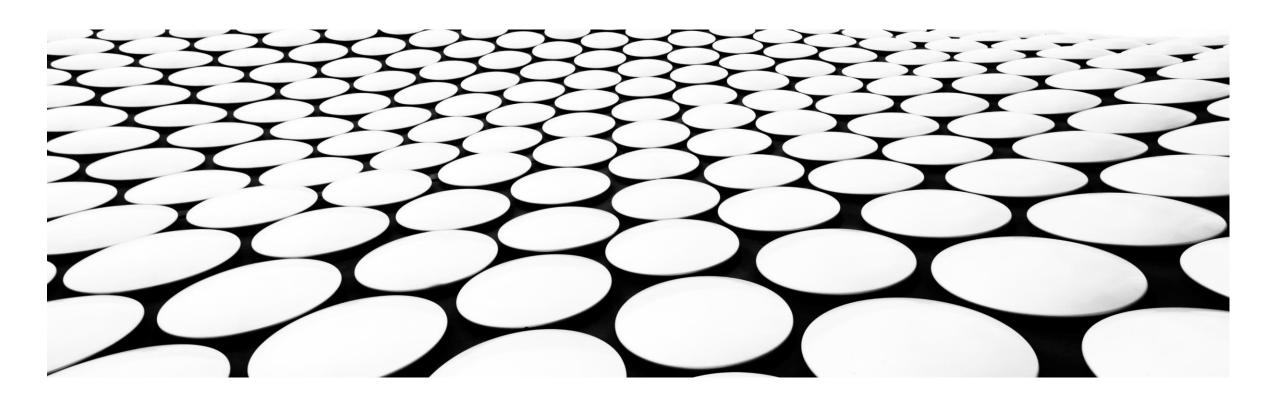
# DIFFUSION的训练与GUIDED DIFFUSION



### DDIM (DENOISING DIFFUSION IMPLICIT MODEL)

$$\mathsf{DDPM:} \quad \ L_{t-1}^{\mathrm{simple}} = \mathbb{E}_{\mathbf{x}_0, \epsilon \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})} \Big[ \|\epsilon - \epsilon_{\theta} \big( \sqrt{\bar{\alpha}_t} \mathbf{x}_0 + \sqrt{1 - \bar{\alpha}_t} \epsilon, t \big) \|^2 \Big]$$

DDPM其实仅仅依赖边缘分布 $q(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_0)$ 

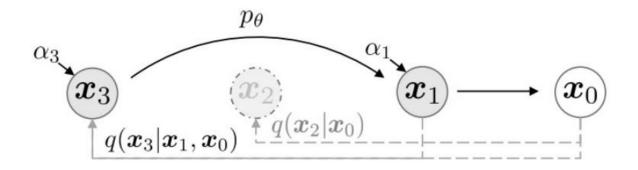
而并不是直接作用在联合分布  $q(\mathbf{x}_{1:T}|\mathbf{x}_0)$ 

$$\mathbf{x}_{t-1} = \sqrt{lpha_{t-1}} \Big( \underbrace{\frac{\mathbf{x}_t - \sqrt{1 - lpha_t} \epsilon_{ heta}(\mathbf{x}_t, t)}{\sqrt{lpha_t}}}_{ ext{predicted } \mathbf{x}_0} \Big) + \underbrace{\sqrt{1 - lpha_{t-1} - \sigma_t^2} \cdot \epsilon_{ heta}(\mathbf{x}_t, t)}_{ ext{direction pointing to } \mathbf{x}_t} + \underbrace{\sigma_t \epsilon_t}_{ ext{random noise}}$$

$$\sigma_t^2 = \eta \cdot ilde{eta}_t = \eta \cdot \sqrt{(1-lpha_{t-1})/(1-lpha_t)} \sqrt{(1-lpha_t/lpha_{t-1})}$$

这里考虑两种情况,一是 $\eta=1$ ,此时 $\sigma_t^2=\tilde{\beta}_t$ ,此时生成过程就和DDPM一样了。另外一种情况是 $\eta=0$ ,这个时候生成过程就没有随机噪音了,是一个确定性的过程,论文将这种情况下的模型称为**DDIM**(denoising diffusion implicit model),一旦最初的随机噪音 $\mathbf{x}_T$ 确定了,那么DDIM的样本生成就变成了确定的过程。

### DDIM加速过程——前向移动省略步数



那么生成过程也可以用这个子序列的反向马尔卡夫链来替代,由于S可以设置比原来的步数L要小,那么就可以加速生成过程。这里的生成过程变成:

$$\mathbf{x}_{ au_{i-1}} = \sqrt{lpha_{ au_{i-1}}} \Big( rac{\mathbf{x}_{ au_i} - \sqrt{1 - lpha_{ au_i}} \epsilon_{ heta}(\mathbf{x}_{ au_i}, au_i)}{\sqrt{lpha_{ au_i}}} \Big) + \sqrt{1 - lpha_{ au_{i-1}} - \sigma_{ au_i}^2} \cdot \epsilon_{ heta}(\mathbf{x}_{ au_i}, au_i) + \sigma_{ au_i} \epsilon_{ heta}$$

其实上述的加速, 我们是将前向过程按如下方式进行了分解:

$$q_{\sigma, au}(\mathbf{x}_{1:T}|\mathbf{x}_0) = q_{\sigma, au}(\mathbf{x}_T|\mathbf{x}_0) \prod_{i=1}^S q_{\sigma}(\mathbf{x}_{ au_{i-1}}|\mathbf{x}_{ au_i},\mathbf{x}_0) \prod_{t \in ar{ au}} q_{\sigma, au}(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_0)$$

其中 $\bar{\tau}=\{1,\ldots,T\}\setminus \tau$ 。这包含了两个图:其中一个就是由 $\{\mathbf{x}_{\tau_i}\}_{i=1}^S$ 组成的马尔可夫链,另外一个是剩余的变量 $\{\mathbf{x}_t\}_{t\in\bar{\tau}}$ 组成的星状图。同时生成过程,我们也只用马尔可夫链的那部分来生成:

$$p_{ heta}(\mathbf{x}_{0:T}) = p(\mathbf{x}_T) \coprod_{i=1}^{S} p_{ heta}(\mathbf{x}_{ au_{i-1}} | \mathbf{x}_{ au_i}) imes \coprod_{t \in ar{ au}} p_{ heta}(\mathbf{x}_0 | \mathbf{x}_t)$$

论文共设计了两种方法来采样子序列, 分别是:

• Linear: 采用线性的序列 $au_i = |ci|$  ;

C为定值

• Quadratic: 采样二次方的序列 $au_i = \lfloor ci^2 
floor;$ 

#### 实验结果

下表为不同的 $\eta$ 下以及不同采样步数下的对比结果,可以看到DDIM( $\eta=0$ )在较短的步数下就能得到比较好的效果,媲美DDPM( $\eta=1$ )的生成效果。如果S设置为50,那么相比原来的生成过程就可以加速20倍。

Table 1: CIFAR10 and CelebA image generation measured in FID.  $\eta=1.0$  and  $\hat{\sigma}$  are cases of DDPM (although Ho et al. (2020) only considered T=1000 steps, and S< T can be seen as simulating DDPMs trained with S steps), and  $\eta=0.0$  indicates DDIM.

		CIFAR10 (32 × 32)					CelebA ( $64 \times 64$ )				
	S	10	20	50	100	1000	10	20	50	100	1000
	0.0	13.36	6.84	4.67	4.16	4.04	17.33	13.73	9.17	6.53	3.51
	0.2	14.04	7.11	4.77	4.25	4.09	17.66	14.11	9.51	6.79	3.64
$\eta$	0.5	16.66	8.35	5.25	4.46	4.29	19.86	16.06	11.01	8.09	4.28
	1.0	41.07	18.36	8.01	5.78	4.73	33.12	26.03	18.48	13.93	5.98
	$\hat{\sigma}$	367.43	133.37	32.72	9.99	3.17	299.71	183.83	71.71	45.20	3.26

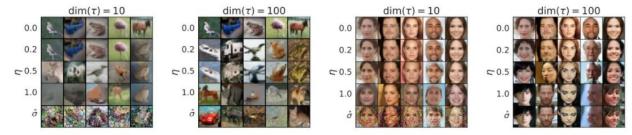
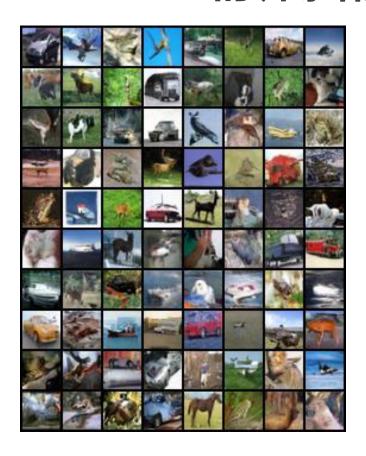


Figure 3: CIFAR10 and CelebA samples with  $\dim(\tau) = 10$  and  $\dim(\tau) = 100$ .

DIFFUSION的训练参数

```
modelConfig = {
    "channel_mult": [1, 2, 3, 4],
    "attn": [2],
    "beta_T": 0.02,
```

### DIFFUSION的训练结果

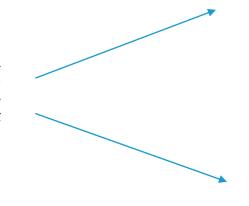






## GUIDED DIFFUSION (11 MAY 2021)

随机输入一张高斯噪声显然不能按照人的意愿生成我们想要的内容,因而需要额外的引导 guidance 以得到我们需要的图像。



一种想法是使用**外部模型**(分类器 or 广义的判别器)的输出作为引导条件来指导扩散模型的去噪过程,从而得到我们想要的输出

第二种想法:我们直接把我们想要的引导条件 condition 也作为模型输入的一部分,从而让扩散模型见到这个条件后就可以直接生成我们想要的内容。

### **CLASSIFIER GUIDANCE DIFFUSION MODEL**

这种方法不用额外训练扩散模型,直接在原有训练好的 扩散模型上,通过外部的分类器来引导生成期望的图像。 唯一需要改动的地方其实只有 sampling 过程中的高斯采 样的均值,也即采样过程中,期望噪声图像的采样中心 越靠近判别器引导的条件越好。 **Algorithm 1** Classifier guided diffusion sampling, given a diffusion model  $(\mu_{\theta}(x_t), \Sigma_{\theta}(x_t))$ , classifier  $p_{\phi}(y|x_t)$ , and gradient scale s.

```
Input: class label y, gradient scale s x_T \leftarrow \text{sample from } \mathcal{N}(0, \mathbf{I}) for all t from T to 1 do \mu, \Sigma \leftarrow \mu_{\theta}(x_t), \Sigma_{\theta}(x_t) x_{t-1} \leftarrow \text{sample from } \mathcal{N}(\mu + s\Sigma \nabla_{x_t} \log p_{\phi}(y|x_t), \Sigma) end for return x_0
```

**Algorithm 2** Classifier guided DDIM sampling, given a diffusion model  $\epsilon_{\theta}(x_t)$ , classifier  $p_{\phi}(y|x_t)$ , and gradient scale s.

```
Input: class label y, gradient scale s x_T \leftarrow sample from \mathcal{N}(0,\mathbf{I}) for all t from T to 1 do \hat{\epsilon} \leftarrow \epsilon_{\theta}(x_t) - \sqrt{1 - \bar{\alpha}_t} \, \nabla_{x_t} \log p_{\phi}(y|x_t) x_{t-1} \leftarrow \sqrt{\bar{\alpha}_{t-1}} \left( \frac{x_t - \sqrt{1 - \bar{\alpha}_t} \hat{\epsilon}}{\sqrt{\bar{\alpha}_t}} \right) + \sqrt{1 - \bar{\alpha}_{t-1}} \hat{\epsilon} end for return x_0
```

上图总结了采样算法。Algorithm 1 和 Algorithm 2 其实是等价的(1 是直接预测均值和方差,2 是预测噪声的误差)。直接看 Algorithm 1 可知,实质上改变的只有高斯分布的均值中心,将扩散方向"引导"成我们想要的内容。具体而言,用分类模型 对生成的图片进行分类,得到预测分数与目标类别的交叉熵,将其对带噪图像求梯度用梯度引导下一步的生成采样。(实际使用的时候,需要把这个分类器也在带噪数据额外训练一下)

$$\mu, \Sigma \leftarrow \mu_{\theta}(x_t), \Sigma_{\theta}(x_t)$$

 $x_{t-1} \leftarrow$  sample from  $\mathcal{N}(\mu + s\Sigma g, \Sigma)$  , where  $g = riangledown_{x_t} log(p_\phi(y|x_t))$ 

这里 s 也是一个常量。即在每一步过程中,在计算高斯分布的均值时加上方差和分类梯度项的乘积。基于这样的改进,不需要重新训练扩散模型,只需要额外训练一个分类器,就能够有效地在添加类别引导。当然,这样的结构也存在一点小问题,就是会引入比较多的额外计算时间(每一步都要过分类模型并求梯度)。