

1. 不等式 $\frac{2-x}{x+4} > 0$ 的解集是_____.

2. 若复数 $z = 1 - 2i$ (i 为虚数单位), 则 $z \cdot \bar{z} + z =$ _____.

3. 动点 P 到点 $F(2,0)$ 的距离与它到直线 $x+2=0$ 的距离相等, 则 P 的轨迹方程为_____.

4. 行列式 $\begin{vmatrix} \cos \frac{\pi}{3} & \sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{6} \end{vmatrix}$ 的值是_____.

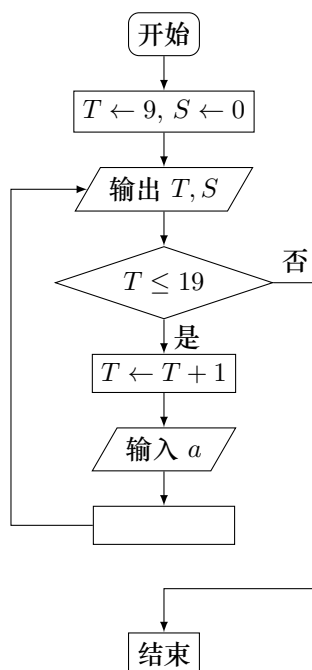
5. 圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 的圆心到直线 $l: 3x + 4y + 4 = 0$ 的距离 $d =$ _____.

6. 随机变量 ξ 的概率分布率由下表给出:

x	7	8	9	10
$P(\xi = x)$	0.3	0.35	0.2	0.15

则随机变量 ξ 的均值是_____.

7. 2010 年上海世博会园区每天 9:00 开园, 20:00 停止入园. 在下面的框图中, S 表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数, a 表示整点报道前 1 个小时内入园人数, 则空白的执行框内应填入_____.



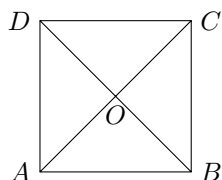
8. 对任意不等于 1 的正数 a , 函数 $f(x) = \log_a(x+3)$ 的反函数的图像都经过点 P , 则点 P 的坐标是_____.

9. 从一副混合后的扑克牌 (52 张) 中随机抽取 1 张, 事件 A 为“抽得红桃 K”, 事件 B 为“抽得为黑桃”, 则概率 $P(A \cup B) =$ _____.(结果用最简分数表示)

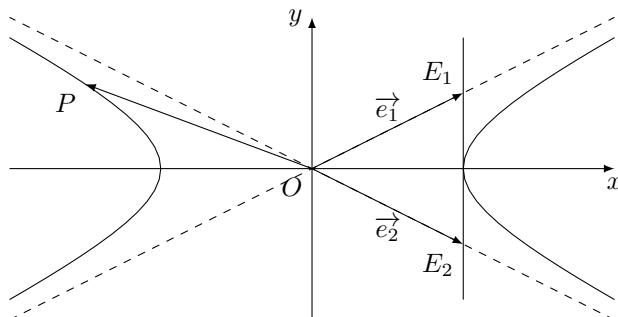
10. 在 n 行 n 列矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n & 1 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n & 1 & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 \end{pmatrix}$ 中, 记位于第 i 行第 j 列的数为 $a_{ij}(i, j = 1, 2, \cdots, n)$. 当 $n = 9$ 时, $a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{99} =$ _____.

11. 将直线 $l_1: nx + y - n = 0$ 、 $l_2: x + ny - n = 0 (n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2)$ x 轴、 y 轴围成的封闭图形的面积记为 S_n , 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$ _____.

12. 如图所示, 在边长为 4 的正方形纸片 $ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于 O , 剪去 $\triangle AOB$, 将剩余部分沿 OC 、 OD 折叠, 使 OA 、 OB 重合, 则以 $A(B)$ 、 C 、 D 、 O 为顶点的四面体的体积为_____.



13. 如图所示, 直线 $x = 2$ 与双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的渐近线交于 E_1, E_2 两点, 记 $\overrightarrow{OE_1} = \vec{e}_1$, $\overrightarrow{OE_2} = \vec{e}_2$, 任取双曲线 Γ 上的点 P , 若 $\overrightarrow{OP} = a\vec{e}_1 + b\vec{e}_2 (a, b \in \mathbf{R})$, 则 a, b 满足的一个等式是_____.



14. 在集合 $U = \{a, b, c, d\}$ 的子集中选出 2 个不同的子集, 需同时满足以下两个条件: ① a, b 都要选出; ② 对选出的任意两个子集 A 和 B , 必有 $A \subseteq B$ 或 $B \subseteq A$, 那么共有_____种不同的选法.

15. “ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$ ” 是 “ $\tan x = 1$ ” 成立的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分条件

D. 既不充分也不必要条件

16. 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 2 - t, \end{cases} (t \in \mathbf{R})$, 则 l 的方向向量是 \vec{d} 可以是 ().

A. $(1, 2)$

B. $(2, 1)$

C. $(-2, 1)$

D. $(1, -2)$

17. 若 x_0 是方程 $(\frac{1}{2})^x = x^{\frac{1}{3}}$ 的解, 则 x_0 属于区间 ().

- A. $(\frac{2}{3}, 1)$ B. $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$ C. $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ D. $(0, \frac{1}{3})$

18. 某人要制作一个三角形, 要求它的三条高的长度分别为 $\frac{1}{13}, \frac{1}{11}, \frac{1}{5}$, 则此人能 ().

- A. 不能作出这样的三角形 B. 作出一个锐角三角形
C. 作出一个直角三角形 D. 作出一个钝角三角形

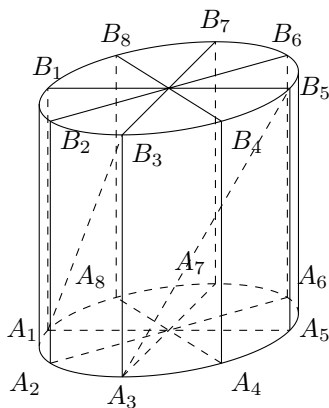
19. 已知 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 化简: $\lg(\cos x \cdot \tan x + 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}) + \lg[\sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4})] - \lg(1 + \sin 2x)$.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = n - 5a_n - 85$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 证明: $\{a_n - 1\}$ 是等比数列;

(2) 求数列 $\{S_n\}$ 的通项公式, 并求出 n 为何值时, S_n 取得最小值, 并说明理由.

21. 如图所示, 为了制作一个圆柱形灯笼, 先要制作 4 个全等的矩形骨架, 总计耗用 9.6 米铁丝, 骨架把圆柱底面 8 等份, 再用 S 平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面 (不安装上底面).



(1) 当圆柱底面半径 r 取何值时, S 取得最大值? 并求出该最大值 (结果精确到 0.01 平方米);

(2) 在灯笼内, 以矩形骨架的顶点为点, 安装一些霓虹灯, 当灯笼的底面半径为 0.3 米时, 求图中两根直线 A_1B_3 与 A_3B_5 所在异面直线所成角的大小 (结果用反三角函数表示).

22. 若实数 x 、 y 、 m 满足 $|x - m| > |y - m|$, 则称 x 比 y 远离 m .

(1) 若 $x^2 - 1$ 比 1 远离 0, 求 x 的取值范围;

(2) 对任意两个不相等的正数 a 、 b , 证明: $a^3 + b^3$ 比 $a^2b + ab^2$ 远离 $2ab\sqrt{ab}$;

(3) 已知函数 $f(x)$ 的定义域 $D = \{x | x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{R}\}$. 任取 $x \in D$, $f(x)$ 等于 $\sin x$ 和 $\cos x$ 中远离 0 的那个值. 写出函数 $f(x)$ 的解析式, 并指出它的基本性质 (结论不要求证明).

23. 已知椭圆 Γ 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 点 P 的坐标为 $(-a, b)$.

(1) 若直角坐标平面上的点 M 、 $A(0, -b)$ 、 $B(a, 0)$ 满足 $\overrightarrow{PM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB})$, 求点 M 的坐标;

(2) 设直线 $l_1: y = k_1x + p$ 交椭圆 Γ 于 C 、 D 两点, 交直线 $l_2: y = k_2x$ 于点 E . 若 $k_1 \cdot k_2 = -\frac{b^2}{a^2}$, 证明: E 为 CD 的中点;

(3) 对于椭圆 Γ 上的点 $Q(a \cos \theta, b \sin \theta) (0 < \theta < \pi)$, 如果椭圆 Γ 上存在不同的两点 P_1, P_2 满足 $\overrightarrow{PP_1} + \overrightarrow{PP_2} = \overrightarrow{PQ}$, 写出求作点 P_1, P_2 的步骤, 并求出使 P_1, P_2 存在的 θ 的取值范围.

24. 函数 $f(x) = \frac{1}{x-2}$ 的反函数为 $f^{-1}(x) =$ _____.

25. 若全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x|x \geq 1\} \cup \{x|x \leq 0\}$, 则 $C_U A =$ _____.

26. 设 m 为常数, 若点 $F(0, 5)$ 是双曲线 $\frac{y^2}{m} - \frac{x^2}{9} = 1$ 的一个焦点, 则 $m =$ _____.

27. 不等式 $\frac{x+1}{x} < 3$ 的解为_____.

28. 在极坐标系中, 直线 $\rho(2 \cos \theta + \sin \theta) = 2$ 与直线 $\rho \cos \theta = 1$ 的夹角大小为_____.

29. 在相距 2 千米的 A, B 两点处测量目标 C , 若 $\angle CAB = 75^\circ, \angle CBA = 60^\circ$, 则 A, C 两点之间的距离是_____千米.

30. 若圆锥的侧面积为 2π , 底面积为 π , 则该圆锥的体积为_____.

31. 函数 $y = \sin(\frac{\pi}{2} + x) \cos(\frac{\pi}{6} - x)$ 的最大值为_____.

32. 马老师从课本上抄录一个随机变量 ξ 的概率分布律如下表请小牛同学计算 ξ 的数学期望, 尽管 “!” 处无法完全看清, 且两个 “?” 处字迹模糊, 但能肯定这两个 “?” 处的数值相同. 据此, 小牛给出了正确答案 $E\xi =$ _____.

x	1	2	3
$P(\xi = x)$?	!	?

33. 行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} (a, b, c, d \in \{-1, 1, 2\})$ 的所有可能值中, 最大的是_____.

34. 在正三角形 ABC 中, D 是 BC 上的点, $AB = 3, BD = 1$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} =$ _____.

35. 随机抽取 9 个同学中, 至少有 2 个同学在同一个月出生的概率是_____ (默认每月天数相同, 结果精确到 0.001).

36. 设 $g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上、以 1 为周期的函数, 若 $f(x) = x + g(x)$ 在 $[3, 4]$ 上的值域为 $[-2, 5]$, 则 $f(x)$ 在区间 $[-10, 10]$ 上的值域为_____.

37. 已知点 $O(0, 0), Q_0(0, 1)$ 和 $R_0(3, 1)$, 记 $Q_0 R_0$ 的中点为 P_1 , 取 $Q_0 P_1$ 和 $P_1 R_0$ 中的一条, 记其端点为 Q_1, R_1 , 使之满足 $(|OQ_1| - 2)(|OR_1| - 2) < 0$; 记 $Q_1 R_1$ 的中点为 P_2 , 取 $Q_1 P_2$ 和 $P_2 R_1$ 中的一条, 记其端点为 Q_2, R_2 , 使之满足 $(|OQ_2| - 2)(|OR_2| - 2) < 0$; 依次下去, 得到点 $P_1, P_2, \dots, P_n, \dots$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} |Q_0 P_n| =$ _____.

38. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $ab > 0$, 则下列不等式中, 恒成立的是 ().

A. $a^2 + b^2 > 2ab$

B. $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{2}{\sqrt{ab}}$

D. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$

39. 下列函数中, 既是偶函数, 又是在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的函数为 ().

A. $y = \ln \frac{1}{|x|}$

B. $y = x^3$

C. $y = 2^{|x|}$

D. $y = \cos x$

40. 设 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 是空间中给定的 5 个不同的点, 则使 $\overrightarrow{MA_1} + \overrightarrow{MA_2} + \overrightarrow{MA_3} + \overrightarrow{MA_4} + \overrightarrow{MA_5} = \vec{0}$ 成立的点 M 的个数为 ().

A. 0

B. 1

C. 5

D. 10

41. 设 $\{a_n\}$ 是各项为正数的无穷数列, A_i 是边长为 a_i, a_{i+1} 的矩形面积 ($i = 1, 2, \dots$), 则 $\{A_n\}$ 为等比数列的充要条件为 ().

A. $\{a_n\}$ 是等比数列

B. $a_1, a_3, \dots, a_{2n-1}, \dots$ 或 $a_2, a_4, \dots, a_{2n}, \dots$ 是等比数列

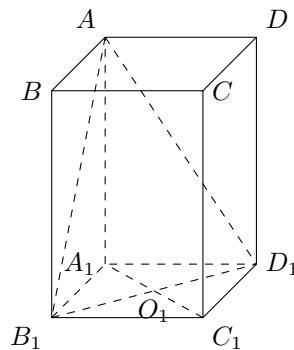
C. $a_1, a_3, \dots, a_{2n-1}, \dots$ 和 $a_2, a_4, \dots, a_{2n}, \dots$ 均是等比数列

D. $a_1, a_3, \dots, a_{2n-1}, \dots$ 和 $a_2, a_4, \dots, a_{2n}, \dots$ 均是等比数列, 且公比相同

42. 已知复数 z_1 满足 $(z_1 - 2)(1 + i) = 1 - i$ (i 为虚数单位), 复数 z_2 的虚部为 2, $z_1 \cdot z_2$ 是实数, 求 z_2 .

43. 已知函数 $f(x) = a \cdot 2^x + b \cdot 3^x$, 其中常数 a, b 满足 $ab \neq 0$. (1) 若 $ab > 0$, 判断函数 $f(x)$ 的单调性; (2) 若 $ab < 0$, 求 $f(x+1) > f(x)$ 时 x 的取值范围.

44. 已知 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 是底面边长为 1 的正四棱柱, O_1 是 A_1C_1 和 B_1D_1 的交点.



(1) 设 AB_1 与底面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成的角的大小为 α , 二面角 $A - B_1D_1 - A_1$ 的大小为 β . 求证: $\tan \beta = \sqrt{2} \tan \alpha$;

(2) 若点 C 到平面 AB_1D_1 的距离为 $\frac{4}{3}$, 求正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的高.

45. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式分别为 $a_n = 3n + 6$, $b_n = 2n + 7$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 将集合 $\{x | x = a_n, n \in \mathbf{N}^*\} \cup \{x | x = b_n, n \in \mathbf{N}^*\}$ 中的元素从小到大依次排列, 构成数列 $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n, \dots$.

(1) 求 c_1, c_2, c_3, c_4 ;

(2) 求证: 在数列 $\{c_n\}$ 中、但不在数列 $\{b_n\}$ 中的项恰为 $a_2, a_4, \dots, a_{2n}, \dots$;

(3) 求数列 $\{c_n\}$ 的通项公式.

46. 已知平面上的线段 l 及点 P , 在 l 上任取一点 Q , 线段 PQ 长度的最小值称为点 P 到线段 l 的距离, 记作 $d(P, l)$.

- (1) 求点 $P(1,1)$ 到线段 $l: x-y-3=0(3 \leq x \leq 5)$ 的距离 $d(P,l)$;
- (2) 设 l 是长为 2 的线段, 求点集 $D = \{P|d(P,l) \leq 1\}$ 所表示图形的面积;
- (3) 写出到两条线段 l_1, l_2 距离相等的点的集合 $\Omega = \{P|d(P,l_1) = d(P,l_2)\}$, 其中 $l_1 = AB, l_2 = CD$, A, B, C, D 是下列三组点中的一组. 对于下列三组点只需选做一种, 满分分别是① 2 分, ② 6 分, ③ 8 分; 若选择了多于一种的情形, 则按照序号较小的解答计分.

① $A(1,3), B(1,0), C(-1,3), D(-1,0)$;

② $A(1,3), B(1,0), C(-1,3), D(-1,-2)$;

③ $A(0,1), B(0,0), C(0,0), D(2,0)$.

47. 计算: $\frac{3-i}{1+i} = \underline{\hspace{2cm}}$ (i 为虚数单位).

48. 若集合 $A = \{x|2x+1 > 0\}, B = \{x||x-1| < 2\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

49. 函数 $f(x) = \begin{vmatrix} 2 & \cos x \\ \sin x & -1 \end{vmatrix}$ 的值域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

50. 若 $\vec{n} = (-2,1)$ 是直线 l 的一个法向量, 则 l 的倾斜角的大小为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (结果用反三角函数值表示).

51. 在 $(x - \frac{2}{x})^6$ 的二项展开式中, 常数项等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

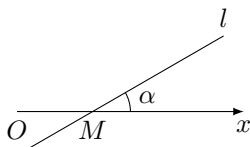
52. 有一列正方体, 棱长组成以 1 为首项、 $\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列, 体积分别记为 $V_1, V_2, \dots, V_n, \dots$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} (V_1 + V_2 + \dots + V_n) = \underline{\hspace{2cm}}$.

53. 已知函数 $f(x) = e^{|x-a|}$ (a 为常数). 若 $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上是增函数, 则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

54. 若一个圆锥的侧面展开图是面积为 2π 的半圆面, 则该圆锥的体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

55. 已知 $f(x) + x^2$ 是奇函数, 且 $f(1) = 1$, 若 $g(x) = f(x) + 2$, 则 $g(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

56. 如图, 在极坐标系中, 过点 $M(2,0)$ 的直线 l 与极轴的夹角 $\alpha = \frac{\pi}{6}$, 若将 l 的极坐标方程写成 $\rho = f(\theta)$ 的形式, 则 $f(\theta) = \underline{\hspace{2cm}}$.

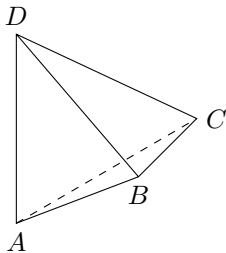


57. 三位同学参加跳高、跳远、铅球项目的比赛, 若每人都选择其中两个项目, 则有且仅有两人选择的项目完全相同的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (结果用最简分数表示).

58. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \frac{\pi}{3}$, 边 AB, AD 的长分别为 2、1, 若 M, N 分别是边 BC, CD 上的点, 且满足 $\frac{|\vec{BM}|}{|\vec{BC}|} = \frac{|\vec{CN}|}{|\vec{CD}|}$, 则 $\vec{AM} \cdot \vec{AN}$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

59. 已知函数 $y = f(x)$ 的图像是折线段 ABC , 其中 $A(0,0), B(\frac{1}{2}, 5), C(1,0)$, 函数 $y = xf(x)(0 \leq x \leq 1)$ 的图像与 x 轴围成的图形的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

60. 如图, AD 与 BC 是四面体 $ABCD$ 中互相垂直的棱, $BC = 2$, 若 $AD = 2c$, 且 $AB + BD = AC = CD = 2a$, 其中 a, c 为常数, 则四面体 $ABCD$ 的体积的最大值是_____.



61. 若 $1 + 2i$ 是关于 x 的实系数方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的一个复数根, 则 ().

A. $b = 2, c = 3$ B. $b = -2, c = 3$ C. $b = -2, c = -1$ D. $b = 2, c = -1$

62. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin^2 A + \sin^2 B < \sin^2 C$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ().

A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 不能确定

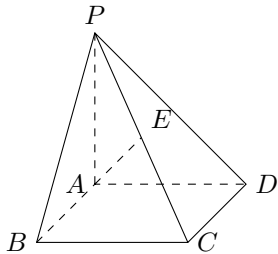
63. 设 $10 \leq x_1 < x_2 < x_3 < x_4 \leq 10^4$, $x_5 = 10^5$, 随机变量 ξ_1 取值 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的概率均为 0.2, 随机变量 ξ_2 取值 $\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{x_3 + x_4}{2}, \frac{x_4 + x_5}{2}, \frac{x_5 + x_1}{2}$ 的概率也均为 0.2, 若记 $D\xi_1, D\xi_2$ 分别为 ξ_1, ξ_2 的方差, 则 ().

A. $D\xi_1 > D\xi_2$
 B. $D\xi_1 = D\xi_2$
 C. $D\xi_1 < D\xi_2$
 D. $D\xi_1$ 与 $D\xi_2$ 的大小关系与 x_1, x_2, x_3, x_4 的取值有关

64. 设 $a_n = \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{25}$, $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, 在 $S_1, S_2, \cdots, S_{100}$ 中, 正数的个数是 ().

A. 25 B. 50 C. 75 D. 100

65. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, E 是 PC 的中点. 已知 $AB = 2$, $AD = 2$, $PA = 2$. 求:



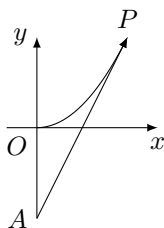
- (1) 三角形 PCD 的面积;
 (2) 异面直线 BC 与 AE 所成的角的大小.

66. 已知函数 $f(x) = \lg(x + 1)$.

- (1) 若 $0 < f(1 - 2x) - f(x) < 1$, 求 x 的取值范围;

(2) 若 $g(x)$ 是以 2 为周期的偶函数, 且当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 有 $g(x) = f(x)$, 求函数 $y = g(x)(x \in [1, 2])$ 的反函数.

67. 海事救援船对一艘失事船进行定位: 以失事船的当前位置为原点, 以正北方向为 y 轴正方向建立平面直角坐标系 (以 1 海里为单位长度), 则救援船恰在失事船的正南方向 12 海里 A 处, 如图. 现假设: ① 失事船的移动路径可视为抛物线 $y = \frac{12}{49}x^2$; ② 定位后救援船即刻沿直线匀速前往救援; ③ 救援船出发 t 小时后, 失事船所在位置的横坐标为 $7t$.



- (1) 当 $t = 0.5$ 时, 写出失事船所在位置 P 的纵坐标. 若此时两船恰好会合, 求救援船速度的大小和方向;
(2) 问救援船的时速至少是多少海里才能追上失事船?

68. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知双曲线 $C_1: 2x^2 - y^2 = 1$.

- (1) 过 C_1 的左顶点引 C_1 的一条渐近线的平行线, 求该直线与另一条渐近线及 x 轴围成的三角形的面积;
(2) 设斜率为 1 的直线 l 交 C_1 于 P 、 Q 两点, 若 l 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切, 求证: $OP \perp OQ$;
(3) 设椭圆 $C_2: 4x^2 + y^2 = 1$. 若 M 、 N 分别是 C_1 、 C_2 上的动点, 且 $OM \perp ON$, 求证: O 到直线 MN 的距离是定值.

69. 对于数集 $X = \{-1, x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 其中 $0 \leq x_1 < x_2 < \dots < x_n$, $n \geq 2$, 定义向量集 $Y = \{\vec{a} | \vec{a} = (s, t), s \in X, t \in X\}$, 若对任意 $\vec{a}_1 \in Y$, 存在 $\vec{a}_2 \in Y$, 使得 $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = 0$, 则称 X 具有性质 P . 例如 $\{-1, 1, 2\}$ 具有性质 P .

- (1) 若 $x > 2$, 且 $\{-1, 1, 2, x\}$ 具有性质 P , 求 x 的值;
(2) 若 X 具有性质 P , 求证: $1 \in X$, 且当 $x_n > 1$ 时, $x_1 = 1$;
(3) 若 X 具有性质 P , 且 $x_1 = 1$, $x_2 = q$ (q 为常数), 求有穷数列 x_1, x_2, \dots, x_n 的通项公式.

70. 计算: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+20}{3n+13} =$ _____.

71. 设 $m \in \mathbf{R}$, $m^2 + m - 2 + (m^2 - 1)i$ 是纯虚数, 其中 i 是虚数单位, 则 $m =$ _____.

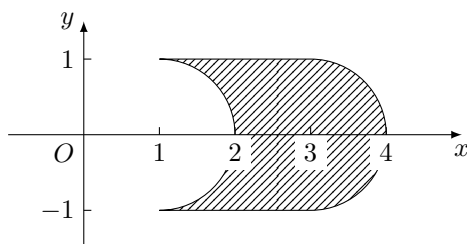
72. 若 $\begin{vmatrix} x^2 & y^2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & x \\ y & -y \end{vmatrix}$, 则 $x + y =$ _____.

73. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 所对应边分别为 a 、 b 、 c , 若 $3a^2 + 2ab + 3b^2 - 3c^2 = 0$, 则角 C 的大小是_____ (结果用反三角函数值表示).

74. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, 若 $(x^2 + \frac{a}{x})^5$ 的二项展开式中 x^7 项的系数为 -10 , 则 $a =$ _____.

75. 方程 $\frac{3}{3^x - 1} + \frac{1}{3} = 3^{x-1}$ 的实数解为_____.

76. 在极坐标系中, 曲线 $\rho = \cos \theta + 1$ 与 $\rho \cos \theta = 1$ 的公共点到极点的距离为_____.
77. 盒子中装有编号为 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ 的九个球, 从中任意取出两个, 则这两个球的编号之积为偶数的概率是_____(结果用最简分数表示).
78. 设 AB 是椭圆 Γ 的长轴, 点 C 在 Γ 上, 且 $\angle CBA = \frac{\pi}{4}$, 若 $AB = 4$, $BC = \sqrt{2}$, 则 Γ 的两个焦点之间的距离为_____.
79. 设非零常数 d 是等差数列 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{19}$ 的公差, 随机变量 ξ 等可能地取值 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{19}$, 则方差 $D\xi =$ _____.
80. 若 $\cos x \cos y + \sin x \sin y = \frac{1}{2}$, $\sin 2x + \sin 2y = \frac{2}{3}$, 则 $\sin(x+y) =$ _____.
81. 设 a 为实常数, $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = 9x + \frac{a^2}{x} + 7$, 若 $f(x) \geq a + 1$ 对一切 $x \geq 0$ 成立, 则 a 的取值范围为_____.
82. 在 xOy 平面上, 将两个半圆弧 $(x-1)^2 + y^2 = 1 (x \geq 1)$ 和 $(x-3)^2 + y^2 = 1 (x \geq 3)$ 、两条直线 $y = 1$ 和 $y = -1$ 围成的封闭图形记为 D , 如图中阴影部分. 记 D 绕 y 轴旋转一周而成的几何体为 Ω , 过 $(0, y) (|y| \leq 1)$ 作 Ω 的水平截面, 所得截面面积为 $4\pi\sqrt{1-y^2} + 8\pi$, 试利用祖暅原理、一个平放的圆柱和一个长方体, 得出 Ω 的体积值为_____.

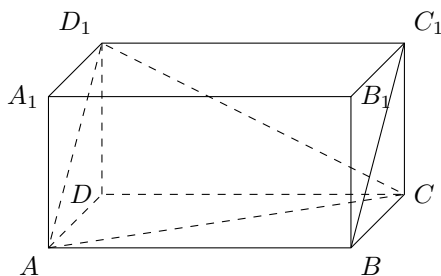


83. 对区间 I 上有定义的函数 $g(x)$, 记 $g(I) = \{y | y = g(x), x \in I\}$, 已知定义域为 $[0, 3]$ 的函数 $y = f(x)$ 有反函数 $y = f^{-1}(x)$, 且 $f^{-1}([0, 1)) = [1, 2)$, $f^{-1}((2, 4]) = [0, 1)$, 若方程 $f(x) - x = 0$ 有解 x_0 , 则 $x_0 =$ _____.
84. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | (x-1)(x-a) \geq 0\}$, $B = \{x | x \geq a-1\}$, 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 则 a 的取值范围为 ().
- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 2]$ C. $(2, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$
85. 钱大姐常说“便宜没好货”, 她这句话的意思是: “不便宜”是“好货”的 ().
- A. 充分条件 B. 必要条件
- C. 充分必要条件 D. 既非充分也非必要条件
86. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = 2^n - 1$, 若一个 7 行 12 列的矩阵的第 i 行第 j 列的元素 $a_{i,j} = a_i \cdot a_j + a_i + a_j$, ($i = 1, 2, \dots, 7; j = 1, 2, \dots, 12$) 则该矩阵元素能取到的不同数值的个数为 ().
- A. 18 B. 28 C. 48 D. 63

87. 在边长为 1 的正六边形 $ABCDEF$ 中, 记以 A 为起点, 其余顶点为终点的向量分别为 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4, \vec{a}_5$; 以 D 为起点, 其余顶点为终点的向量分别为 $\vec{d}_1, \vec{d}_2, \vec{d}_3, \vec{d}_4, \vec{d}_5$. 若 m, M 分别为 $(\vec{a}_i + \vec{a}_j + \vec{a}_k) \cdot (\vec{d}_r + \vec{d}_s + \vec{d}_t)$ 的最小值、最大值, 其中 $\{i, j, k\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{r, s, t\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则 m, M 满足 ().

A. $m = 0, M > 0$ B. $m < 0, M > 0$ C. $m < 0, M = 0$ D. $m < 0, M < 0$

88. 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2, AD = 1, A_1A = 1$, 证明直线 BC_1 平行于平面 DA_1C , 并求直线 BC_1 到平面 D_1AC 的距离.



89. 甲厂以 x 千克/小时的速度运输生产某种产品 (生产条件要求 $1 \leq x \leq 10$), 每小时可获得利润是 $100(5x + 1 - \frac{3}{x})$ 元.

- (1) 要使生产该产品 2 小时获得的利润不低于 3000 元, 求 x 的取值范围;
- (2) 要使生产 900 千克该产品获得的利润最大, 问: 甲厂应该选取何种生产速度? 并求最大利润.

90. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x)$, 其中常数 $\omega > 0$.

- (1) 若 $y = f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}]$ 上单调递增, 求 ω 的取值范围;
- (2) 令 $\omega = 2$, 将函数 $y = f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 再向上平移 1 个单位, 得到函数 $y = g(x)$ 的图像, 区间 $[a, b] (a, b \in \mathbf{R} \text{ 且 } a < b)$ 满足: $y = g(x)$ 在 $[a, b]$ 上至少含有 30 个零点, 在所有满足上述条件的 $[a, b]$ 中, 求 $b - a$ 的最小值.

91. 如图, 已知曲线 $C_1: \frac{x^2}{2} - y^2 = 1$, 曲线 $C_2: |y| = |x| + 1$, P 是平面上一点, 若存在过点 P 的直线与 C_1, C_2 都有公共点, 则称 P 为 “ $C_1 - C_2$ 型点”.

- (1) 在正确证明 C_1 的左焦点是 “ $C_1 - C_2$ 型点” 时, 要使用一条过该焦点的直线, 试写出一条这样的直线的方程 (不要求验证);
- (2) 设直线 $y = kx$ 与 C_2 有公共点, 求证 $|k| > 1$, 进而证明原点不是 “ $C_1 - C_2$ 型点”;
- (3) 求证: 圆 $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ 内的点都不是 “ $C_1 - C_2$ 型点”.

92. 给定常数 $c > 0$, 定义函数 $f(x) = 2|x + c + 4| - |x + c|$, 数列 a_1, a_2, a_3, \dots 满足 $a_{n+1} = f(a_n), n \in \mathbf{N}^*$.

- (1) 若 $a_1 = -c - 2$, 求 a_2 及 a_3 ;
- (2) 求证: 对任意 $n \in \mathbf{N}^*, a_{n+1} - a_n \geq c$;
- (3) 是否存在 a_1 , 使得 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 成等差数列? 若存在, 求出所有这样的 a_1 , 若不存在, 说明理由.

93. 函数 $y = 1 - 2\cos^2(2x)$ 的最小正周期是_____.

94. 若复数 $z = 1 + 2i$, 其中 i 是虚数单位, 则 $(z + \frac{1}{z}) \cdot \bar{z} =$ _____.

95. 抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点与椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 的右焦点重合, 则该抛物线的准线方程为_____.

96. 设 $f(x) = \begin{cases} x, & x \in (-\infty, a), \\ x^2, & x \in [a, +\infty), \end{cases}$ 若 $f(2) = 4$, 则 a 的取值范围为_____.

97. 若实数 x, y 满足 $xy = 1$, 则 $x^2 + 2y^2$ 的最小值为_____.

98. 若圆锥的侧面积是底面积的 3 倍, 则其母线与底面角的大小为_____ (结果用反三角函数值表示).

99. 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho(3\cos\theta - 4\sin\theta) = 1$, 则 C 与极轴的交点到极点的距离是_____.

100. 设无穷等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 若 $a_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_3 + a_4 + \cdots)$, 则 $q =$ _____.

101. 若 $f(x) = x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{2}}$, 则满足 $f(x) < 0$ 的 x 的取值范围是_____.

102. 为强化安全意识, 某商场拟在未来的连续 10 天中随机选择 3 天进行紧急疏散演练, 则选择的 3 天恰好为连续 3 天的概率是_____ (结果用最简分数表示).

103. 已知互异的复数 a, b 满足 $ab \neq 0$, 集合 $\{a, b\} = \{a^2, b^2\}$, 则 $a + b =$ _____.

104. 设常数 a 使方程 $\sin x + \sqrt{3}\cos x = a$ 在闭区间 $[0, 2\pi]$ 上恰有三个解 x_1, x_2, x_3 , 则 $x_1 + x_2 + x_3 =$ _____.

105. 某游戏的得分为 1, 2, 3, 4, 5, 随机变量 ξ 表示小白玩游戏的得分. 若 $E\xi = 4.2$, 则小白得 5 分的概率至少为_____.

106. 已知曲线 $C: x = -\sqrt{4-y^2}$, 直线 $l: x = 6$. 若对于点 $A(m, 0)$, 存在 C 上的点 P 和 l 上的点 Q 使得 $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} = \vec{0}$, 则 m 的取值范围为_____.

107. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 “ $a + b > 4$ ” 是 “ $a > 2$ 且 $b > 2$ ” 的 ().

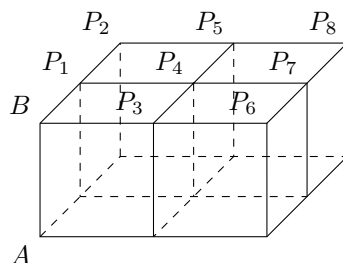
A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充分必要条件

D. 既非充分又非必要条件

108. 如图, 四个棱长为 1 的正方体排成一个正四棱柱, AB 是一条侧棱, $P_i (i = 1, 2, \cdots)$ 是上底面上其余的八个点, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP_i} (i = 1, 2, \cdots)$ 的不同值的个数为 ().



A. 1

B. 2

C. 4

D. 8

109. 已知 $P_1(a_1, b_1)$ 与 $P_2(a_2, b_2)$ 是直线 $y = kx + 1$ (k 为常数) 上两个不同的点, 则关于 x 和 y 的方程组

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = 1, \\ a_2x + b_2y = 1 \end{cases} \quad \text{的解的情况是 ()}.$$

A. 无论 k, P_1, P_2 如何, 总是无解

B. 无论 k, P_1, P_2 如何, 总有唯一解

C. 存在 k, P_1, P_2 , 使之恰有两解

D. 存在 k, P_1, P_2 , 使之有无穷多解

110. 设 $f(x) = \begin{cases} (x-a)^2, & x \leq 0, \\ x + \frac{1}{x} + a, & x > 0. \end{cases}$ 若 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值, 则 a 的取值范围为 ().

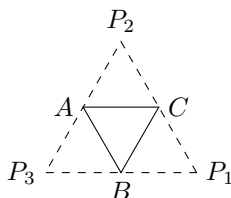
A. $[-1, 2]$

B. $[-1, 0]$

C. $[1, 2]$

D. $[0, 2]$

111. 底面边长为 2 的正三棱锥 $P-ABC$, 其表面展开图是三角形 $P_1P_2P_3$, 如图, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的各边长及此三棱锥的体积 V .



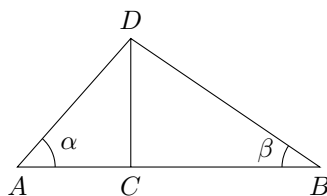
112. 设常数 $a \geq 0$, 函数 $f(x) = \frac{2^x + a}{2^x - a}$

(1) 若 $a = 4$, 求函数 $y = f(x)$ 的反函数 $y = f^{-1}(x)$;

(2) 根据 a 的不同取值, 讨论函数 $y = f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

113. 如图, 某公司要在 A, B 两地连线上的定点 C 处建造广告牌 CD , 其中 D 为顶端, AC 长 35 米, CB 长 80 米, 设 A, B 在同一水平面上, 从 A 和 B 看 D 的仰角分别为 α 和 β . (1) 设计中 CD 是铅垂方向, 若要求 $\alpha \geq 2\beta$, 问 CD 的长至多为多少 (结果精确到 0.01 米)?

(2) 施工完成后, CD 与铅垂方向有偏差, 现在实测得 $\alpha = 38.12^\circ$, $\beta = 18.45^\circ$, 求 CD 的长 (结果精确到 0.01 米)?



114. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于直线 $l: ax + by + c = 0$ 和点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, 记 $\eta = (ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c)$. 若 $\eta < 0$, 则称点 P_1, P_2 被直线 l 分隔. 若曲线 C 与直线 l 没有公共点, 且曲线 C 上存在点 P_1, P_2 被直线 l 分隔, 则称直线 l 为曲线 C 的一条分隔线.

(1) 求证: 点 $A(1, 2)$, $B(-1, 0)$ 被直线 $x + y - 1 = 0$ 分隔;

(2) 若直线 $y = kx$ 是曲线 $x^2 - 4y^2 = 1$ 的分隔线, 求实数 k 的取值范围;

(3) 动点 M 到点 $Q(0, 2)$ 的距离与到 y 轴的距离之积为 1, 设点 M 的轨迹为 E , 求证: 通过原点的直线中, 有且仅有一条直线是 E 的分割线.

115. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{3}a_n \leq a_{n+1} \leq 3a_n, n \in \mathbf{N}^*, a_1 = 1$.

(1) 若 $a_2 = 2, a_3 = x, a_4 = 9$, 求 x 的取值范围;

(2) 若 $\{a_n\}$ 是公比为 q 等比数列. 记 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, 若 $\frac{1}{3}S_n \leq S_{n+1} \leq 3S_n, n \in \mathbf{N}^*$, 求 q 的取值范围;

(3) 若 a_1, a_2, \cdots, a_k 成等差数列, 且 $a_1 + a_2 + \cdots + a_k = 1000$, 求正整数 k 的最大值, 以及 k 取最大值时相应数列 a_1, a_2, \cdots, a_k 的公差.

116. 设全集 $U = \mathbf{R}$. 若集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{x | 2 \leq x \leq 3\}$, 则 $A \cap \bar{B} =$ _____.

117. 若复数 z 满足 $3z + \bar{z} = 1 + i$, 其中 i 为虚数单位, 则 $z =$ _____.

118. 若线性方程组的增广矩阵为 $\begin{pmatrix} 2 & 3 & c_1 \\ 0 & 1 & c_2 \end{pmatrix}$, 解为 $\begin{cases} x = 3, \\ y = 5, \end{cases}$, 则 $c_1 - c_2 =$ _____.

119. 若正三棱柱的所有棱长均为 a , 且其体积为 $16\sqrt{3}$, 则 $a =$ _____.

120. 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上的动点 Q 到焦点的距离的最小值为 1, 则 $p =$ _____.

121. 若圆锥的侧面积与过轴的截面面积之比为 2π , 则其母线与轴的夹角的大小为_____.

122. 方程 $\log_2(9^{x-1} - 5) = \log_2(3^{x-1} - 2) + 2$ 的解为_____.

123. 在报名的 3 名男教师和 6 名女教师中, 选取 5 人参加义务献血, 要求男、女教师都有, 则不同的选取方式的种数为_____ (结果用数值表示).

124. 已知点 P 和 Q 的横坐标相同, P 的纵坐标是 Q 的纵坐标的 2 倍, P 和 Q 的轨迹分别为双曲线 C_1 和 C_2 . 若 C_1 的渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{3}x$, 则 C_2 的渐近线方程为_____.

125. 设 $f^{-1}(x)$ 为 $f(x) = 2^{x-2} + \frac{x}{2}, x \in [0, 2]$ 的反函数, 则 $y = f(x) + f^{-1}(x)$ 的最大值为_____.

126. 在 $(1 + x + \frac{1}{x^{2015}})^{10}$ 的展开式中, x^2 项的系数为_____ (结果用数值表示).

127. 赌博有陷阱. 某种赌博每局的规则是: 赌客先在标记有 1, 2, 3, 4, 5 的卡片中随机摸取一张, 将卡片上的数字作为其赌金 (单位: 元); 随后放回该卡片, 再随机摸取两张, 将这两张卡片上数字之差的绝对值的 1.4 倍作为其奖金 (单位: 元). 若随机变量 ξ_1 和 ξ_2 分别表示赌客在一局赌博中的赌金和奖金, 则 $E\xi_1 - E\xi_2 =$ _____ (元).

128. 已知函数 $f(x) = \sin x$. 若存在 x_1, x_2, \cdots, x_m 满足 $0 \leq x_1 < x_2 < \cdots < x_m \leq 6\pi$, 且 $|f(x_1) - f(x_2)| + |f(x_2) - f(x_3)| + \cdots + |f(x_{n-1}) - f(x_n)| = 12 (m \geq 2, m \in \mathbf{N}^*)$, 则 m 的最小值为_____.

129. 在锐角三角形 ABC 中, $\tan A = \frac{1}{2}$, D 为边 BC 上的点, $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的面积分别为 2 和 4. 过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F , 则 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} =$ _____.

130. 设 $z_1, z_2 \in \mathbf{C}$, 则 “ z_1, z_2 中至少有一个数是虚数” 是 “ $z_1 - z_2$ 是虚数” 的 ().

- A. 充分非必要条件
B. 必要非充分条件
C. 充要条件
D. 既非充分又非必要条件

131. 已知点 A 的坐标为 $(4\sqrt{3}, 1)$, 将 OA 绕坐标原点 O 逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$ 至 OB , 则点 B 的纵坐标为 ().

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{11}{2}$
D. $\frac{13}{2}$

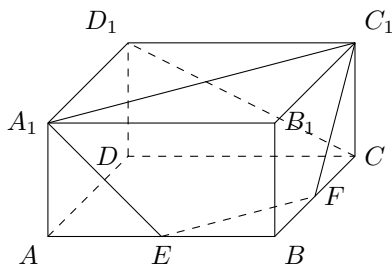
132. 记方程①: $x^2 + a_1x + 1 = 0$, 方程②: $x^2 + a_2x + 2 = 0$, 方程③: $x^2 + a_3x + 4 = 0$, 其中 a_1, a_2, a_3 是正实数. 当 a_1, a_2, a_3 成等比数列时, 下列选项中, 能推出方程③无实根的是 ().

- A. 方程①有实根, 且②有实根
B. 方程①有实根, 且②无实根
C. 方程①无实根, 且②有实根
D. 方程①无实根, 且②无实根

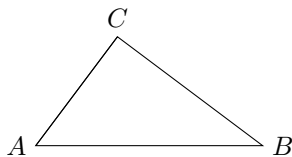
133. 设 $P_n(x_n, y_n)$ 是直线 $2x - y = \frac{n}{n+1}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 与圆 $x^2 + y^2 = 2$ 在第一象限的交点, 则极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n - 1}{x_n - 1} =$ ().

- A. -1
B. $-\frac{1}{2}$
C. 1
D. 2

134. 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 1$, $AB = AD = 2$, E, F 分别是 AB, BC 的中点. 证明 A_1, C_1, F, E 四点共面, 并求直线 CD_1 与平面 A_1C_1FE 所成的角的大小.



135. 如图, A, B, C 三地有直道相通, $AB = 5$ 千米, $AC = 3$ 千米, $BC = 4$ 千米. 现甲、乙两警员同时从 A 地出发匀速前往 B 地, 经过 t 小时, 他们之间的距离为 $f(t)$ (单位: 千米). 甲的路线是 AB , 速度为 5 千米/小时, 乙的路线是 ACB , 速度为 8 千米/小时. 乙到达 B 地后原地等待. 设 $t = t_1$ 时乙到达 C 地.



(1) 求 t_1 与 $f(t_1)$ 的值;

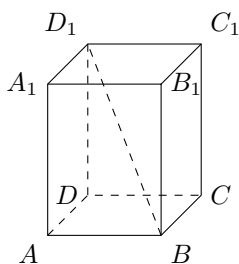
(2) 已知警员的对讲机的有效通话距离是 3 千米. 当 $t_1 \leq t \leq 1$ 时, 求 $f(t)$ 的表达式, 并判断 $f(t)$ 在 $[t_1, 1]$ 上的最大值是否超过 3? 说明理由.

136. 已知椭圆 $x^2 + 2y^2 = 1$, 过原点的两条直线 l_1 和 l_2 分别于椭圆交于 A, B 和 C, D , 记得到的平行四边形 $ABCD$ 的面积为 S .

(1) 设 $A(x_1, y_1), C(x_2, y_2)$, 用 A, C 的坐标表示点 C 到直线 l_1 的距离, 并证明 $S = 2|x_1y_1 - x_2y_2|$;

(2) 设 l_1 与 l_2 的斜率之积为 $-\frac{1}{2}$, 求面积 S 的值.

137. 已知数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 满足 $a_{n+1} - a_n = 2(b_{n+1} - b_n)$, $n \in \mathbf{N}^*$.
- (1) 若 $b_n = 3n + 5$, 且 $a_1 = 1$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (2) 设 $\{a_n\}$ 的第 n_0 项是最大项, 即 $a_{n_0} > a_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 求证: 数列 $\{b_n\}$ 的第 n_0 项是最大项;
 - (3) 设 $a_1 = \lambda < 0$, $b_n = \lambda^n (n \in \mathbf{N}^*)$, 求 λ 的取值范围, 使得 $\{a_n\}$ 有最大值 M 与最小值 m , 且 $\frac{M}{m} \in (-2, 2)$.
138. 对于定义域为 \mathbf{R} 的函数 $g(x)$, 若存在正常数 T , 使得 $\cos g(x)$ 是以 T 为周期的函数, 则称 $g(x)$ 为余弦周期函数, 且称 T 为其余弦周期. 已知 $f(x)$ 是以 T 为余弦周期的余弦周期函数, 其值域为 \mathbf{R} . 设 $f(x)$ 单调递增, $f(0) = 0$, $f(T) = 4\pi$.
- (1) 验证 $h(x) = x + \sin \frac{x}{3}$ 是以 6π 为周期的余弦周期函数;
 - (2) 设 $a < b$. 证明对任意 $c \in [f(a), f(b)]$, 存在 $x_0 \in [a, b]$, 使得 $f(x_0) = c$;
 - (3) 证明: “ u_0 为方程 $\cos f(x) = 1$ 在 $[0, T]$ 上的解” 的充要条件是 “ $u_0 + T$ 为方程 $\cos f(x) = 1$ 在 $[T, 2T]$ 上有解”, 并证明对任意 $x \in [0, T]$ 都有 $f(x + T) = f(x) + f(T)$.
139. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则不等式 $|x - 3| < 1$ 的解集为_____.
140. 设 $Z = \frac{3 + 2i}{i}$, 其中 i 为虚数单位, 则 $\operatorname{Im} z =$ _____.
141. 已知平行直线 $l_1: 2x + y - 1 = 0$, $l_2: 2x + y + 1 = 0$, 则 l_1, l_2 的距离为_____.
142. 某次体检, 6 位同学的身高 (单位: 米) 分别为 1.72, 1.78, 1.75, 1.80, 1.69, 1.77, 则这组数据的中位数是_____ (米).
143. 已知点 $(3, 9)$ 在函数 $f(x) = 1 + a^x$ 的图像上, 则 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x) =$ _____.
144. 如图, 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 的边长为 3, BD_1 与底面所成角的大小为 $\arctan \frac{2}{3}$, 则该正四棱柱的高等于_____.



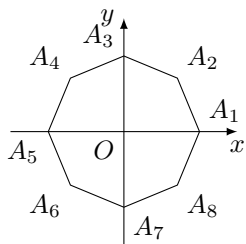
145. 方程 $3 \sin x = 1 + \cos 2x$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上的解为_____.
146. 在 $(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x})^n$ 的二项式中, 所有项的二项式系数之和为 256, 则常数项等于_____.
147. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 3, 5, 7, 则该三角形的外接圆半径等于_____.
148. 设 $a > 0$, $b > 0$. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax + y = 1, \\ x + by = 1 \end{cases}$ 无解, 则 $a + b$ 的取值范围是_____.

149. 无穷数列 $\{a_n\}$ 由 k 个不同的数组成, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, $S_n \in \{2, 3\}$, 则 k 的最大值为_____.

150. 在平面直角坐标系中, 已知 $A(1, 0)$, $B(0, -1)$, P 是曲线 $y = \sqrt{1-x^2}$ 上一个动点, 则 $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BA}$ 的取值范围是_____.

151. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, $c \in [0, 2\pi)$, 若对任意实数 x 都有 $2\sin(3x - \frac{\pi}{3}) = a\sin(bx + c)$, 则满足条件的有序实数组 (a, b, c) 的组数为_____.

152. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, O 为正八边形 $A_1A_2 \cdots A_8$ 的中心, $A_1(1, 0)$. 任取不同的两点 A_i, A_j , 点 P 满足 $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OA_i} + \overrightarrow{OA_j} = \vec{0}$, 则点 P 落在第一象限的概率是_____.



153. 设 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a > 1$ ”是“ $a^2 > 1$ ”的().

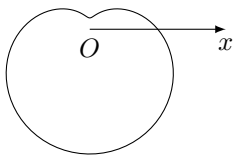
A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 既非充分也非必要条件

154. 下列极坐标方程中, 对应的曲线为下图的是().



A. $\rho = 6 + 5 \cos \theta$

B. $\rho = 6 + 5 \sin \theta$

C. $\rho = 6 - 5 \cos \theta$

D. $\rho = 6 - 5 \sin \theta$

155. 已知无穷等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 前 n 项和为 S_n , 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$. 下列条件中, 使得 $2S_n < S (n \in \mathbf{N}^*)$ 恒成立的是().

A. $a_1 > 0, 0.6 < q < 0.7$

B. $a_1 < 0, -0.7 < q < -0.6$

C. $a_1 > 0, 0.7 < q < 0.8$

D. $a_1 < 0, -0.8 < q < -0.7$

156. 设 $f(x)$ 、 $g(x)$ 、 $h(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的三个函数, 对于命题:① 若 $f(x) + g(x)$ 、 $f(x) + h(x)$ 、 $g(x) + h(x)$ 均为增函数, 则 $f(x)$ 、 $g(x)$ 、 $h(x)$ 中至少有一个增函数; ② 若 $f(x) + g(x)$ 、 $f(x) + h(x)$ 、 $g(x) + h(x)$ 均是以 T 为周期的函数, 则 $f(x)$ 、 $g(x)$ 、 $h(x)$ 均是以 T 为周期的函数, 下列判断正确的是().

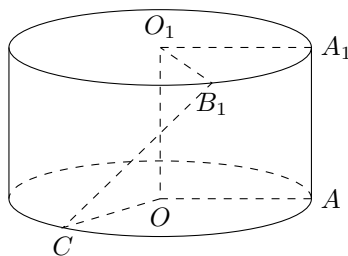
A. ①和②均为真命题

B. ①和②均为假命题

C. ①为真命题, ②为假命题

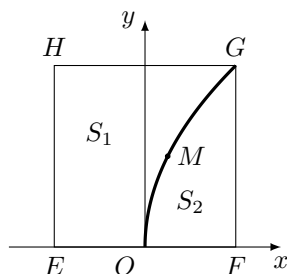
D. ①为假命题, ②为真命题

157. 将边长为 1 的正方形 AA_1O_1O (及其内部) 绕的 OO_1 旋转一周形成圆柱, 如图, \widehat{AC} 长为 $\frac{2}{3}\pi$, $\widehat{A_1B_1}$ 长为 $\frac{\pi}{3}$, 其中 B_1 与 C 在平面 AA_1O_1O 的同侧.



- (1) 求三棱锥 $C - O_1A_1B_1$ 的体积;
- (2) 求异面直线 B_1C 与 AA_1 所成的角的大小.

158. 有一块正方形菜地 $EFGH$, EH 所在直线是一条小河, 收货的蔬菜可送到 F 点或河边运走. 于是, 菜地分为两个区域 S_1 和 S_2 , 其中 S_1 中的蔬菜运到河边较近, S_2 中的蔬菜运到 F 点较近, 而菜地内 S_1 和 S_2 的分界线 C 上的点到河边与到 F 点的距离相等, 现建立平面直角坐标系, 其中原点 O 为 EF 的中点, 点 F 的坐标为 $(1, 0)$, 如图.



- (1) 求菜地内的分界线 C 的方程;
- (2) 菜农从蔬菜运量估计出 S_1 面积是 S_2 面积的两倍, 由此得到 S_1 面积的“经验值”为 $\frac{8}{3}$. 设 M 是 C 上纵坐标为 1 的点, 请计算以 EH 为一边、另一边过点 M 的矩形的面积, 及五边形 $EOMGH$ 的面积, 并判断哪一个更接近于 S_1 面积的经验值.

159. 双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 , 直线 l 过 F_2 且与双曲线交于 AB 两点.

- (1) 若 l 的倾斜角为 $\frac{\pi}{2}$, $\triangle F_1AB$ 是等边三角形, 求双曲线的渐近线方程;
- (2) 设 $b = \sqrt{3}$, 若 l 的斜率存在, 且 $(\overrightarrow{F_1A} + \overrightarrow{F_1B}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$, 求 l 的斜率.

160. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \log_2(\frac{1}{x} + a)$.

- (1) 当 $a = 5$ 时, 解不等式 $f(x) > 0$;
- (2) 若关于 x 的方程 $f(x) - \log_2[(a - 4)x + 2a - 5] = 0$ 的解集中恰好有一个元素, 求 a 的取值范围;
- (3) 设 $a > 0$, 若对任意 $t \in [\frac{1}{2}, 1]$, 函数 $f(x)$ 在区间 $[t, t + 1]$ 上的最大值与最小值的差不超过 1, 求 a 的取值范围.

161. 若无穷数列 $\{a_n\}$ 满足: 只要 $a_p = a_q (p, q \in \mathbf{N}^*)$, 必有 $a_{p+1} = a_{q+1}$, 则称 $\{a_n\}$ 具有性质 P .

- (1) 若 $\{a_n\}$ 具有性质 P , 且 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_4 = 3, a_5 = 2, a_6 + a_7 + a_8 = 21$, 求 a_3 ;
- (2) 若无穷数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, 无穷数列 $\{c_n\}$ 是公比为正数的等比数列, $b_1 = c_5 = 1, b_5 = c_1 = 81, a_n = b_n + c_n$. 判断 $\{a_n\}$ 是否具有性质 P , 并说明理由;

(3) 设 $\{b_n\}$ 是无穷数列, 已知 $a_{n+1} = b_n + \sin a_n (n \in \mathbf{N}^*)$. 求证: “对任意 a_1 , $\{a_n\}$ 都具有性质 P ” 的充要条件为 “ $\{b_n\}$ 是常数列”.