

必修第一章复习题 A 组

- 用列举法表示下列集合:
  - 十二生肖组成的集合;
  - 中国国旗上所有颜色组成的集合.
- 用描述法表示下列集合:
  - 平面直角坐标系中第一象限的角平分线上的所有点组成的集合;
  - 3 的所有倍数组成的集合.
- (1) 若  $\alpha: x^2 - 5x + 6 = 0$ ,  $\beta: x = 2$ , 则  $\alpha$  是  $\beta$  的\_\_\_\_\_条件; (2) 若  $\alpha$ : 四边形  $ABCD$  是正方形,  $\beta$ : 四边形  $ABCD$  的两条对角线互相垂直平分, 则  $\alpha$  是  $\beta$  的\_\_\_\_\_条件.
- 已知方程  $x^2 + px + 4 = 0$  的所有解组成的集合为  $A$ , 方程  $x^2 + x + q = 0$  的所有解组成的集合为  $B$ , 且  $A \cap B = \{4\}$ . 求集合  $A \cup B$  的所有子集.
- 已知集合  $A = (-2, 1)$ ,  $B = (-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$ . 求:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ .
- 已知全集  $U = (-\infty, 1) \cup [2, +\infty)$ , 集合  $A = (-1, 1) \cup [3, +\infty)$ . 求  $A$ .
- 已知集合  $A = \{x|x^2 + px + q = 0\}$ ,  $B = \{x|x^2 - x + r = 0\}$ , 且  $A \cap B = \{-1\}$ ,  $A \cup B = \{-1, 2\}$ . 求实数  $p$ 、 $q$ 、 $r$  的值.
- 设  $a$  是实数. 若  $x = 1$  是  $x > a$  的一个充分条件, 则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
- 已知陈述句  $\alpha$  是  $\beta$  的充分非必要条件. 若集合  $M = \{x|x \text{ 满足 } \alpha\}$ ,  $N = \{x|x \text{ 满足 } \beta\}$ , 则  $M$  与  $N$  的关系为 ( ).  
A.  $M \subset N$                       B.  $M \supset N$                       C.  $M = N$                       D.  $M \cap N = \emptyset$
- 证明: 若梯形的对角线不相等, 则该梯形不是等腰梯形.

必修第一章复习题 B 组

- 若集合  $M = \{a|a = x + \sqrt{2}y, x, y \in \mathbf{Q}\}$ , 则下列结论正确的是 ( ).  
A.  $M \subseteq \mathbf{Q}$                       B.  $M = \mathbf{Q}$                       C.  $M \supset \mathbf{Q}$                       D.  $M \subset \mathbf{Q}$
- 若  $\alpha$  是  $\beta$  的必要非充分条件,  $\beta$  是  $\gamma$  的充要条件,  $\gamma$  是  $\delta$  的必要非充分条件, 则  $\delta$  是  $\alpha$  的\_\_\_\_\_条件,  $\gamma$  是  $\alpha$  的\_\_\_\_\_条件.
- 已知全集  $U = \{x|x \text{ 为不大于 } 20 \text{ 的素数}\}$ . 若  $A \cap \bar{B} = \{3, 5\}$ ,  $\bar{A} \cap B = \{7, 19\}$ ,  $\overline{A \cup B} = \{2, 17\}$ , 则  $A =$ \_\_\_\_\_,  $B =$ \_\_\_\_\_.
- 已知集合  $P = \{x|-2 \leq x \leq 5\}$ ,  $Q = \{x|x \geq k+1 \text{ 且 } x \leq 2k-1\}$ , 且  $Q \subseteq P$ . 求实数  $k$  的取值范围.

5. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x|x \leq a-1\}$ ,  $B = \{x|x > a+2\}$ ,  $C = \{x|x < 0 \text{ 或 } x \geq 4\}$ , 且  $\overline{A \cup B} \subseteq C$ . 求实数  $a$  的取值范围.
6. 已知集合  $A = \{x|(a-1)x^2 + 3x - 2 = 0\}$ . 是否存在这样的实数  $a$ , 使得集合  $A$  有且仅有两个子集? 若存在, 求出实数  $a$  的值及对应的两个子集; 若不存在, 说明理由.
7. 证明:  $\sqrt[3]{2}$  是无理数.

#### 必修第一章复习题 B 组

1. 若集合  $M = \{a|a = x + \sqrt{2}y, x, y \in \mathbf{Q}\}$ , 则下列结论正确的是 ( ).
- A.  $M \subseteq \mathbf{Q}$                       B.  $M = \mathbf{Q}$                       C.  $M \supset \mathbf{Q}$                       D.  $M \subset \mathbf{Q}$
2. 若  $\alpha$  是  $\beta$  的必要非充分条件,  $\beta$  是  $\gamma$  的充要条件,  $\gamma$  是  $\delta$  的必要非充分条件, 则  $\delta$  是  $\alpha$  的\_\_\_\_\_条件,  $\gamma$  是  $\alpha$  的\_\_\_\_\_条件.
3. 已知全集  $U = \{x|x \text{ 为不大于 } 20 \text{ 的素数}\}$ . 若  $A \cap \overline{B} = \{3, 5\}$ ,  $\overline{A} \cap B = \{7, 19\}$ ,  $\overline{A \cup B} = \{2, 17\}$ , 则  $A =$ \_\_\_\_\_,  $B =$ \_\_\_\_\_.
4. 已知集合  $P = \{x|-2 \leq x \leq 5\}$ ,  $Q = \{x|x \geq k+1 \text{ 且 } x \leq 2k-1\}$ , 且  $Q \subseteq P$ . 求实数  $k$  的取值范围.
5. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x|x \leq a-1\}$ ,  $B = \{x|x > a+2\}$ ,  $C = \{x|x < 0 \text{ 或 } x \geq 4\}$ , 且  $\overline{A \cup B} \subseteq C$ . 求实数  $a$  的取值范围.
6. 已知集合  $A = \{x|(a-1)x^2 + 3x - 2 = 0\}$ . 是否存在这样的实数  $a$ , 使得集合  $A$  有且仅有两个子集? 若存在, 求出实数  $a$  的值及对应的两个子集; 若不存在, 说明理由.
7. 证明:  $\sqrt[3]{2}$  是无理数.

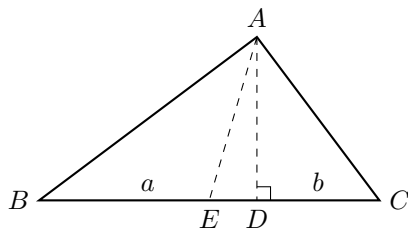
#### 必修第一章拓展与思考

1. 设  $a, b$  是正整数. 求证: 若  $ab-1$  是 3 的倍数, 则  $a$  与  $b$  被 3 除的余数相同.
2. 已知非空数集  $S$  满足: 对任意给定的  $x, y \in S$  ( $x, y$  可以相同), 有  $x+y \in S$  且  $x-y \in S$ .
- (1) 哪个数一定是  $S$  中的元素? 说明理由;
- (2) 若  $S$  是有限集, 求  $S$ ;
- (3) 若  $S$  中最小的正数为 5, 求  $S$ .

#### 必修第二章复习题 A 组

1. 设一元二次方程  $2x^2 - 6x - 3 = 0$  的两个实根为  $x_1, x_2$ , 求下列各式的值:
- (1)  $(x_1 + 1)(x_2 + 1)$ ;
- (2)  $(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)$ .
2. 设  $a > b > 0$ , 比较  $\frac{b+2a}{a+2b}$  与  $\frac{a}{b}$  的值的大小.

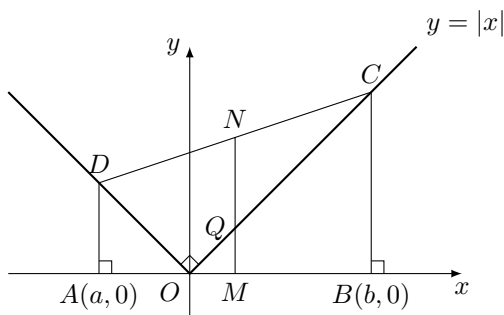
3. 已知  $x > y$ , 求证:  $x^3 - y^3 > x^2y - xy^2$ .
4. 若关于  $x$  的不等式  $(a+1)x - a < 0$  的解集为  $(2, +\infty)$ , 求实数  $a$  的值, 并求不等式  $(a-1)x + 3 - a > 0$  的解集.
5. 解下列一元二次不等式:
- (1)  $-x^2 + 11 < -2x - 4$ ;
  - (2)  $3x^2 < 13x + 10$ ;
  - (3)  $6x + 2 \geq 5x^2$ ;
  - (4)  $x^2 \leq 8(1-x)$ ;
  - (5)  $-x^2 \geq 9(9-2x)$ ;
  - (6)  $3(x-3) \leq x^2$ .
6. 试写出一个二次项系数为 1 的一元二次不等式, 使它的解集分别为:
- (1)  $(-\infty, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$ ;
  - (2)  $[2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}]$ .
7. 求不等式  $5 \leq x^2 - 2x + 2 < 26$  的所有正整数解.
8. 解下列分式不等式:
- (1)  $\frac{2x+1}{x+7} > -3$ ;
  - (2)  $\frac{3x}{x^2+2} \geq 1$ .
9. 设关于  $x$  的不等式  $a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0$  与  $a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0$  的解集分别为  $A$ 、 $B$ , 试用集合运算表示下列不等式组的解集:
- (1)  $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0, \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0; \end{cases}$  ;
  - (2)  $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 \leq 0, \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0; \end{cases}$  ;
  - (3)  $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 \leq 0, \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 \leq 0; \end{cases}$  .
10. 解下列含绝对值的不等式:
- (1)  $|2x-1| \leq x$ ;
  - (2)  $|2x+1| + |x-2| < 8$ .
11. 已知  $a$ 、 $b$  是正数, 求证:  $\sqrt{(1+a)(1+b)} \geq 1 + \sqrt{ab}$ .
12. 如图, 在直角三角形  $ABC$  中,  $AD$  垂直于斜边  $BC$ , 且垂足为  $D$ . 设  $BD$  及  $CD$  的长度分别为  $a$  与  $b$ .
- (1) 求斜边上的高  $AD$  与中线  $AE$  的长;
  - (2) 用不等式表示斜边上的高  $AD$  与中线  $AE$  长度的大小关系.



13. 如图, 已知直角梯形  $ABCD$  的顶点  $A(a, 0)$ 、 $B(b, 0)$  位于  $x$  轴上, 顶点  $C$ 、 $D$  落在函数  $y = |x|$  的图像上,  $M$ 、 $N$  分别为线段  $AB$ 、 $CD$  的中点,  $O$  为坐标原点,  $Q$  为线段  $OC$  与线段  $MN$  的交点.

(1) 求中点  $M$  的坐标, 以及线段  $MQ$ 、 $MN$  的长度;

(2) 用不等式表示  $MQ$ 、 $MN$  长度的大小关系.



#### 必修第二章复习题 B 组

- 已知一元二次方程  $x^2 + px + p = 0$  的两个实根分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ , 且  $\alpha^2 + \beta^2 = 3$ , 求实数  $p$  的值.
- 已知一元二次方程  $2x^2 - 4x + m + 3 = 0$  有两个同号实根, 求实数  $m$  的取值范围.
- 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 已知关于  $x$  的不等式  $(a+b)x + (b-2a) < 0$  的解集为  $(1, +\infty)$ , 求不等式  $(a-b)x + 3b - a > 0$  的解集.
- 解下列不等式:
  - $-2 < \frac{1}{2x+1} \leq 3$ ;
  - $2 < |x+1| \leq 3$ .
- 已知集合  $A = \{x | |x-a| < 2\}$ ,  $B = \{x | \frac{2x-1}{x+2} < 1\}$ , 且  $A \subseteq B$ . 求实数  $a$  的取值范围.
- 证明: 若  $x > -1$ , 则  $x + \frac{1}{x+1} \geq 1$ , 并指出等号成立的条件.
- 设  $a, b$  为正数, 且  $a+b=2$ . 求  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  的最小值.
- 已知  $a, b, c$  都是正数, 求证:  $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$ .
- 设实数  $x, y$  满足  $x+y=1$ , 求  $xy$  的最大值.
- 已知  $a, b$  为实数, 求证:  $|a| + |b| \leq |a+b| + |a-b|$ , 并指出等号成立的条件.

11. 已知  $a, b$  是实数,

(1) 求证:  $a^2 + ab + b^2 \geq 0$ , 并指出等号成立的条件;

(2) 求证: 如果  $a > b$ , 那么  $a^3 > b^3$ .

### 必修第二章拓展与思考

1. 解下列不等式:

(1)  $\frac{3x-11}{x^2-6x+9} \leq 1$ ;

(2)  $|3-2x| \geq |x+1|$ .

2. 已知集合  $A = \{x|x^2 - 2x - 3 > 0\}$ ,  $B = \{x|x^2 + px + q \leq 0\}$ . 若  $A \cup B = \mathbf{R}$ , 且  $A \cap B = [-2, -1)$ , 求实数  $p$  及  $q$  的值.

3. 已知实数  $0 < a < b$ , 求证:  $a < \frac{2ab}{a+b} < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} < b$ .

4. 方程  $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$  的三个根 1、2、3 将数轴划分为四个区间, 即  $(-\infty, 1)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(3, +\infty)$ . 试在这四个区间上分别考察  $(x-1)(x-2)(x-3)$  的符号, 从而得出不等式  $(x-1)(x-2)(x-3) > 0$  与  $(x-1)(x-2)(x-3) < 0$  的解集.

一般地, 对  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbf{R}$ , 且  $x_1 \leq x_2 \leq x_3$ , 试分别求不等式  $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) > 0$  与  $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) < 0$  的解集 (提示:  $x_1, x_2, x_3$  相互之间可能相等, 需要分情况讨论).

### 必修第三章复习题 A 组

1. 填空题:

(1) 若  $x^3 = 5$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_; 若  $3^x = 5$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

(2) 将  $\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a}}$  ( $a > 0$ ) 化成有理数指数幂的形式为 \_\_\_\_\_.

(3) 若  $\log_8 x = -\frac{2}{3}$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

(4) 若  $\log_a b \cdot \log_5 a = 3$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ), 则  $b =$  \_\_\_\_\_.

2. 选择题:

(1) 若  $\lg a$  与  $\lg b$  互为相反数, 则有 ( ).

A.  $a+b=0$

B.  $ab=1$

C.  $\frac{a}{b}=1$

D. 以上答案均不对

(2) 设  $a > 0$ , 下列计算中正确的是 ( ).

A.  $a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{3}{2}} = a$

B.  $a^{\frac{2}{3}} \div a^{\frac{3}{2}} = a$

C.  $a^{-4} \cdot a^4 = 0$

D.  $(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} = a$

3. 已知  $10^\alpha = 3$ ,  $10^\beta = 4$ . 求  $10^{\alpha+\beta}$  及  $10^{\alpha-\frac{\beta}{2}}$  的值.

4. 求下列各式的值:

(1)  $\frac{1}{4^x+1} + \frac{1}{4^{-x}+1}$ ;

(2)  $4^{\sqrt{2}+1} \times 2^{3-2\sqrt{2}} \times 8^{-\frac{2}{3}}$ .

5. 已知  $\lg a < 1$ , 化简  $\sqrt{(\lg a)^2 - \lg \frac{a^2}{10}}$ .
6. 已知  $m = \log_2 10$ , 求  $2^m - m \lg 2 - 4$  的值.

### 必修第三章复习题 B 组

#### 1. 填空题:

- (1) 若  $4^x = 2^{-12}$ ,  $4^y = \sqrt[3]{32}$ , 则  $2x - 3y =$ \_\_\_\_\_.
- (2) 若  $\log_3(\log_4 x) = 1$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.
- (3) 若  $3^a = 7^b = 63$ , 则  $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$  的值为\_\_\_\_\_.

2. 已知  $\log_{18} 9 = a$ ,  $18^b = 5$ , 则  $\log_{36} 45$  等于 ( ).

- A.  $\frac{a+b}{2+a}$       B.  $\frac{a+b}{2-a}$       C.  $\frac{a+b}{2a}$       D.  $\frac{a+b}{a^2}$

3. 设  $\log_{0.2} a > 0$ ,  $\log_{0.2} b > 0$ , 且  $\log_{0.2} a \cdot \log_{0.2} b = 1$ , 求  $\log_{0.2}(ab)$  的最小值.

4. 化简  $\frac{(1+2^x)(1+2^{2x})(1+2^{4x})(1+2^{8x})(1+2^{16x})}{1-2^{32x}}$  (其中  $x \neq 0$ ).

5. 已知  $a > 1$ ,  $b > 0$ . 求证: 对任意给定的实数  $k$ ,  $a^{2b+k} - a^{b+k} > a^{b+k} - a^k$ .

### 必修第三章拓展与思考

1. 甲、乙两人同时解关于  $x$  的方程:  $\log_2 x + b + c \log_x 2 = 0$ . 甲写错了常数  $b$ , 得两根  $\frac{1}{4}$  及  $\frac{1}{8}$ ; 乙写错了常数  $c$ , 得两根  $\frac{1}{2}$  及  $64$ . 求这个方程的真正根.
2. 已知  $a$ 、 $b$  及  $c$  是不为 1 的正数, 且  $\lg a + \lg b + \lg c = 0$ . 求证:  $a^{\frac{1}{\lg b} + \frac{1}{\lg c}} \cdot b^{\frac{1}{\lg c} + \frac{1}{\lg a}} \cdot c^{\frac{1}{\lg a} + \frac{1}{\lg b}} = \frac{1}{1000}$ .

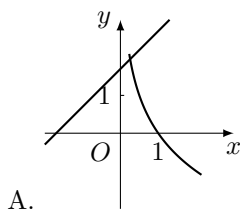
### 必修第四章复习题 A 组

#### 1. 填空题:

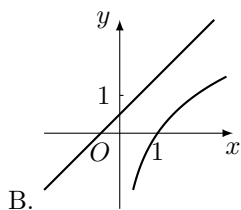
- (1) 若点  $(2, \sqrt{2})$  在幂函数  $y = x^a$  的图像上, 则该幂函数的表达式为\_\_\_\_\_; 若点  $(2, \sqrt{2})$  在指数函数  $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  的图像上, 则该指数函数的表达式为\_\_\_\_\_; 若点  $(\sqrt{2}, 2)$  在对数函数  $y = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  的图像上, 则该对数函数的表达式为\_\_\_\_\_.
- (2) 若幂函数  $y = x^k$  在区间  $(0, +\infty)$  上是严格减函数, 则实数  $k$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
- (3) 已知常数  $a > 0$  且  $a \neq 1$ , 假设无论  $a$  为何值, 函数  $y = a^{x-2} + 1$  的图像恒经过一个定点. 则这个点的坐标为\_\_\_\_\_.

#### 2. 选择题:

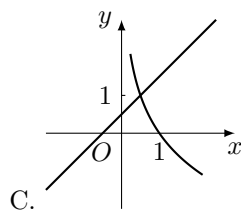
- (1) 若指数函数  $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  在  $\mathbf{R}$  上是严格减函数, 则下列不等式中, 一定能成立的是 ( ).
- A.  $a > 1$       B.  $a < 0$       C.  $a(a-1) < 0$       D.  $a(a-1) > 0$
- (2) 在同一平面直角坐标系中, 一次函数  $y = x + a$  与对数函数  $y = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  的图像关系可能是 ( ).



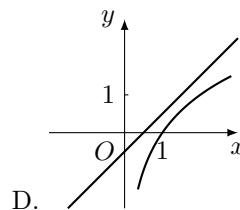
A.



B.



C.



D.

3. 求下列函数的定义域:

(1)  $y = (x-1)^{\frac{5}{2}}$ ;

(2)  $y = 3^{\sqrt{x-1}}$ ;

(3)  $y = \lg \frac{1+x}{1-x}$ .

4. 比较下列各题中两个数的大小:

(1)  $0.1^{0.7}$  与  $0.2^{0.7}$ ;

(2)  $0.7^{0.1}$  与  $0.7^{0.2}$ ;

(3)  $\log_{0.7} 0.1$  与  $\log_{0.7} 0.2$ ;

5. 设点  $(\sqrt{2}, 2)$  在幂函数  $y_1 = x^a$  的图像上, 点  $(-2, \frac{1}{4})$  在幂函数  $y_2 = x^b$  的图像上. 当  $x$  取何值时,  $y_1 = y_2$ ?

6. 设  $a = (\frac{2}{3})^x$ ,  $b = x^{\frac{3}{2}}$  及  $c = \log_{\frac{2}{3}} x$ , 当  $x > 1$  时, 试比较  $a$ 、 $b$  及  $c$  之间的大小关系.

7. 设常数  $a > 0$  且  $a \neq 1$ , 若函数  $y = \log_a(x+1)$  在区间  $[0, 1]$  上的最大值为 1, 最小值为 0, 求实数  $a$  的值.

8. 如果光线每通过一块玻璃其强度要减少 10%, 那么至少需要将多少块这样的玻璃重叠起来, 才能使通过它们的光线强度低于原来的  $\frac{1}{3}$ ?

#### 必修第四章复习题 B 组

1. 填空题:

(1) 已知  $m \in \mathbf{Z}$ , 设幂函数  $y = x^{m^2-4m}$  的图像关于原点成中心对称, 且与  $x$  轴及  $y$  轴均无交点, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

(2) 设  $a$ 、 $b$  为常数, 若  $0 < a < 1$ ,  $b < -1$ , 则函数  $y = a^x + b$  的图像必定不经过第\_\_\_\_\_象限.

2. 选择题:

(1) 若  $m > n > 1$ , 而  $0 < x < 1$ , 则下列不等式正确的是 ( ).

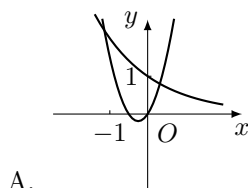
A.  $m^x < n^x$

B.  $x^m < x^n$

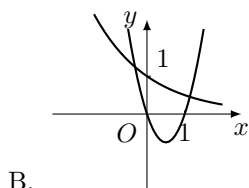
C.  $\log_x m > \log_x n$

D.  $\log_m x < \log_n x$

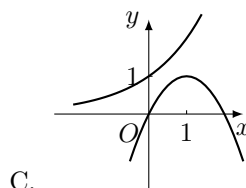
(2) 在同一平面直角坐标系中, 二次函数  $y = ax^2 + bx$  与指数函数  $y = (\frac{b}{a})^x$  的图像关系可能为 ( ).



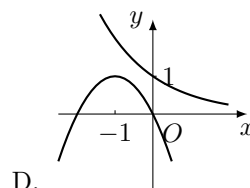
A.



B.



C.



D.

3. 设  $a$  为常数且  $0 < a < 1$ , 若  $y = (\log_a \frac{3}{5})^x$  在  $\mathbf{R}$  上是严格增函数, 求实数  $a$  的取值范围.

4. 在同一平面直角坐标系中, 作出函数  $y = (\frac{1}{2})^x$  及  $y = x^{\frac{1}{2}}$  的大致图像, 并求方程  $(\frac{1}{2})^x = x^{\frac{1}{2}}$  的解的个数.
5. 已知集合  $A = \{y|y = (\frac{1}{2})^x, x \in [-2, 0)\}$ , 用列举法表示集合  $B = \{y|y = \log_3 x, x \in A \text{ 且 } y \in \mathbf{Z}\}$ .

#### 必修第四章拓展与思考

- $\log_2 3$  是有理数吗? 请证明你的结论.
- 仅利用对数函数的单调性和计算器上的乘方功能来确定对数  $\log_2 3$  第二位小数的值.

#### 必修第五章复习题 A 组

- 求函数  $y = \frac{1}{2-x} + \sqrt{x^2-1}$  的定义域.
- 判断下列函数  $y = f(x)$  的奇偶性, 并说明理由:
  - $f(x) = |\frac{1}{2}x - 3| + |\frac{1}{2}x + 3|$ ;
  - $f(x) = x^3 + \frac{2}{x}$ ;
  - $f(x) = x^2, x \in (k, 2)$  (其中常数  $k < 2$ ).
- 已知  $m, n$  是常数, 而函数  $y = (m-1)x^2 + 3x + (2-n)$  为奇函数. 求  $m, n$  的值.
- 求函数  $y = x + \frac{4}{x}$  的单调区间.
- 分别作出下列函数的大致图像, 并指出它们的单调区间:
  - $y = |x^2 - 4x|$ ;
  - $y = 2|x| - 3$ .
- 已知二次函数  $y = f(x)$ , 其中  $f(x) = ax^2 - 2ax + 3 - a$  ( $a > 0$ ). 比较  $f(-1)$  和  $f(2)$  的大小.
- 已知  $k$  是常数, 设  $\alpha, \beta$  是二次方程  $x^2 - 2kx + k + 20 = 0$  的两个实根. 问: 当  $k$  为何值时,  $(\alpha+1)^2 + (\beta+1)^2$  取到最小值?
- 邮局规定: 当邮件质量不超过 100g 时, 每 20g 邮费 0.8 元, 且不足 20g 时按 20g 计算; 超过 100g 时, 超过 100g 的部分按每 100g 邮费 2 元计算, 且不足 100g 按 100g 计算; 同时规定邮件总质量不得超过 2000g. 请写出邮费关于邮件质量的函数表达式, 并计算 50g 和 500g 的邮件分别收多少邮费.
- 若函数  $y = (a^2 + 4a - 5)x^2 - 4(a-1)x + 3$  的图像都在  $x$  轴上方 (不含  $x$  轴), 求实数  $a$  的取值范围.

#### 必修第五章复习题 B 组

- 已知  $y = f(x)$  是奇函数, 其定义域为  $\mathbf{R}$ ; 而  $y = g(x)$  是偶函数, 其定义域为  $D$ . 判断函数  $y = f(x)g(x)$  的奇偶性, 并说明理由.
- 设函数  $y = x^2 + 10x - a + 3$ , 当  $x \in [-2, +\infty)$  时, 其函数值恒大于等于零. 求实数  $a$  的取值范围.
- 已知函数  $y = -x^2 + 2ax + 1 - a, x \in [0, 1]$  的最大值为 2. 求实数  $a$  的值.



4. 设  $f(x) = x^2 + ax + 1$ . 若对任意给定的实数  $x$ ,  $f(2+x) = f(2-x)$  恒成立, 求实数  $a$  的值.
5. 已知  $y = f(x)$  是定义在  $(-1, 1)$  上的奇函数, 在区间  $[0, 1)$  上是严格减函数, 且  $f(1-a) + f(1-a^2) < 0$ , 求实数  $a$  的取值范围.
6. 已知  $f(x) = 2 - x^2$  及  $g(x) = x$ . 定义  $h(x)$  如下: 当  $f(x) \geq g(x)$  时,  $h(x) = g(x)$ ; 而当  $f(x) < g(x)$  时,  $h(x) = f(x)$ . 求函数  $y = h(x)$  的最大值.

#### 必修第五章拓展与思考

1. 试讨论函数  $y = \frac{x}{1-x^2}$  的单调性.
2. 作出函数  $y = (x^2 - 1)^2 - 1$  的大致图像, 写出它的单调区间, 并证明你的结论.
3. 已知函数  $y = f(x)$  为偶函数,  $y = g(x)$  为奇函数, 且  $f(x) + g(x) = x^2 + 2|x-1| + 3$ . 求  $y = f(x)$  及  $y = g(x)$  的表达式.
4. 设函数  $y = f(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$  的反函数是  $y = f^{-1}(x)$ .
- (1) 如果  $y = f(x)$  是奇函数, 那么  $y = f^{-1}(x)$  的奇偶性如何?
- (2) 如果  $y = f(x)$  在定义域上是严格增函数, 那么  $y = f^{-1}(x)$  的单调性如何?

#### 必修第六章复习题 A 组

##### 1. 选择题:

(1) 与  $\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$  一定相等的是 ( ).

A.  $\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta)$

B.  $\cos(\theta - \frac{\pi}{2})$

C.  $\cos(2\pi - \theta)$

D.  $\sin(\theta + \frac{\pi}{2})$

(2) 当  $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$  时, 化简  $\sqrt{1 - \sin 2\alpha}$  的结果是 ( ).

A.  $\cos \alpha$

B.  $\sin \alpha - \cos \alpha$

C.  $\cos \alpha - \sin \alpha$

D.  $\sin \alpha + \cos \alpha$

##### 2. 填空题:

(1) 若  $\theta$  为锐角, 则  $\log_{\sin \theta}(1 + \cot^2 \theta) =$ \_\_\_\_\_;

(2) 若  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ , 则点  $(\cot \alpha, \cos \alpha)$  必在第\_\_\_\_\_象限;

(3) 若  $\sin(\pi - \alpha) = \frac{2}{3}$ ,  $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\sin 2\alpha =$ \_\_\_\_\_.

3. 已知圆  $O$  上的一段圆弧长等于该圆的内接正方形的边长, 求这段圆弧所对的圆心角的弧度.

4. 已知角  $\alpha$  的终边经过点  $P(3a, 4a)(a \neq 0)$ , 求  $\sin \alpha$ 、 $\cos \alpha$  和  $\tan \alpha$ .

##### 5. 化简:

(1)  $\frac{\sin(\theta - 5\pi)}{\tan(3\pi - \theta)} \cdot \frac{\cot(\frac{\pi}{2} - \theta)}{\tan(\theta - \frac{3\pi}{2})} \cdot \frac{\cos(8\pi - \theta)}{\sin(-\theta - 4\pi)}$ ;

(2)  $\sin(\theta - \frac{\pi}{4}) + \cos(\theta + \frac{\pi}{4})$ .

6. 已知  $\tan \alpha = 3$ , 求  $\frac{1}{\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha}$  的值.

7. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $a = 5, b = 4, A = 2B$ . 求  $\cos B$ .
8. 已知  $\triangle ABC$  的面积为  $S$ , 求证:
- (1)  $S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin(B+C)}$ ;
- (2)  $S = \frac{a^2}{2(\cot B + \cot C)}$ .
9. (1) 已知  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}, \sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$ , 且  $\alpha$  及  $\beta$  都是锐角. 求  $\alpha + \beta$  的值;
- (2) 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\tan A$  与  $\tan B$  是方程  $x^2 - 6x + 7 = 0$  的两个根, 求  $\tan C$ .
10. 证明:  $(\sin \alpha + \sin \beta)^2 + (\cos \alpha + \cos \beta)^2 = 4 \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

### 必修第六章复习题 B 组

#### 1. 选择题:

(1) 若  $0 < x < \frac{\pi}{4}$ , 且  $\lg(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(3 \lg 2 - \lg 5)$ , 则  $\cos x - \sin x$  的值为 ( ).

A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$

D.  $\frac{\sqrt{5}}{4}$

(2) 下列命题中, 真命题为 ( ).

A. 若点  $P(a, 2a)(a \neq 0)$  为角  $\alpha$  的终边上一点, 则  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

B. 同时满足  $\sin \alpha = \frac{1}{2}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$  的角  $\alpha$  有且只有一个

C. 如果角  $\alpha$  满足  $-3\pi < \alpha < -\frac{5}{2}\pi$ , 那么角  $\alpha$  是第二象限的角

D.  $\tan x = -\sqrt{3}$  的解集为  $\{x | x = k\pi - \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}\}$

#### 2. 填空题:

(1) 在  $\triangle ABC$  中, 若  $a^2 + b^2 + ab = c^2$ , 则  $C =$ \_\_\_\_\_;

(2) 若  $\sin \theta = a, \cos \theta = -2a$ , 且  $\theta$  为第四象限的角, 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.

3. 已知  $\sin \alpha = a \sin \beta, b \cos \alpha = a \cos \beta$ , 且  $\alpha$  及  $\beta$  均为锐角, 求证:  $\cos \alpha = \sqrt{\frac{a^2 - 1}{b^2 - 1}}$ .

4. 已知  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ , 且  $\cos \beta = -\frac{1}{3}, \sin(\alpha + \beta) = \frac{7}{9}$ , 求  $\sin \alpha$  的值.

5. 已知  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}, \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$ , 且  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}, \cos \beta = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ . 求  $\alpha - \beta$  的值.

6. 已知  $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 2$ , 且  $\alpha$  及  $\beta$  都是锐角. 求证:  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ .

7. 已知  $\alpha$  是第二象限的角, 且  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ . 求  $\frac{\sin(\alpha + \pi/4)}{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}$  的值.

#### 8. 证明:

(1)  $\frac{2(1 + \sin 2\alpha)}{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha} = 1 + \tan \alpha$ ;

(2)  $2 \sin \alpha + \sin 2\alpha = \frac{2 \sin^3 \alpha}{1 - \cos \alpha}$ .

9. 根据下列条件, 分别判断三角形  $ABC$  的形状:

(1)  $\sin C + \sin(B - A) = \sin 2A$ ;

(2)  $\frac{\tan A}{\tan B} = \frac{a^2}{b^2}$ .

10. 在  $\triangle ABC$  中, 求证:  $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1$ .

### 必修第六章拓展与思考

1. (1) 完成下表 ( $\theta$  为弧度数):

$\theta$	1	0.5	0.1	0.01	0.001
$\sin \theta$					
$\frac{\sin \theta}{\theta}$					

(2) 观察上表中的数据, 你能发现什么规律?

(3) 已知  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ , 利用图形面积公式证明  $\sin \theta < \theta < \tan \theta$ , 并应用该公式说明 (2) 中猜想的合理性.

2. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $A = 30^\circ$ ,  $b = 18$ . 分别根据下列条件求  $B$ :

(1) ①  $a = 6$ , ②  $a = 9$ , ③  $a = 13$ , ④  $a = 18$ , ⑤  $a = 22$ ;

(2) 根据上述计算结果, 讨论使  $B$  有一解、两解或无解时  $a$  的取值情况.

3. (1) 根据  $\cos 54^\circ = \sin 36^\circ$  和三倍角公式, 求  $\sin 18^\circ$  的值;

(2) 你还能使用其他方法求  $\sin 18^\circ$  的值吗? 若能, 请给出你的求法.

4. 如图, 要在  $A$  和  $D$  两地之间修建一条笔直的隧道, 现在从  $B$  地和  $C$  地测量得到:  $\angle DBC = 24.2^\circ$ ,  $\angle DCB = 35.4^\circ$ ,  $\angle DBA = 31.6^\circ$ ,  $\angle DCA = 17.5^\circ$ . 试求  $\angle DAB$  以确定隧道  $AD$  的方向 (结果精确到  $0.1^\circ$ ).

