

Advanced Competitive Programming

國立成功大學ACM-ICPC程式競賽培訓隊
nckuacm@imslab.org

Department of Computer Science and Information Engineering
National Cheng Kung University
Tainan, Taiwan

Week 2

Basic Programing

STL 和 Coding 小知識

Outline

- Coding 小知識
- STL
 - Vector
 - String
 - STL 可以在型態中宣告 STL
- sort
- 題目賞析
 - CodeForces 1130 B
 - CodeForces 1137 A

Coding 小知識

- `cin` and `cout`
 - 輸入加速方式
 - 如何讀取包含空白的資訊
- `long long int`
- 陣列
 - `memset`
 - `sizeof`

cin and cout

- 有很好的型態支援度
- 速度比 `scanf` 和 `printf` 慢？
 - 原因是出在要配合 `scanf` 和 `printf`，如果我們把它取消來看看會發生什麼事情。
 - `ios::sync_with_stdio(0)`
 - `cin.tie(0)`

a002. [sort speed up](#)

AC (0.9s, 19.4MB)

CPP

2019-02-25 17:37

a002. [sort speed up](#)

AC (1.7s, 19.4MB)

CPP

2019-02-25 17:18

cin and scanf and getline

- 讀取到空白停止(終止字元是空白)
 - 如果遇到需要讀取空白的情況，用 `getline` 解決(可設定終止字元)
 - 使用頻率少，但是必須知道它的存在。

long long

- 有比較大的數值處理能力
 - 使用時機：處理 `int` 範圍的測試資料時，如果過程中會有 加法 與 乘法 的操作
 - 大約是 $-4e18 \sim 4e18$
- PS : $4e18$ 這個表示法相當於科學記號中的 4×10^{18}
- PS : 如果連 `long long` 都沒辦法處理，那就是 大數 這個又更麻煩了。

陣列

- 初始化：memset
- 靜態宣告 與之後介紹的 `vector<any_type>` 比較
 - 建議陣列宣告根據題目給定的 “Max N” 宣告大小
 - 如果是想要根據題目給定的 N 宣告大小的話，建議使用動態的 `vector<any_type>`

STL

- `vector<any_type>`
 - 動態特性
- `Cplusplus.com` 說明文件簡介
- `string`
- STL 可以套在 STL 裡面
 - 然而 STLSTL 又可以套在 STL 裡面
 - 然而 STLSTLSTL 又可以套在 STL 裡面
 - 然而 STLSTLSTLSTL 又可以套在 STL 裡面

vector<any_type>

- **vector** 擁有很多方便的自帶函數可以使用，可以加快不少開發速度
 - `vector::operator[]`
 - `vector::size()`
 - `vector::resize()`
 - `vector::assign()`
 - `vector::push_back()`
 - 說明文件：www.cplusplus.com

C plus plus 說明文件簡介

- 以 `vector::push_back()` 為例
 - 如果覺得文件量太大，可以先專注在定義、範例、複雜度，三個地方。

C plus plus 說明文件簡介

public member function

std::**vector**::**push_back**

<vector>

C++98

C++11

?

```
void push_back (const value_type& val);
```

Add element at the end

Adds a new element at the end of the `vector`, after its current last element. The content of `val` is copied (or moved) to the new element.

This effectively increases the container `size` by one, which causes an automatic reallocation of the allocated storage space if -and only if- the new vector `size` surpasses the current vector `capacity`.

Parameters

`val`

Value to be copied (or moved) to the new element.

Member type `value_type` is the type of the elements in the container, defined in `vector` as an alias of its first template parameter (`T`).

C plus plus 說明文件簡介

Example

```
1 // vector::push_back
2 #include <iostream>
3 #include <vector>
4
5 int main ()
6 {
7     std::vector<int> myvector;
8     int myint;
9
10    std::cout << "Please enter some integers (enter 0 to end):\n";
11
12    do {
13        std::cin >> myint;
14        myvector.push_back (myint);
15    } while (myint);
16
17    std::cout << "myvector stores " << int(myvector.size()) << " numbers.\n";
18
19    return 0;
20 }
```

The example uses `push_back` to add a new element to the vector each time a new integer is read.

C plus plus 說明文件簡介



Complexity

Constant (amortized time, reallocation may happen).

If a reallocation happens, the reallocation is itself up to linear in the entire size.

string

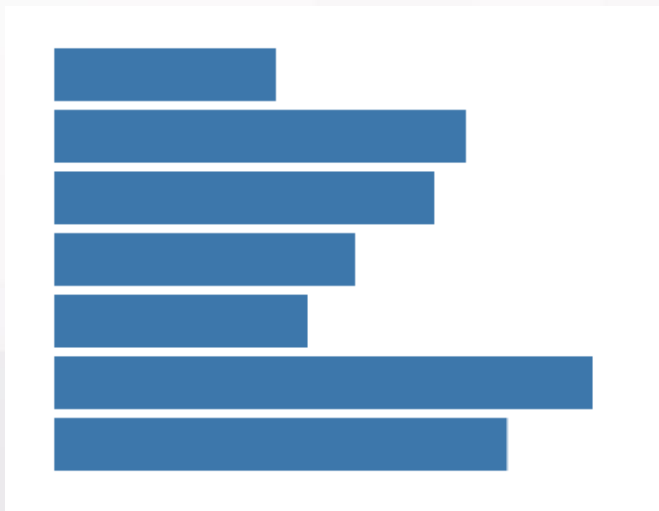
- `vector<any_type>` 擁有的自帶函數 `string` 也有，如：
 - `string::push_back()`
 - `string::assign()`
- 還有很多針對字串的自帶函數，如：
 - `string::substr()`
 - `string::operator+=`
- 也可以把 `string` 轉型態成 `char[]` 的字串型態：
 - `string::c_str()`

string 字典序

- 簡單理解
 - 設想一本英語字典里的單詞，哪個在前哪個在後？

STL 可以套在 STL 裡面

- `vector<any_type>`，的範例：
 - `vector<int>`：整數vector
 - `vector<long long int>`：長整數vector
 - `vector< vector<int> >`：整數vector的vector



自學清單

- pair
 - first, second
 - sort
- set
 - insert
 - `set::iterator` 的 `operator++` 的時間複雜度
 - 把整個 set 依序顯示
- map
 - `map::operator[]` 的時間複雜度
 - `iterator` 的 `operator++` 的時間複雜度
 - 把整個 map 依序顯示

sort

- 將一堆元素由"給定規則"排成一順序
- 對於 *整數* 預設是定義 *是否小於* 的規則
- 對於 *字串* 預設是定義 *是否字典序小於* 的規則

sort

- 5, 6, 9, 8, 2 這五個元素由小到大排為 2, 5, 6, 8, 9
- a, bc, ay, aa 這四個元素由字典順序排為 a, aa, ay, bc

回顧字典序

- 簡單理解
 - 設想一本英語字典里的單詞，哪個在前哪個在後？
- `bool operator< (const string& lhs, const string& rhs);`

string 字典序

Example

```
1 // string comparisons
2 #include <iostream>
3 #include <vector>
4
5 int main ()
6 {
7     std::string foo = "alpha";
8     std::string bar = "beta";
9
10    if (foo==bar) std::cout << "foo and bar are equal\n";
11    if (foo!=bar) std::cout << "foo and bar are not equal\n";
12    if (foo< bar) std::cout << "foo is less than bar\n";
13    if (foo> bar) std::cout << "foo is greater than bar\n";
14    if (foo<=bar) std::cout << "foo is less than or equal to bar\n";
15    if (foo>=bar) std::cout << "foo is greater than or equal to bar\n";
16
17    return 0;
18 }
```

Output:

```
foo and bar are not equal
foo is less than bar
foo is less than or equal to bar
```

vector sort 使用練習

- 請各位打開 judge.cp.ccns.io
 - 特別感謝 ccns 的網管大大鼎力相助
- 練習題目 a002
- 練習&下課
- 15min鐘後繼續上課。

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2
3 vector<int> a;
4 int n;
5
6 int main() {
7 : cin >> n;
8 : a.resize(n);
9 : for(int i = 0; i < n; i++) cin >> a[i];
10 : sort(a.begin(), a.end());
11 : for(int i = 0; i < n; i++) cout << a[i] << " ";
12 : cout << endl;
13 : return 0;
14 }
15
```

sort

- 將一堆元素由"給定規則"排成一順序
- 對於 *vector<int>* 這種型態呢？
- 對於 自定義*struct* 的型態呢？
- 對於 *any_type* 呢？


自定義 sort

- 參考 cplusplus 網站上 sort 的定義
 - 可以在第三個欄位放入自定義小於

function template

std::sort

```
default (1)  template <class RandomAccessIterator>
              void sort (RandomAccessIterator first, RandomAccessIterator last);
custom (2)   template <class RandomAccessIterator, class Compare>
              void sort (RandomAccessIterator first, RandomAccessIterator last, Compare comp);
```




自定義 sort

- 那我們是不是可以對 `any_type` 定義小於
- 那我們是不是可以對 `vector<int>` 定義小於

function template

std::sort

```
default (1)  template <class RandomAccessIterator>
               void sort (RandomAccessIterator first, RandomAccessIterator last);
custom (2)   template <class RandomAccessIterator, class Compare>
               void sort (RandomAccessIterator first, RandomAccessIterator last, Compare comp);
```



題目賞析 – CodeForces 1130 B

- 現在有兩個人，小藍和小紅他們在位置1。
- 現在有一數列中有 2 個 1、2 個 2 ...、2 個 N，亂序
- 他們要各自依序拜訪 $1 \sim N$
- 且被拜訪過的位置不能被另一個人拜訪
- 請問兩人最小移動步數和為？

題目賞析 – CodeForces 1130 B

- Input

3

1 1 2 2 3 3

- Output

9

題目賞析 – CodeForces 1130 B

- Input

3

1 1 2 2 3 3

- 累計移動步數 : 0

- Output

9

題目賞析 – CodeForces 1130 B

- Input

3

1 1 2 2 3 3

- 累計移動步數：2

- Output

9

題目賞析 – CodeForces 1130 B

- Input

3

1 1 2 2 3 3

- 累計移動步數：4

- Output

9

題目賞析 – CodeForces 1130 B

- Input

3

1 **1** 2 2 3 3

- 累計移動步數：4+1

- Output

9

題目賞析 – CodeForces 1130 B

- Input

3

1 1 2 **2** 3 3

- 累計移動步數：4+3

- Output

9

題目賞析 – CodeForces 1130 B

- Input

3

1 1 2 2 3 **3**

- 累計移動步數：4+5

- Output

9

題目賞析 – CodeForces 1130 B

• Input

4

4 1 3 3 1 2 2 4

• Output

23

位置	拜訪次序
1	4
2	1
3	3
4	3
5	1
6	2
7	2
8	4



題目賞析 – CodeForces 1130 B

- 分析：
- 為了避免靠位置小的人走到下個拜訪中位置大的，造成步數的浪費
- 小紅都去拜訪 i 中位置小的那家
- 小藍都去拜訪 i 中位置小的那家

4 1 3 3 1 2 2 4

- 我想很多人都可以想到這裡。

題目賞析 – CodeForces 1130 B

- 怎麼實現這個想法？


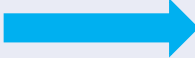

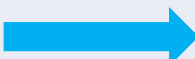



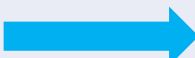
題目賞析 – CodeForces 1130 B

- 每個點有位置跟拜訪次序
兩個特徵

位置	拜訪次序
1	4
2	1
3	3
4	3
5	1
6	2
7	2
8	4

題目賞析 – CodeForces 1130 B


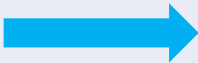

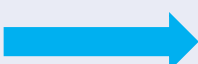



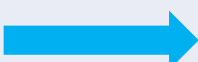
- 每個點有位置跟拜訪次序兩個特徵
- 如果我們按照 *拜訪次序* 排序

位置	拜訪次序	
	2	1
	5	1
	6	2
	7	2
	3	3
	4	3
	1	4
	8	4





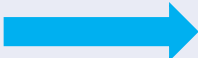

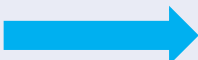

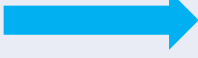
題目賞析 – CodeForces 1130 B

- 第奇數個row是拜訪順序中位置小的
- 小紅
- 第偶數個row是拜訪順序中位置大的
- 小藍

位置	拜訪次序	
	2	1
	5	1
	6	2
	7	2
	3	3
	4	3
	1	4
	8	4

題目賞析 – CodeForces 1130 B

- 實現這個想法？

位置	拜訪次序	
	2	1
	5	1
	6	2
	7	2
	3	3
	4	3
	1	4
	8	4

感受一下 excel 操作 – 自定義排序

位置	拜訪次序
1	4
2	1
3	3
4	3
5	1
6	2
7	2
8	4

位置	拜訪次序
2	1
5	1
6	2
7	2
3	3
4	3
1	4
8	4

題解說明

- 等等會示範用 `vector` 套 `vector<int>` 來存取資料
 - 因為 `vector< vector<int> >` 的適用範圍比較廣，方便同學適應更多題目
- 但是這題可以使用 `vector` 套 `pair` 來存取資料比較方便
 - 不用自定義 `sort`，因為 `pair` 有 `是否小於` 的定義，熟悉的同學可以更快速的實作算法

vector 套 vector<int> - 示範

- 宣告

```
5 vector< vector<int> > a;
```

vector 套 vector<int> - 示範

- 初始化

```
14 int main() {  
15 : cin >> n;  
16 : a.assign(2*n, vector<int>(2, 0));  
17 :
```

- Hint 若要動態宣告大小，一定要先獲得 題目規定 的數值。

vector 套 vector<int> - 示範

- 完整讀取資料示範

```
14 int main() {
15 : cin >> n;
16 : a.assign(2*n, vector<int>(2, 0));
17 :
18 : for(int i = 0; i < 2*n; i++) {
19 : : int thing, addr;
20 : : addr = i+1;
21 : : cin >> thing;
22 : : a[i][0] = addr;
23 : : a[i][1] = thing;
24 : }
```

題目賞析 – CodeForces 1130 B

- 開始模擬走路吧！
 - Hint 走路的步數會大於 `int` 範圍
- 以上這題全部所需要使用到的基本操作就教給各位了！
- 有了這些技巧之後
 - 就可以試試看思考題目
 - 更方便的快速實作腦袋中的思路

題目賞析 – CodeForces 1107 A

- 現在有 Q 筆問題
- 每筆問題中有一個 N 代表之後的數字 S 是幾位數
- 現在想要把數字 S 拆成兩個數字以上，並且由小到大排序，請問可能辦到嗎？
- 可以的話輸出可能的拆法

題目賞析 – CodeForces 1107 A

- Input

2

6

654321

2

33

- Output

YES

3

6 54 321

NO



題目賞析 – CodeForces 1107 A

- 貼心小提示：
 - 可以使用 `string` 儲存
 - 可以使用 `str.substr()` 輸出

練習&下課時間

Take a break!

Outline

1. 演算法的效率
2. 設計演算法的思考方法

演算法的效率

Big O

2 倍、3 倍、甚至 10 倍的常數倍優化不是競賽時考慮的要點。

我們所設計的演算法必須根據輸入規模 N 而定。

Big O

Big O 表示法

$$f(N) = O(g(N)) \iff \exists M, c > 0. \forall N > M. |f(N)| \leq c \cdot |g(N)|$$

意思是說在 N 足夠大的時候，已經存在正數 c 使得 $c \cdot |g(N)|$ 大於等於 $|f(N)|$



Big O

例如估計的時間函數: $f(x) = x^2 + x + 1$

在 x 很大的時候，
主要影響整個函數值的大小是平方項

這時我們可以說 $f(x) = O(x^2)$

Big O

設輸入規模為 N ，常見的複雜度有：

$$O(1) \leq O(\log N) \leq O(N) \leq O(N \log N) \\ \leq O(N^k) \leq O(k^N) \leq O(N!) \leq O(N^N)$$

其中 k 為常數 (不隨輸入規模成長)

競賽規範

記憶體**空間**的規範各競賽都不相同

通常得考慮：

- 遞迴深度
- 使用的變數多寡
- 程式碼長度

競賽規範

而競賽都以秒為單位去做**時間**限制
- 例如 1 秒、3 秒、10 秒

合理的複雜度

通常會直接考慮資料的規模與計算出來的複雜度

有個傳統(?)的限制： 10^7

合理的複雜度

假設題目：
規模為 N

而你：
設計出的演算法複雜度為 $O(N^2 \log N)$

合理的複雜度

$x = N^2 \log N$ 得落在 $x \leq 10^7$ 左右
這樣的複雜度才不容易超時

- 也就是說如果 $N = 10^5$
- 那就得重新設計演算法
- 因為此時 $x = 10^{10} * \log(10^5)$ 超大

常見思考方法

演算法的設計思維

- 枚舉
- 動態規劃
- 分治法
- 貪心法

最大連續和問題

- 考慮整數數列: $a(1), a(2), \dots, a(N)$
- 讓 $a(L), a(L+1), \dots, a(R)$ 盡量大
- 其中 $1 \leq L \leq R \leq N$

- 例如 $-4, 2, 3, -1, 0, 4, -5, 6, -7$ 的最大連續和為 9
- $[2, 3, -1, 0, 4, -5, 6]$

演算法的設計思維

- 枚舉
- 動態規劃
- 分治法
- 貪心法

枚舉

所謂枚舉，
就是數出部份給定的集合中元素。

應用在問題中

將每個 L 與 R 配對舉出來

接著 `for(int k = L; k <= R; k++) sum += A[k];`

就能找出最大的 sum

枚舉: 最大連續和問題

```
int best = A[1];

for (int L = 1; L <= N; L++) {
    for (int R = L; R <= N; R++) {
        int sum = 0;
        for (int k = L; k <= R; k++) sum += A[k];
        best = max(best, sum);
    }
}
```

其時間複雜度為 $O(N^3)$

演算法的設計思維

- 枚舉
- 動態規劃
- 分治法
- 貪心法

動態規劃: 最大連續和問題

```
for (int L = 1; L <= N; L++) {  
    sum[L][L] = A[L];  
    for (int R = L; R <= N; R++) {  
        sum[L][R] = sum[L][R-1] + A[R];  
        best = max(best, sum[L][R]);  
    }  
}
```

時間複雜度為 $O(N^2)$

動態規劃

```
sum[L][L] = A[L];  
for (int R = L; R <= N; R++)  
    sum[L][R] = sum[L][R-1] + A[R];
```

從邊界遞推地紀錄所有問題的解，且一個項用到前一項的最佳結果

動態規劃

好處是將會重複使用到的解都保存下來了，就能省下不少時間

不用像枚舉一樣重新計算

```
for(int k = L; k <= R; k++) sum += A[k];
```


演算法的設計思維

- 枚舉
- 動態規劃
- 分治法
- 貪心法

分治法

- 分治 (divide & conquer) 簡稱 D&C
- 將一個大的問題
- 分成幾個**互相獨立**的子問題
- 然後再將子問題分成子子問題
- 一直重複分割的動作直到最小問題 (邊界)
- 接著讓子問題合併求出父問題。

分治法: 最大連續和問題

- 將數列切一半 (分割)
- 左半的最大連續和為何 (子問題)
- 右半的最大連續和為何 (子問題)
- 包含“切開的分水嶺”的最大連續和 (子問題☆)
- 選出三者中最大值，就是整個數列的解 (合併)

分治法: 原大小的問題

$P[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$

假設 $N = 5$

分治法: 分割問題

$[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$

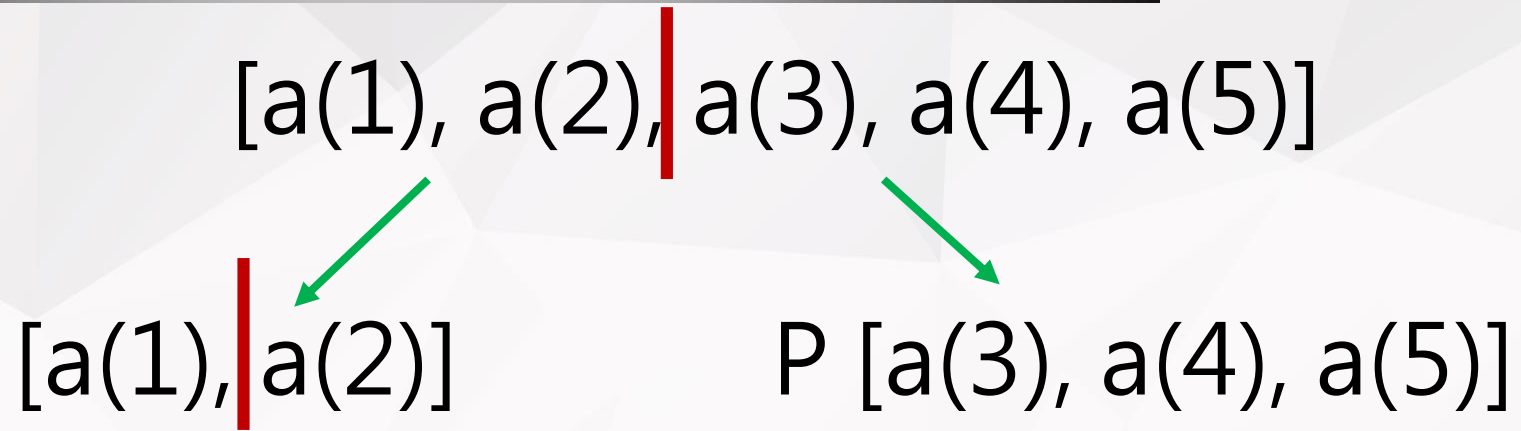
分治法: 子問題

$[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$

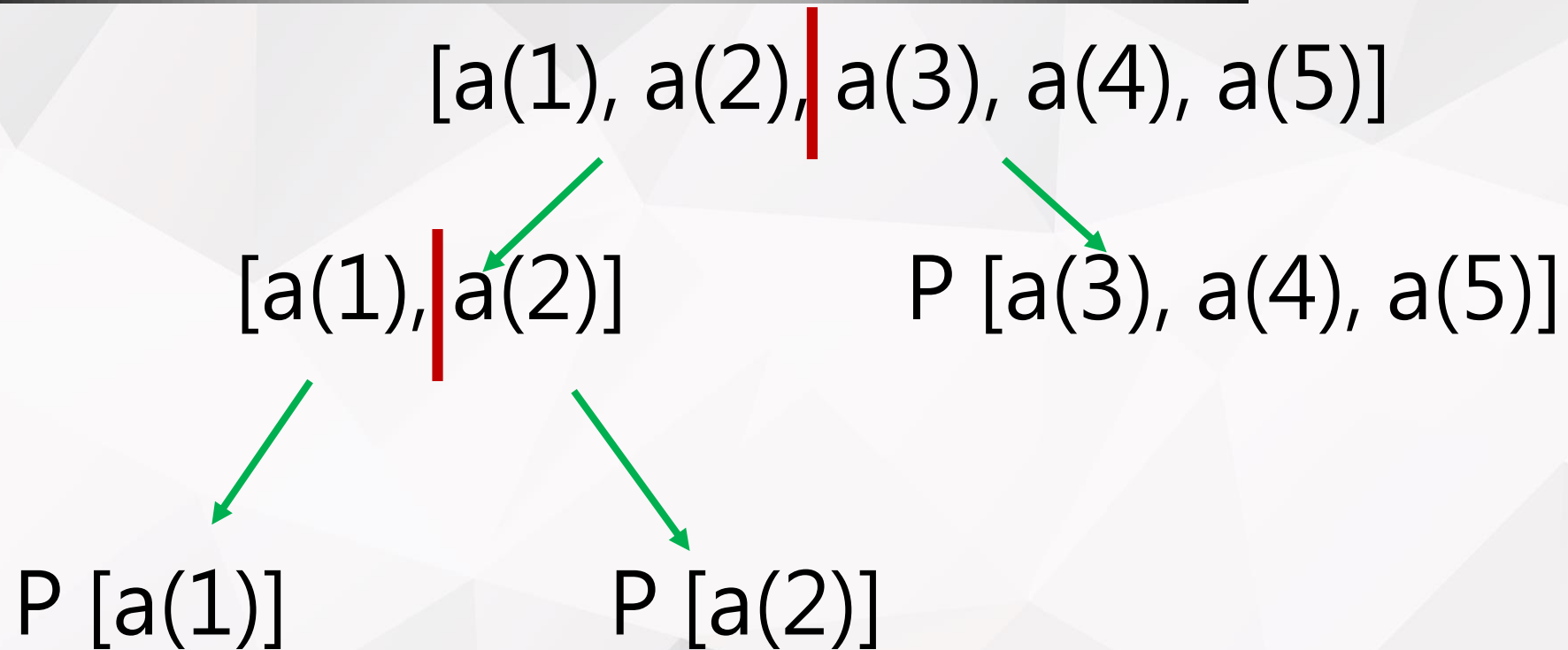
$P[a(1), a(2)]$

$P[a(3), a(4), a(5)]$

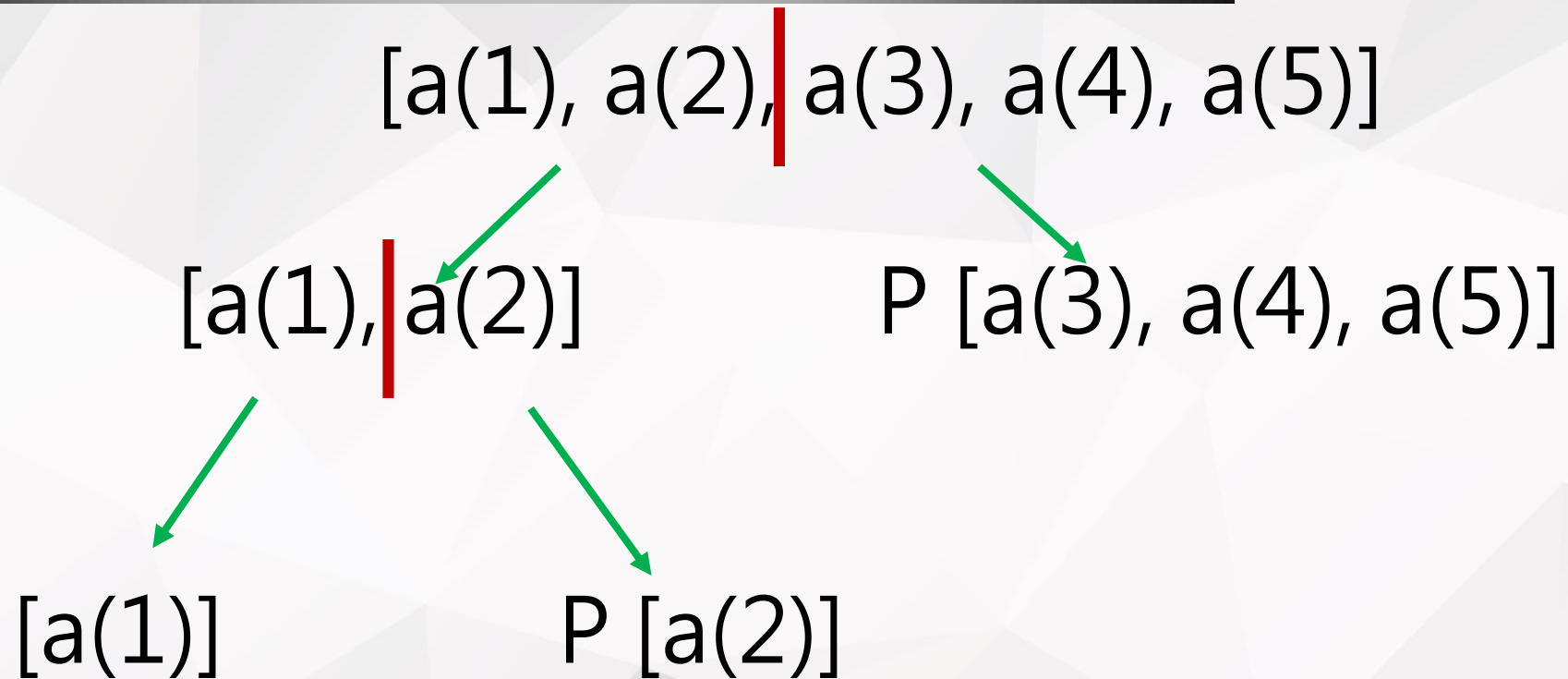
分治法: 分割問題



分治法: 子子問題

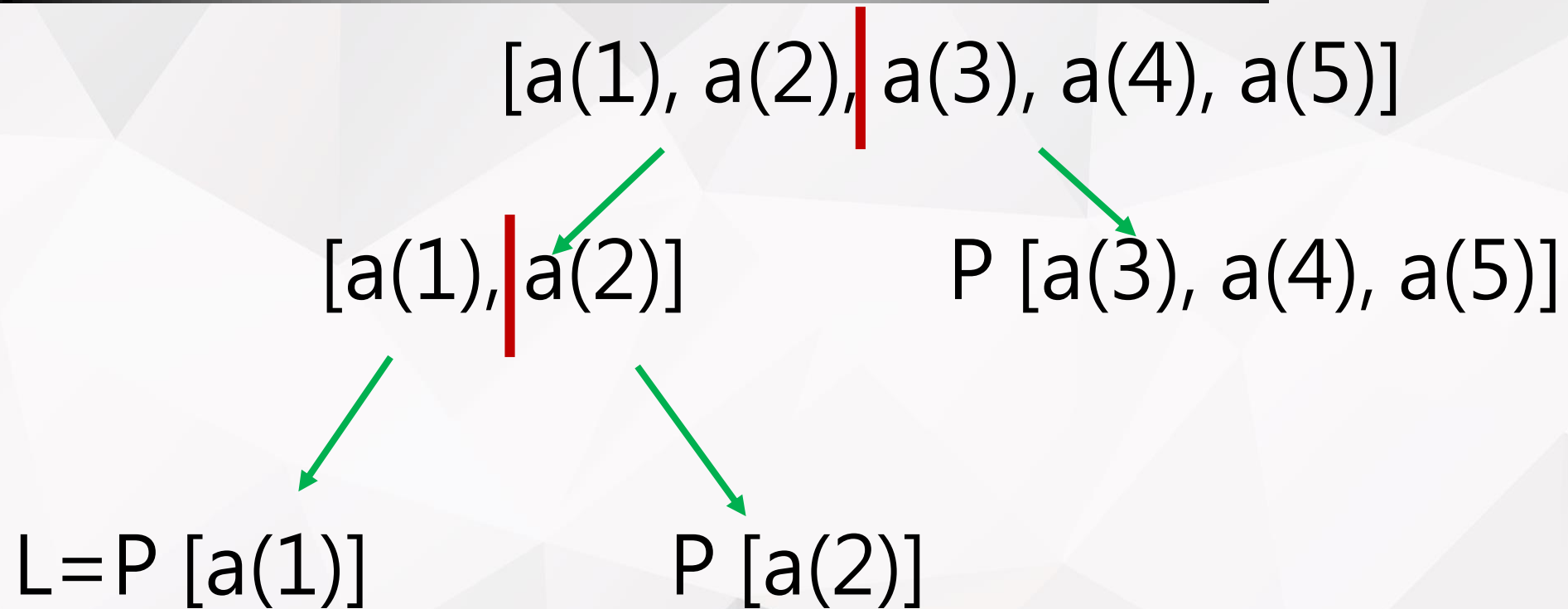


分治法: 最小子問題(邊界)

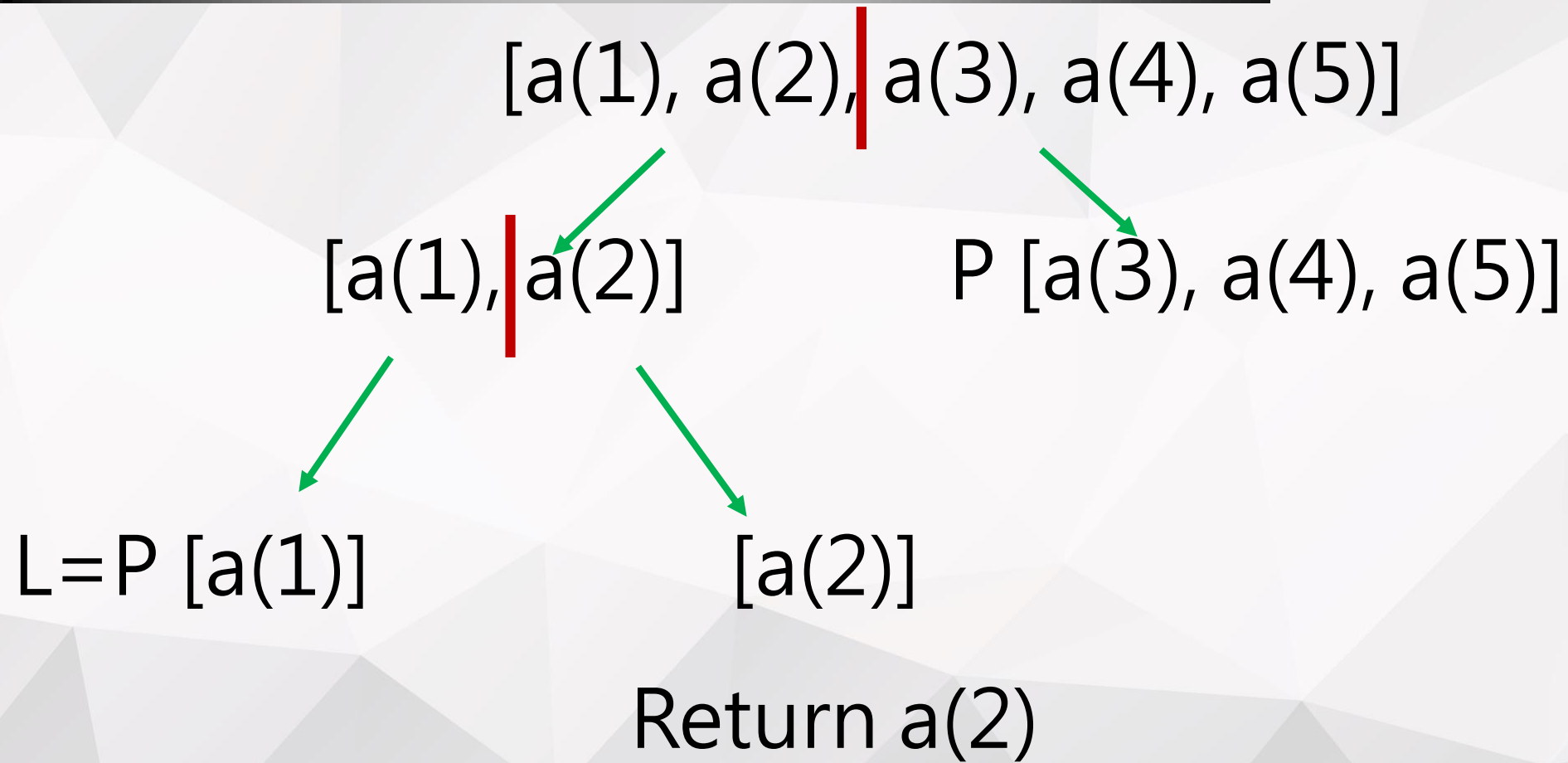


Return $a(1)$

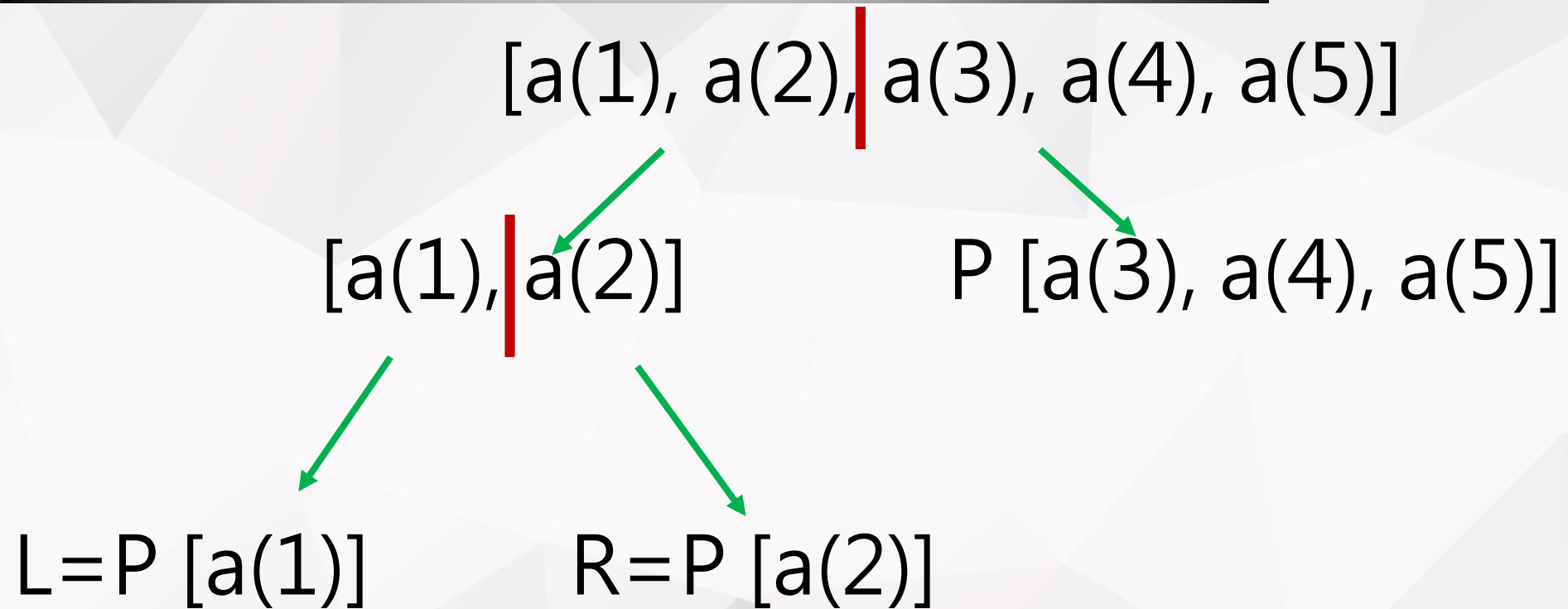
分治法: 子子問題



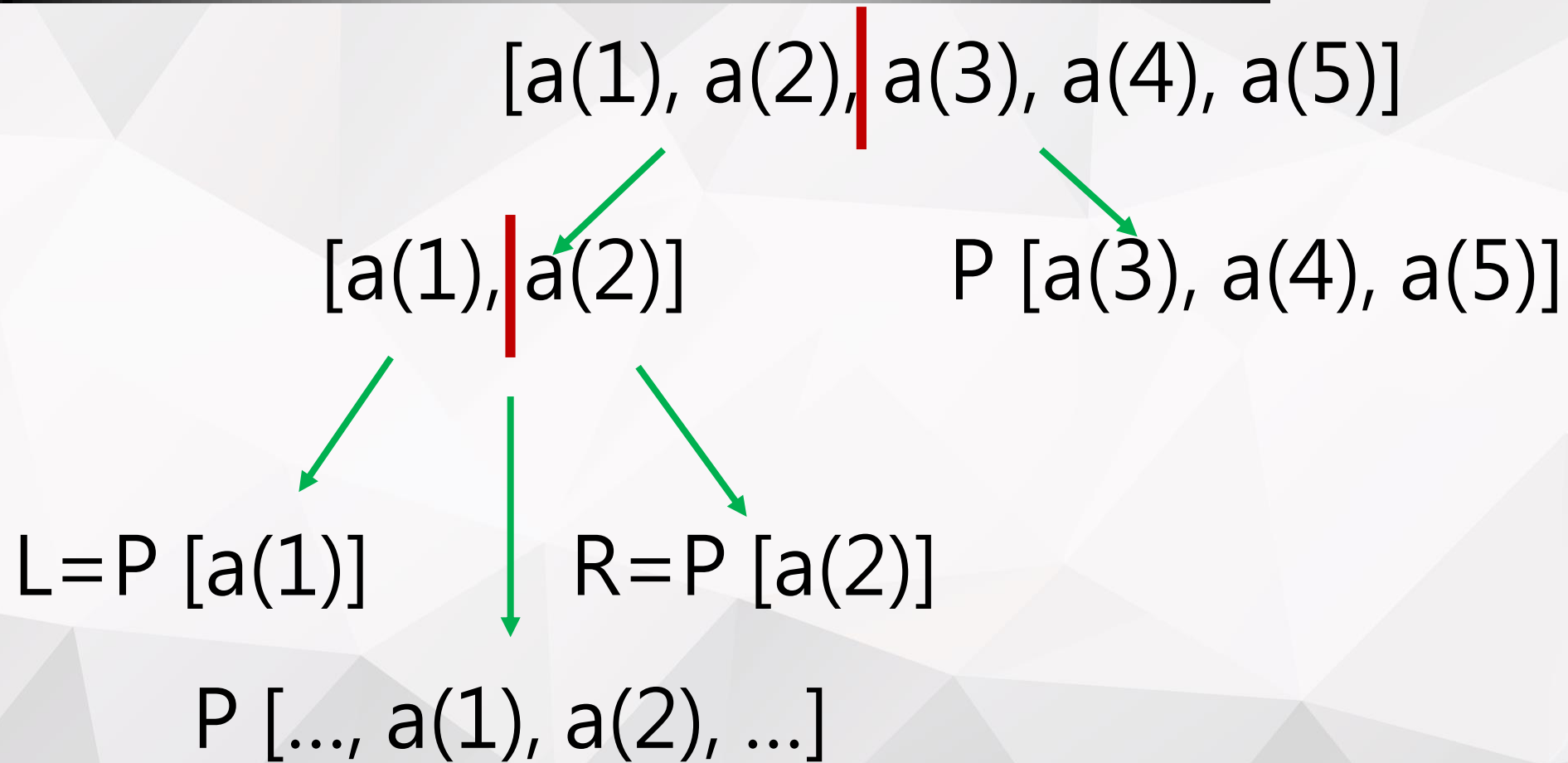
分治法: 最小子問題(邊界)



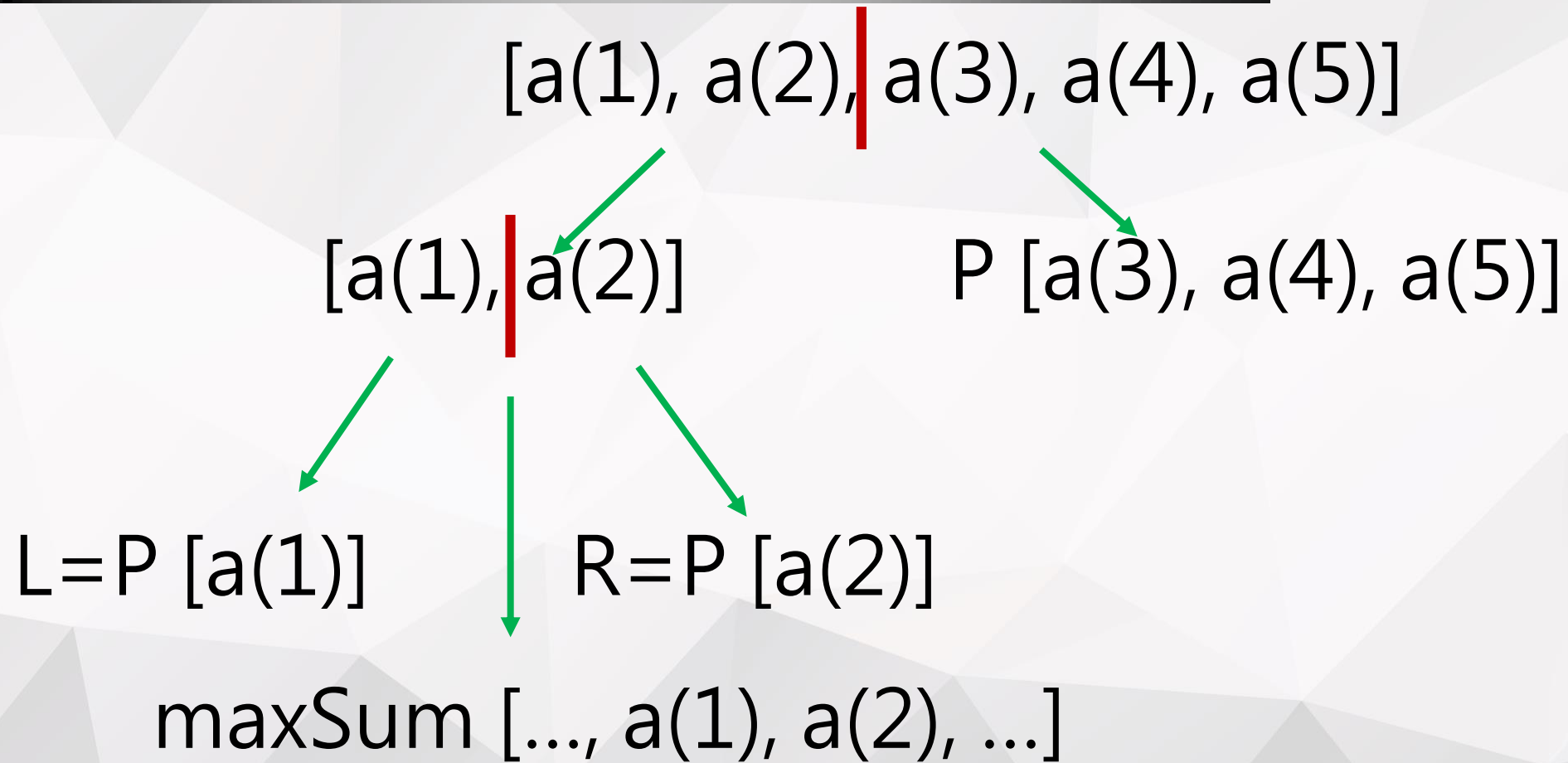
分治法: 子子問題



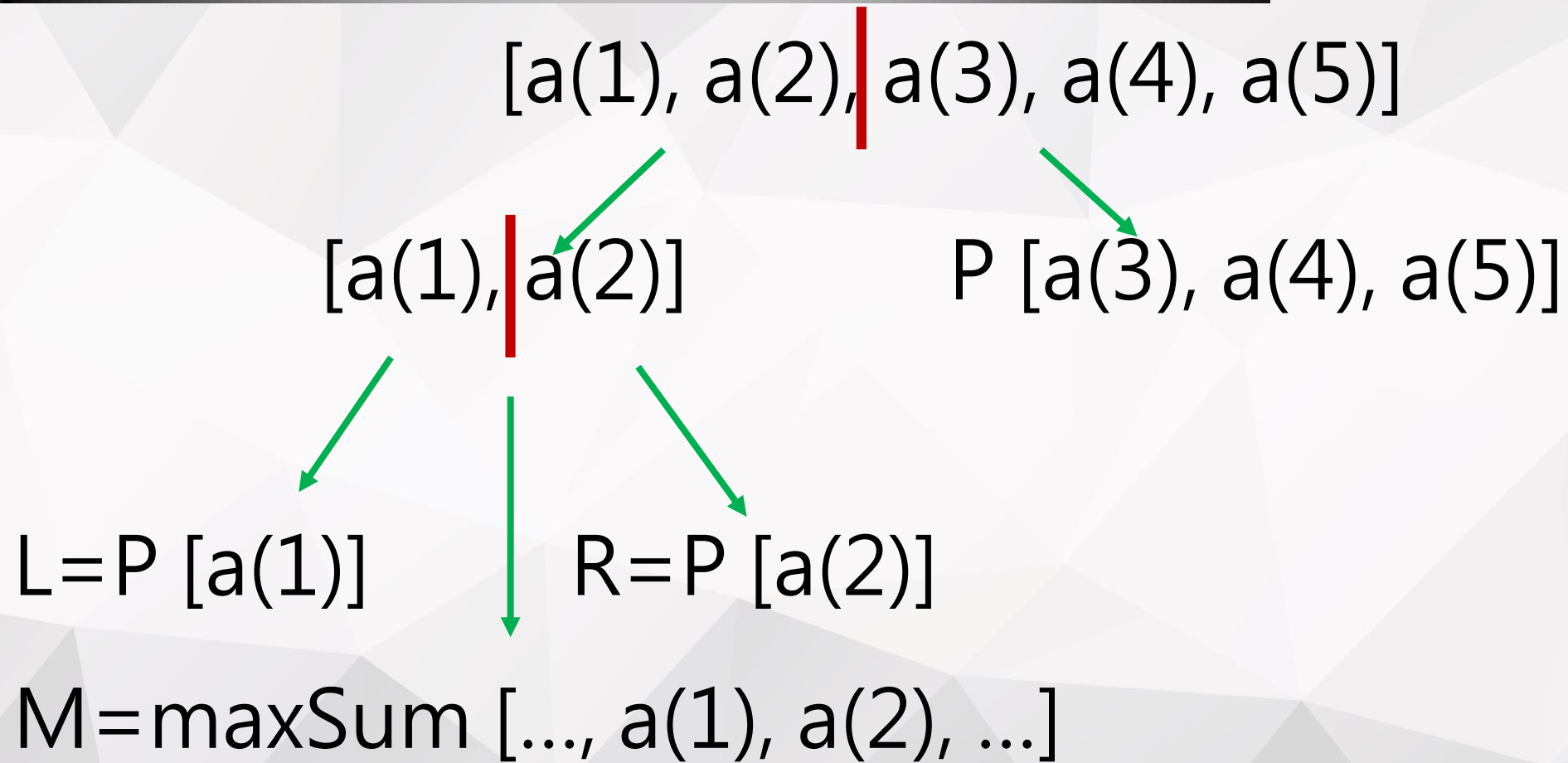
分治法: 子子問題



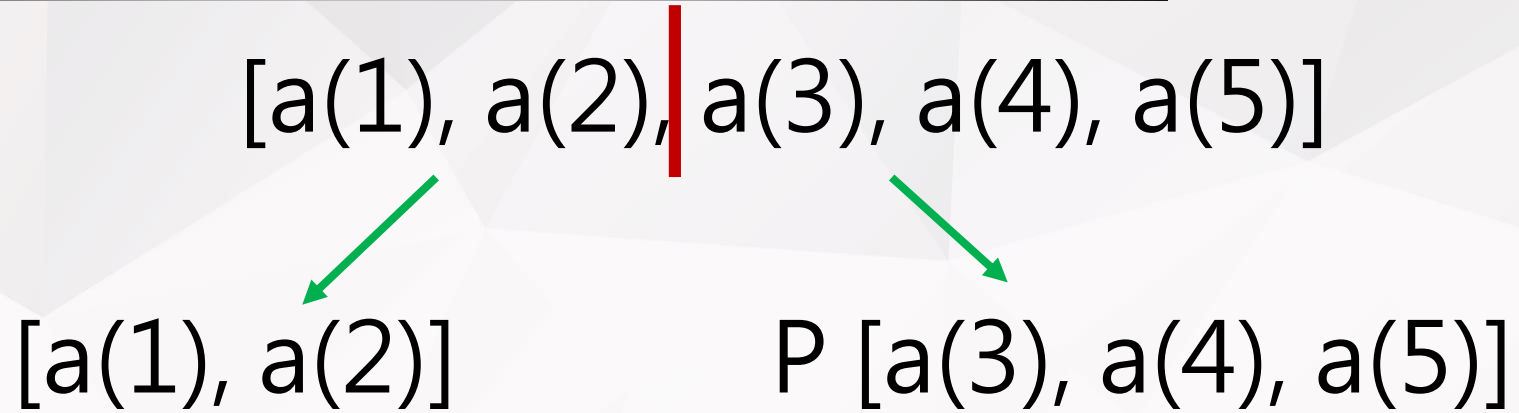
分治法: 子子問題



分治法: 子子問題



分治法: 合併問題 (回傳解)



Return $\max(L, M, R)$

分治法: 子問題

$[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$

$L = P [a(1), a(2)]$

$P [a(3), a(4), a(5)]$

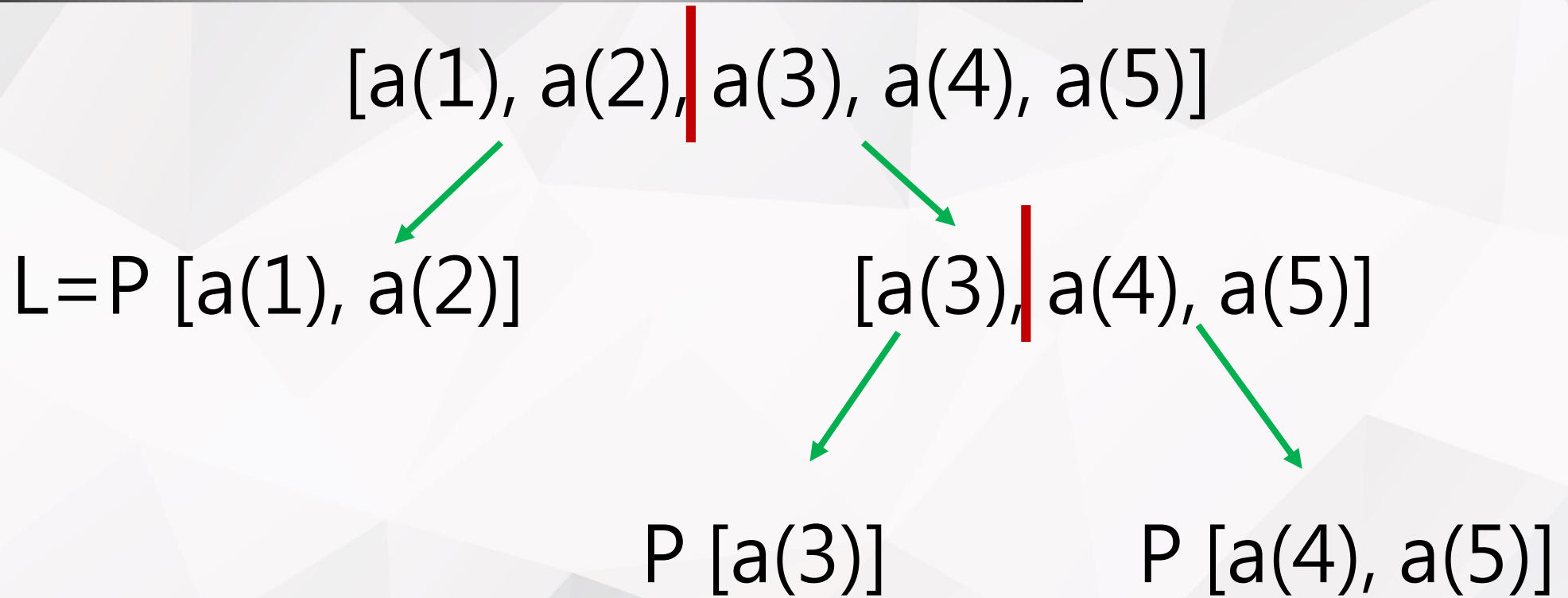
分治法: 分割問題

$[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$

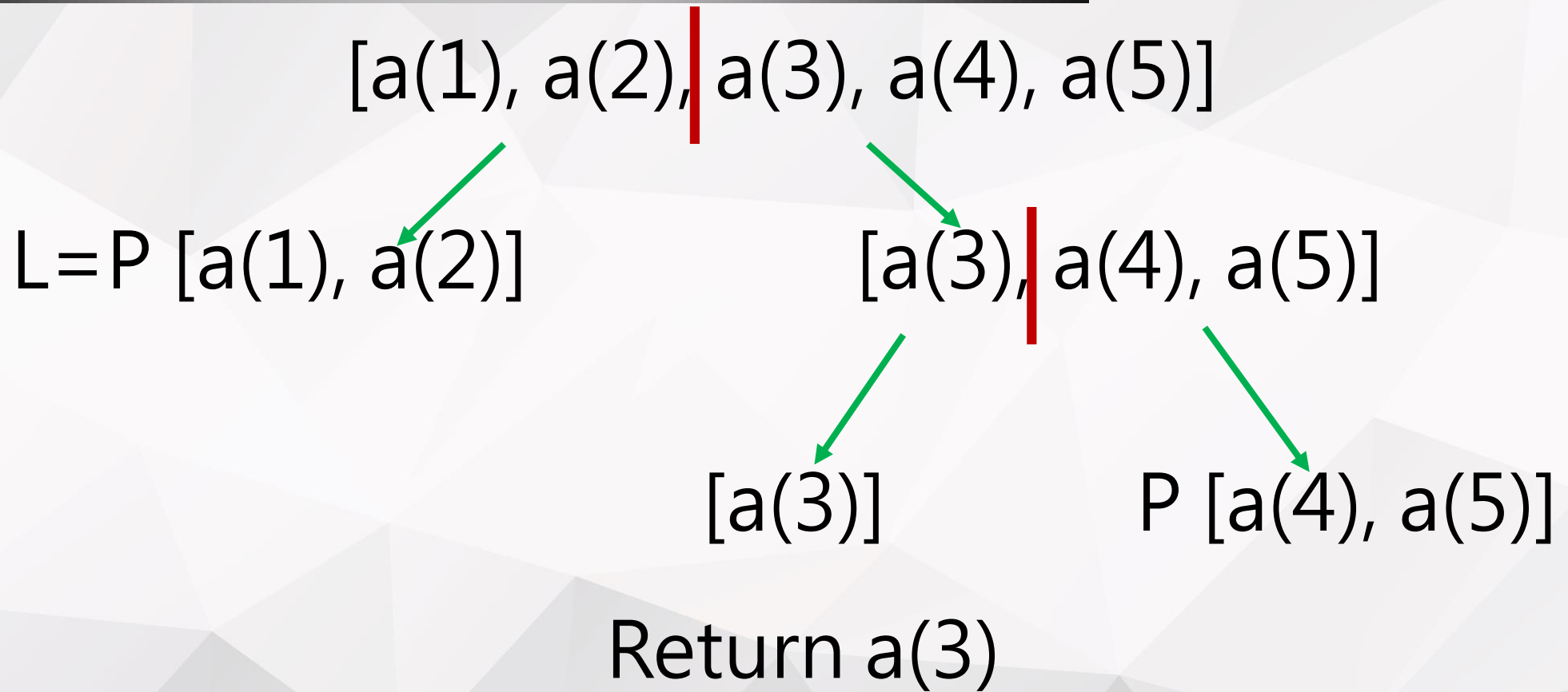
$L=P [a(1), a(2)]$

$[a(3), a(4), a(5)]$

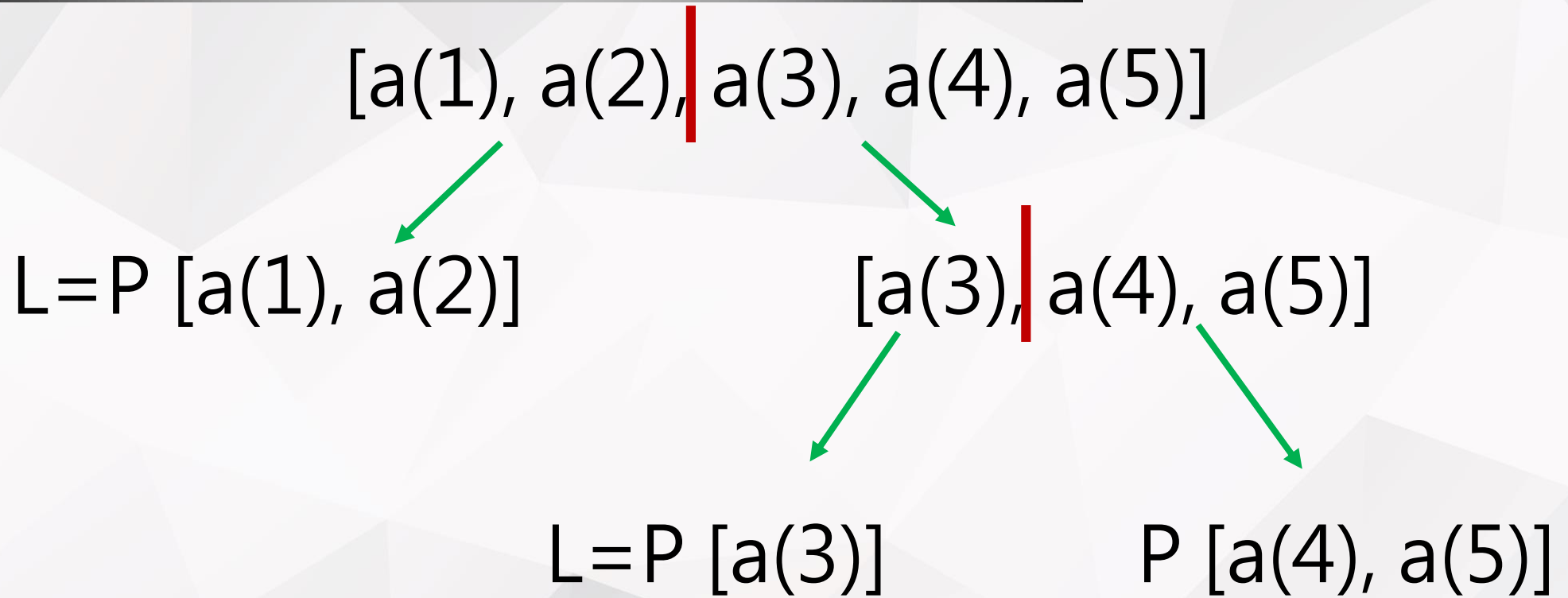
分治法: 子子問題



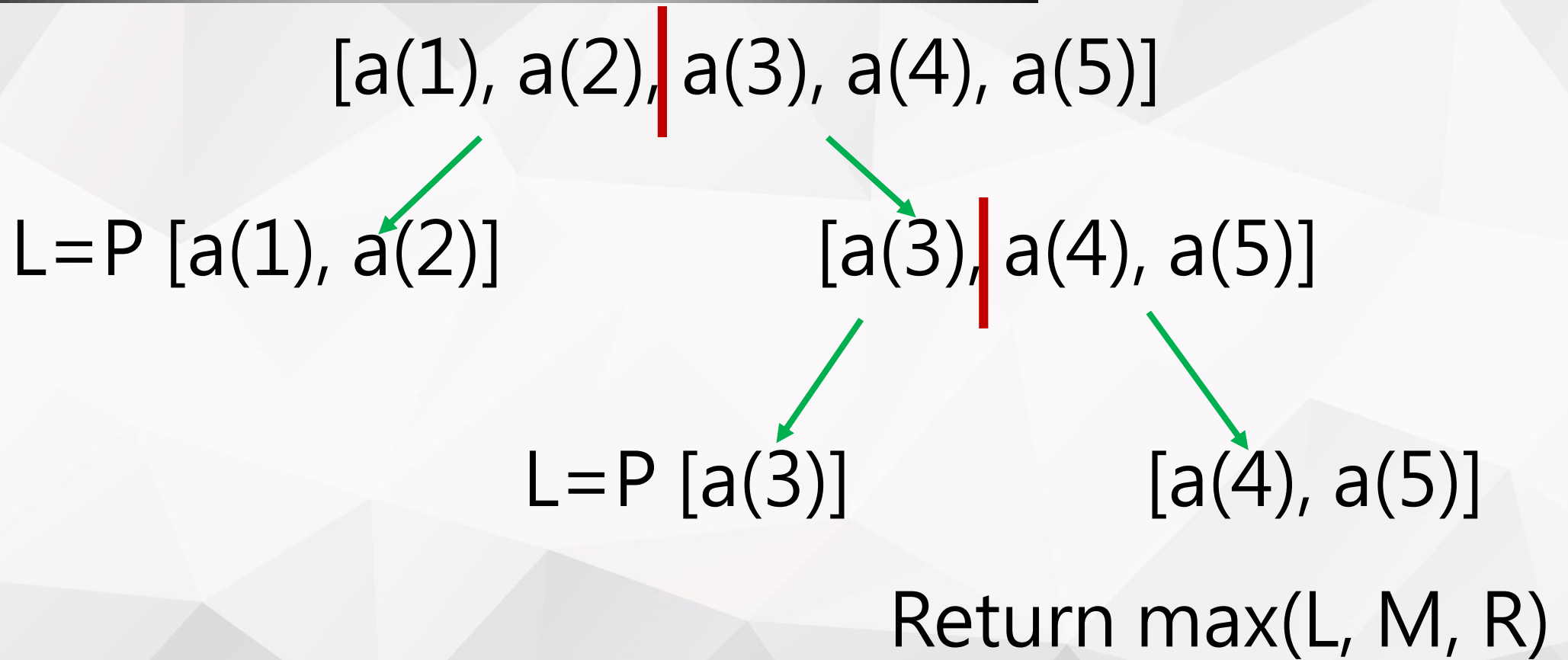
分治法: 最小子問題 (邊界)



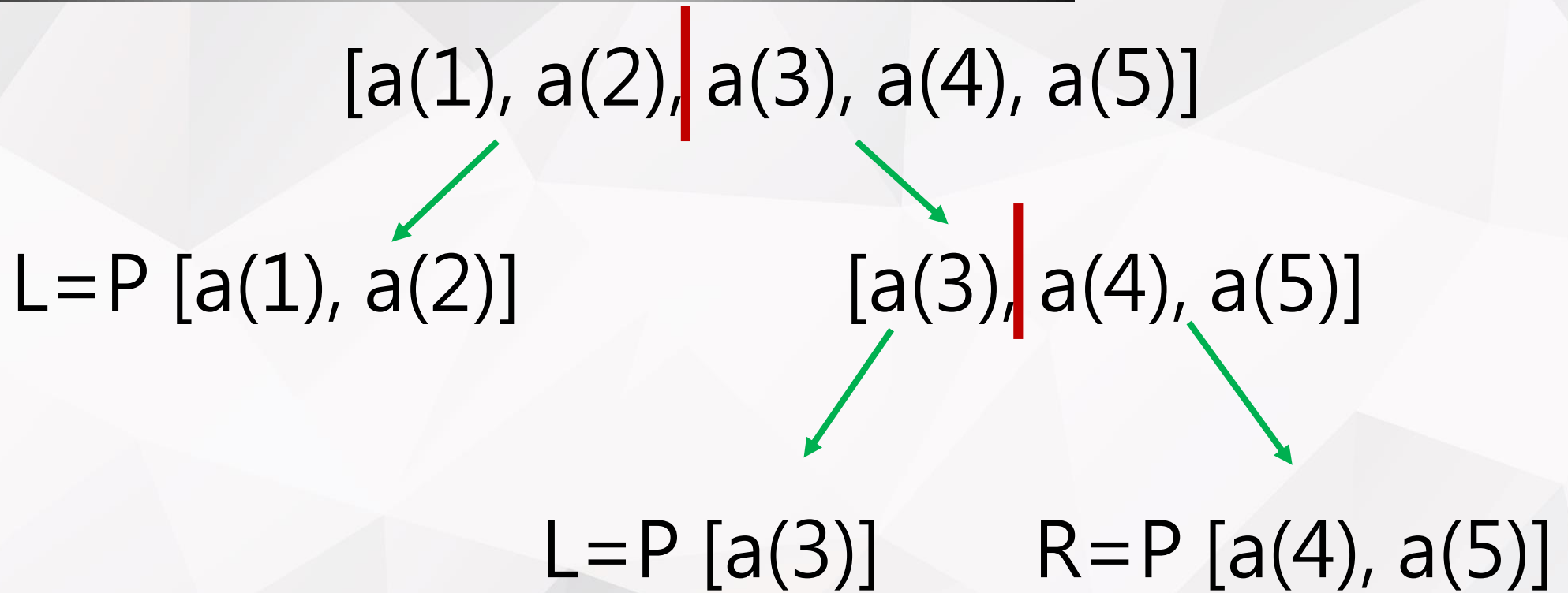
分治法: 子子問題



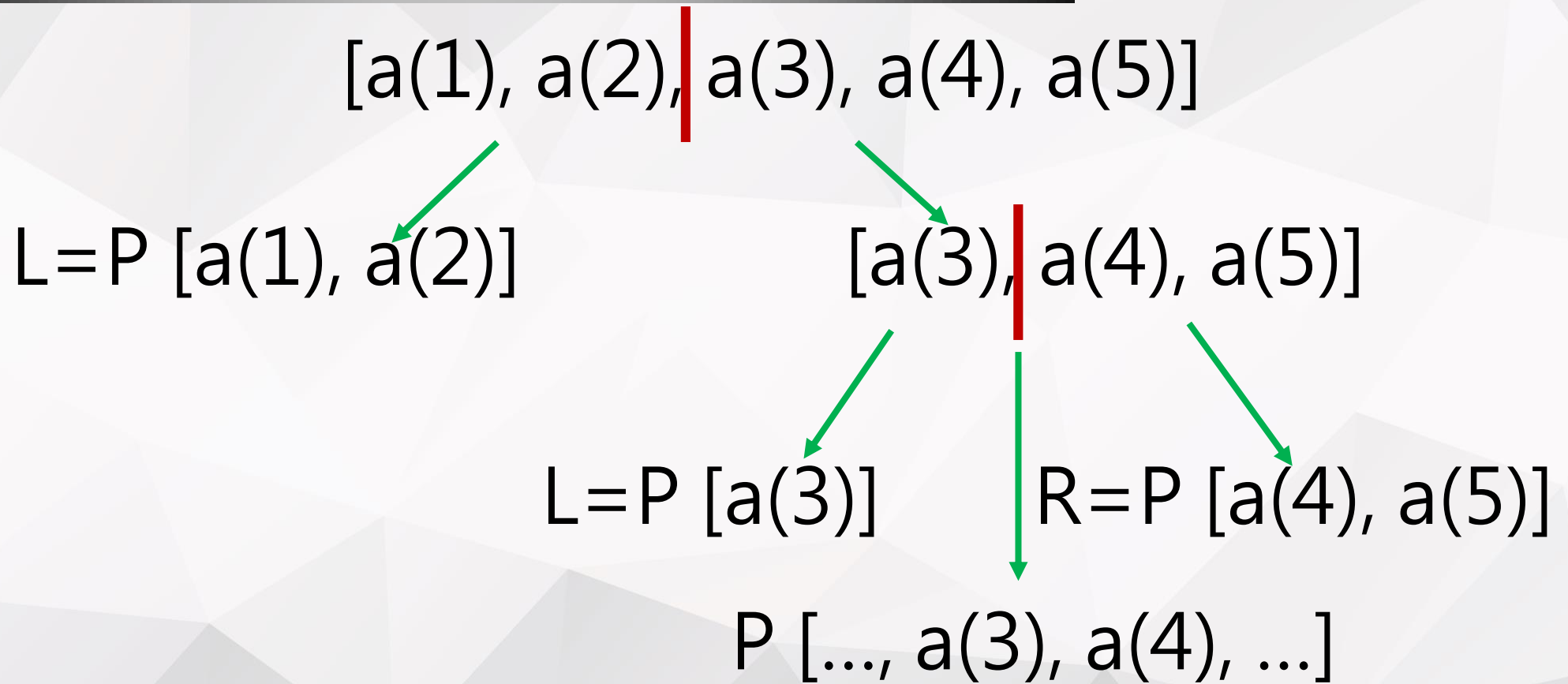
分治法: 合併問題 (回傳解)



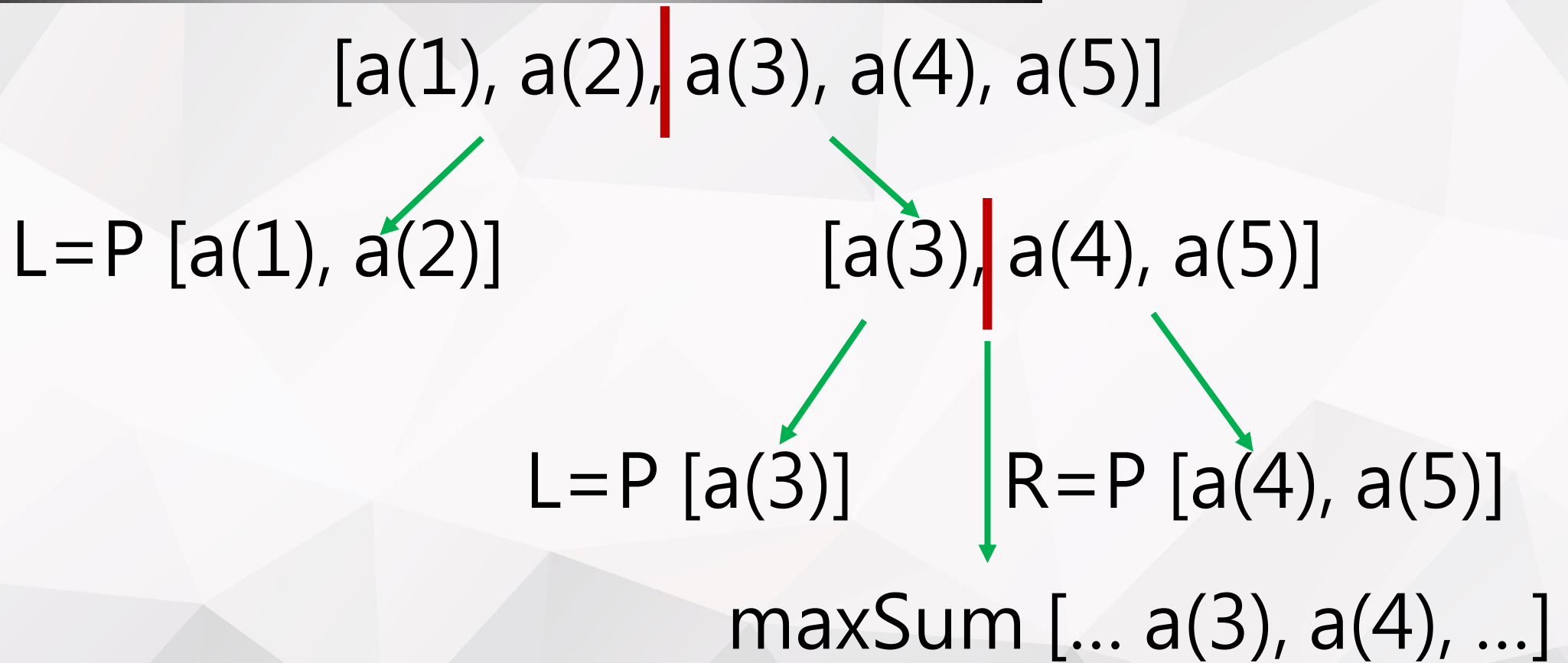
分治法: 子子問題



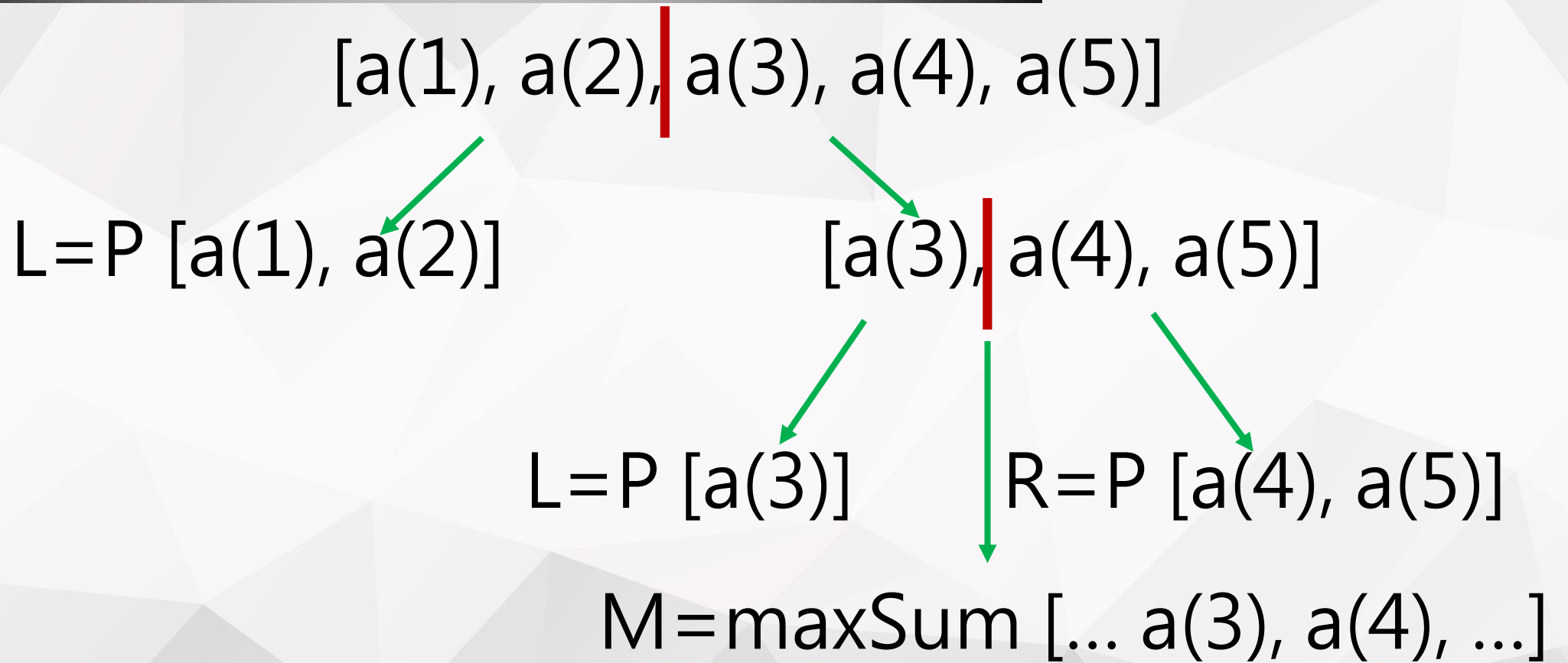
分治法: 子子問題



分治法: 子子問題



分治法: 子子問題



分治法: 合併問題 (回傳解)

$[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$

$L = P [a(1), a(2)]$

$[a(3), a(4), a(5)]$

Return $\max(L, M, R)$

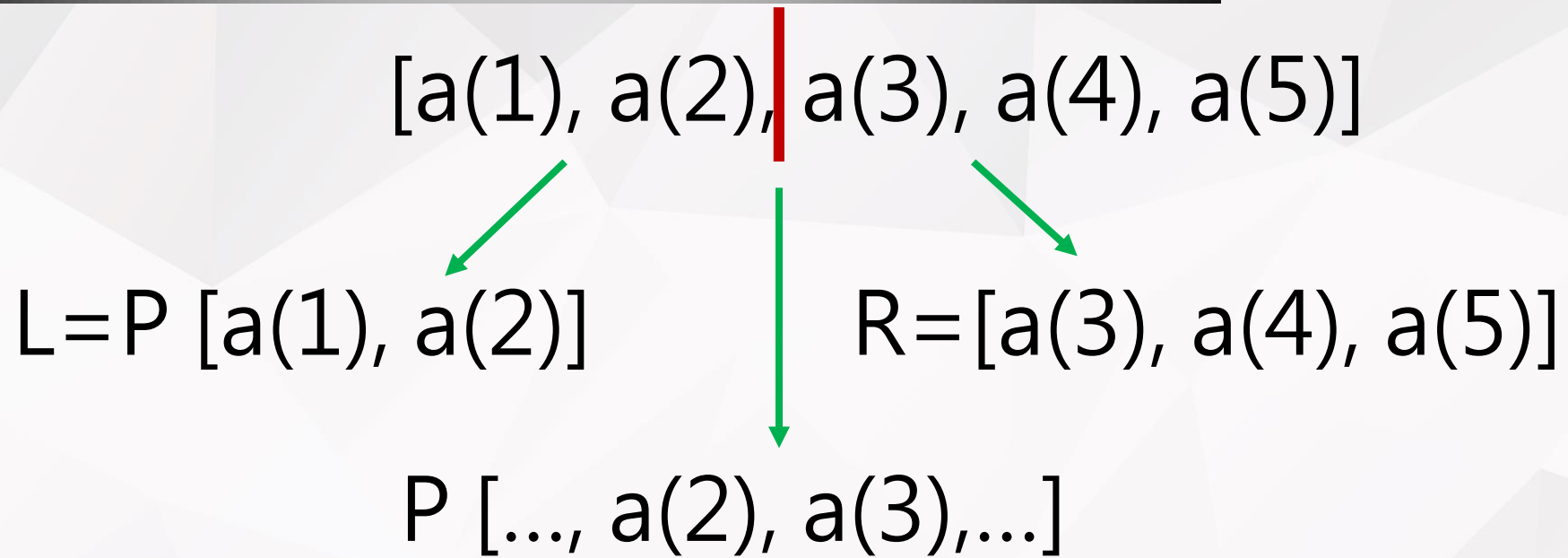
分治法: 子問題

$[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$

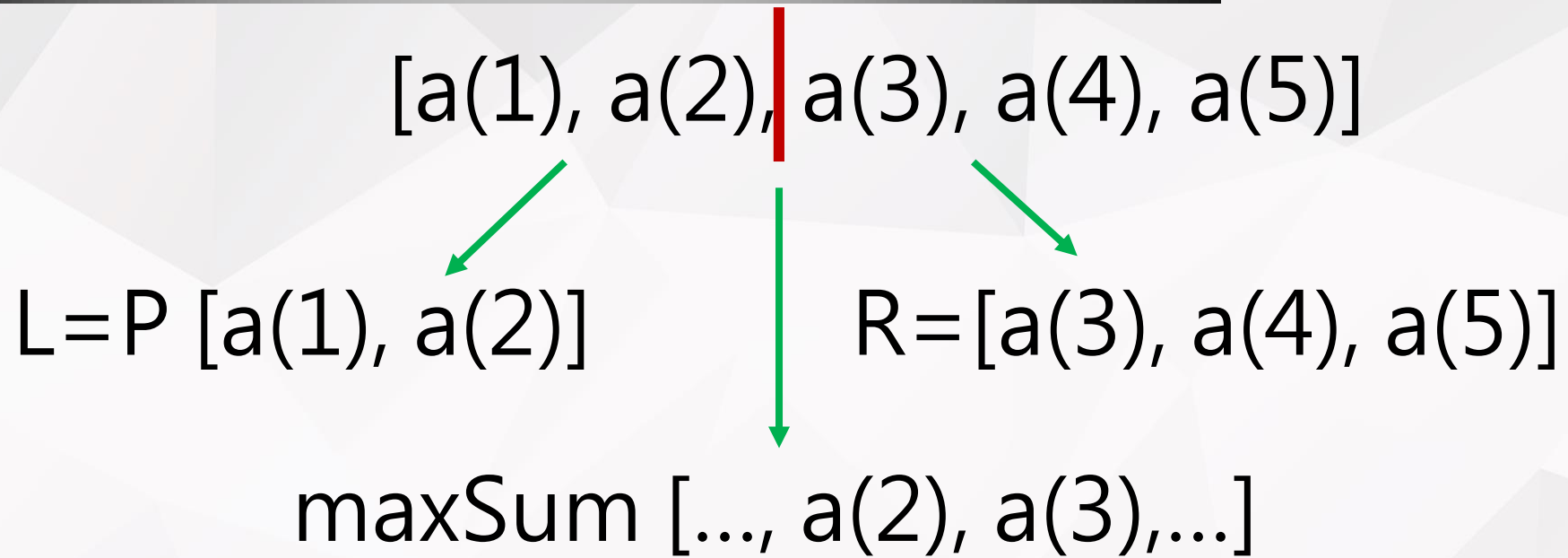
$L = P [a(1), a(2)]$

$R = [a(3), a(4), a(5)]$

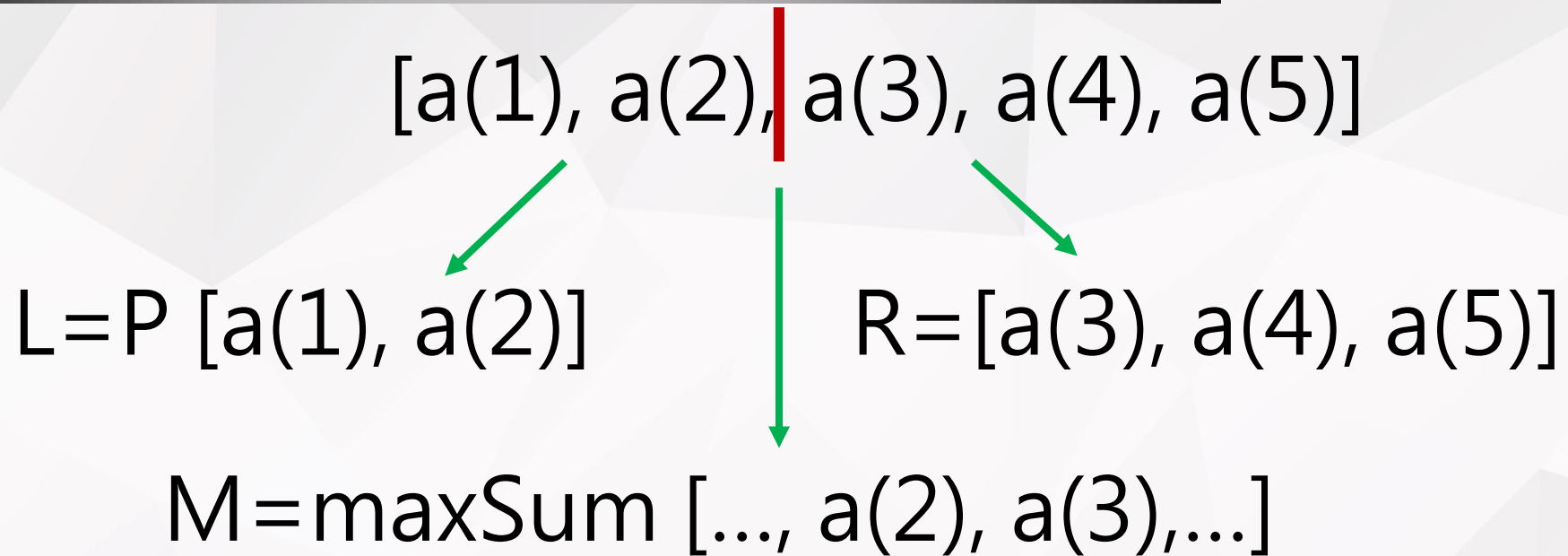
分治法: 子問題



分治法: 子問題



分治法: 子問題



分治法: 合併問題 (回傳解)

$[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$

Return $\max(L, M, R)$

分治法: 原問題

$P [a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$

分治法: 原問題

$$G=P [a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$$

得到原問題的解了

分治法: 複雜度

假設原問題大小為: N

考慮實際時間花費

分治法: 時間花費

原問題時間花費為: $T(N)$

分割問題後為: $T(N/2) + T(N/2)$

maxSum: N

分治法: 時間花費

合併問題得 $T(N) = 2 * T(N/2) + N$

並且最小子問題 $T(1) = 1$

分治法: 時間花費

$$T(N)$$

$$= 2^1 * T(N/2^1) + 1 * N = 2^1 * (2 * T(N/2^2) + N/2^1) + 1 * N$$

$$= 2^2 * T(N/2^2) + 2 * N = 2^2 * (2 * T(N/2^3) + N/2^2) + 2 * N$$

$$= 2^3 * T(N/2^3) + 3 * N = 2^3 * (2 * T(N/2^4) + N/2^3) + 3 * N$$

...

$$= 2^? * T(1) + ? * N$$

想想看 “問號” 為多少？

分治法: 複雜度

$$T(N) = 2^{\lg N} * T(1) + (\lg N) * N$$

$$\wedge T(1) = 1$$

$$\Rightarrow T(N) = 2^{\lg N} + N \lg N$$

$$\Rightarrow T(N) = O(N \lg N)$$

演算法的設計思維

- 枚舉
- 動態規劃
- 分治法
- 貪心法

貪心法

- 每次做一個在當下看起來最佳的決策
- 進而漸漸求出全局最佳解
- 貪心法是動態規劃的特例

貪心法: 最大連續和問題

```
int best = A[1], sum = 0;
```

```
for (int R = 1; R <= N; R++) {  
    sum = max(A[R], sum + A[R]);  
    best = max(best, sum);  
}
```

複雜度為 $O(N)$

更優的複雜度？

枚舉、動態規劃、分治法、貪心法

這些思考方式能讓我們想出怎樣設計演算法
但可不能只滿足於此，要不斷的思考是否還存在別的演算法

Questions?