

温兆和, 10205501432, 统计方法与机器学习作业4

1. 证: 在异或问题中, $(0, 0)$ $(1, 1)$ 是一类, $(0, 1)$ $(1, 0)$ 是另一类.

考虑感知机模型 $y = \text{sign}(k_1 x_1 + k_2 x_2 + b)$

不妨设: 当 $(x_1, x_2) = (0, 0)$ 或 $(1, 1)$ 时 $y > 0$

则 $b \geq 0$ 且 $k_1 + k_2 + b \geq 0$.

则当 $(x_1, x_2) = (0, 1)$ 或 $(1, 0)$ 时 $y < 0$.

故 $k_1 + b < 0$ 且 $k_2 + b < 0$

故 $k_1 + k_2 + 2b < 0$.

又: $b \geq 0$ 且 $k_1 + k_2 + b \geq 0$

故 $k_1 + k_2 + 2b = k_1 + k_2 + b + b \geq 0$

与 $k_1 + k_2 + b < 0$ 矛盾.

故不存在这样的感知机模型, 能把 $(0, 0)$ $(1, 1)$ 归入一类, $(1, 0)$ $(0, 1)$ 归入另一类.

故感知机模型不能表示异或问题.