第二章 射频与微波基础知识

- 传输线
- 传输线阻抗变换
- 二端口网络与S参数
- **Smith**圆图
- 阻抗匹配

传输线(Transmission Lines)

- **分布(distributed)系统与集总(lumped)系统**
  - 环路电压和节点电流定律在任何时候都成立吗？
    当然，如果模型正确的话。
  - 任何电路、元器件、连接线本质上都是分布系统，在某些条件下它们的分布特性可以被忽略，正如在某些条件下微积分可以简化为四则运算
  - 对于一条长度为*l*的低损耗连接线和波长为λ的信号
    - 当$l \ll 0.1\lambda$，连线可以看成理想的电路连接线(阻抗为0的集总系统)
    - 当$l > 0.1\lambda$，我们认为它是一个分布系统——传输线
- **IC Design需要传输线知识吗？**
  - 空气中**1GHz**信号的波长为**30cm**，芯片的尺寸以**mm**计，因此在这个频段附近**(lower GHz)**的**RFIC**内部通常还不需要考虑传输线效应
  - 空气中**10GHz**信号的波长为**3cm**，芯片的尺寸以**mm**计，不能满足$l \ll 0.1\lambda$条件，需要考虑传输线效应

传输线(Transmission Lines)

– 当频率高到一定程度，电路中存在较长的连线，或者需要精确分析电路的工作情况，即使是IC设计也不得不使用传输线理论

– IC与外界连接时(不论是测试还是实际应用)都将用到传输线

– 传输线现象是典型的高频现象，传输线理论是理解高频电路、信号和系统的基础和重点

➢ 抽象的传输线

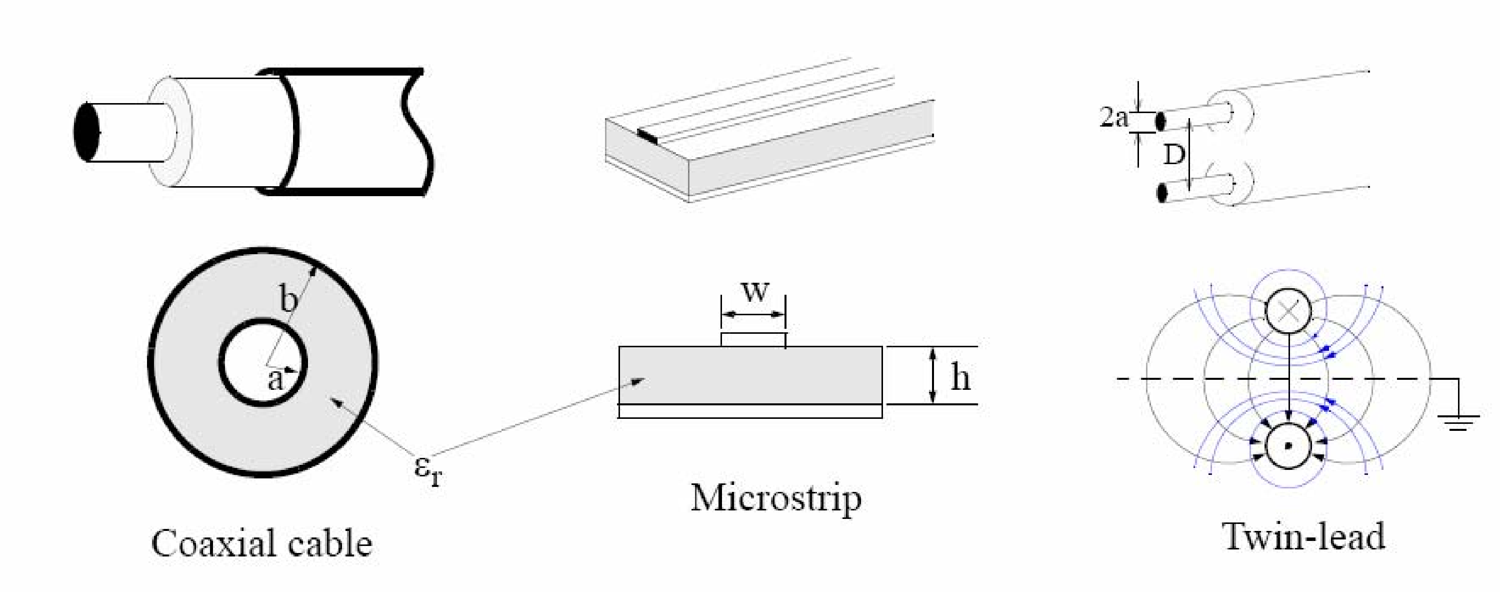
– 一根信号线和地(线或面)就组成了传输线

– 电磁波将沿信号线传输并被限制在信号线和地之间

一段传输线

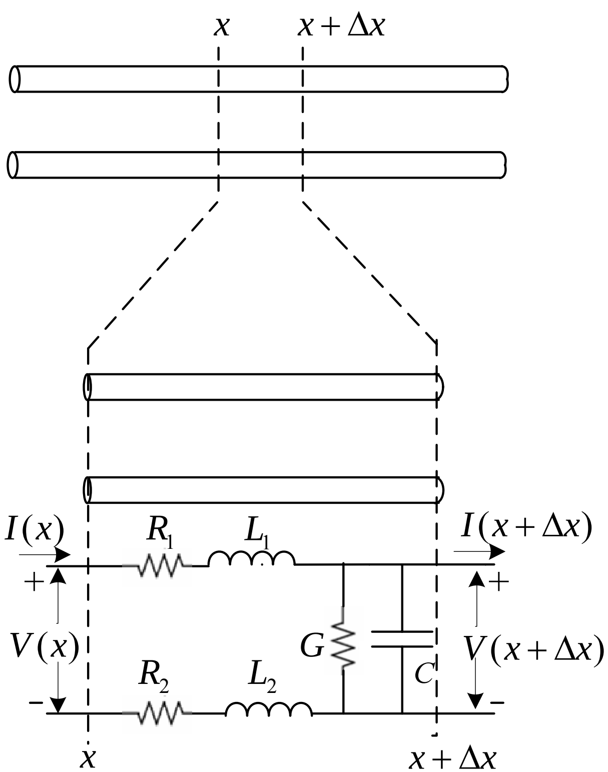
传输线(Transmission Lines)

- 具体的传输线
  - 同轴线或同轴电缆(**coaxial cable**)，平行双线(**twin-lead, two wire**)
  - 微带线 (**microstrip**)，共面波导(**co-planar wave guide, CPW**)



传输线(Transmission Lines)

➢传输线电路模型：L、C、R、G分布系统



R——两根导线每单位长度具有的电阻，其单位为Ω **/m**。

L——两根导线每单位长度具有的电感，其单位为**H/m**。

G——每单位长度导线之间具有的电导，其单位为**S/m**。

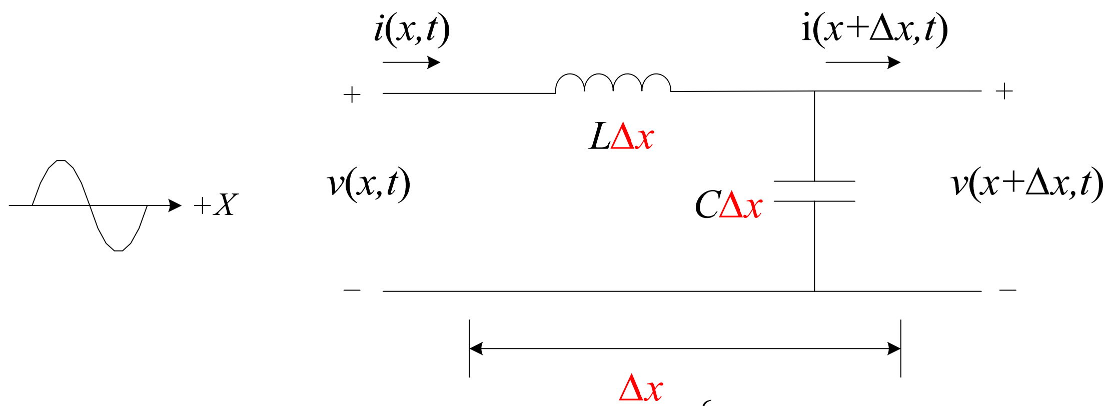
C——每单位长度导线之间具有的电容，其单位为**F/m**。

Table 1: Transmission Line Parameters

	Twin-Lead	Coaxial	Microstrip
L	$\frac{\mu}{\pi}\ln\left(\frac{D}{a}\right)$	$\frac{\mu}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$	$\frac{\mu h}{w}$
C	$\frac{\pi\varepsilon}{\ln(D/a)}$	$\frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)}$	$\frac{\varepsilon w}{h}$

传输线(Transmission Lines)

➢ 无损耗传输线上的电压和电流



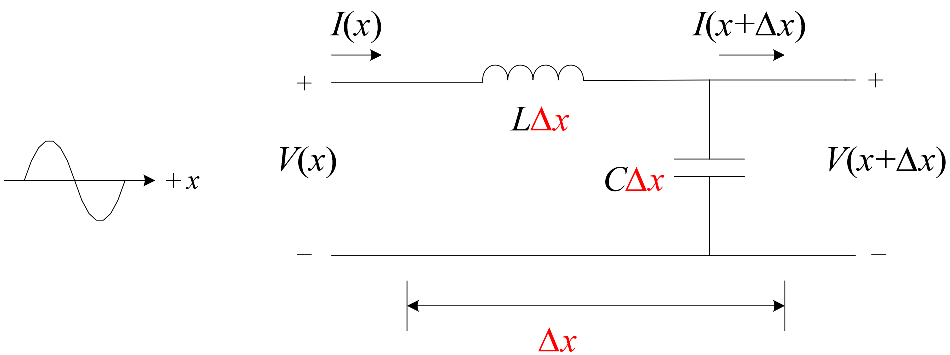
$$\begin{cases} v(x,t) = L\Delta x \dfrac{\partial}{\partial t} i(x,t) + v(x+\Delta x,t) \\ i(x,t) = C\Delta x \dfrac{\partial}{\partial t} v(x+\Delta x,t) + i(x+\Delta x,t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{v(x+\Delta x,t)-v(x,t)}{\Delta x} = L\dfrac{\partial}{\partial t} i(x,t) \\ -\dfrac{i(x+\Delta x,t)-i(x,t)}{\Delta x} = C\dfrac{\partial}{\partial t} v(x+\Delta x,t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} L\dfrac{\partial i(x,t)}{\partial t} = -\dfrac{\partial v(x,t)}{\partial x} \\ c\dfrac{\partial v(x,t)}{\partial t} = -\dfrac{\partial i(x,t)}{\partial x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} v(x,t) = LC\dfrac{\partial^2}{\partial t^2} v(x,t) \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} i(x,t) = LC\dfrac{\partial^2}{\partial t^2} i(x,t) \end{cases}$$

具有波动方程形式，对其求解可得电压和电流关于时间***t***和坐标***x***的函数。

传输线(Transmission Lines)

➢ 传输线在正弦激励下的稳态特性



$$\begin{cases} j\omega L\Delta x I(x)+V(x+\Delta x)=V(x) \\ I(x)-V(x+\Delta x)\,j\omega C\Delta x=I(x+\Delta x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} j\omega LI(x)=-\dfrac{V(x+\Delta x)-V(x)}{\Delta x} \\ j\omega CV(x+\Delta x)=-\dfrac{I(x+\Delta x)-I(x)}{\Delta x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} j\omega LI(x)=-\dfrac{d}{dx}V(x) \\ j\omega CV(x)=-\dfrac{d}{dx}I(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d^2}{dx^2}V(x)+\beta^2V(x)=0 \\ \dfrac{d^2}{dx^2}I(x)+\beta^2I(x)=0 \end{cases}$$

其中 $\beta=\omega\sqrt{LC}$ 称为波的相位常数，单位为rad/m，它表示了在一定频率下行波相位沿传输线的变化情况。

传输线(Transmission Lines)

方程的通解：

$$\begin{cases} V(x) = V_0^+ e^{-j\beta x} + V_0^- e^{j\beta x} = V^+(x) + V^-(x) \\ I(x) = \dfrac{\beta}{\omega L}\left[V_0^+ e^{-j\beta x} - V_0^- e^{j\beta x}\right] = I^+(x) - I^-(x) \end{cases}$$

入射电压：$V^+(x) = V_0^+ e^{-j\beta x}$　　反射电压：$V^-(x) = V_0^- e^{j\beta x}$

入射电流：$I^+(x) = \dfrac{\beta V_0^+}{\omega L} e^{-j\beta x}$　　反射电流：$I^-(x) = \dfrac{\beta V_0^-}{\omega L} e^{j\beta x}$

对它们进行相量域到时间域的反变换可得电压和电流的时域表达式：

$$\begin{cases} v(x,t) = Re\left[V(x)e^{j\omega t}\right] = V_0^+ \cos(\omega t - \beta x) + V_0^- \cos(\omega t + \beta x) \\ i(x,t) = Re\left[I(x)e^{j\omega t}\right] = \dfrac{\beta}{\omega L}\left[V_0^+ \cos(\omega t - \beta x) - V_0^- \cos(\omega t + \beta x)\right] \end{cases}$$

传输线(Transmission Lines)

- 相速和特征阻抗

– 相速：定义为行波上某一相位点的传播速度(**Phase velocity**)，对于一个正弦波 cos(ωt- βx)，一定相位可表示为 ωt- βx=*constant*，于是相位速度

$$v_p = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

但是我们知道, $v_p = \lambda f$ 因而

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

– 传输线特征阻抗(**Z$_0$**)：定义为入射电压和入射电流的比值

$$Z_0 = \frac{V^+(x)}{I^+(x)} = \frac{\omega L}{\beta} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

在没有反射波的情况下，传输线上任意一点的输入阻抗为特征阻抗。
由于无限长传输线没有反射波，因此其输入阻抗等于特征阻抗。

传输线(Transmission Lines)

– 特征阻抗计算：

对于同轴电缆， $Z_0 = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon_0}}{2\pi\sqrt{\varepsilon_r}} ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{377}{2\pi\sqrt{\varepsilon_r}} ln\left(\frac{b}{a}\right)$

对于微带线， $Z_0 = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon_0}}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{h}{w} = \frac{377}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{h}{w}$ (忽略边缘效应)

– 不同传输线的特征阻抗和应用范围

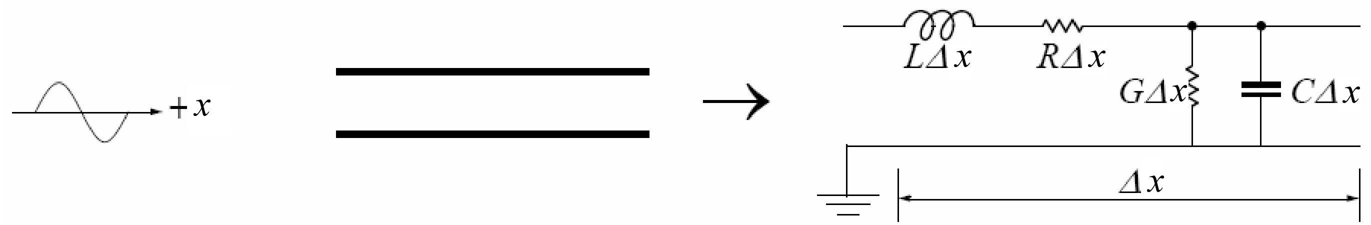
Table 2: Example of different transmission lines.

类型	特征阻抗	频率范围	典型应用
同轴电缆(Coaxial)	50Ω, 75Ω	0-60GHz	Cable TV, LAN, Microwave systems
平行线(Parallel wires)	300Ω	<1GHz	UHF TV
双绞线(Twisted pair)	200-300Ω	<200MHz	Telephone, LAN(<200MHz)
微带线(Microstrip)	15-150Ω	~60GHz	IC and MMIC design, PCB
共面波导(Coplanar waveguide, CPW)	20-170Ω	~100GHz	IC and MMIC, PCB; Ground and signal are on the same side.

传输线(Transmission Lines)

➢ 有损耗的传输线

由于导体的电导率和介质的电阻率都是有限的，损耗不可避免



– 经过同样的推导过程，可以得到

$$\begin{cases} V(x) = V_0^+ e^{-\gamma x} + V_0^- e^{\gamma x} = V^+(x) + V^-(x) = V_0^+\left(e^{-\gamma x} + \Gamma_L e^{\gamma x}\right) \\ I(x) = \dfrac{1}{Z_0}\left(V_0^+ e^{-\gamma x} - V_0^- e^{\gamma x}\right) = I^+(x) - I^-(x) = \dfrac{V_0^+}{Z_0}\left(e^{-\gamma x} - \Gamma_L e^{\gamma x}\right) \end{cases}$$

$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$ 称为传输常数**(propagation constant)**

β 即为相位常数; α 称为衰减常数，表示传输线的衰减特性，单位为**(Np/m)**，**Np**与**dB**的关系为**1dB=8.686Np**

$\Gamma_L = V_0^- / V_0^+$ 表示传输线在负载端（***x*=0**）的反射系数

传输线(Transmission Lines)

– 特征阻抗不再是一个实数

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

– 当**R<<ωL, G<<ωC**时，β和$\mathbf{Z_0}$近似于无损耗的情况

– 对应的时间函数表示为

$$v(x,t) = \mathrm{Re}[V(x)e^{j\omega t}] = \mathrm{Re}[V_0^+ e^{-\alpha x} e^{-j(\beta x - \omega t)} + V_0^- e^{\alpha x} e^{j(\beta x + \omega t)}]$$

$$i(x,t) = \mathrm{Re}[I(x)e^{j\omega t}] = \mathrm{Re}[\frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\alpha x} e^{-j(\beta x - \omega t)} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{\alpha x} e^{j(\beta x + \omega t)}]$$

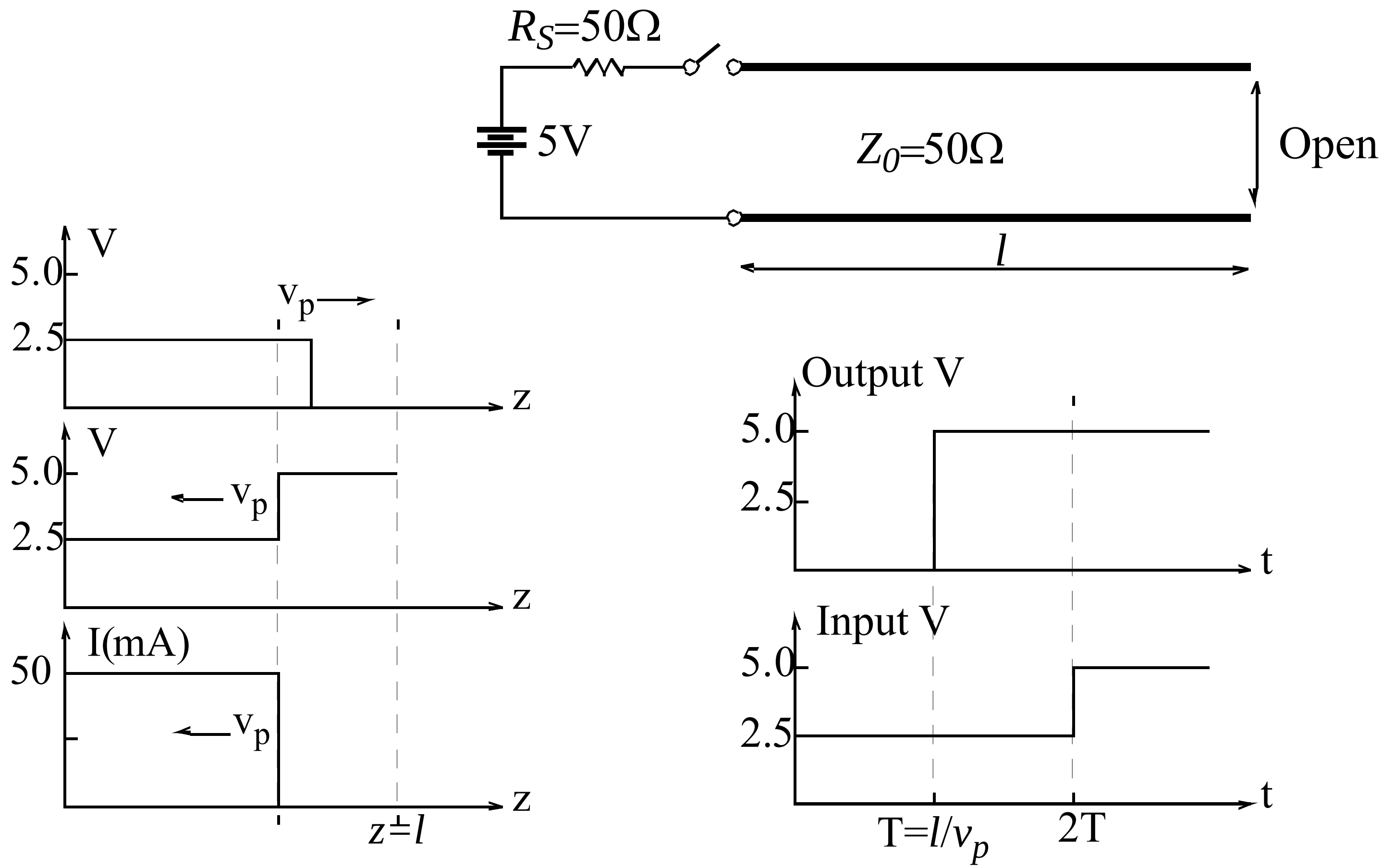
➢ 波的反射

– 无限长传输线不存在反射

– 有限长传输线的负载与特征阻抗（实数）相等时，也不存在反射

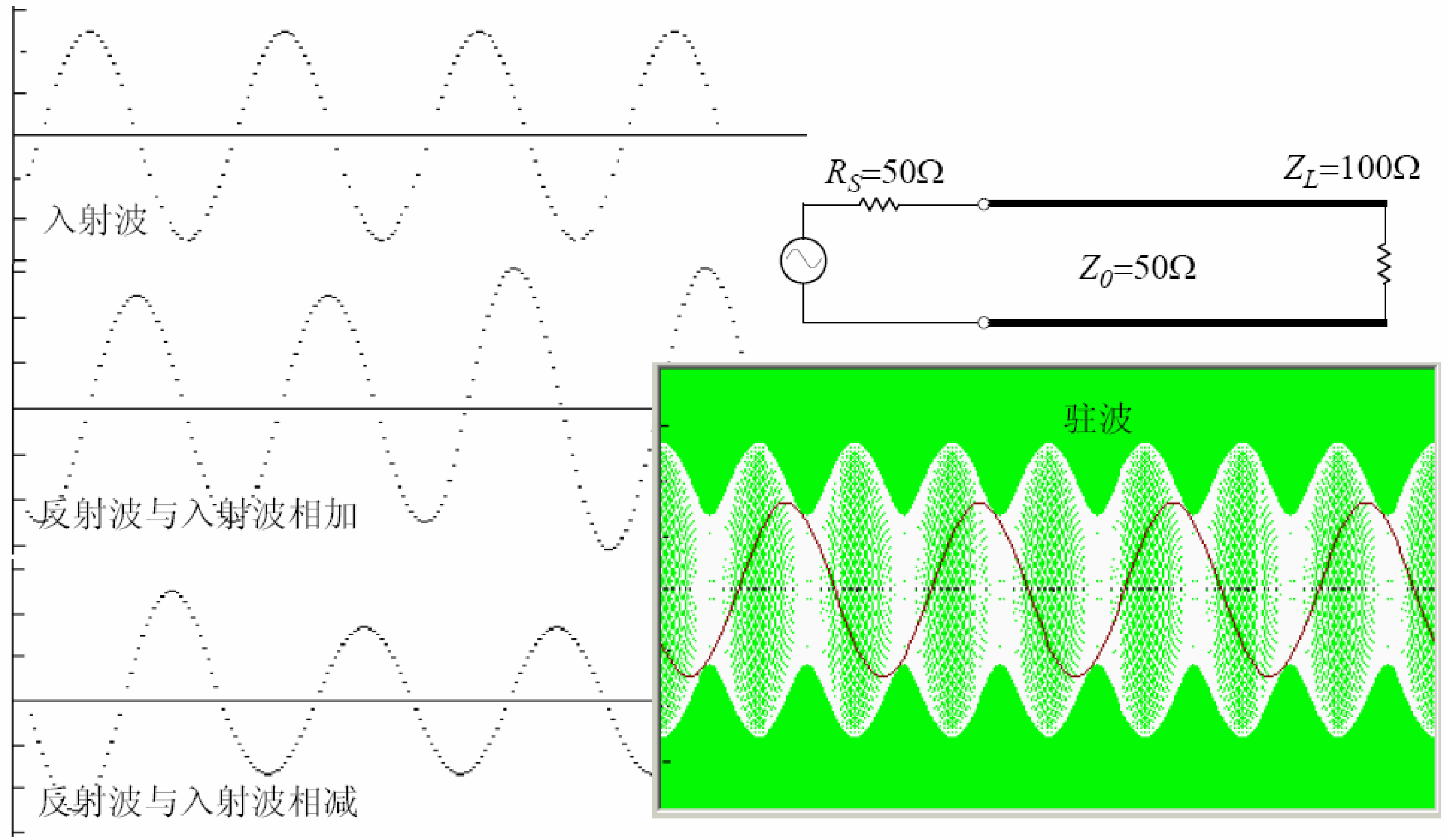
传输线(Transmission Lines)

- 一个熟悉的例子



传输线(Transmission Lines)

– 正弦波的情况 ($Z_L=2Z_0$)

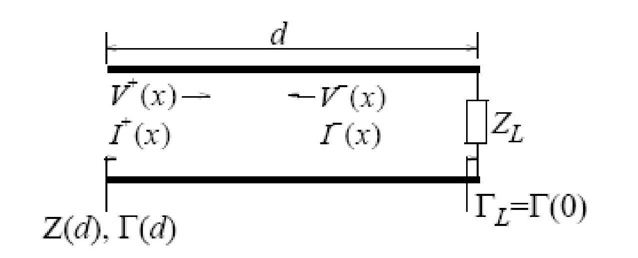


传输线(Transmission Lines)

- **反射系数**

传输线在x处的反射系数用$\Gamma(x)$表示，坐标原点定义在负载处

$$\Gamma(x)=\frac{V^-(x)}{V^+(x)}=\frac{V_0^- e^{\gamma x}}{V_0^+ e^{-\gamma x}}=\Gamma_L e^{2\gamma x}$$



其中 $\Gamma_L=\dfrac{V_0^-}{V_0^+}=\Gamma(0)$

- **输入阻抗**

$$Z_{in}(x)=\frac{V(x)}{I(x)}=Z_0\frac{\left(e^{-\gamma x}+\Gamma_L e^{\gamma x}\right)}{\left(e^{-\gamma x}-\Gamma_L e^{\gamma x}\right)} \Rightarrow Z_{in}(0)=Z_0\frac{(1+\Gamma_L)}{(1-\Gamma_L)}=Z_{\mathrm{L}}$$

$$\Rightarrow \Gamma_L=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}$$

- **在距负载 *d* 处无损耗传输线的阻抗为**

$$Z_{in}(-d)=Z_0\frac{\left(e^{\gamma d}+\Gamma_L e^{-\gamma d}\right)}{\left(e^{\gamma d}-\Gamma_L e^{-\gamma d}\right)}=Z_0\frac{\left(1+\Gamma_L e^{-2\gamma d}\right)}{\left(1-\Gamma_L e^{-2\gamma d}\right)}$$

传输线(Transmission Lines)

传输线无损耗 $\gamma = \alpha + j\beta = j\beta$

$$Z(d) = Z_{in}(-d) = Z_0 \frac{\left(1+\Gamma_L e^{-2\gamma d}\right)}{\left(1-\Gamma_L e^{-2\gamma d}\right)} = Z_0 \frac{\left(1+\Gamma_L e^{-2j\beta d}\right)}{\left(1-\Gamma_L e^{-2j\beta d}\right)} = Z_0 \frac{\left(Z_L + jZ_0 \tan \beta d\right)}{\left(Z_0 + jZ_L \tan \beta d\right)}$$

- **(电压)驻波比**

$$\begin{cases} V_{\max} = \left|V(x)\right|_{\max} = \left|V_0^+\right| + \left|V_0^-\right| = \left|V_0^+\right|\left(1+\left|\Gamma_L\right|\right) \\ V_{\min} = \left|V(x)\right|_{\min} = \left|V_{,0}^+\right| - \left|V_0^-\right| = \left|V_0^+\right|\left(1-\left|\Gamma_L\right|\right) \end{cases}$$

$$VSWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{1+\left|\Gamma_L\right|}{1-\left|\Gamma_L\right|} \Rightarrow \left|\Gamma_L\right| = \frac{VSWR-1}{VSWR+1}$$

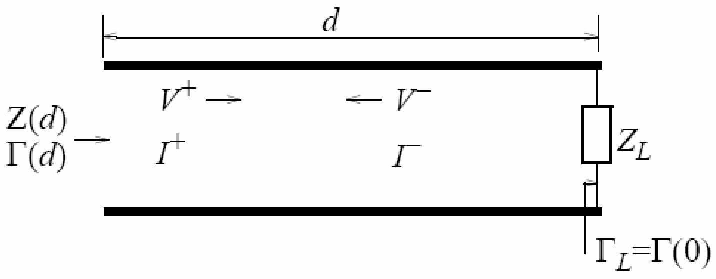
- 回波损耗**(Return Loss)：** 传输线上任一点入射功率和反射功率之比

$$RL(dB) = 10\,lg\left(\frac{P_i}{P_o}\right) = 10\,lg\left(\frac{1}{\left|\Gamma\right|^2}\right) = -20\,lg\left|\Gamma\right|$$

传输线阻抗变换

- 基本原理－传输线对阻抗的改变

$$Z(d) = Z_0\frac{Z_L + jZ_0\tan\beta d}{Z_0 + jZ_L\tan\beta d}$$



– 短路负载：$Z(d) = jZ_0\tan\beta d$

– 开路负载：$Z(d) = -jZ_0\cot\beta d$

– 半波长线 (d=λ/2)：$Z(d) = Z_L$

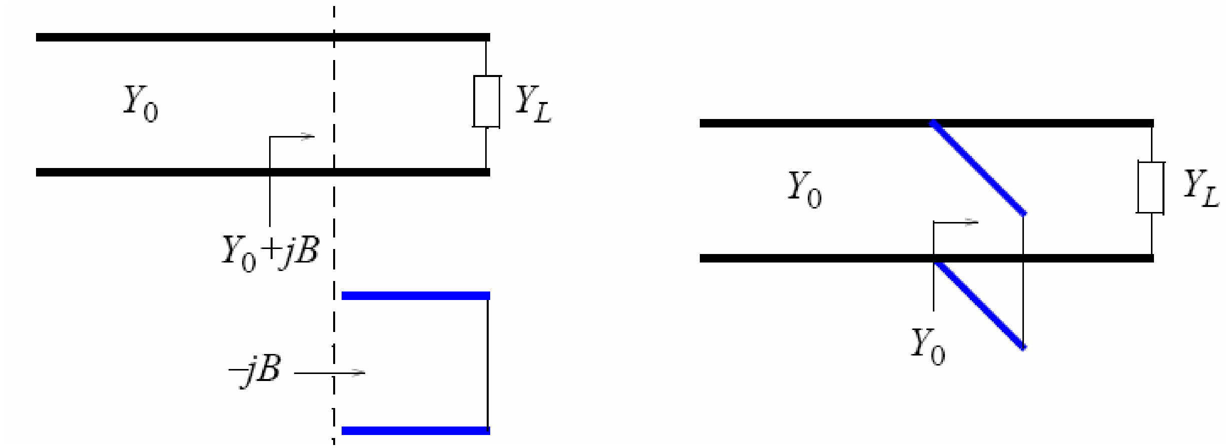
– 1/4 波长线 (d=λ/4)：

$$\boxed{Z(d) = \frac{Z_0^2}{Z_L}}$$

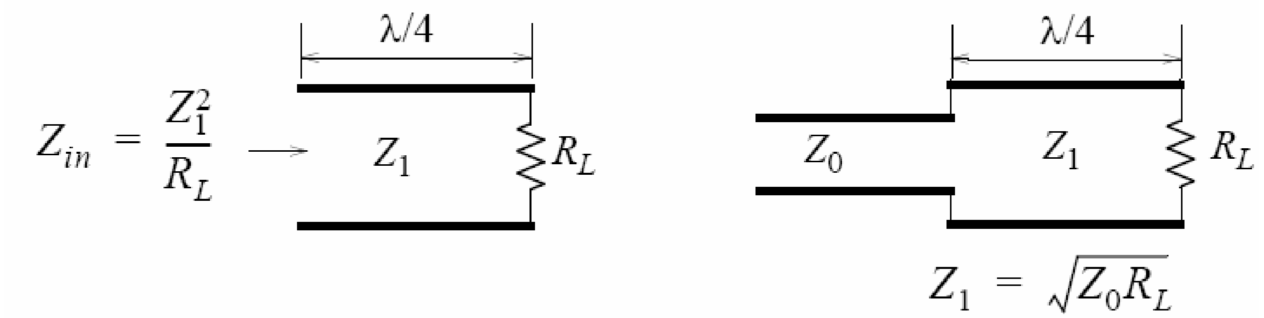
负载开路时输入端短路，负载短路时输入端开路

传输线阻抗变换

➢ 短截线阻抗变换器(Stub Tuner)

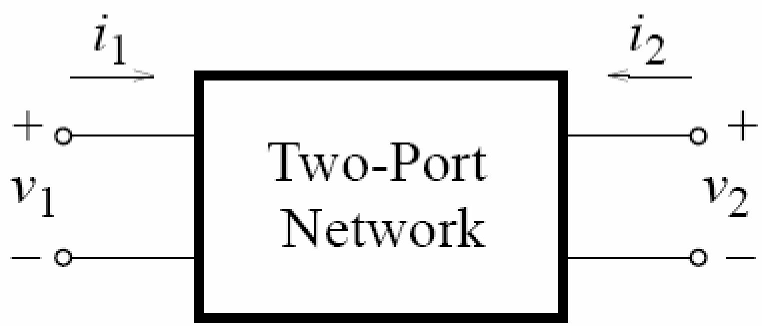


➢ 1/4波长阻抗变换线



二端口网络与S参数

二端口网络是最常见的信号传输系统，包括放大器、滤波器、匹配电路甚至混频器等。描述一个二端口线性网络需要确定其输入输出阻抗、正向和反向传输函数这**4**个参数。根据不同的需要，人们定义了几套等价的参数来描述二端口网络。



二端口网络与S参数

➢ ***z*-参数**

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad \text{or} \quad \begin{cases} v_1 = z_{11} i_1 + z_{12} i_2 \\ v_2 = z_{21} i_1 + z_{22} i_2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad z_{11} = \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{i_2 = 0}$$

➢ ***y*-参数**

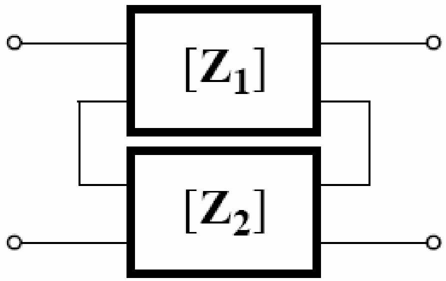
$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad y_{11} = \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{v_2 = 0}$$

➢ ***h*-参数和ABCD-参数(级联参数)**

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

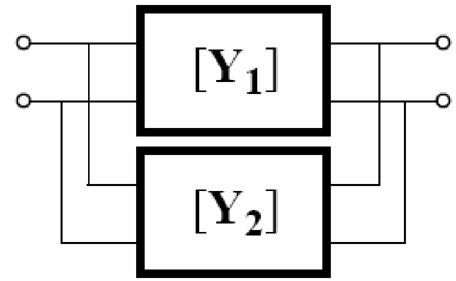
二端口网络与S参数

- ➢ *z*、*y*和级联参数的应用情况



串联

$$[\mathbf{Z}] = [\mathbf{Z}_1]+[\mathbf{Z}_2]$$

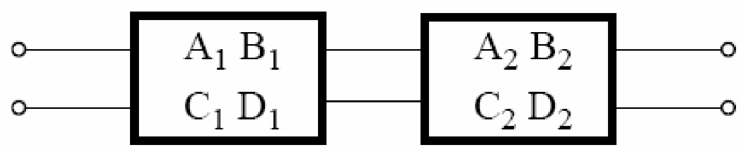


并联

$$[\mathbf{Y}] = [\mathbf{Y}_1]+[\mathbf{Y}_2]$$

级联

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$$



二端口网络与S参数

- 高频网络参数测量遇到的问题
  - 这些二端口参数必须在某个端口开路或短路的条件下，通过测量端口电压电流的方法获得。
  - 但是当信号频率很高时，由于寄生元件的存在，理想的开路和短路很难实现，尤其在宽频范围内实现理想的短路和开路会更加困难。
  - 即使可以做到接近理想的开路和短路，电路也很有可能因此而不稳定。
  - 由于信号以波的形式传播，在不同测量点上幅度和相位都可能不同。
  - 这些问题使得基于电压和电流的测量方法难以应用。
  - 因此，人们提出了散射参数(**Scattering Parameters**)的概念
- **S-参数(散射参数)**
  - 入射波和反射波 (*a*和*b* 的平方即为入射和反射波的功率)

$$a = \frac{V^+}{\sqrt{Z_0}}, \quad b = \frac{V^-}{\sqrt{Z_0}}$$

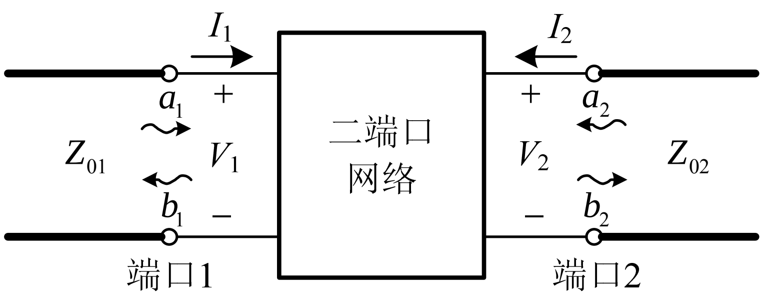
二端口网络与S参数

- 反射系数

$$\Gamma = \frac{V^-}{V^+} = \frac{b}{a}$$

- 相应的二端口网络的模型为

$$\begin{cases} V_1 = \sqrt{Z_{01}}\,a_1 + \sqrt{Z_{01}}\,b_1 \\ I_1 = \dfrac{a_1}{\sqrt{Z_{01}}} - \dfrac{b_1}{\sqrt{Z_{01}}} \end{cases}$$



$$\begin{cases} V_2 = \sqrt{Z_{02}}\,a_2 + \sqrt{Z_{02}}\,b_2 \\ I_2 = \dfrac{a_2}{\sqrt{Z_{02}}} - \dfrac{b_2}{\sqrt{Z_{02}}} \end{cases}$$

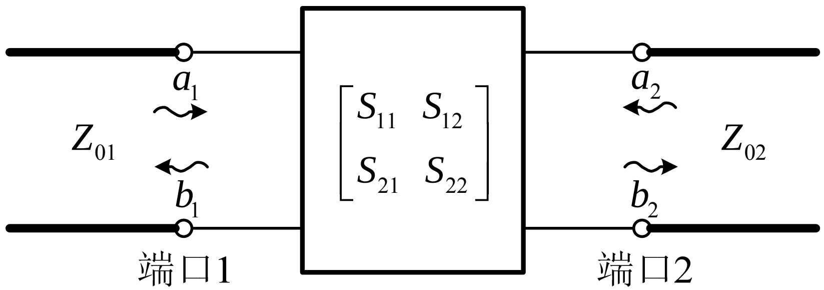
$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{1}{2\sqrt{Z_{01}}}(V_1 + Z_{01}I_1) \\ b_1 = \dfrac{1}{2\sqrt{Z_{01}}}(V_1 - Z_{01}I_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_2 = \dfrac{1}{2\sqrt{Z_{02}}}(V_2 + Z_{02}I_2) \\ b_2 = \dfrac{1}{2\sqrt{Z_{02}}}(V_2 - Z_{02}I_2) \end{cases}$$

二端口网络与S参数

➢ S-参数定义



$$\begin{cases} b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

测量时需要令a_1或a_2为0，这可以通过端接匹配负载来实现

二端口网络与S参数

➢ S-参数测量

$$S_{11}=\left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0}=\left.\Gamma_{IN}\right|_{a_2=0}$$ （表示端口2匹配时端口1的反射系数）

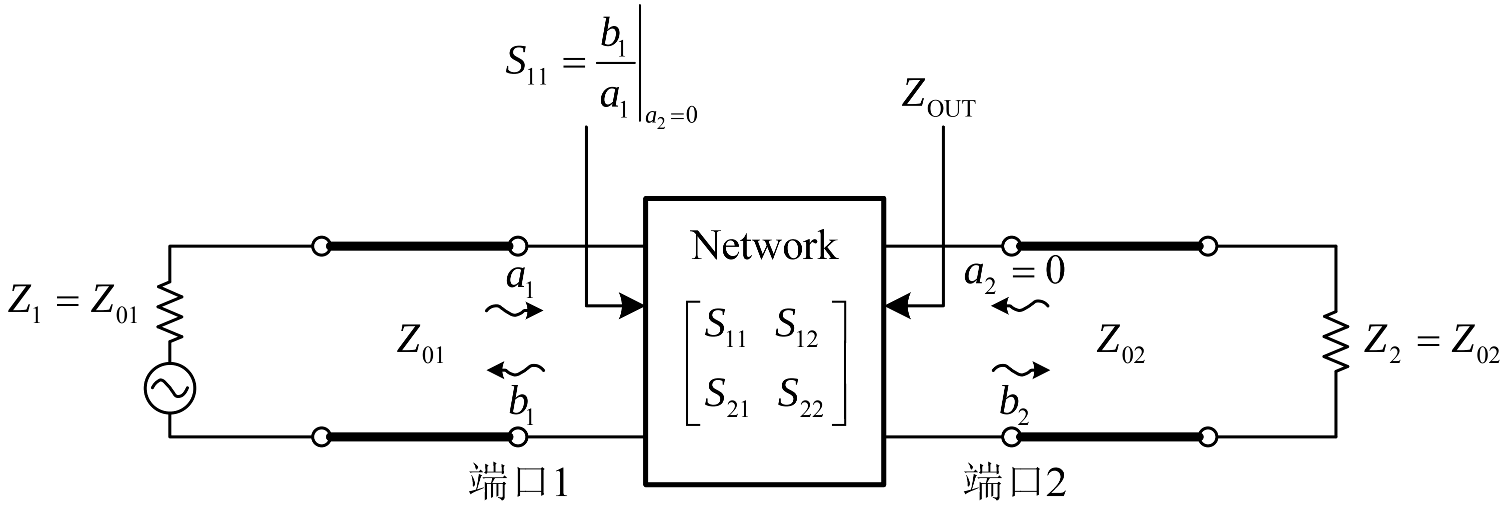
$$S_{22}=\left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0}=\left.\Gamma_{OUT}\right|_{a_1=0}$$ (表示端口1匹配时端口2的反射系数)

$$S_{12}=\left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0}$$ (表示二端口网络的反向增益)

$$S_{21}=\left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0}$$ (表示二端口网络的前向增益)

二端口网络与S参数

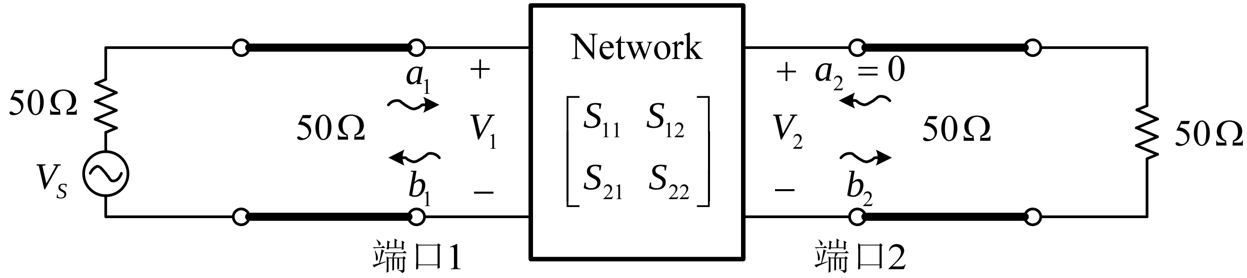
➢ S_{11}测量



输入和输出端传输线的特征阻抗通常相等，即$Z_{01} = Z_{02}$，设为50Ω标准值。

二端口网络与S参数

- **S_{11}和S_{21}计算**

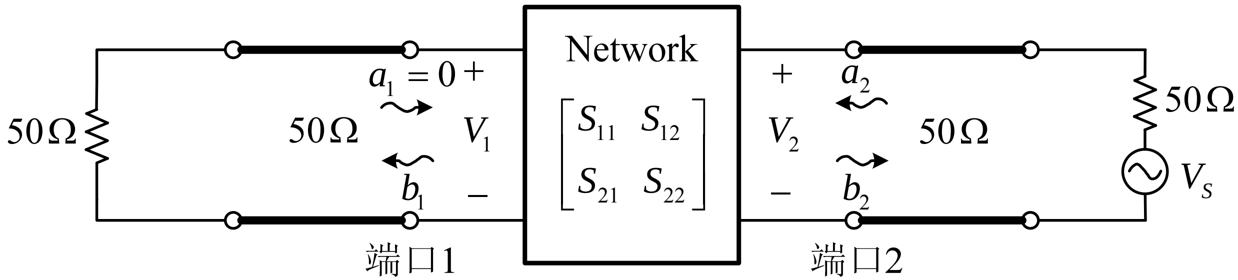


$$\begin{cases} V_1 = V_1^+ + V_1^- \\ V_1^+ = \dfrac{V_S}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1^- = V_1 - \dfrac{V_S}{2} \\ V_1^+ = \dfrac{V_S}{2} \end{cases} \Rightarrow S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = \frac{2V_1}{V_S} - 1$$

$$\begin{cases} V_2 = V_2^+ + V_2^- \\ V_2^+ = 0 \end{cases} \Rightarrow V_2^- = V_2 \Rightarrow S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0} = \frac{V_2^-}{V_1^+} = \frac{2V_2}{V_S}$$

二端口网络与S参数

➢ S_{22}和S_{12}计算



$$\begin{cases} V_2 = V_2^+ + V_2^- \\ V_2^+ = \dfrac{V_S}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_2^- = V_2 - \dfrac{V_S}{2} \\ V_2^+ = \dfrac{V_S}{2} \end{cases} \Rightarrow S_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0} = \frac{V_2^-}{V_2^+} = \frac{2V_2}{V_S} - 1$$

$$\begin{cases} V_1 = V_1^+ + V_1^- \\ V_1^+ = 0 \end{cases} \Rightarrow V_1^- = V_1 \Rightarrow S_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0} = \frac{V_1^-}{V_2^+} = \frac{2V_1}{V_S}$$

二端口网络与S参数

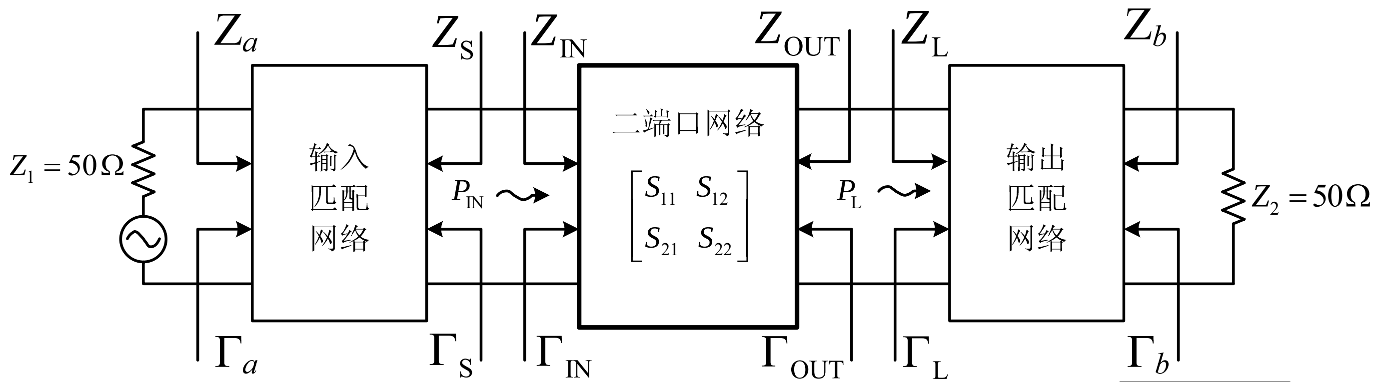
➢ 二端口参数的相互转换

	S	Z	Y	$ABCD$
S_{11}	S_{11}	$\dfrac{(Z_{11}-Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}}{\Delta Z}$	$\dfrac{(Y_0-Y_{11})(Y_0+Y_{22})+Y_{12}Y_{21}}{\Delta Y}$	$\dfrac{A+B/Z_0-CZ_0-D}{A+B/Z_0+CZ_0+D}$
S_{12}	S_{12}	$\dfrac{2Z_{12}Z_0}{\Delta Z}$	$\dfrac{-2Y_{12}Y_0}{\Delta Y}$	$\dfrac{2(AD-BC)}{A+B/Z_0+CZ_0+D}$
S_{21}	S_{21}	$\dfrac{2Z_{21}Z_0}{\Delta Z}$	$\dfrac{-2Y_{21}Y_0}{\Delta Y}$	$\dfrac{2}{A+B/Z_0+CZ_0+D}$
S_{22}	S_{22}	$\dfrac{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}-Z_0)-Z_{12}Z_{21}}{\Delta Z}$	$\dfrac{(Y_0+Y_{11})(Y_0-Y_{22})+Y_{12}Y_{21}}{\Delta Y}$	$\dfrac{-A+B/Z_0-CZ_0+D}{A+B/Z_0+CZ_0+D}$
Z_{11}	$Z_0\dfrac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\dfrac{Y_{22}}{\lvert Y\rvert}$	$\dfrac{A}{C}$
Z_{12}	$Z_0\dfrac{2S_{12}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\dfrac{-Y_{12}}{\lvert Y\rvert}$	$\dfrac{AD-BC}{C}$
Z_{21}	$Z_0\dfrac{2S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\dfrac{-Y_{21}}{\lvert Y\rvert}$	$\dfrac{1}{C}$
Z_{22}	$Z_0\dfrac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\dfrac{Y_{11}}{\lvert Y\rvert}$	$\dfrac{D}{C}$
Y_{11}	$Y_0\dfrac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}$	$\dfrac{Z_{22}}{\lvert Z\rvert}$	Y_{11}	$\dfrac{D}{B}$
Y_{12}	$Y_0\dfrac{-2S_{12}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}$	$\dfrac{-Z_{12}}{\lvert Z\rvert}$	Y_{12}	$\dfrac{BC-AD}{B}$
Y_{21}	$Y_0\dfrac{-2S_{21}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}$	$\dfrac{-Z_{21}}{\lvert Z\rvert}$	Y_{21}	$\dfrac{-1}{B}$
Y_{22}	$Y_0\dfrac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}$	$\dfrac{Z_{11}}{\lvert Z\rvert}$	Y_{22}	$\dfrac{A}{B}$
A	$\dfrac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\dfrac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\dfrac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A
B	$Z_0\dfrac{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\dfrac{\lvert Z\rvert}{Z_{21}}$	$\dfrac{-1}{Y_{21}}$	B
C	$\dfrac{1}{Z_0}\dfrac{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\dfrac{1}{Z_{21}}$	$\dfrac{-\lvert Y\rvert}{Y_{21}}$	C
D	$\dfrac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\dfrac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\dfrac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D

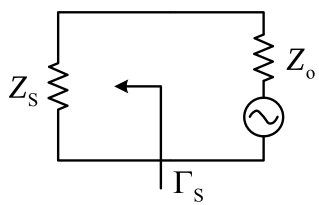
$\lvert Z\rvert = Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}$; $\lvert Y\rvert = Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}$; $\Delta Y = (Y_{11}+Y_0)(Y_{22}+Y_0)-Y_{12}Y_{21}$; $\Delta Z = (Z_{11}+Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}$; $Y_0 = 1/Z_0$

功率增益

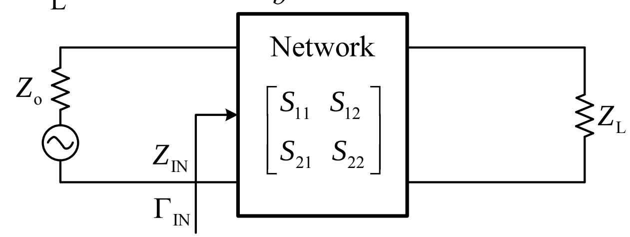
➢ 反射系数定义



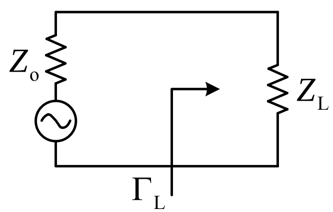
$$\Gamma_S = \frac{Z_S - Z_o}{Z_S + Z_o}$$



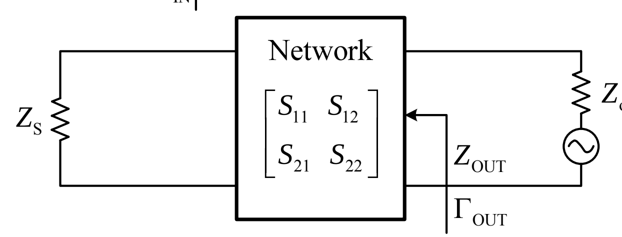
$$\Gamma_{IN} = \frac{Z_{IN} - Z_o}{Z_{IN} + Z_o}$$



$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o}$$



$$\Gamma_{OUT} = \frac{Z_{OUT} - Z_o}{Z_{OUT} + Z_o}$$



注意：**Z_o**称为参考阻抗，该阻抗为实数，通常为**50Ω**。

功率增益

- 功率定义
  - 网络的输入功率，用$\boldsymbol{P}_{\mathbf{IN}}$表示
  - 负载得到的功率，用$\boldsymbol{P}_{\mathbf{L}}$表示
  - 信号源资用功率，用$\boldsymbol{P}_{\mathbf{AVS}}$表示， $P_{AVS} = P_{IN}\big|_{\Gamma_{IN}=\Gamma_S^*}$
  - 网络输出资用功率，用$\boldsymbol{P}_{\mathbf{AVN}}$表示， $P_{AVN} = P_L\big|_{\Gamma_L=\Gamma_{OUT}^*}$
- 功率增益定义
  - 转换功率增益(Transducer Power Gain)： $G_T = \dfrac{P_L}{P_{AVS}}$
  - 工作功率增益(Operating Power Gain)： $G_P = \dfrac{P_L}{P_{IN}}$
  - 资用功率增益(Available Power Gain)： $G_A = \dfrac{P_{AVN}}{P_{AVS}}$

功率增益

- 反射系数
  - 输入反射系数

$$\Gamma_{IN} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1-S_{22}\Gamma_L}$$

  - 输出反射系数

$$\Gamma_{OUT} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1-S_{11}\Gamma_S}$$

- 功率增益

$$G_T = \frac{1-|\Gamma_S|^2}{|1-\Gamma_{IN}\Gamma_S|^2}|S_{21}|^2\frac{1-|\Gamma_L|^2}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2}$$

$$= \frac{1-|\Gamma_S|^2}{|1-S_{11}\Gamma_S|^2}|S_{21}|^2\frac{1-|\Gamma_L|^2}{|1-\Gamma_{OUT}\Gamma_L|^2}$$

$$G_P = \frac{1}{1-|\Gamma_{IN}|^2}|S_{21}|^2\frac{1-|\Gamma_L|^2}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2}$$

$$G_A = \frac{1-|\Gamma_S|^2}{|1-S_{11}\Gamma_S|^2}|S_{21}|^2\frac{1}{1-|\Gamma_{OUT}|^2}$$

$$\begin{cases}\Gamma_{IN} = \Gamma_S^* \\ \Gamma_L = \Gamma_{OUT}^*\end{cases} \Rightarrow G_T = G_P = G_A$$

Smith圆图

- 用途：解决传输线、阻抗匹配等问题极为有用的图形工具
- 反射系数平面(Γ 平面)
  - 反射系数Γ $\Gamma = |\Gamma| e^{j\theta}$其模为$|\Gamma|$（$|\Gamma| \leq 1$），相角为$\theta$（$-180^o \leq \theta \leq 180^o$）
  - 反射系数Γ可以用一个平面直角坐标中的点 (Γ_r, Γ_i) 来表示， Γ_r和Γ_i分别是Γ的实部和虚部，即 $\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i$
- 反射系数定义

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{Z / Z_0 - 1}{Z / Z_0 + 1} = \frac{z - 1}{z + 1} = |\Gamma| e^{j\theta} \qquad z = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = \frac{1 + |\Gamma| e^{j\theta}}{1 - |\Gamma| e^{j\theta}}$$

  - 其中**Z**为网络端口阻抗，$\boldsymbol{Z_0}$为参考阻抗（实数），$\boldsymbol{z}$为归一化阻抗，$\boldsymbol{z=Z/Z_0}$，$\boldsymbol{Z_0}$通常为**50**Ω
  - 阻抗和 Γ平面上的点存在一一对应的关系

设 $z = r + jx$ 则有 $r + jx = \dfrac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r - j\Gamma_i} \quad \Rightarrow \quad r = \dfrac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad x = \dfrac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2}$

Smith圆图

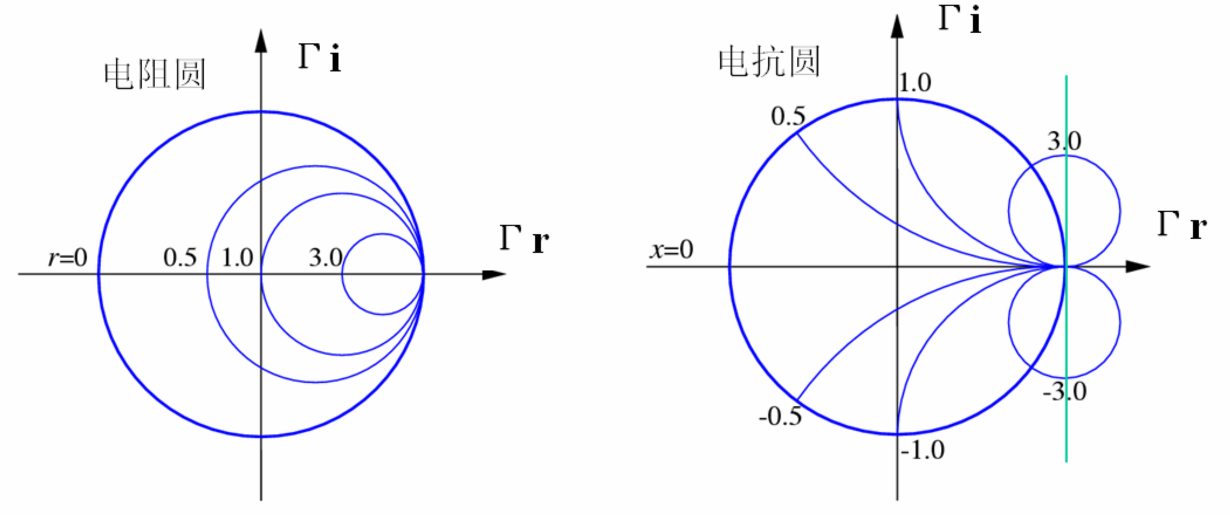
将上述公式重新整理后得

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{1+r}\right)^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \qquad (\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

这两个公式对应直角平面 **(**Γ_r, Γ_i**)** 上的两组圆**:** 电阻圆和电抗圆

电阻圆： 半径 $= \dfrac{1}{1+r}$ 圆心： $\Gamma_r = \dfrac{r}{1+r}$， $\Gamma_i = 0$

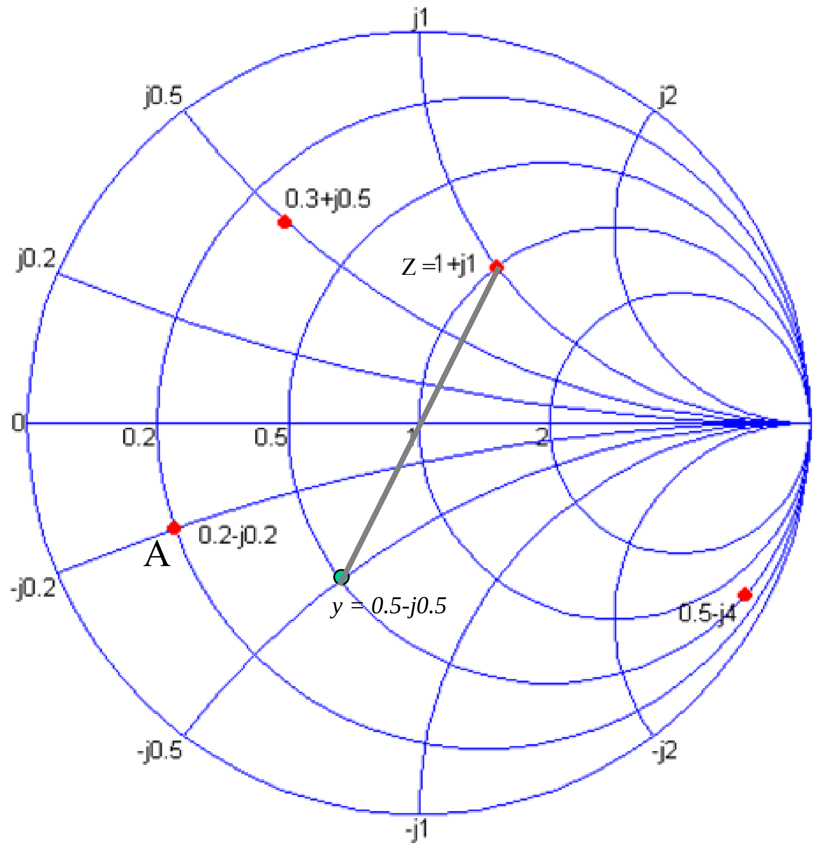
电抗圆： 半径 $= \dfrac{1}{x}$ 圆心： $\Gamma_r = 1$， $\Gamma_i = \dfrac{1}{x}$



Smith圆图

➢ Smith 阻抗圆图

– 将电阻圆和电抗圆合并在一起即成为**Smith** 阻抗圆图
– 阻抗圆图的上半部分 ***x*** 为正数，表示感性
– 阻抗圆图的下半部分 ***x*** 为负数，表示容性
– 圆图上的任何一点对应着一个反射系数和一个归一化阻抗***z*** (由电阻和电抗的串联组成，***z=r+jx***)
– **A**点，***z=0.2-j0.2***，电抗为容性
– 若归一化的参考电阻为Z_0=50Ω 则 $Z = Z_0 z = 10 - j10$ Ω
– 阻抗到导纳的转换，只需将该阻抗点在 Γ平面上旋转180º，即导纳点是阻抗点关于原点的对称点



$$\Gamma_1 = \Gamma e^{j\pi} \Rightarrow z_1 = \frac{1+\Gamma_1}{1-\Gamma_1} = \frac{1+\Gamma e^{j\pi}}{1-\Gamma e^{j\pi}} = \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma} = \frac{1}{z} = y$$

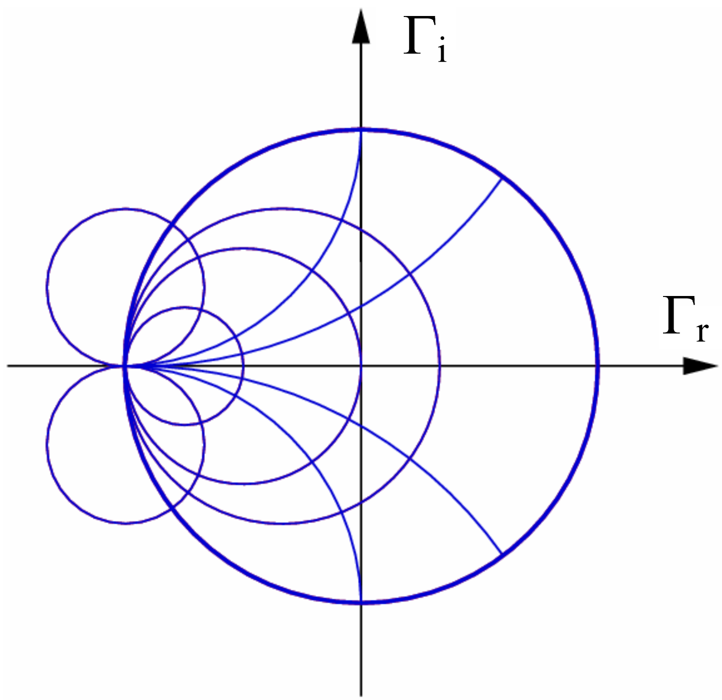
Smith圆图

- **Smith 导纳圆图**

$$y=\frac{1}{z}=\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}=\frac{1+\Gamma e^{-j\pi}}{1-\Gamma e^{-j\pi}}$$

$$y=g+jb$$

$$\Gamma=\Gamma_r+j\Gamma_i$$



– 其中y为归一化导纳，**$y=Y/Y_0$**，**Y**为网络端口导纳，**Y_0**为参考导纳，**Y_0**通常为**1/50=0.02S**

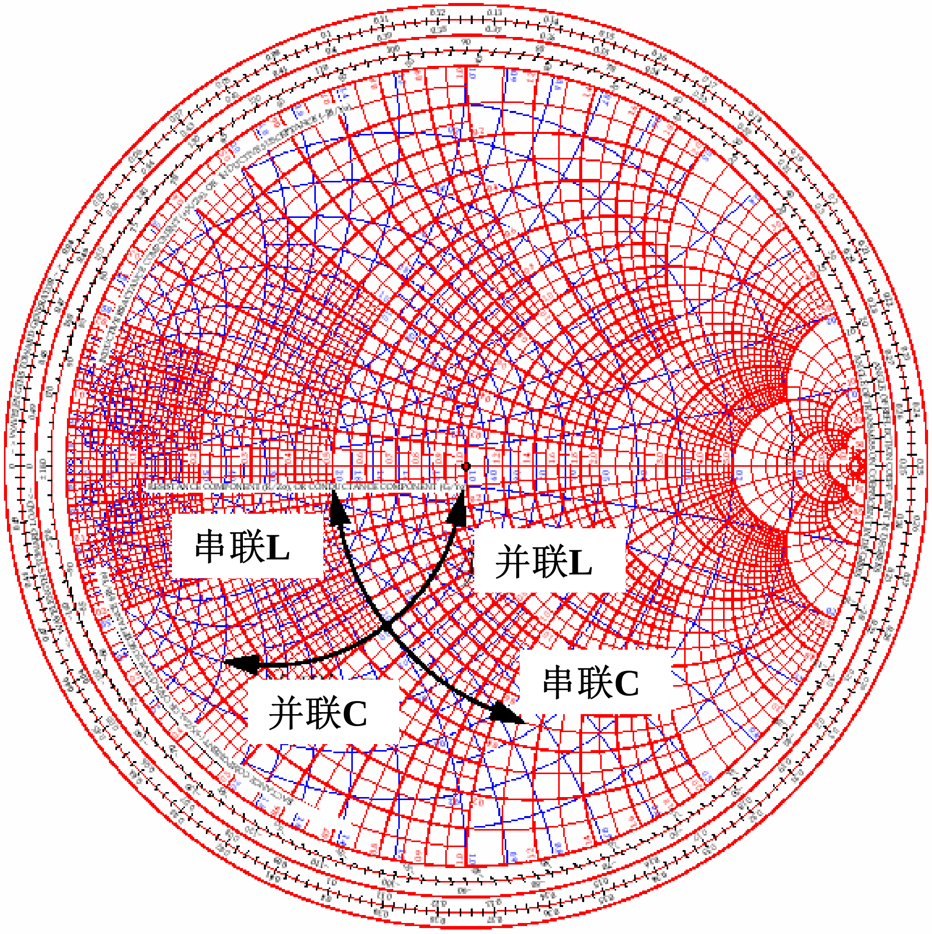
– 导纳和 Γ 平面上的点存在一一对应的关系

– 将 **Smith** 阻抗圆图旋转**180°**得到的圆图称为 **Smith** 导纳圆图

Smith圆图

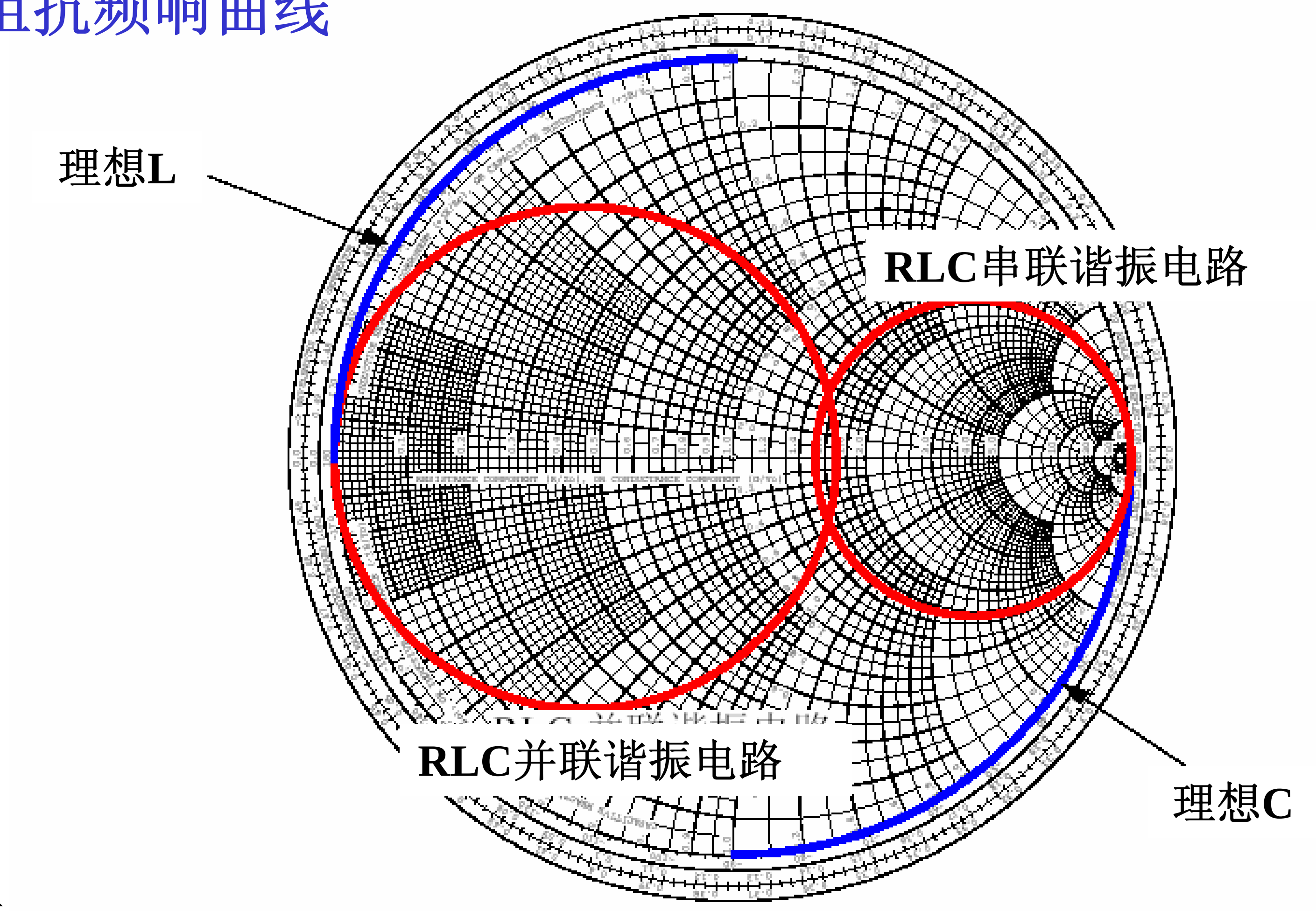
➢ Smith 阻抗导纳圆图

- 将阻抗圆图和导纳圆图叠加在一起的组合圆图称为 **Smith 阻抗导纳圆图 (ZY-Smith Chart)**
- 可方便地用于阻抗匹配
- $z = r + jx$
  改变x对应等电阻圆r
- $y = g + jb$
  改变b对应等电导圆g



Smith圆图

➢ 阻抗频响曲线



Smith圆图

➢ 传输线的阻抗变换

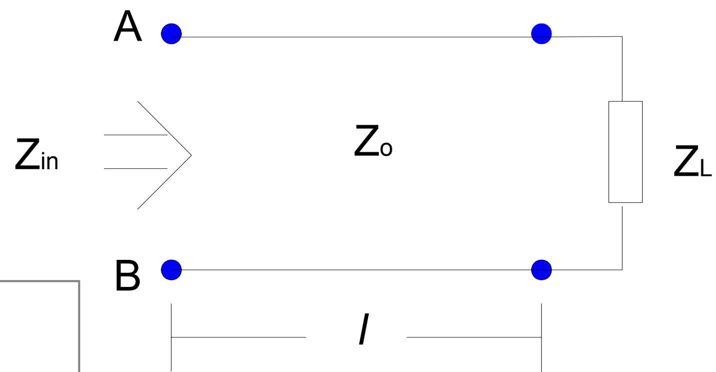
$$z_{in}=\frac{1+\Gamma_{L}e^{-2j\beta l}}{1-\Gamma_{L}e^{-2j\beta l}}=\frac{1+\Gamma_{IN}}{1-\Gamma_{IN}}$$

其中l为传输线长度

$$\beta=\frac{2\pi}{\lambda},\quad \lambda\ 为波长$$

Γ_L 为 Z_L 端的反射系数

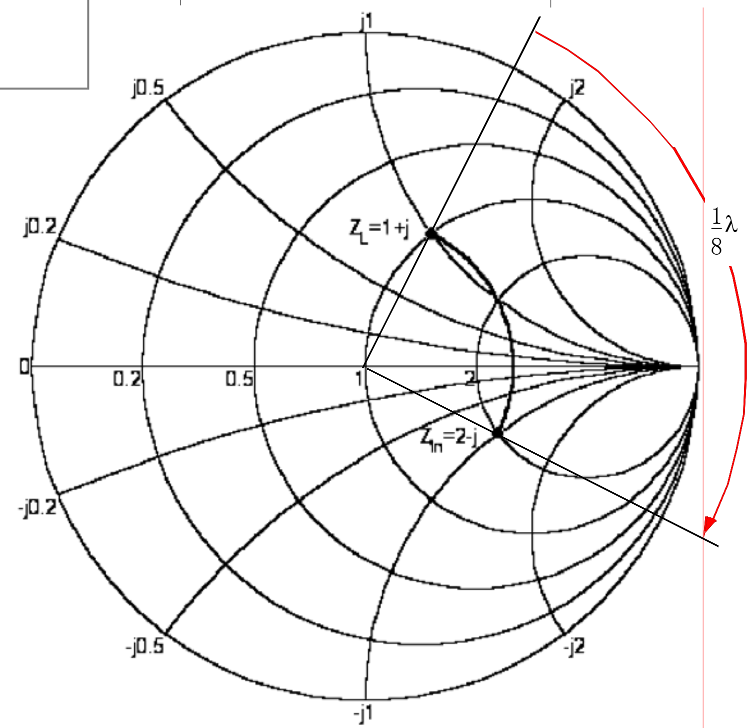
***l*= λ/8， 2β*l*= π/2**
***l*= λ/4， 2β*l*= π**
***l*= λ/2， 2β*l*=2 π**



端口**AB**处的反射系数为 $\Gamma_L e^{-2j\beta l}$，与负载端的反射系数相比，其模不便，只是相角增加了$-2\beta l$。在直角坐标系中，将归一化阻抗z_L绕着圆心，以$|\Gamma_L|$为半径，顺时针旋转$2\beta l$角度，对应的点即为归一化z_{in}。

顺时针旋转：$Z_L \Rightarrow Z_{in}$

逆时针旋转：$Z_{in} \Rightarrow Z_L$



Smith圆图

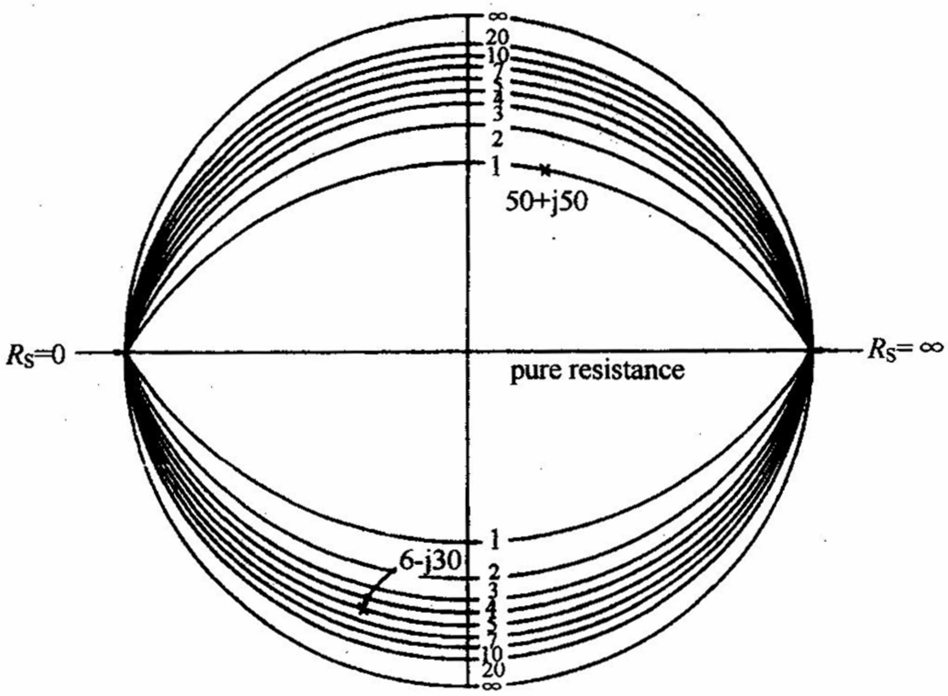
- 网络Q值与Smith 圆图
  - 电抗元件Q值：电阻值与电抗值之比

当 $z = r + jx$ 时　则 $Q = \dfrac{x}{r}$

当 $y = g + jb$ 时　则 $Q = \dfrac{b}{g} = \dfrac{R_p}{X_p}$

$$Q = \frac{x}{r} = \frac{2\Gamma_i}{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2}$$

则有　$\Gamma_r^2 + \left(\Gamma_i \pm \dfrac{1}{Q}\right)^2 = 1 + \dfrac{1}{Q^2}$



  - 在Smith圆图上的等Q曲线

    圆心：$\Gamma_r = 0$, $\Gamma_i = \pm 1/Q$

    半径：$(1+1/Q^2)^{1/2}$

  - 在等Q曲线上可以设计指定Q值的阻抗匹配网络

Smith圆图

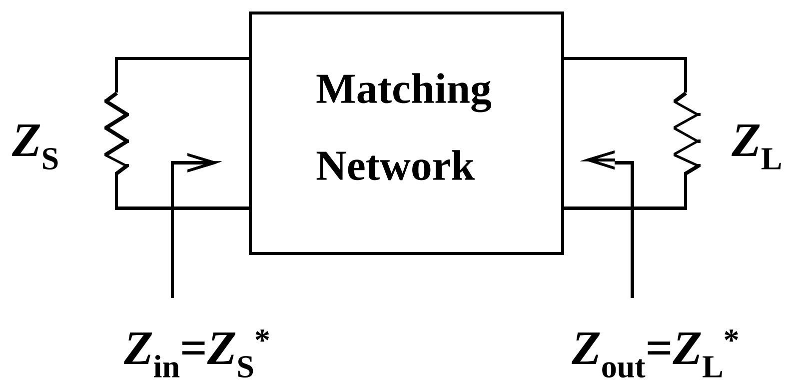
- **Smith 圆图的应用**
  - 读取阻抗、导纳、反射系数、驻波比等
  - 阻抗和传输线匹配网络设计
  - 微波、射频放大器设计
  - 微波、射频振荡器设计
- **小结**
  - Smith 圆图是反射系数平面上的阻抗和导纳坐标系
  - 平面直角坐标(反射系数)和圆坐标(阻抗和导纳)的结合使阻抗和传输线电路的计算变得非常直观，在高频放大器设计中有广泛的应用

阻抗匹配

- 阻抗匹配 **(变换)** 的必要性
  - 可以向负载传输最大的功率
  - 改善噪声系数
  - 提高效率，延长电池寿命
  - 提高滤波器和选频回路的性能
  - 减少反射引起的失真
- 阻抗匹配应是无损耗的
  - 不用电阻网络
- 阻抗匹配的方法
  - 用集总参数的电抗元件构成
  - 采用微带构成
  - 匹配网络可以是窄带网络或宽带网络
    - 窄带网络完成阻抗变换、滤波功能，滤波性能取决于**Q**值
  - 方程计算法或 **Smith** 圆图

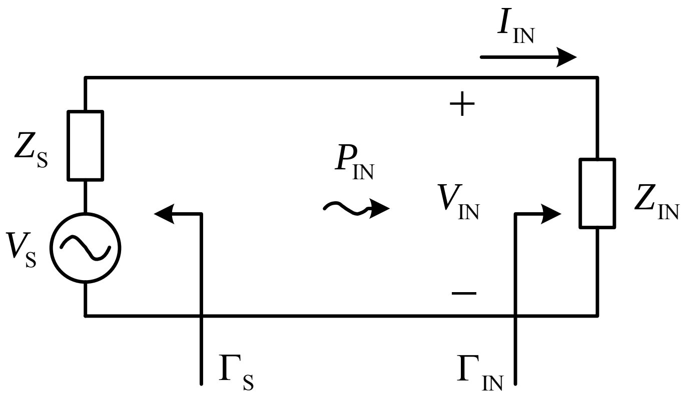
阻抗匹配

- 逻辑电路通常不需要匹配
  - 因为逻辑电路所传递的是电平的高低状态，而非能量或功率
- 两种不同的匹配概念
  - 传输线阻抗匹配：$Z_L = Z_0$（实数）
  - 信号源阻抗匹配：$Z_{IN} = Z_S^*$



阻抗匹配

➢ 复数阻抗间的功率传输



（Z_S和Z_{IN}均为复数）

$$Z_S = R_S + jX_S$$

$$Z_{IN} = R_{IN} + jX_{IN}$$

$$P_{IN} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[V_{IN} I_{IN}^*] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[V_S \frac{Z_{IN}}{Z_S + Z_{IN}} \frac{V_S^*}{(Z_S + Z_{IN})^*}\right]$$

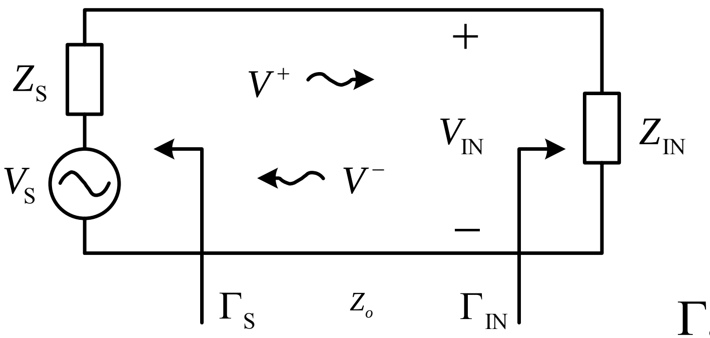
$$= \frac{|V_S|^2}{2} \frac{R_{IN}}{(R_S + R_{IN})^2 + (X_S + X_{IN})^2}$$

– 实现最大功率传输

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P_{IN}}{\partial R_{IN}} = 0 \\ \dfrac{\partial P_{IN}}{\partial X_{IN}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{IN} = R_S \\ X_{IN} = -X_S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{IN} = Z_S^* \\ \Gamma_{IN} = \Gamma_S^* \end{cases} \Rightarrow (P_{IN})_{max} = P_{AVS} = \frac{|V_S|^2}{8R_S}$$

阻抗匹配

➢复数阻抗间的反射系数



V^+：为电路中无穷多入射电压的叠加

V^-：为电路中无穷多反射电压的叠加

Γ：为电路的稳态反射系数

Γ_S 和 Γ_{IN}：是用内阻为Z_o的测量系统测量得到的反射系数，是电路的瞬态反射系数。

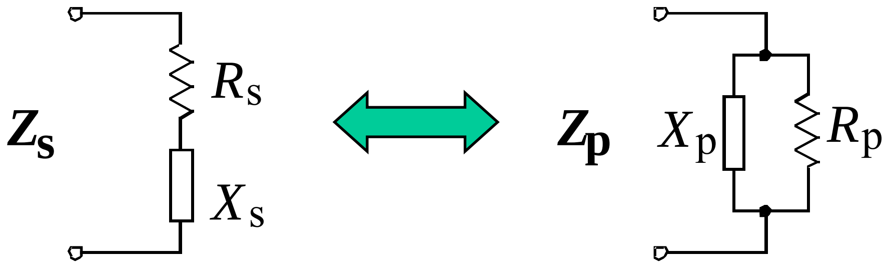
$$V^+ = \frac{Z_S^*}{Z_S + Z_S^*} V_S$$

$$V_{IN} = V^+ + V^- = \frac{Z_{IN}}{Z_S + Z_{IN}} V_S \Rightarrow V^- = \frac{Z_{IN}}{Z_S + Z_{IN}} V_S - V^+$$

$$\Gamma = \frac{V^-}{V^+} = \frac{Z_{IN}}{Z_S + Z_{IN}} \frac{V_S}{V^+} - 1 = \frac{Z_{IN}}{Z_S + Z_{IN}} \frac{Z_S + Z_S^*}{Z_S^*} - 1 \Rightarrow \boxed{\Gamma = \frac{V^-}{V^+} = \frac{Z_S}{Z_S^*} \frac{Z_{IN} - Z_S^*}{Z_{IN} + Z_S}}$$

阻抗匹配

➢ 串并联支路的阻抗转换



$$Z_s = R_s + jX_s = Z_p = \frac{jX_p R_p}{jX_p + R_p} \quad 以及\ Q = Q_s = Q_p = \frac{R_p}{X_p} = \frac{X_s}{R_s}$$

则有 $$R_s = R_p \frac{1}{1+Q^2} \qquad X_s = X_p \frac{Q^2}{1+Q^2}$$

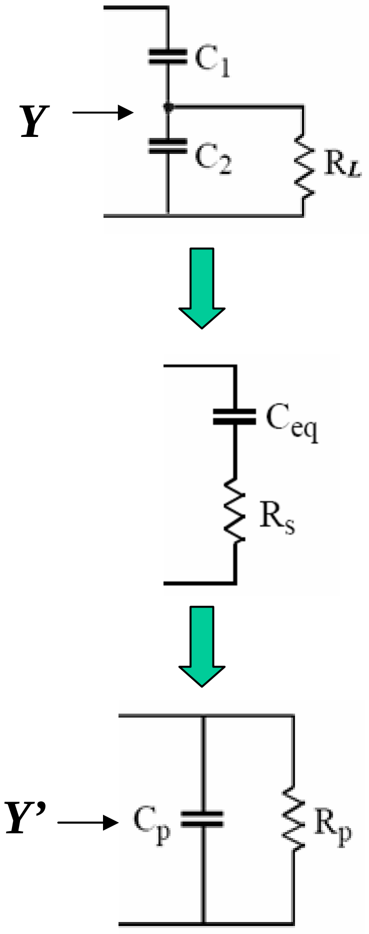
或者 $$R_p = (1+Q^2)R_s \qquad X_p = (1+\frac{1}{Q^2})X_s$$

结论：当Q>>1时，$X_s \approx X_p$ ，$R_s \approx R_p/Q^2$，即等效的电抗值保持不变，而等效的并联电阻值是等效串联电阻值的Q^2倍。通过引入另一个电抗或电纳元件使之与等效的并联或串联电抗谐振，就可以得到一个纯的等效电阻。

阻抗匹配

➢ 电容部分接入阻抗变换

$$Y=\frac{\left(\frac{1}{R_L}+j\omega C_2\right)j\omega C_1}{\left(\frac{1}{R_L}+j\omega C_2\right)+j\omega C_1}\qquad Y'=\frac{1}{R_P}+j\omega C_P$$



$$\Rightarrow\begin{cases}R_P=\dfrac{R_L}{n^2}\left(1+\dfrac{1}{Q_S^2}\right)\\[2ex] C_P=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}\left[1+\dfrac{C_1}{C_2\left(1+Q_S^2\right)}\right]\end{cases}\quad 其中\begin{cases}n=\dfrac{C_1}{C_1+C_2}\\[2ex] Q_S=\omega\left(C_1+C_2\right)R_L\end{cases}$$

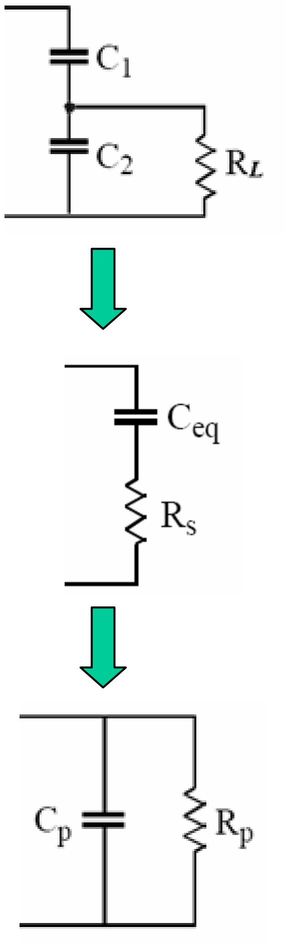
n是接入系数， Q_S是当输入端短路时的电路Q值。

$$Q_S^2>>1\quad Q_S^2+1>>C_1/C_2\quad\Rightarrow\quad\begin{cases}R_P\approx\dfrac{R_L}{n^2}=\left(\dfrac{C_1+C_2}{C_1}\right)^2R_L\\[2ex] C_P\approx\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}\end{cases}$$

阻抗匹配

- 电容部分接入阻抗变换(续)

若已知电路工作频率ω、Q值($R_P//C_P$)、R_L和R_P，如何计算C_1和C_2呢？



$$\begin{cases} Q_2 = R_L \omega C_2 \\ Q = R_P \omega C_P \end{cases} \Rightarrow \frac{R_L}{1+Q_2^2} = \frac{R_P}{1+Q^2} \Rightarrow Q_2 = \sqrt{\frac{R_L}{R_p}(1+Q^2)-1}$$

$$\boxed{\begin{aligned} C_2 &= \frac{Q_2}{R_L \omega} \\ C_1 &= \frac{C_2}{\sqrt{R_P / R_L} - 1} \qquad (Q_S^2 >> 1) \end{aligned}}$$

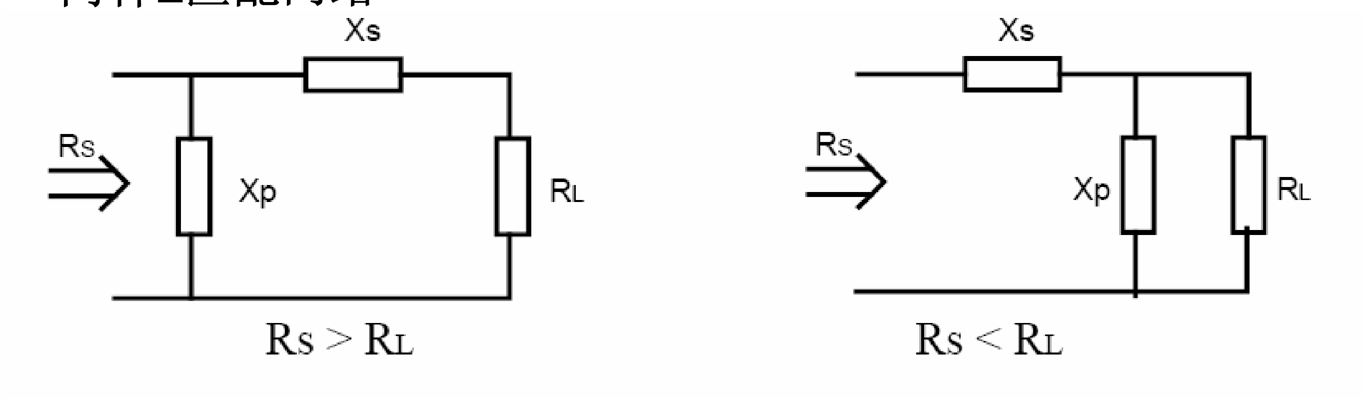
阻抗匹配

➢ L型匹配网络

– 组成：两个不同性质的电抗元件构成

– 特性：窄带网络，具有滤波功能 (*Q*)

– 两种L匹配网络

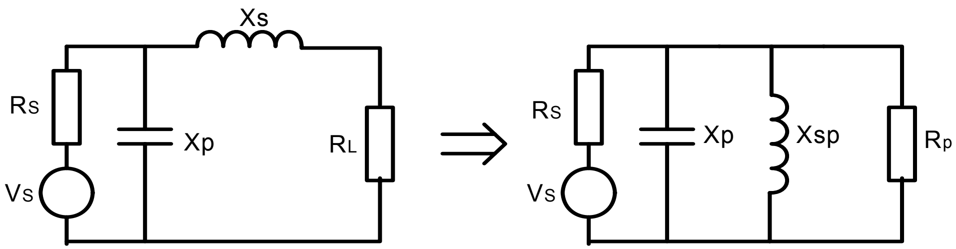


X_S为串联支路电抗元件, X_P为并联支路电抗元件

– 若已知R_S、R_L，并为纯电阻，电路工作频率为 ω_o，可求出匹配网络L、C的值。

阻抗匹配

➢ L匹配网络计算公式（$R_S > R_L$）



$$R_P = R_L\left[1+\left(\frac{X_S}{R_L}\right)^2\right] = R_L(1+Q^2) = R_S \quad \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{R_S}{R_L}-1}$$

$$X_{SP} = X_S\left[1+\left(\frac{R_L}{X_S}\right)^2\right] = X_S(1+\frac{1}{Q^2})$$

$$Q = \frac{X_S}{R_L} = \frac{R_P}{X_{SP}} = \frac{R_S}{X_P}$$

由已知条件R_L和R_S可以求出 $Q = \sqrt{\frac{R_S}{R_L}-1}$

再由上面的公式求出 $X_S = QR_L$ 及 $X_P = \frac{R_S}{Q}$

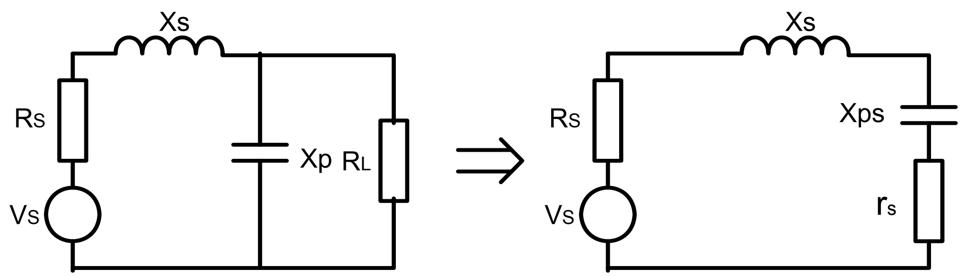
最后由工作频率 ω_0 可求出 L 和 C

由于此L网络仅在 ω_0处并联谐振，电抗抵消，完成两电阻间阻抗匹配，因此它是一个窄带阻抗变换网络。

条件： $R_S > R_L$

阻抗匹配

➢L匹配网络（Rs < RL）



由并串变换得 $r_S = \dfrac{R_L}{(1+Q^2)} = R_S$

此时支路的**Q**值为 $Q = \sqrt{\dfrac{R_L}{R_S} - 1}$ ， $Q = \dfrac{R_L}{X_P} = \dfrac{X_{PS}}{r_S} = \dfrac{X_{PS}}{R_S}$

– **L**匹配网络支路的**Q**值为 $Q = \sqrt{(R_{(大)}/R_{(小)}) - 1}$ 当源和负载电阻确定后，网络支路的**Q**值也就确定，并且**L**匹配网络的总有载**Q**值为$Q_e=Q/2$，**3dB**带宽为 $BW \approx f_0/Q_e$

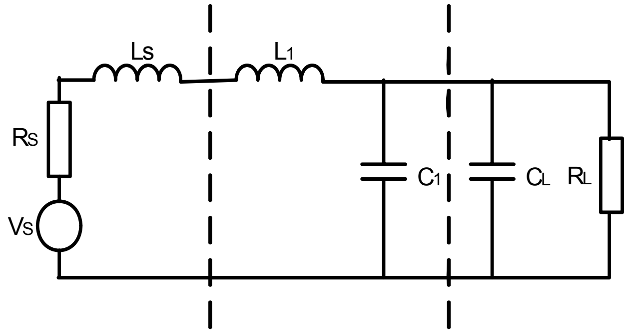
$$\omega_0 \text{ 与 } Q \text{ 的关系为} \quad \omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{1}{Q^2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{1}{4Q_e^2}}$$

阻抗匹配

➢ L匹配网络举例

已知信号源内阻R_S=12Ω，并串有寄生电感L_S=1.2nH。负载电阻R_L=58Ω，并带有并联的寄生电容C_L=1.8pF，工作频率为f=1.5GHz。设计L匹配网络，使信号源和负载达到共轭匹配.

解　已知$R_L>R_S$



计算Q值： $Q=\sqrt{\frac{R_L}{R_S}-1}=\sqrt{\frac{58}{12}-1}=1.96$

计算L网络并联支路电抗： $X_P=\frac{R_L}{Q}=\frac{58}{1.96}=29.6\,\Omega$

计算L网络串联支路电抗： $X_S=QR_S=1.96\times 12=23.5\,\Omega$

则　电容 $C_P=\frac{1}{2\pi f X_P}=\frac{1}{2\pi\times 1.5\times 10^9\times 29.6}=3.58\text{ pF}$

电感 $L=L_1+L_S=\frac{X_S}{2\pi f}=\frac{23.5}{2\pi\times 1.5\times 10^9}=2.5\text{ nH}$

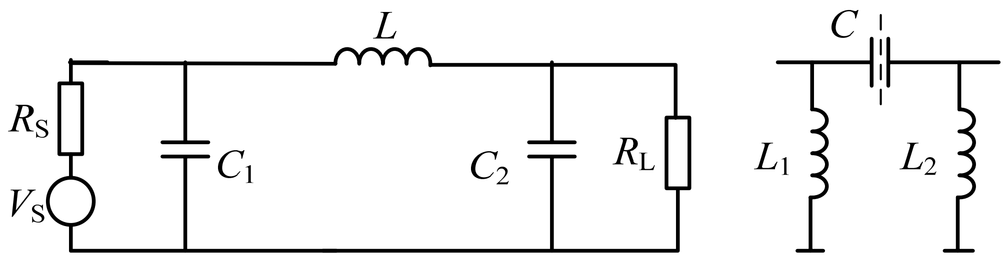
得 $L_1=L-L_S=2.5-1.2=1.3\text{ nH}$

$C_1=C_P-C_L=3.58-1.8=1.78\text{ pF}$

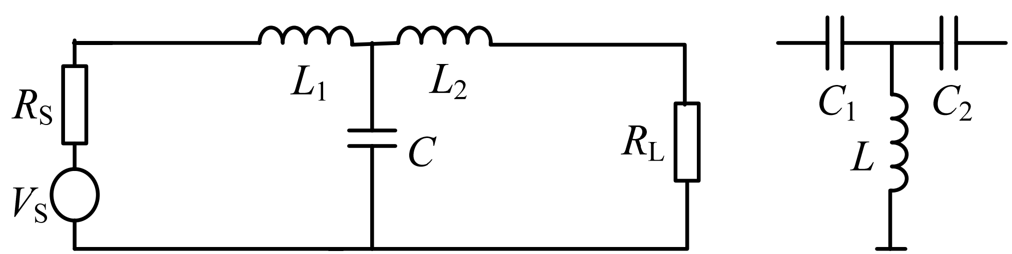
阻抗匹配

➤ π和T型匹配网络

– 当R_S和R_L确定后，L网络的Q也就确定了，这可能不满足滤波要求。这时可采用3个电抗元件的匹配网络，此时Q值可由设计者确定。



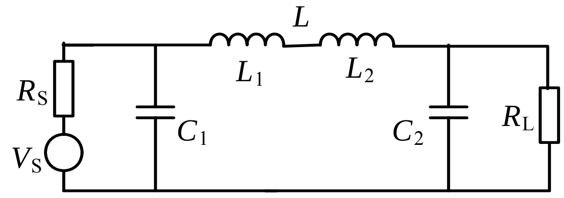
(π型网络)

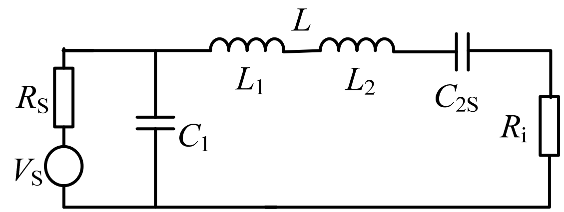


(T型网络)

阻抗匹配

➢ π型匹配网络的计算





- ***L*分解为L_1和L_2**
- **π分解为两个L网络**
- **R_S经L_1和C_1变换为中间电阻R_i**

  且 $R_i < R_S$
- **R_L经L_2和C_2变换为中间电阻R_i**

  且 $R_i < R_L$
- 当两个中间电阻***Ri***相等时就完成了阻抗匹配

L_1 C_1 组成的L网络 $\Rightarrow$ $Q_1 = \sqrt{\dfrac{R_S}{R_i} - 1}$ 有载Q为 $Q_{e1} = \dfrac{1}{2} Q_1$

L_2 C_2 组成的L网络 $\Rightarrow$ $Q_2 = \sqrt{\dfrac{R_L}{R_i} - 1}$ 有载Q为 $Q_{e2} = \dfrac{1}{2} Q_2$

- 由于R_i为未知数，所以设计者可以在***Q***Q_1和Q_2中选定一个。网络带宽由Q_1和Q_2共同决定，但较大的**Q**起主导作用。因此在设定**Q**值时，可以选择Q_1和Q_2中较大的那个**Q**值。
- π型匹配网络的有载***Q***值

电路 Q 值 $$Q = \frac{L\omega_0}{R_i} = \frac{L_1\omega_0}{R_i} + \frac{L_2\omega_0}{R_i} = Q_1 + Q_2$$

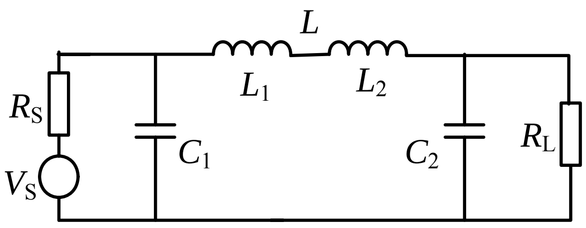
网络有载 Q 值 $$Q_e = \frac{L\omega_0}{2R_i} = \frac{L_1\omega_0}{2R_i} + \frac{L_2\omega_0}{2R_i} = \frac{1}{2}Q_1 + \frac{1}{2}Q_2 = Q_{e1} + Q_{e2}$$

阻抗匹配

- **π型匹配网络举例**

设R_S=10Ω，R_L=100 Ω，f=3.75MHz，较大的有载Q_e值为4，求π型匹配网络。
因为$R_L > R_S$，所以较大的Q_e在负载端，有$Q_{e2}=Q_e$， $Q_2=2Q_{e2}=8$

$$R_i=\frac{R_L}{1+Q_2^2}=\frac{100}{65}=1.538\,\Omega$$



$R_i < R_S \quad \Rightarrow \quad$ 设计方案可行

负载端并联电容 $X_{C2}=\frac{R_L}{Q_2}=\frac{100}{8}=12.5\,\Omega \Rightarrow -j12.5\,\Omega$

负载端串联电感 $X_{L2}=Q_2R_i=8\times1.538=12.3\,\Omega \Rightarrow j12.3\,\Omega$

源端 $Q_1=\sqrt{\frac{R_S}{R_i}-1}=\sqrt{\frac{10}{1.538}-1}=2.346$

源端并联电容 $X_{C1}=\frac{R_S}{Q_1}=\frac{10}{2.346}=4.263\,\Omega \Rightarrow -j4.263\,\Omega$

源端串联电感 $X_{L1}=Q_1R_i=2.346\times1.538=3.608\,\Omega \Rightarrow j3.608\,\Omega$

得 $C_1=\frac{1}{\omega_0X_{C1}}=9955\text{ pF} \qquad L=\frac{X_L}{\omega_0}=\frac{X_{L1}+X_{L2}}{\omega_0}=0.675\text{ mH} \qquad C_2=\frac{1}{\omega_0X_{C2}}=3395\text{ pF}$

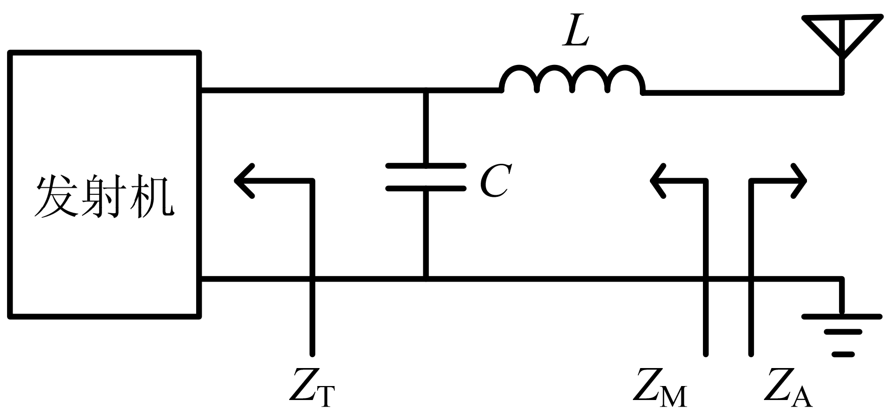
阻抗匹配（利用Smith圆图）

➢ L型匹配网络

例题1：已知发射机在2GHz频率点的输出阻抗是Z_T=(150+j75) Ω 。设计L型匹配网络，使输入阻抗为Z_A=(75+j15) Ω 的天线能够得到最大功率。

- 最大功率传输的条件是共轭匹配

$$Z_M = Z_A^* = (75 - j15)\Omega$$



阻抗匹配（利用Smith圆图）

◆ 计算归一化阻抗, 取 $Z_0 = 75\ \Omega$

$z_T = Z_T / Z_0 = (150+j75) / 75 = 2+j1$

$y_T = 0.4 - j\,0.2$

$z_A = Z_A / Z_0 = (75+j15) / 75 = 1+j0.2$

$z_M = z_A^* = 1-j0.2$

◆ 由图得

$z_{TC} = 1-j1.22$

$y_{TC} = 0.4+j0.49$

◆ 并联电容的归一化电纳

$jb_C = y_{TC} - y_T = j0.69$

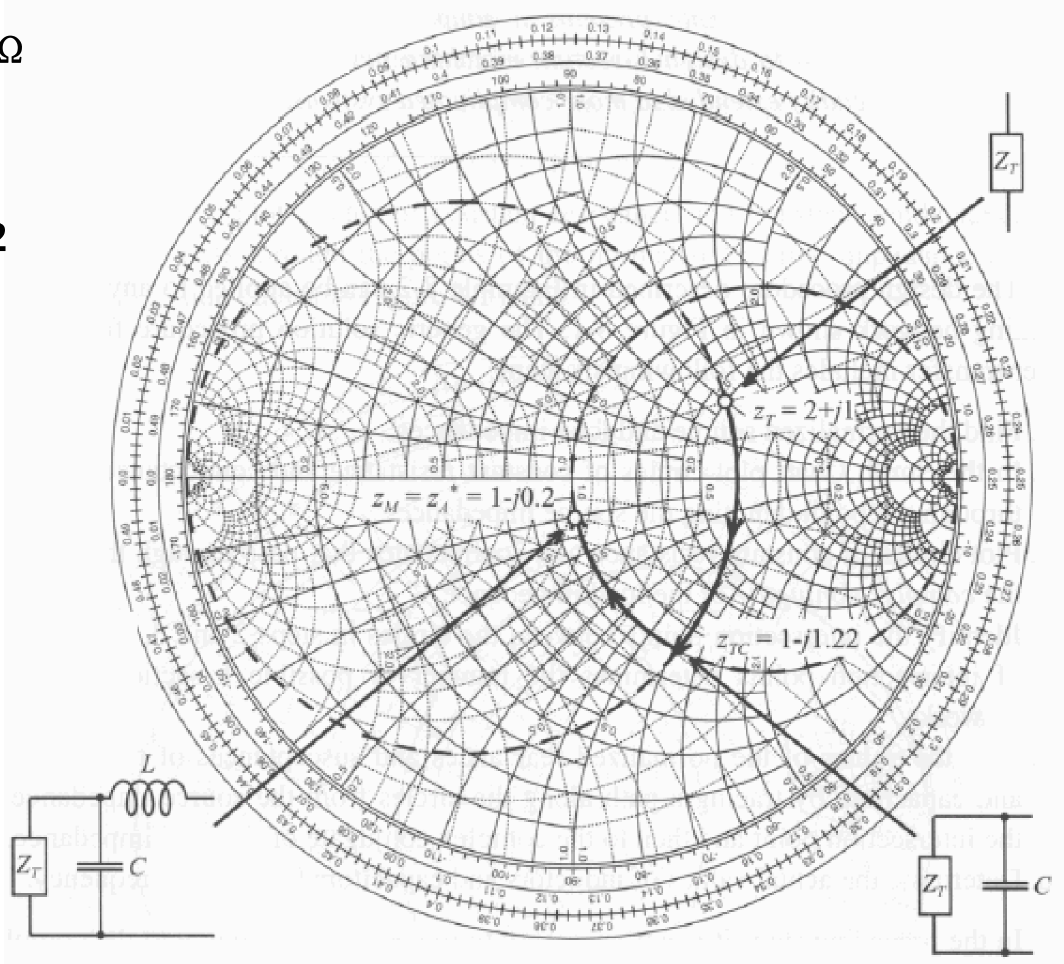
◆ 串联电感的归一化电抗

$jx_L = z_M - z_{TC} = j1.02$

◆ 计算L和C

$L = x_L Z_0 / \omega = 6.09\ \text{nH}$

$C = b_C / (\omega Z_0) = 0.73\ \text{pF}$



阻抗匹配（利用Smith圆图）

➢ T型匹配网络设计

例题：设计一个T型匹配网络，将Z_L变换为Z_{in}。

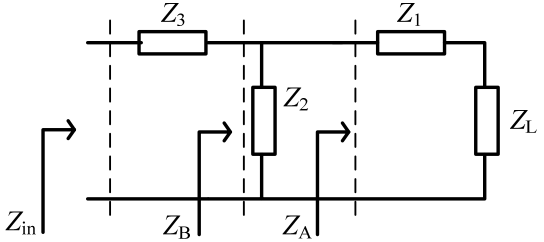
已知$Z_L = (60 - j30)\,\Omega$, $Z_{in} = (10 + j20)\,\Omega$,

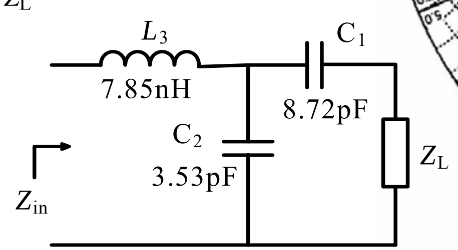
最大节点品质因数等于3, $f = 1\text{GHz}$。

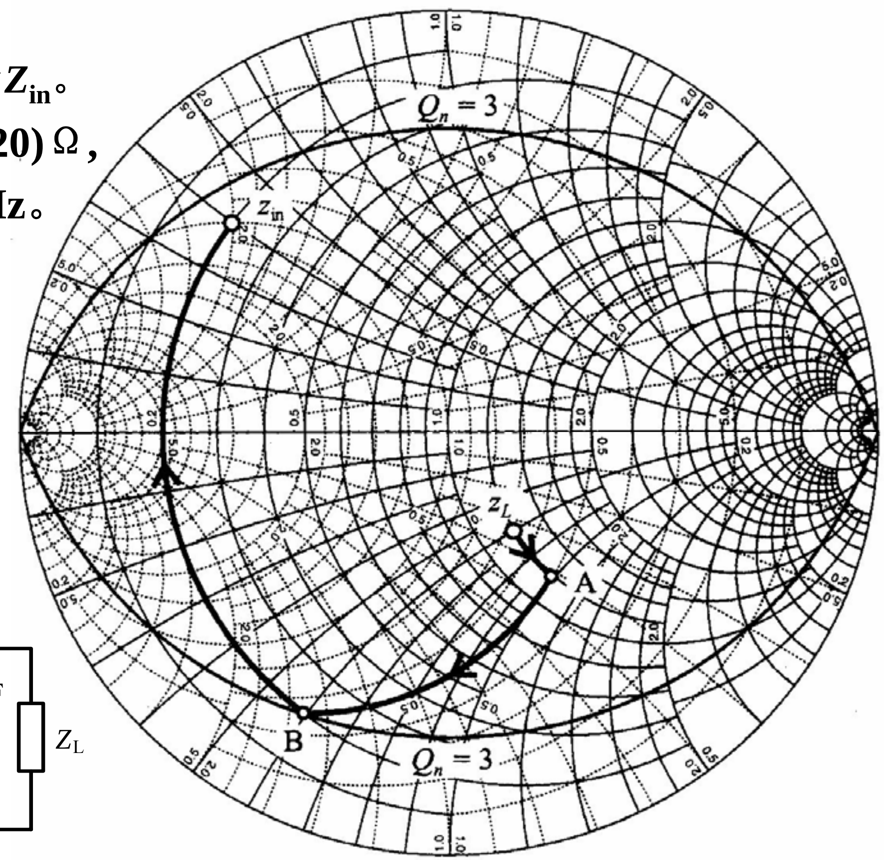
解：取$Z_0 = 50\,\Omega$

得 $z_L = 1.2 - j0.6$

$z_{in} = 0.2 - j0.4$







$$L_3\omega = 7.85\times10^{-9}\times2\pi\times10^{9} = 49.3\,\Omega$$

$$\text{B点右侧阻抗} = Z_{in} - jL_3\omega = 10 + j20 - j49.3 = 10\text{-}j29.3 \Rightarrow \text{最大节点}Q_n \approx 3$$

阻抗匹配（利用Smith圆图）

➢ π型匹配网络设计

例题：已知宽带放大器需要一个π型匹配网络，要求该网络将$Z_L = (10 - j10)\ \Omega$ 的负载阻抗变换成$Z_{in} = (20 + j40)\ \Omega$ 的输入阻抗，并具有最小的节点品质因数，工作频率为f = 2.4GHz，求各元件值。

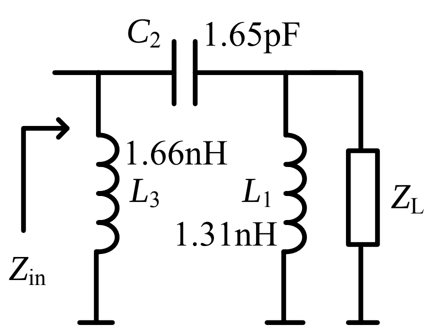
解： Z_L 和Z_{in}对应的Q值分别为1和2

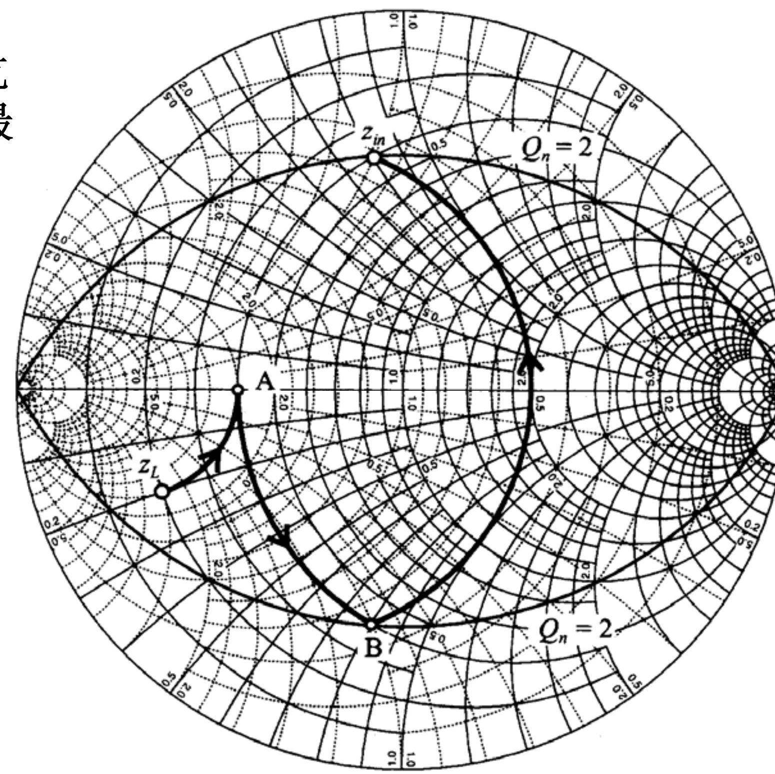
匹配网络的最小节点品质因数为$Q_n = 2$

取 $Z_0 = 50\ \Omega$

$z_{in} = 0.4 + j0.8$

$z_L = 0.2 - j0.2$





具有最小Q_n值的π型匹配网络设计

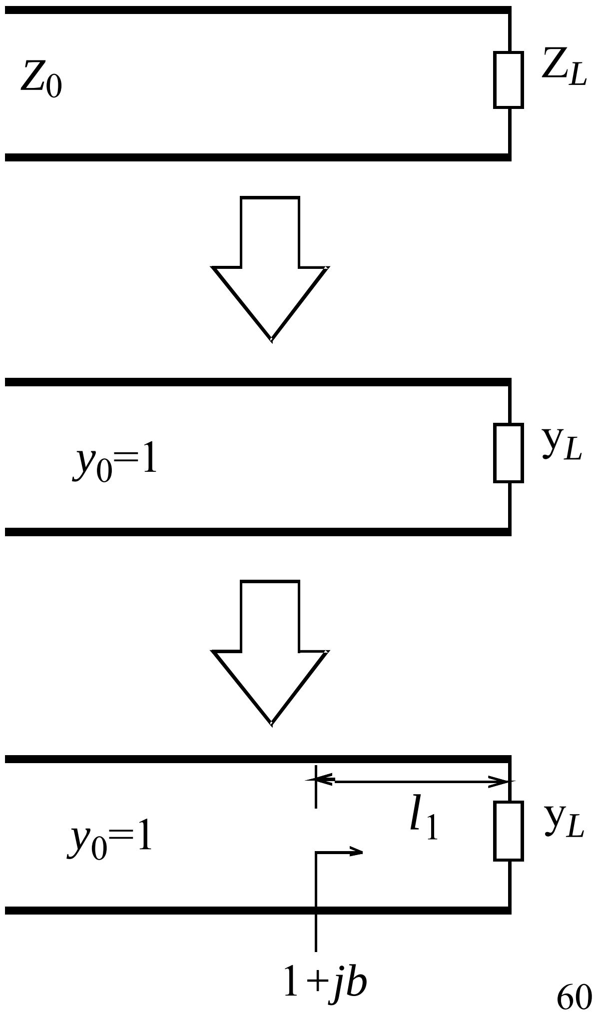
阻抗匹配（利用Smith圆图）

➢ 短截线(Stub)阻抗匹配设计

- 确定两个参数：
  - Stub的接入位置
  - Stub的长度

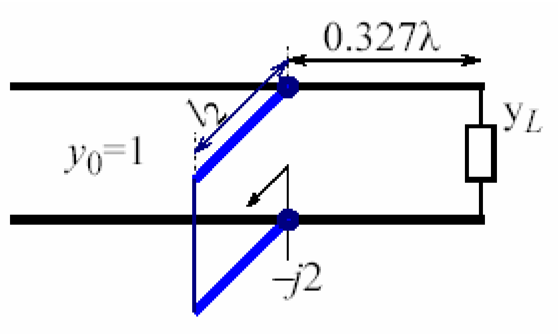
  Stub的特征阻抗不必与主传输线相同，但相同的特征阻抗会带来一些方便，同时，由于Stub是并联接入的，更适合在导纳圆图上设计
- 基本设计步骤
  - 在圆图上将归一化的阻抗z_L转换成归一化的导纳y_L，阻抗圆图也就成为导纳圆图
  - 画出z_L或y_L所对应的反射系数圆，找出其与单位电导圆的交点，通常存在两个交点1+jb和1-jb (b>0)，可以选择一个进行设计

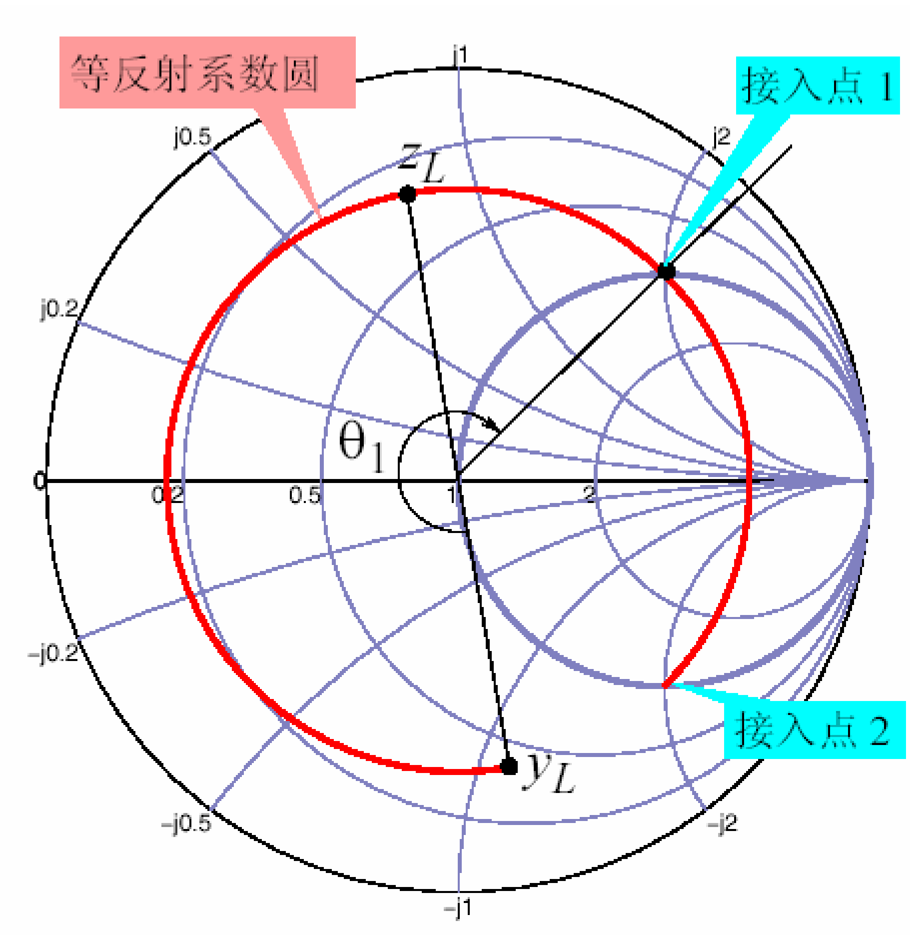
$$\Gamma(x)=\Gamma_L e^{2j\beta x} \Rightarrow \Gamma(-l_1)=\Gamma_L e^{-2j\beta l_1}$$



阻抗匹配（利用Smith圆图）

- 在本例中 z_L = 0.286 + j0.795，y_L = 0.4 - j1.114 等反射系数圆与单位导纳圆有两个交点1+j2 和1-j2，这是两个可能的Stub 接入点
- 选择接入点1，可以读出 从y_L到1+j2反射系数变化了 235.2度，由于 $\theta_1 = 2\beta l_1$，$\beta\lambda = 2\pi$，所以 $l_1 = 0.327\lambda$
- 下一步求Stub的长度l_2





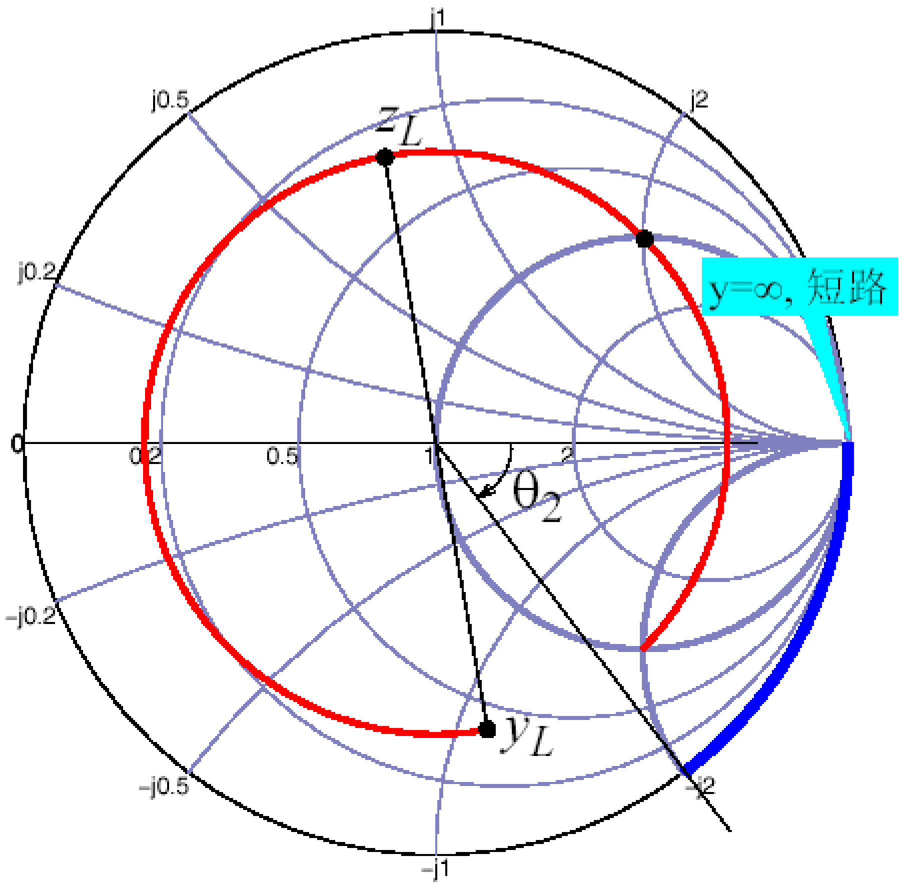
阻抗匹配（利用Smith圆图）

- **Stub**可以短路或开路，用来获得一个纯归一化电纳**-j2**；
- 假设**Stub**特征阻抗与主传输线相同，并且使用短路线，从图中可得

$\theta_2 = 53.1^0$

$$\theta_2 = 2\beta l_2 \Rightarrow l_2 = \theta_2 / 2\beta = (\theta_2 / 4\pi)\lambda$$

因此 $l_2 = 0.074\ \lambda$



阻抗匹配（利用Smith圆图）

– 假设Stub特征阻抗与主传输线相同且使用开路线，从图中可得

$\theta_2 = 233.1^{o}$

$l_2 = 0.324\,\lambda$