相 量 变 换

(Phasor Transform)

- **考虑一正弦波** $x(t) = A_m \cos(\omega t + \varphi)$

  $x(t)$可以写成：$x(t) = \mathrm{Re}[A_m e^{j\varphi} e^{j\omega t}]$

  指数项$e^{j\omega t}$的系数$A_m \bullet e^{j\phi}$是一复数，它包含了正弦量的振幅和相位。这个复数被定义为正弦波的相量A：

$$A = A_m \bullet e^{j\phi}$$

- **相量变换**：将正弦波从时间域变换到复数域（或相量域）

•相量变换：

Time Domain → Complex Number Domain (Phasor Domain)

$$A_m\cos(\omega t+\phi) \longrightarrow A_m e^{j\phi}$$

•相量反变换：

$$Re\left[A_m e^{j\phi}e^{j\omega t}\right] = Re\left[A_m e^{j(\omega t+\phi)}\right] = A_m\cos(\omega t+\phi)$$

Time Domain ← Complex Number Domain (Phasor Domain)

$$\mathrm{Re}\left[A_m e^{j\phi}e^{j\omega t}\right] \longleftarrow A_m e^{j\phi}$$

波 的 传 播

波的传播

函数$f(x-x_0)$是函数$f(x)$沿x 轴向右移动距离x_0，如果我们考虑$f(x-vt)$，则函数 $f(x)$ 向右被移动的距离为$x_0=vt$ ，其中v为移动速度， t 为移动时间。

x_0随时间的增加而增加。因此函数$f(x)$随着 t 的增加沿x轴向右连续地移动。

- 假设$f(x)$为正弦函数：$f(x) = A\cos\beta x$

  其中A为幅度，β为相位常数，则

-正弦波沿**x方向**传播可以在时域和相量域表示为：

*时域：$f(x,t) = A\cos\beta(x - vt) = A\cos(\beta x - \omega t) = A\cos(\omega t - \beta x)$

*相量域：$F = Ae^{-j\beta x}$

其中$\omega = \beta v$为角频率

-正弦波沿**-x方向**传播可以表示为：

*时域：$f(x,t) = A\cos(\omega t + \beta x)$

*相量域：$F = Ae^{j\beta x}$

- 相位速度v_p ：定义为常数相位的传播速度

$$\beta x - \omega t = k \qquad k\text{ 为任意常数}$$

$$\beta \frac{dx}{dt} - \omega = 0$$

$$v_p = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta}$$

在自由空间中：

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

μ_0 ：自由空间磁导率

ε_0 ：自由空间介电常数

- 驻波：当两个波的振幅和频率相同，沿相反方向传播时，将产生驻波，不再传播，只在某一点振荡。

*相量域：$Ae^{-j\beta x}+Ae^{j\beta x}=2A\cos\beta x$

*时域：$\mathrm{Re}[2A\cos\beta xe^{j\omega t}]=2A\cos(\beta x)\cos(\omega t)$

$2A\cos(\beta x)\cos(\omega t)$ 不再具有 $f(\beta x-\omega t)$ 的形式，不再传播，而在固定位置振荡

- 传输线：

$$v(x,t)=Re\left[V(x)e^{j\omega t}\right]$$

$$i(x,t)=Re\left[I(x)e^{j\omega t}\right]$$