

1. Logistic / Softmax Loss 函數的凸性

在二元分類中，Logistic regression 的 cross-entropy loss 已知是凸函數。

那麼在 **多分類情況 (Softmax Regression)** 下，loss function 定義為：

$$Loss(\theta) = - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K y_{i,k} \log \frac{e^{\theta_k^T x_i}}{\sum_{j=1}^K e^{\theta_j^T x_i}}$$

- 此函數是否仍然是凸函數？
 - 若是，數學上的理由為何？
 - 若不是，在什麼條件下會失去凸性？
-

2. Kink 與最佳化

在股票市場模型中，**payoff / utility 函數** 常出現 kink (不可微點)，例如期權 payoff:

$$f(S) = \max(S - K, 0).$$

- 傳統的 gradient-based 方法（如 SGD）在這些點如何處理？
- 是否需要改用 **subgradient method** 或其他替代方案來保留 kink 結構？
- 這會對模型的收斂性與金融應用準確度帶來什麼影響？