

# 第六章 射频放大器

- 概述
- 信号流图及其应用
- 放大器稳定性
- 射频放大器设计
- 宽带放大器设计

# 概述

---

## ➤ 射频晶体管放大器

- 分立晶体管的射频放大器设计，同样适用于射频集成电路放大器设计
- 射频放大器设计趋向于集成化

## ➤ 小信号射频放大器的主要指标

- 功率或电压增益
- 稳定性
- 噪声系数
- 输入输出端口匹配(反射系数或驻波比)
- 线性度.....

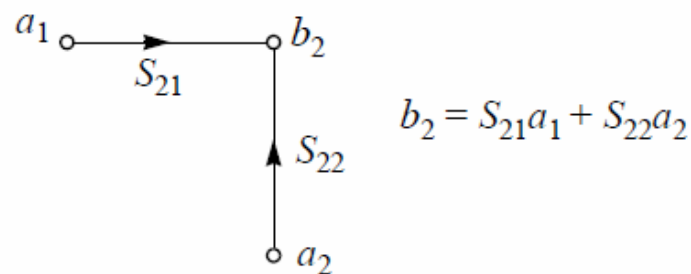
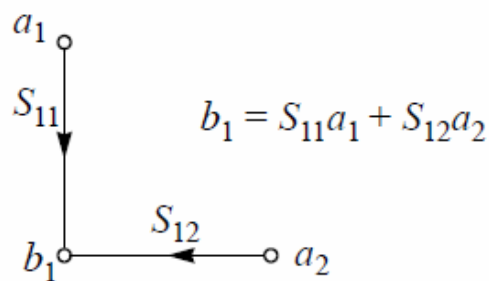
# 信号流图及其应用

## ➤ 信号流图的构筑

信号流图是表示复杂网络的有效工具，在高频放大器设计中可以用来求解网络的传输和反射参数。信号流图由节点 (**node**) 和支路 (**branch**) 构成：

- 每个变量 (入射波或反射波) 用一个节点表示
- 节点之间通过支路连接，每条支路代表一个反射系数或 S 参数
- 支路具有方向性，即波的传播方向；与独立变量 (信号源) 节点相连的支路都是离开节点的
- 一个非独立节点的变量值等于所有进入该节点的支路与其起始节点变量乘积之和，或者简单的说，等于进入该节点的所有支路之和

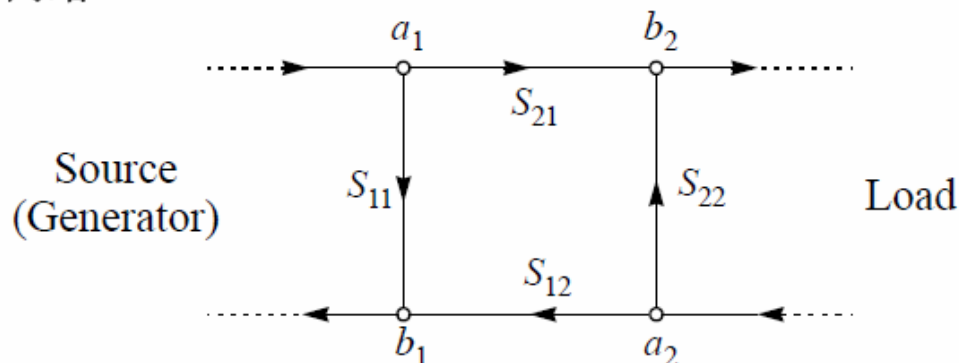
例如



# 信号流图及其应用

## ► 放大器的信号流图

### – 二端口网络



### – 信号源

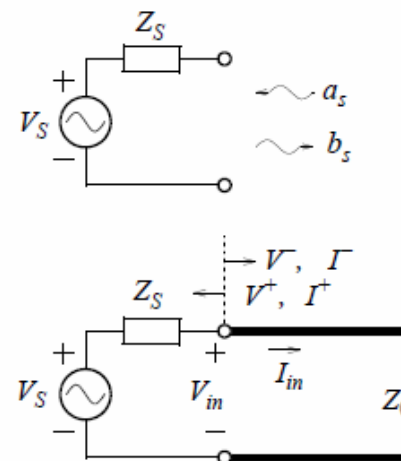
将信号源及其阻抗视为一个单端口网络，进入网络的方向为入射方向，在该网络与传输线的交界处，

$$V_{in} = V_S - I_{in} Z_S$$

用入射电压和反射电压表示输入电压和电流：

$$V_{in} = V^+ + V^-$$

$$I_{in} = I^- - I^+ = V^- / Z_0 - V^+ / Z_0$$



# 信号流图及其应用

---

所以环路电压方程可以改写为

$$V^+ + V^- = V_s - \frac{V^- - V^+}{Z_0} Z_s$$

不难求出反射电压为

$$V^- = \frac{Z_0}{Z_0 + Z_s} V_s + \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} V^+$$

把电压对  $\sqrt{Z_0}$  归一化

$$a_s = \frac{V^+}{\sqrt{Z_0}}, \quad b_s = \frac{V^-}{\sqrt{Z_0}}$$

注意到

$$\frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} = \Gamma_s$$

为信号源的反射系数

# 信号流图及其应用

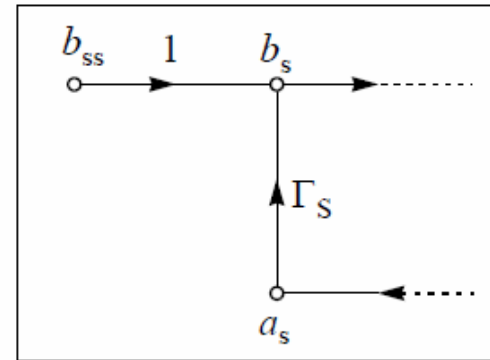
最后令

$$b_{ss} = \frac{Z_0}{Z_0 + Z_S} \cdot \frac{V_S}{\sqrt{Z_0}}$$

可得到归一化的反射波表达式

$$b_s = b_{ss} + \Gamma_S a_s$$

故有右图所示信号流图

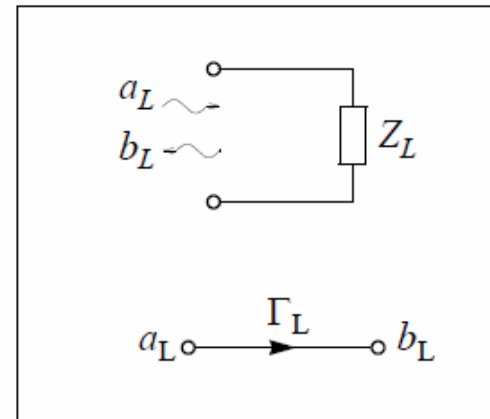


– 负载端

负载也可以看成是一个单端口网络，如图所示

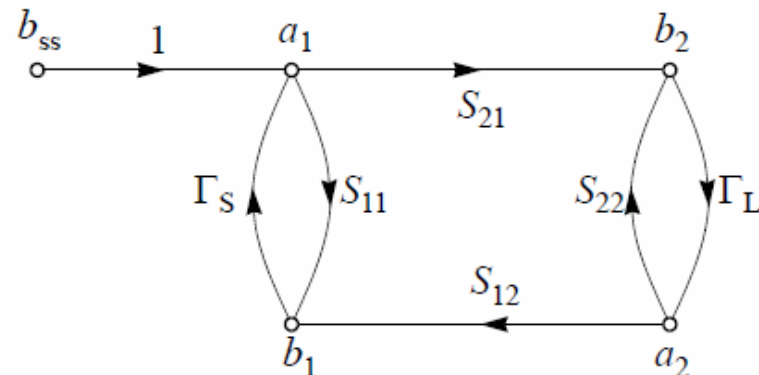
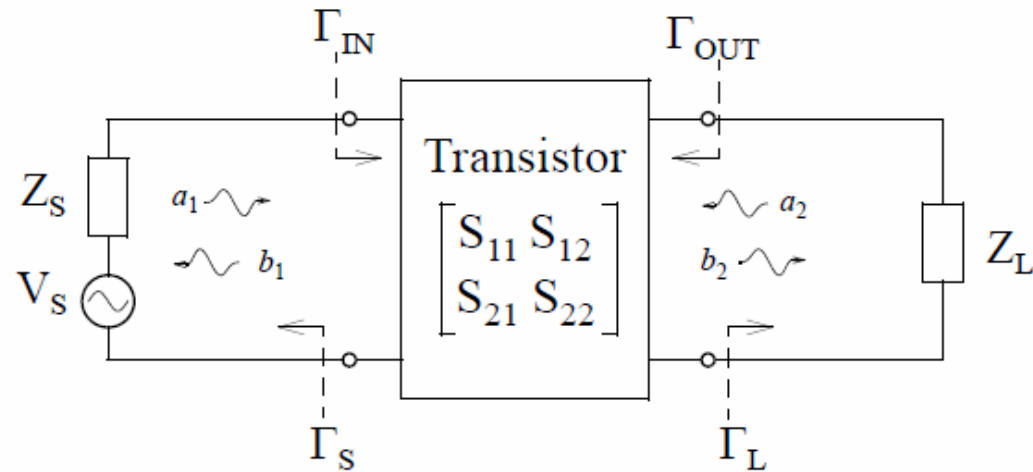
$$b_L = \Gamma_L a_L$$

这里  $\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$  为负载反射系数，因此可以获得相应的信号流图



# 信号流图及其应用

## – 放大器的信号流图



# 信号流图及其应用

## ► Mason法则

放大器的反射系数和传输函数即为信号流图中两个节点变量值之比，例如输入反射系数

$$\Gamma_{\text{IN}} = \frac{b_1}{a_1}$$

**Mason** 法则指出，流图中两节点(终点与起点)变量值之比为

$$T = \frac{P_1[1 - \sum L(1)^{(1)} + \sum L(2)^{(1)} - \dots] + P_2[1 - \sum L(1)^{(2)} + \sum L(2)^{(2)} - \dots]}{1 - \sum L(1) + \sum L(2) - \sum L(3) + \dots}$$

公式中所使用的各符号含义如下：

— 路径：  $P_1, P_2$  等

一条路径由一组将起点与终点连接起来的支路构成，每条支路的方向均由起点指向终点；在从起点向终点的移动过程中，路径上任何节点均只能出现一次。例如[放大器的信号流图](#)中从  $b_{ss}$  到  $b_1$  有两条路径：  $P_1 = S_{11}, P_2 = S_{21}\Gamma_L S_{12}$



# 信号流图及其应用

- 一阶环路 (first-order loop):  $L(1)$

如果流图中存在一个由同向支路构成的闭合回路，那么该回路中所有支路的积称为一阶环路，而  $\Sigma L(1)$  为所有一阶环路之和。放大器的信号流图中存在三个一阶环路： $S_{11}\Gamma_S$ ， $S_{21}\Gamma_L S_{12}\Gamma_S$  以及  $S_{22}\Gamma_L$

- 二阶及高阶环路:  $L(2), L(3), \dots$

任意两个不相接触的一阶环路之积称为二阶环路， $\Sigma L(2)$  为所有二阶环路之和，上例中  $S_{11}\Gamma_S$  和  $S_{22}\Gamma_L$  为仅有的两个不相互接触的一阶环路，因此  $\Sigma L(2) = S_{11}\Gamma_S S_{22}\Gamma_L$ ；三阶环路为任意三个不相互接触的一阶环路之积，其它高阶环路的定义依此类推

- $\Sigma L(1)^{(n)}$ : 所有不接触路径  $P_n$  的一阶环路之和

对于  $b_{ss}$  到  $b_1$  的路径  $P_1 = S_{11}$  和  $P_2 = S_{21}\Gamma_L S_{12}$ ， $\Sigma L(1)^{(1)} = S_{22}\Gamma_L$  而  $\Sigma L(1)^{(2)} = 0$

- $\Sigma L(2)^{(n)}$ : 所有不接触路径  $P_n$  的二阶环路之和，对于路径  $P_1$  和  $P_2$ ； $\Sigma L(2)^{(1)} = \Sigma L(2)^{(2)} = 0$ ； $\Sigma L(3)^{(n)}$ 、 $\Sigma L(4)^{(n)}$  等可类推

# 信号流图及其应用

## ➤ 信号流图的应用

### – 输入输出反射系数

$\Gamma_{IN} = b_1/a_1$ , 从  $a_1$  到  $b_1$  存在两条路径

$$P_1 = S_{11}$$

$$P_2 = S_{21}\Gamma_L S_{12}$$

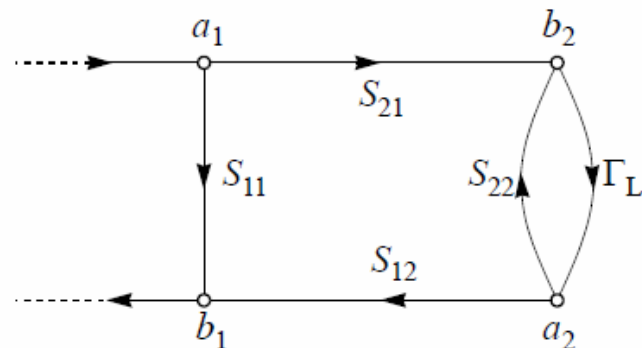
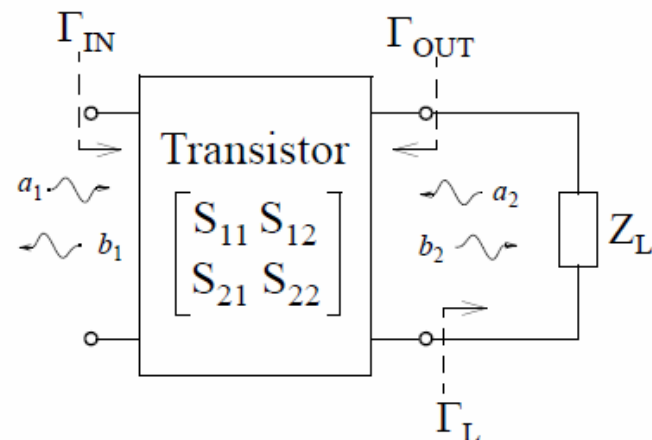
仅有一个一阶环路  $S_{22}\Gamma_L$ , 所以

$$\Sigma L(1) = S_{22}\Gamma_L$$

$$\Sigma L(1)^{(1)} = S_{22}\Gamma_L$$

根据 **Mason** 法则

$$\begin{aligned}\Gamma_{IN} &= \frac{S_{11}(1 - S_{22}\Gamma_L) + S_{21}\Gamma_L S_{12}}{1 - S_{22}\Gamma_L} \\ &= S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L}\end{aligned}$$



# 信号流图及其应用

同理可得

$$\Gamma_{\text{OUT}} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{b_{ss}=0} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S}$$

- 负载所获功率  $P_L$  和信号源资用功率  $P_{\text{AVS}}$

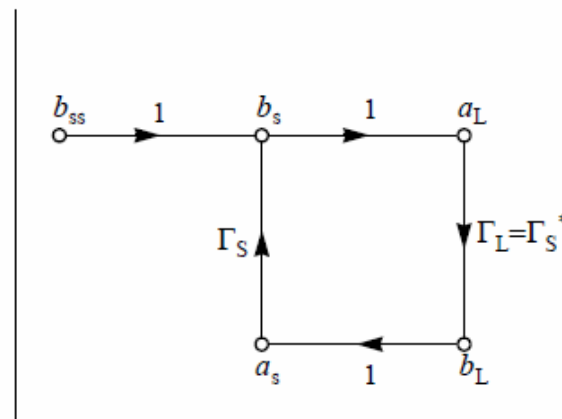
如果归一化的入射和反射波定义中电压  $V^+$  和  $V^-$  均为幅度而非均方根值，那么负载上所获得的信号功率为

$$P_L = \frac{1}{2}|a_L|^2 - \frac{1}{2}|b_L|^2 = \frac{1}{2}|a_L|^2(1 - |\Gamma_L|^2)$$

从信号流图可知

$$a_L = b_s = b_{ss} + a_L\Gamma_L\Gamma_S$$

$$a_L = \frac{b_{ss}}{1 - \Gamma_L\Gamma_S}$$



# 信号流图及其应用

故有

$$P_L = \frac{1}{2} \frac{|b_{ss}|^2}{|1 - \Gamma_L \Gamma_S|^2} (1 - |\Gamma_L|^2)$$

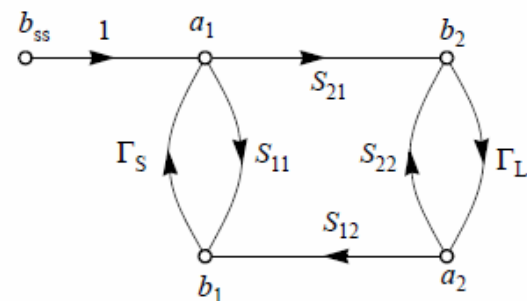
$\Gamma_L = \Gamma_S^*$  时  $P_L = P_{AVS}$ , 所以

$$\begin{aligned} P_{AVS} &= \frac{1}{2} \frac{|b_{ss}|^2}{|1 - \Gamma_S^* \Gamma_S|^2} (1 - |\Gamma_S^*|^2) \\ &= \frac{1}{2} \frac{|b_{ss}|^2}{1 - |\Gamma_S|^2} \end{aligned}$$

- 转化功率增益 (Transducer Power Gain)  $G_T$   
在信号源与负载之间插入一个放大器以后,  
 $P_{AVS}$  不变, 而

$$P_L = \frac{1}{2} |b_2|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)$$

因此



# 信号流图及其应用

$$G_T = \frac{P_L}{P_{AVS}} = \left| \frac{b_2}{b_{ss}} \right|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)(1 - |\Gamma_S|^2)$$

在  $b_{ss}$  与  $b_2$  之间仅存在一条路径  $P_1 = S_{21}$

$$\sum L(1) = S_{11}\Gamma_S + S_{22}\Gamma_L + S_{21}\Gamma_L S_{12}\Gamma_S$$

$$\sum L(2) = S_{11}S_{22}\Gamma_S\Gamma_L$$

$$\sum L(1)^{(1)} = 0$$

根据公式 (7) **Mason** 法则

$$\begin{aligned} \frac{b_2}{b_{ss}} &= \frac{S_{21}}{1 - (S_{11}\Gamma_S + S_{22}\Gamma_L + S_{21}\Gamma_L S_{12}\Gamma_S) + S_{11}\Gamma_S S_{22}\Gamma_L} \\ &= \frac{S_{21}}{(1 - S_{11}\Gamma_S)(1 - S_{22}\Gamma_L) - S_{21}S_{12}\Gamma_L\Gamma_S} \end{aligned}$$

这样,  $G_T$  就表示为

# 信号流图及其应用

$$G_T = \frac{|S_{21}|^2(1 - |\Gamma_L|^2)(1 - |\Gamma_S|^2)}{|(1 - S_{11}\Gamma_S)(1 - S_{22}\Gamma_L) - S_{21}S_{12}\Gamma_L\Gamma_S|^2}$$

对分母进行整理并利用

$$\Gamma_{IN} = S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L}, \quad \Gamma_{OUT} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S}$$

$G_T$  可以进一步表示为

$$G_T = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - \Gamma_{IN}\Gamma_S|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$$
$$G_T = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_{OUT}\Gamma_L|^2}$$

工作功率增益 (Operating Power Gain)  $G_p$  和资用功率增益 (Available Power Gain)  $G_A$  都可以根据各自的定义利用信号流图和 **Mason** 规则相应地求出

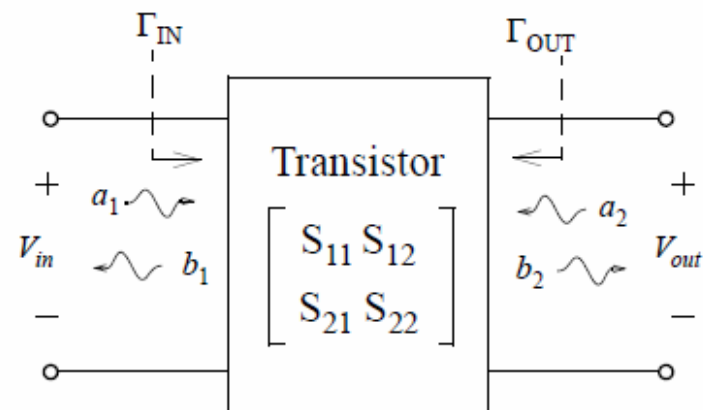
# 信号流图及其应用

## – 电压增益

$$A_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{a_2 + b_2}{a_1 + b_1}$$

将分子分母同除以  $b_{ss}$

$$A_V = \frac{a_2/b_{ss} + b_2/b_{ss}}{a_1/b_{ss} + b_1/b_{ss}}$$



利用信号流图可分别求得  $a_1/b_{ss}$ ,  $b_1/b_{ss}$ ,  $a_2/b_{ss}$  和  $b_2/b_{ss}$ , 最后有

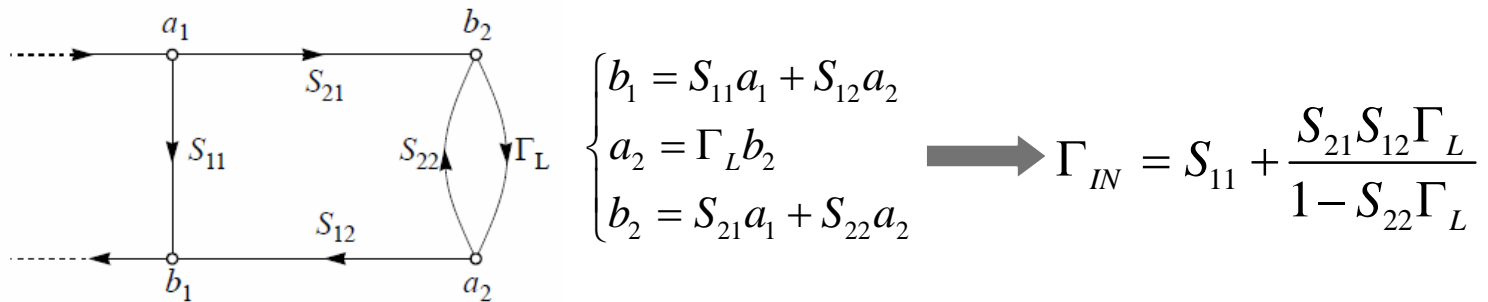
$$A_V = \frac{S_{21}(1 + \Gamma_L)}{(1 - S_{22}\Gamma_L) + S_{11}(1 - S_{22}\Gamma_L) + S_{21}\Gamma_L S_{12}}$$

在处理更复杂的系统时，信号流图可以一定的规则进行简化 从而提高运算效率。在这里所举的简单放大器的例子中，反射系数和增益也都可以通过公式直接推导得出。

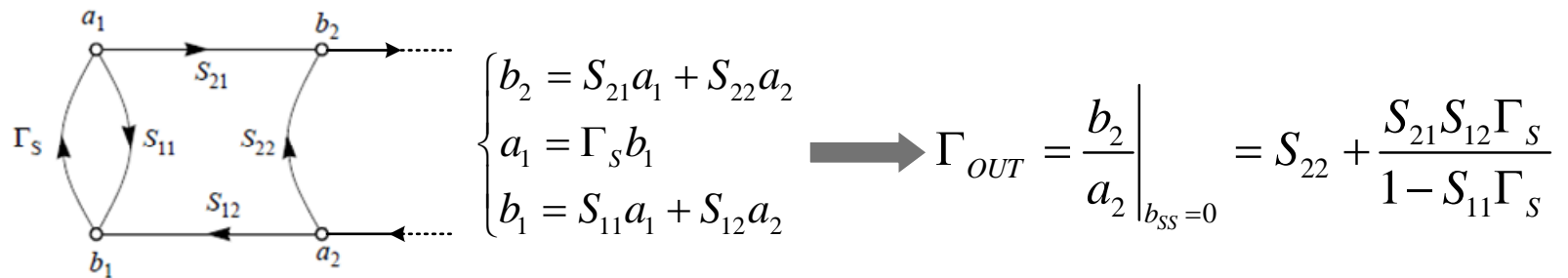
# 信号流图及其应用

## ► 列方程求输入输出反射系数

### — 输入反射系数



### — 输出反射系数





# 放大器稳定性

## ➤ 无条件稳定

当输入或输出阻抗出现负的实部时放大器就可能出现振荡，如果用反射系数来表示，这相当于  $|\Gamma_{IN}| > 1$  或  $|\Gamma_{OUT}| > 1$

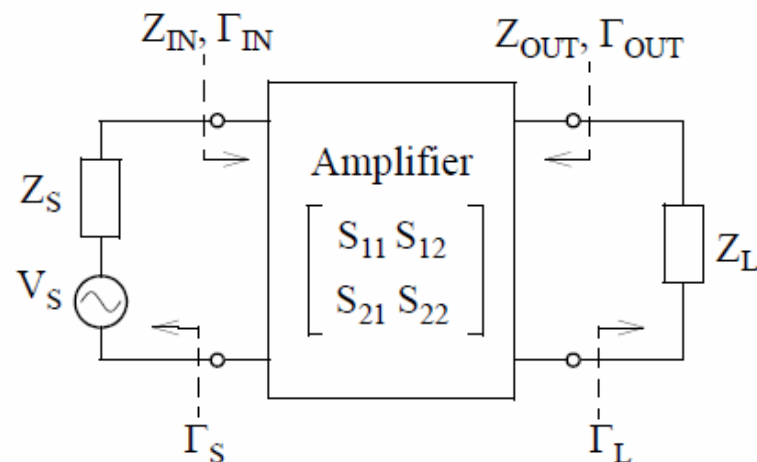
如果在某一频率对于任何信号源和负载阻抗，以下关系式均成立，那么放大器在该频率无条件稳定

$$|\Gamma_S| < 1 \quad (16a)$$

$$|\Gamma_L| < 1 \quad (16b)$$

$$|\Gamma_{IN}| = \left| S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| < 1 \quad (17a)$$

$$|\Gamma_{OUT}| = \left| S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \right| < 1 \quad (17b)$$



# 放大器稳定性

$Z_S$  和  $Z_L$  是在放大器输入和输出端口看到的通过无源匹配网络后的等效信号源和负载阻抗；对于一个放大器来说，正常情况下实际的信号源和负载阻抗不可能出现负阻，这保证了经过无源匹配网络后的等效阻抗也不含负实部，因此公式 (16) 将自动满足。

由于  $\Gamma_{IN}$  和  $\Gamma_{OUT}$  取决于放大器本身的  $S$  参数和输入输出的匹配情况，即使公式 (16) 和  $|S_{11}| < 1$  和  $|S_{22}| < 1$  都成立， $|\Gamma_{IN}|$  和  $|\Gamma_{OUT}|$  仍有可能大于 1。当信号源阻抗或负载阻抗的某些取值满足公式 (16) 但不满足公式 (17)，那么放大器就可能是不稳定的 (Potentially Unstable)，或是非无条件稳定的。

## ► 无条件稳定的充分必要条件

$$\begin{cases} K > 1 \\ |\Delta| < 1 \end{cases} \quad \text{其中} \quad K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} \quad \Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$$

# 放大器稳定性

## ➤ 临界稳定圆

非无条件稳定的放大器仍可能在一定的 $\Gamma_S$ 和 $\Gamma_L$ 取值范围内满足公式(17)，从而保证稳定工作。这时 $\Gamma_S$ 和 $\Gamma_L$ 的取值范围可以从**Smith**圆图上得到。

$$\text{令 } |\Gamma_{\text{IN}}| = \left| S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| = 1, \quad |\Gamma_{\text{OUT}}| = \left| S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \right| = 1, \text{ 并分别对}$$

$\Gamma_L$ 和 $\Gamma_S$ 求解，可以得到

$$\left| \Gamma_L - \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right| = \left| \frac{S_{12}S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right| \quad \left| \Gamma_S - \frac{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right| = \left| \frac{S_{12}S_{21}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right|$$

$$\text{其中 } \Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$$

对应 $\Gamma_L$ 和 $\Gamma_S$ 平面上的两个圆，称为临界稳定圆。

# 放大器稳定性

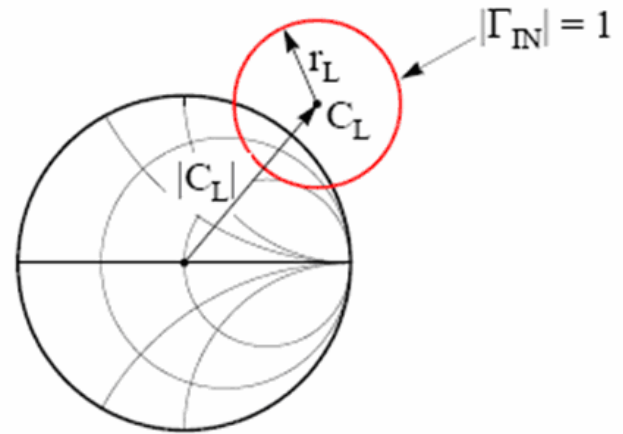
## 1) 输出临界稳定圆

$$\left| \Gamma_L - \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right| = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right|$$

为 $\Gamma_L$ 平面上的圆，称为输出临界稳定圆，其圆心和半径分别为

$$C_L = \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \quad r_L = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right|$$

此圆上的点包含了所有满足 $|\Gamma_{IN}| = 1$ 的负载阻抗。



# 放大器稳定性

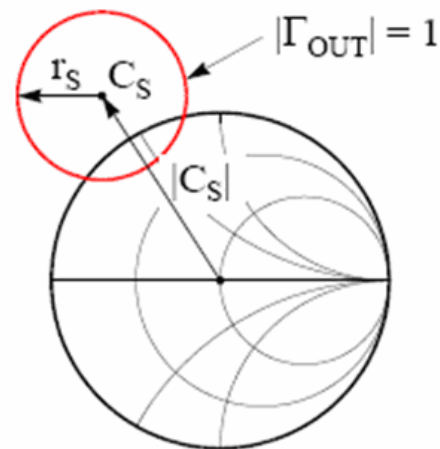
## 2) 输入临界稳定圆

$$\left| \Gamma_s - \frac{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right| = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right|$$

为 $\Gamma_s$ 平面上的圆，称为输入临界稳定圆，其圆心和半径分别为

$$C_s = \frac{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \quad r_s = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right|$$

此圆上的点包含了所有满足  
 $|\Gamma_{OUT}| = 1$ 的源阻抗。



输入和输出临界稳定圆是一个边界，其内外两侧中有一侧区域的阻抗或反射系数可能导致放大器不稳定，而另一侧的阻抗或反射系数则保证输入或输出阻抗中不出现负阻，即放大器是稳定的。

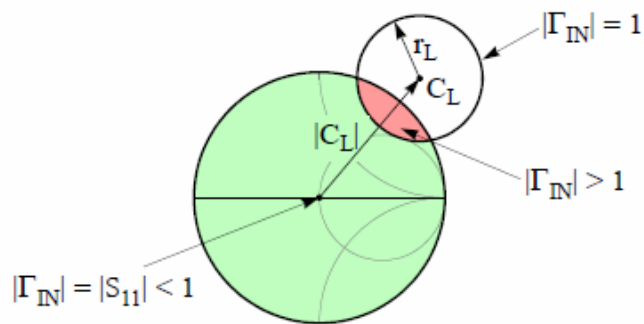
# 放大器稳定性

## 3) 不稳定区域的判别

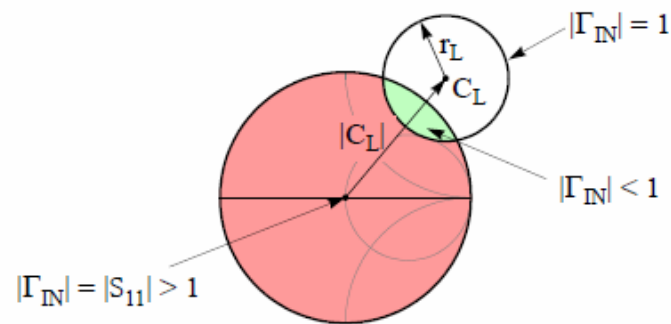
不稳定区域的确定取决于  $|S_{11}|$  和  $|S_{22}|$ ，根据 反射系数计算公式

$$\begin{aligned}\Gamma_{IN} &= S_{11} & (\Gamma_L = 0) \\ \Gamma_{OUT} &= S_{22} & (\Gamma_S = 0)\end{aligned}$$

- $|\Gamma_L| = 0$  代表了  $\Gamma_L$  平面的中心点，所以在  $\Gamma_L$  平面上：  
若  $|S_{11}| < 1$ ，中心点所在的区域为稳定区  
若  $|S_{11}| > 1$ ，中心点所在的区域为不稳定区



$\Gamma_L$  平面 :  $|S_{11}| < 1$  时的稳定区域



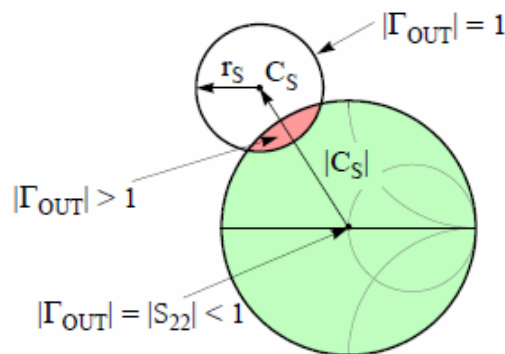
$\Gamma_L$  平面 :  $|S_{11}| > 1$  时的稳定区域

# 放大器稳定性

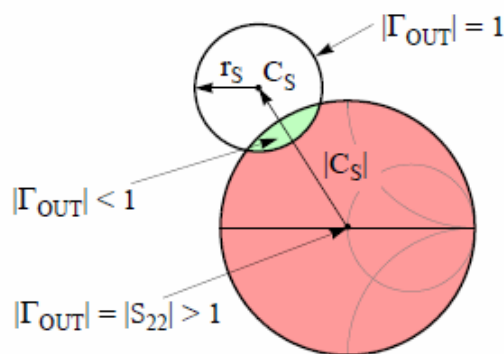
- $|\Gamma_S| = 0$  代表了  $|\Gamma_S|$  平面的中心点，所以在  $\Gamma_S$  平面上：

若  $|S_{22}| < 1$ ，中心点所在的区域为稳定区

若  $|S_{22}| > 1$ ，中心点所在的区域为不稳定区



$\Gamma_S$  平面： $|S_{22}| < 1$  时的稳定区域



$\Gamma_S$  平面： $|S_{22}| > 1$  时的稳定区域

- 如果满足

$$\begin{aligned} |C_L - r_L| &> 1 & (|S_{11}| < 1) \\ |C_S - r_S| &> 1 & (|S_{22}| < 1) \end{aligned}$$

则放大器无条件稳定，这时临界稳定圆完全落在 **Smith** 圆图之外。

# 放大器稳定性

如果  $|S_{11}| > 1$  或  $|S_{22}| > 1$ ，则放大器不可能无条件稳定，因为至少存在一个源阻抗和一个负载阻抗使  $|\Gamma_S| = 0$  和  $|\Gamma_L| = 0$ ，而这时

$$|\Gamma_{OUT}| > 1 \text{ 和 } |\Gamma_{IN}| > 1$$

## ► 非无条件稳定放大器的稳定工作

» 大多数实用的高频晶体管均满足  $|\Delta| < 1$  的条件，而  $K$  通常在 0 和 1 之间，因此放大器为非无条件稳定。这时的临界稳定圆与 Smith 圆图的边界相交。为了能使放大器稳定工作，输入输出匹配网络应使  $\Gamma_S$  和  $\Gamma_L$  落在稳定区域内。

» 当  $\Gamma_S$  和  $\Gamma_L$  不在稳定区域内时，即  $|\Gamma_{IN}| > 1$  和  $|\Gamma_{OUT}| > 1$ ，放大器仍有可能稳定工作，只要保证输入和输出端口回路的总电阻非负，即

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(Z_S + Z_{IN}) > 0 \\ \operatorname{Re}(Z_L + Z_{OUT}) > 0 \end{cases}$$



# 放大器稳定性

» 在宽带放大器的设计中，可以通过在输入输出端串并电阻或使用电阻负反馈的方式使放大器无条件稳定工作。但在窄带(调谐)放大器中这样做会导致功率增益、噪声系数等关键指标的恶化，因此最好通过匹配网络使放大器达到稳定工作。

例题：串并电阻举例

一个晶体管在800MHz时的S参数为

$$S_{11} = 0.65 \angle -95^\circ, S_{12} = 0.035 \angle 40^\circ$$

$$S_{21} = 5.0 \angle 115^\circ, S_{22} = 0.8 \angle -35^\circ$$

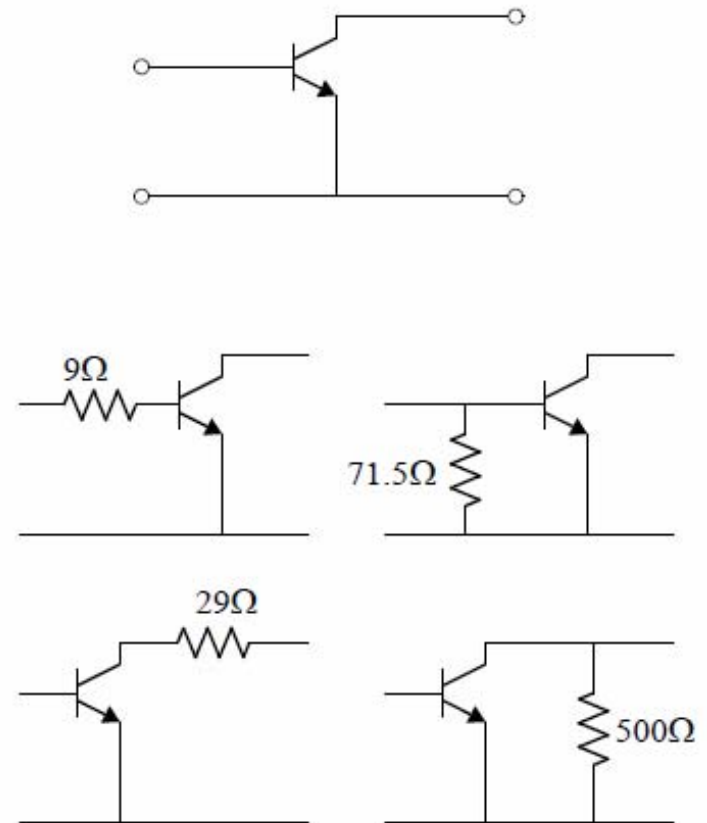
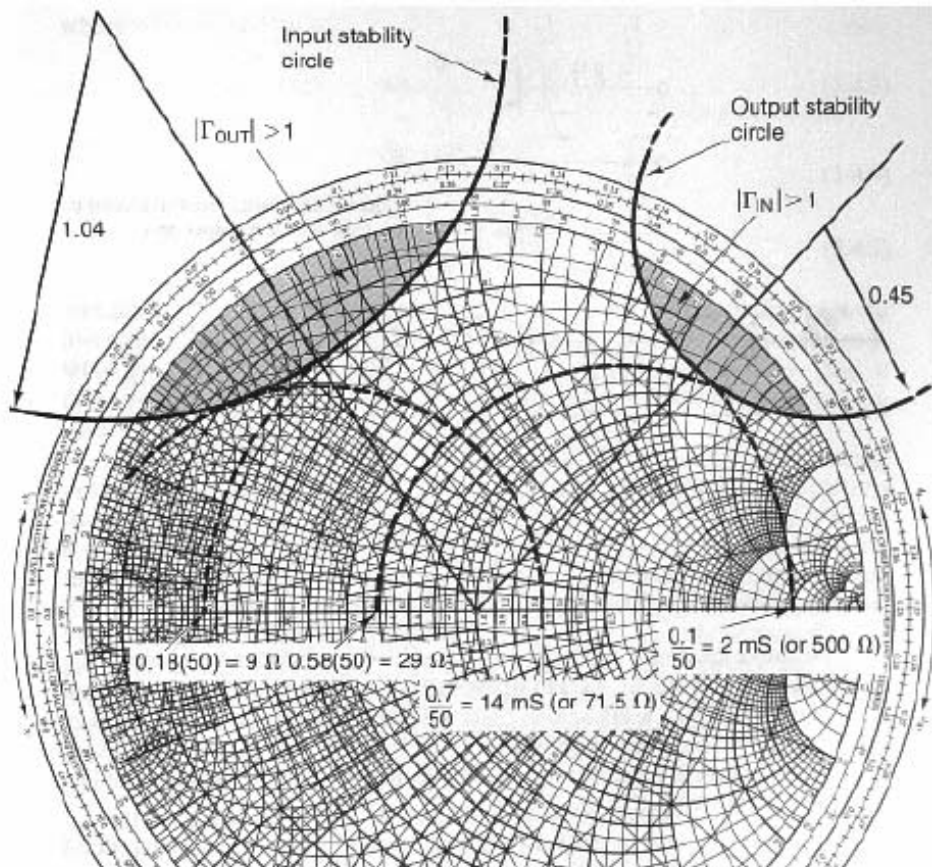
其临界稳定圆的圆心和半径分别为

$$C_S = 1.79 \angle 122^\circ, r_S = 1.04$$

$$C_L = 1.3 \angle 48^\circ, r_L = 0.45$$

# 放大器稳定性

在Smith圆图上画出晶体管的输入和输出临界稳定圆



# 射频放大器设计

## ➤ 单向(Unilateral)放大器

如果晶体管的  $S_{12}$  非常小, 可以认为  $S_{12} = 0$ , 输出端的信号与输入端隔离, 用这样的管子构成的放大器就是单向的放大器, 其反射系数为

$$\begin{aligned}\Gamma_{\text{IN}} &= \Gamma_{\text{IN}, \text{U}} = S_{11} \\ \Gamma_{\text{OUT}} &= \Gamma_{\text{OUT}, \text{U}} = S_{22}\end{aligned}$$

此时只需满足  $|S_{11}| < 1$  及  $|S_{22}| < 1$ , 放大器即无条件稳定。

单向放大器的转化功率增益为

$$G_{\text{T}} = G_{\text{TU}} = \frac{1 - |\Gamma_{\text{S}}|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_{\text{S}}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_{\text{L}}|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_{\text{L}}|^2} = G_{\text{S}} G_0 G_{\text{L}}$$

这里  $G_{\text{S}} = \frac{1 - |\Gamma_{\text{S}}|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_{\text{S}}|^2}$ ,  $G_0 = |S_{21}|^2$ ,  $G_{\text{L}} = \frac{1 - |\Gamma_{\text{L}}|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_{\text{L}}|^2}$ , 如果用 dB 表示

$$G_{\text{TU}} (\text{dB}) = G_{\text{S}} (\text{dB}) + G_0 (\text{dB}) + G_{\text{L}} (\text{dB})$$

# 射频放大器设计

当  $\Gamma_S = S_{11}^*$ 、 $\Gamma_L = S_{22}^*$  时  $G_S$  和  $G_L$  分别取最大值:

$$G_{S, \max} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} \quad G_{L, \max} = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2}$$

从而  $G_{TU}$  有最大值

$$G_{TU, \max} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1}{1 - |S_{22}|^2}$$

— 等增益圆

根据  $\Gamma_S$  与  $G_S$  的关系式

$$G_S = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2}$$

从中求解  $\Gamma_S$  可以得到以  $G_S$  为变量的一组圆方程, 称为等  $G_S$  圆。  
对  $\Gamma_L$  的处理完全相同。

# 射频放大器设计

## 1) 单向无条件稳定放大器的增益

此时 $\Gamma_s$ 平面上的整个 **Smith** 圆图都是稳定区域, 即 $Z_s$ 可以为任何无源阻抗值。  
可以证明, 导致同一 $G_s$ 的所有 $\Gamma_s$ 值都位于下式所给出的圆上

$$|\Gamma_s - C_{g_s}| = r_{g_s}$$

其圆心和半径分别为

$$C_{g_s} = \frac{g_s S_{11}^*}{1 - |S_{11}^*|^2 (1 - g_s)}$$
$$r_{g_s} = \frac{\sqrt{1 - g_s} (1 - |S_{11}|^2)}{1 - |S_{11}^*|^2 (1 - g_s)}$$

这里

$$g_s = \frac{G_s}{G_{s, \max}} = \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{|1 - S_{11} \Gamma_s|^2} (1 - |S_{11}|^2)$$

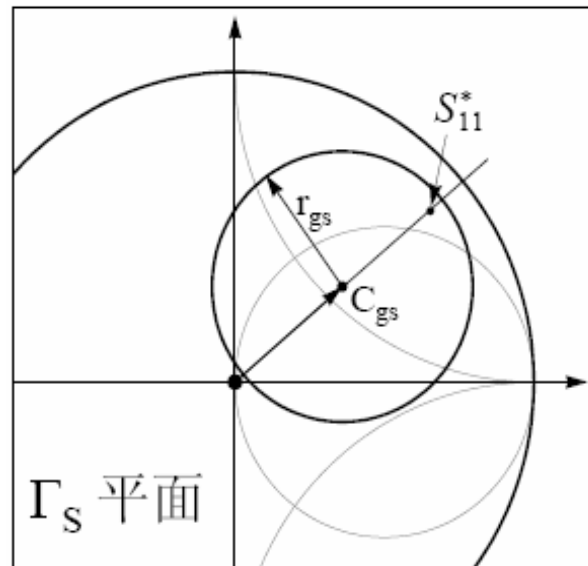
为归一化的增益系数,  $0 \leq g_s \leq 1$

# 射频放大器设计

由圆心表达式

$$C_{g_s} = \frac{g_s S_{11}^*}{1 - |S_{11}^*|^2 (1 - g_s)}$$

所有这些圆的圆心在 $G_s$ 平面上均位于角度为 $\angle S_{11}^*$ 的直线上，与坐标原点相距 $|C_{gs}|$ 。当 $\Gamma_s=0$ 时， $G_s=1$  (0dB)，所以坐标原点总在0dB的 $G_s$ 圆上。



# 射频放大器设计

例题：等  $G_S$  圆举例

已知一个三极管偏置在  $V_{CE} = 10V$ ,  $I_C = 30mA$ , 在  $1GHz$  的  $S$  参数为

$$S_{11} = 0.73 \angle 175^\circ, S_{12} = 0$$

$$S_{21} = 4.45 \angle 65^\circ, S_{22} = 0.21 \angle -80^\circ$$

画出  $G_S$  的 dB 值分别为 2、1、0 和 -1 时的等  $G_S$  圆。

解：容易验证满足单向无条件稳定条件。

$$G_{S, \max} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} = \frac{1}{1 - 0.73^2} = 2.14 \approx 3.31dB$$

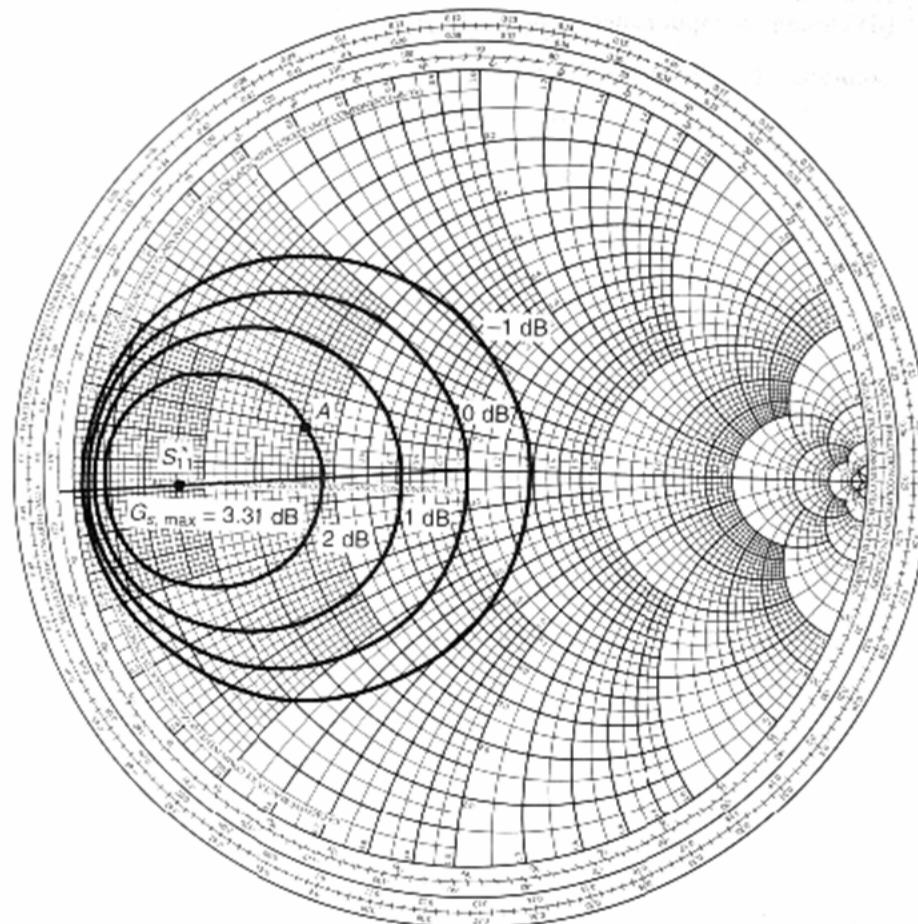
等  $G_S$  圆参数为

$G_S$ (dB)	2	1	0	-1
$G_S$	1.59	1.26	1	0.79
$g_S$	0.743	0.588	0.467	0.369
$ C_{gs} $	0.629	0.55	0.476	0.406
$r_{gs}$	0.274	0.384	0.476	0.559



# 射频放大器设计

在 $\Gamma_s$ 平面上这些圆如下图所示





# 射频放大器设计

## 2) 单向非无条件稳定放大器的增益

如果管子的  $S_{12} = 0$ ，而  $|S_{11}| > 1$  或  $|S_{22}| > 1$ ，则放大器为单向非无条件稳定放大器。为了使放大器稳定工作，信号源和负载阻抗必须满足式

$$\begin{cases} \text{Re}(Z_S + Z_{IN}) > 0 \\ \text{Re}(Z_L + Z_{OUT}) > 0 \end{cases}$$

沿用单向无条件稳定放大器等增益圆计算公式，同样可以得到一系列的等  $G_S$  圆，只不过这时候  $G_S$  的最大值为无穷大，且出现在  $\Gamma_S = 1/S_{11}$  处，称为  $\Gamma_S$  的临界值，记为  $\Gamma_{S,C}$ 。

$$\Gamma_{S,C} = \frac{1}{S_{11}}$$

$\Gamma_{S,C}$  对应的信号源归一化阻抗表示为

归一化输入阻抗表示为

$$z_{S,C} = \frac{1 + \Gamma_{S,C}}{1 - \Gamma_{S,C}} = \frac{1 + 1/S_{11}}{1 - 1/S_{11}} = \frac{S_{11} + 1}{S_{11} - 1}$$

$$z_{IN} = \frac{1 + \Gamma_{IN}}{1 - \Gamma_{IN}} = \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}}$$



$$z_{S,C} = -z_{IN}$$

输入回路电阻为零，电路将会出现振荡。

# 射频放大器设计

- » 等  $G_s$  圆的圆心仍然在角度为  $\angle S_{11}^*$  的直线上。由于  $Z_{IN}$  实部为负数，因此  $S_{11}^*$  不在 Smith 圆图上。因为  $S_{11}^*$  与  $1/S_{11}$  相位相同，所以圆心落在坐标原点与  $1/S_{11}$  的连线上。
- » 为了确定  $G_s$  稳定区域，可以先找出与  $z_{IN}$  实部的绝对值相等的  $z_s$  的位置，可以证明  $\Gamma_s$  平面上的  $1/S_{11}^*$  这一点所对应的阻抗实部等于  $z_{IN}$  实部的绝对值，而且其虚部等于  $z_{IN}$  虚部。
- » 稳定区域判别：圆图上  $1/S_{11}^*$  点所对应的等电阻圆是一个稳定边界，在圆周上有  $\text{Re}(Z_s) = |\text{Re}(Z_{IN})|$ ，圆内部有  $\text{Re}(Z_s) > |\text{Re}(Z_{IN})|$ ，因而圆的内部是稳定区域。

# 射频放大器设计

例题：一个晶体管的S参数，在 $V_{DS}=5V$ ， $I_{DS}=10mA$ ， $f=1GHz$ ， $50\Omega$ 系统的测量条件下，得到 $S_{11}=2.27 \angle -120^\circ$ ， $S_{12}=0$ ， $S_{21}=4.0 \angle 50^\circ$ ， $S_{22}=0.6 \angle -80^\circ$ 。

- 计算输入阻抗和最佳负载阻抗。
- 在Smith圆图上确定非稳定范围，并画出 $G_s=5dB$ 和 $G_s=3dB$ 的等增益圆。
- 对于 $G_s=3dB$ ，设计具有最大稳定度的输入匹配网络。
- 确定 $G_{TU}$ 。

解：容易验证晶体管为单向非无条件稳定

- a) Smith圆图上 $1/S_{11}^*=0.44 \angle -120^\circ$ 点对应的输入阻抗为

$$Z_{IN} = 50(-0.5 - j0.46) = -25 - j23 \Omega$$

输出反射系数为  $\Gamma_{out} = S_{22}$

最佳负载反射系数为  $\Gamma_L = \Gamma_{out}^* = S_{22}^* = 0.6 \angle 80^\circ$

从Smith圆图上可以得到  $Z_L = 50(0.56 + j1.03) = 28 + j51.5 \Omega$

# 射频放大器设计

b) 非稳定区域  $\text{Re}(Z_S) \leq |\text{Re}(Z_{IN})|$

在Smith圆图上标出点  $1/S_{11}$ 。

— 确定  $G_s=5\text{dB}$  的等增益圆的圆心和半径

$$g_s = 3.16[1 - 2.27^2] = -13.123$$

$$r_{g_s} = \frac{\sqrt{1 + 13.123[1 - 2.27^2]}}{1 - 2.27^2(1 + 13.123)} = 0.217$$

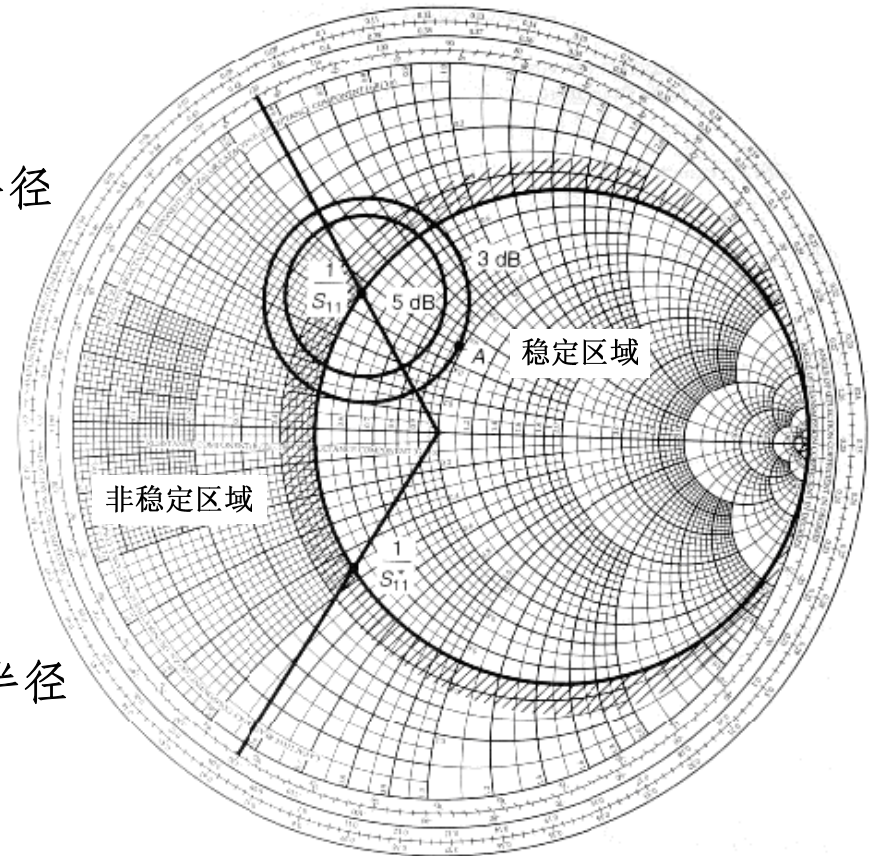
$$|C_{g_s}| = \frac{-13.123(2.27)}{1 - 2.27^2(1 + 13.123)} = 0.415$$

— 确定  $G_s=3\text{dB}$  的等增益圆的圆心和半径

$$g_s = -8.286$$

$$r_{g_s} = 0.27$$

$$|C_{g_s}| = 0.401$$



# 射频放大器设计

c) 为了得到最大的稳定度，选择 $G_s=3\text{dB}$ 的等增益圆与等电阻圆相切的A点，该点的 $G_s$ 所对应的 $Z_s$ 具有最大的正实部。此时有

$$\Gamma_s = 0.245 \angle 79^\circ$$

$$Z_s = 50(0.97 + j0.5) = 48.5 + j25 \Omega$$

输入回路的电阻是 $48.5 - 25 = 23.5 \Omega$ 。

d) 因为  $G_s=3\text{dB}$

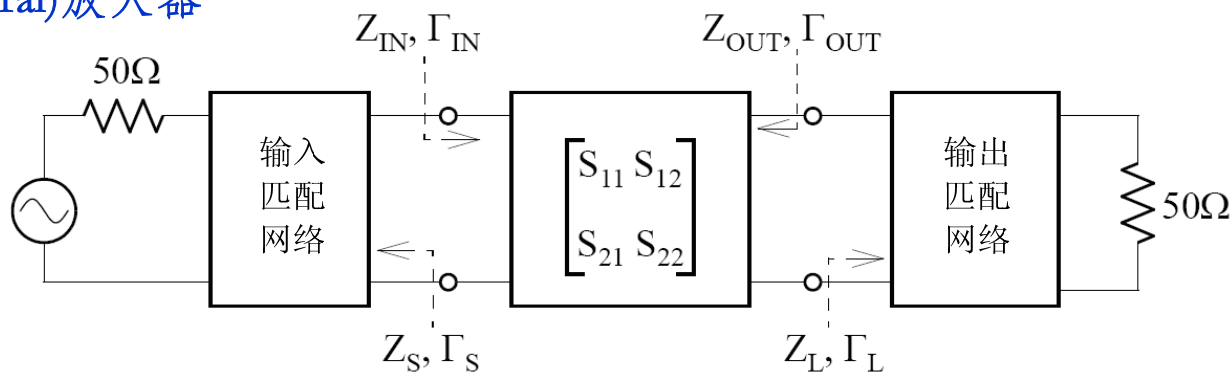
$$G_{L,\max} = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2} = \frac{1}{1 - 0.6^2} = 1.562 \quad \text{或} \quad 1.94 \text{ dB}$$

$$G_o = |S_{21}|^2 = 4^2 = 16 \quad \text{或} \quad 12.04 \text{ dB}$$

因此单向传输增益为  $G_{TU}(\text{dB}) = 3 + 12.04 + 1.94 = 16.98 \text{ dB}$

# 射频放大器设计

## ➤ 双向(Bilateral)放大器



当放大器输入输出端同时共轭匹配，即  $\Gamma_S = \Gamma_{IN}^*$   $\Gamma_L = \Gamma_{OUT}^*$

引入的误差表示为

$$\frac{1}{(1+U)^2} < \frac{G_T}{G_{TU}} < \frac{1}{(1-U)^2}$$

其中  $U = \frac{|S_{11}S_{22}S_{12}S_{21}|}{(1-|S_{11}|^2)(1-|S_{22}|^2)}$ ， $U$ 称为单向优值。

# 射频放大器设计

当  $U=-15\text{dB}$  或  $U=0.03$  时,

$$\frac{1}{(1+0.03)^2} < \frac{G_T}{G_{TU}} < \frac{1}{(1-0.03)^2} \quad -0.26\text{dB} < \frac{G_T}{G_{TU}} < 0.26\text{dB}$$

因此, 最大误差为  $\pm 0.26\text{ dB}$ , 这一误差对某些设计来说是足够小的, 单向化近似是可以接受的。

— 如果误差太大, 放大器就不能近似为单向化放大器, 也就不能采用单向化设计方法。因此, 为了获得最大的转化功率增益  $G_T$ , 放大器输入输出端必须同时共轭匹配, 即

$$\Gamma_S = \Gamma_{IN}^* \quad \Gamma_L = \Gamma_{OUT}^*$$

当输入输出共轭匹配时, 可以得到输入和输出电压驻波比等于1。

# 射频放大器设计

或者写成

$$\Gamma_S^* = \Gamma_{\text{IN}} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L}$$

$$\Gamma_L^* = \Gamma_{\text{OUT}} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S}$$

该方程组有解

$$\Gamma_S = \Gamma_{S,m} = \frac{B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4|C_1|^2}}{2C_1} \quad (41a)$$

$$\Gamma_L = \Gamma_{L,m} = \frac{B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4|C_2|^2}}{2C_2} \quad (41b)$$

其中

$$B_1 = 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |\Delta|^2, \quad B_2 = 1 + |S_{22}|^2 - |S_{11}|^2 - |\Delta|^2$$

$$C_1 = S_{11} - \Delta S_{22}^*, \quad C_2 = S_{22} - \Delta S_{11}^*$$



# 射频放大器设计

可以证明，在无条件稳定的情况下，即

$$\begin{aligned} K &> 1 \\ |\Delta| &< 1 \end{aligned}$$

放大器可以实现输入输出同时共轭匹配， $\Gamma_{S,m}$  和  $\Gamma_{L,m}$  分子上应取 “-” 号。这时可以得到

$$G_{T, \max} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} (K - \sqrt{K^2 - 1})$$

同时有

$$G_T = G_p = G_A = G_{T, \max}$$

在保持稳定工作的条件下所能达到的增益极限值由  $G_{T, \max}(K = 1)$  给出：

$$G_{MSG} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|}$$

# 射频放大器设计

---

- 当 $K < 1$ 时，同时共轭匹配是不存在的。
- 在潜在不稳定的二端口网络中，若 $K > 1$ 且 $|\Delta| > 1$ ，采用正号求解 $\Gamma_{s,m}$  和  $\Gamma_{L,m}$ ，可以得到 $|\Gamma_{s,m}| < 1$ 和 $|\Gamma_{L,m}| < 1$ ，对应的 $G_T$ 取最小值，并且输入和输出电压驻波比等于1， $G_T$ 的最小值由下式给出

$$G_{T, \min} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} (K + \sqrt{K^2 - 1})$$

# 射频放大器设计

## ➤ 基于 $G_p$ 的设计

根据定义， $G_p$  为负载所得到的功率与放大器 (晶体管) 所得到的功率之比，在信号流图上表示为

$$G_p = \frac{|b_2|^2/2 - |a_2|^2/2}{|a_1|^2/2 - |b_1|^2/2} = \frac{|b_2|^2(1 - |\Gamma_L|^2)}{|a_1|^2(1 - |\Gamma_{IN}|^2)}$$

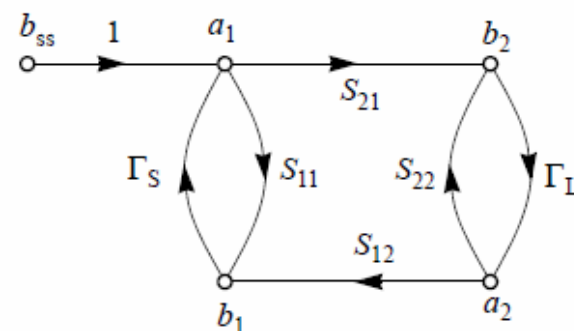
根据 **Mason** 法则可以求出

$$\frac{b_2}{a_1} = \frac{S_{21}}{1 - S_{22}\Gamma_L}$$

因此

$$G_p = \frac{P_L}{P_{IN}} = \frac{1}{1 - |\Gamma_{IN}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|}$$

可见  $G_p$  与  $Z_s$  无关，因此设计时可以先不考虑  $\Gamma_s$  和  $\Gamma_{OUT}$ ，在  $S_{12} \neq 0$  时简化了设计的复杂度。



# 射频放大器设计

## 1) 无条件稳定

用管子的S参数和 $\Gamma_L$ 表示公式(46)中的 $\Gamma_{IN}$ ,  $G_p$ 用可以改写成

$$G_p = \frac{1}{1 - \left| \frac{S_{11} - \Delta\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|} = g_p |S_{21}|^2$$

这里

$$\begin{aligned} g_p &= \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2 - |S_{11} - \Delta\Gamma_L|^2} \\ &= \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{1 - |S_{11}|^2 + |\Gamma_L|^2(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2) - 2\text{Re}(\Gamma_L C_2)} \end{aligned}$$

$C_2$ 在公式(42b)中给出:

$$C_2 = S_{22} - \Delta S_{11}^*$$

毫不奇怪,  $\Gamma_L$ 平面上对应相同 $G_p$ 的点都位于同一个圆上:

$$|\Gamma_L - C_p| = r_p$$

Z. Q. LI

# 射频放大器设计

## 1) 无条件稳定

用管子的S参数和 $\Gamma_L$ 表示 $G_P$ 中的 $\Gamma_{IN}$ ， $G_P$ 可以改写成

$$G_P = \frac{1}{1 - \left| \frac{S_{11} - \Delta \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} \right|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2} = g_P |S_{21}|^2$$

其中

$$\begin{aligned} g_P &= \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2 - |S_{11} - \Delta \Gamma_L|^2} \\ &= \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{1 - |S_{11}|^2 + |\Gamma_L|^2 (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2) - 2 \operatorname{Re}(\Gamma_L C_2)} \end{aligned}$$

$$C_2 = S_{22} - \Delta S_{11}^*$$

毫不奇怪， $\Gamma_L$ 平面上对应相同 $G_P$ 的点都位于同一个圆上，称为工作功率增益圆，圆方程表示为

$$|\Gamma_L - C_P| = r_P$$

# 射频放大器设计

圆心和半径分别为

$$C_p = \frac{g_p C_2^*}{1 + g_p (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)} \quad (49a)$$

$$r_p = \frac{\sqrt{1 - 2K|S_{12}S_{21}|g_p + |S_{12}S_{21}|^2 g_p^2}}{|1 + g_p (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)|} \quad (49b)$$

圆心在角度为  $\angle C_2^*$ 、距原点  $|C_p|$  处。增益最大的圆半径为 0，令 (49b) 为 0 可得

$$g_{p, \max} = \frac{1}{|S_{12}S_{21}|} (K - \sqrt{K^2 - 1}) \quad (50a)$$

$$G_{p, \max} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} (K - \sqrt{K^2 - 1}) \quad (50b)$$

在  $\Gamma_L$  平面上这就是圆心点，其对应的  $\Gamma_L$  值即为  $g_p = g_{p, \max}$  时的  $C_p$  值  $C_{p, \max}$ ，将 (50a) 代入 (49a) 并经过一些推导后可以得到与 (41b) 相同的结果，即

$$\Gamma_{L, m} = C_{p, \max} = \frac{g_{p, \max} C_2^*}{1 + g_{p, \max} (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)}$$

# 射频放大器设计

- » 当  $|\Gamma_L|=1$  时, 信号功率被全部反射, 即  $P_L=0$ , 所以  $G_P=g_P=0$ , 即  $G_P$  的最小值等于0。
- » 对于一个给定的  $G_P$ ,  $\Gamma_L$  可以在等工作增益圆上选择。当输出匹配网络的设计使  $\Gamma_L=\Gamma_{L,m}$ ,  $G_P=G_{P,max}$ , 这时如果将输入匹配网络设计成  $\Gamma_S=\Gamma_{IN}^*$ , 那么负载上将得到最大的功率, 这时有  $\Gamma_S=\Gamma_{S,m}$ , 并且  $G_T=G_P=G_{T,max}=G_{P,max}$ 。
- » 在Smith阻抗圆图上画出等工作功率增益圆的步骤如下:
  - 对于一个给定的  $G_P$ , 其等工作功率增益圆的圆心和半径由式(49)给出。
  - 选择需要的  $\Gamma_L$ 。
  - 对于给定的  $\Gamma_L$ , 在输入共轭匹配, 即  $\Gamma_S=\Gamma_{IN}^*$  时, 输出功率达到最大。由该  $\Gamma_S$  值得到的转化功率增益  $G_T$  满足关系式  $G_T=G_P$ 。

# 射频放大器设计

例题：无条件稳定时基于 $G_p$ 的放大器设计举例。一个GaAs MESFET晶体管在6GHz时，晶体管偏置点为 $V_{DS}=4V$ ， $I_{DS}=0.5I_{DSS}$ 的S参数为

$$S_{11} = 0.641 \angle -171.3^\circ, \quad S_{12} = 0.057 \angle 16.3^\circ$$

$$S_{21} = 2.058 \angle 28.5^\circ, \quad S_{22} = 0.572 \angle -95.7^\circ$$

要求用它设计 $G_p = 9dB$ 的放大器。

解：容易验证它是无条件稳定的，但不能近似为单向工作：

$$K = 1.507, \quad \Delta = 0.3014 \angle 109.88^\circ$$

$$U = 0.1085, \quad -0.89dB < \frac{G_T}{G_{TU}} < 1dB$$

通过计算可以得到

$$G_{P, \max} = 11.38 dB$$



# 射频放大器设计

» 当  $G_p = 9\text{dB}$  时

$$g_p = G_p / |S_{21}|^2 = 1.875, \quad C_2 = 0.3911 \angle -103.9^\circ$$

– 由此可以得到  $G_p = 9\text{dB}$  的工作功率增益的半径和圆心为

$$r_p = 0.431, \quad C_p = 0.508 \angle 103.9^\circ$$

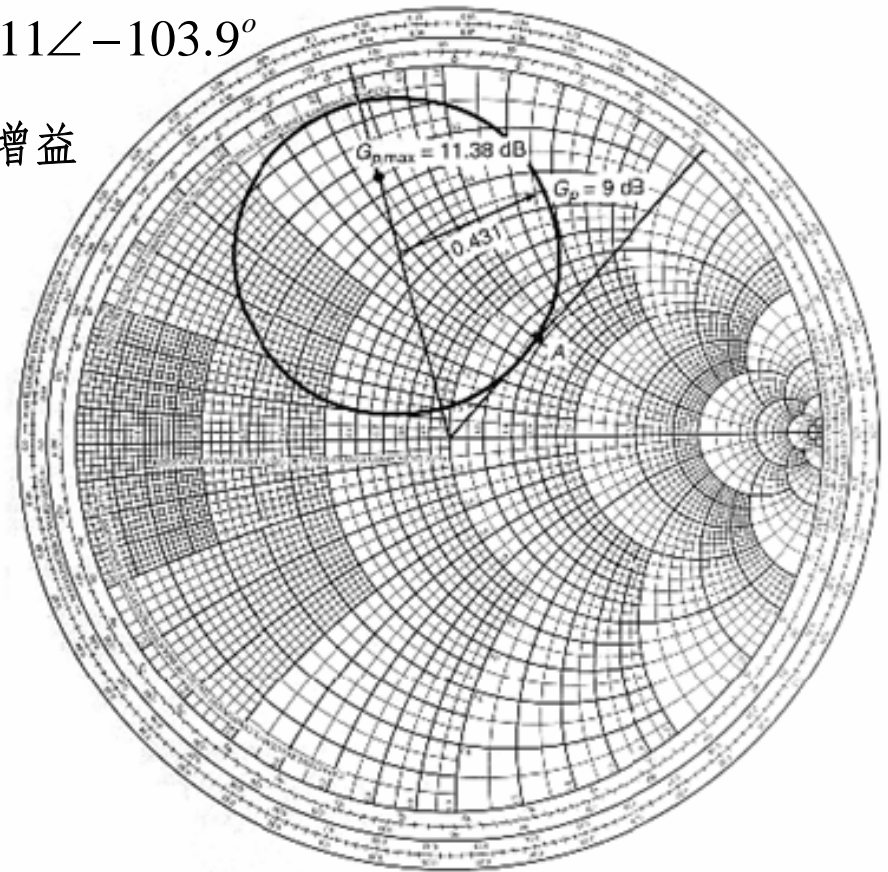
– 可以取  $9\text{dB}$   $G_p$  圆上的 A 点作为  $\Gamma_L$ , 即  $\Gamma_L = 0.36 \angle 47.5^\circ$ , 于是有

$$\Gamma_{IN} = S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} = 0.629 \angle -175.51^\circ$$

若要获得最大的输出功率, 应满足

$$\Gamma_S = \Gamma_{IN}^* = 0.629 \angle 175.51^\circ$$

$$G_T = G_p = 9 \text{ dB}$$



# 射频放大器设计

- 输入共轭匹配使输入反射系数为0，输入驻波比  $VSWR_{in} = 1$ 。
- 计算输出驻波比

$$\Gamma_{OUT} = 0.67 \angle -102.66^\circ$$

$$|\Gamma_b| = \left| \frac{\Gamma_{OUT} - \Gamma_L^*}{1 - \Gamma_{OUT} \Gamma_L} \right| = 0.622$$

$$VSWR_{OUT} = \frac{1 + |\Gamma_b|}{1 - |\Gamma_b|} = 4.3$$

- 可以对一系列点进行上述计算，并得到不同的输出电压驻波比，从中选择输出电压驻波比最小的点作为负载反射系数 $\Gamma_L$ 。在某些情况下，为了得到所需的输出电压驻波比，输入端口需要一定的失配。

# 射频放大器设计

» 如果要获得  $G_{P,\max}$ , 那么

$$g_{P,\max} = \frac{G_{P,\max}}{|S_{21}|^2} = 3.24$$

$$r_{P,\max} = 0$$

产生  $G_{P,\max}$  的  $\Gamma_L$  为

$$\Gamma_L = \Gamma_{L,m} = C_{P,\max} = \frac{g_{P,\max} C_2^*}{1 + g_{P,\max} (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)} = 0.718 \angle 103.9^\circ$$

对应最大输出功率的  $\Gamma_S$  为

$$\Gamma_S = \Gamma_{S,m} = \left[ S_{11} + \frac{S_{21} S_{12} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} \right]^* = 0.762 \angle 177.3^\circ$$

在这个例子中首先根据给定的  $G_P$  选择  $\Gamma_L$ , 得到  $\Gamma_{IN}$ , 然后使输入端共轭匹配  $\Gamma_S = \Gamma_{IN}^*$ , 这时所得到的  $\Gamma_S$  会改变  $\Gamma_{OUT}$ , 所以  $\Gamma_L$  的选取将同时影响输入输出匹配。

# 射频放大器设计

## 2) 非无条件稳定

这时要考虑放大器的稳定性。对于给定的  $G_p$  进行放大器设计的步骤如下：

- » 对于给定的  $G_p$  值，利用式(49a)和(49b)在  $\Gamma_L$  平面上画出等工作功率增益圆，同时画出输出临界稳定圆。在远离不稳定区域的  $G_p$  圆上选择一个合适的  $\Gamma_L$ 。
- » 计算  $\Gamma_{IN}$  的值，同时在  $\Gamma_S$  平面上画出输入临界稳定圆，并确定  $\Gamma_S = \Gamma_{IN}^*$  的点是否在稳定区域内。若在稳定区域内，则输入端可以设计成共轭匹配。
- » 如果  $\Gamma_S = \Gamma_{IN}^*$  不在稳定区域内，或者虽然处在稳定区域，但非常靠近输入临界稳定圆，这时需要重新选择  $\Gamma_L$ ，并得到另一个  $\Gamma_S$ ，然后再重复上述过程直至满足要求。 $\Gamma_S$  虽然不会改变  $G_p$ ，但是它将改变  $\Gamma_{OUT}$  从而影响输出匹配和负载所获得的功率。



## 参考文献

---

- [1] Guillermo Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifiers Analysis and Design*, 1997, Prentice-Hall, Inc.
- [2] Matthew M. Radmanesh, *Radio Frequency and Microwave Electronics Illustrated*, 2002.8, Publishing House of Electronics Industry.
- [3] Thomas H. Lee, *The Design of CMOS Radio-Frequency Integrated Circuits*, 2002.6, Publishing House of Electronics Industry.
- [4] B. Razavi, *RF Microelectronics*, Prentice Hall, 1998.
- [5] 陈邦媛编著, 射频通信电路, 科学出版社, 2003年3月。
- [6] 谢嘉奎主编, 电子线路非线性部分 (第四版), 高等教育出版社, 2002年2月。