

1. 判断下列各组对象能否组成集合, 若能组成集合, 指出是有限集还是无限集.

- (1) 上海市控江中学 2022 年入学的全体高一年级新生;
- (2) 中国现有各省的名称;
- (3) 太阳、2、上海市;
- (4) 大于 10 且小于 15 的有理数;
- (5) 末位是 3 的自然数;
- (6) 影响力比较大的中国数学家;
- (7) 方程 $x^2 + x + 3 = 0$ 的所有实数解;
- (8) 函数 $y = \frac{1}{x}$ 图像上所有的点;
- (9) 在平面直角坐标系中, 到定点 $(0, 0)$ 的距离等于 1 的所有点;
- (10) 不等式 $3x - 10 < 0$ 的所有正整数解;
- (11) 所有的平面四边形.

2. 用 “ \in ” 或 “ \notin ” 填空:

- (1) -3 \mathbf{N} ;
- (2) 3.14 \mathbf{Q} ;
- (3) 5 \mathbf{Z} ;
- (4) $\frac{1}{2}$ \mathbf{N} ;
- (5) -2 \mathbf{Q} ;
- (6) π \mathbf{R} ; (7) $0.\dot{1}\dot{3}$ \mathbf{Q} ;
- (8) $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{2}$ \mathbf{Z} ;
- (9) $\frac{\pi}{2}$ \mathbf{Q} ;
- (10) $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$ \mathbf{N} ;
- (11) 0 \emptyset ;
- (12) 0 \mathbf{N} .

3. 对于一个确定的实数 x , 由 $x, -x, |x|, -\sqrt{x^2}$ 中的一个值或几个值组成的所有集合中, 元素的个数最多有多少个?

4. 已知关于 x 的方程 $\sqrt{x^2 + 4x + a} = x + 2$, 若以该方程的所有解为元素组成的集合是无限集, 求实数 a 满足的条件.

5. 用列举法表示下列集合:

- (1) 12 以内的素数组成的集合;
- (2) 绝对值小于 3 的所有整数的集合;
- (3) $\{x | \frac{6}{3-x} \in \mathbf{N}, x \in \mathbf{Z}\}$;
- (4) $\{y | y = x^2 - 1, |x| \leq 2, x \in \mathbf{Z}\}$;

(5) $\{(x, y) | y = x^2 - 1, |x| \leq 2, x \in \mathbf{Z}\};$

(6) $\{(x, y) | x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}.$

6. 用描述法表示下列集合:

- (1) 所有奇数组成的集合;
- (2) 被 3 除余数等于 2 的正整数的集合;
- (3) 不小于 10 的实数组成的集合;
- (4) 绝对值大于 4 的所有整数组成的集合;
- (5) 平面直角坐标系内 y 轴上的点的坐标组成的集合;
- (6) 在直线 $y = 2x + 1$ 上所有的点的坐标组成的集合.

7. 用区间表示下列集合:

- (1) $\{x | -2 < x < 7\};$
- (2) $\{x | -2 \leq x \leq 7\};$
- (3) $\{x | -2 \leq x < 7\};$
- (4) 不等式 $2x < 5$ 的解集;
- (5) 不等式 $-x < 5$ 的解集;
- (6) 非负实数集.

8. 用适当的方法表示下列集合:

- (1) 能整除 10 的所有正整数组成的集合;
- (2) 能整除 10 的所有正整数组成的集合;
- (3) 方程 $x^2 + 2 = 0$ 的实数解组成的集合;
- (4) 方程组 $\begin{cases} 2x + y = 0, \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$ 的所有解组成的集合;
- (5) 两直线 $y = 2x + 1$ 和 $y = x - 2$ 的交点组成的集合.

9. 下面写法正确的有_____.

- ① $\emptyset \in \{a\};$ ② $(0, 1) \in \{0, 1\};$ ③ $1 \in \{(0, 1)\};$ ④ $(0, 1) \in \{(0, 1)\};$ ⑤ $0 \in \{0, 1\};$ ⑥ $0 \notin \{0, 1\}.$

10. 集合 $\{(x, y) | xy \geq 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ 是指 ().

- | | |
|-------------------|---------------------|
| A. 第一象限内的所有点 | B. 第三象限内的所有点 |
| C. 第一象限和第三象限内的所有点 | D. 不在第二象限、第四象限内的所有点 |

11. 若集合 $M = \{0, 2, 3, 7\}, P = \{x | x = ab, a, b \in M, a \neq b\}.$ 用列举法写出集合 P .

12. 已知集合 $A = 2, a^2, a,$ 且 $1 \in A,$ 求实数 a 的值.

13. 设集合 $M = \{a | a = x^2 - y^2, x, y \in \mathbf{Z}\},$ 下列数中不属于 M 的为 ().

- | | | | |
|------|------|------|-------|
| A. 3 | B. 6 | C. 9 | D. 12 |
|------|------|------|-------|

14. 已知集合 $A = \{x | x = a + \sqrt{2}b, a, b \in \mathbf{Z}\}$, 若 $x_1, x_2 \in A$, 证明: $x_1x_2 \in A$.
15. 已知集合 $A = \{x | (k+1)x^2 + x - k = 0\}$ 中只有一个元素, 求实数 k 的值.
16. 用符号 “ \subset ”、“ $=$ ” 或 “ \supset ” 填空:
- (1) $\{a\}$ _____ $\{a, b, c\}$;
 - (2) $\{a, b, c\}$ _____ $\{a, c\}$;
 - (3) $\{1, 2\}$ _____ $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$;
 - (4) $A = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$ _____ $B = \{x | x^2 + 2x - 3 = 0\}$;
 - (5) $A = \{1, 2\}$ _____ $B = \{x | x \text{ 是 } 2 \text{ 的正约数}\}$;
 - (6) $A = \{(x, y) | xy > 0\}$ _____ $B = \{(x, y) | x > 0, y > 0\}$.
17. (1) 集合 $\{1, 2, 3\}$ 的子集共有 _____ 个. (2) 已知集合 $A = \{1, 2\}$, 集合 $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. 若集合 M 满足 $A \subset M$ 且 $M \subseteq B$, 则这样的集合 M 有 _____ 个. (3) 满足 $\{a, b\} \subset M \subset \{a, b, c, d, e\}$ 的集合 M 有 _____ 个.
18. (1) 下列写法正确的有 _____.
- ① $\emptyset \subset \{0\}$; ② $\emptyset = \emptyset$; ③ $\emptyset \in \{0\}$; ④ $0 \in \emptyset$.
- (2) 下列各选项中, M 与 P 表示同一个集合的有 _____.
- ① $M = \{(1, -3)\}$, $P = \{(-3, 1)\}$; ② $M = \{1, -3\}$, $P = \{-3, 1\}$; ③ $M = \emptyset$, $P = \{\emptyset\}$; ④ $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $P = \{(x, y) | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$; ⑤ $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $P = \{t | t = y^2 + 1, y \in \mathbf{R}\}$;
 - ⑥ $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $P = \{x | y = \sqrt{x-1}, x \in \mathbf{R}\}$.
- (3) 下列说法正确的有 _____.
- ① 若 $a \in A$ 且 $A \subseteq B$, 则 $a \in B$; ② 若 $A \subseteq B$ 且 $A \subseteq C$, 则 $B = C$; ③ 若 $A \subset B$ 且 $B \subseteq C$, 则 $A \subset C$.
19. 设常数 $x, y \in \mathbf{R}$, 已知集合 $A = \{x, y\}$, $B = \{2x, x^2\}$, 且 $A = B$, 求集合 A .
20. (1) 证明: 集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 是集合 $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 的子集.
- (2) 判断集合 $A = \{n | n = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{n | n = 2m + 1, m \in \mathbf{Z}\}$ 的关系, 并说明理由;
- (3) 证明集合 $A = \{n | n = 2k - 1, k \in \mathbf{N}\}$ 不是集合 $B = \{n | n = 2m + 1, m \in \mathbf{N}\}$ 的子集, 且集合 A 真包含集合 B .
21. 已知集 $B = \{0, 2, 4\}$, $C = \{0, 2, 6\}$, 若集合 A 满足 $A \subseteq B$, $A \subseteq C$, 写出所有满足条件的集合 A .
22. 已知集合 $A = \{1\}$, $B = \{x | x \subseteq A\}$, 用列举法表示集合 B . 并指出 A 与 B 的关系.
23. 若集合 $A = \{2, a, a + 3\}$, $B = \{2, 3, 5, 8\}$, 且 $B \supset A$, 则 a 的值为 _____.
24. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若集合 $A = (-\infty, 5)$ 与 $B = (-\infty, a]$ 满足 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是 _____.
- 证明: 1° 当 a _____ 时, 任取 $x \in A$, 则 _____, 所以 $x \in B$, 即 $A \subseteq B$.
- 2° 当 a _____ 时, 取 $x_1 =$ _____, 则 _____, 所以 $x_1 \in A$ 且 $x_1 \notin B$.
- 由 1°、2° 可得结论.

25. 设常数 $p \in \mathbf{R}$, 已知 $A = \{x|x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$, $B = \{x|4x+p=0\}$, 若 $B \subset A$, 则 p 的取值范围是_____.

26. (1) 已知集合 $A = \{1\}$, 集合 $B = \{x|x^2 - 2x + a = 0\}$, 且 $A \subset B$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 已知集合 $S = \{1, 2\}$, 集合 $T = \{x|ax^2 - 3x + 2 = 0\}$, 且 $S = T$, 求实数 a 的取值范围;

(3) 已知集合 $S = \{1, 2\}$, 集合 $T = \{x|ax^2 - 3x + 2 = 0\}$, 且 $S \supseteq T$, 求实数 a 的取值范围.