

1. (000061) 填空题:

(1) 若点 $(2, \sqrt{2})$ 在幂函数 $y = x^a$ 的图像上, 则该幂函数的表达式为_____; 若点 $(2, \sqrt{2})$ 在指数函数 $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 的图像上, 则该指数函数的表达式为_____; 若点 $(\sqrt{2}, 2)$ 在对数函数 $y = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 的图像上, 则该对数函数的表达式为_____.

(2) 若幂函数 $y = x^k$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是严格减函数, 则实数 k 的取值范围为_____.

(3) 已知常数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 假设无论 a 为何值, 函数 $y = a^{x-2} + 1$ 的图像恒经过一个定点. 则这个点的坐标为_____.

2. (001340) 在下列幂函数 (1) $y = x^{-\frac{3}{2}}$, (2) $y = x^{\frac{5}{4}}$, (3) $y = x^{-\frac{4}{3}}$, (4) $y = x^4$, (5) $y = x^{\frac{3}{7}}$, (6) $y = x^{-6}$ 中, 定义域关于原点对称的有_____, 值域为 \mathbf{R} 的有_____, 奇函数有_____, 在定义域上单调递增的有_____, 图像有一部分在第二象限的有_____.

3. (001491) 判断下列命题的真假, 真命题用“T”表示, 假命题用“F”表示.

_____(1) 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 若 1 是它的一个周期, 则 2 也是它的一个周期;

_____(2) 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 若 1 是它的一个周期, 则 2 也是它的一个周期;

_____(3) 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 若 1 是它的一个周期, 则 -1 也是它的一个周期;

_____(4) 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 若 1 是它的一个周期, 则 -1 也是它的一个周期;

_____(5) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 若 1 是它的一个周期, 则 $\sqrt{2}$ 一定不是它的周期;

_____(6) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x)$ 不是常数函数, 若 1 是它的一个周期, 则 $\sqrt{2}$ 一定不是它的周期;

_____(7) 定义在 \mathbf{R} 上的常数函数是周期函数;

_____(8) 奇函数一定是周期函数;

_____(9) 奇函数一定不是周期函数;

_____(10) 偶函数一定是周期函数;

_____(11) 偶函数一定不是周期函数;

_____(12) 单调函数一定不是周期函数;

_____(13) 一定不存在正实数 M , 使得周期函数 $y = f(x)$ 的定义域包含于区间 $[-M, M]$;

_____(14) 如果 1 是函数 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 的周期, 且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 定义域的交集非空, 那么 1 也是 $y = f(x) + g(x)$ 的周期;

_____(15) 设 $f(x), g(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} , 若 1 是函数 $y = f(x)$ 的周期, 则 1 是函数 $y = f(g(x))$ 的周期;

_____(16) 设 $f(x), g(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} , 若 1 是函数 $y = g(x)$ 的周期, 则 1 是函数 $y = f(g(x))$ 的周期;

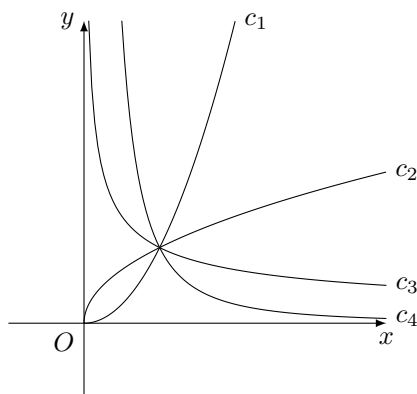
_____(17) $y = \sin x, x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 是周期函数;

_____(18) $y = \sin x, x \in (0, +\infty)$ 是周期函数;

_____(19) 周期函数一定有最大值和最小值;

_____(20) 定义域为 \mathbf{R} 的周期函数一定有最大值和最小值.

4. (002909) 图中曲线是幂函数 $y = x^n$ 在第一象限的图像, 已知 n 取 $\pm 2, \pm \frac{1}{2}$ 四个值, 则相应于曲线 c_1, c_2, c_3, c_4 的 n 依次为 ().



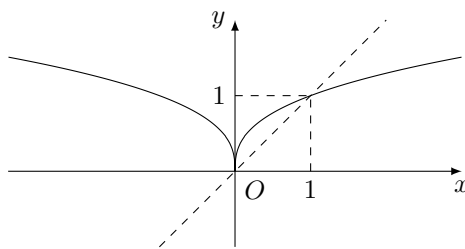
A. $-2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2$

B. $2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -2$

C. $-\frac{1}{2}, -2, 2, \frac{1}{2}$

D. $2, \frac{1}{2}, -2, -\frac{1}{2}$

5. (002925) 已知幂函数 $y = x^{\frac{q}{p}}$ ($p \in \mathbf{N}^*$, $q \in \mathbf{N}^*$, p, q 互质) 的图像如图所示, 则 ().



A. p, q 均为奇数

B. p 是奇数, q 是偶数, 且 $0 < \frac{q}{p} < 1$

C. p 是偶数, q 是奇数

D. p 是奇数, q 是偶数, 且 $\frac{q}{p} > 1$

6. (000069) 填空题:

(1) 已知 $m \in \mathbf{Z}$, 设幂函数 $y = x^{m^2-4m}$ 的图像关于原点成中心对称, 且与 x 轴及 y 轴均无交点, 则 m 的值为_____.

(2) 设 a, b 为常数, 若 $0 < a < 1, b < -1$, 则函数 $y = a^x + b$ 的图像必定不经过第_____象限.

7. (002911) 已知 $\alpha \in \{-2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$, 若幂函数 $f(x) = x^\alpha$ 为奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上递减, 则 $\alpha =$ _____.

8. (002918) 设常数 $t \in \mathbf{Z}$. 已知幂函数 $y = (t^3 - t + 1)x^{\frac{1}{3}(1+2t-t^2)}$ 是偶函数, 且在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 求整数 t 的值, 并作出相应的幂函数的大致图像.

9. (005463) 幂函数 $y = x^p$ 与 $y = x^q$ 的图像都通过定点_____, 它们在第一象限部分关于直线 $y = x$ 对称, 则 p, q 应满足的条件是_____.

10. (010137) 下列命题中, 正确的是 ().

A. 当 $n = 0$ 时, 函数 $y = x^n$ 的图像是一条直线

B. 幂函数 $y = x^n$ 的图像都经过 $(0, 0)$ 和 $(1, 1)$ 两个点

C. 若幂函数 $y = x^n$ 的图像关于原点成中心对称, 则 $y = x^n$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是严格增函数

D. 幂函数的图像不可能在第四象限

11. (002914) 设常数 $m \in \mathbf{R}$. 若幂函数 $y = (m^2 - m - 1)x^{m^2 - 2m - 1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 则 m 的值为_____.

12. (005464) 若实数 a 满足 $2.4^a > 2.5^a$, 求 a 的取值范围.

13. (005568) 若 $a > b$ 且 $ab \neq 0$. 则在① $a^2 > b^2$, ② $2^a > 2^b$, ③ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, ④ $a^{\frac{1}{3}} > b^{\frac{1}{3}}$, ⑤ $(\frac{1}{3})^a < (\frac{1}{3})^b$ 这五个关系式中, 恒成立的有 ().

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

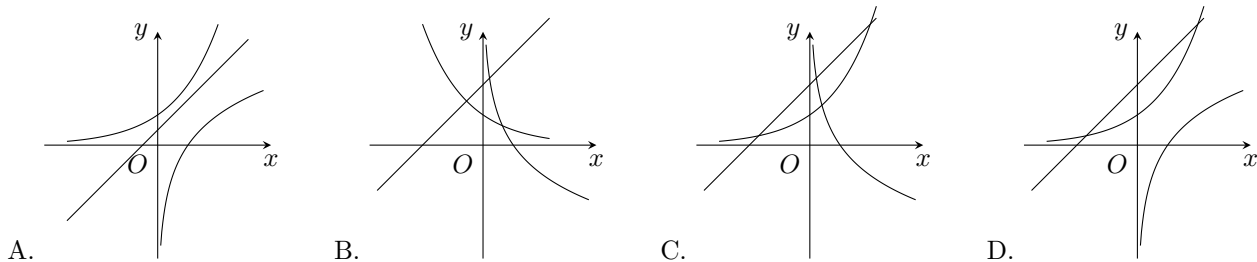
D. 4 个

14. (009488)(1) 已知函数 $y = x^{\frac{2}{3}}$ 和 $y = (x-1)^{\frac{2}{3}}$, 说明这两个函数图像之间的关系, 并在同一平面直角坐标系中作出它们的大致图像;

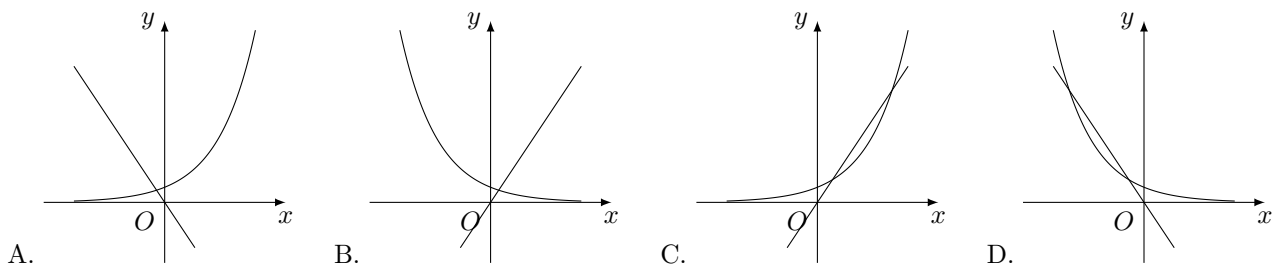
(2) 已知函数 $y = x^{\frac{2}{3}}$ 和 $y = x^{\frac{2}{3}} + 1$, 说明这两个函数图像之间的关系, 并在同一平面直角坐标系中作出它们的大致图像.

15. (009490) 作出函数 $y = \frac{-x-1}{x+2}$ 的大致图像.

16. (003815) 在同一坐标系中画出函数 $y = \log_a x$, $y = a^x$, $y = x + a$ 的图像, 可能正确的是_____.



17. (005569) 在同一平面直角坐标系中, 函数 $f(x) = ax$ 与 $g(x) = a^x$ 的图像可能是 ().



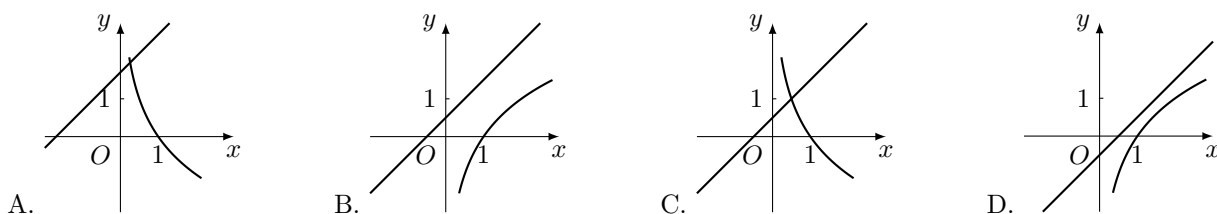
18. (005592) 若 $0.9 < a < 1$, 则 a, a^a, a^{a^a} 从小到大的排列顺序是_____.

19. (000062) 选择题:

(1) 若指数函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 在 \mathbf{R} 上是严格减函数, 则下列不等式中, 一定能成立的是 ().

- A. $a > 1$ B. $a < 0$ C. $a(a-1) < 0$ D. $a(a-1) > 0$

(2) 在同一平面直角坐标系中, 一次函数 $y = x + a$ 与对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图像关系可能是 ().



20. (000738) 函数 $f(x) = \lg(3^x - 2^x)$ 的定义域为_____.

21. (000954) 函数 $y = \sqrt{2^x - 1}$ 的定义域是_____ (用区间表示).

22. (001345) 解方程: $3^x + 4^x = 5^x$.

23. (001343) 方程 $9^x + 4^x = \frac{5}{2} \cdot 6^x$ 的解集为_____.

24. (001324) 函数 $y = \log_{x^2+x-1} 2$ 的定义域是_____.

25. (001326) 函数 $y = \log_2(x^2 + x - 1)$ 的定义域是_____, 值域是_____.

26. (001329) 已知函数 $f(x) = \lg(kx^2 - 6x + k + 3)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 则 k 的取值范围为_____.

27. (002871) 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若直线 $x = 2$ 是函数 $f(x) = \log_3 |2x + a|$ 的图像的一条对称轴, 则 $a =$ _____.

28. (003041) 已知实数 ab 满足等式 $(\frac{1}{2})^a = (\frac{1}{3})^b$, 下列五个关系式:
 ① $0 < b < a$; ② $a < b < 0$; ③ $0 < a < b$; ④ $b < a < 0$; ⑤ $a = b = 0$. 其中不可能成立的关系式的序号为_____.
29. (002874) 函数 $y = \log_2 \frac{2-x}{2+x}$ 的图像关于 ().
 A. 原点对称 B. y 轴对称 C. 直线 $y = x$ 对称 D. 直线 $y = -x$ 对称
30. (002875) 函数 $y = \log_2(2 - 2^x)$ 的图像关于 ().
 A. 原点对称 B. y 轴对称 C. 直线 $y = x$ 对称 D. 直线 $y = -x$ 对称
31. (002878) 设函数 $y = \log_2(x + 3)$ 的图像与函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称. ① $f(1) =$ _____; ② 若 $f(a)$ 有意义, 则 $f(a) =$ _____(结果用 a 的表达式表示).
32. (005720) 若函数 $f(x) = |\log_a x|$, 其中 $0 < a < 1$, 则下列各式中成立的是 ().
 A. $f(\frac{1}{3}) > f(2) > f(\frac{1}{4})$ B. $f(\frac{1}{4}) > f(\frac{1}{3}) > f(2)$ C. $f(2) > f(\frac{1}{3}) > f(\frac{1}{4})$ D. $f(\frac{1}{4}) > f(2) > f(\frac{1}{3})$
33. (001325) 函数 $y = \log_2(x^2 + x - 1)$ 的递增区间是_____.
34. (002898) 函数 $y = \log_{0.7}(x^2 - 3x + 2)$ 的单调减区间为_____.
35. (002905) 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $f(x) = \log_a(2 - ax)$ 在 $[0, 1]$ 上是减函数, 求 a 的取值范围.
36. (000063) 求下列函数的定义域:
 (1) $y = (x - 1)^{\frac{5}{2}}$;
 (2) $y = 3^{\sqrt{x-1}}$;
 (3) $y = \lg \frac{1+x}{1-x}$.
37. (001330) 已知函数 $f(x) = \lg(kx^2 - 6x + k + 3)$ 的值域为 \mathbf{R} , 则 k 的取值范围为_____.
38. (000362) 方程 $\log_2(9^x - 5) = 2 + \log_2(3^x - 2)$ 的解 $x =$ _____.
39. (004902) 若 $a = \log_{0.2} 0.3$, $b = \log_{0.3} 0.2$, $c = 1$, 则 a, b, c 的大小关系是 ().
 A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $b > c > a$ D. $c > b > a$
40. (004907) 若 $x > y > 1$, $0 < a < 1$, 则下列各式中正确的一个是 ().
 A. $x^{-a} > y^{-a}$ B. $(\sin a)^x > (\sin a)^y$ C. $\log_{\frac{1}{a}} x < \log_{\frac{1}{a}} y$ D. $1 + a^{x+y} > a^x + a^y$
41. (000075) 仅利用对数函数的单调性和计算器上的乘方功能来确定对数 $\log_2 3$ 第二位小数的值.
42. (000567) 函数 $f(x) = \sqrt{1 - \lg x}$ 的定义域为_____.
43. (000795) 若函数 $f(x) = \log_a(x^2 - ax + 1)$ ($a > 0$, $a \neq 1$) 没有最小值, 则 a 的取值范围是_____.
44. (001328) 不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + x + 1) < \log_{\frac{1}{2}}(4x - 1)$ 的解集为_____.

45. (001351) 若函数 $f(x) = \log_a x$ 在区间 $[a, 2a]$ 上的最大值与最小值之差为 $\frac{1}{2}$, 则 $a =$ _____.
46. (001352) 解方程: $\log_x(x^2 - x) \leq \log_x 2$.
47. (003747) 若 $\log_a \frac{2}{3} < 1$ ($a > 0, a \neq 1$), 则实数 a 的取值范围为_____.
48. (005199) 解关于 x 的不等式: $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 2) > \log_{\frac{1}{2}}(x + 1)$.
49. (005723) 若 $a > a^2 > b > 0$, 并记 $p = \log_a b, q = \log_b a, r = \log_a \frac{a}{b}, s = \log_b \frac{b}{a}$, 则 p, q, r, s 的大小关系是 ().
- A. $r < q < p < s$ B. $r < p < q < s$ C. $r < p < s < q$ D. $r < q < s < p$
50. (005724) 若 $\log_a \frac{1}{3} > \log_b \frac{1}{3} > 0$, 则 a, b 的关系是 ().
- A. $1 < b < a$ B. $1 < a < b$ C. $0 < a < b < 1$ D. $0 < b < a < 1$
51. (010162) 若 $a > b > c > 1$, 则下列不等式不成立的是_____. (填写所有不成立的不等式的序号)
- ① $\log_a b > \log_a c$; ② $\log_a \frac{1}{b} > \log_a \frac{1}{c}$; ③ $\log_{\frac{1}{a}} b > \log_{\frac{1}{a}} c$; ④ $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b} > \log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{c}$.