必修第一章复习题 A 组

1. 用列举法表示下列集合:

   (1) 十二生肖组成的集合;

   (2) 中国国旗上所有颜色组成的集合.

2. 用描述法表示下列集合:

   (1) 平面直角坐标系中第一象限的角平分线上的所有点组成的集合;

   (2) 3 的所有倍数组成的集合.

3. (1) 若 α: $x^2-5x+6=0$, β: $x=2$, 则 α 是 β 的__________ 条件; (2) 若 α: 四边形 $ABCD$ 是正方形, β: 四边形 $ABCD$ 的两条对角线互相垂直平分, 则 α 是 β 的__________ 条件.

4. 已知方程 $x^2+px+4=0$ 的所有解组成的集合为 A, 方程 $x^2+x+q=0$ 的所有解组成的集合为 B, 且 $A\cap B=\{4\}$. 求集合 $A\cup B$ 的所有子集.

5. 已知集合 $A=(-2,1)$, $B=(-\infty,-2)\cup[1,+\infty)$. 求: $A\cup B$, $A\cap B$.

6. 已知全集 $U=(-\infty,1)\cup[2,+\infty)$, 集合 $A=(-1,1)\cup[3,+\infty)$. 求 A.

7. 已知集合 $A=\{x|x^2+px+q=0\}$, $B=\{x|x^2-x+r=0\}$, 且 $A\cap B=\{-1\}$, $A\cup B=\{-1,2\}$. 求实数 p、q、r 的值.

8. 设 a 是实数. 若 $x=1$ 是 $x>a$ 的一个充分条件, 则 a 的取值范围为__________.

9. 已知陈述句 α 是 β 的充分非必要条件. 若集合 $M=\{x|x\text{满足}\alpha\}$, $N=\{x|x\text{满足}\beta\}$, 则 M 与 N 的关系为 (　　).

   A. $M\subset N$　　B. $M\supset N$　　C. $M=N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

10. 证明: 若梯形的对角线不相等, 则该梯形不是等腰梯形.

必修第一章复习题 B 组

1. 若集合 $M=\{a|a=x+\sqrt{2}y,x,y\in\mathbf{Q}\}$, 则下列结论正确的是 (　　).

   A. $M\subseteq\mathbf{Q}$　　B. $M=\mathbf{Q}$　　C. $M\supset\mathbf{Q}$　　D. $M\subset\mathbf{Q}$

2. 若 α 是 β 的必要非充分条件, β 是 γ 的充要条件, γ 是 δ 的必要非充分条件, 则 δ 是 α 的__________ 条件, γ 是 α 的__________ 条件.

3. 已知全集 $U=\{x|x\text{为不大于20的素数}\}$. 若 $A\cap\overline{B}=\{3,5\}$, $\overline{A}\cap B=\{7,19\}$, $\overline{A\cup B}=\{2,17\}$, 则 A=__________ , B=__________.

4. 已知集合 $P=\{x|-2\le x\le 5\}$, $Q=\{x|x\ge k+1\text{且}x\le 2k-1\}$, 且 $Q\subseteq P$. 求实数 k 的取值范围.

5. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x\leq a-1\}$, $B=\{x|x>a+2\}$, $C=\{x|x<0\text{或}x\geq 4\}$, 且 $\overline{A\cup B}\subseteq C$. 求实数 a 的取值范围.

6. 已知集合 $A=\{x|(a-1)x^2+3x-2=0\}$. 是否存在这样的实数 a, 使得集合 A 有且仅有两个子集? 若存在, 求出实数 a 的值及对应的两个子集; 若不存在, 说明理由.

7. 证明: $\sqrt[3]{2}$ 是无理数.

必修第一章复习题 B 组

1. 若集合 $M=\{a|a=x+\sqrt{2}y, x,y\in\mathbf{Q}\}$, 则下列结论正确的是 (　　).

A. $M\subseteq\mathbf{Q}$　　B. $M=\mathbf{Q}$　　C. $M\supset\mathbf{Q}$　　D. $M\subset\mathbf{Q}$

2. 若 α 是 β 的必要非充分条件, β 是 γ 的充要条件, γ 是 δ 的必要非充分条件, 则 δ 是 α 的__________ 条件, γ 是 α 的__________ 条件.

3. 已知全集 $U=\{x|x\text{为不大于20的素数}\}$. 若 $A\cap\overline{B}=\{3,5\}$, $\overline{A}\cap B=\{7,19\}$, $\overline{A\cup B}=\{2,17\}$, 则 A=__________ , B=__________.

4. 已知集合 $P=\{x|-2\leq x\leq 5\}$, $Q=\{x|x\geq k+1\text{且}x\leq 2k-1\}$, 且 $Q\subseteq P$. 求实数 k 的取值范围.

5. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x\leq a-1\}$, $B=\{x|x>a+2\}$, $C=\{x|x<0\text{或}x\geq 4\}$, 且 $\overline{A\cup B}\subseteq C$. 求实数 a 的取值范围.

6. 已知集合 $A=\{x|(a-1)x^2+3x-2=0\}$. 是否存在这样的实数 a, 使得集合 A 有且仅有两个子集? 若存在, 求出实数 a 的值及对应的两个子集; 若不存在, 说明理由.

7. 证明: $\sqrt[3]{2}$ 是无理数.

必修第一章拓展与思考

1. 设 a,b 是正整数. 求证: 若 $ab-1$ 是 3 的倍数, 则 a 与 b 被 3 除的余数相同.

2. 已知非空数集 S 满足: 对任意给定的 $x,y\in S(x,y$ 可以相同), 有 $x+y\in S$ 且 $x-y\in S$.

(1) 哪个数一定是 S 中的元素? 说明理由;

(2) 若 S 是有限集, 求 S;

(3) 若 S 中最小的正数为 5, 求 S.

必修第二章复习题 A 组

1. 设一元二次方程 $2x^2-6x-3=0$ 的两个实根为 x_1,x_2, 求下列各式的值:

(1) $(x_1+1)(x_2+1)$;

(2) $(x_1^2-1)(x_2^2-1)$.

2. 设 $a>b>0$, 比较 $\dfrac{b+2a}{a+2b}$ 与 $\dfrac{a}{b}$ 的值的大小.

3. 已知 $x > y$, 求证: $x^3 - y^3 > x^2y - xy^2$.

4. 若关于 x 的不等式 $(a+1)x - a < 0$ 的解集为 $(2, +\infty)$, 求实数 a 的值, 并求不等式 $(a-1)x + 3 - a > 0$ 的解集.

5. 解下列一元二次不等式:

(1) $-x^2 + 11 < -2x - 4$;

(2) $3x^2 < 13x + 10$;

(3) $6x + 2 \geq 5x^2$;

(4) $x^2 \leq 8(1 - x)$;

(5) $-x^2 \geq 9(9 - 2x)$;

(6) $3(x - 3) \leq x^2$.

6. 试写出一个二次项系数为 1 的一元二次不等式, 使它的解集分别为:

(1) $(-\infty, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$;

(2) $[2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}]$.

7. 求不等式 $5 \leq x^2 - 2x + 2 < 26$ 的所有正整数解.

8. 解下列分式不等式:

(1) $\dfrac{2x+1}{x+7} > -3$;

(2) $\dfrac{3x}{x^2+2} \geq 1$.

9. 设关于 x 的不等式 $a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0$ 与 $a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0$ 的解集分别为 A、B, 试用集合运算表示下列不等式组的解集:

(1) $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0, \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0; \end{cases}$;

(2) $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 \leq 0, \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0; \end{cases}$;

(3) $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 \leq 0, \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 \leq 0; \end{cases}$.

10. 解下列含绝对值的不等式:

(1) $|2x - 1| \leq x$;

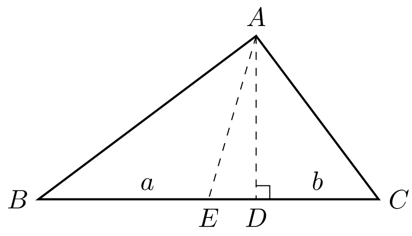
(2) $|2x + 1| + |x - 2| < 8$.

11. 已知 a、b 是正数, 求证: $\sqrt{(1+a)(1+b)} \geq 1 + \sqrt{ab}$.

12. 如图, 在直角三角形 ABC 中, AD 垂直于斜边 BC, 且垂足为 D. 设 BD 及 CD 的长度分别为 a 与 b.

(1) 求斜边上的高 AD 与中线 AE 的长;

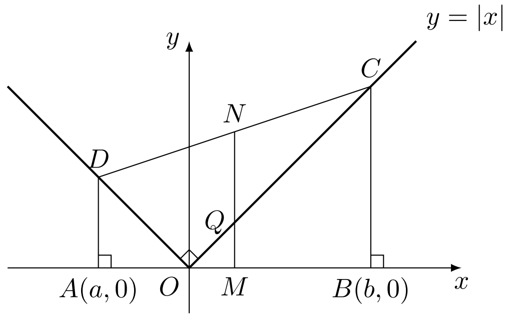
(2) 用不等式表示斜边上的高 AD 与中线 AE 长度的大小关系.



13. 如图, 已知直角梯形 $ABCD$ 的顶点 $A(a,0)$、$B(b,0)$ 位于 x 轴上, 顶点 C、D 落在函数 $y=|x|$ 的图像上, M、N 分别为线段 AB、CD 的中点, O 为坐标原点, Q 为线段 OC 与线段 MN 的交点.

    (1) 求中点 M 的坐标, 以及线段 MQ、MN 的长度;

    (2) 用不等式表示 MQ、MN 长度的大小关系.



必修第二章复习题 B 组

1. 已知一元二次方程 $x^2+px+p=0$ 的两个实根分别为 α、β, 且 $\alpha^2+\beta^2=3$, 求实数 p 的值.

2. 已知一元二次方程 $2x^2-4x+m+3=0$ 有两个同号实根, 求实数 m 的取值范围.

3. 设 $a,b\in\mathbf{R}$, 已知关于 x 的不等式 $(a+b)x+(b-2a)<0$ 的解集为 $(1,+\infty)$, 求不等式 $(a-b)x+3b-a>0$ 的解集.

4. 解下列不等式:

    (1) $-2<\dfrac{1}{2x+1}\le 3$;

    (2) $2<|x+1|\le 3$.

5. 已知集合 $A=\{x||x-a|<2\}$, $B=\{x|\dfrac{2x-1}{x+2}<1\}$, 且 $A\subseteq B$. 求实数 a 的取值范围.

6. 证明: 若 $x>-1$, 则 $x+\dfrac{1}{x+1}\ge 1$, 并指出等号成立的条件.

7. 设 a、b 为正数, 且 $a+b=2$. 求 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值.

8. 已知 a、b、c 都是正数, 求证: $\dfrac{b+c}{a}+\dfrac{c+a}{b}+\dfrac{a+b}{c}\ge 6$.

9. 设实数 x、y 满足 $x+y=1$, 求 xy 的最大值.

10. 已知 a、b 为实数, 求证:$|a|+|b|\le|a+b|+|a-b|$, 并指出等号成立的条件.

11. 已知 a、b 是实数,

(1) 求证: $a^2+ab+b^2\geq 0$, 并指出等号成立的条件;

(2) 求证: 如果 $a>b$, 那么 $a^3>b^3$.

必修第二章拓展与思考

1. 解下列不等式:

(1) $\dfrac{3x-11}{x^2-6x+9}\leq 1$;

(2) $|3-2x|\geq|x+1|$.

2. 已知集合 $A=\{x|x^2-2x-3>0\}$, $B=\{x|x^2+px+q\leq 0\}$. 若 $A\cup B=\mathbf{R}$, 且 $A\cap B=[-2,-1)$, 求实数 p 及 q 的值.

3. 已知实数 $0<a<b$, 求证: $a<\dfrac{2ab}{a+b}<\sqrt{ab}<\dfrac{a+b}{2}<\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}<b$.

4. 方程 $(x-1)(x-2)(x-3)=0$ 的三个根 1、2、3 将数轴划分为四个区间, 即 $(-\infty,1)$, $(1,2)$, $(2,3)$, $(3,+\infty)$. 试在这四个区间上分别考察 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 的符号, 从而得出不等式 $(x-1)(x-2)(x-3)>0$ 与 $(x-1)(x-2)(x-3)<0$ 的解集.

一般地, 对 x_1、x_2、$x_3\in\mathbf{R}$, 且 $x_1\leq x_2\leq x_3$, 试分别求不等式 $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)>0$ 与 $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)<0$ 的解集 (提示: x_1、x_2、x_3 相互之间可能相等, 需要分情况讨论).

必修第三章复习题 A 组

1. 填空题:

(1) 若 $x^3=5$, 则 $x=$__________; 若 $3^x=5$, 则 $x=$__________.

(2) 将 $\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a}}$ $(a>0)$ 化成有理数指数幂的形式为__________.

(3) 若 $\log_8 x=-\dfrac{2}{3}$, 则 $x=$__________.

(4) 若 $\log_a b\cdot\log_5 a=3(a>0$ 且 $a\neq 1)$, 则 $b=$__________.

2. 选择题:

(1) 若 $\lg a$ 与 $\lg b$ 互为相反数, 则有 (　　).

A. $a+b=0$　　B. $ab=1$　　C. $\dfrac{a}{b}=1$　　D. 以上答案均不对

(2) 设 $a>0$, 下列计算中正确的是 (　　).

A. $a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{3}{2}}=a$　　B. $a^{\frac{2}{3}}\div a^{\frac{3}{2}}=a$

C. $a^{-4}\cdot a^4=0$　　D. $(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}=a$

3. 已知 $10^\alpha=3$, $10^\beta=4$. 求 $10^{\alpha+\beta}$ 及 $10^{\alpha-\frac{\beta}{2}}$ 的值.

4. 求下列各式的值:

(1) $\dfrac{1}{4^x+1}+\dfrac{1}{4^{-x}+1}$;

(2) $4^{\sqrt{2}+1}\times 2^{3-2\sqrt{2}}\times 8^{-\frac{2}{3}}$.

5. 已知 $\lg a<1$, 化简 $\sqrt{(\lg a)2-\lg\dfrac{a^2}{10}}$.

6. 已知 $m=\log_2 10$, 求 $2^m-m\lg 2-4$ 的值.

必修第三章复习题 B 组

1. 填空题:

(1) 若 $4^x=2^{-12}$, $4^y=\sqrt[3]{32}$, 则 $2x-3y=$__________.

(2) 若 $\log_3(\log_4 x)=1$, 则 $x=$__________.

(3) 若 $3^a=7^b=63$, 则 $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的值为__________.

2. 已知 $\log_{18}9=a$, $18^b=5$, 则 $\log_{36}45$ 等于 (　　).

A. $\dfrac{a+b}{2+a}$　　B. $\dfrac{a+b}{2-a}$　　C. $\dfrac{a+b}{2a}$　　D. $\dfrac{a+b}{a^2}$

3. 设 $\log_{0.2}a>0$, $\log_{0.2}b>0$, 且 $\log_{0.2}a\cdot\log_{0.2}b=1$, 求 $\log_{0.2}(ab)$ 的最小值.

4. 化简 $\dfrac{(1+2^x)(1+2^{2x})(1+2^{4x})(1+2^{8x})(1+2^{16x})}{1-2^{32x}}$(其中 $x\neq 0$).

5. 已知 $a>1$, $b>0$. 求证: 对任意给定的实数 k, $a^{2b+k}-a^{b+k}>a^{b+k}-a^k$.

必修第三章拓展与思考

1. 甲、乙两人同时解关于 x 的方程: $\log_2 x+b+c\log_x 2=0$. 甲写错了常数 b, 得两根 $\dfrac{1}{4}$ 及 $\dfrac{1}{8}$; 乙写错了常数 c, 得两根 $\dfrac{1}{2}$ 及 64. 求这个方程的真正根.

2. 已知 a、b 及 c 是不为 1 的正数, 且 $\lg a+\lg b+\lg c=0$. 求证: $a^{\frac{1}{\lg b}+\frac{1}{\lg c}}\cdot b^{\frac{1}{\lg c}+\frac{1}{\lg a}}\cdot c^{\frac{1}{\lg a}+\frac{1}{\lg b}}=\dfrac{1}{1000}$.

必修第四章复习题 A 组

1. 填空题:

(1) 若点 $(2,\sqrt{2})$ 在幂函数 $y=x^a$ 的图像上, 则该幂函数的表达式为__________; 若点 $(2,\sqrt{2})$ 在指数函数 $y=a^x(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图像上, 则该指数函数的表达式为__________; 若点 $(\sqrt{2},2)$ 在对数函数 $y=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图像上, 则该对数函数的表达式为__________.

(2) 若幂函数 $y=x^k$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上是严格减函数, 则实数 k 的取值范围为__________.

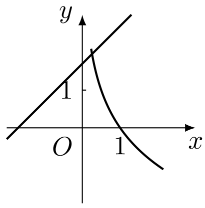
(3) 已知常数 $a>0$ 且 $a\neq 1$, 假设无论 a 为何值, 函数 $y=a^{x-2}+1$ 的图像恒经过一个定点. 则这个点的坐标为__________.

2. 选择题:

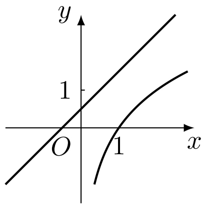
(1) 若指数函数 $y=a^x(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是严格减函数, 则下列不等式中, 一定能成立的是 (　　).

A. $a>1$　　B. $a<0$　　C. $a(a-1)<0$　　D. $a(a-1)>0$

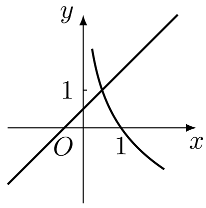
(2) 在同一平面直角坐标系中, 一次函数 $y=x+a$ 与对数函数 $y=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图像关系可能是 (　　).



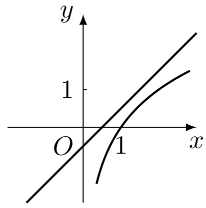
A.



B.



C.



D.

3. 求下列函数的的定义域:

(1) $y=(x-1)^{\frac{5}{2}}$;

(2) $y=3^{\sqrt{x-1}}$;

(3) $y=\lg\dfrac{1+x}{1-x}$.

4. 比较下列各题中两个数的大小:

(1) $0.1^{0.7}$ 与 $0.2^{0.7}$;

(2) $0.7^{0.1}$ 与 $0.7^{0.2}$;

(3) $\log_{0.7}0.1$ 与 $\log_{0.7}0.2$;

5. 设点 $(\sqrt{2},2)$ 在幂函数 $y_1=x^a$ 的图像上, 点 $(-2,\dfrac{1}{4})$ 在幂函数 $y_2=x^b$ 的图像上. 当 x 取何值时, $y_1=y_2$?

6. 设 $a=(\dfrac{2}{3})^x$, $b=x^{\frac{3}{2}}$ 及 $c=\log_{\frac{2}{3}}x$, 当 $x>1$ 时, 试比较 a、b 及 c 之间的大小关系.

7. 设常数 $a>0$ 且 $a\neq 1$, 若函数 $y=\log_a(x+1)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值为 1, 最小值为 0, 求实数 a 的值.

8. 如果光线每通过一块玻璃其强度要减少 10%, 那么至少需要将多少块这样的玻璃重叠起来, 才能使通过它们的光线强度低于原来的 $\dfrac{1}{3}$?

必修第四章复习题 B 组

1. 填空题:

(1) 已知 $m\in\mathbf{Z}$, 设幂函数 $y=x^{m2-4m}$ 的图像关于原点成中心对称, 且与 x 轴及 y 轴均无交点, 则 m 的值为__________.

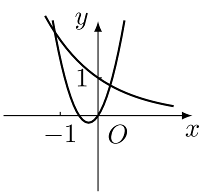
(2) 设 a、b 为常数, 若 $0<a<1$, $b<-1$, 则函数 $y=a^x+b$ 的图像必定不经过第__________ 象限.

2. 选择题:

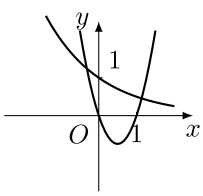
(1) 若 $m>n>1$, 而 $0<x<1$, 则下列不等式正确的是 (　　).

A. $m^x<n^x$　　B. $x^m<x^n$　　C. $\log_x m>\log_x n$　　D. $\log_m x<\log_n x$

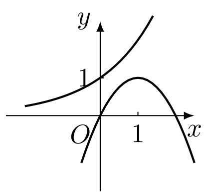
(2) 在同一平面直角坐标系中, 二次函数 $y=ax^2+bx$ 与指数函数 $y=(\dfrac{b}{a})^x$ 的图像关系可能为 (　　).



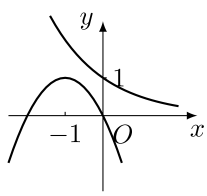
A.



B.



C.



D.

3. 设 a 为常数且 $0<a<1$, 若 $y=(\log_a\dfrac{3}{5})^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上是严格增函数, 求实数 a 的取值范围.

4. 在同一平面直角坐标系中, 作出函数 $y=(\dfrac{1}{2})^x$ 及 $y=x^{\frac{1}{2}}$ 的大致图像, 并求方程 $(\dfrac{1}{2})^x=x^{\frac{1}{2}}$ 的解的个数.

5. 已知集合 $A=\{y|y=(\dfrac{1}{2})^x,\ x\in[-2,0)\}$, 用列举法表示集合 $B=\{y|y=\log_3 x,\ x\in A\text{且}y\in\mathbf{Z}\}$.

必修第四章拓展与思考

1. $\log_2 3$ 是有理数吗? 请证明你的结论.

2. 仅利用对数函数的单调性和计算器上的乘方功能来确定对数 $\log_2 3$ 第二位小数的值.

必修第五章复习题 A 组

1. 求函数 $y=\dfrac{1}{2-x}+\sqrt{x^2-1}$ 的定义域.

2. 判断下列函数 $y=f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由:
   (1) $f(x)=|\dfrac{1}{2}x-3|+|\dfrac{1}{2}x+3|$;
   (2) $f(x)=x^3+\dfrac{2}{x}$;
   (3) $f(x)=x^2$, $x\in(k,2)$(其中常数 $k<2$).

3. 已知 m、n 是常数, 而函数 $y=(m-1)x^2+3x+(2-n)$ 为奇函数. 求 m、n 的值.

4. 求函数 $y=x+\dfrac{4}{x}$ 的单调区间.

5. 分别作出下列函数的大致图像, 并指出它们的单调区间:
   (1) $y=|x^2-4x|$;
   (2) $y=2|x|-3$.

6. 已知二次函数 $y=f(x)$, 其中 $f(x)=ax^2-2ax+3-a\ (a>0)$. 比较 $f(-1)$ 和 $f(2)$ 的大小.

7. 已知 k 是常数, 设 α、β 是二次方程 $x^2-2kx+k+20=0$ 的两个实根. 问: 当 k 为何值时, $(\alpha+1)^2+(\beta+1)^2$ 取到最小值?

8. 邮局规定: 当邮件质量不超过 100g 时, 每 20g 邮费 0.8 元, 且不足 20g 时按 20g 计算; 超过 100g 时, 超过 100g 的部分按每 100g 邮费 2 元计算, 且不足 100g 按 100g 计算; 同时规定邮件总质量不得超过 2000g. 请写出邮费关于邮件质量的函数表达式, 并计算 50g 和 500g 的邮件分别收多少邮费.

9. 若函数 $y=(a^2+4a-5)x^2-4(a-1)x+3$ 的图像都在 x 轴上方 (不含 x 轴), 求实数 a 的取值范围.

必修第五章复习题 B 组

1. 已知 $y=f(x)$ 是奇函数, 其定义域为 $\mathbf{R}$; 而 $y=g(x)$ 是偶函数, 其定义域为 D. 判断函数 $y=f(x)g(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

2. 设函数 $y=x^2+10x-a+3$, 当 $x\in[-2,+\infty)$ 时, 其函数值恒大于等于零. 求实数 a 的取值范围.

3. 已知函数 $y=-x^2+2ax+1-a$, $x\in[0,1]$ 的最大值为 2. 求实数 a 的值.

4. 设 $f(x)=x^2+ax+1$. 若对任意给定的实数 x, $f(2+x)=f(2-x)$ 恒成立, 求实数 a 的值.

5. 已知 $y=f(x)$ 是定义在 $(-1,1)$ 上的奇函数, 在区间 $[0,1)$ 上是严格减函数, 且 $f(1-a)+f(1-a^2)<0$, 求实数 a 的取值范围.

6. 已知 $f(x)=2-x^2$ 及 $g(x)=x$. 定义 $h(x)$ 如下: 当 $f(x)\geq g(x)$ 时, $h(x)=g(x)$; 而当 $f(x)<g(x)$ 时, $h(x)=f(x)$. 求函数 $y=h(x)$ 的最大值.

必修第五章拓展与思考

1. 试讨论函数 $y=\dfrac{x}{1-x^2}$ 的单调性.

2. 作出函数 $y=(x^2-1)^2-1$ 的大致图像, 写出它的单调区间, 并证明你的结论.

3. 已知函数 $y=f(x)$ 为偶函数, $y=g(x)$ 为奇函数, 且 $f(x)+g(x)=x^2+2|x-1|+3$. 求 $y=f(x)$ 及 $y=g(x)$ 的表达式.

4. 设函数 $y=f(x)$, $x\in\mathbf{R}$ 的反函数是 $y=f^{-1}(x)$.
 (1) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, 那么 $y=f^{-1}(x)$ 的奇偶性如何?
 (2) 如果 $y=f(x)$ 在定义域上是严格增函数, 那么 $y=f^{-1}(x)$ 的单调性如何?

必修第六章复习题 A 组

1. 选择题:
 (1) 与 $\sin(\theta-\dfrac{\pi}{2})$ 一定相等的是 (　　).
 A. $\sin(\dfrac{3\pi}{2}-\theta)$　　B. $\cos(\theta-\dfrac{\pi}{2})$　　C. $\cos(2\pi-\theta)$　　D. $\sin(\theta+\dfrac{\pi}{2})$
 (2) 当 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{4}$ 时, 化简 $\sqrt{1-\sin 2\alpha}$ 的结果是 (　　).
 A. $\cos\alpha$　　B. $\sin\alpha-\cos\alpha$　　C. $\cos\alpha-\sin\alpha$　　D. $\sin\alpha+\cos\alpha$

2. 填空题:
 (1) 若 θ 为锐角, 则 $\log_{\sin\theta}(1+\cot^2\theta)=$__________;
 (2) 若 $-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<0$, 则点 $(\cot\alpha,\cos\alpha)$ 必在第__________ 象限;
 (3) 若 $\sin(\pi-\alpha)=\dfrac{2}{3}$, $\alpha\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$, 则 $\sin 2\alpha=$__________.

3. 已知圆 O 上的一段圆弧长等于该圆的内接正方形的边长, 求这段圆弧所对的圆心角的弧度.

4. 已知角 α 的终边经过点 $P(3a,4a)(a\neq 0)$, 求 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$ 和 $\tan\alpha$.

5. 化简:
 (1) $\dfrac{\sin(\theta-5\pi)}{\tan(3\pi-\theta)}\cdot\dfrac{\cot(\dfrac{\pi}{2}-\theta)}{\tan(\theta-\dfrac{3\pi}{2})}\cdot\dfrac{\cos(8\pi-\theta)}{\sin(-\theta-4\pi)}$;
 (2) $\sin(\theta-\dfrac{\pi}{4})+\cos(\theta+\dfrac{\pi}{4})$.

6. 已知 $\tan\alpha=3$, 求 $\dfrac{1}{\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}$ 的值.

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=5$, $b=4$, $A=2B$. 求 $\cos B$.

8. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 S, 求证:

(1) $S=\dfrac{a^2\sin B\sin C}{2\sin(B+C)}$;

(2) $S=\dfrac{a^2}{2(\cot B+\cot C)}$.

9. (1) 已知 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin\beta=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$, 且 α 及 β 都是锐角. 求 $\alpha+\beta$ 的值;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan A$ 与 $\tan B$ 是方程 $x^2-6x+7=0$ 的两个根, 求 $\tan C$.

10. 证明: $(\sin\alpha+\sin\beta)^2+(\cos\alpha+\cos\beta)^2=4\cos^2\dfrac{\alpha-\beta}{2}$.

必修第六章复习题 B 组

1. 选择题:

(1) 若 $0<x<\dfrac{\pi}{4}$, 且 $\lg(\sin x+\cos x)=\dfrac{1}{2}(3\lg 2-\lg 5)$, 则 $\cos x-\sin x$ 的值为 (   ).

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$ D. $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$

(2) 下列命题中, 真命题为 (   ).

A. 若点 $P(a,2a)(a\neq 0)$ 为角 α 的终边上一点, 则 $\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

B. 同时满足 $\sin\alpha=\dfrac{1}{2}$, $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 的角 α 有且只有一个

C. 如果角 α 满足 $-3\pi<\alpha<-\dfrac{5}{2}\pi$, 那么角 α 是第二象限的角

D. $\tan x=-\sqrt{3}$ 的解集为 $\{x|x=k\pi-\dfrac{\pi}{3},\ k\in\mathbf{Z}\}$

2. 填空题:

(1) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a^2+b^2+ab=c^2$, 则 $C=$__________;

(2) 若 $\sin\theta=a$, $\cos\theta=-2a$, 且 θ 为第四象限的角, 则实数 $a=$__________.

3. 已知 $\sin\alpha=a\sin\beta$, $b\cos\alpha=a\cos\beta$, 且 α 及 β 均为锐角, 求证: $\cos\alpha=\sqrt{\dfrac{a^2-1}{b^2-1}}$.

4. 已知 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$, 且 $\cos\beta=-\dfrac{1}{3}$, $\sin(\alpha+\beta)=\dfrac{7}{9}$, 求 $\sin\alpha$ 的值.

5. 已知 $\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$, $\pi<\beta<\dfrac{3\pi}{2}$, 且 $\sin\alpha=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos\beta=-\dfrac{\sqrt{10}}{1}0$. 求 $\alpha-\beta$ 的值.

6. 已知 $(1+\tan\alpha)(1+\tan\beta)=2$, 且 α 及 β 都是锐角. 求证: $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{4}$.

7. 已知 α 是第二象限的角, 且 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$. 求 $\dfrac{\sin(\alpha+\pi 4)}{1+\sin 2\alpha+\cos 2\alpha}$ 的值.

8. 证明:

(1) $\dfrac{2(1+\sin 2\alpha)}{1+\sin 2\alpha+\cos 2\alpha}=1+\tan\alpha$;

(2) $2\sin\alpha+\sin 2\alpha=\dfrac{2\sin^3\alpha}{1-\cos\alpha}$.

9. 根据下列条件, 分别判断三角形 ABC 的形状:

(1) $\sin C+\sin(B-A)=\sin 2A$;

(2) $\dfrac{\tan A}{\tan B}=\dfrac{a^2}{b^2}$.

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 求证: $\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{B}{2}+\tan\dfrac{B}{2}\tan\dfrac{C}{2}+\tan\dfrac{C}{2}\tan\dfrac{A}{2}=1$.

必修第六章拓展与思考

1. (1) 完成下表 (θ 为弧度数):

θ	1	0.5	0.1	0.01	0.001
$\sin\theta$					
$\dfrac{\sin\theta}{\theta}$					

(2) 观察上表中的数据, 你能发现什么规律?

(3) 已知 $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$, 利用图形面积公式证明 $\sin\theta<\theta<\tan\theta$, 并应用该公式说明 (2) 中猜想的合理性.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A=30^\circ$, $b=18$. 分别根据下列条件求 B:

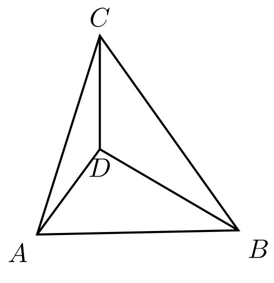
(1) ① $a=6$, ② $a=9$, ③ $a=13$, ④ $a=18$, ⑤ $a=22$;

(2) 根据上述计算结果, 讨论使 B 有一解、两解或无解时 a 的取值情况.

3. (1) 根据 $\cos 54^\circ=\sin 36^\circ$ 和三倍角公式, 求 $\sin 18^\circ$ 的值;

(2) 你还能使用其他方法求 $\sin 18^\circ$ 的值吗? 若能, 请给出你的求法.

4. 如图, 要在 A 和 D 两地之间修建一条笔直的隧道, 现在从 B 地和 C 地测量得到: $\angle DBC=24.2^\circ$, $\angle DCB=35.4^\circ$, $\angle DBA=31.6^\circ$, $\angle DCA=17.5^\circ$. 试求 $\angle DAB$ 以确定隧道 AD 的方向 (结果精确到 0.1°).



必修第七章复习题 A 组

1. 求下列函数的最小正周期:

(1) $y=\sin\dfrac{x}{2}$;

(2) $y=2\cos(3x-\dfrac{\pi}{4})$.

2. 判断下列函数的奇偶性, 并说明理由:

(1) $y=\sin|2x|$;

(2) $y=\tan 5x$;

(3) $y=\dfrac{1}{\cos x}$;

(4) $y=\sin(x+\dfrac{\pi}{6})$.

3. 已知 $2\sin(2x)=\sqrt{3},\ x\in(-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4})$. 求 x 的值.

4. 求下列函数的单调区间:

(1) $y=-\sin 2x$;

(2) $y=2\sin(x+\dfrac{\pi}{3})$;

(3) $y=\cos(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{4})$;

(4) $y=2\tan(2x+\dfrac{\pi}{4})$.

5. 作出函数 $y=2\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$ 的大致图像.

6. 已知函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(A>0,\ \omega>0)$ 的振幅是 3, 最小正周期是 $\dfrac{2\pi}{3}$, 初始相位是 $\dfrac{\pi}{6}$. 求这个函数的表达式.

7. 求下列函数的最大值和最小值, 并求出取得最大值和最小值时所有 x 的值:

(1) $y=\cos^2 x+\cos x-2$;

(2) $y=\sin 2x,\ x\in[-\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{\pi}{3}]$;

(3) $y=\sin^2 2x-2\sin 2x$;

(4) $y=\cos(x-\dfrac{\pi}{6}),\ x\in[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4}]$.

8. 某实验室一天的温度 y(单位:°C) 随时间 t(单位:h) 的变化近似满足函数关系 $y=10-\sqrt{3}\cos\dfrac{\pi}{12}t-\sin\dfrac{\pi}{12}t,\ t\in[0,24)$.

(1) 求实验室一天中的最大温差;

(2) 若要求实验室温度不高于 11°C, 则在哪段时间实验室需要降温?

必修第七章复习题 B 组

1. 求函数 $y=\sin(2x-\dfrac{\pi}{4})-2\sqrt{2}\sin 2x$ 的最小正周期.

2. 在 $(0,2\pi)$ 内, 求使 $\sin x>\cos x$ 成立的 x 的取值范围.

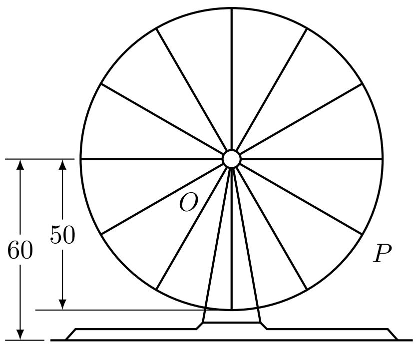
3. 求下列函数的最大值, 并求出取得最大值时所有 x 的值:

(1) $y=2\sin^2 x+\sin 2x-1$;

(2) $y=1-\sin x-2\cos^2 x,\ x\in[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{4\pi}{3}]$.

4. 若函数 $y=2\sin\omega x$(其中常数 ω 是小于 1 的正数) 在区间 $[0,\dfrac{\pi}{3}]$ 上的最大值是 $\sqrt{2}$, 求 ω 的值.

5. 如图, 摩天轮上一点 P 距离地面的高度 y 关于时间 t 的函数表达式为 $y=A\sin(\omega t+\varphi)+b,\varphi\in[-\pi,\pi]$. 已知摩天轮的半径为 50m, 其中心点 O 距地面 60m, 摩天轮以每 30 分钟转一圈的方式做匀速转动, 而点 P 的起始位置在摩天轮的最低点处.



(1) 根据条件具体写出 y(m) 关于 t(min) 的函数表达式;

(2) 在摩天轮转动的一圈内, 点 P 有多长时间距离地面超过 85m?

6. 说明: 用上一章 6.3 节给出的记号 arcsin 与 arccos(见必修第二册教材第 45 页), 可以定义函数 $y = \arcsin x$ ($x \in [0,1]$) 与 $y = \arccos x$ ($x \in [0,1]$).

   验证:

   (1) 函数 $y = \sin x$ ($x \in [0, \frac{\pi}{2}]$) 与函数 $y = \arcsin x$ ($x \in [0,1]$) 互为反函数;

   (2) 函数 $y = \cos x$ ($x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 与函数 y=arccos x ($x \in [0,1]$) 互为反函数.

7. 把上题的记号略作推广: 对实数 $x \in [-1,1]$, 若实数 $y \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 使得 $\sin y = x$, 则记 $y = \arcsin x$; 类似地, 对实数 $x \in [-1,1]$, 若实数 $y \in [0,\pi]$ 使得 $\cos y = x$, 则记 $y = \arccos x$. 说明: 经过推广的记号 arcsin 与 arccos, 定义了函数 $y = \arcsin x$ ($x \in [-1,1]$) 与 $y = \arccos x$ ($x \in [-1,1]$).

   验证: (1) 函数 $y = \sin x$ ($x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$) 与函数 $y = \arcsin x$ ($x \in [-1,1]$) 互为反函数;

   (2) 函数 $y = \cos x$ ($x \in [0,\pi]$) 与函数 $y = \arccos x$ ($x \in [-1,1]$) 互为反函数.

8. 对 $y = \tan x$ 与 $y = \arctan x$ 做类似的工作.

必修第七章拓展与思考

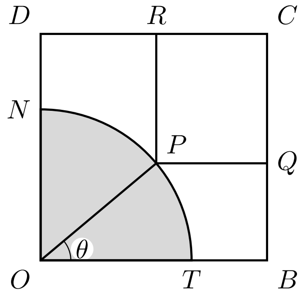
1. 定义在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的函数 $y = 6\cos x$ 的图像与 $y = 5\tan x$ 的图像的交点为 P, 过点 P 作垂直于 x 轴的垂线 PP_1, 其垂足为 P_1. 设直线 PP_1 与 $y = \sin x$ 的图像交于点 P_2, 求线段 P_1P_2 的长.

2. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $y = f(x)$ 的最小正周期为 2, 当 $0 \le x \le 1$ 时, $f(x) = x$.

   (1) 求当 $5 \le x \le 6$ 时函数 $y = f(x)$ 的表达式;

   (2) 若函数 $y = kx,\ x \in \mathbf{R}$ 与函数 $y = f(x)$ 的图像恰有 7 个不同的交点, 求 k 的值.

3. 如图, 有一块边长为 3m 的正方形铁皮 $ABCD$, 其中阴影部分 ATN 是一个半径为 2m 的扇形. 设这个扇形已经腐蚀不能使用, 但其余部分均完好. 工人师傅想在未被腐蚀的部分截下一块其边落在 BC 与 CD 上的矩形铁皮 $PQCR$, 使点 P 在弧 TN 上. 设 $\angle TAP = \theta$, 矩形 $PQCR$ 的面积为 $S\text{m}^2$.

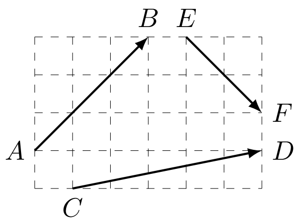


(1) 求 S 关于 θ 的函数表达式;

(2) 求 S 的最大值及 S 取得最大值时 θ 的值.

必修第八章复习题 A 组

1. 如图, 在边长为 1 的小正方形组成的网格上, 求:



(1) $|\overrightarrow{AB}|$;

(2) $|\overrightarrow{CD}|$;

(3) $|\overrightarrow{EF}|$.

2. 已知 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 均为非零向量, 写出 $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$ 成立的充要条件.

3. 已知 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 为非零向量, 且 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$5\vec{a}-4\vec{b}$ 在同一起点上. 求证: 它们的终点在同一条直线上.

4. 在矩形 $ABCD$ 中, 边 AB、AD 的长分别为 2、1, 若 M、N 分别是边 BC、CD 上的点, 且满足 $\dfrac{|\overrightarrow{BM}|}{|\overrightarrow{BC}|}=\dfrac{|\overrightarrow{CN}|}{|\overrightarrow{CD}|}$, 则 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}$ 的取值范围是__________.

5. 已知两个向量 $\vec{e_1}$、$\vec{e_2}$ 满足 $|\vec{e_1}|=2$, $|\vec{e_2}|=1$, $\langle\vec{e_1},\vec{e_2}\rangle=60^\circ$, 且向量 $2\lambda\vec{e_1}+7\vec{e_2}$ 与向量 $\vec{e_1}+\lambda\vec{e_2}$ 的夹角为钝角. 求实数 λ 的取值范围.

6. 已知向量 $\vec{a}=(1,0)$, $\vec{b}=(2,1)$.

(1) 求 $|\vec{a}+3\vec{b}|$;

(2) 当 k 为何实数时, $k\vec{a}-\vec{b}$ 与 $\vec{a}+3\vec{b}$ 平行? 平行时它们是同向还是反向?

7. 已知在平面直角坐标系中, O 为原点, 点 $A(4,-3)$, $B(-5,12)$.

(1) 求向量 $\overrightarrow{AB}$ 的坐标及 $|\overrightarrow{AB}|$;

(2) 已知向量 $\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{OB}$, 求 $\overrightarrow{OC}$ 及 $\overrightarrow{OD}$ 的坐标;

(3) 求 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$.

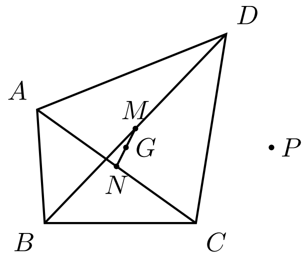
8. 已知向量 $\overrightarrow{a}=(3,-2)$, $\overrightarrow{b}=(-2,1)$, $\overrightarrow{c}=(7,-4)$, 求 λ,μ, 使得 $\overrightarrow{c}=\lambda\overrightarrow{a}+\mu\overrightarrow{b}$.

9. 已知点 $M(3,-2)$、$N(-5,-1)$, 且 $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{MN}$. 求点 P 的坐标.

10. 在等腰三角形 ABC 中, 已知 D 为底边 BC 的中点. 求证: $AD\perp BC$.

11. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, G 为对角线 AC 与 BD 中点连线 MN 的中点, P 为平面上任意给定的一点. 求证: $4\overrightarrow{PG}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}$.

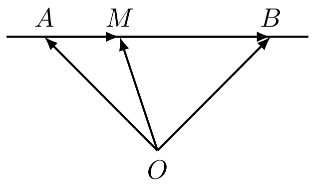
12. 在四边形 $ABCD$ 中, 向量 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{i}+2\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{BC}=-4\overrightarrow{i}-\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{CD}=-5\overrightarrow{i}-3\overrightarrow{j}$. 求证: $ABCD$ 为梯形.



必修第八章复习题 B 组

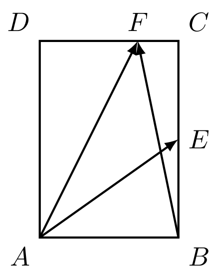
1. 已知 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$ 均为非零向量, 其中的任意两个向量都不平行, 且 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ 与 $\overrightarrow{c}$ 是平行向量, $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{c}$ 与 $\overrightarrow{b}$ 是平行向量. 求证: $\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}$ 与 $\overrightarrow{a}$ 是平行向量.

2. 如图, 点 A、M、B 在同一条直线上, 点 O 不在该直线上, 且 $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. 设 $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{c}$, 试用向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 表示 $\overrightarrow{c}$.



3. 设平面上有两个向量 $\overrightarrow{a}=(\cos\alpha,\sin\alpha)(0^\circ\le\alpha<360^\circ)$, $\overrightarrow{b}=(-\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2})$.
(1) 求证: 向量 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ 与 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 垂直;
(2) 当向量 $\sqrt{3}\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ 与 $\overrightarrow{a}-\sqrt{3}\overrightarrow{b}$ 的模相等时, 求 α 的大小.

4. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=\sqrt{2}$, $BC=2$, E 为 BC 的中点, 点 F 在边 CD 上且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}=\sqrt{2}$. 求 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}$ 的值.

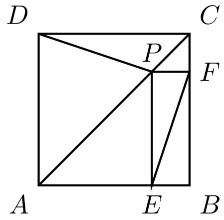


5. 已知等边三角形 ABC 的边长为 1, $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CA}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{c}$. 求 $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$.

6. 已知向量 $\overrightarrow{OA}=(k,12)$, $\overrightarrow{OB}=(4,5)$, $\overrightarrow{OC}=(-k,10)$, 且 A、B、C 三点共线. 求实数 k 的值.

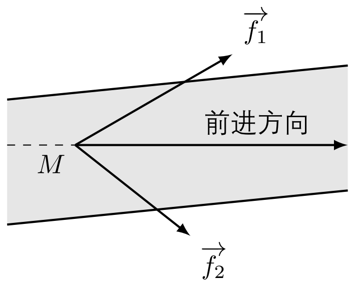
7. 已知向量 $\overrightarrow{OA}=(1,7)$, $\overrightarrow{OB}=(5,1)$, $\overrightarrow{OP}=(2,1)$, K 为直线 OP 上的一个动点, 当 $\overrightarrow{KA}\cdot\overrightarrow{KB}$ 取最小值时, 求向量 $\overrightarrow{OK}$ 的坐标.

8. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, P 是对角线 AC 上一点, PE 垂直 AB 于点 E, PF 垂直 BC 于点 F. 求证: $PD\perp EF$.



9. 证明: 三角形的三条高相交于一点.

10. 如图, 甲、乙分处河的两岸, 欲拉船 M 逆流而上, 需在正前方有 3000N 的力. 已知甲所用的力 $\vec{f_1}$ 的大小为 2000N, 且与 M 的前进方向的夹角为 $\dfrac{\pi}{6}$, 求乙所用的力 $\vec{f_2}$.



必修第八章拓展与思考

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $BC=6$, M 是边 AC 上靠近 A 的一个三等分点. 问: 在线段 BM 上是否存在点 P, 使得 $PC\perp BM$?

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知点 O、G、H 分别是三角形的外心、重心和垂心. 求证: O、G、H 三点共线 (此直线称为欧拉线).

必修第九章复习题 A 组

1. 选择题:

(1) 虚数的平方一定是 (　　).

A. 正实数　　B. 负实数　　C. 虚数　　D. 虚数或负实数

(2) 如果复平面上的向量 $\overrightarrow{AB}$ 所对应的复数是 $-3+2\mathrm{i}$, 那么向量 $\overrightarrow{BA}$ 所对应的复数是 (　　).

A. $3-2\mathrm{i}$　　B. $3+2\mathrm{i}$　　C. $-3+2\mathrm{i}$　　D. $-3-2\mathrm{i}$

2. 填空题:

(1) 设 $z = 11 - 60\mathrm{i}$, 则 $\mathrm{Re}z =$__________; $\mathrm{Im}z =$__________; $|z| =$__________; $\overline{z} =$__________.

(2) 下列三个命题中, 真命题是__________.

① 在复平面上, 表示实数的点都在实轴上, 表示虚数的点都在虚轴上;

② 任何一个表示虚数的点一定在某一个象限内;

③ 复数的模表示该复数在复平面上所对应的点到原点的距离.

3. 已知复数 $z = (a^2 - 2a - 3) + (a^2 - 4a + 3)\mathrm{i}$, 其中 a 是实数.

(1) 若 $z \in \mathbf{R}$, 求 a 的值;

(2) 若 z 在复平面上所对应的点位于第一象限, 求 a 的取值范围.

4. 已知复数 $z_1 = (a^2 - a - 6) + (1 - 2a)\mathrm{i}$, $z_2 = (a - 3) + (a2 - 2a + 2)\mathrm{i}$, 其中 $a \in \mathbf{R}$. 若 $\overline{z_1} = z_2$, 求 a 的值.

5. 计算:

(1) $(4 + \mathrm{i})(3 + 2\mathrm{i})$;

(2) $(\sqrt{2} + \sqrt{3}\mathrm{i})(\sqrt{2} - \sqrt{3}\mathrm{i})(-\sqrt{3} + \sqrt{2}\mathrm{i})(-\sqrt{3} - \sqrt{2}\mathrm{i})$;

(3) $\dfrac{-3 + 29\mathrm{i}}{1 + 2\mathrm{i}}$;

(4) $\dfrac{(1 + \mathrm{i})^4}{1 + 2\mathrm{i}} + \dfrac{(1 - \mathrm{i})^4}{1 - 2\mathrm{i}}$;

(5) $[(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)\mathrm{i}]^2$.

6. 已知复数 $z = \dfrac{(-3 - \mathrm{i})^2(2 - \mathrm{i})}{(1 + 2\mathrm{i})^3}$, 求 $|z|$.

7. 在复数范围内解下列方程:

(1) $x^2 - 4x + 8 = 0$;

(2) $3x^2 + 2x - 3 = 0$.

必修第九章复习题 B 组

1. 选择题:

(1) 设 z_1、$z_2 \in \mathbf{C}$, 则 "$|z_1| = |z_2|$" 是 "$z_1 = z_2$" 的 (　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分也非必要条件

(2) 设复数 $z = a + b\mathrm{i}(a, b \in \mathbf{R})$, 则 z^2 是纯虚数的充要条件是 (　　).

A. $a^2 = b^2$　　B. $a^2 + b^2 = 0$　　C. $|a| = |b| \neq 0$　　D. $ab \neq 0$

2. 若复数 z 满足 $z + \overline{z} = 2$, $(z - \overline{z})\mathrm{i} = 2$, 求 $|z|$.

3. 若复数 z_1 和复数 z_2 满足 $z_1 z_2 = 3 - 4\mathrm{i}$, $|z_1| = 2$, 求 $|z_2|$.

4. 若 x_1 和 x_2 是方程 $x^2 - 5x + 8 = 0$ 的两个根, 求 $|x_1| + |x_2|$ 的值.

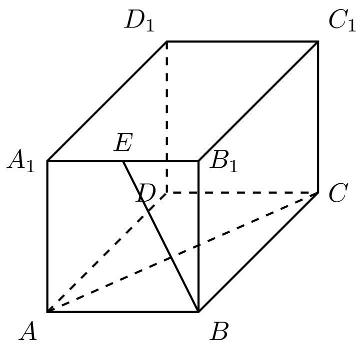
必修第九章拓展与思考

1. 若复数 z_1 和复数 z_2 满足 $|z_1| = 3$, $|z_2| = 4$, $|z_1 + z_2| = 5$, 求 $|z_1 - z_2|$.

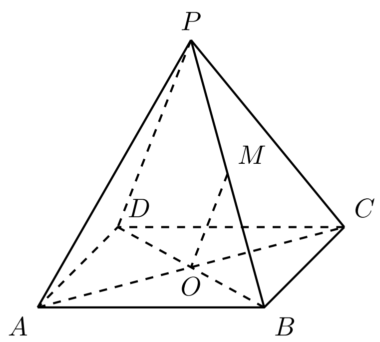
2. 已知复数 z_1 和复数 z_2 满足 $z_1 + z_2 = 3 - 5\mathrm{i}$, $\overline{z_1} - \overline{z_2} = -2 + 3\mathrm{i}$. 求 $z_1^2 - z_2^2$.

必修第十章复习题 A 组

1. 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 A_1B_1 的中点, $AB = BB_1 = 2$, $AC = 2\sqrt{5}$. 求异面直线 BE 与 AC 所成角的大小.



2. 如图, 设 P 为矩形 $ABCD$ 所在平面外的一点, 矩形对角线的交点为 O, M 为 PB 的中点. 判断下列结论是否正确, 并说明理由:



(1) $OM \parallel PD$;

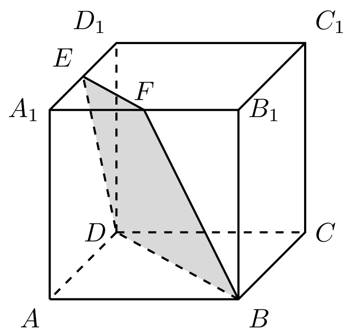
(2) $OM \parallel$ 平面PCD;

(3) $OM \parallel$ 平面PDA;

(4) $OM \parallel$ 平面PBA;

(5) $OM \parallel$ 平面PBC.

3. 如图, 正方体的棱长是 a, 点 E、F 分别是两条棱的中点.



(1) 求证: 四边形 $BDEF$(图中阴影部分) 是一个梯形;

(2) 求四边形 $BDEF$ 的面积.

4. 判断下列命题的真假, 并说明理由:

(1) 若直线 l 与平面 M 斜交, 则 M 内不存在与 l 垂直的直线;

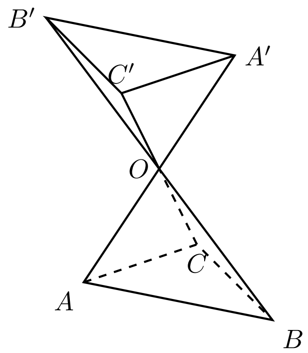
(2) 若直线 $l \perp$ 平面M, 则 M 内不存在与 l 不垂直的直线;

(3) 若直线 l 与平面 M 斜交, 则 M 内不存在与 l 平行的直线;

(4) 若直线 $l \parallel$ 平面M, 则 M 内不存在与 l 不平行的直线.

5. 如果不在平面上的一条直线上有两点到这个平面的距离相等, 那么这条直线和这个平面有什么位置关系? 画示意图表示.

6. 如图, 直线 AA'、BB'、CC' 相交于点 O, 且 $AO = A'O$, $BO = B'O$, $CO = C'O$. 求证: 平面$ABC \parallel$ 平面$A'B'C'$.



7. 已知直线 $l \perp$ 平面α, 直线 $m \subset$ 平面β, 判断下列命题的真假, 并说明理由:

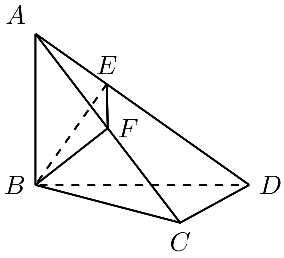
(1) 若 $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \perp m$;

(2) 若 $\alpha \perp \beta$, 则 $l \parallel m$;

(3) 若 $l \parallel m$, 则 $\alpha \perp \beta$;

(4) 若 $l \perp m$, 则 $\alpha \parallel \beta$.

8. 如图, 已知线段 AB 垂直于三角形 BCD 所在的平面, 且 $AB = BC = CD = 1$, $\angle BCD = 90°$. $BE \perp AD$, E 为垂足, F 为 AC 的中点. 求 EF 的长.



9. 设正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 a, 线段 PA 垂直于正六边形所在的平面, 且 $PA = 2a$. 分别求点 P 到 CD、DE 与 BC 所在直线的距离.

必修第十章复习题 B 组

1. 已知直线 a、b 和平面 α、β, 判断下列命题的真假, 并说明理由:

   (1) 若 $a \parallel \alpha$, $b \perp a$, 则 $b \perp \alpha$;

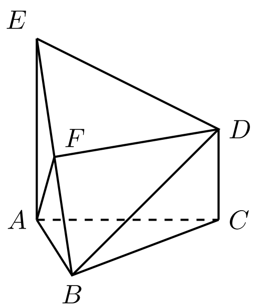
   (2) 若 $a \parallel \alpha$, $\alpha \perp \beta$, 则 $a \perp \beta$;

   (3) 若 $a \parallel b$, $b \subset \alpha$, 则 $a \parallel \alpha$.

2. 证明: 如果平面 α 和不在这个平面上的直线 a 都垂直于平面 β, 那么直线 a 必平行于平面 α.

3. 三个平面两两相交, 得到三条交线. 求证: 这三条交线交于一点或两两平行.

4. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是正三角形, EA、CD 都垂直于平面 ABC, 且 $EA = AB = 2a$, $DC = a$, F 是 BE 的中点.

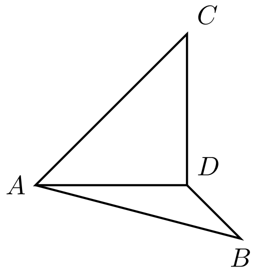


   (1) 求证: $FD \parallel$ 平面ABC;

   (2) 求证: $AF \perp$ 平面EDB.

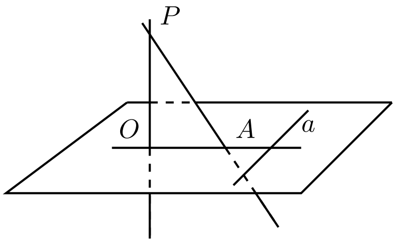
5. 证明: 如果一个平面的一条平行线垂直于另一个平面, 那么这两个平面互相垂直.

6. 如图, 以等腰直角三角形 ABC 斜边 BC 上的高 AD 为折痕, 使 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 折成互相垂直的两个面. 求证: $BD \perp CD$, 且 $\angle BAC = 60°$.



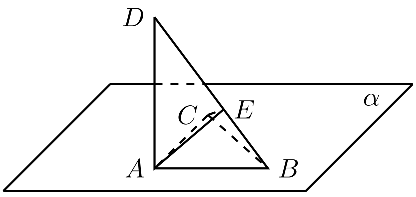
7. 证明: 如果共点的三条直线两两垂直, 那么它们中每两条直线所确定的平面也两两垂直.

8. 如图, P 是平面 α 外一点, 直线 PA 与平面 α 斜交于点 A, 从点 P 作平面 α 上的一条直线 OA 的垂线 PO, 垂足为 O. 又设 a 是平面 α 上的一条直线, 且 $a \perp OA$, $a \perp PA$.



求证: $PO \perp$ 平面α, 从而 OA 是 PA 在平面 α 上的投影.

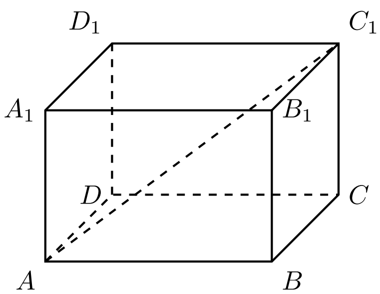
9. 如图, 直角三角形 ABC 在平面 α 上, 且 $\angle BAC = 90^\circ$. 以 A 为垂足作 $DA \perp \alpha$, 在 DB 上取一点 E, 使 $AE \perp DB$. 求证: $CE \perp DB$.

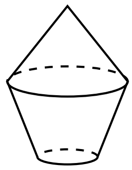


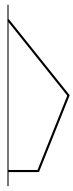
必修第十章拓展与思考

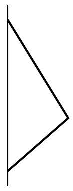
1. 设平面 α 与平面 β 平行, $A \in \alpha$, $B \in \beta$, C 是 AB 的中点. 当 A、B 分别在 α、β 上运动时, 所有的动点 C 是否保持在同一个平面上? 证明你的结论.

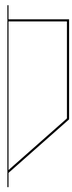
2. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 如果对角线 AC_1 与过点 A 的相邻三个面所成的角分别为 α、β、γ, 那么 $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma =$__________.

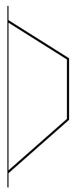


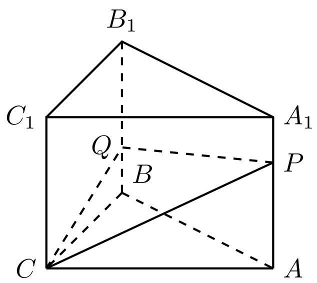


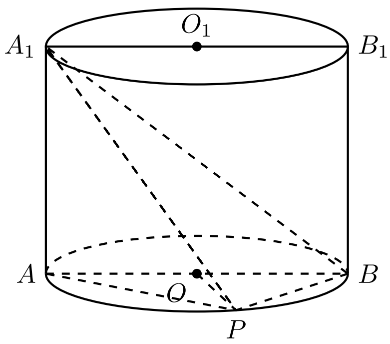


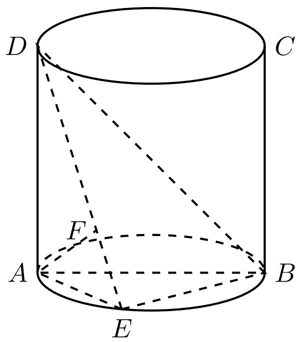


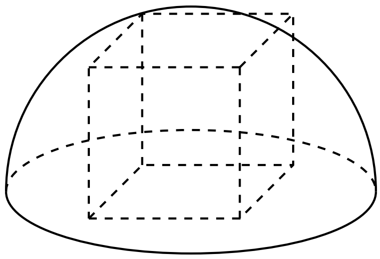


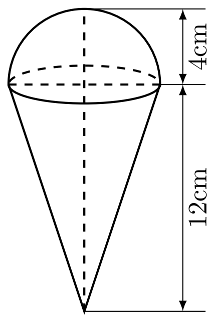


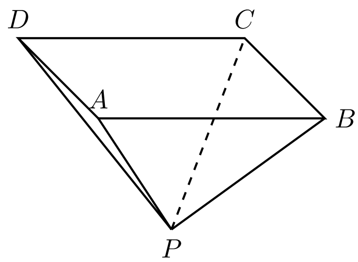

B_1
C_1
A_1
Q
P
B
C
A

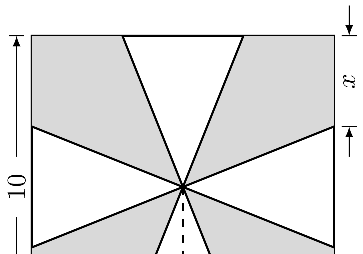

O_1
A_1
B_1
A
B
O
P

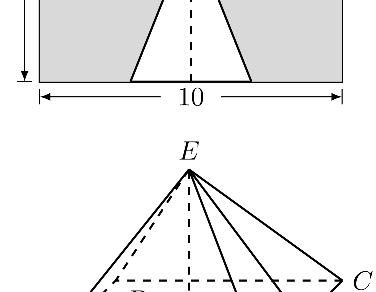

D
C
F
A
B
E

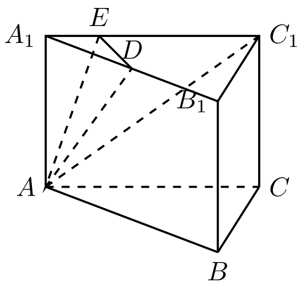


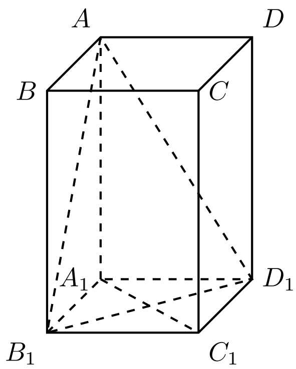

4cm
12cm

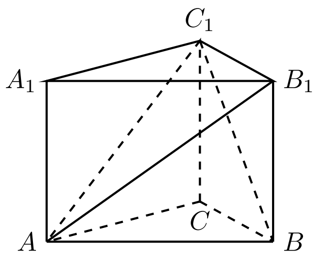

D
C
A
B
P

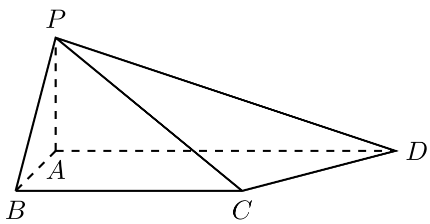

x
10
10

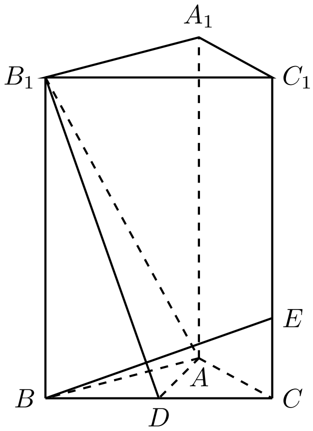

E
C
D
F
O
A
B

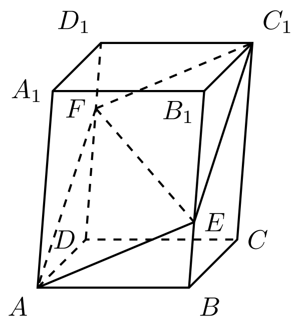

E
A_1
D
C_1
B_1
A
C
B

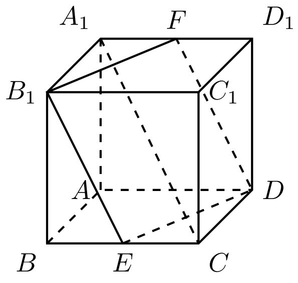

A
D
B
C
A_1
D_1
B_1
C_1

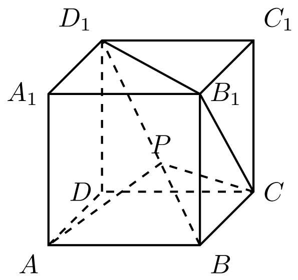

C_1
A_1
B_1
C
A
B

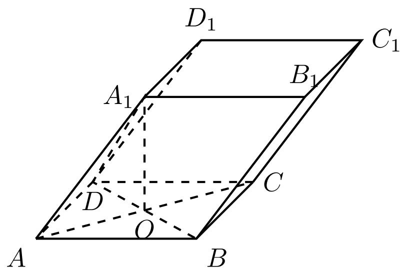

P
D
A
B
C

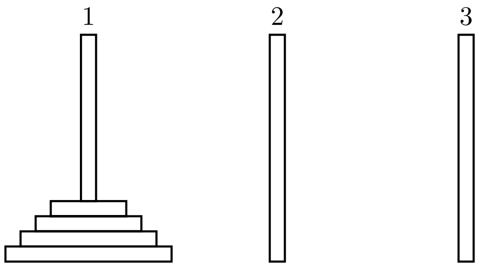

A_1
B_1
C_1
E
A
B
C
D

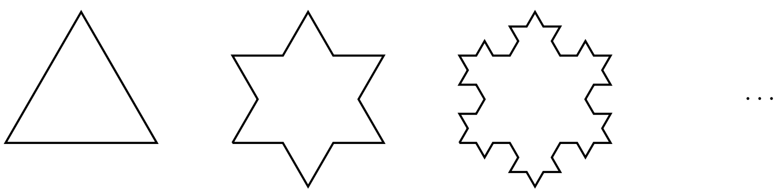












M_1 M_2 M_3 $\cdots$