1 背景

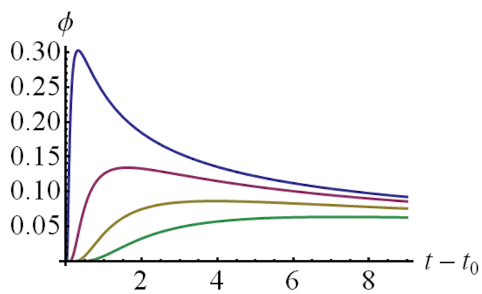
假设某物质在空间的浓度分布函数为$\phi(\boldsymbol{r},t)$。则其变化遵从扩散方程(Diffusion equation, Adolf Fick，1855):

$$\frac{\partial\phi(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} = D\nabla^2\phi(\boldsymbol{r},t) \tag{1}$$

其一般解为整个空间和时间的函数（正态分布），其特征依赖于扩散系数D:

$$\phi(\boldsymbol{r},t) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{4\pi D(t-t_0)}}\mathrm{e}^{-\frac{(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r_0})^2}{4D(t-t_0)}} < 0 & t \geq t_0 \end{cases} \tag{2}$$

在离开源点特定距离的地方，扩散浓度是一个随时间变化的函数，其图像为:



由Langevin模型:

$$m\,\ddot{x}(t) = -m\gamma\dot{x} + \xi(t) \qquad \Longrightarrow \qquad \langle x^2 - \langle x\rangle^2\rangle = 2Dt \tag{3}$$

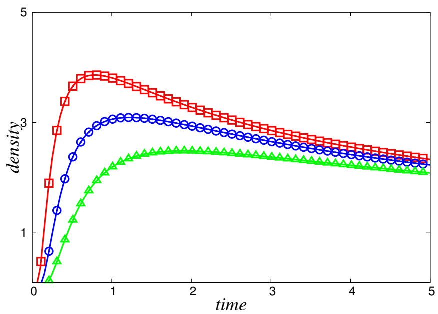
我们可以得到扩散系数D

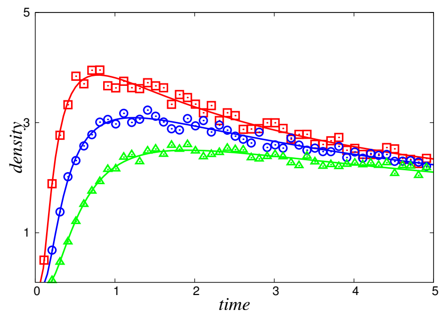
$$D = \frac{k_bT}{m\gamma} \tag{4}$$

其中T为空气温度，$m\gamma = 6\pi\eta R$

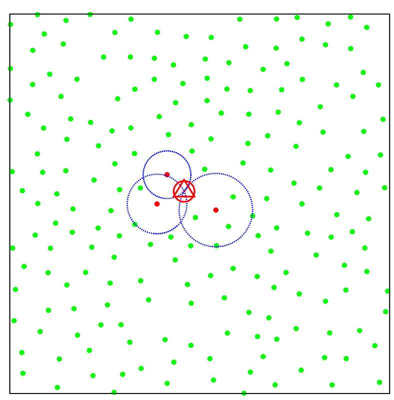
2 模型

首先我们在一个二维平面中随机产生200个灯柱，同时随机在某处产生一化学物质爆炸点，然后整个空间的浓度按照解(2)进行演化。 同时在所有的灯柱进行测量，选取三个比较接近的，也就是最先获得浓度的灯柱作为信号灯柱。在他们上面测量浓度强度随时间变化图像为下左图。 考虑到实际测量会有不确定因素，可以通过引进一个5%的随机扰动来模拟这个不确定因素，得到的结果如下右图。





通过拟合三个信号灯柱的浓度曲线，我们可以得到扩散系数和灯柱与扩散源的距离。首先我们会比较这些灯柱的扩散系数如果误差较大（不排除某些灯柱可能有问题），我们就要选取其它的备用灯柱作为信号灯柱。然后我们以扩散距离为半径，灯柱为圆心，画一个圆圈，理论上三个这样的圆圈就能确定出爆炸源的位置，如图所示。



按照如上方法推算出的化学源点非常好的符合实际的化学源点：图中红色圆圈为实际的源点，红色三角为推算出来的源点。

3 文献

A. Fick, Ueber Diffusion, Pogg. Ann. Phys. Chem. 170 (4. Reihe 94), 59-86 (1855).