{J}_z 分别表示在 $y=d$ 处导带上 x 方向和 z 方向未知电流密度的谱域变换式。把式 (8), (9) 中有关场量带入式 (10) 并整理得到

$$\begin{aligned} G_{11}(\alpha, k_z) \tilde{J}_x(\alpha) + G_{12}(\alpha, k_z) \tilde{J}_z(\alpha) &= \tilde{V}_1(\alpha) + \tilde{V}_2(\alpha) \\ G_{21}(\alpha, k_z) \tilde{J}_x(\alpha) + G_{22}(\alpha, k_z) \tilde{J}_z(\alpha) &= \tilde{U}_1(\alpha) + \tilde{U}_2(\alpha) \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned} G_{11} &= \frac{1}{\det} \left[F_1 b_{22} + \frac{\alpha k_z}{k_1^2 - k_z^2} b_{12} \right] \\ G_{12} &= \frac{b_{12}}{\det} \\ G_{21} &= \frac{\gamma_2}{\det} \left[F_1 b_{21} + \frac{\alpha k_z}{k_1^2 - k_z^2} b_{11} \right] \\ G_{22} &= \frac{\gamma_2 b_{11}}{\det} \end{aligned} \quad (12)$$

上述各表达式都只是 α 和 k_z 的函数，且：

$$\gamma_i^2 = \alpha^2 + k_z^2 - k_i^2$$

$$b_{11} = -b_{22} = j\alpha \left(\frac{k_2^2 - k_z^2}{k_1^2 - k_z^2} - 1 \right)$$

$$b_{12} = \frac{\omega\mu_2\gamma_1}{k_z} \left[\frac{\gamma_2}{\gamma_1} + \frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{k_2^2 - k_z^2}{k_1^2 - k_z^2} th\gamma_1 d \right]$$

和

$$b_{21} = \frac{\omega\varepsilon_2\gamma_1}{k_z} \left[\frac{\gamma_2}{\gamma_1} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{k_2^2 - k_z^2}{k_1^2 - k_z^2} cth\gamma_1 d \right] \quad (13)$$

$$\det = b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}$$

$$F_1 = \frac{\omega\mu_1\gamma_1}{j(k_1^2 - k_z^2)} th\gamma_1 d$$

这里 $b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}, F_1$ 都是待求的传输常数 k_z 的函数。式(11)是一组谱域中的代数方程，在理论上是严格的。求解这组方程采用谱域中的迦辽金近似方法。式(11)中 \tilde{J}_x 和 \tilde{J}_z 是谱域中导带上未知的电流密度，用已知的 \tilde{J}_{xn} 和 \tilde{J}_{zn} 表示基函数

$$\begin{aligned}\tilde{J}_x(\alpha) &= \sum_{n=1}^M c_n \tilde{J}_{xn}(\alpha) \\ \tilde{J}_z(\alpha) &= \sum_{n=1}^N d_n \tilde{J}_{zn}(\alpha)\end{aligned}\quad (14)$$

将式(14)带入式(11)，并用对应于不同n值的谱域电流进行内积得到近似特征矩阵方程（取权函数等于基函数）：

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^M K_{mn}^{(1,1)} c_n + \sum_{n=1}^N K_{mn}^{(1,2)} d_n = 0, & m = 1, 2, \dots, N \\ \sum_{n=1}^M K_{mn}^{(2,1)} c_n + \sum_{n=1}^N K_{mn}^{(2,2)} d_n = 0, & m = 1, 2, \dots, M \end{cases} \quad (15)$$

式中

$$K_{mn}^{(1,1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{zm}(\alpha) G_{11}(\alpha, k_z) \tilde{J}_{xn}(\alpha) d\alpha$$

$$K_{mn}^{(1,2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{zm}(\alpha) G_{12}(\alpha, k_z) \tilde{J}_{zn}(\alpha) d\alpha$$

$$K_{mn}^{(2,1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xm}(\alpha) G_{21}(\alpha, k_z) \tilde{J}_{xn}(\alpha) d\alpha$$

$$K_{mn}^{(2,2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xm}(\alpha) G_{22}(\alpha, k_z) \tilde{J}_{zn}(\alpha) d\alpha \quad (16)$$

式（15）右端等于零可以从巴塞瓦定理得到证明

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{zm}(\alpha) \tilde{E}_z(\alpha) d\alpha = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} J_{zm}(x) E_z(x) dx$$

因为电流密度在导带上不为零，而导带上的电场切向分量为零。反之，在介质分界面上传导电流密度恒为零，但电场不为零。故取内积后式（15）右端为零。

矩阵方程式（15）是一个以 c_n 、 d_n 为待求未知数的齐次代数方程组，其有非零解的充分必要条件为其系数行列式等于零，由此即可求传输常数 k_z 。计算每一频率的传输常数之后就得到了开式微带线的色散特性，再带回到（14）、（8）、（9）式并进行傅立叶反变换，得到导带上的电流和区域中的场分量表达式，并由此可计算传输功率、纵向电流、等效电压，然后即可计算特性阻抗，由此完成了对微带线的全波分析。

基函数

迦辽金法中基函数的选择是多种多样的。例如，脉冲函数，三角函数，多项式等等均可做为基函数。但它们的组合应满足结构的物理特性。分析微带线时选择基函数应考虑微带结构的边界条件，即在微带的导带上电流的函数，使其接近图1-3(a)而选择：

$$J_{zn}(x) = \frac{\cos \left[(n-1) \pi \left(\frac{x}{w/2} + 1 \right) \right]}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{w/2} \right)^2}}, \quad |x| \leq \frac{w}{2}, n = 1, 2, 3, \dots, N$$
$$J_{xm}(x) = \frac{\sin \left[m \pi \left(\frac{x}{w/2} + 1 \right) \right]}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{w/2} \right)^2}}, \quad |x| \leq \frac{w}{2}, m = 1, 2, 3, \dots, M$$
(17)

注：基函数须满足边界条件，即： $J_{xm} \Big|_{x=\pm \frac{w}{2}} = 0, m = 1, 2, 3, \dots, M$

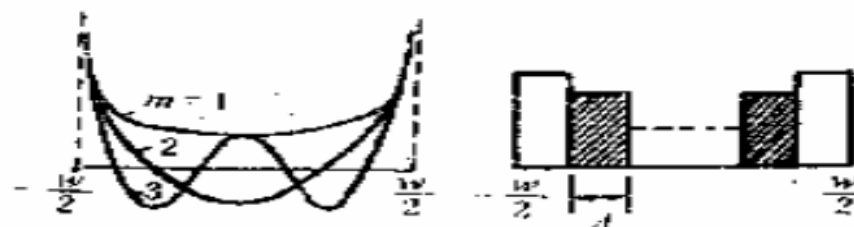
谱域中迦辽金法的基函数是空域中基函数的变换式。式（17）的变换式为：

$$\tilde{J}_{zn}(\alpha) = (-1)^{n-1} \frac{1}{2} J_0[\alpha + (n-1)\pi] + (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{2} J_0[\alpha - (n-1)\pi]$$

$$\tilde{J}_{xm}(\alpha) = (-1)^m \frac{1}{2j} J_0(\alpha + m\pi) - (-1)^m \cdot \frac{1}{2j} J_0[\alpha - m\pi] \quad (18)$$

式中 J_0 为零阶贝塞尔函数。

$J_{zn}(x)$:



$J_{xm}(x)$:

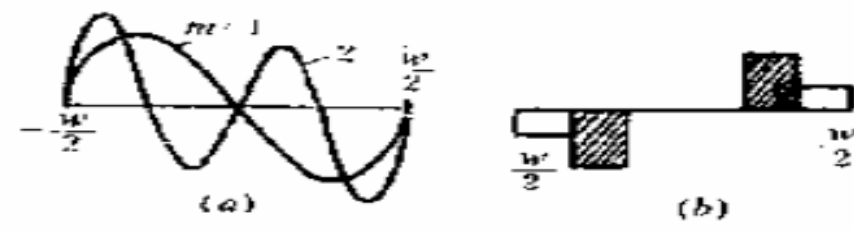
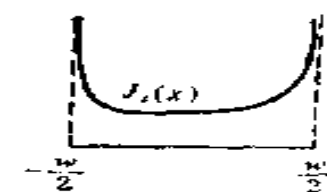


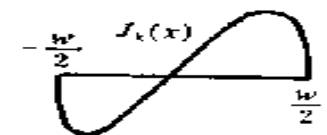
图1-6 基函数

(a) 三角函数 (b) 脉冲函数

基函数的选择也可根据经验或用模拟试验的方法测量出来，例如模拟测量微带的导带电流分布，再用拟合的方法得到电流分布的解析表达式。

微带线导带上的电流分布大致如图1-7所示。因此微带线电流的一种解析式可表示为：

$J_z(x)$: 

$J_x(x)$: 

$$J_z(x) = \begin{cases} \left[\left(w/2 \right)^2 - x^2 \right]^{1/2}, & |x| \leq w/2 \\ 0, & |x| > w/2 \end{cases}$$

$$J_x(x) = \begin{cases} x \left[\left(w/2 \right)^2 - x^2 \right]^{1/2}, & |x| \leq w/2 \\ 0, & |x| > w/2 \end{cases} \quad (19)$$

图1-7 微带线导带上的电流分布

其谱域中的变换式是

$$\tilde{J}_z(\alpha) = \frac{\pi w}{4} J_0\left(\frac{w}{2}|\alpha|\right) \quad \tilde{J}_x(\alpha) = \frac{\pi w}{2} J_2\left(\frac{w}{2}|\alpha|\right) \quad (20)$$

式中 J_0 、 J_2 分别为零阶、二阶贝塞尔函数

开式微带线的特性阻抗和波导波长：

在毫米波频段，微带线必须用混合模理论分析，而混合模的特性阻抗是没有确切意义的。可以用“电流—功率”或“电压—功率”定义为：

$$Z_{0i} = \frac{2P_{avg}}{I^2} \quad (21)$$

$$Z_{0u} = \frac{V^2}{2P_{avg}} \quad (22)$$

式中 P_{avg} 是平均传输功率， I 表示微带线的纵向总电流， V 是横向电压。

平均功率为：

$$P_{avg} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_s \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot d\vec{S}$$

利用巴塞瓦定理又可写成谱域场量表示的形式：

$$P_{avg} = \frac{1}{4\pi} \text{Re} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^d (\tilde{E}_{x1}(\alpha, y) \tilde{H}_{y1}^*(\alpha, y) - \tilde{E}_{y1}(\alpha, y) \tilde{H}_{x1}^*(\alpha, y)) dy d\alpha \right. \\ \left. + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_d^{\infty} (\tilde{E}_{x2}(\alpha, y) \tilde{H}_{y2}^*(\alpha, y) - \tilde{E}_{y2}(\alpha, y) \tilde{H}_{x2}^*(\alpha, y)) dy d\alpha \right] \quad (23)$$

上式中各场分量的系数 A^e 、 B^e 、 A^h 、 B^h 由式8、9求得。微带线的电流为导带上纵向电流密度的积分：

$$I = \int_{-w/2}^{w/2} J_z(x) dx \quad (24)$$

电压V是中心导带到接地平面之间的电压

$$V = - \int_0^d E_y(0, y) dy \quad (25)$$

两种不同定义特性阻抗的计算结果如图1-8。图中还画出了准TEM模计算的特性阻抗值。

可以看出, 用电流定义的特性阻抗 Z_{0i} 在低频端收敛到准TEM模的数值, 而电压定义的特性阻抗 Z_{0v} 则不能。因此, **微带线的特性阻抗选用电流-功率的方式定义。**

图1-9表示归一化波导波长和特性阻抗随频率的变化曲线。对于1mm厚的基片其 $d / \lambda_0 = 0.4$, 相当于120GHz, 在这样一个频率范围内特性阻抗比准TEM值增加16%。特性阻抗随频率增加的原因是当频率增加时, 微带线的等效介电常数增加。等效介电常数增加使场比较集中在导带下面, 因而导带的等效宽度下降, 特性阻抗增高。

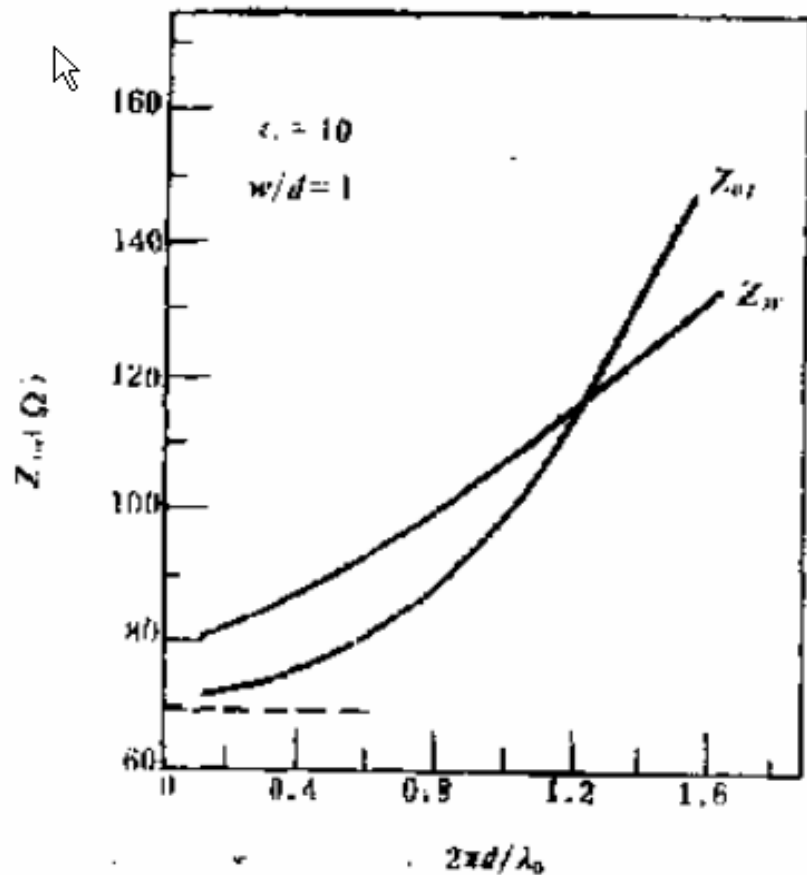


图1-8 两种特征阻抗的比较

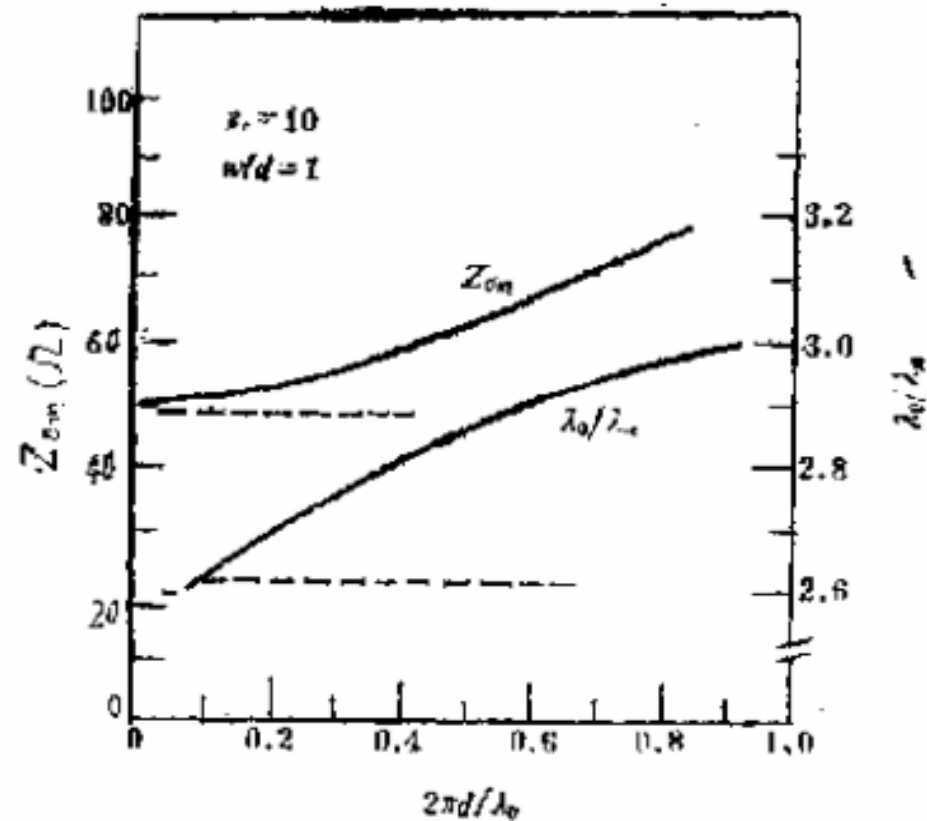
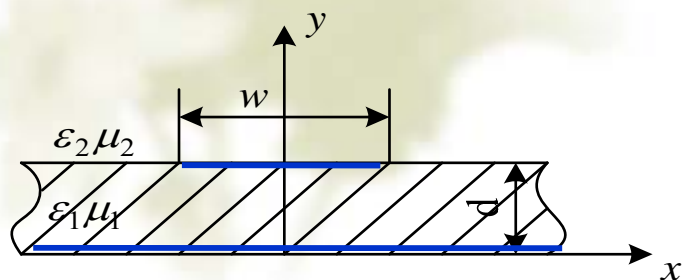


图1-9 归一化波导波长和特性阻抗随频率的变化

微带线的归一化波导波长定义为：

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_g} = \frac{k_z}{2\pi} \lambda_0$$

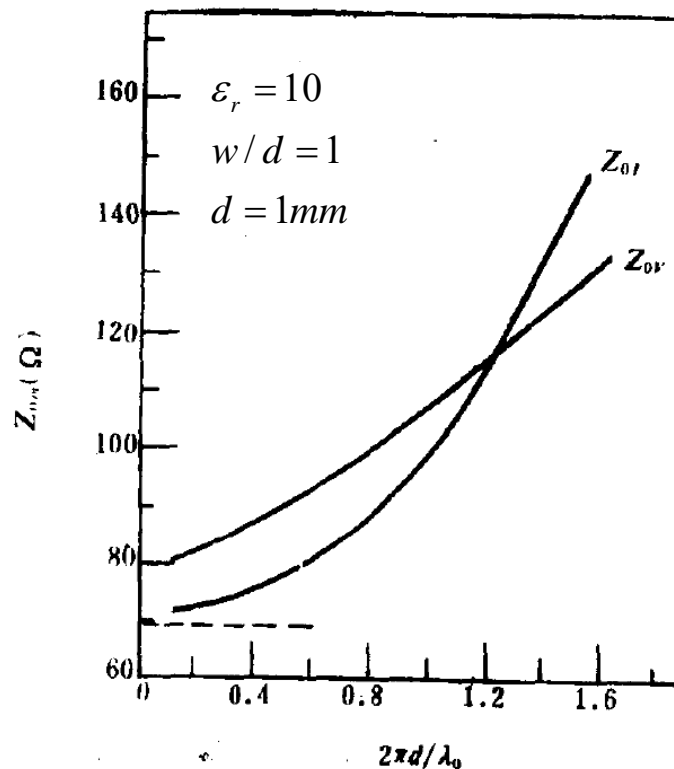
开式微带线 谱域法全波分析结果：



开式微带线

归一化波导波长为：

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_g} = \frac{k_z}{2\pi} \lambda_0$$



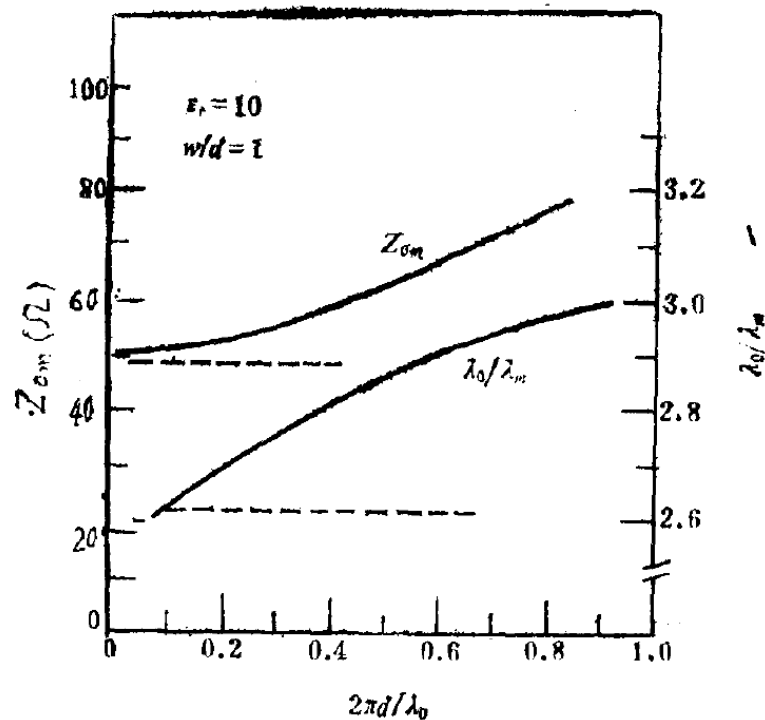
$$I = \int_{-w/2}^{w/2} J_z(x) dx$$

$$V = -\int_0^d E_y(0, y) dy$$

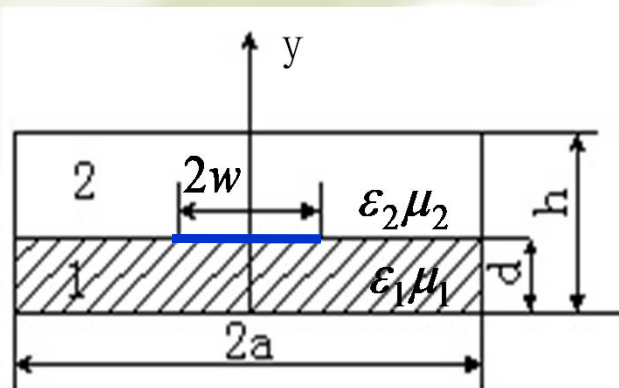
$$P_{avg} = \frac{1}{2} \text{Re} \int_s \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot d\vec{S}$$

$$Z_{0u} = \frac{V^2}{2P_{avg}} \quad \times$$

$$Z_{0i} = \frac{2P_{avg}}{I^2} \quad \checkmark$$



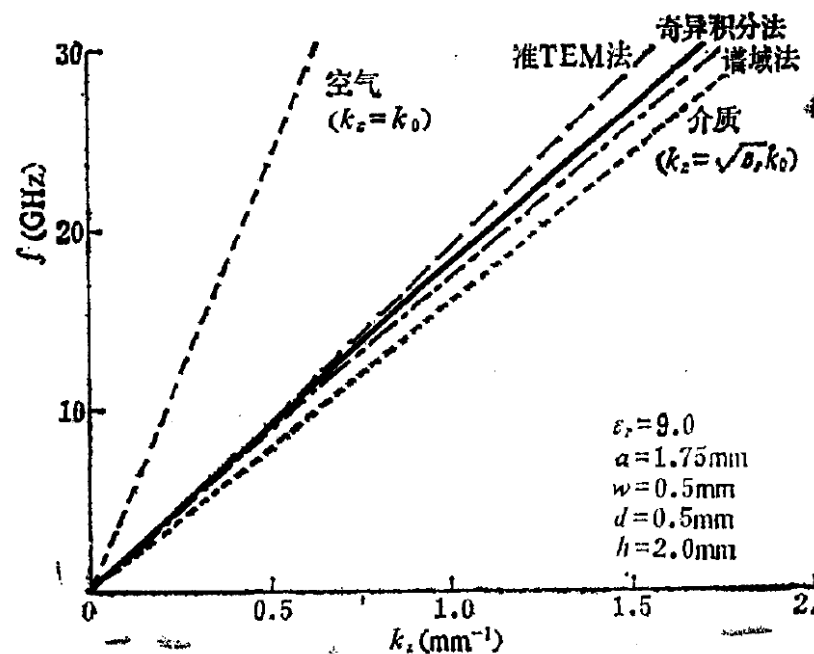
屏蔽微带线 谱域法全波分析结果：



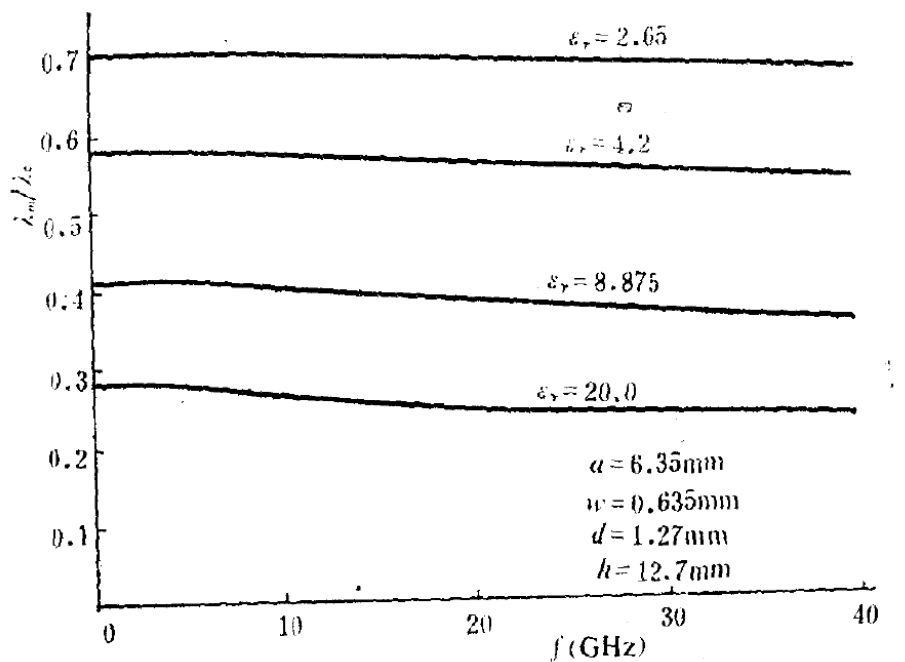
屏蔽微带线

不同介质基片的屏蔽微带线的
归一化波导波长色散特性

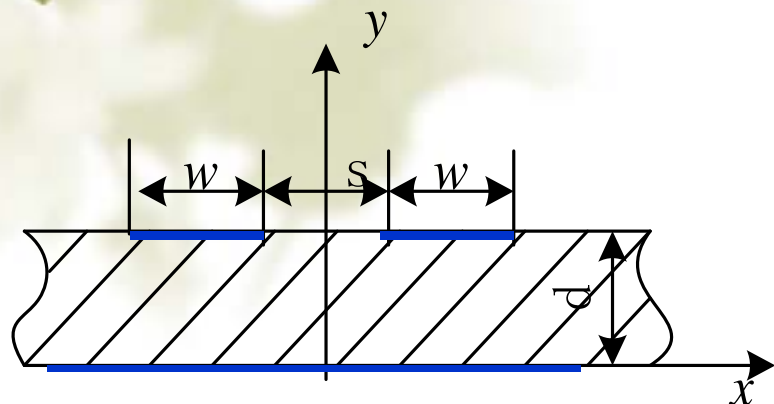
$$\frac{\lambda_0}{\lambda_g} = \frac{k_z}{2\pi} \lambda_0$$



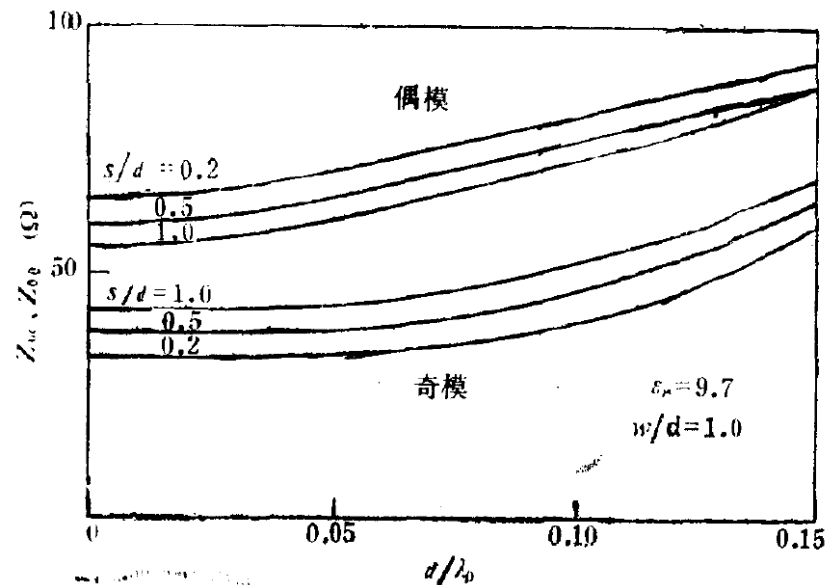
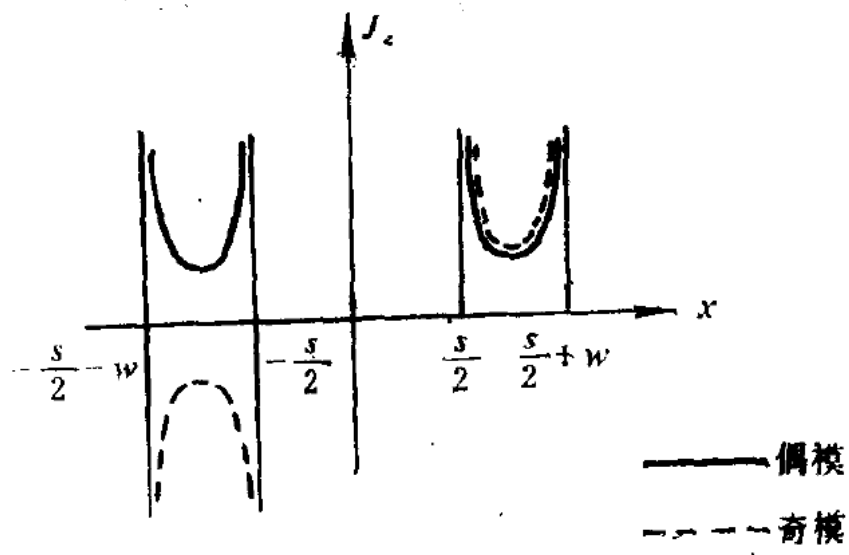
不同方法计算得到的屏蔽微带线的传播常数色散特性



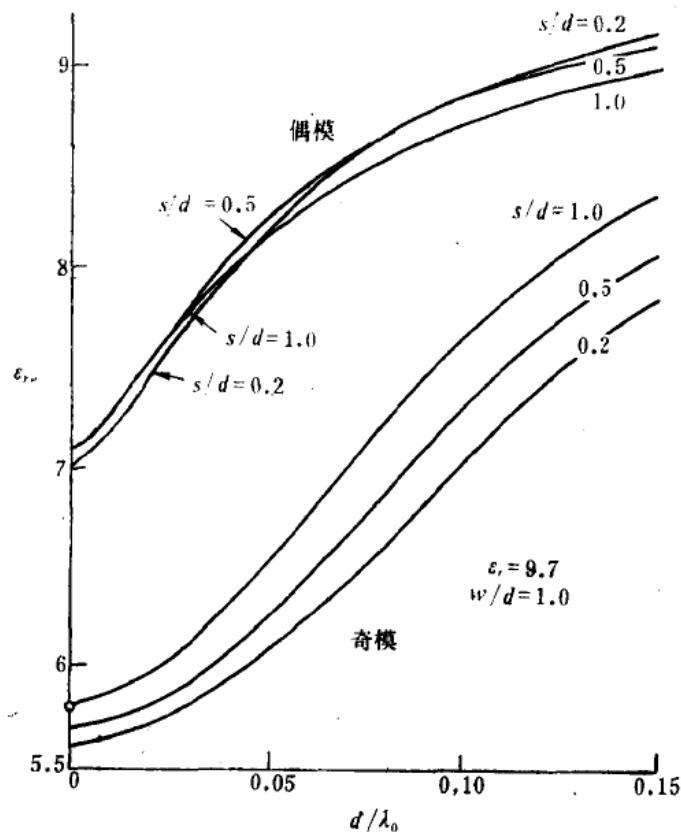
耦合微带线 谱域法全波分析结果:



耦合微带线

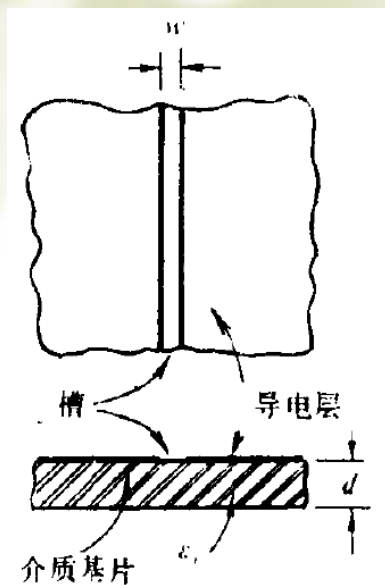


耦合微带线奇模、偶模特性阻抗色散特性



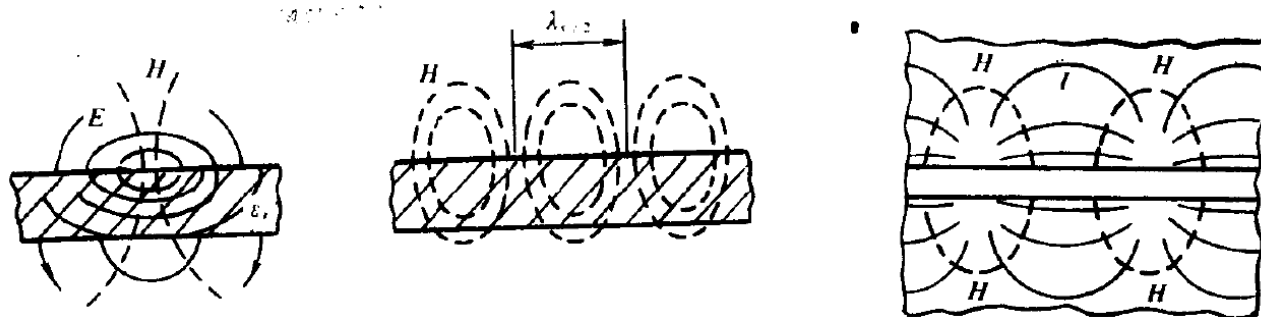
耦合微带线奇模、偶模等效介电常数色散特性

槽线 谱域法全波分析结果：

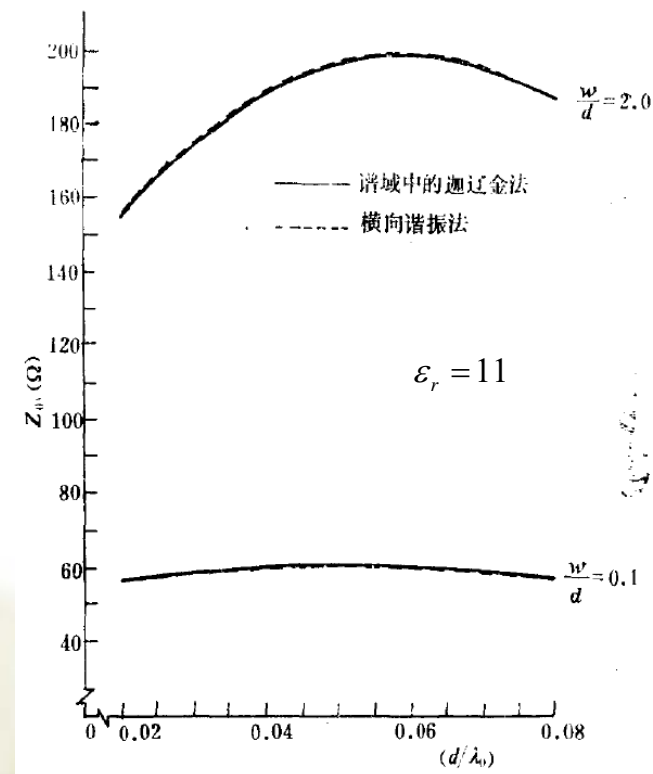
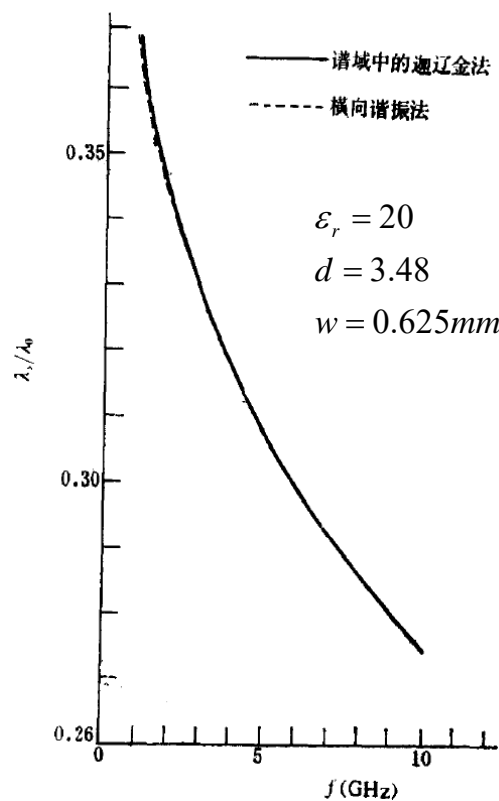


在介质基片的一面导电层上刻制一窄槽而成，而基片的另一表面上则没有导电层，与微带线在结构上成对偶关系

槽波的波长比自由空间波长小，场紧聚在槽的附近，辐射损耗也很小，与微带相当



槽线中的场分布与电流分布



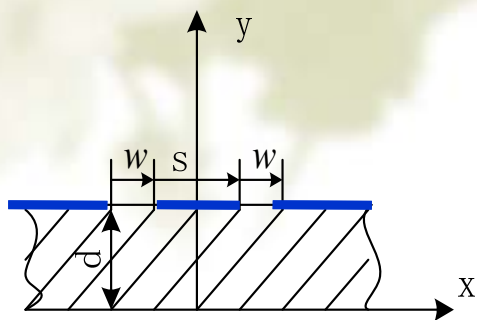
归一化波导波长

特性阻抗

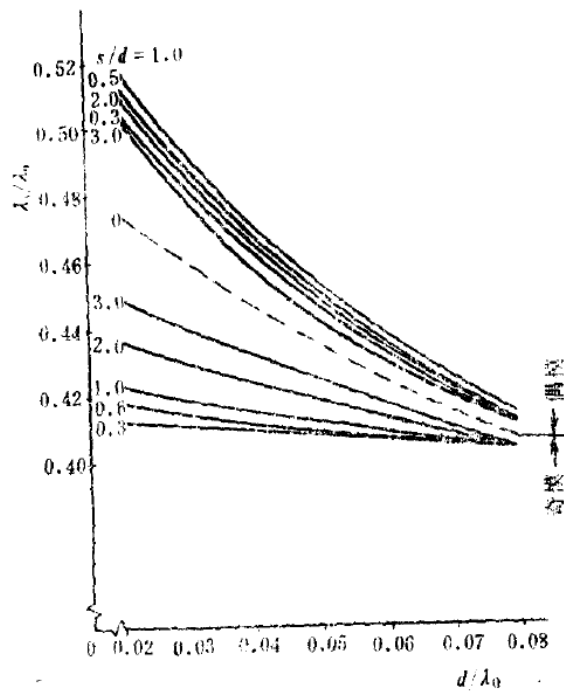
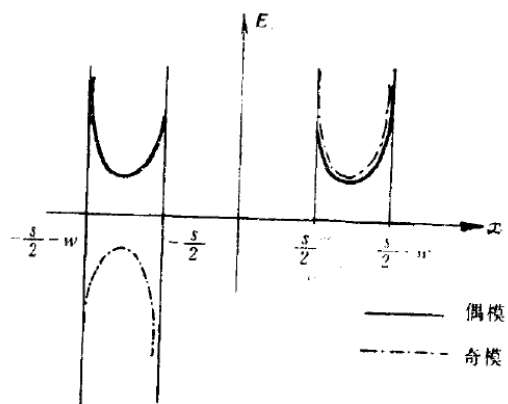
$$Z_{0u} = \frac{V^2}{2P_{avg}} \quad \checkmark$$

$$Z_{0i} = \frac{2P_{avg}}{I^2} \quad \times$$

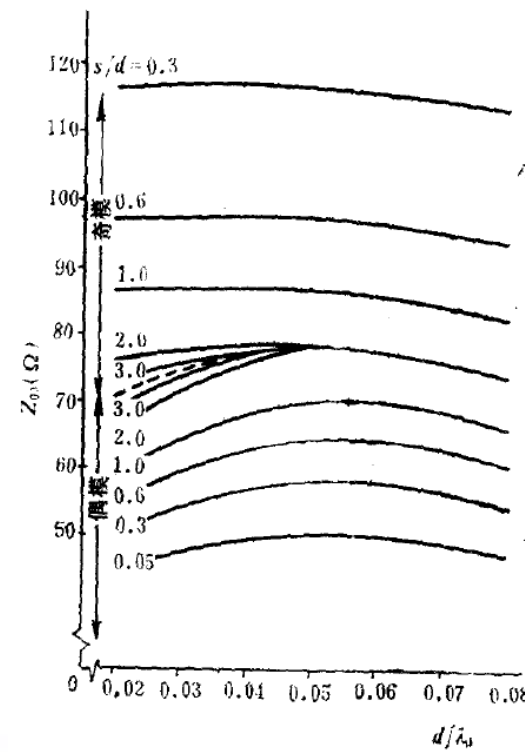
耦合槽线 谱域法全波分析结果:



耦合槽线



归一化波导波长



特性阻抗

$$Z_{0i} = \frac{2P_{avg}}{I^2}$$



$$Z_{0u} = \frac{V^2}{2P_{avg}}$$



共面波导和共面条带的谱域法全波分析结果：

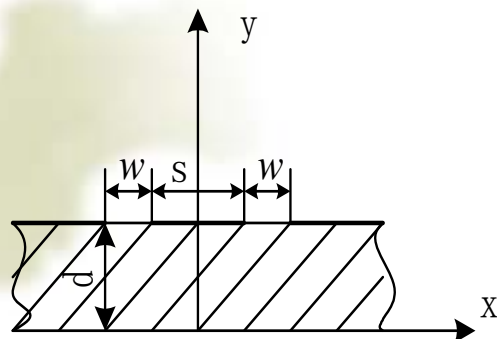


图4.26 共面波导结构

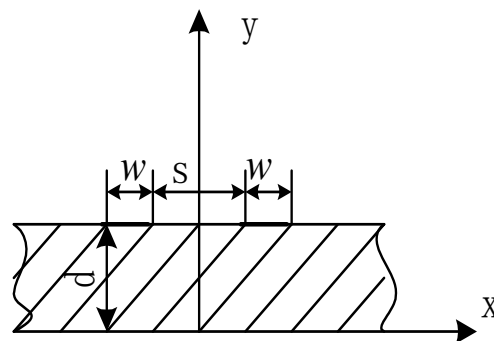
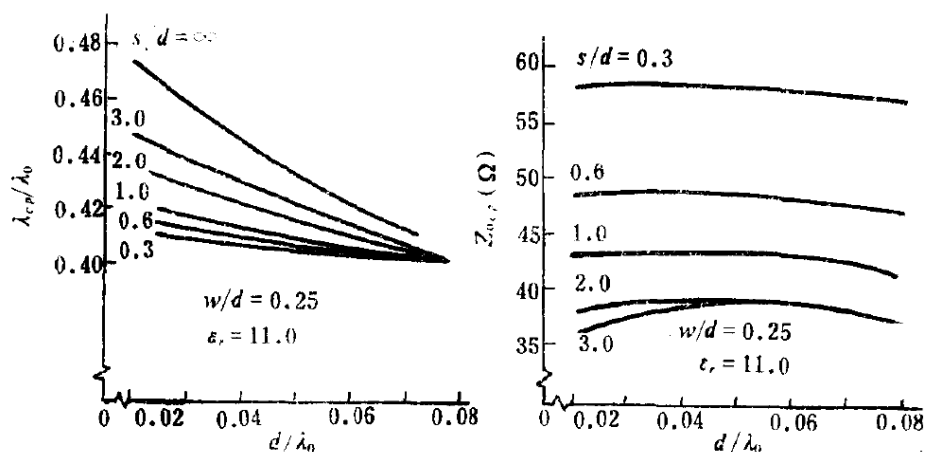
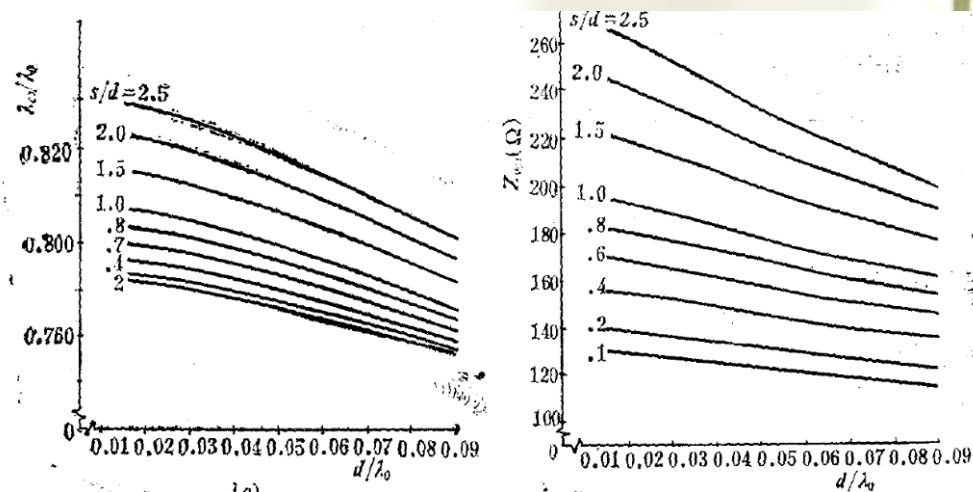


图4.27 共面条带结构

(共面波导就是耦合槽线)



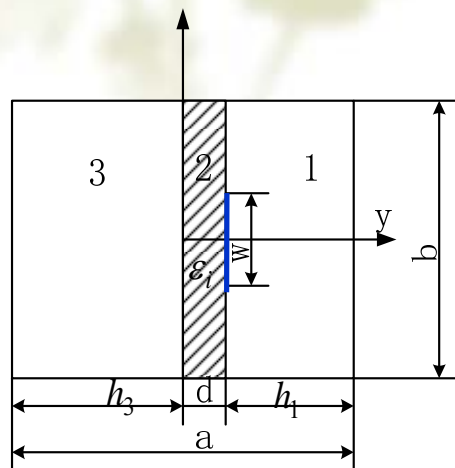
共面波导的归一化波长和特性阻抗



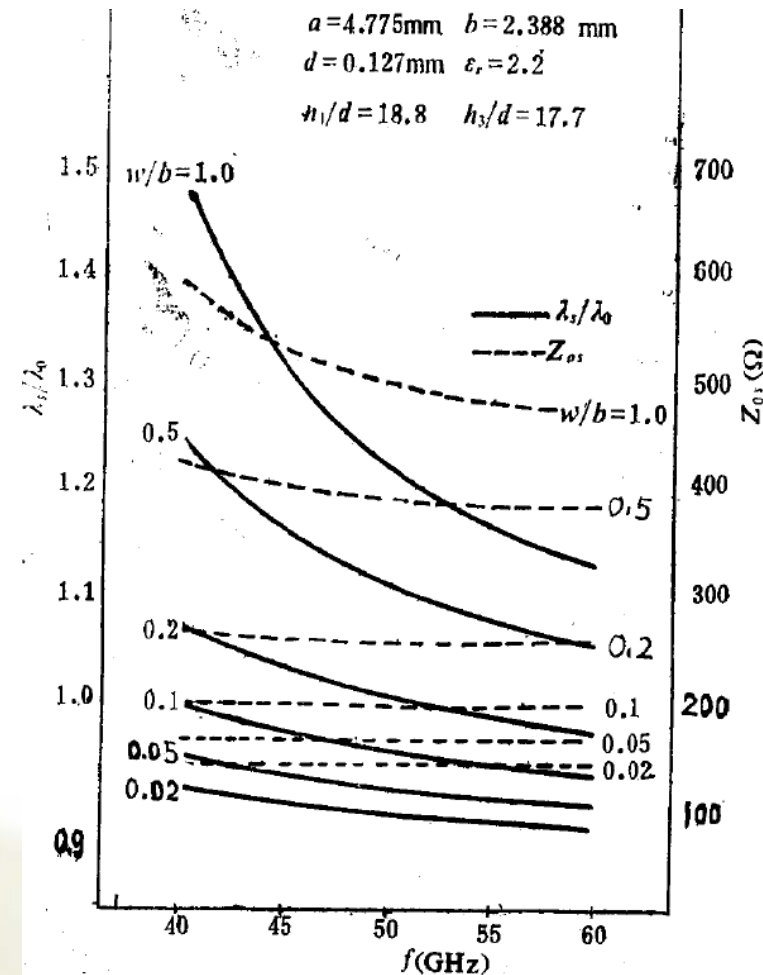
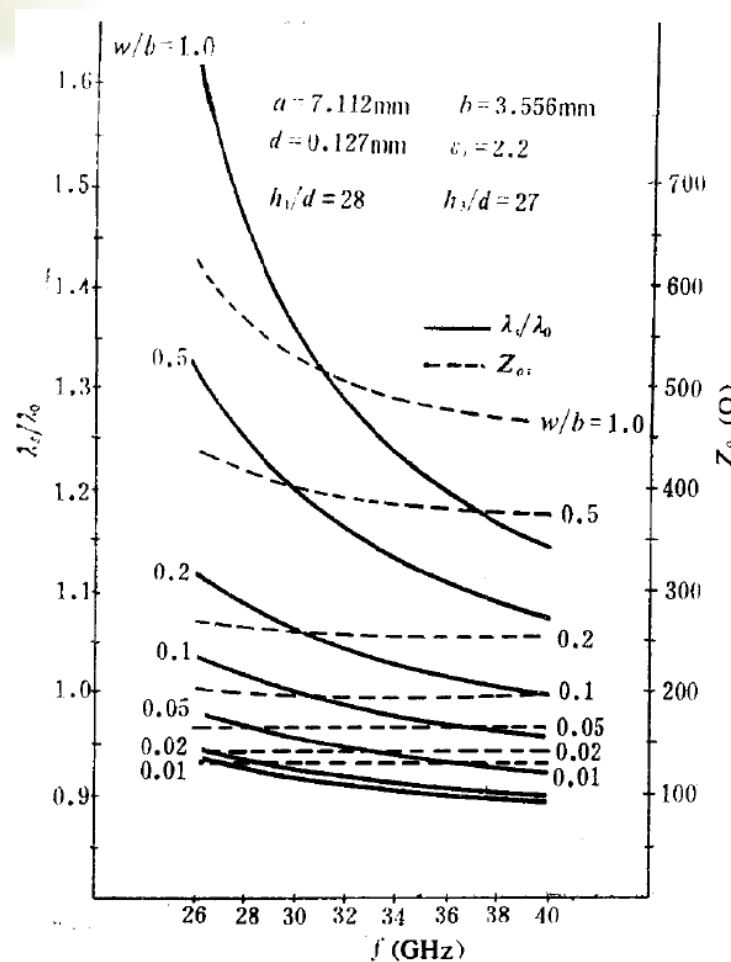
共面条带的归一化波长和特性阻抗

$w/d = 1.5, \epsilon_r = 2.5$

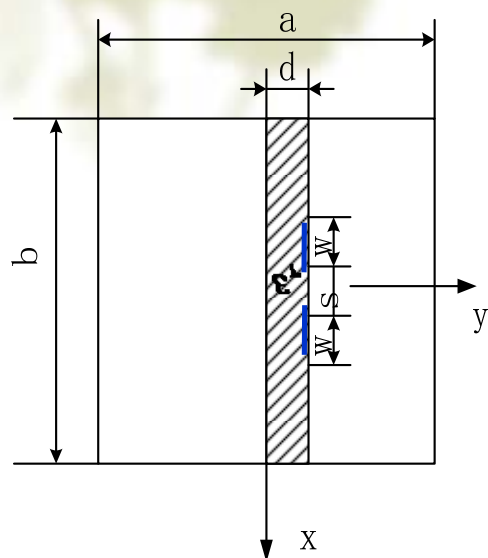
单侧鳍线 谱域法全波分析结果:



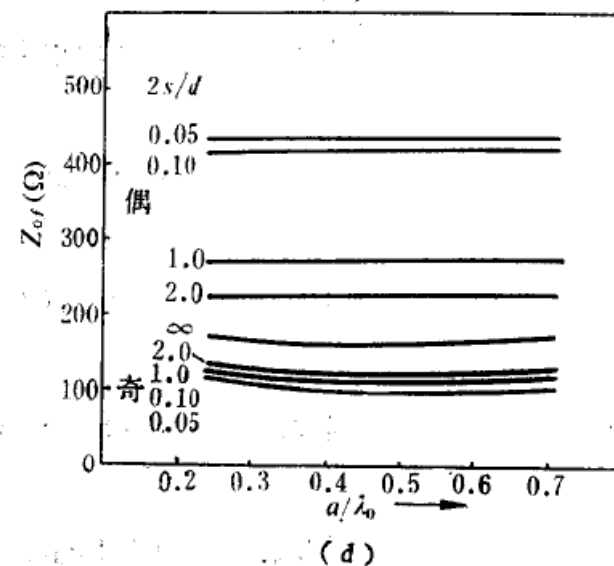
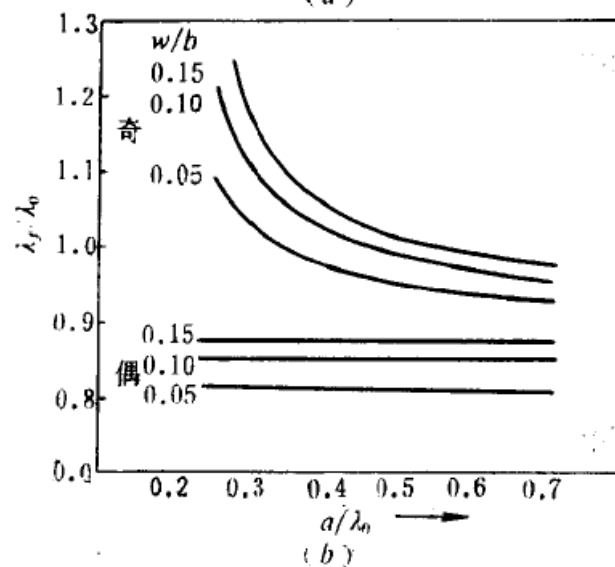
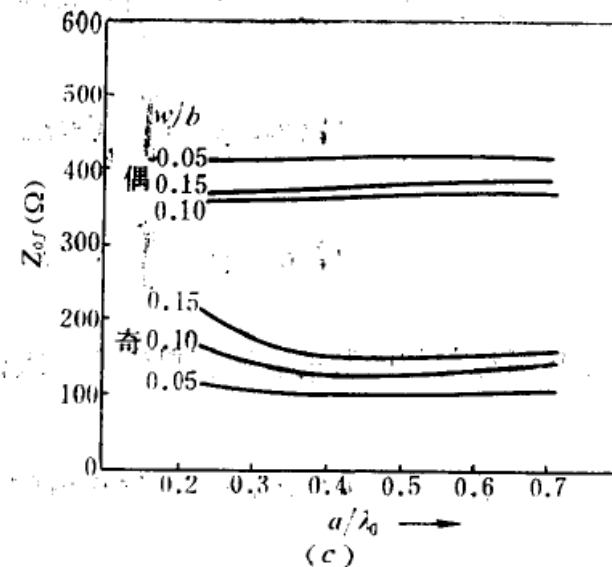
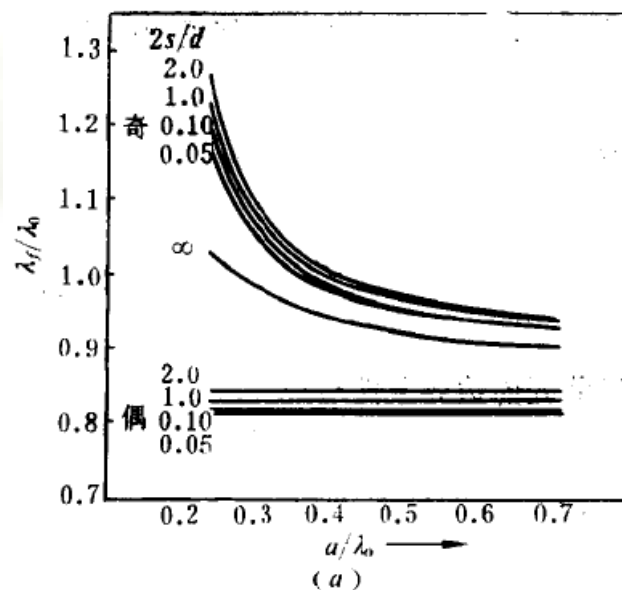
单侧鳍线横截面图



耦合单侧鳍线 谱域法全波分析结果:



耦合单侧鳍线

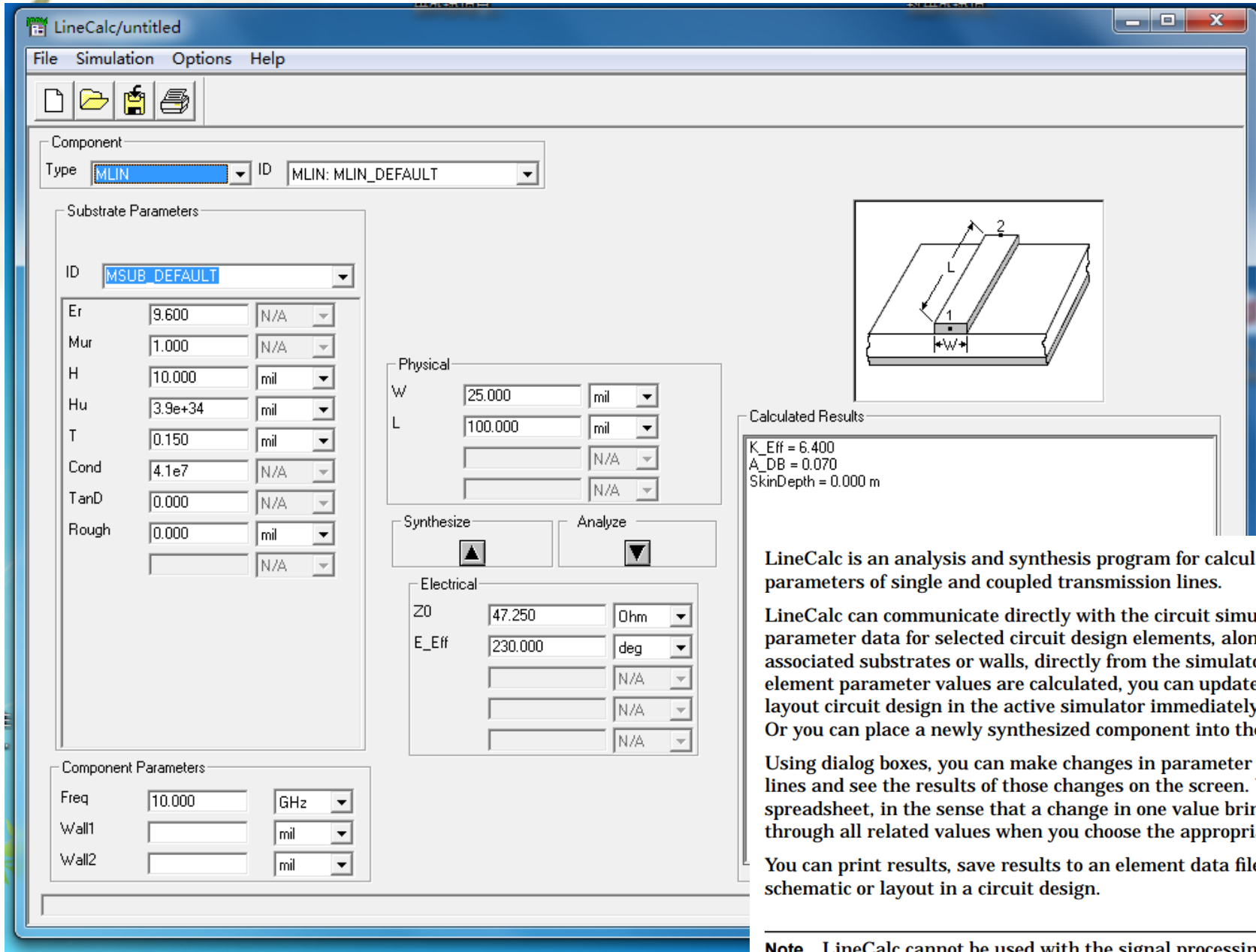


$\epsilon_r = 2.22$, $d/a = 0.03515$, $a = 0.7112\text{cm}$, $b = 0.3556\text{cm}$ (a), (c) $w/2b = 0.05$, $s/d = 0.05, 0.1, 1.0, 2.0$, (b), (d) $s/d = 0.1$, $w/2b = 0.05, 0.1, 0.15$,

第五节 介质波导传输线（略）

第六节 ADS软件中的传输线元件与 LineCalc组件

LineCalc 主界面



The screenshot displays the LineCalc software interface. The main window is titled 'LineCalc/untitled'. It features a menu bar with 'File', 'Simulation', 'Options', and 'Help'. Below the menu bar is a toolbar with icons for file operations. The interface is divided into several sections:

- Component Section:** Includes a 'Type' dropdown set to 'MLIN' and an 'ID' dropdown set to 'MLIN: MLIN_DEFAULT'.
- Substrate Parameters Section:** Contains a table for substrate properties and a 'Physical' section for dimensions.
- Substrate Parameters Table:**

ID	Value	Unit
Er	9.600	N/A
Mur	1.000	N/A
H	10.000	mil
Hu	3.9e+34	mil
T	0.150	mil
Cond	4.1e7	N/A
TanD	0.000	N/A
Rough	0.000	mil
		N/A

- Physical Section:**

Parameter	Value	Unit
W	25.000	mil
L	100.000	mil
		N/A
		N/A

- Electrical Section:**

Parameter	Value	Unit
Z0	47.250	Ohm
E_Eff	230.000	deg
		N/A
		N/A
		N/A

- Calculated Results Section:** Displays the results of the calculations.

Parameter	Value
K_Eff	6.400
A_DB	0.070
SkinDepth	0.000 m

- Diagram:** A 3D perspective view of a microstrip line on a substrate. The width of the line is labeled 'W', the length is labeled 'L', and the substrate height is labeled 'H'. The line is labeled '1' and '2'.
- Buttons:** 'Synthesize' and 'Analyze' buttons are located below the physical parameters.
- Component Parameters Section:**

Parameter	Value	Unit
Freq	10.000	GHz
Wall1		mil
Wall2		mil

LineCalc is an analysis and synthesis program for calculating electrical and physical parameters of single and coupled transmission lines.

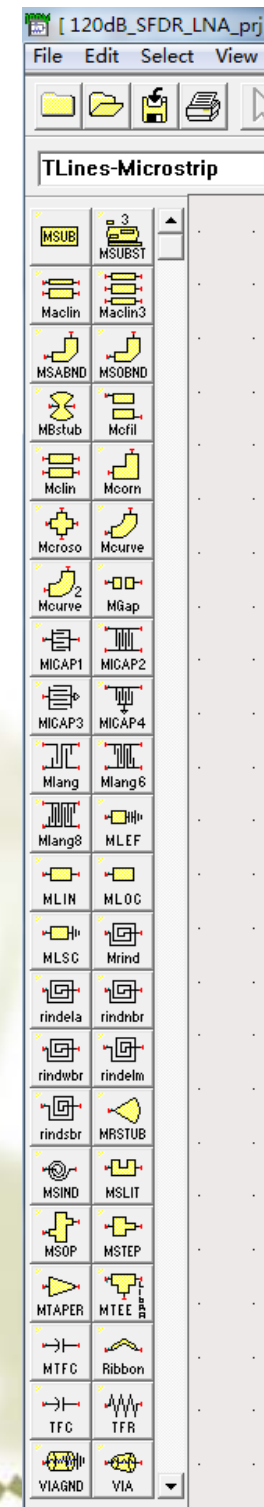
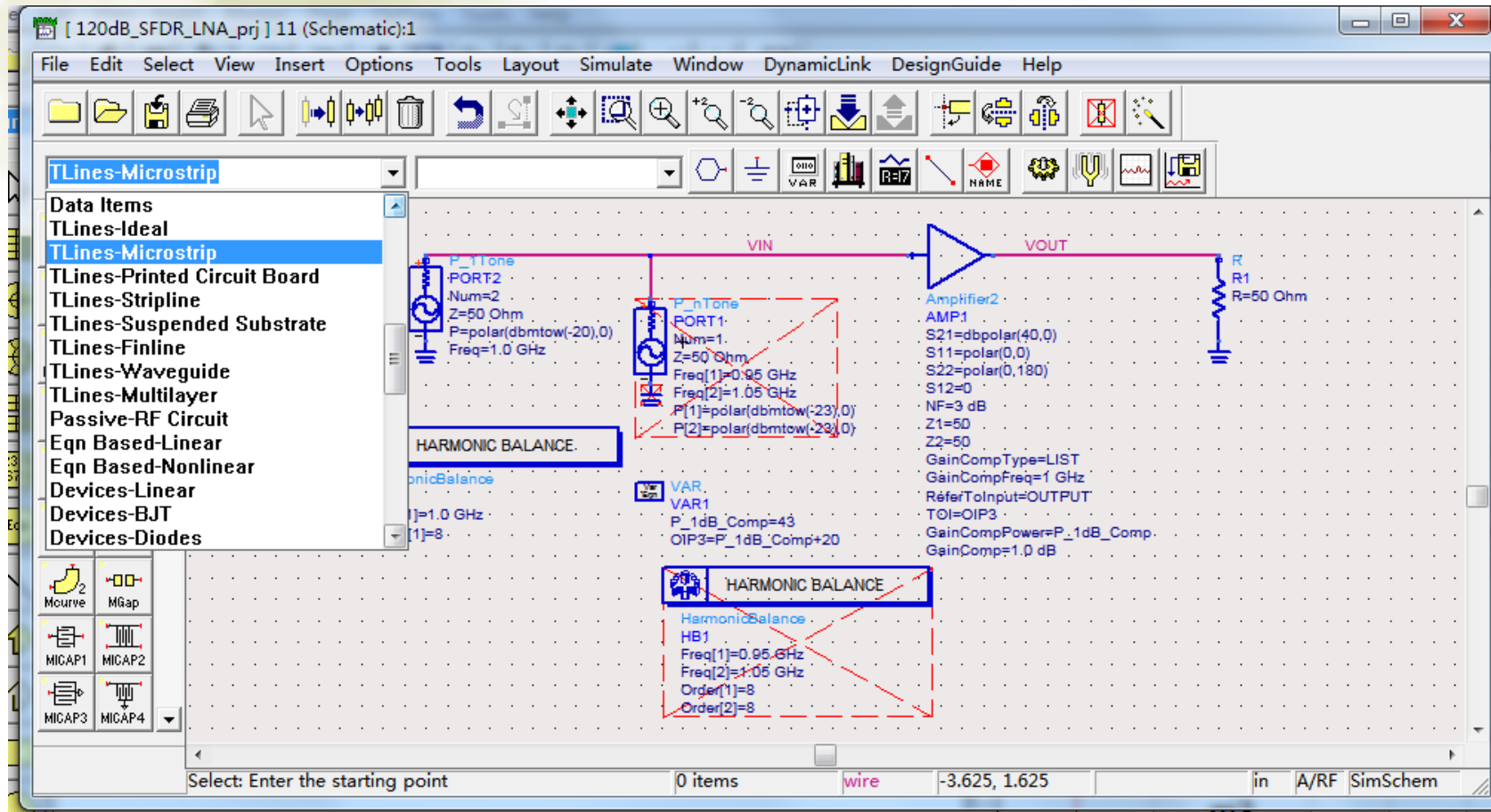
LineCalc can communicate directly with the circuit simulators. You can send parameter data for selected circuit design elements, along with data on any associated substrates or walls, directly from the simulator to LineCalc. After the element parameter values are calculated, you can update the associated schematic or layout circuit design in the active simulator immediately with the LineCalc results. Or you can place a newly synthesized component into the Schematic window.

Using dialog boxes, you can make changes in parameter values of your transmission lines and see the results of those changes on the screen. You can use LineCalc like a spreadsheet, in the sense that a change in one value brings about a recalculation through all related values when you choose the appropriate Calculate button.



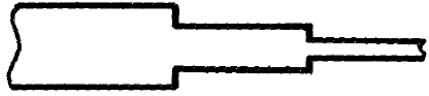
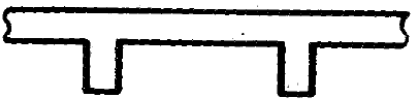
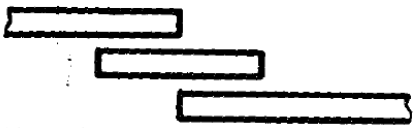
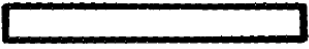
You can print results, save results to an element data file, or instantly update a schematic or layout in a circuit design.

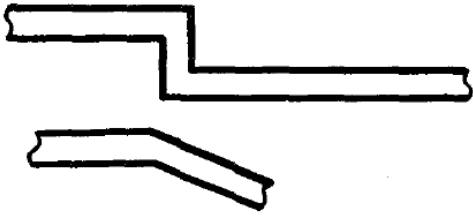
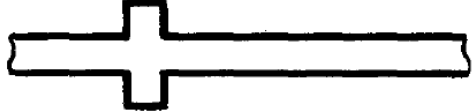

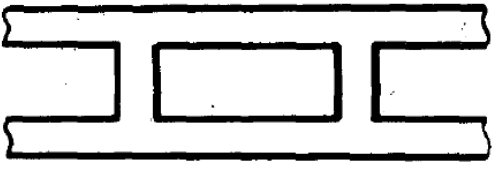
Note LineCalc cannot be used with the signal processing simulators.

ADS主程序中的传输线元件



微带线中的不连续性结构：

名 称	图 例	典型应用
1. 间隙		谐振器耦合
		网络偏置
2. 宽度跃变		阻抗变换
3. 开路		短支线
		耦合线滤波器
		谐振器

名 称	图 例	典型应用
4. 弯折		电路布线
5. 十字交叉		低阻抗短支线
6. T型结		短支线
		分支线路

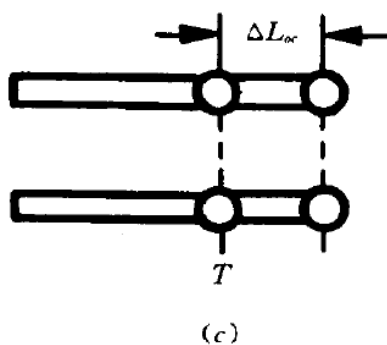
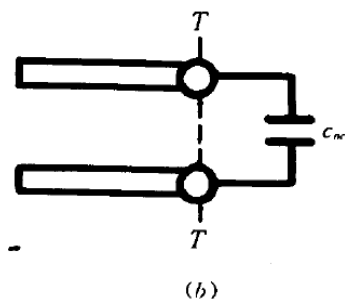
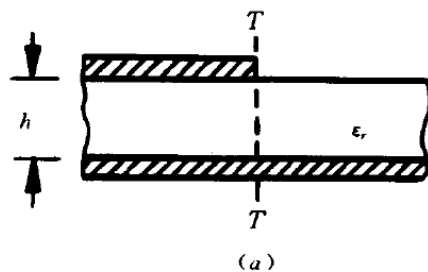
微带线不连续性结构的计算方法：

与微带线的使用波长相比，不连续线段的尺寸通常很小，因此可以用**集总参数元件等效电路**来表征。这些不连续性都是由导体的结构尺寸突变引起的，在间断处电磁场的分布被改变，其中电场的改变引起电容的等效改变，磁场的改变引起电感的等效变化。所以，**微带线不连续性的分析计算，就是计算由这种不连续性引起的电容和电感参数的变化。**

分析计算的方法可以用准静态分析法，计算静态电容和低频电感，分析结果适用于10GHz以下频段。频率再高，则须用全波分析法或使用网络分析仪进行测量，使用散射参数表征。

微带线开路结构：可等效为一个附加电容，或一段理想开路的传输线

$$\frac{C_{oc}}{W} = \exp \left\{ 2.3026 \sum_{i=1}^5 c_i(\epsilon_r) \left[\log \frac{W}{h} \right]^{i-1} \right\}, \text{pFm}^{-1}$$



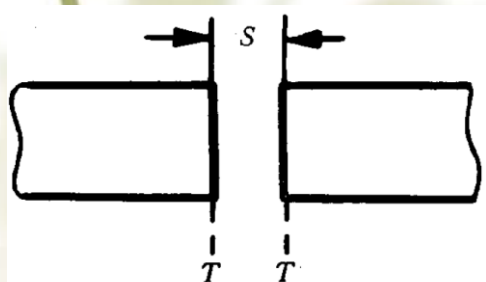
ϵ_r	1.0	2.5	4.2	9.6	16.0	51.0
c_i						
1	1.110	1.295	1.443	1.738	1.938	2.403
2	-0.2892	-0.2817	-0.2535	-0.2538	-0.2233	-0.2220
3	0.1815	0.1367	0.1062	0.1308	0.1317	0.2170
4	-0.0033	-0.0133	-0.0260	-0.0087	-0.0267	-0.0240
5	-0.0540	-0.0267	-0.0073	-0.0113	-0.0147	-0.0840

$$\frac{\Delta L_{oc}}{h} = \frac{C_{oc}}{W} \frac{v_0 Z_0 W/h}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$$

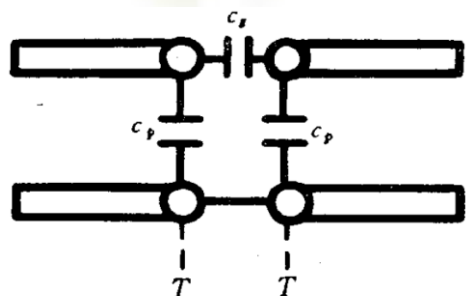
$$\text{或: } \frac{\Delta L_{oc}}{h} = 0.412 \frac{\epsilon_{re} + 0.3}{\epsilon_{re} - 0.258} \left[\frac{(W/h) + 0.264}{(W/h) + 0.8} \right]$$

在 $W/h \geq 0.2, 2 \leq \epsilon_r \leq 50$ 时，上式的误差约为4%。

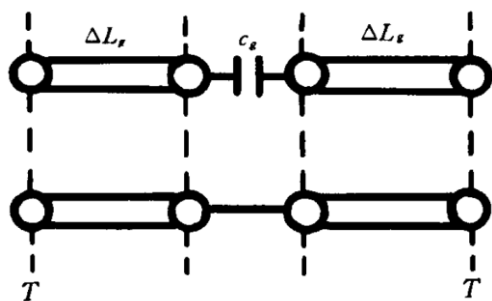
微带线间隙结构：可等效为一个电容网络，或两段传输线串联一个电容



(a)



(b)



(c)

$$c_o = c_p + 2c_g$$

$$c_e = 2c_p$$

$$\frac{\Delta L_g}{h} = \frac{c_p}{W} \frac{v_0 Z_0 W/h}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$$

$$c_o/W = \left(\frac{S}{W} \right)^{m_0} \exp(K_0), \text{pFm}^{-1}, (\epsilon_r = 9.6 \text{ 时})$$

$$c_e/W = \left(\frac{S}{W} \right)^{m_e} \exp(K_e), \text{pFm}^{-1}, (\epsilon_r = 9.6 \text{ 时})$$

$$\begin{cases} m_0 = \frac{W}{h} (0.619 \log \frac{W}{h} - 0.3853) \\ K_0 = 4.26 - 1.453 \log \frac{W}{h} \end{cases} \quad (0.1 \leq \frac{S}{W} \leq 1.0)$$

$$\begin{cases} m_e = 0.8675 \\ K_e = 2.043 \left(\frac{W}{h} \right)^{0.12} \end{cases} \quad (0.1 \leq \frac{S}{W} \leq 0.3)$$

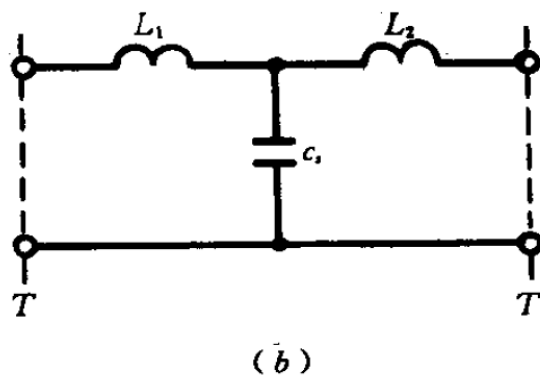
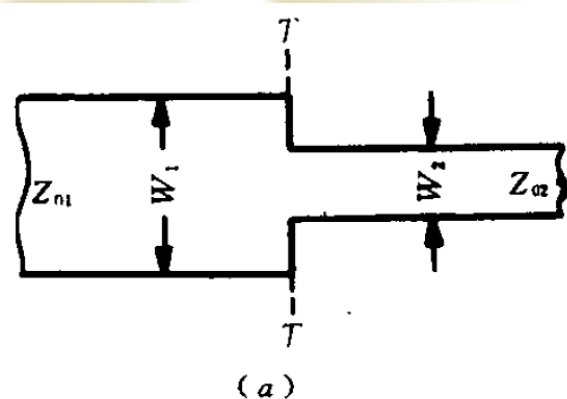
$$\begin{cases} m_e = \frac{1.565}{(W/h)^{0.16}} - 1 \\ K_e = 1.97 \frac{0.03}{W/h} \end{cases} \quad (0.3 \leq \frac{S}{W} \leq 1.0)$$

当 $\epsilon_r \neq 9.6$ ($2.5 \leq \epsilon_r \leq 15$) 时,

$$c_o(\epsilon_r) = c_o(9.6) (\epsilon_r/9.6)^{0.8}$$

$$c_e(\epsilon_r) = c_e(9.6) (\epsilon_r/9.6)^{0.9}$$

微带线宽度跃变结构：可等效为T型LC网络



$$\frac{c_s}{\sqrt{W_1 W_2}} = (10.1 \log \epsilon_r + 2.33) \frac{W_1}{W_2} - 12.6 \log \epsilon_r - 3.17, \text{pFm}^{-1}$$

($\epsilon_r \leq 10$; $1.5 \leq W_1/W_2 \leq 3.5$)

$$\frac{c_s}{\sqrt{W_1 W_2}} = 130 \log \frac{W_1}{W_2} - 44, \text{pFm}^{-1}$$

($\epsilon_r = 9.6$; $3.5 \leq W_1/W_2 \leq 10$)

$$L_1 = \frac{L_{W_1}}{L_{W_1} + L_{W_2}} L_s$$

$$L_2 = \frac{L_{W_2}}{L_{W_1} + L_{W_2}} L_s$$

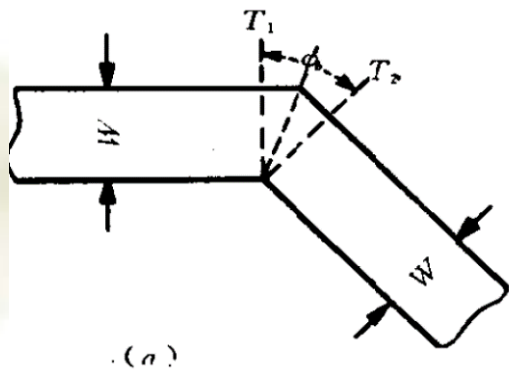
$$\frac{L_s}{h} = 40.5 \left(\frac{W_1}{W_2} - 1.0 \right) - 75 \log \frac{W_1}{W_2} + 0.2 \left(\frac{W_1}{W_2} - 1 \right)^2, \text{nHm}^{-1}$$

($W_1/W_2 \leq 5, W_2/h = 1.0$) (3.1.3-20)

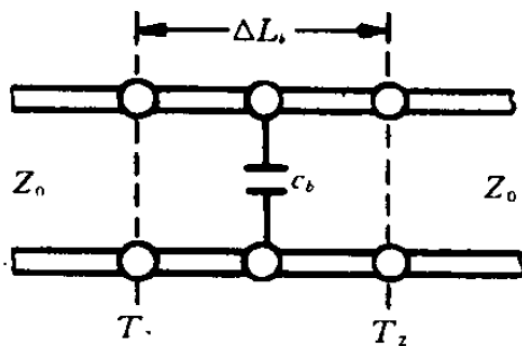
$$L_{W_1} = \frac{Z_{01} \sqrt{\epsilon_{re}}}{v_0}, \text{Hm}^{-1}$$

$$L_{W_2} = \frac{Z_{02} \sqrt{\epsilon_{re}}}{v_0}, \text{Hm}^{-1}$$

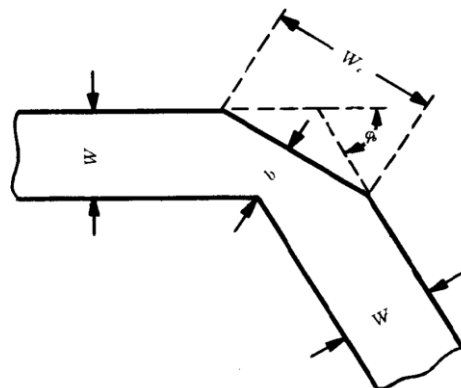
微带线弯折结构：可等效为两段传输线与一个并联电容网络



$$\frac{c_b}{W} = \begin{cases} \frac{(14\epsilon_r + 12.5)W/h - (1.83\epsilon_r - 2.25)}{\sqrt{W/h}} \\ + \frac{0.02\epsilon_r}{W/h}, \text{pFm}^{-1}, & \left(\frac{W}{h} < 1\right) \\ (9.5\epsilon_r + 1.25)W/h + 5.2\epsilon_r + 7.0, \text{pFm}^{-1}, & (W/h \geq 1) \end{cases}$$



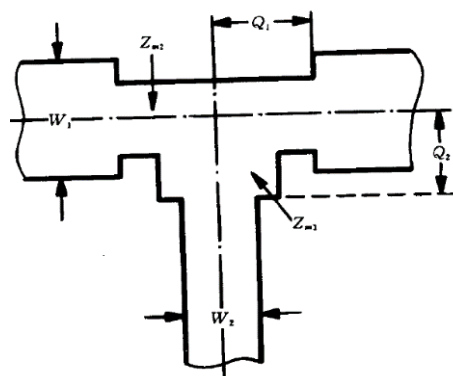
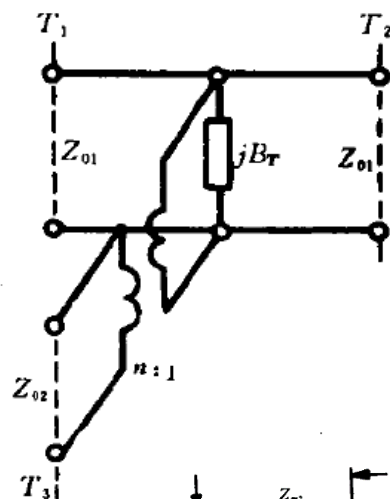
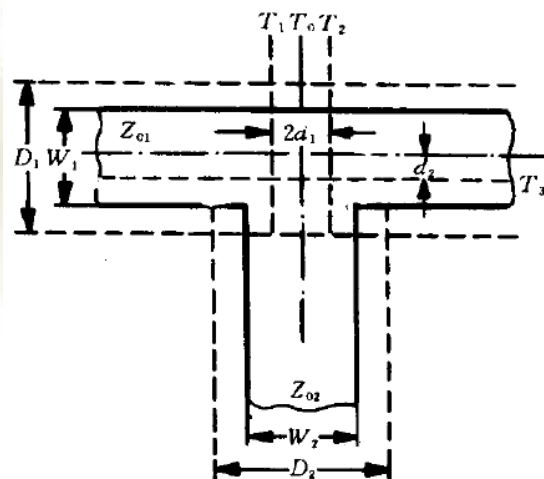
$$\frac{\Delta L_b}{h} = 100(4\sqrt{W/h} - 4.21), \text{nHm}^{-1}$$



微带线倒角结构：减小并联电容的影响
对于50欧姆的铝衬底微带线, 倒角度等
于72%左右为好。倒角度定义为：

$$\text{倒角度} = \left(1 - \frac{b}{\sqrt{2}W}\right) \times 100\%$$

微带线T型结构：实线是实际T型结，虚线为等效的均匀平板线T型结



$$D_1 = 120\pi h / Z_{01}^a$$

$$D_2 = 120\pi h / Z_{02}^a$$

式中， Z_{01}^a 、 Z_{02}^a 是空气介质时微带线的特性阻抗

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{2D_1}{\lambda_m} \frac{Z_{01}}{Z_{02}}\right)}{\frac{\pi}{2} \frac{2D_1}{\lambda_m} \frac{Z_{01}}{Z_{02}}}$$

$$\frac{d_1}{D_2} = 0.05 \frac{Z_{01}}{Z_{02}} n^2$$

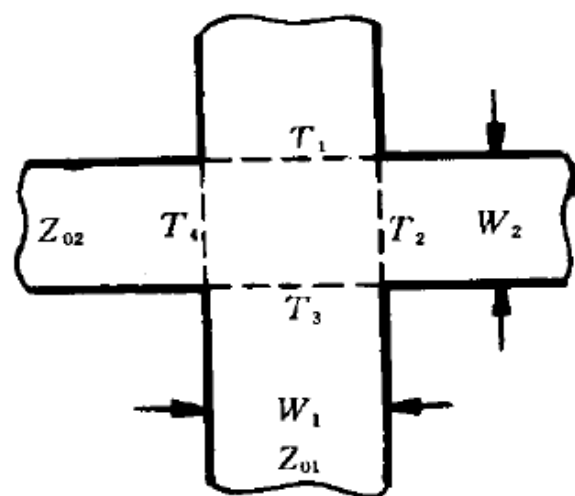
$$\frac{d_2}{D_1} = \frac{1}{2} - 0.16 \left[1 + (2D_1/\lambda_m)^2 - 2\ln\left(\frac{Z_{01}}{Z_{02}}\right) \right] \frac{Z_{01}}{Z_{02}}$$

(式中 $Y_{01} = 1/Z_{01}$ ，当 $Z_{01}/Z_{02} > 2$ 时， Z_{01} 须与 Z_{02} 互换)

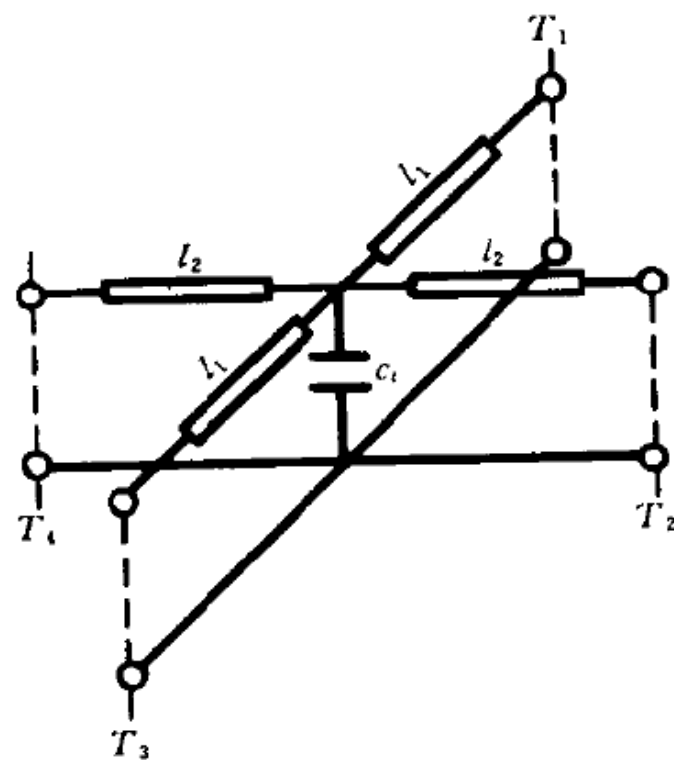
$$\frac{B_T \lambda_m}{Y_{01} D_1} = \begin{cases} -(1 - 2D_1/\lambda_m) Z_{01}/Z_{02}, & (Z_{01}/Z_{02} \leq 0.5) \\ (1 - 2D_1/\lambda_m) (3Z_{01}/Z_{02} - 2), & (Z_{01}/Z_{02} \geq 0.5) \end{cases}$$

如左图，可通过改变T型结处的微带线的宽度与长度来补偿掉电纳分量

微带线十字交叉结构:

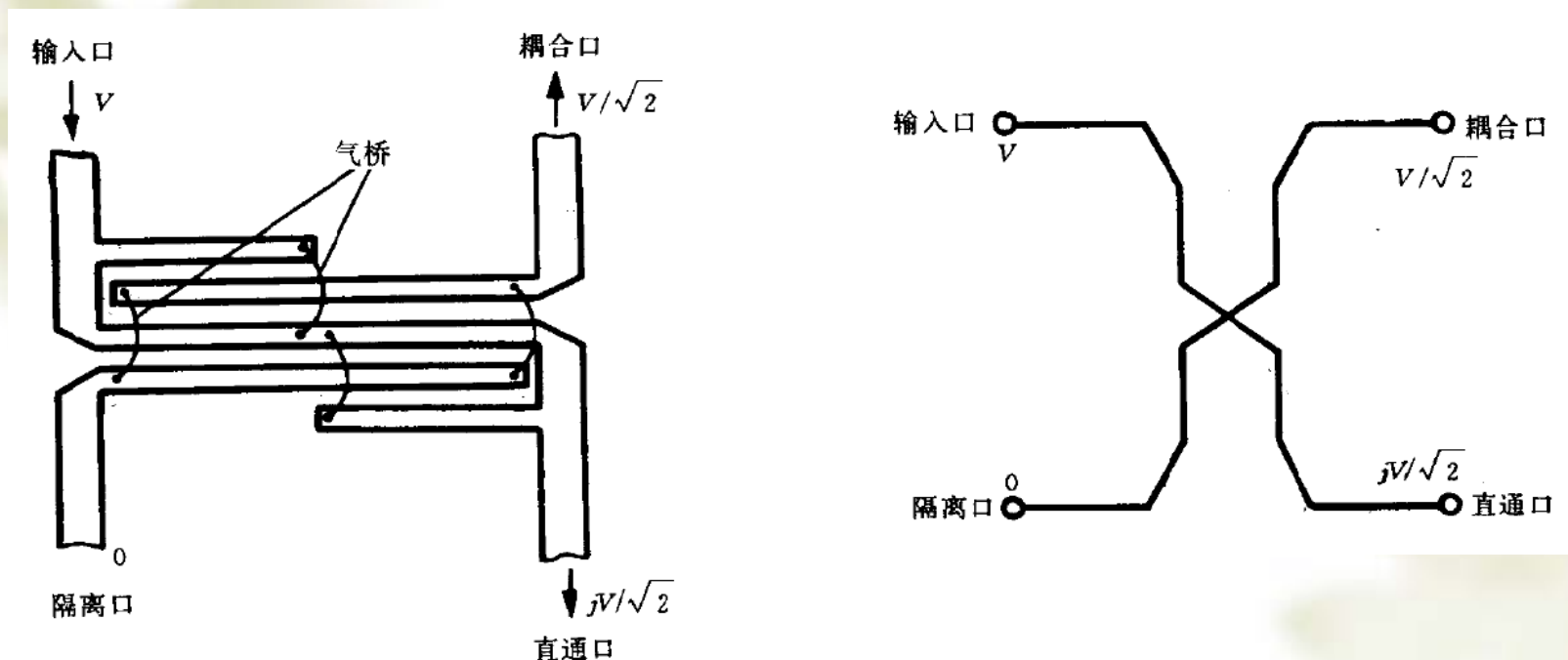


(a)



(b)

耦合微带线Lang 3dB、90度相移定向耦合器：



奇、耦模特性阻抗：

$$Z_{00} = Z_0 \left[\frac{1-c}{1+c} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{(k-1)(1+q)}{(c+q) + (k-1)(1-c)}$$

$$Z_{0e} = Z_{00} \frac{(c+q)}{(k-1)(1-c)}$$

$$q = [c^2 + (1-c^2)(k-1)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$c = 10^{-\frac{c'_0}{20}}$$

c'_0 ——中心频率耦合度，一般 $c'_0 = 0 \sim 30\text{dB}$ ；

k ——指数。

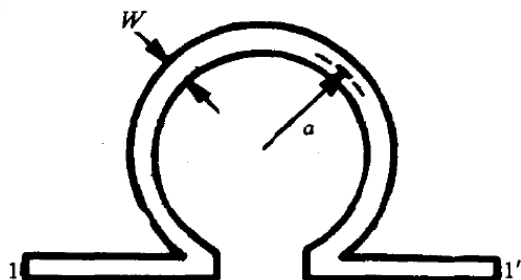
微波集成电感器：

1, 微带线节电感器：电感量等于单位长度电感量与线长乘积 $L = lZ = \frac{Z_0}{v_p Z} = \frac{Z_0 \sqrt{\epsilon_{re}}}{30}$

直条导体的电感： $L = 2Z \left[\ln \left(\frac{2\pi Z}{W} \right) - 1 + \frac{W}{\pi Z} \right], nH$

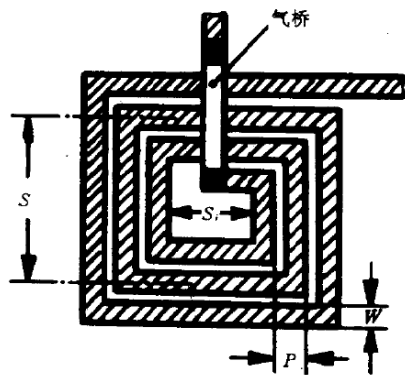
2, 单环电感器：

$$L \approx 12.57a \left[\ln(8\pi a/W) - 2 + \mu_r \delta \right], nH \quad (a, W \text{ 的单位为 } cm)$$

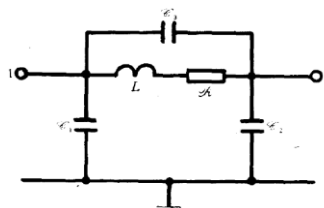


$$L \approx \frac{12.57a}{1 + (5.2 \pm 1.5)a} \left[\ln(8\pi a/W) - 2 + \mu_r \delta \right], nH$$

3, 多圈平面方螺旋电感器： $L \approx 0.0008N^2S \left[\ln \left(\frac{S}{b} \right) + 0.726 + 0.1776 \left(\frac{b}{S} \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{b}{S} \right)^2 + \dots \right], nH$



式中, N 是圈数; P 是螺线间距, μm ; $b = NP$; S_i 是内圈尺寸, μm ; $S \approx S_i + NP$, 为平均边长, μm 。

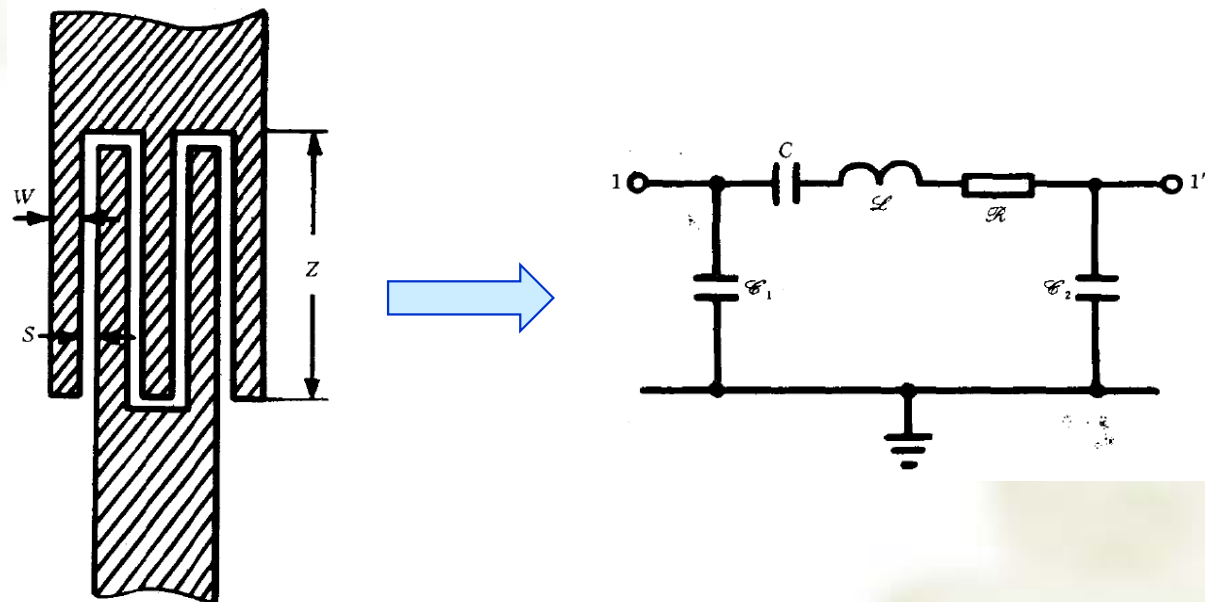


4, 多圈平面圆螺旋电感器： $L \approx \frac{(r_o + r_i)^2 N^2}{25.4(60r_o - 28r_i)}, nH$

式中, r_i 是内半径, μm ; r_o 是外半径, μm ; N 是圈数。

微波集成电容器：

1，交指式电容器：



2，叠层式电容器： $C \approx \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$

式中 A 是金属板面积, d 是介质厚度。在微波集成电路中,常用的介质膜有 SiO_2 、 SiO 、 Si_3N_4 、 Al_2O_3 、 Ta_2O_5 等。当用 $1 \times 10^{-7} \sim 3 \times 10^{-7}\text{m}$ 厚的 Si_3N_4 作介质时($\epsilon_r = 6.5 \sim 7.5$),电容量可达 $0.1 \sim 0.6\text{fF}/\mu\text{m}^2$ 。

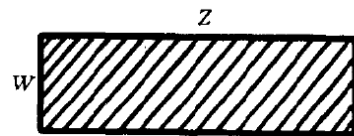
品质因数 Q :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d} \quad (3.4.1-2)$$

式中 Q_c 和 Q_d 分别是只考虑导体损耗和介质损耗时的 Q 值。在 X 波段, GaAs 叠层电容的 Q 值可达 50 以上。

微波集成电阻器:

1, 矩形金属膜电阻器:



$$R = \frac{\rho Z}{dW} + \frac{2\rho_c}{W}$$

d —— 金属膜厚度, mm;

W —— 金属膜宽度; mm;

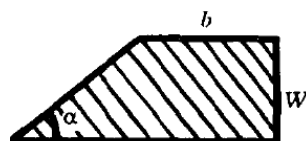
Z —— 金属膜长度; mm;

ρ —— 金属膜电阻率, $\Omega \cdot \text{mm}$;

ρ_c —— 欧姆触点的电阻率, 一般为 $0.1 \sim 1 \Omega \cdot \text{mm}$;

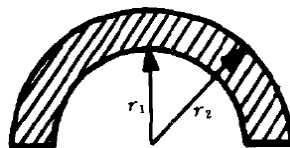
R —— 膜电阻值, Ω 。一般, GaAs 电阻范围 $50 \sim 25000 \Omega$, NiCr 电阻范围 $3 \sim 20 \Omega$ 。

2, 劈形金属膜电阻器:



$$R = \frac{\rho c t g \alpha}{\ln \left[\frac{W t g \alpha + b}{b} \right]}$$

3, 半圆形金属膜电阻器:



$$R = \frac{\rho c t g \alpha}{\ln \left[\frac{W t g \alpha + b}{b} \right]}$$

电阻器的等效电路:

