1. (000527) 计算 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\mathrm{C}_n^2}{n^2+1}=$__________.

2. (000860) 计算: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\mathrm{P}_n^2+\mathrm{C}_n^2}{(n+1)^2}=$__________.

3. (002545) 已知 $\mathrm{P}_{56}^{x+6}:\mathrm{P}_{54}^{x+3}=30800:1$, 则 $x=$________________.

4. (002546) 已知 $\mathrm{P}_{2x+1}^4=140\mathrm{P}_x^3$, 则正整数 $x=$________________.

5. (002549) 已知 $\mathrm{P}_x^5=12\mathrm{P}_x^3$, 则正整数 $x=$________________.

6. (002550) 已知 $\mathrm{P}_n^n+\mathrm{P}_{n-1}^{n-1}=\dfrac{1}{5}\mathrm{P}_{n+1}^{n+1}$, 则 $n=$________________.

7. (002565) 已知 x 是不小于 3 的正整数, $\mathrm{C}_x^3:\mathrm{C}_x^2=44:3$, 则 $x=$________________.

8. (002566) 已知 x 是不小于 12 的正整数, $\mathrm{C}_x^{12}=\mathrm{C}_x^8$, 则 $x=$________________.

9. (002567) 已知 $2x,16-x$ 是不大于 18 的非负整数, $\mathrm{C}_{18}^{2x}=\mathrm{C}_{18}^{16-x}$, 则 $x=$________________.

10. (002568) 计算: $\mathrm{C}_m^5-\mathrm{C}_{m+1}^5+\mathrm{C}_m^4=$________________.

11. (002569) 不等式 $\mathrm{C}_{21}^{x-4}<\mathrm{C}_{21}^{x-2}<\mathrm{C}_{21}^{x-1}$ 的解集为________________.

12. (002570) 计算: $\mathrm{C}_2^2+\mathrm{C}_3^2+\mathrm{C}_4^2+\cdot+\mathrm{C}_{100}^2=$________________.

13. (002571) 计算: $\mathrm{C}_{97}^{94}+\mathrm{C}_{97}^{95}+\mathrm{C}_{98}^{96}+\mathrm{C}_{99}^{97}=$________________.

14. (002582) 已知 x 是不大于 7 的非负整数, $\mathrm{C}_7^x=\mathrm{C}_7^2$, 则 $x=$__________.

15. (002627) 当 n 是正整数时, $1-2\mathrm{C}_n^1+4\mathrm{C}_n^2-8\mathrm{C}_n^3+\cdots+(-2)^n\mathrm{C}_n^n=$________________.

16. (002628) 求值: $\mathrm{C}_{100}^0-\mathrm{C}_{100}^2+\mathrm{C}_{100}^4-\mathrm{C}_{100}^6+\cdots-\mathrm{C}_{100}^{98}+\mathrm{C}_{100}^{100}=$__________.

17. (002631)(1) 求证: $k\mathrm{C}_n^k=n\mathrm{C}_{n-1}^{k-1}$.

    (2) *(选做)* 已知 n 是正整数, 求 $\mathrm{C}_n^0+\dfrac{1}{2}\mathrm{C}_n^1+\dfrac{1}{3}\mathrm{C}_n^2+\cdots+\dfrac{1}{n+1}\mathrm{C}_n^n$.

18. (002638) 模仿下列方式:

    "已知 n 是正整数, 证明: $\mathrm{C}_n^0\mathrm{C}_n^n+\mathrm{C}_n^1\mathrm{C}_n^{n-1}+\cdots+\mathrm{C}_n^n\mathrm{C}_n^0=\mathrm{C}_{2n}^n$.

    证: 假设某班有 n 个男生, n 个女生. 原式右端可看做在班级的 $2n$ 个人中选 n 个人的选法总数.

    而在 $2n$ 个人中选 n 个人有如下的可能:

    选 0 个男生, n 个女生;

    选 1 个男生, $(n-1)$ 个女生;

    $\cdots$

    选 n 个男生, 0 个女生;

    故选法总数也可以表示成 $\mathrm{C}_n^0\mathrm{C}_n^n+\mathrm{C}_n^1\mathrm{C}_n^{n-1}+\cdots+\mathrm{C}_n^n\mathrm{C}_n^0$. 因此原式成立."

    解决问题: 已知 r,m,n 均为正整数, $r\le\min(m,n)$, 则 $\mathrm{C}_m^0\mathrm{C}_n^r+\mathrm{C}_m^1\mathrm{C}_n^{r-1}+\cdots+\mathrm{C}_m^r\mathrm{C}_n^0$ 的值为________.

19. (002639)[选做] 利用复数的三角形式的有关性质及二项式定理证明:

(1) $1+\mathrm{C}_n^1\cos\alpha+\mathrm{C}_n^2\cos 2\alpha+\mathrm{C}_n^3\cos 3\alpha+\cdots+\mathrm{C}_n^n\cos n\alpha=2^n\cos^n\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{n\alpha}{2}$;

(2) $\mathrm{C}_n^1\sin\alpha+\mathrm{C}_n^2\sin 2\alpha+\mathrm{C}_n^3\sin 3\alpha+\cdots+\mathrm{C}_n^n\sin n\alpha=2^n\cos^n\dfrac{\alpha}{2}\sin\dfrac{n\alpha}{2}$.

20. (003573) 化简: (1) $1+2\mathrm{C}_n^1+4\mathrm{C}_n^2+\cdots+2^n\mathrm{C}_n^n=$__________;

(2) $\mathrm{C}_3^3+\mathrm{C}_4^3+\mathrm{C}_5^3+\cdots+\mathrm{C}_n^3=$__________.

21. (003580) 已知 $\mathrm{C}_{18}^{2x}=\mathrm{C}_{18}^{x+3}$, 则 $x=$__________.

22. (003674) 若排列数 $\mathrm{P}_6^m=6\times 5\times 4$, 则 $m=$__________.

23. (003942) 计算 $1-3\mathrm{C}_{10}^1+9\mathrm{C}_{10}^2-27\mathrm{C}_{10}^3+\cdots-3^9\mathrm{C}_{10}^9+3^{10}=$__________.

24. (004018) 解关于正整数 x 的方程: $11\mathrm{C}_x^3=24\mathrm{C}_{x+1}^2$.

25. (004077) 已知各项均不为零的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, 前 n 项的和为 S_n, 且 $\dfrac{S_n^2-S_{n-1}^2}{a_n}=2n^2$, $n\in\mathbf{N}^*$, $n\geq 2$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=a_n+a_{n+1}$, $n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 求 a_2、a_3、S_{2019};

(2) 已知等式 $k\mathrm{C}_n^k=n\cdot\mathrm{C}_{n-1}^{k-1}$ 对 $1\leq k\leq n$, $k,n\in\mathbf{N}^*$ 成立, 请用该结论求有穷数列 $\{b_k\mathrm{C}_n^k\}$, $k=1,2,\cdots,n$ 的前 n 项和 T_n.

26. (004342) 已知 a 是实数, 在 $(1+ax)^8$ 的二项展开式中, 第 $k+1$ 项的系数为 $c_{k+1}=\mathrm{C}_8^k\cdot a^k$ $(k=0,1,2,3,\cdots,8)$. 若 $c_1<c_2<c_3<\cdots<c_9$, 则 a 的取值范围为__________.

27. (004402) 从正方体的 8 个顶点中选取 4 个作为顶点, 可得到四面体的个数为 (　　).

A. C_8^4-12　　B. C_8^4-8　　C. C_8^4-6　　D. C_8^4-4

28. (004459) 某班有 20 名女生和 19 名男生, 从中选出 5 人组成一个垃圾分类宣传小组, 要求女生和男生均不少于 2 人的选法共有 (　　).

A. $\mathrm{C}_{20}^2\cdot\mathrm{C}_{19}^2\cdot\mathrm{C}_{35}^1$　　B. $\mathrm{C}_{39}^5-\mathrm{C}_{20}^5-\mathrm{C}_{19}^5$

C. $\mathrm{C}_{39}^5-\mathrm{C}_{20}^1\mathrm{C}_{19}^4-\mathrm{C}_{20}^4\mathrm{C}_{19}^1$　　D. $\mathrm{C}_{20}^2\mathrm{C}_{19}^3+\mathrm{C}_{20}^3\mathrm{C}_{19}^2$

29. (007389) 设 $a\in\mathbf{N}$, 且 $a<27$, 则 $(27-a)(28-a)\cdots(34-a)$ 等于 (　　).

A. P_{27-a}^8　　B. P_{34-a}^{27-a}　　C. P_{34-a}^7　　D. P_{34-a}^8

30. (007394) 若 $\mathrm{P}_n^3=n\mathrm{P}_3^3$, 则 $n=$__________.

31. (007395) 若 $\mathrm{P}_n^n+\mathrm{P}_{n-1}^{n-1}=x\mathrm{P}_{n+1}^{n+1}$, 则 $x=$__________.

32. (007396) 若 $\mathrm{P}_{56}^{n+6}:\mathrm{P}_{54}^{n+3}=30800$, 则 $n=$__________.

33. (007403)6 个停车位置, 有 3 辆汽车需要停放, 若要使 3 个空位连在一起, 则停放方法数为 ( ).

A. P_4^4 B. P_6^3 C. P_6^4 D. P_3^3

34. (007404)6 张同排连号的电影票, 分给 3 名教师和 3 名学生, 若要求师生相间而坐, 则不同的分法数为 ( ).

A. $\mathrm{P}_3^3\mathrm{P}_4^3$ B. $(\mathrm{P}_3^3)^2$ C. $2(\mathrm{P}_3^3)^2$ D. $\mathrm{P}_6^6-(\mathrm{P}_3^3)^2$

35. (007410) 赛前将 4 对乒乓球双打选手介绍给观众, 每对选手要连着介绍, 则介绍这 8 位选手的不同顺序共有 ( ).

A. P_8^8 种 B. P_4^4 种 C. $2\mathrm{P}_4^4$ 种 D. $16\mathrm{P}_4^4$ 种

36. (007411) 要排一张有 5 个独唱节目和 3 个合唱节目的演出节目表, 若合唱节目不排在节目表的第一位置上, 并且任何两个合唱节目不相邻, 则不同的排法总数是 ( ).

A. P_8^8 B. $\mathrm{P}_5^5\mathrm{P}_3^3$ C. $\mathrm{P}_5^5\mathrm{P}_5^3$ D. $\mathrm{P}_3^3\mathrm{P}_5^3$

37. (007439) 若 $n\neq m$, 则组合数 C_n^m 等于 ( ).

A. $\dfrac{\mathrm{P}_n^m}{n!}$ B. $\dfrac{n}{m}\mathrm{C}_{n-1}^m$ C. C_m^{n-m+1} D. $\dfrac{n}{n-m}\mathrm{C}_{n-1}^m$

38. (007440) 计算 $\mathrm{C}_{10}^{r+1}+\mathrm{C}_{10}^{17-r}$, 值不相同的有 ( ).

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

39. (007442) 从 $1,3,5,7,9$ 这 5 个数字中任取 3 个, 从 $2,4,6,8$ 这 4 个数字中任取 2 个, 组成数字不重复的五位数的个数是 ( ).

A. $\mathrm{P}_5^3\mathrm{P}_4^2$ B. $\mathrm{C}_5^3\mathrm{P}_5^3\mathrm{C}_5^2\mathrm{P}_4^2$ C. $\mathrm{C}_5^3\mathrm{C}_4^2\mathrm{P}_5^5$ D. $\mathrm{P}_5^3\mathrm{P}_6^2$

40. (007447) 计算: $\mathrm{C}_m^5-\mathrm{C}_{m+1}^5+\mathrm{C}_m^4=$__________.

41. (007448) 计算: $\mathrm{C}_{96}^{94}+\mathrm{C}_{97}^{95}+\mathrm{C}_{98}^{96}+\mathrm{C}_{99}^{97}=$__________.

42. (007449) 计算: $\mathrm{C}_2^2+\mathrm{C}_3^2+\mathrm{C}_4^2+\cdots+\mathrm{C}_{10}^2=$__________.

43. (007450) 计算: $\mathrm{C}_3^0+\mathrm{C}_4^1+\mathrm{C}_5^2+\mathrm{C}_6^3+\cdots+\mathrm{C}_{20}^{17}=$__________.

44. (007464) 高三年级有 8 个班, 分派 4 个数学教师任教, 每个教师教两个班, 则不同的分派方法有 ( ).

A. $\mathrm{P}_8^2\mathrm{P}_6^2\mathrm{P}_4^2\mathrm{P}_2^2$ 种 B. $\mathrm{C}_8^2\mathrm{C}_6^2\mathrm{C}_4^2\mathrm{C}_2^2$ 种 C. $\mathrm{C}_8^2\mathrm{C}_6^2\mathrm{C}_4^2\mathrm{C}_2^2\mathrm{C}_4^4$ 种 D. $\dfrac{\mathrm{C}_8^2\mathrm{C}_6^2\mathrm{C}_4^2\mathrm{C}_2^2}{4!}$ 种

45. (007468) 若 m, n 是不大于 6 的非负整数, 则 $\mathrm{C}_6^m x^2+\mathrm{C}_6^n y^2=1$ 表示不同的椭圆个数是 (　　).

A. 42　　B. 30　　C. 12　　D. 6

46. (007469) 从 5 个学校中选出 8 名学生组成代表团, 要求每校至少有 1 人的选法种数是 (　　).

A. $\mathrm{C}_5^1+\mathrm{C}_5^1\mathrm{C}_4^1+\mathrm{C}_5^1\mathrm{C}_4^1\mathrm{C}_3^1$　　B. $\mathrm{C}_5^3+\mathrm{C}_5^2\mathrm{C}_4^1+\mathrm{C}_5^1\mathrm{C}_4^1\mathrm{C}_3^1$　　C. $\mathrm{C}_5^1+\mathrm{P}_5^2+\mathrm{C}_5^3$　　D. C_8^5

47. (007470) 空间有 n 个点, 任意 4 点均不共面, 连接其中任意两点均有一直线, 则成为异面直线的对数为 (　　).

A. C_n^4　　B. $2\mathrm{C}_n^4$　　C. $3\mathrm{C}_n^4$　　D. P_n^4

48. (007471) 若 $\mathrm{C}_7^x=\mathrm{C}_7^2$, 则 $x=$__________.

49. (007472) 若 $\mathrm{C}_{18}^{2x}=\mathrm{C}_{18}^{16-x}$, 则 $x=$__________.

50. (007473) 若 $\mathrm{C}_x^{12}=\mathrm{C}_x^8$, 则 $x=$__________.

51. (007474) 若 $\mathrm{C}_x^3:\mathrm{C}_x^2=44:3$, 则 $x=$__________.

52. (007475) 若 $3\mathrm{C}_{x-3}^{x-7}=5\mathrm{P}_{x-4}^2$, 则 $x=$__________.

53. (007476) 若 $\mathrm{C}_{17}^{2x}+\mathrm{C}_{17}^{2x-1}=\mathrm{C}_{18}^6$, 则 $x=$__________.

54. (007481) 解不等式: $\dfrac{1}{3}<\dfrac{\mathrm{C}_{x+1}^3}{\mathrm{C}_{x-1}^1}<7$.

55. (007482) 解不等式: $\mathrm{C}_n^{n-5}>\mathrm{C}_{n-2}^3+2\mathrm{C}_{n-2}^2+n-2$.

56. (007483) 解不等式: $\mathrm{C}_{21}^{x-4}<\mathrm{C}_{21}^{x-2}<\mathrm{C}_{21}^{x-1}$.

57. (007484) 解不等式: $\mathrm{C}_k^0+\mathrm{C}_k^1+2\mathrm{C}_k^2+3\mathrm{C}_k^3+\cdots+k\mathrm{C}_k^k<500$.

58. (007485) 解方程: $\mathrm{C}_{16}^{x^2-x}=\mathrm{C}_{16}^{5x-5}$.

59. (007486) 解方程: $\mathrm{C}_{x+3}^{x+1}=\mathrm{C}_{x+1}^{x-1}+\mathrm{C}_{x+1}^x+\mathrm{C}_x^{x-2}$.

60. (007487) 计算: $\mathrm{C}_{2n}^{17-n}+\mathrm{C}_{13+n}^{3n}$.

61. (007488) 计算: $\mathrm{C}_{3n}^{38-n}+\mathrm{C}_{21+n}^{3n}$.

62. (007494) 求证: $\mathrm{C}_n^k=\mathrm{C}_2^0\mathrm{C}_{n-2}^k+\mathrm{C}_2^1\mathrm{C}_{n-2}^{k-1}+\mathrm{C}_2^2\mathrm{C}_{n-2}^{k-2}(k\geq 2)$.

63. (007495) 求证: $n!+\dfrac{(n+1)!}{1!}+\dfrac{(n+2)!}{2!}+\cdots+\dfrac{(n+m)!}{m!}=n!\mathrm{C}_{n+m+1}^{n+1}$.

64. (007533) 求证: $4^n-4^{n-1}\mathrm{C}_n^1+4^{n-2}\mathrm{C}_n^2-4^{n-3}\mathrm{C}_n^3+\cdots+4(-1)^{n-1}\mathrm{C}_n^{n-1}+(-1)^n\mathrm{C}_n^n=3^n(n\in\mathbf{N})$.

65. (007534) 求证: $1-\mathrm{C}_n^2+\mathrm{C}_n^4-\mathrm{C}_n^6+\mathrm{C}_n^8-\mathrm{C}_n^{10}+\cdots=(\sqrt{2})^n\cos\dfrac{n\pi}{4}$, $\mathrm{C}_n^1-\mathrm{C}_n^3+\mathrm{C}_n^5-\mathrm{C}_n^7+\mathrm{C}_n^9-\mathrm{C}_n^{11}+\cdots=(\sqrt{2})^n\sin\dfrac{n\pi}{4}$.

66. (007535) 求证: $\mathrm{C}_n^1+2\mathrm{C}_n^2+3\mathrm{C}_n^3+\cdots+n\mathrm{C}_n^n=n\cdot 2^{n-1}(n\in\mathbf{N})$.

67. (007536) 求证: $\mathrm{C}_n^0+\frac{1}{2}\mathrm{C}_n^1+\frac{1}{3}\mathrm{C}_n^2+\cdots+\frac{1}{n+1}\mathrm{C}_n^n=\frac{1}{n+1}(2^{n+1}-1)(n\in\mathbf{N})$.

68. (007537) 求证 $\mathrm{C}_n^0\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^1\mathrm{C}_n^2+\cdots+\mathrm{C}_n^{n-1}\mathrm{C}_n^n=\frac{(2n)!}{(n-1)!(n+1)!}$.

69. (007538) 求证: $(\mathrm{C}_n^0)^2+(\mathrm{C}_n^1)^2+(\mathrm{C}_n^2)^2+\cdots+(\mathrm{C}_n^n)^2=\mathrm{C}_{2n}^n(n\in\mathbf{N})$.

70. (007542) 在 $(a-b)^n(n\in\mathbf{N})$ 的展开式中, 第 r 项的二项式系数为 ( ).

A. C_n^r B. C_n^{r-1} C. $(-1)^r\mathrm{C}_n^r$ D. $(-1)^{r-1}\mathrm{C}_n^{r-1}$

71. (007570)$1+7\mathrm{C}_n^1+7^2\mathrm{C}_n^2+7^3\mathrm{C}_n^3+\cdots+7^n\mathrm{C}_n^n=$__________.

72. (007571)$1-2\mathrm{C}_n^1+4\mathrm{C}_n^2-\cdots+(-2)^n\mathrm{C}_n^n=$__________.

73. (007572)$3+3^{n-1}\mathrm{C}_n^1+3^{n-2}\mathrm{C}_n^2+\cdots+3\mathrm{C}_n^{n-1}+\mathrm{C}_n^n=$__________.

74. (007573)$\mathrm{C}_{21}^0-\mathrm{C}_{21}^2+\mathrm{C}_{21}^4-\mathrm{C}_{21}^6+\cdots+\mathrm{C}_{21}^{16}-\mathrm{C}_{21}^{18}+\mathrm{C}_{21}^{20}=$__________.

75. (007581) 在 $(1+x)^3+(1+x)^4+\cdots+(1+x)^{n+2}$ 的展开式中, 含 x^2 项的系数是 ( ).

A. C_{n+3}^3 B. C_{n+3}^3-1 C. C_{n+2}^3-1 D. C_{n+2}^3

76. (007583) 在 $(x+1)(2x+1)(3x+1)\cdots(nx+1)$ 的展开式中, x 的一次项的系数是 ( ).

A. C_n^1 B. C_n^2 C. C_{n+1}^1 D. C_{n+1}^2

77. (007618) 若 a 为常数, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a+\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2+\cdots+\mathrm{C}_n^n}{2^n}$ 的值等于 ( ).

A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{a}{2}$

78. (007622) 若 $2000<\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2+\mathrm{C}_n^3+\cdots+\mathrm{C}_n^n<3000$, 则 $n=$__________.

79. (007627)$\mathrm{C}_n^0+2\mathrm{C}_n^1+2^2\mathrm{C}_n^2+\cdots+2^n\mathrm{C}_n^n$ 的值为 ( ).

A. 2^n B. 2^{n-1} C. 3^n D. 3^{n-1}

80. (007629) 若 $\mathrm{C}_n^0(x+1)^n-\mathrm{C}_n^1(x+1)^{n-1}+\mathrm{C}_n^2(x+1)^{n-2}-\cdots+(-1)^n\mathrm{C}_n^n=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$, 则 $a_1+a_2+\cdots+a_n=$__________.

81. (007636) 求和: $\mathrm{C}_{100}^0+4\mathrm{C}_{100}^1+7\mathrm{C}_{100}^2+\cdots+(3n-2)\mathrm{C}_{100}^{n-1}+\cdots+298\mathrm{C}_{100}^{99}+301\mathrm{C}_{100}^{100}(n\in\mathbf{N},1\le n\le 101)$.

82. (007637) 设 $a_0,a_1,a_2,\cdots,a_n$ 是等差数列, 求证: $a_0+\mathrm{C}_n^1a_1+\mathrm{C}_n^2a_2+\cdots+\mathrm{C}_n^na_n=(a_0+a_n)\cdot 2^{n-1}$.

83. (007638) 若 n 为奇数, 求 $7^n+\mathrm{C}_n^1\cdot 7^{n-1}+\mathrm{C}_n^2\cdot 7^{n-2}+\mathrm{C}_n^3 7^{n-3}+\cdots+\mathrm{C}_n^{n-2}\cdot 7^2+\mathrm{C}_n^{n-1}\cdot 7$ 被 9 除所得的余数.

84. (007649) 求证: $\mathrm{C}_n^0\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^1\mathrm{C}_n^2+\cdots+\mathrm{C}_n^{n-1}\mathrm{C}_n^n=\dfrac{(2n)!}{(n-1)!(n+1)!}$.

85. (007650) 求证: $\mathrm{C}_n^0\mathrm{C}_m^p+\mathrm{C}_n^1\mathrm{C}_m^{p-1}+\cdots+\mathrm{C}_n^p\mathrm{C}_m^0=\mathrm{C}_{m-n}^p(p\le m,n)$.

86. (007651) 利用 $k\mathrm{C}_n^k=n\mathrm{C}_{n-1}^{k-1}$, 求证: $\mathrm{C}_n^1+2\mathrm{C}_n^2+3\mathrm{C}_n^3+\cdots+n\mathrm{C}_n^n=n\cdot 2^{n-1}$.

87. (007652) 利用 $k\mathrm{C}_n^k=n\mathrm{C}_{n-1}^{k-1}$, 求证: $\mathrm{C}_n^1-2\mathrm{C}_n^2+3\mathrm{C}_n^3+\cdots+(-1)^{n-1}n\mathrm{C}_n^n=0(n\ge 2,\ n\in\mathbf{N})$.

88. (007653) 利用 $k\mathrm{C}_n^k=n\mathrm{C}_{n-1}^{k-1}$, 求证: $\mathrm{C}_n^0+2\mathrm{C}_n^1+3\mathrm{C}_n^2+\cdots+(n+1)\mathrm{C}_n^n=(n+2)\cdot 2^{n-1}$.

89. (007658) 已知 $\mathrm{C}_{18}^n=\mathrm{C}_{18}^{n+2}$, $4\mathrm{P}_m^2=\mathrm{P}_{m+1}^4$, 求 $(1+\sqrt{m}\mathrm{i})^n$ 展开式中所有实数项的和.

90. (007661) 计算: $\mathrm{C}_{21}^0-\mathrm{C}_{21}^2+\mathrm{C}_{21}^4-\mathrm{C}_{21}^6+\mathrm{C}_{21}^8-\mathrm{C}_{21}^{10}+\mathrm{C}_{21}^{12}-\mathrm{C}_{21}^{14}+\mathrm{C}_{21}^{16}-\mathrm{C}_{21}^{18}+\mathrm{C}_{21}^{20}$.

91. (007662) 求证: $1+\mathrm{C}_n^1\cos\alpha+\mathrm{C}_n^2\cos 2\alpha+\cdots+\mathrm{C}_n^n\cos n\alpha=2^n\cos^n(\dfrac{\alpha}{2})\cdot\cos\dfrac{n\alpha}{2}$, $\mathrm{C}_n^1\sin\alpha+\mathrm{C}_n^2\sin 2\alpha+\cdots+\mathrm{C}_n^n\sin n\alpha=2^n\cos^n(\dfrac{\alpha}{2})\sin\dfrac{n\alpha}{2}$.

92. (007663) 设 $a_n=1+q+q^2+\cdots+q^{n-1}(n\in\mathbf{N},\ q\ne\pm1)$, $A_n=a_1\mathrm{C}_n^1+a_2\mathrm{C}_n^2+\cdots+a_n\mathrm{C}_n^n$.

(1) 用 q,n 表示 A_n;

(2) 当 $-3<q<1$ 时, 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{A_n}{2^n}$

(3) 设 $b_1+b_2+\cdots+b_n=\dfrac{A_n}{2^n}$, 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列.

93. (007674) 设自然数 $N=\{1,2,3,\cdots\}$ 的子集中含有 4 个元素的子集的个数记为 m, 且这 m 个集合中所有元素之和为 $\dfrac{1}{12}\mathrm{P}_{100}^5$, 求 m.

94. (009262) 求下列各式中 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 的值.

(1) $\mathrm{P}_{2n}^3=11\mathrm{P}_n^3$;

(2) $\mathrm{P}_n^5+\mathrm{P}_n^4=4\mathrm{P}_n^3$;

(3) $\mathrm{P}_n^3=n\mathrm{P}_3^3$.

95. (009265) 已知 $\mathrm{P}_{10}^m=10\times 9\times\cdots\times 5$, 求正整数 m 的值.

96. (009274) 求证: $\mathrm{P}_1^1+2\mathrm{P}_2^2+3\mathrm{P}_3^3+\cdots+n\mathrm{P}_n^n=\mathrm{P}_{n+1}^{n+1}-1(n\in\mathbf{N}^*)$.

97. (009290) 求下列各式中 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 的值:

(1) $\mathrm{C}_n^5+\mathrm{C}_n^6=\mathrm{C}_{n+1}^3$;

(2) $\mathrm{C}_{n+1}^{n-1}=\dfrac{7}{15}\mathrm{P}_{n+1}^3$.

98. (009291) 求证: $\mathrm{C}_n^m=\dfrac{m+1}{n+1}\mathrm{C}_{n+1}^{m+1}(n,m\in\mathbf{N}^*,\ n\ge m)$.

99. (009292) 计算: $\mathrm{C}_3^0+\mathrm{C}_4^1+\mathrm{C}_5^2+\cdots+\mathrm{C}_{20}^7$.

100. (009296)(1) 计算 $\mathrm{C}_2^0+\mathrm{C}_2^1+\mathrm{C}_2^2$;

(2) 计算: $\mathrm{C}_3^0+\mathrm{C}_3^1+\mathrm{C}_3^2+\mathrm{C}_3^3$;

(3) 猜想 $\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2+\cdots+\mathrm{C}_n^{n-1}+\mathrm{C}_n^n(n\in\mathbf{N}^*)$ 的值, 并证明你的结果;

(4) 你能否利用第 (3) 题来求一个集合的子集的个数? 为什么?

101. (009298) 已知 $\dfrac{\mathrm{C}_{2n}^{n-1}}{\mathrm{C}_2^n(n-1)}=\dfrac{56}{15}$, 求正整数 n 的值.

102. (009310) 求证: $2^n-\mathrm{C}_n^1\cdot 2^{n-1}+\mathrm{C}_n^2\cdot 2^{n-2}+\cdots+\mathrm{C}_n^{n-1}\cdot 2+(-1)^n=1$.

103. (009311)$\mathrm{C}_n^1+3\mathrm{C}_n^2+9\mathrm{C}_n^3+\cdots+3^{n-1}\mathrm{C}_n^n$ 等于 (　　).

A. 4^n　　B. $\dfrac{4^n}{3}$　　C. $\dfrac{4^n}{3}-1$　　D. $\dfrac{4^n-1}{3}$

104. (009313) 在 $(x^2-\dfrac{3}{x})^n$ 的二项展开式中, 有且只有第五项的二项式系数最大, 求 $\mathrm{C}_n^0-\dfrac{1}{2}\mathrm{C}_n^1+\dfrac{1}{4}\mathrm{C}_n^2-\cdots+(-1)^n\cdot\dfrac{1}{2}\mathrm{C}_n^n$.

105. (009314) 选择题: $\mathrm{C}_{100}^0-\mathrm{C}_{100}^2+\mathrm{C}_{100}^4-\cdots+\mathrm{C}_{100}^{98}+\mathrm{C}_{100}^{100}$ 等于 (　　).

A. -2^{50}　　B. 0　　C. 1　　D. 2^{50}

106. (009326) 若把 4 只不同颜色的球放人 3 个不同的袋内, 则不同的放法的种数是 (　　).

A. 4^3　　B. 3^4　　C. P_4^3　　D. C_4^3

107. (009327) 若 $\mathrm{C}_n^3=12\mathrm{P}_n^1$, 则 n 的值为 (　　).

A. 3　　B. 5　　C. 7　　D. 10

108. (009330) 某市工商局会同商检局对 35 种商品进行抽样检查, 鉴定结果为其中有 5 种是不合格商品, 现从这 35 种商品中任取 3 种, 至少有 2 种不合格商品的取法种数是 (　　).

A. $\mathrm{C}_5^3+\mathrm{C}_5^2\mathrm{C}_{30}^1$　　B. $\mathrm{P}_5^3+\mathrm{P}_5^2\mathrm{P}_{30}^1$　　C. $\mathrm{C}_5^2\mathrm{C}_{30}^1$　　D. $\mathrm{P}_5^2\mathrm{P}_{30}^1$

109. (009331)$(x-1)^n$ 的二项展开式中第 m 项 $(m\le n,\ n\in\mathbf{N}^*)$ 的二项式的系数是 (　　).

A. C_n^{m-1}　　B. $(-1)^{m-1}\mathrm{C}_n^m$　　C. C_n^m　　D. $(-1)^m\mathrm{C}_n^m$

110. (009335) 关于 x 的方程 $\mathrm{C}_{34}^{x^2-2x}=\mathrm{C}_{34}^{5x-6}$ 的解集是__________.

111. (009340) 已知在 100 件产品中有 3 件是次品, 如果从中任意抽取 5 件, 那么其中至多有 2 件次品的抽法的种数是 (　　).

A. $\mathrm{C}_3^2\mathrm{C}_{97}^3$　　B. $\mathrm{C}_{100}^5\mathrm{C}_3^2$　　C. $\mathrm{C}_{100}^5\mathrm{C}_3^2\mathrm{C}_{97}^2$　　D. $\mathrm{C}_3^2\mathrm{C}_{97}^2+\mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_{97}^4$

112. (009341) 从 10 名男学生和 12 名女学生中各选 3 名排成一列, 其中男、女相间排成一列的不同排法的种数是 (　　).

A. $2\mathrm{P}_{10}^3\mathrm{P}_{12}^3$　　B. $\mathrm{P}_{10}^3\mathrm{P}_{12}^3$　　C. $\mathrm{C}_4^3\mathrm{P}_{10}^3\mathrm{P}_{12}^3$　　D. $\mathrm{P}_4^3\mathrm{P}_{10}^3\mathrm{P}_{12}^3$

113. (009343) 求 $\mathrm{C}_{10}^{1}+2\mathrm{C}_{10}^{2}+4\mathrm{C}_{10}^{3}+\cdots+2^{9}\mathrm{C}_{10}^{10}$ 的值.

114. (009405) 已知 $\dfrac{1}{\mathrm{C}_{5}^{n}}-\dfrac{1}{\mathrm{C}_{6}^{n}}=\dfrac{7}{10\mathrm{C}_{7}^{n}}$, $n\in\mathbf{N}^{*}$, 求 C_{8}^{n};

115. (009406) 已知 $\mathrm{P}_{m}^{2}=7\mathrm{P}_{m-4}^{2}$, $m\in\mathbf{N}^{*}$, 求 m 的值.

116. (009408) 设 $n\in\mathbf{N}^{*}$, 求证: $\mathrm{C}_{n}^{1}+\mathrm{C}_{n}^{2}+\cdots+\mathrm{C}_{n}^{n}=1+2+2^{2}+\cdots+2^{n-1}$.

117. (009418) 求 $\mathrm{C}_{3\pi}^{38-n}+\mathrm{C}_{21+n}^{3\pi}(n\in\mathbf{N}^{*})$ 的值.

118. (009935) 已知 n 是正整数, 且 $\dfrac{\mathrm{P}_{n}^{7}-\mathrm{P}_{n}^{5}}{\mathrm{P}_{n}^{5}}=89$. 求 n 的值.

119. (009936) 已知 n 为不小于 2 的正整数, 求证: $\mathrm{P}_{n+1}^{n+1}-\mathrm{P}_{n}^{n}=n^{2}\mathrm{P}_{n-1}^{n-1}$.

120. (009941) 解关于正整数 x 的方程:

(1) $\mathrm{C}_{16}^{x^{2}-x}=\mathrm{C}_{16}^{5x-5}$;

(2) $\mathrm{C}_{x+2}^{x-2}+\mathrm{C}_{x+2}^{x-3}=\dfrac{1}{4}\mathrm{P}_{x+3}^{3}$.

121. (009942) 观察下列等式及其所示的规律:

$$\begin{aligned}\mathrm{C}_{3}^{0}+\mathrm{C}_{4}^{1}=&\mathrm{C}_{4}^{0}+\mathrm{C}_{4}^{1}=\mathrm{C}_{5}^{1},\\ \mathrm{C}_{3}^{0}+\mathrm{C}_{4}^{1}+\mathrm{C}_{5}^{2}=&\mathrm{C}_{5}^{1}+\mathrm{C}_{5}^{2}=\mathrm{C}_{6}^{2},\\ \mathrm{C}_{3}^{0}+\mathrm{C}_{4}^{1}+\mathrm{C}_{5}^{2}+\mathrm{C}_{6}^{3}=&\mathrm{C}_{6}^{2}+\mathrm{C}_{6}^{3}=\mathrm{C}_{7}^{3}.\end{aligned}$$

并据此化简 $\mathrm{C}_{3}^{0}+\mathrm{C}_{4}^{1}+\mathrm{C}_{5}^{2}+\mathrm{C}_{6}^{3}+\cdots+\mathrm{C}_{n+3}^{n}$, 其中 n 为正整数.