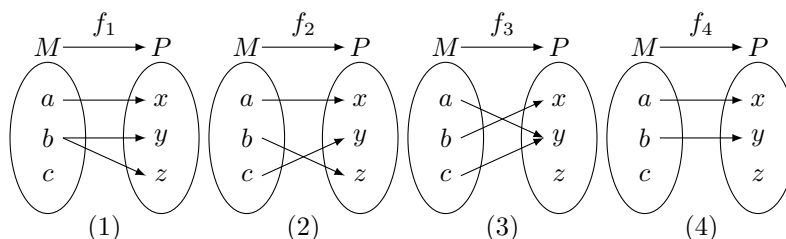


1. 求函数  $y = \frac{3x-1}{x+1}$  的值域.
2. 求函数  $y = \frac{4x+3}{2x-1}$  的值域.
3. 求函数  $y = \frac{x^2-1}{x^2+2}$  的值域.
4. 求函数  $y = \frac{x^2-x+1}{2x^2-2x+3}$  的值域.
5. 求函数  $y = \frac{x^2+4x+3}{x^2+x-6}$  的值域.
6. 若实数  $x, y$  满足  $x^2 + 4y^2 = 4x$ , 求  $S = x^2 + y^2$  的值域.
7. 已知函数  $y = f(x) = x^2 + ax + 3$  在区间  $x \in [-1, 1]$  上的最小值为  $-3$ , 求实数  $a$  的值.
8. 求函数  $y = 3x^2 - 12x + 18\sqrt{4x - x^2} - 23$  的值域.
9. 求函数  $y = |x-2| - |x+1|$  的值域.
10. 若  $f(x-1) = 2x^2 + 1$ , 求  $f(x)$ .
11. 已知定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $f(x)$  满足: ①  $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$  对任何实数  $x, y$  都成立; ② 存在实数  $x_1, x_2$ , 使  $f(x_1) \neq f(x_2)$ . 求证:
  - (1)  $f(0) = 1$ ;
  - (2)  $f(x) > 0$ .
12. 设映射  $f: X \rightarrow Y$ , 其中  $X, Y$  是非空集合, 则下列语句中正确的是 ( ).
  - A.  $Y$  中每一个元素必有原像
  - B.  $Y$  中的各元素只能有一个原像
  - C.  $X$  中的不同元素在  $Y$  中的像也不同
  - D.  $Y$  中至少存在一个元素, 它有原像
13. 集合  $M = \{a, b, c\}$  与  $P = \{x, y, z\}$  之间建立起四种对应关系 (如图), 则下列结论中正确的是 ( ).



- A. 只有  $f_2, f_3$  是从  $M$  到  $P$  的映射
  - B. 只有  $f_2, f_4$  是从  $M$  到  $P$  的映射
  - C. 只有  $f_3, f_4$  是从  $M$  到  $P$  的映射
  - D.  $f_1, f_2, f_3, f_4$  都是从  $M$  到  $P$  的映射
14. 设  $(x, y)$  在映射  $f$  下的像是  $(\frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2})$ , 则在  $f$  下  $(-5, 2)$  的原像是 ( ).
    - A.  $(-10, 4)$
    - B.  $(-3, -7)$
    - C.  $(-6, -4)$
    - D.  $(-\frac{3}{2}, -\frac{7}{2})$
  15. 在给定的映射  $f: (x, y) \mapsto (2x+y, xy) (x, y \in \mathbf{R})$  下, 点  $(\frac{1}{6}, -\frac{1}{6})$  的原像是 ( ).
    - A.  $(\frac{1}{6}, -\frac{1}{36})$
    - B.  $(\frac{1}{3}, -\frac{1}{2})$  或  $(-\frac{1}{4}, \frac{2}{3})$
    - C.  $(\frac{1}{36}, -\frac{1}{6})$
    - D.  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$  或  $(-\frac{2}{3}, \frac{1}{4})$

16. 已知集合  $M = \{x|0 \leq x \leq 6\}$ ,  $P = \{0 \leq y \leq 3\}$ , 则下列对应关系中, 不能作为从  $M$  到  $P$  的映射的是 ( ).

- A.  $f: x \mapsto y = \frac{1}{2}x$       B.  $f: x \mapsto y = \frac{1}{3}x$       C.  $f: x \mapsto y = x$       D.  $f: x \mapsto y = \frac{1}{6}x$

17. 设  $M = \mathbf{R}$ , 从  $M$  到  $P$  的映射  $f: x \mapsto y = \frac{1}{x^2 + 1}$ , 则像集  $P$  为 ( ).

- A.  $\{y|y \in \mathbf{R}\}$       B.  $\{y|y \in \mathbf{R}\}$       C.  $\{y|0 \leq y \leq 2\}$       D.  $\{y|0 < y \leq 1\}$

18. 若映射  $f: A \rightarrow B$  的像集是  $Y$ , 原像的集合是  $X$ , 则  $X$  与  $A$  的关系是\_\_\_\_\_,  $Y$  和  $B$  的关系是\_\_\_\_\_.

19. 若  $(x, y)$  在映射  $f$  下的像是  $(2x - y, x + 2y)$ , 则  $(-1, 2)$  在  $f$  下的原像是\_\_\_\_\_.

20. 已知  $(a, b)$  在映射  $f$  的像是  $(a - b, ab)$ , 则  $(2, 3)$  的原像是\_\_\_\_\_.

21. 已知  $f: x \mapsto y = x^2$  是从集合  $\mathbf{R}$  到集合  $M = \{x|x \geq 0\}$  的一个映射, 则  $M$  中的元素 1 在  $\mathbf{R}$  中的原像是\_\_\_\_\_,  $M$  中的元素  $t(t > 0)$  在  $\mathbf{R}$  中的原像是\_\_\_\_\_.

22. 从集合  $\{a\}$  到  $\{b, c\}$  的不同映射有\_\_\_\_\_个.

23. 从集合  $\{1, 2\}$  到  $\{5, 6\}$  的不同映射有\_\_\_\_\_个.

24. 已知集合  $A = \mathbf{Z}$ ,  $B = \{x|x = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$ ,  $C = \mathbf{R}$ , 且从  $A$  到  $B$  的映射是  $x \mapsto 2x - 1$ , 从  $B$  到  $C$  的映射是  $x \mapsto \frac{1}{3x + 1}$ , 则从  $A$  到  $C$  的映射是\_\_\_\_\_.

25.  $f$  是集合  $X = \{a, b, c\}$  到集合  $Y = \{d, e\}$  的一个映射, 则满足映射条件的“ $f$ ”共有 ( ).

- A. 5 个      B. 6 个      C. 7 个      D. 8 个

26. 若  $f: y = 3x + 1$  是从集合  $A = \{1, 2, 3, k\}$  到集合  $B = \{4, 7, a^4, a^2 + 3a\}$  的一个映射, 求自然数  $a, k$  的值及集合  $A, B$ .

27. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{x - 2}$  的定义域是 ( ).

- A.  $\{x|2 < x < 3\}$       B.  $\{x|x < 2 \text{ 或 } x > 3\}$       C.  $\{x|x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$       D.  $\{x|x < 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$

28. 若函数  $f(x)$  的定义域是  $[-1, 1]$ , 则函数  $f(x + 1)$  的定义域是 ( ).

- A.  $[-1, 1]$       B.  $[0, 2]$       C.  $[-2, 0]$       D.  $[0, 1]$

29. 在①  $y = x$  与  $y = \sqrt{x^2}$ ; ②  $y = \sqrt{x^2}$  与  $y = (\sqrt{x})^2$ ; ③  $y = |x|$  与  $y = \frac{x^2}{x}$ ; ④  $y = |x|$  与  $y = \sqrt{x^2}$ ; ⑤  $y = x^0$  与  $y = 1$  这五组函数中, 表示同一函数的组数是 ( ).

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

\*\*\*\*\*

30. 函数  $y = -x^2 - 2x + 3(-5 \leq x \leq 0)$  的值域是 ( ).

- A.  $(-\infty, 4]$       B.  $[3, 12]$       C.  $[-12, 4]$       D.  $[4, 12]$

31. 已知镭经过 100 年后剩下原来质量的 95.76

A.  $y = (\frac{0.9576}{100})^x$       B.  $y = (0.9576)^{100x}$       C.  $y = (0.9576)^{\frac{x}{100}}$       D.  $y = 1 - (1 - 0.9576)^{\frac{x}{100}}$

32. 函数  $y = x + \frac{|x|}{x}$  的图象是 ( ).

33. 求下列函数的定义域: (1)  $y = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x+1}$ : \_\_\_\_\_. (2)  $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2+3}}$ : \_\_\_\_\_. (3)  $y = \frac{x+5}{3x^2-2x-1}$ : \_\_\_\_\_. (4)  $y = \sqrt{6x-x^2-9}$ : \_\_\_\_\_. (5)  $y = \sqrt{4-x^2} + \frac{1}{|x|-1}$ : \_\_\_\_\_. (6)  $y = \frac{x^3-1}{x+|x|}$ : \_\_\_\_\_. (7)  $y = \frac{1}{|x|-x^2}$ : \_\_\_\_\_. (8)  $y = \sqrt{1-(\frac{x-1}{x+1})^2}$ : \_\_\_\_\_. (9)  $y = \frac{\sqrt{x^2-2x-15}}{|x+3|-8}$ : \_\_\_\_\_.

34. 求下列函数的值域: (1)  $y = 1 - \frac{1}{x+2}$ : \_\_\_\_\_. (2)  $y = \frac{3}{2x}$ : \_\_\_\_\_. (3)  $y = \frac{x+3}{x-3}$ : \_\_\_\_\_. (4)  $y = \frac{5x+3}{x-3}$ : \_\_\_\_\_. (5)  $y = 4 + \sqrt{2x+1}$ : \_\_\_\_\_. (6)  $y = \sqrt{x - \frac{1}{2}x^2}$ : \_\_\_\_\_. (7)  $y = \sqrt{-x^2+x+2}$ : \_\_\_\_\_. (8)  $y = \frac{2x^2+2x+3}{x^2+x+1}$ : \_\_\_\_\_. 21. (1) 若函数  $f(x)$  满足  $f(2x) = (1-\sqrt{2}x)(1+\sqrt{2}x)$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_. (2) 若函数  $f(x)$  满足  $f(\sqrt{x}+1) = x + 2\sqrt{x}$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_. (3) 若函数  $f(x)$  满足  $f(\frac{1}{x}) = \frac{x}{1-x^2}$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_. (4) 若函数  $f(x) = 2x+1$ ,  $g(x) = x^2+2$ , 满足  $f(g(x)) = g(f(x))$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_. (5) 若函数  $f(x)$  满足  $f(x+1) = 2x^2+1$ , 则  $f(x-1) =$  \_\_\_\_\_. (6) 若一次函数  $f(x)$  满足  $f(f(x)) = 1+2x$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_. (7) 若  $f(x^2-x) = x^4-2x^3+x^2+1$ , 则  $f(f(x)) =$  \_\_\_\_\_. (8) 若函数  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ , 则  $f(f(x)) =$  \_\_\_\_\_,  $f(f(f(x))) =$  \_\_\_\_\_.

35. 若  $-b < a < 0$ , 且函数  $d(x)$  的定义域是  $[a, b]$ , 则函数  $F(x) = f(x) + f(-x)$  的定义域是 ( ).

A.  $[a, b]$       B.  $[-b, -a]$       C.  $[-b, b]$       D.  $[a, -a]$

36. 若  $f(x)$  的定义域是  $[0, 1]$ , 且  $f(x+m) + f(x-m)$  的定义域是  $\emptyset$ , 则正数  $m$  的取值范围是 ( ).

A.  $0 < m < 1$       B.  $0 < m \leq \frac{1}{2}$       C.  $0 < m < \frac{1}{2}$       D.  $m > \frac{1}{2}$

37. 函数  $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$  的值域是 ( ).

A.  $(-1, 1)$       B.  $[-1, 1]$       C.  $[-1, 1)$       D.  $(-1, 1]$

38. 若  $2x^2-3x \leq 0$ , 则函数  $f(x) = x^2+x+1$  ( ).

A. 有最小值  $\frac{3}{4}$ , 但无最大值      B. 有最小值  $\frac{3}{4}$ , 有最大值 1      C. 有最小值 1 有最大值  $\frac{19}{4}$       D. 既无最小值, 也无最大值

39. 函数  $f(x) = |1-x| - |x-3| (x \in \mathbf{R})$  的值域是 ( ).

A.  $[-2, 2]$       B.  $[-1, 3]$       C.  $[-3, 1]$       D.  $[0, 4]$

40. (1) 若函数  $f(x)$  的定义域是  $[0, 1]$ , 分别求函数  $f(1-2x)$  和  $f(x+a) (a > 0)$  的定义域. (2) 若函数  $f(x+1)$  的定义域是  $[-2, 3]$ , 求函数  $f(\frac{1}{x}+2)$  的定义域.

41. 求下列函数的值域: (1)  $y = \frac{2x}{x^2+x+1}$ . (2)  $y = \frac{x^2+x-1}{x^2+x+1}$ . (3)  $y = \frac{x^2-1}{x^2-5x+4}$ .

42. (1) 若实数  $x, y$  满足  $3x^2 + 2y^2 = 6x$ , 分别求  $x$  与  $x^2 + y^2$  的取值范围. (2) 若实数  $x, y$  满足  $x^2 + y^2 = 2x$ , 求  $x^2 - y^2$  的取值范围.
43. 求下列函数的值域: (1)  $y = 3x - 2 + \sqrt{3 - 2x}$ . (2)  $y = 2x + \sqrt{2x - 1}$ . (3)  $y = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) + 15$ .
44. (1) 已知函数  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  在  $[0, m]$  上有最大值 3, 最小值 2, 求正数  $m$  的取值范围. (2) 已知函数  $y = x^2 + mx - 1$  在区间  $[0, 3]$  上有最小值 -2, 求实数  $m$  的值. (3) 当  $x \geq 0$  时, 求函数  $f(x) = x^2 + 2ax$  的最小值.
45. 已知函数  $f(x) = \frac{ax}{2x + 3} (x \neq -\frac{3}{2})$  满足  $f(f(x)) = x$ , 求实数  $a$  的值.
46. (1) 已知  $f(x)$  是二次函数, 且满足  $f(2x) + f(3x + 1) = 13x^2 + 6x - 1$ , 求  $f(x)$  的表达式. (2) 已知函数  $f(x)$  的定义域是一切非零实数, 且满足  $3f(x) + 2f(\frac{1}{x}) = 4x$ , 求  $f(x)$  的表达式.
47. (1) 作 (画) 出下列函数的图象: ①  $y = 1 + \frac{|x|}{x}$ ; ②  $y = x - |1 - x|$ ; ③  $y = |x^2 - 4x + 3|$ ; ④  $y = \frac{x^3 + x}{|x|}$ ; ⑤  $y = \frac{(x + \frac{1}{2})^0}{|x| - x}$ . (2) 已知  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ , 画出函数  $y = \frac{1}{2}[f(x) + |f(x)|]$  的图象. (3) 已知  $f(x) = |x|$ ,  $x \in [-1, 1]$ , 作出函数  $y = f(x + 1) + 1$  的图象.
48. (1) 将进货单价为 40 元的商品按每件 50 元出售时, 每月能卖出 500 个, 已知这批商品在销售单价的基础上每涨价 1 元, 其月销售数就减少 10 个, 为了每月赚取最大利润, 销售单价应定为多少? (2) 飞机飞行 1 时的耗费由两部分组成: 固定部分 4900 元, 变动部分  $P$  与飞机飞行速度  $v$  (千米/时) 的函数关系是  $P = 0.01v^2$ . 已知甲、乙两地相距为一常数  $a$  (千米), 试写出飞机从甲地飞到乙地的总耗费  $y$  与飞机速度  $v$  的函数关系式, 并写出耗费最小时飞机的飞行速度. 二、幂函数
49. 求证: 函数  $f(x) = x^3$  在  $x \in \mathbf{R}$  上是增函数.
50. 已知奇函数  $y = f(x)$  在  $x < 0$  时是减函数, 求证:  $y = f(x)$  在  $x > 0$  时也是减函数.
51. 已知  $f(x)$  是奇函数, 且当  $x > 0$  时  $f(x) = x(1 - x)$ , 求  $f(x)$  在  $x < 0$  时的表达式.
52. 已知函数  $y = f(x)$  满足  $f(x) = f(4 - x) (x \in \mathbf{R})$ , 且  $f(x)$  在  $x > 2$  时为增函数, 记  $a = f(\frac{3}{5})$ ,  $b = f(\frac{6}{5})$ ,  $c = f(4)$ , 则  $a, b, c$  之间的大小关系是 ( ).
- A.  $c > a > b$                       B.  $c > b > a$                       C.  $b > a > c$                       D.  $a > c > d$
53. 画出函数  $y = x^2 - 2|x| - 1$  的图象.
54. 求函数  $y = \frac{x - 2}{2x + 1}$  的值域.
55. 已知函数  $f(x) = (x - 1)^2 (x \leq 1)$ , 又  $f(x)$  和  $\varphi(x)$  的图象关于直线  $y = x$  对称, 求  $\varphi(x)$  的表达式.
56. 求实数  $m$  的范围, 使关于  $x$  的方程  $x^2 + 2(m - 1)x + 2m + 6 = 0$ : (1) 有两个实数根, 且一个比 2 大, 另一个比 2 小. (2) 有两个实数根, 且都比 1 大. (3) 有两个实数根  $\alpha, \beta$ , 且满足  $0 < \alpha < 1 < \beta < 4$ . (4) 至少有一个正根.

57. 就参数  $m$  讨论方程  $x^2 - 2|x| - m = 0$  的解的情况. 【训练题】(一) 分数指数幂与根式

58. 下列记数中, 符合科学记数法的是 ( ).

- A.  $35.6 \times 10^{-25}$       B.  $0.356 \times 10^{-23}$       C.  $3.56 \times 10^{-24}$       D.  $356 \times 10^{-26}$

59. 计算  $3^{-1} \times 2^{-2} \div 4^{-2}$  的结果是 ( ).

- A.  $\frac{1}{192}$       B.  $\frac{4}{3}$       C.  $\frac{1}{12}$       D.  $-\frac{4}{3}$

60. 下列各式中, 正确的是 ( ).

- A.  $(-1)^0 = -1$       B.  $(-1)^{-1} = 1$       C.  $3a^{-2} = \frac{1}{3a^2}$       D.  $(-x)^5 \div (-x)^3 = x^2$

61. 下列各式中, 计算正确的是 ( ).

- A.  $(-0.125) \div (-0.5)^{-3} = 1$       B.  $10^{-4}(\sqrt{5})^0 = -10000$       C.  $(\frac{1}{3})^0 \div 3^{-1} = 3$       D.  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^0 - (\sqrt{3})^2 - (-\sqrt{2})^2 = 1 - 3 + 2 = 0$

62. 化简  $\frac{1}{3}x\sqrt{9x} - x^2\sqrt{\frac{1}{x}}$  的结果是 ( ).

- A.  $\sqrt{x}$       B.  $x(1-x^2)\sqrt{x}$       C.  $x^2(1-x\sqrt{x})$       D. 0

63. 化简  $\frac{a^{-2} - b^{-2}}{a^2 - b^2}$  的结果是 ( ).

- A. -1      B.  $-\frac{1}{a^2b^2}$       C.  $a^{-1} + b^{-1}$       D.  $\frac{1}{a^2b^2}$

64. 已知  $x = 1 - 2^s$ ,  $y = 1 - 2^{-s}$ , 则  $y$  等于 ( ).

- A.  $\frac{x-1}{x}$       B.  $\frac{2-x}{1-x}$       C.  $\frac{x}{x-1}$       D.  $\frac{x-2}{x-1}$

65. 计算  $\sqrt{(3-\pi)^2}$  的结果是 ( ).

- A.  $3 - \pi$       B.  $\pi - 3$       C.  $\pi + 3$       D.  $-\pi - 3$

66. 若  $(\sqrt[n]{-3})^n$  有意义, 则  $n$  一定是 ( ).

- A. 正偶数      B. 自然数      C. 正奇数      D. 整数

67. 在 “①  $\sqrt[4]{(-4)^{2n}}$ , ②  $\sqrt[4]{(-4)^{2n+1}}$ , ③  $\sqrt[5]{-x^2}$ , ④  $\sqrt[5]{-x^2}(n \in \mathbf{N})$ ” 这四个式子中, 有意义的 ( ).

- A. 是① ② ③ ④      B. 只有③ ④      C. 只有① ③ ④      D. 只有④

68. 若  $\sqrt[4]{4a^2 - 4a + 1} = \sqrt[3]{1 - 2a}$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( ).

- A.  $a < 2$       B.  $a = \frac{1}{2}$  或 0      C.  $a > \frac{1}{2}$       D.  $R$

69. 在 “①  $0^{-1}$ , ②  $0^{-\frac{1}{2}}$ , ③  $0^0$ , ④  $0^{0.2}$ ” 这四个式子中, 有意义的个数是 ( ).

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

70. 下列各式中正确的是 ( ).

- A.  $-4^0 = 1$       B.  $(5^{-\frac{1}{2}})^2 = 5$       C.  $(-3^{m-n})^2 = 9^{m-n}$       D.  $(-2)^{-1} = \frac{1}{2}$

71. 计算  $[(-3)^2]^{\frac{1}{2}} - (-10)^0$  的值等于 ( ).

- A. -2      B. 2      C. -4      D. 4

72. 下列计算中正确的是 ( ).

- A.  $a^{\frac{8}{3}} \cdot a^{\frac{3}{8}} = a$       B.  $a^{\frac{8}{3}} \cdot a^{-\frac{8}{3}} = 0$       C.  $a^{\frac{8}{3}} \div a^{\frac{1}{3}} = a^8$       D.  $a^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{6}}$

73. 下列计算中正确的是 ( ).

- A.  $a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{4}{3}} = a$       B.  $a^{\frac{3}{4}} \div a^{\frac{3}{4}} = a$       C.  $a^{-4} \div a^4 = 0$       D.  $(a^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}} = a$

74. 化简  $(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}})(-3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}) \div (\frac{1}{3}a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}})$  的结果是 ( ).

- A.  $6a$       B.  $-a$       C.  $-9a$       D.  $9a$

75. 将  $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}}$  化成不含根号的式子是 ( ).

- A.  $-2^{\frac{1}{2}}$       B.  $-2^{-\frac{1}{2}}$       C.  $-2^{\frac{1}{3}}$       D.  $-2^{\frac{2}{3}}$

76. 将  $(a^{\frac{1}{n}} + b^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{3}}$  表示成根式的形式是 ( ).

- A.  $\sqrt[3]{a^{\frac{1}{n}} + b^{\frac{1}{n}}}$       B.  $(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b})^{\frac{1}{3}}$       C.  $\sqrt[3]{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}$       D.  $(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b})^3$

77. 计算下列各式: (1)  $\sqrt{12} - \sqrt{3} \div (2 + \sqrt{3}) =$  \_\_\_\_\_. (2)  $(\sqrt{12} - \sqrt{\frac{1}{2}} - 2\sqrt{\frac{1}{3}}) - (\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{18}) =$  \_\_\_\_\_.

(3)  $(\sqrt{3}+2)^{1997} \times (\sqrt{3}-2)^{1988} =$  \_\_\_\_\_. (4)  $\frac{2\sqrt{10}-5}{4-\sqrt{10}} =$  \_\_\_\_\_. (5)  $4\sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{1000} + 2\sqrt{10} =$  \_\_\_\_\_.

(6)  $\frac{1}{(2+\sqrt{3})^2} + \frac{1}{(2-\sqrt{3})^2} =$  \_\_\_\_\_. (7)  $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}} =$  \_\_\_\_\_.

78. 将下列各式改写成不含分数指数幂的根式形式 (要求分母不含有根式形式): (1)  $3x^{-\frac{3}{2}} =$  \_\_\_\_\_. (2)  $a^{\frac{1}{2}} \cdot$

$b^{-\frac{1}{2}} =$  \_\_\_\_\_. (3)  $(a+b)^{\frac{1}{2}} \cdot (a-b)^{-\frac{4}{3}} =$  \_\_\_\_\_.

79. 将下列根式改写成分数指数幂的形式: (1)  $\sqrt[4]{a^3} =$  \_\_\_\_\_. (2)  $\sqrt[5]{b^8} =$  \_\_\_\_\_. (3)  $\sqrt[4]{x^2+y^2} =$  \_\_\_\_\_.

(4)  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{y^4}} =$  \_\_\_\_\_. (5)  $\sqrt{2\sqrt{2}} =$  \_\_\_\_\_. (6)  $-\frac{1}{\sqrt{27x}} =$  \_\_\_\_\_. (7)  $\sqrt[4]{\frac{4}{3ab^3}} =$  \_\_\_\_\_. (8)  $2\sqrt[6]{(m-n)^{-2}} =$  \_\_\_\_\_.

( $m < n$ ).

80. 判断下列命题是否正确: (1)  $2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 2$ : \_\_\_\_\_. (2)  $(\frac{1}{8})^{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{2}$ : \_\_\_\_\_. (3) 若  $a \in \mathbf{R}$ , 则

$(a-1)^0 = 1$ : \_\_\_\_\_. (4)  $a^x + a^y = a^{x+y}$ : \_\_\_\_\_. (5)  $\sqrt[3]{-5} = \sqrt[6]{(-5)^2} = \sqrt[6]{25}$ : \_\_\_\_\_.

81. 计算下列各式: (1)  $(\frac{81}{625})^{-\frac{3}{4}} =$  . (2)  $(0.064)^{-\frac{1}{3}} =$  . (3)  $(2\sqrt{2})^{-\frac{1}{3}} =$  . (4)  $[(-3)^2]^{\frac{3}{2}} =$  .  
 (5)  $(-0.027)^{-\frac{2}{3}} =$  . (6)  $(-0.001)^{-\frac{4}{3}} =$  . (7)  $5\frac{4}{5} \times 125 \times 25^{-0.4} =$  . (8)  $(8+2 \times 15\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} =$  . (9)  $(4-12\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} =$  . (10)  $(0.25)^{-0.5} + (\frac{1}{27})^{-\frac{1}{3}} - 625^{0.25} =$  .

82. 化简下列各式: (1)  $2x^{-\frac{1}{3}}(\frac{1}{2}x^{\frac{1}{3}} - 2x^{-\frac{2}{3}}) - (-3.5)^0 =$  . (2)  $(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}) =$  .  
 (3)  $(\frac{b^3}{2a^2}) \div (-\frac{4b^3}{a^{-7}}) \times (-\frac{b^2}{a})^3 =$  . (4)  $(2a^{\frac{1}{4}}b^{-\frac{1}{3}})(-3a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}}) \div (-\frac{1}{4}a^{-\frac{1}{4}}b^{-\frac{2}{3}}) =$  .

83. 若  $a = 1.5^{-\frac{1}{2}}$ ,  $b = 0.5^{-\frac{1}{2}}$ ,  $c = 1$ , 则它们的大小顺序是 ( ).

A.  $a < c < b$

B.  $a < b < c$

C.  $c < b < a$

D.  $b < c < a$

84. (1) 若  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ , 则  $[a^{-\frac{3}{2}}b(ab^{-2})^{-\frac{1}{2}}(a^{-1})^{-\frac{2}{3}}]^3 =$  . (2) 若  $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 2$ , 则: ①  $a + a^{-1} =$  ; ②  $a^2 + a^{-2} =$  ; ③  $a^4 + a^{-4} =$  . (3) 若  $10^\alpha = 2^{-\frac{1}{2}}$ ,  $10^\beta = \sqrt[3]{32}$ , 则  $10^{2\alpha - \frac{3}{4}\beta} =$  .

85. 计算下列各式: (1)  $(\frac{1}{125})^{-\frac{1}{3}} + (-2)^{-2} + (-2)^0$ . (2)  $(2\frac{7}{9})^{\frac{1}{2}} - (-0.027)^{-\frac{1}{3}} - (-\sqrt{3})^{-2} + \pi^0$ . (3)  $5 - 3 \times [(-3\frac{3}{8})^{-\frac{1}{3}} + 1031 \times (0.25 - 2^{-2})] \div 9^0$ . (4)  $(0.027)^{\frac{1}{3}} - (-\frac{1}{6})^{-2} + 256^{0.75} - |-3^{-1}| + (-5.555)^0$ . (5)  $(2.25)^{0.5} + (-4.3)^0 - (3\frac{3}{8})^{-\frac{2}{3}} + \frac{3^{-2} - 2^{-2}}{3^{-1} - 2^{-1}}$ . (6)  $(0.25)^{-2} + (\frac{8}{27})^{\frac{1}{3}} + (\frac{1}{8})^{-\frac{2}{3}} - (\frac{1}{16})^{-0.75}$ .

86. 计算或化简下列各式: (1)  $\sqrt[3]{m^{\frac{9}{2}}} \cdot \sqrt{m^{-3}} \div \sqrt{\sqrt[3]{m^{-7}}} \cdot \sqrt[3]{m^{13}} (m > 0)$ . (2)  $(x - y) \div (x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) - (x + y - 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}) \div (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}) (x > y > 0)$ . (3)  $(8y^{-\frac{1}{3}}\sqrt{x^{-\frac{1}{3}}y}\sqrt[4]{x^{\frac{1}{3}}})^{\frac{1}{3}}$ . (4)  $\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{2xy}{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}$ . (5)  $(5 + \sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) \div (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot \{2 - [2 + (2 + 3\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}}\}^{\frac{1}{2}}$ .

87. 化简下列各式: (1)  $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ . (2)  $(x^{\frac{a+b}{c-a}})^{\frac{1}{b-c}} \cdot (x^{\frac{x+a}{b-c}})^{\frac{1}{a-b}} \cdot (x^{\frac{b+c}{a-b}})^{\frac{1}{c-a}}$ . (3)  $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}(\frac{a-b}{a+b})^{\frac{p+q}{p-q}}$ .  
 $[(\frac{a+b}{a-b})^{\frac{2p}{p-q}} + (\frac{a+b}{a-b})^{\frac{2q}{p-q}}]$ .

88. 当  $a = 0.001$  时, 求  $\frac{\frac{4}{a^{\frac{1}{3}}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{\frac{2}{a^{\frac{1}{3}} + 2\sqrt[3]{ab}} + 4b^{\frac{1}{3}}} \div (1 - 2\sqrt[3]{\frac{b}{a}})$  的值.

89. 求证:  $\frac{1}{1+x^{a-b}+x^{a-c}} + \frac{1}{1+x^{b-c}+x^{b-a}} + \frac{1}{1+x^{c-a}+x^{c-b}} = 1$ . (二) 幂函数

90. 已知幂函数  $f(x)$  的图象经过点  $(2, \frac{\sqrt{2}}{2})$ , 则  $f(4)$  的值等于 ( ).

A. 16

B.  $\frac{1}{16}$

C.  $\frac{1}{2}$

D. 2

91. 下列幂函数中, 定义域为  $\{x|x > 0\}$  的是 ( ).

- A.  $y = x^{\frac{2}{3}}$  B.  $y = x^{\frac{3}{2}}$  C.  $y = x^{-\frac{2}{3}}$  D.  $y = x^{-\frac{3}{2}}$

92. 幂函数  $y = x^n (n \in \mathbf{Z})$  的图象一定不经过 ( ).

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

\*71. 函数  $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$  的图象是 ( ).

93. 幂函数  $y = x^m$  和  $y = x^n$  在第一象限内的图象  $C_1$  和  $C_2$  图象所示, 则  $m, n$  之间的关系是 ( ).

- A.  $n < m < 0$  B.  $m < n < 0$  C.  $n > m > 0$  D.  $m > n > 0$

\*73. 图中,  $C_1, C_2, C_3$  为幂函数  $y = x^a$  在第一象限的图象, 则解析式中的指数  $a$  依次可以取 ( ).

- A.  $\frac{4}{3}, -2, \frac{3}{4}$  B.  $-2, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}$  C.  $-2, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}$  D.  $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, -2$

\*74. 求下列函数的定义域与值域: (1)  $y = x^{\frac{5}{6}}x \in \underline{\hspace{2cm}}, u \in \underline{\hspace{2cm}}$ . (2)  $y = x^{\frac{5}{5}}x \in \underline{\hspace{2cm}}, u \in \underline{\hspace{2cm}}$ . (3)  $y = x^{\frac{5}{5}}x \in \underline{\hspace{2cm}}, u \in \underline{\hspace{2cm}}$ . (4)  $y = x^{-\frac{5}{4}}x \in \underline{\hspace{2cm}}, u \in \underline{\hspace{2cm}}$ . (5)  $y = x^{-\frac{5}{3}}x \in \underline{\hspace{2cm}}, u \in \underline{\hspace{2cm}}$ . (6)  $y = x^{-\frac{2}{3}}x \in \underline{\hspace{2cm}}, u \in \underline{\hspace{2cm}}$ . (7)  $y = -2(x + \frac{1}{4})x \in \underline{\hspace{2cm}}, u \in \underline{\hspace{2cm}}$ . (8)  $y = 5(2x - 1)^{\frac{3}{4}}x \in \underline{\hspace{2cm}}, u \in \underline{\hspace{2cm}}$ .

94. 将下列函数图象的标号, 填在相应函数后面的横线上: \* (1)  $y = x^{\frac{2}{3}}$ :                     . (2)  $y = x^{-2}$ :                     . (3)  $y = x^{\frac{1}{2}}$ :                     . (4)  $y = x^{-1}$ :                     . (5)  $y = x^{\frac{1}{3}}$ :                     . \* (6)  $y = x^{\frac{3}{2}}$ :                     . \* (7)  $y = x^{\frac{4}{3}}$ :                     . (8)  $y = x^{-\frac{1}{2}}$ :                     . \* (9)  $y = x^{\frac{5}{3}}$ :                     .

- A. B. C. D. (E) (F)

(G) (H) (I) (第 75 题)

95. (1) 若幂函数  $y = x^n$  的图象在  $0 < x < 1$  时位于直线  $y = x$  的下方, 则  $n$  的取值范围是                     . (2) 若幂函数  $y = x^n$  的图象在  $0 < x < 1$  时位于直线  $y = x$  的上方, 则  $n$  的取值范围是                     . \* (3) 函数  $f(x) = x^{k^2-2k-3} (k \in \mathbf{Z})$  的图象如图所示, 则  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ . (第 76(3) 题)

96. 幂函数  $y = x^p$  与  $y = x^q$  的图象都通过定点                     , 它们在第一象限部分关于直线  $y = x$  对称, 则  $p, q$  应满足的条件是                     .

97. 确定实数  $a$  的取值范围: (1)  $2.4^a > 2.5^a$ . (2)  $(\frac{3}{4})^{-a} > (\frac{4}{3})^{-a}$ . (3)  $a^{-2} > 3^{-2}$ . (4)  $0.01^{-3} > a^{-3}$ .

98. 将下列各组数从小到大排列: (1)  $2.5^{\frac{2}{3}}, (-1.4)^{\frac{2}{3}}, (-3)^{\frac{1}{3}}$ :                     . (2)  $4.1^{\frac{2}{5}}, 3.8^{-\frac{2}{3}}, (-1.9)^{\frac{3}{5}}$ :                     . (3)  $0.16^{-\frac{3}{4}}, 0.5^{-\frac{3}{2}}, 6.25^{\frac{8}{3}}$ :                     .

99. 已知函数  $y = x^{n^2-2n-3} (n \in \mathbf{Z})$  的图象与两坐标轴都无公共点, 且其图象关于  $y$  轴对称, 求  $n$  的值, 并画出相应的函数图象. (三) 函数的单调性



100. 函数  $y = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$  为减函数的区间是 ( ).
- A.  $(-\infty, -3]$ . B.  $[-1, +\infty)$ . C.  $(-\infty, -1]$ . D.  $[1, +\infty)$ .
101. 若函数  $y = (2k + 1)x + b$  在  $(-\infty, +\infty)$  上是减函数, 则 ( ).
- A.  $k > \frac{1}{2}$ . B.  $k < \frac{1}{2}$ . C.  $k > -\frac{1}{2}$ . D.  $k < -\frac{1}{2}$ .
102. 若函数  $f(x) = 4x^2 - mx + 5$  在区间  $[-2, +\infty)$  上是增函数, 在区间  $(-\infty, -2]$  上是减函数, 则  $f(1)$  等于 ( ).
- A. -7. B. 1 C. 17 D. 25
103. 若函数  $y = x^2 + 2(a - 2)x + 5$  在区间  $(4, +\infty)$  上是增函数, 则实数  $a$  的取值范围是 ( ).
- A.  $a \leq -2$ . B.  $a \geq -2$ . C.  $a \leq -6$ . D.  $a \geq -6$ .
104. 下列函数中, 在区间  $(0, 2)$  上为增函数的是 ( ).
- A.  $y = -3x + 1$ . B.  $y = \sqrt[3]{x}$ . C.  $y = x^2 - 4x + 3$ . D.  $y = \frac{4}{x}$ .
105. 若函数  $f(x)$  在定义域  $R$  上为增函数, 且  $f(x) < 0$ , 则下列函数在  $R$  上为增函数的是 ( ).
- A.  $y = |f(x)|$ . B.  $y = \frac{1}{f(x)}$  C.  $y = [f(x)]^2$ . D.  $y = [f(x)]^3$ .
106. (1) 函数  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$  为增函数的区间是\_\_\_\_\_, 为减函数的区间是\_\_\_\_\_. (2) 函数  $y = \frac{1}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}$  为增函数的区间是\_\_\_\_\_. (3) 函数  $y = |3x - 5|$  为减函数的区间是\_\_\_\_\_. (4) 函数  $y = |x^2 - 2x - 3|$  为增函数的区间是\_\_\_\_\_. (5) 函数  $y = \frac{1 - x}{1 + x}$  为减函数的区间是\_\_\_\_\_.
107. 定义在  $[1, 3]$  上的函数  $f(x)$  为减函数, 求满足不等式  $f(1 - a) - f(3 - a^2) > 0$  的解集.
108. (1) 已知  $f(x) = -x^3 - x + 1 (x \in \mathbf{R})$ , 求证  $y = f(x)$  在定义域上为减函数. (2) 求证: 函数  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  在  $(0, 1)$  上是减函数, 在  $(1, +\infty)$  上是增函数. (3) 求证:  $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x}$  在定义域上是增函数. (4) 已知常数  $m, n$  满足  $mn < 2$ , 求证: 函数  $f(x) = \frac{mx + 1}{2x + n}$  在  $(-\frac{n}{2}, +\infty)$  上为减函数.
109. 已知  $f(x) = x^2 + 1$ ,  $g(x) = x^4 + 2x^2 + 2$ , 是否存在实数  $\lambda$ , 使得  $F(x) = g(x) - \lambda f(x)$  在  $(-\infty, -1)$  上是减函数, 在  $(-1, 0)$  上是增函数?
110. 已知函数  $f(x)$  在区间  $(-\infty, +\infty)$  上是增函数, 又实数  $a, b$  满足  $a + b \geq 0$ , 求证:  $f(a) + f(b) \geq f(-a) + f(-b)$ .
111.  $f(x)$  是定义在  $R^+$  的增函数, 且  $f(\frac{x}{y}) = f(x) - f(y)$ . (1) 求  $f(1)$  的值. (2) 若  $f(6) = 1$ , 解不等式  $f(x + 3) - f(\frac{1}{x}) < 2$ . (四) 函数的奇偶性
112. 若  $f(x) = (m - 1)x^2 + 3mx + 3$  为偶函数, 则  $f(x)$  在区间  $(-4, 2)$  上 ( ).
- A. 是增函数 B. 是减函数 C. 先是增函数后是减函数 D. 先是减函数后是增函数

113. 函数  $f(x) = \begin{cases} 1-x, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1+x, & x < 0, \end{cases}$  则该函数 ( ).

- A. 是奇函数, 但不是偶函数    B. 是偶函数, 但不是奇函数    C. 既是奇函数, 也是偶函数    D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

114. 下列函数中既是奇函数, 又在定义域上为增函数的是 ( ).

- A.  $f(x) = 3x + 1$ .    B.  $f(x) = \frac{1}{x}$ .    C.  $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ .    D.  $f(x) = x^3$ .

115. 若  $f(x)$  为定义在区间  $[-6, 6]$  上的偶函数, 且满足  $f(3) > f(1)$ , 则恒成立的是 ( ).

- A.  $f(-1) < f(3)$ .    B.  $f(0) < f(6)$ .    C.  $f(3) > f(2)$ .    D.  $f(2) > f(0)$ .

116. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2-|x+2|}$  ( ).

- A. 是奇函数, 但不是偶函数    B. 是偶函数, 但不是奇函数    C. 既是奇函数, 又是偶函数    D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

117. 已知  $f(x)$  是奇函数, 则下列各点中在函数  $y = f(x)$  的图象上的点的是 ( ).

- A.  $(a, f(-a))$ .    B.  $(-a, -f(a))$ .    C.  $(\frac{1}{a}, -f(\frac{1}{a}))$ .    D.  $(-\sin a, -f(-\sin a))$ .

118. (1) 若  $f(x)$  是定义在  $R$  上的偶函数, 且当  $x < 0$  时,  $f(x) = 2x - 3$ , 则当  $x > 0$  时,  $f(x) =$ \_\_\_\_\_. (2) 若奇函数  $f(x)$  的定义域是  $R$ , 则  $f(0) =$ \_\_\_\_\_.

119. (1) 若奇函数  $f(x)$  在区间  $[-3, -1]$  上是增函数, 且有最大值-2, 则  $f(x)$  在  $[1, 3]$  上是\_\_\_\_\_函数 (填“增”或“减”), 且最小值等于\_\_\_\_\_. (2) 设  $f(x)$  为定义在  $R$  上的偶函数, 且  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上是增函数, 则  $f(-4), f(-2), f(3)$  由小到大的排列顺序为\_\_\_\_\_.