

2.

$$\sum_{i=1}^k 2^{i-1} (k-i)$$

第  $i$  level 之 Node 在 adjust 時最多會移動  $k-i$  level  
 第  $i$  level 之 Node 總數

從 level 1 ~ level  $k$  之加總

$$= \sum_{i=1}^{k-1} 2^{i-1} (k-i) \quad \because i=k \text{ 時 } k-k=0 \therefore \text{可忽略}$$

展開得：

$$= 2^0 \cdot (k-1) + 2^1 \cdot (k-2) + \dots + 2^{k-3} \cdot 2 + 2^{k-2} \cdot 1$$

← 反著看

為  $2^{k-i-1}$  全為  $i$

故可改寫為

$$= \sum_{i=1}^{k-1} 2^{k-i-1} \cdot i$$

提出無異項

$$= \sum_{i=1}^{k-1} 2^{k-1} \cdot \frac{i}{2^i} = 2^{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} \frac{i}{2^i} \leq n \sum_{i=1}^{k-1} \frac{i}{2^i}$$

$\because 2^{k-1}$  是某 level Node 數  
 $n$  是 tree 之 Node 數  
 $\therefore 2^{k-1} \leq n$  trivial

