

相 量 变 换

**(Phasor Transform)**

- **考虑一正弦波**  $x(t) = A_m \cos(\omega t + \varphi)$

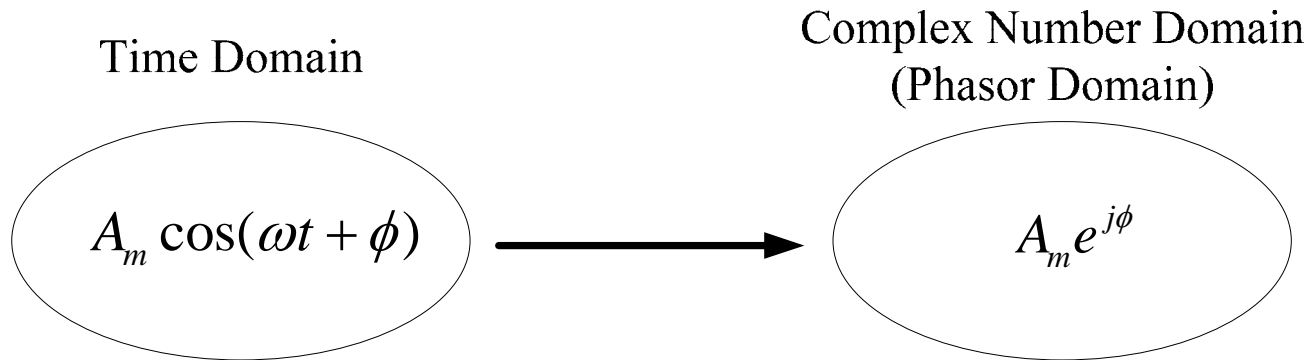
$x(t)$  可以写成： $x(t) = \operatorname{Re}[A_m e^{j\varphi} e^{j\omega t}]$

指数项  $e^{j\omega t}$  的系数  $A_m \cdot e^{j\varphi}$  是一复数，它包含了正弦量的振幅和相位。这个复数被定义为正弦波的相量A：

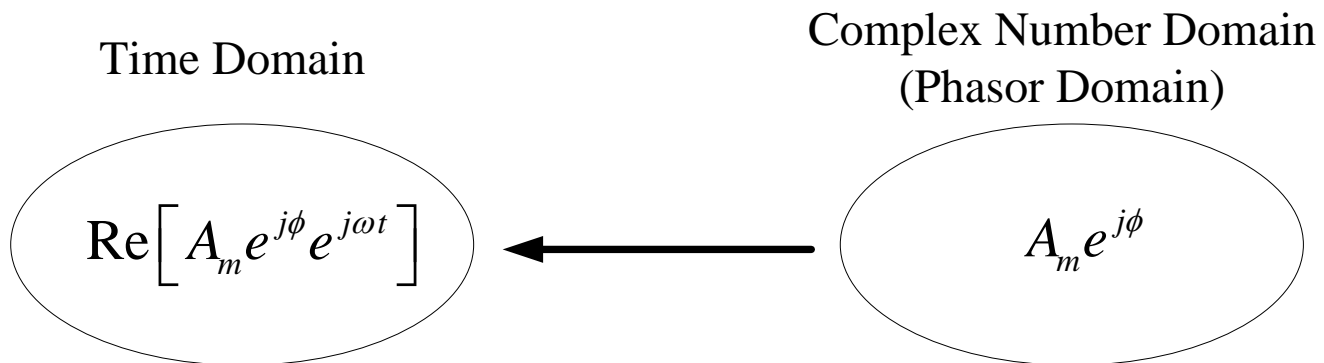
$$A = A_m \bullet e^{j\varphi}$$

- **相量变换**：将正弦波从时间域变换到复数域（或相量域）

## •相量变换：



## •相量反变换：

$$\operatorname{Re}\left[A_m e^{j\phi} e^{j\omega t}\right] = \operatorname{Re}\left[A_m e^{j(\omega t + \phi)}\right] = A_m \cos(\omega t + \phi)$$


# 波的传播

# 波的传播

函数 $f(x-x_0)$ 是函数 $f(x)$ 沿 $x$ 轴向右移动距离 $x_0$ ，如果我们考虑 $f(x-vt)$ ，则函数 $f(x)$ 向右被移动的距离为 $x_0 = vt$ ，其中 $v$ 为移动速度， $t$ 为移动时间。

$x_0$ 随着时间的增加而增加。因此函数 $f(x)$ 随着 $t$ 的增加沿 $x$ 轴向右连续地移动。

- 假设 $f(x)$ 为正弦函数： $f(x) = A \cos \beta x$

其中 $A$ 为幅度， $\beta$ 为相位常数，则

-正弦波沿 $x$ 方向传播可以在时域和相量域表示为：

\*时域： $f(x, t) = A \cos \beta(x - vt) = A \cos(\beta x - \omega t) = A \cos(\omega t - \beta x)$

\*相量域： $F = A e^{-j\beta x}$

其中 $\omega = \beta v$ 为角频率

-正弦波沿 $-x$ 方向传播可以表示为：

\*时域： $f(x, t) = A \cos(\omega t + \beta x)$

\*相量域： $F = A e^{j\beta x}$

- 相位速度 $v_p$  : 定义为常数相位的传播速度

$$\beta x - \omega t = k \quad k \text{ 为任意常数}$$

$$\beta \frac{dx}{dt} - \omega = 0$$

$$v_p = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta}$$

在自由空间中：

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$\mu_0$  : 自由空间磁导率

$\epsilon_0$  : 自由空间介电常数

- 驻波：当两个波的振幅和频率相同，沿相反方向传播时，将产生驻波，不再传播，只在某一点振荡。

\*相量域： $Ae^{-j\beta x} + Ae^{j\beta x} = 2A \cos \beta x$

\*时域： $\text{Re}[2A \cos \beta x e^{j\omega t}] = 2A \cos(\beta x) \cos(\omega t)$

$2A \cos(\beta x) \cos(\omega t)$  不再具有  $f(\beta x - \omega t)$  的形式，不再传播，而在固定位置振荡

- 传输线：
$$v(x, t) = \text{Re}[V(x)e^{j\omega t}]$$
$$i(x, t) = \text{Re}[I(x)e^{j\omega t}]$$