1. 设 $A=\{x|x^2-6x+5\le 0\}$, $B=\{2,3,4,5,6,7\}$, 则 $A\cap B=$__________.

2. 已知函数 $f(x)=\lg(x+1)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$, 则 $f^{-1}(2)=$__________.

3. 设 i 是虚数单位, 若 $z+2\overline{z}=3+4\mathrm{i}$, 则 $2z+\overline{z}=$__________.

4. 若 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x\ge 0$ 时, $f(x)=x^2+x$, 则当 $x<0$ 时, $f(x)=$__________.

5. 设 A,B,C 是三角形的三个内角, 若 $(\sin A+\sin B)^2-\sin^2 C=3\sin A\sin B$, 则 $C=$__________.

6. 若一组数据 $2,3,a,b,7,9$ 的中位数为 8, 则 $a+b$ 的最小值为__________.

7. $(2+x)^6$ 的二项展开式中, 系数最大的项的系数为__________.

8. 设 A,B 是一条斜率为 4 的直线与抛物线 $y^2=x$ 的两个交点, 则线段 AB 的中点的坐标可能是__________(写出一个可能的点的坐标).

9. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{20}<0$, $a_{21}>0$, 且 $a_{20}+a_{21}>0$. 设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_k>0$, 则正整数 k 的最小值为__________.

10. 过点 $P(2,3)$ 的直线 l 分别交 x 轴、y 轴的正半轴于 A、B 两点, 则当 $|PA|\cdot|PB|$ 取到最小值时, l 的方程为__________.

11. 已知实数 $r>0$, 圆 $(x-3)^2+(y-4)^2=r^2$ 上有且仅有两点到直线 $3x-4y-2=0$ 的距离为 1, 则半径 r 的取值范围为__________.

12. 已知集合 $A=\{x|x=2n-1,\ n\in\mathbf{N}^*\}$, $B=\{x|x=2^k,\ k\in\mathbf{N}^*\}$. 将 $A\cup B$ 的所有元素从小到大依次排列构成一个数列 $\{a_n\}$. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则使得 $a_n\in A$ 与 $S_{n-1}>100a_n$ 同时成立的正整数 n 的最小值为__________.

13. "函数 $y=f(x),\ x\in\mathbf{R}$ 是增函数" 是 "函数 $y=2-f(x),\ x\in\mathbf{R}$ 是减函数" 的 (　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件　　C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

14. 银行一年定期的年利率为 r, 五年定期的年利率为 q, 银行为吸收长期资金, 鼓励储户存五年定期的存款, 那么 q 的值应略大于 (　　).

A. $\sqrt[5]{(1+r)^5-1}$　　B. $\dfrac{1}{5}((1+r)^5-1)$　　C. $(1+r)^5-1$　　D. r

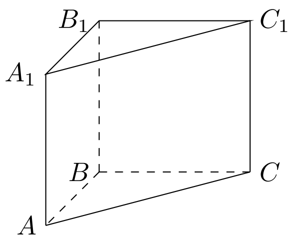
15. 设 m 是正实数, 若椭圆 $mx^2+(m+1)y^2=1$ 的两焦点的距离为 3, 则 m 的值为 (　　).

A. $\dfrac{\sqrt{13}-3}{6}$　　B. $\dfrac{\sqrt{21}-3}{6}$　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{33}-3}{6}$

16. 已知 $\overline{a},\overline{b},\overline{e}$ 是平面向量, $\overline{e}$ 是单位向量. 若非零向量 $\overline{a}$ 与 $\overline{e}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$, 向量 $\overline{b}$ 满足 $\overline{b}^2-4\overline{e}\cdot\overline{b}+3=0$, 则 $|\overline{a}-\overline{b}|$ 的最小值为 (　　).

A. $\sqrt{3}-1$　　B. $\sqrt{3}+1$　　C. 2　　D. $2-\sqrt{3}$

17. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=BC=1$.



(1) 若该直三棱柱的表面积为 $3+\sqrt{2}$, 求直线 A_1C 与平面 ABC 所成的角的大小;

(2) 若异面直线 BC 与 AC_1 所成的角的大小为 60°, 求该直三棱柱的体积.

18. 已知 a 是常数, 设函数 $f(x)=(a-2)x^2+2(a-2)x-4$.

(1) 解不等式: $f(x)>-4$;

(2) 求实数 a 的取值范围, 使得 $f(x)<0$ 对任意 $x\in[1,3]$ 恒成立;

19. 设函数 $f(x)=\cos^2 x-2\sin x\cos x+3\sin^2 x$.

(1) 求使 $f(x)$ 取得最大值的 x 的集合;

(2) 设 $x_1,x_2\in\mathbf{R}^+$, 且 $f(x_1)+f(x_2)=4$. 求证: $x_1+x_2\geq\dfrac{\pi}{2}$.

20. 若无穷数列 $\{a_n\}$ 满足: 只要 $a_p=a_q$ $(p,q\in\mathbf{N}^*)$, 必有 $a_{p+1}=a_{q+1}$, 则称 $\{a_n\}$ 具有性质 P.

(1) 设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\cos\dfrac{n\pi}{6}$, 判断 $\{a_n\}$ 是否具有性质 P, 并说明理由;

(2) 若 $\{a_n\}$ 具有性质 P, 且 $a_1=1$, $a_2=2$, $a_4=3$, $a_5=2$, $a_6+a_7+a_8=12$, 求 a_3;

(3) 设无穷数列 $\{b_n\}$ 的前三项依次成等比数列, 无穷数列 $\{c_n\}$ 是等差数列, $b_1=c_3=1$, $b_3=c_1=9$. 设 $a_n=b_n+c_n$ $(n\in\mathbf{N}^*)$. 若 $\{a_n\}$ 具有性质 P, 求 $b_1+b_2+\cdots+b_{30}$.

21. 已知抛物线 C 的方程为 $y^2=x$, 圆 M 的方程为 $(x-2)^2+y^2=1$.

(1) 设 P 是抛物线 C 上的动点, 证明: P 在圆 M 外;

(2) 设斜率为 1 的直线 l 与圆 M 相切, 且与抛物线 C 交于 Q_1,Q_2 两点, 求 $|Q_1Q_2|$ 的值;

(3) 设 A_1,A_2,A_3 是抛物线 C 上的三点, 直线 A_1A_2, 直线 A_1A_3 均与圆 M 相切, 判断直线 A_2A_3 与圆 M 的位置关系, 说明理由.

22. 方程 $2^x=3$ 的解为 $x=$__________.

23. 设 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$, 则 $|z|=$__________.

24. 若角 α 的终边过点 $P(4,-3)$, 则 $\sin(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha)=$__________.

25. 为了解 300 名学生的视力情况, 采用系统抽样的方法从中抽取容量为 20 的样本, 则分段的间隔为__________.

26. 已知线性方程组的增广矩阵为 $\begin{pmatrix}2 & 0 & m\\ 1 & n & 2\end{pmatrix}$, 解为 $\begin{cases}x=1,\\ y=1,\end{cases}$ 则 $m+n=$__________.

27. 一平面截一球得到直径是 6cm 的圆面, 球心到这个平面的距离是 4cm, 则该球的体积是__________cm^3.

28. 已知 x, y 为实数, 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & y & 7 \\ 1 & 5 & \dfrac{1}{x-1} \\ -1 & 6 & 1 \end{vmatrix}$ 中元素 y 的代数余子式的值大于 0, 则 x 的范围是__________.

29. 甲、乙、丙三位同学各自在周六、周日两天中任选一天参加公益活动, 则周六、周日都有同学参加公益活动的概率是__________.

30. 在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $x^2+y^2-8x+15=0$, 若直线 $y=kx-2$ 上至少存在一点, 使得以该点为圆心, 1 为半径的圆与圆 C 有公共点, 则 k 的最大值是__________.

31. 已知 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)$, $g(x)=2^x-2$, 满足对于任意的 $x\in\mathbf{R}$, $f(x)<0$ 或 $g(x)<0$, 则 m 的取值范围是__________.

32. 已知常数 $k, b, t \in \mathbf{R}$ 直线 $f(x)=kx+b$ 与曲线 $g(x)=\dfrac{t^2}{x}$ 交于点 $M(m,-1)$, $N(n,2)$, 则不等式 $f^{-1}(x)\geq g^{-1}(x)$ 的解集为__________.

33. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 且 $a_n+a_{n+1}=\dfrac{1}{2^n}$, 若数列 $\{S_n\}$ 收敛于常数 A, 则首项 a_1 取值的集合为__________.

34. 设 α, β 是两个不同的平面, 直线 m 在平面 α, 则 "$m \parallel \beta$" 是 "$\alpha \parallel \beta$" 的 (　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

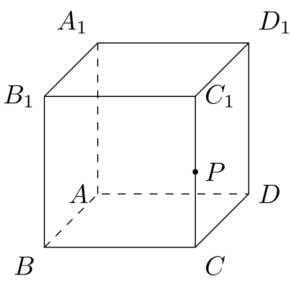
35. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{10}<0$, $a_{11}>0$ 且 $a_{11}>|a_{10}|$, 则在 S_n 中最大的负数为 (　　).

A. S_{17}　　B. S_{18}　　C. S_{19}　　D. S_{20}

36. 已知点 O 是坐标原点, 点 $A(0,2)$ 点 P 是抛物线 $y=4x^2$ 上的点, 则使得 OPA 是等腰三角形的点 P 为 (　　).

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

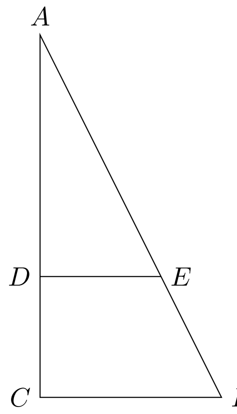
37. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 点 P 是棱 CC_1 的中点, 设直线 AB 为 a, 直线 A_1D_1 为 b. 对于下列两个命题: ① 过点 P 有且只有一条直线 l 与 a、b 都相交; ② 过点 P 有且只有一条直线 l 与 a、b 都成 45° 角. 以下判断正确的是 (　　).

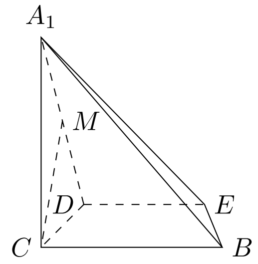


A. ① 为真命题, ② 为真命题　　B. ① 为真命题, ② 为假命题

C. ① 为假命题, ② 为真命题　　D. ① 为假命题, ② 为假命题

38. 如左图, 在 Rt$\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3$, $AC=6$, D、E 分别为 AC、AB 上的点, 且 $DE \parallel BC$, $DE=2$, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1C \perp CD$, 如右图.





(1) 求证: $A_1C \perp$ 平面 $BCDE$;

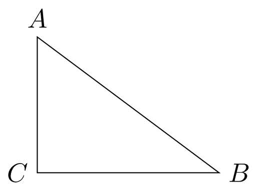
(2) 若 M 是 A_1D 的中点, 求 CM 与平面 A_1BE 所成角的大小.

39. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 且 $8\sin^2\dfrac{B+C}{2}-2\cos 2A=7$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $a=\sqrt{3}$, $b+c=3$, 求 b 和 c 的值.

40. 如图, A、B、C 三地有直道相通, $AB=5$ 千米, $AC=3$ 千米, $BC=4$ 千米, 现甲、乙两警员同时从 A 地出发匀速前往 B 地, 经过 t 小时, 他们之间的距离为 $f(t)$(单位: 千米), 甲的路线是 AB, 速度为 5 千米/小时, 乙的路线是 ACB, 速度为 8 千米/小时, 乙到 B 地后在原地等待, 设 $t=t_1$ 时乙到达 C 地.



(1) 求 t_1 及 $f(t_1)$ 的值;

(2) 已知警员的对讲机的有效通话距离是 3 千米, 当 $t_1 \le t \le 1$ 时, 求 $f(t)$ 的表达式, 并判断 $f(t)$ 在 $[t_1, 1]$ 上的最大值是否超过 3? 说明理由.

41. 已知双曲线 $\Gamma: \dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{4}=1$ 的右顶点为 A, 点 B 的坐标为 $(1, \sqrt{2})$.

(1) 设双曲线 Γ 的两条渐近线的夹角为 θ, 求 $\cos\theta$;

(2) 设点 D 是双曲线 Γ 上的动点, 若点 N 满足 $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{ND}$, 求点 N 的轨迹方程;

(3) 过点 B 的动直线 l 交双曲线 Γ 于 PQ 两个不同的点, M 为线段 PQ 的中点, 求直线 AM 的斜率的取值范围.

42. 记无穷数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项中最大值为 M_n, 最小值为 m_n, 令 $b_n=\dfrac{M_n+m_n}{2}$.

(1) 若 $a_n=2^n-3n$, 写出 b_1, b_2, b_3, b_4 的值;

(2) 设 $a_n = 2^n - \lambda n$, 若 $b_3 = -3$, 求 λ 的值, 及 $n \geq 4$ 时数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n;

(3) 求证:"数列 $\{a_n\}$ 是等差数列" 的充要条件是 "数列 $\{b_n\}$ 是等差数列".