

- 当 $a > b > 0$ 时, 比较 $\frac{2a+b}{a+2b}$ 和 $\frac{a}{b}$ 的大小.
- 已知 $a > 0, a \neq 1, m > n > 0$, 比较 $A = a^m + \frac{1}{a^m}$ 和 $B = a^n + \frac{1}{a^n}$ 的大小.
- 若 $a > b$, 则下列各式中正确的是 ().
 A. $a \lg x > b \lg x (x > 0)$ B. $ax^2 > bx^2$ C. $a^2 > b^2$ D. $2^x \cdot a > 2^x \cdot b$
 item 设 $ab > 0$, 且 $\frac{c}{a} > \frac{d}{b}$, 则下列各式中, 恒成立的是 ().
 A. $bc < ad$ B. $bc > ad$ C. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ D. $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$
- 下列命题中, 不正确的一个是 ().
 A. 若 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$, 则 $a > b$ B. 若 $a > b, c > d$, 则 $a - d > b - c$
 C. 若 $a > b > 0, c > d > 0$, 则 $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ D. 若 $a > b > 0, ac > bd$, 则 $c > d$
- 若 $x < y < 0$, 则有 ().
 A. $0 < x^2 < xy$ B. $y^2 < xy < x^2$ C. $xy < y^2 < x^2$ D. $y^2 > x^2 > 0$
- 若 $a = \log_{0.2} 0.3, b = \log_{0.3} 0.2, c = 1$, 则 a, b, c 的大小关系是 ().
 A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $b > c > a$ D. $c > b > a$
- 用不等号 (“>” 或 “<”) 填空:
 (1) 若 $a \neq b$, 则 $a^2 + 3b^2$ _____ $2b(a + b)$;
 (2) 若 $c > 1$, 则 $\sqrt{c+1} - \sqrt{c}$ _____ $\sqrt{c} - \sqrt{c-1}$;
 (3) 若 $a > b, c > d$, 且 a 与 d 都是负数, 则 ac _____ bd .
- 若 “ $a > b, a - \frac{1}{a} > b - \frac{1}{b}$ ” 同时成立, 则 ab 应满足的条件是_____.
- 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a \neq b$, 比较 $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}$ 与 $a + b$ 的大小.
- 已知 $0 < \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, 比较 $\frac{b}{a+b}$ 与 $\frac{d}{c+d}$ 的大小.
- 若 $x > y > 1, 0 < a < 1$, 则下列各式中正确的一个是 ().
 A. $x^{-a} > y^{-a}$ B. $(\sin a)^x > (\sin a)^y$ C. $\log_{\frac{1}{a}} x < \log_{\frac{1}{a}} y$ D. $1 + a^{x+y} > a^x + a^y$
- 已知 $a \in \mathbf{R}$, 比较 $\frac{1}{1+a}$ 与 $1 - a$ 的大小.
- 设 $a > 0, a \neq 1, t > 0$, 比较 $\frac{1}{2} \log_a t$ 和 $\log_a \frac{t+1}{2}$ 的大小.
- 已知 $x > y > 0$, 比较 $\sqrt{\frac{y^2+1}{x^2+1}}$ 与 $\frac{y}{x}$ 的大小.
- 已知 a, b, m, n 都是正实数, 且 $m + n = 1$, 比较 $\sqrt{ma + nb}$ 和 $m\sqrt{a} + n\sqrt{b}$ 的大小.

16. 解下列不等式:

(1) $6x^2 - 5x - 1 > 0$;

(2) $6x^2 - 5x - 1 < 0$;

(3) $5x^2 - 2x + 3 > 0$;

(4) $9x^2 + 6x + 1 > 0$;

(5) $3x^2 - 4x + 5 < 0$.

17. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是 $\{x|x < -2 \text{ 或 } x > -\frac{1}{2}\}$, 求 $ax^2 - bx + c > 0$ 的解集.

18. 已知集合 $A = \{x|x^2 + (a-1)x - a > 0\}$, $B = \{x|(x+a)(x+b) > 0\}$, $a \neq b$, $M = \{x|x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$.

(1) 若 $\complement_U B = M$, 求 a, b 的值;

(2) 若 $-1 < b < a < 1$, 求 $A \cap B$;

(3) 若 $-3 < a < -1$, 且 $a^2 - 1 \in \complement_U A$, 求实数 a 的取值范围.

19. 已知函数 $y = (k^2 + 4k - 5)x^2 + 4(1 - k)x + 3$ 的图象都在 x 轴的上方, 求实数 k 的取值范围.

20. 已知 $a < b$, 则下列各式中恒成立的是 ().

A. $a^2 < b^2$

B. $c - a > c - b$

C. $|a| < |b|$

D. $a - 1 > b - 2$

21. 若 $|x| > 2$, 则 ().

A. $x > 2$

B. $x > \pm 2$

C. $-2 < x < 2$

D. $x > 2$ 或 $x < -2$

22. 不等式 $|x| - 3 < 0$ 的解集是 ().

A. $\{x|x < \pm 3\}$

B. $\{x|-3 < x < 3\}$

C. $\{x|x > 3\}$

D. $\{x|x < -3\}$

23. 已知集合 $M = \{x||x| > 2\}$, $N = \{x|x < 3\}$, 则下列结论正确的是 ().

A. $M \cup N = M$

B. $M \cap N = \{x|2 < x < 3\}$

C. $M \cup N = R$

D. $M \cap N = \{x|x < -2\}$

24. 已知集合 $M = \{x||x+1| \leq 2\}$, $P = \{x|x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$, 则 M, P 之间的关系是 ().

A. $M \supseteq P$

B. $M \supset P$

C. $M \subseteq P$

D. $M \subset P$

25. 已知 $|1 - x| + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 1$, 则 x 的取值范围是 ().

A. $1 \leq x \leq 2$

B. $x \leq 1$

C. $x < 1$ 或 $x > 2$

D. $x \geq 2$

26. 不等式 $2x + 3 - x^2 > 0$ 的解集是 ().

A. $\{x|-\frac{3}{2} \leq x < 1\}$

B. $\{x|-1 < x < 3\}$

C. $\{x|1 \leq x < 3\}$

D. $\{x|-\frac{3}{2} \leq x < 3\}$

27. 不等式 $6x^2 + 5x < 4$ 的解集是 ().

A. $\{x|x < -\frac{4}{3} \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$

B. $\{x|-\frac{4}{3} < x < \frac{1}{2}\}$.

C. $\{x|-\frac{1}{2} < x < \frac{4}{3}\}$.

D. $\{x|x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } x > \frac{4}{3}\}$

28. 当 $a < 0$ 时, 关于 x 的不等式 $x^2 - 4ax - 5a^2 > 0$ 的解集是 ().

- A. $\{x|x > 5a \text{ 或 } x < -a\}$ B. $\{x|x < 5a \text{ 或 } x > -a\}$ C. $\{x|-a < x < 5a\}$ D. $\{x|5a < x < -a\}$

29. 若 x 为实数, 则下列命题正确的是 ().

A. $x^2 \geq 2$ 的解集是 $\{x|x \geq \pm\sqrt{2}\}$

B. $(x-1)^2 < 2$ 的解集是 $\{x|1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2}\}$

C. $x^2 - 9 < 0$ 的解集是 $\{x|x < 3\}$

D. 设 x_1, x_2 为 $ax^2+bx+c=0$ 的两个实根, 且 $x_1 > x_2$, 则 $ax^2+bx+c > 0$ 的解集是 $\{x|x_2 < x < x_1\}$

30. 在① $x^2-2x-3 < 0$ 与 $\frac{x^2-2x}{x-1} < \frac{3}{x-1}$; ② $x^2+3x-4 > 0$ 与 $x^2+3x+\sqrt{x} > 4+\sqrt{x}$; ③ $\frac{(x+2)(x^2-1)}{x+2} > 0$ 与 $x^2-1 > 0$ 三组不等式中, 解集相同的组数是 ().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

31. 若 $x^2+x < 0$, 则 $x^2, x, -x^2, -x$ 的大小关系是 ().

- A. $x^2 > x > -x^2 > -x$ B. $-x > x^2 > -x^2 > x$ C. $-x > x^2 > x > -x^2$ D. $x^2 > -x > x > -x^2$

32. 直接写出下列不等式的解集:

(1) $(x-1)^2 > 0$: _____;

(2) $(2-x)(3x+1) > 0$: _____;

(3) $1-3x^2 > 2x$: _____;

(4) $1-2x-x^2 \geq 0$: _____;

(5) $x+\sqrt{x}-6 < 0$: _____.

33. 直接写出下列不等式的解集:

(1) $\frac{3x+4}{x-2} \geq 0$: _____;

(2) $\frac{4-2x}{1+3x} > 0$: _____;

(3) $\frac{1}{x} > x$: _____;

(4) $x^2-2|x|-3 > 0$: _____;

(5) $x^2-x-5 > |2x-1|$: _____.

34. 若 $\sqrt{x^2-x-6} \in \mathbf{R}$, 则 x 的取值范围为_____.

35. 要使代数式 $\frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x^2-3x+2}}$ 有意义, 实数 x 的取值范围是_____.

36. 若代数式 $6x^2+x-2$ 的值恒取非负实数, 则实数 x 的取值范围是_____.

37. 不等式 $4 \leq x^2-3x < 18$ 的整数解集是_____.

38. 已知实数 x 满足 $4x^2-4x-15 \leq 0$, 化简 $\sqrt{x^2-8x+16}-|x-3|$.

39. 已知 $a > b$, 直接写出下列不等式的解集:

(1) $\frac{x-a}{x-b} \geq 0$: _____;

(2) $\frac{x-a}{x-b} < 0$: _____;

(3) $x^2 - (a-b)x + ab > 0$: _____;

(4) $x^2 - (a-b)x + ab < 0$: _____.

40. 若关于 x 的方程 $2kx^2 + (8k+1)x + 8k = 0$ 有两个不等实根, 则实数 k 的取值范围是_____.

41. 已知 $a \neq 0$, 若关于 x 的不等式 $ax^2 - 2ax + 2a + 3 > 0$ 无实数解, 则 a 的取值范围是_____.

42. 不等式 $\frac{x-1}{2x} \leq 1$ 的解集是 ().

A. $\{x|x \geq -1\}$

B. $\{x|x \leq -1\}$

C. $\{x|-1 \leq x < 0\}$

D. $\{x|x \leq -1 \text{ 或 } x > 0\}$

43. 若关于 x 的二次不等式 $mx^2 + 8mx + 21 < 0$ 的解集是 $\{x|-1 < x < -1\}$, 则实数 m 的值等于 ().

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

44. 若关于 x 的不等式 $(a^2 - 3)x^2 + 5x - 2 > 0$ 的解集是 $\{x|\frac{1}{2} < x < 2\}$, 则实数 a 的值等于 ().

A. 1

B. -1

C. ± 1

D. 0

45. 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c < 0 (a \neq 0)$ 的解集是空集, 则 ().

A. $a < 0$ 且 $b^2 - 4ac > 0$

B. $a < 0$ 且 $b^2 - 4ac \leq 0$

C. $a > 0$ 且 $b^2 - 4ac \leq 0$

D. $a > 0$ 且 $b^2 - 4ac > 0$

46. 若对任何实数 x , 二次函数 $y = ax^2 - x + c$ 的值恒为负, 则 a, c 应满足 ().

A. $\begin{cases} a > 0, \\ ac \leq \frac{1}{4} \end{cases}$

B. $\begin{cases} a < 0, \\ ac < \frac{1}{4} \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0, \\ ac > \frac{1}{4} \end{cases}$

D. $\begin{cases} a < 0, \\ ac < 0 \end{cases}$

47. 若对任意实数 x , 不等式 $x^2 + 2(1+k)x + 3 + k > 0$ 恒成立, 则 k 的取值范围是 ().

A. $-1 < k < 2$

B. $-1 \leq k \leq 2$

C. $-2 < k < 1$

D. $-2 \leq k \leq 1$

48. 若关于 x 的二次方程 $2(k+1)x^2 + 4kx + 3k - 2 = 0$ 的两根同号, 则 k 的取值范围是 ().

A. $-2 < k < 1$

B. $-2 \leq k < -1$ 或 $\frac{2}{3} < k \leq 1$

C. $k < -1$ 或 $k > \frac{2}{3}$

D. $-2 < k < 1$ 或 $\frac{2}{3} < k < 1$

49. 已知关于 x 的方程 $(m+3)x^2 - 4mx + 2m - 1 = 0$ 的两根异号, 且负根的绝对值比正根大, 那么实数 m 的取值范围是 ().

A. $-3 < m < 0$

B. $0 < m < 3$

C. $m < -3$ 或 $m > 0$

D. $m < 0$ 或 $m > 3$

50. 若 α, β 是关于 x 的方程 $x^2 - (k-2)x + k^2 + 3k + 5 = 0 (k \text{ 为实数})$ 的两个实根, 则 $\alpha^2 + \beta^2$ 的最大值等于 ().

A. 19

B. 18

C. $\frac{50}{9}$

D. -6

51. 不等式 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) > 120$ 的解为 ().
- A. $x > 6$ B. $x < -1$ 或 $x > 6$ C. $x < -1$ D. $-1 < x < 6$
52. 在三个关于 x 的方程 $x^2 - ax + 4 = 0$, $x^2 + (a-1)x + 16 = 0$ 和 $x^2 + 2ax + 3a + 10 = 0$ 中, 已知至少有一个方程有实根, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $-4 \leq a \leq 4$ B. $-2 < a < 4$ C. $a \leq -2$ 或 $a \geq 4$ D. $a < 0$
53. 若关于 x 的二次方程 $x^2 - 2mx + 4x + 2m^2 - 4m - 2 = 0$ 有实根, 则其两根之积的最大值等于_____.
54. 使关于 x 的方程 $x^2 - kx + 2k - 3 = 0$ 的两实根的平方和取最小值, 实数 k 的值等于_____.
55. 若关于 x 的不等式 $x^2 - mx + n \leq 0$ 的解集是 $\{x | -5 \leq x \leq 1\}$, 则实数 $m =$ _____, $n =$ _____.
56. 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + 1 \geq 0$ 的解集是 $\{x | -5 \leq x \leq 1\}$, 则实数 $a =$ _____, $b =$ _____.
57. 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集是 $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\}$, 则实数 $a =$ _____, $b =$ _____.
58. 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx - 6 > 0$ 的解集是 $\{x | 2 < x < 3\}$, 则实数 $a =$ _____, $b =$ _____.
59. 若关于 x 的不等式 $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 的解集是 $\{x | x > 3\}$, 则不等式 $(a-3b)x + b - 2a > 0$ 的解集是_____.
60. 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是 $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > -\frac{1}{2}\}$, 则关于 x 的不等式 $ax^2 - bx + c > 0$ 的解集是_____.
61. 解不等式 $x^4 - 2x^2 + 1 > x^2 - 1$.
62. 已知关于 x 的不等式 $kx^2 - 2x + 6k < 0 (k \neq 0)$.
- (1) 若不等式的解集是 $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > -2\}$, 求实数 k 的值;
- (2) 若不等式的解集是 $\{x | x \neq \frac{1}{k}\}$, 求实数 k 的值;
- (3) 若不等式的解集是实数集, 求实数 k 的值.
63. 已知关于 x 的方程 $m(x-1) = 3(x+2)$ 的解是正实数, 求实数 m 的取值范围.
64. 已知关于 x 的方程 $\frac{1}{4}x^2 - kx + 5k - 6 = 0$ 无实数解, 求实数 k 的取值范围.
65. 已知关于 x 的方程 $kx^2 - (3k-1)x + k = 0$ 有两个正实数根, 求实数 k 的取值范围.
66. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 7x + 10 \leq 0\}$, $N = \{x | x^2 - (2-m)x + 5 - m \leq 0\}$, 且 $N \subseteq M$, 求实数 m 的取值范围.
67. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 4x + p < 0\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$, 且 $A \subseteq B$, 求实数 p 的取值范围.
68. 已知集合 $A = \{x | x^2 + ax + 1 \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, 且 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.
69. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 + px + q < 0\}$, 且 $A \cap B = \{x | -1 \leq x < 2\}$, 求实数 p, q 的关系式及其取值范围.

70. 已知集合 $A = \{x | -2 < x < -1 \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$, $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$, 且 $A \cup B = \{x | x + 2 > 0\}$, $A \cap B = \{x | \frac{1}{2} < x \leq 3\}$, 求 a, b 的值.
71. 要使代数式 $mx^2 + (m-1)x + (m-1)$ 的值恒为负值, 求实数 m 的取值范围.
72. 已知关于 x 的不等式 $(a^2 - 4)x^2 + (a + 2)x - 1 \geq 0$ 的解集是空集, 求实数 a 的取值范围.
73. 若关于 x 的不等式 $\frac{x^2 - 8x + 20}{mx^2 + 2(m+1)x + 9m + 4} < 0$ 的解集为 \mathbf{R} , 求实数 m 的取值范围.
74. 当 $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ 时, 要使 $\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + 2} = \sin \varphi$ 恒成立, 求实数 x 的取值范围.
75. 既要使关于 x 的不等式 $x^2 + (m - \frac{1}{2})x - \frac{7}{16} \leq 0$ 有实数解, 又要使关于 x 的方程 $(2m+3)x^2 + mx + \frac{m-2}{4} = 0$ 有实数解, 求实数 m 的取值范围.
76. 为长 80cm、宽 60cm 的工作台做一块台布, 使台布的面积是台面面积的两倍以上, 并使台子四边垂下的长度相等, 问: 垂下的长度至少是多少 (精确到 0.1cm)?
77. 已知非零实数 x, y, z , 满足 $x + y + z = xyz$, $x^2 = yz$, 求证: $x^2 \geq 3$.
78. 已知 $a + b \geq 0$, 求证: $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$.
79. 设 $a, b \in \mathbf{R}^+$, 且 $a \neq b$, 求证: $a^ab^b > a^bb^a$.
80. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 求证: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.
81. 已知 $a, b, c > 0$, 求证: (1) $(a+b)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) \geq 4$;
(2) $(a+b+c)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}) \geq 9$.
82. 已知正数 a, b 满足 $a + b = 1$, 求证: $\sqrt{2a+1} + \sqrt{2b+1} \leq 2\sqrt{2}$.
83. 已知 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $\alpha \neq \beta$, 求证: $\tan \alpha + \tan \beta > 2 \tan \frac{\alpha + \beta}{2}$.
84. 记 $f(x) = x^2 + ax + b$, 求证: $|f(1)|, |f(2)|, |f(3)|$ 中至少有一个不小于 $\frac{1}{2}$.
85. 已知 $-1 \leq x \leq 1$, $n \geq 2$, $n \in \mathbf{N}$, 求证: $(1-x)^n + (1+x)^n \leq 2^n$.
86. 已知 $x + 2y + 3z = 12$, 求证: $x^2 + 2y^2 + 3z^2 \geq 24$.
87. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}^+$, 求证: $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ (当且仅当 $a = b = c$ 时取等号).
88. 已知 $a > 0$, 求证: $x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x + \frac{1}{x}} \geq \frac{5}{2}$.
89. 已知实数 a, b, c 满足 $a + b + c = 0$ 和 $abc = 2$, 求证: a, b, c 中至少有一个不小于 2.
90. 已知 $0 < a < 1$, $0 < b < 1$, 求证: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(a-1)^2 + b^2} + \sqrt{a^2 + (b-1)^2} + \sqrt{(a-1)^2 + (b-1)^2} \geq 2\sqrt{2}$.
91. 已知实数 x, y, z 不全为零, 求证: $\sqrt{x^2 + xy + y^2} + \sqrt{y^2 + yz + z^2} + \sqrt{z^2 + zx + x^2} > \frac{3}{2}(x + y + z)$.

92. 已知 $x \geq 0, y \geq 0$, 求证: $\frac{1}{2}(x+y)^2 + \frac{1}{4}(x+y) \geq x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$.
93. 求证: $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \cdots + \frac{1}{n^2} < \frac{7}{4} (n \in \mathbf{N}^*)$.
94. 已知 $x > 0, y > 0, a, b$ 是正常数, 且满足 $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1$, 求证: $x + y \geq (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$.
95. 已知正数 a, b 满足 $a^2b = 1$, 求 $a + b$ 的最小值.
96. 求 $\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$ 的最小值.
97. 已知直角三角形的周长为定值 l , 求它面积的最大值.
98. 已知圆柱的体积为定值 V , 求圆柱全面积的最小值.
99. 从半径为 R 的圆形铁片里剪去一个扇形, 然后把剩下部分卷成一个圆锥形漏斗, 要使漏斗有最大容量, 剪去扇形的圆心角 θ 应是多少弧度?
100. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边 a, b, c 满足 $a + b = cx$. 设 $\triangle ABC$ 绕直线 AB 旋转一周所得的旋转体的侧面积为 S_1 , $\triangle ABC$ 的内切圆面积为 S_2 . 求:
- (1) 函数 $f(x) = \frac{S_1}{S_2}$ 的解析式和定义域;
- (2) 函数 $f(x)$ 的最小值.