

必修第一章复习题 A 组

- 用列举法表示下列集合:
 - 十二生肖组成的集合;
 - 中国国旗上所有颜色组成的集合.
- 用描述法表示下列集合:
 - 平面直角坐标系中第一象限的角平分线上的所有点组成的集合;
 - 3 的所有倍数组成的集合.
- (1) 若 $\alpha: x^2 - 5x + 6 = 0$, $\beta: x = 2$, 则 α 是 β 的_____条件; (2) 若 α : 四边形 $ABCD$ 是正方形, β : 四边形 $ABCD$ 的两条对角线互相垂直平分, 则 α 是 β 的_____条件.
- 已知方程 $x^2 + px + 4 = 0$ 的所有解组成的集合为 A , 方程 $x^2 + x + q = 0$ 的所有解组成的集合为 B , 且 $A \cap B = \{4\}$. 求集合 $A \cup B$ 的所有子集.
- 已知集合 $A = (-2, 1)$, $B = (-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$. 求: $A \cup B$, $A \cap B$.
- 已知全集 $U = (-\infty, 1) \cup [2, +\infty)$, 集合 $A = (-1, 1) \cup [3, +\infty)$. 求 A .
- 已知集合 $A = \{x|x^2 + px + q = 0\}$, $B = \{x|x^2 - x + r = 0\}$, 且 $A \cap B = \{-1\}$, $A \cup B = \{-1, 2\}$. 求实数 p 、 q 、 r 的值.
- 设 a 是实数. 若 $x = 1$ 是 $x > a$ 的一个充分条件, 则 a 的取值范围为_____.
- 已知陈述句 α 是 β 的充分非必要条件. 若集合 $M = \{x|x \text{ 满足 } \alpha\}$, $N = \{x|x \text{ 满足 } \beta\}$, 则 M 与 N 的关系为 ().
A. $M \subset N$ B. $M \supset N$ C. $M = N$ D. $M \cap N = \emptyset$
- 证明: 若梯形的对角线不相等, 则该梯形不是等腰梯形.

必修第一章复习题 B 组

- 若集合 $M = \{a|a = x + \sqrt{2}y, x, y \in \mathbf{Q}\}$, 则下列结论正确的是 ().
A. $M \subseteq \mathbf{Q}$ B. $M = \mathbf{Q}$ C. $M \supset \mathbf{Q}$ D. $M \subset \mathbf{Q}$
- 若 α 是 β 的必要非充分条件, β 是 γ 的充要条件, γ 是 δ 的必要非充分条件, 则 δ 是 α 的_____条件, γ 是 α 的_____条件.
- 已知全集 $U = \{x|x \text{ 为不大于 } 20 \text{ 的素数}\}$. 若 $A \cap \bar{B} = \{3, 5\}$, $\bar{A} \cap B = \{7, 19\}$, $\overline{A \cup B} = \{2, 17\}$, 则 $A =$ _____, $B =$ _____.
- 已知集合 $P = \{x|-2 \leq x \leq 5\}$, $Q = \{x|x \geq k+1 \text{ 且 } x \leq 2k-1\}$, 且 $Q \subseteq P$. 求实数 k 的取值范围.

5. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x|x \leq a-1\}$, $B = \{x|x > a+2\}$, $C = \{x|x < 0 \text{ 或 } x \geq 4\}$, 且 $\overline{A \cup B} \subseteq C$. 求实数 a 的取值范围.
6. 已知集合 $A = \{x|(a-1)x^2 + 3x - 2 = 0\}$. 是否存在这样的实数 a , 使得集合 A 有且仅有两个子集? 若存在, 求出实数 a 的值及对应的两个子集; 若不存在, 说明理由.
7. 证明: $\sqrt[3]{2}$ 是无理数.

必修第一章复习题 B 组

1. 若集合 $M = \{a|a = x + \sqrt{2}y, x, y \in \mathbf{Q}\}$, 则下列结论正确的是 ().
- A. $M \subseteq \mathbf{Q}$ B. $M = \mathbf{Q}$ C. $M \supset \mathbf{Q}$ D. $M \subset \mathbf{Q}$
2. 若 α 是 β 的必要非充分条件, β 是 γ 的充要条件, γ 是 δ 的必要非充分条件, 则 δ 是 α 的_____条件, γ 是 α 的_____条件.
3. 已知全集 $U = \{x|x \text{ 为不大于 } 20 \text{ 的素数}\}$. 若 $A \cap \overline{B} = \{3, 5\}$, $\overline{A} \cap B = \{7, 19\}$, $\overline{A \cup B} = \{2, 17\}$, 则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$, $B = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 已知集合 $P = \{x|-2 \leq x \leq 5\}$, $Q = \{x|x \geq k+1 \text{ 且 } x \leq 2k-1\}$, 且 $Q \subseteq P$. 求实数 k 的取值范围.
5. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x|x \leq a-1\}$, $B = \{x|x > a+2\}$, $C = \{x|x < 0 \text{ 或 } x \geq 4\}$, 且 $\overline{A \cup B} \subseteq C$. 求实数 a 的取值范围.
6. 已知集合 $A = \{x|(a-1)x^2 + 3x - 2 = 0\}$. 是否存在这样的实数 a , 使得集合 A 有且仅有两个子集? 若存在, 求出实数 a 的值及对应的两个子集; 若不存在, 说明理由.
7. 证明: $\sqrt[3]{2}$ 是无理数.

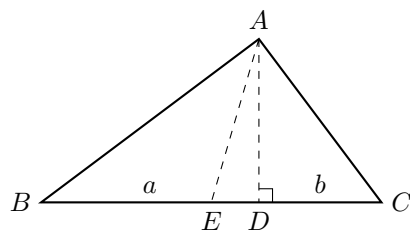
必修第一章拓展与思考

1. 设 a, b 是正整数. 求证: 若 $ab-1$ 是 3 的倍数, 则 a 与 b 被 3 除的余数相同.
2. 已知非空数集 S 满足: 对任意给定的 $x, y \in S$ (x, y 可以相同), 有 $x+y \in S$ 且 $x-y \in S$.
- (1) 哪个数一定是 S 中的元素? 说明理由;
- (2) 若 S 是有限集, 求 S ;
- (3) 若 S 中最小的正数为 5, 求 S .

必修第二章复习题 A 组

1. 设一元二次方程 $2x^2 - 6x - 3 = 0$ 的两个实根为 x_1, x_2 , 求下列各式的值:
- (1) $(x_1 + 1)(x_2 + 1)$;
- (2) $(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)$.
2. 设 $a > b > 0$, 比较 $\frac{b+2a}{a+2b}$ 与 $\frac{a}{b}$ 的值的大小.

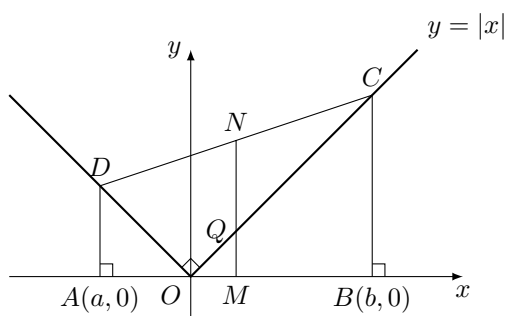
3. 已知 $x > y$, 求证: $x^3 - y^3 > x^2y - xy^2$.
4. 若关于 x 的不等式 $(a+1)x - a < 0$ 的解集为 $(2, +\infty)$, 求实数 a 的值, 并求不等式 $(a-1)x + 3 - a > 0$ 的解集.
5. 解下列一元二次不等式:
- (1) $-x^2 + 11 < -2x - 4$;
 - (2) $3x^2 < 13x + 10$;
 - (3) $6x + 2 \geq 5x^2$;
 - (4) $x^2 \leq 8(1-x)$;
 - (5) $-x^2 \geq 9(9-2x)$;
 - (6) $3(x-3) \leq x^2$.
6. 试写出一个二次项系数为 1 的一元二次不等式, 使它的解集分别为:
- (1) $(-\infty, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$;
 - (2) $[2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}]$.
7. 求不等式 $5 \leq x^2 - 2x + 2 < 26$ 的所有正整数解.
8. 解下列分式不等式:
- (1) $\frac{2x+1}{x+7} > -3$;
 - (2) $\frac{3x}{x^2+2} \geq 1$.
9. 设关于 x 的不等式 $a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0$ 与 $a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0$ 的解集分别为 A 、 B , 试用集合运算表示下列不等式组的解集:
- (1) $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0, \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0; \end{cases}$;
 - (2) $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 \leq 0, \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0; \end{cases}$;
 - (3) $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 \leq 0, \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 \leq 0; \end{cases}$.
10. 解下列含绝对值的不等式:
- (1) $|2x-1| \leq x$;
 - (2) $|2x+1| + |x-2| < 8$.
11. 已知 a 、 b 是正数, 求证: $\sqrt{(1+a)(1+b)} \geq 1 + \sqrt{ab}$.
12. 如图, 在直角三角形 ABC 中, AD 垂直于斜边 BC , 且垂足为 D . 设 BD 及 CD 的长度分别为 a 与 b .
- (1) 求斜边上的高 AD 与中线 AE 的长;
 - (2) 用不等式表示斜边上的高 AD 与中线 AE 长度的大小关系.



13. 如图, 已知直角梯形 $ABCD$ 的顶点 $A(a, 0)$ 、 $B(b, 0)$ 位于 x 轴上, 顶点 C 、 D 落在函数 $y = |x|$ 的图像上, M 、 N 分别为线段 AB 、 CD 的中点, O 为坐标原点, Q 为线段 OC 与线段 MN 的交点.

(1) 求中点 M 的坐标, 以及线段 MQ 、 MN 的长度;

(2) 用不等式表示 MQ 、 MN 长度的大小关系.



必修第二章复习题 B 组

- 已知一元二次方程 $x^2 + px + p = 0$ 的两个实根分别为 α 、 β , 且 $\alpha^2 + \beta^2 = 3$, 求实数 p 的值.
- 已知一元二次方程 $2x^2 - 4x + m + 3 = 0$ 有两个同号实根, 求实数 m 的取值范围.
- 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 已知关于 x 的不等式 $(a+b)x + (b-2a) < 0$ 的解集为 $(1, +\infty)$, 求不等式 $(a-b)x + 3b - a > 0$ 的解集.
- 解下列不等式:
 - $-2 < \frac{1}{2x+1} \leq 3$;
 - $2 < |x+1| \leq 3$.
- 已知集合 $A = \{x | |x-a| < 2\}$, $B = \{x | \frac{2x-1}{x+2} < 1\}$, 且 $A \subseteq B$. 求实数 a 的取值范围.
- 证明: 若 $x > -1$, 则 $x + \frac{1}{x+1} \geq 1$, 并指出等号成立的条件.
- 设 a, b 为正数, 且 $a+b=2$. 求 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值.
- 已知 a, b, c 都是正数, 求证: $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$.
- 设实数 x, y 满足 $x+y=1$, 求 xy 的最大值.
- 已知 a, b 为实数, 求证: $|a| + |b| \leq |a+b| + |a-b|$, 并指出等号成立的条件.

11. 已知 a, b 是实数,

(1) 求证: $a^2 + ab + b^2 \geq 0$, 并指出等号成立的条件;

(2) 求证: 如果 $a > b$, 那么 $a^3 > b^3$.

必修第二章拓展与思考

1. 解下列不等式:

(1) $\frac{3x-11}{x^2-6x+9} \leq 1$;

(2) $|3-2x| \geq |x+1|$.

2. 已知集合 $A = \{x|x^2 - 2x - 3 > 0\}$, $B = \{x|x^2 + px + q \leq 0\}$. 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 且 $A \cap B = [-2, -1)$, 求实数 p 及 q 的值.

3. 已知实数 $0 < a < b$, 求证: $a < \frac{2ab}{a+b} < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} < b$.

4. 方程 $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$ 的三个根 1、2、3 将数轴划分为四个区间, 即 $(-\infty, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 3)$, $(3, +\infty)$. 试在这四个区间上分别考察 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 的符号, 从而得出不等式 $(x-1)(x-2)(x-3) > 0$ 与 $(x-1)(x-2)(x-3) < 0$ 的解集.

一般地, 对 $x_1, x_2, x_3 \in \mathbf{R}$, 且 $x_1 \leq x_2 \leq x_3$, 试分别求不等式 $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) > 0$ 与 $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) < 0$ 的解集 (提示: x_1, x_2, x_3 相互之间可能相等, 需要分情况讨论).

必修第三章复习题 A 组

1. 填空题:

(1) 若 $x^3 = 5$, 则 $x =$ _____; 若 $3^x = 5$, 则 $x =$ _____.

(2) 将 $\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a}}$ ($a > 0$) 化成有理数指数幂的形式为 _____.

(3) 若 $\log_8 x = -\frac{2}{3}$, 则 $x =$ _____.

(4) 若 $\log_a b \cdot \log_5 a = 3$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 则 $b =$ _____.

2. 选择题:

(1) 若 $\lg a$ 与 $\lg b$ 互为相反数, 则有 ().

A. $a+b=0$

B. $ab=1$

C. $\frac{a}{b}=1$

D. 以上答案均不对

(2) 设 $a > 0$, 下列计算中正确的是 ().

A. $a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{3}{2}} = a$

B. $a^{\frac{2}{3}} \div a^{\frac{3}{2}} = a$

C. $a^{-4} \cdot a^4 = 0$

D. $(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} = a$

3. 已知 $10^\alpha = 3$, $10^\beta = 4$. 求 $10^{\alpha+\beta}$ 及 $10^{\alpha-\frac{\beta}{2}}$ 的值.

4. 求下列各式的值:

(1) $\frac{1}{4^x+1} + \frac{1}{4^{-x}+1}$;

(2) $4^{\sqrt{2}+1} \times 2^{3-2\sqrt{2}} \times 8^{-\frac{2}{3}}$.

5. 已知 $\lg a < 1$, 化简 $\sqrt{(\lg a)^2 - \lg \frac{a^2}{10}}$.
6. 已知 $m = \log_2 10$, 求 $2^m - m \lg 2 - 4$ 的值.

必修第三章复习题 B 组

1. 填空题:

- (1) 若 $4^x = 2^{-12}$, $4^y = \sqrt[3]{32}$, 则 $2x - 3y =$ _____.
- (2) 若 $\log_3(\log_4 x) = 1$, 则 $x =$ _____.
- (3) 若 $3^a = 7^b = 63$, 则 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的值为_____.

2. 已知 $\log_{18} 9 = a$, $18^b = 5$, 则 $\log_{36} 45$ 等于 ().

- A. $\frac{a+b}{2+a}$ B. $\frac{a+b}{2-a}$ C. $\frac{a+b}{2a}$ D. $\frac{a+b}{a^2}$

3. 设 $\log_{0.2} a > 0$, $\log_{0.2} b > 0$, 且 $\log_{0.2} a \cdot \log_{0.2} b = 1$, 求 $\log_{0.2}(ab)$ 的最小值.

4. 化简 $\frac{(1+2^x)(1+2^{2x})(1+2^{4x})(1+2^{8x})(1+2^{16x})}{1-2^{32x}}$ (其中 $x \neq 0$).

5. 已知 $a > 1$, $b > 0$. 求证: 对任意给定的实数 k , $a^{2b+k} - a^{b+k} > a^{b+k} - a^k$.

必修第三章拓展与思考

1. 甲、乙两人同时解关于 x 的方程: $\log_2 x + b + c \log_x 2 = 0$. 甲写错了常数 b , 得两根 $\frac{1}{4}$ 及 $\frac{1}{8}$; 乙写错了常数 c , 得两根 $\frac{1}{2}$ 及 64 . 求这个方程的真正根.
2. 已知 a 、 b 及 c 是不为 1 的正数, 且 $\lg a + \lg b + \lg c = 0$. 求证: $a^{\frac{1}{\lg b} + \frac{1}{\lg c}} \cdot b^{\frac{1}{\lg c} + \frac{1}{\lg a}} \cdot c^{\frac{1}{\lg a} + \frac{1}{\lg b}} = \frac{1}{1000}$.

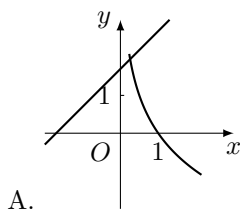
必修第四章复习题 A 组

1. 填空题:

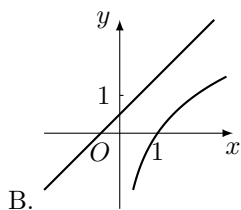
- (1) 若点 $(2, \sqrt{2})$ 在幂函数 $y = x^a$ 的图像上, 则该幂函数的表达式为_____; 若点 $(2, \sqrt{2})$ 在指数函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图像上, 则该指数函数的表达式为_____; 若点 $(\sqrt{2}, 2)$ 在对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图像上, 则该对数函数的表达式为_____.
- (2) 若幂函数 $y = x^k$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是严格减函数, 则实数 k 的取值范围为_____.
- (3) 已知常数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 假设无论 a 为何值, 函数 $y = a^{x-2} + 1$ 的图像恒经过一个定点. 则这个点的坐标为_____.

2. 选择题:

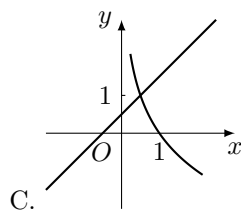
- (1) 若指数函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 在 \mathbf{R} 上是严格减函数, 则下列不等式中, 一定能成立的是 ().
- A. $a > 1$ B. $a < 0$ C. $a(a-1) < 0$ D. $a(a-1) > 0$
- (2) 在同一平面直角坐标系中, 一次函数 $y = x + a$ 与对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图像关系可能是 ().



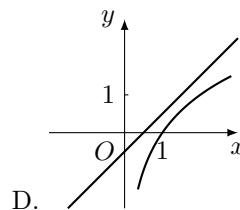
A.



B.



C.



D.

3. 求下列函数的定义域:

(1) $y = (x-1)^{\frac{5}{2}}$;

(2) $y = 3^{\sqrt{x-1}}$;

(3) $y = \lg \frac{1+x}{1-x}$.

4. 比较下列各题中两个数的大小:

(1) $0.1^{0.7}$ 与 $0.2^{0.7}$;

(2) $0.7^{0.1}$ 与 $0.7^{0.2}$;

(3) $\log_{0.7} 0.1$ 与 $\log_{0.7} 0.2$;

5. 设点 $(\sqrt{2}, 2)$ 在幂函数 $y_1 = x^a$ 的图像上, 点 $(-2, \frac{1}{4})$ 在幂函数 $y_2 = x^b$ 的图像上. 当 x 取何值时, $y_1 = y_2$?

6. 设 $a = (\frac{2}{3})^x$, $b = x^{\frac{3}{2}}$ 及 $c = \log_{\frac{2}{3}} x$, 当 $x > 1$ 时, 试比较 a 、 b 及 c 之间的大小关系.

7. 设常数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 若函数 $y = \log_a(x+1)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值为 1, 最小值为 0, 求实数 a 的值.

8. 如果光线每通过一块玻璃其强度要减少 10%, 那么至少需要将多少块这样的玻璃重叠起来, 才能使通过它们的光线强度低于原来的 $\frac{1}{3}$?

必修第四章复习题 B 组

1. 填空题:

(1) 已知 $m \in \mathbf{Z}$, 设幂函数 $y = x^{m^2-4m}$ 的图像关于原点成中心对称, 且与 x 轴及 y 轴均无交点, 则 m 的值为_____.

(2) 设 a 、 b 为常数, 若 $0 < a < 1$, $b < -1$, 则函数 $y = a^x + b$ 的图像必定不经过第_____象限.

2. 选择题:

(1) 若 $m > n > 1$, 而 $0 < x < 1$, 则下列不等式正确的是 ().

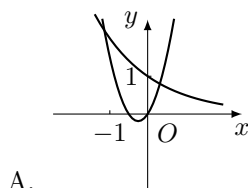
A. $m^x < n^x$

B. $x^m < x^n$

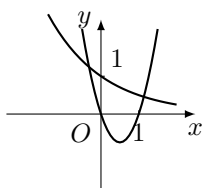
C. $\log_x m > \log_x n$

D. $\log_m x < \log_n x$

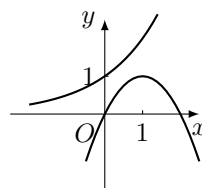
(2) 在同一平面直角坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 与指数函数 $y = (\frac{b}{a})^x$ 的图像关系可能为 ().



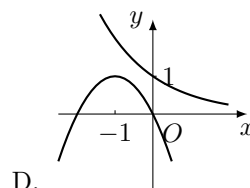
A.



B.



C.



D.

3. 设 a 为常数且 $0 < a < 1$, 若 $y = (\log_a \frac{3}{5})^x$ 在 \mathbf{R} 上是严格增函数, 求实数 a 的取值范围.

4. 在同一平面直角坐标系中, 作出函数 $y = (\frac{1}{2})^x$ 及 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 的大致图像, 并求方程 $(\frac{1}{2})^x = x^{\frac{1}{2}}$ 的解的个数.
5. 已知集合 $A = \{y|y = (\frac{1}{2})^x, x \in [-2, 0)\}$, 用列举法表示集合 $B = \{y|y = \log_3 x, x \in A \text{ 且 } y \in \mathbf{Z}\}$.

必修第四章拓展与思考

- $\log_2 3$ 是有理数吗? 请证明你的结论.
- 仅利用对数函数的单调性和计算器上的乘方功能来确定对数 $\log_2 3$ 第二位小数的值.

必修第五章复习题 A 组

- 求函数 $y = \frac{1}{2-x} + \sqrt{x^2-1}$ 的定义域.
- 判断下列函数 $y = f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由:
 - $f(x) = |\frac{1}{2}x - 3| + |\frac{1}{2}x + 3|$;
 - $f(x) = x^3 + \frac{2}{x}$;
 - $f(x) = x^2, x \in (k, 2)$ (其中常数 $k < 2$).
- 已知 m, n 是常数, 而函数 $y = (m-1)x^2 + 3x + (2-n)$ 为奇函数. 求 m, n 的值.
- 求函数 $y = x + \frac{4}{x}$ 的单调区间.
- 分别作出下列函数的大致图像, 并指出它们的单调区间:
 - $y = |x^2 - 4x|$;
 - $y = 2|x| - 3$.
- 已知二次函数 $y = f(x)$, 其中 $f(x) = ax^2 - 2ax + 3 - a$ ($a > 0$). 比较 $f(-1)$ 和 $f(2)$ 的大小.
- 已知 k 是常数, 设 α, β 是二次方程 $x^2 - 2kx + k + 20 = 0$ 的两个实根. 问: 当 k 为何值时, $(\alpha+1)^2 + (\beta+1)^2$ 取到最小值?
- 邮局规定: 当邮件质量不超过 100g 时, 每 20g 邮费 0.8 元, 且不足 20g 时按 20g 计算; 超过 100g 时, 超过 100g 的部分按每 100g 邮费 2 元计算, 且不足 100g 按 100g 计算; 同时规定邮件总质量不得超过 2000g. 请写出邮费关于邮件质量的函数表达式, 并计算 50g 和 500g 的邮件分别收多少邮费.
- 若函数 $y = (a^2 + 4a - 5)x^2 - 4(a-1)x + 3$ 的图像都在 x 轴上方 (不含 x 轴), 求实数 a 的取值范围.

必修第五章复习题 B 组

- 已知 $y = f(x)$ 是奇函数, 其定义域为 \mathbf{R} ; 而 $y = g(x)$ 是偶函数, 其定义域为 D . 判断函数 $y = f(x)g(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.
- 设函数 $y = x^2 + 10x - a + 3$, 当 $x \in [-2, +\infty)$ 时, 其函数值恒大于等于零. 求实数 a 的取值范围.
- 已知函数 $y = -x^2 + 2ax + 1 - a, x \in [0, 1]$ 的最大值为 2. 求实数 a 的值.

4. 设 $f(x) = x^2 + ax + 1$. 若对任意给定的实数 x , $f(2+x) = f(2-x)$ 恒成立, 求实数 a 的值.
5. 已知 $y = f(x)$ 是定义在 $(-1, 1)$ 上的奇函数, 在区间 $[0, 1)$ 上是严格减函数, 且 $f(1-a) + f(1-a^2) < 0$, 求实数 a 的取值范围.
6. 已知 $f(x) = 2 - x^2$ 及 $g(x) = x$. 定义 $h(x)$ 如下: 当 $f(x) \geq g(x)$ 时, $h(x) = g(x)$; 而当 $f(x) < g(x)$ 时, $h(x) = f(x)$. 求函数 $y = h(x)$ 的最大值.

必修第五章拓展与思考

1. 试讨论函数 $y = \frac{x}{1-x^2}$ 的单调性.
2. 作出函数 $y = (x^2 - 1)^2 - 1$ 的大致图像, 写出它的单调区间, 并证明你的结论.
3. 已知函数 $y = f(x)$ 为偶函数, $y = g(x)$ 为奇函数, 且 $f(x) + g(x) = x^2 + 2|x-1| + 3$. 求 $y = f(x)$ 及 $y = g(x)$ 的表达式.
4. 设函数 $y = f(x)$, $x \in \mathbf{R}$ 的反函数是 $y = f^{-1}(x)$.
- (1) 如果 $y = f(x)$ 是奇函数, 那么 $y = f^{-1}(x)$ 的奇偶性如何?
- (2) 如果 $y = f(x)$ 在定义域上是严格增函数, 那么 $y = f^{-1}(x)$ 的单调性如何?

必修第六章复习题 A 组

1. 选择题:

(1) 与 $\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$ 一定相等的是 ().

A. $\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta)$

B. $\cos(\theta - \frac{\pi}{2})$

C. $\cos(2\pi - \theta)$

D. $\sin(\theta + \frac{\pi}{2})$

(2) 当 $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ 时, 化简 $\sqrt{1 - \sin 2\alpha}$ 的结果是 ().

A. $\cos \alpha$

B. $\sin \alpha - \cos \alpha$

C. $\cos \alpha - \sin \alpha$

D. $\sin \alpha + \cos \alpha$

2. 填空题:

(1) 若 θ 为锐角, 则 $\log_{\sin \theta}(1 + \cot^2 \theta) =$ _____;

(2) 若 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$, 则点 $(\cot \alpha, \cos \alpha)$ 必在第_____象限;

(3) 若 $\sin(\pi - \alpha) = \frac{2}{3}$, $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.

3. 已知圆 O 上的一段圆弧长等于该圆的内接正方形的边长, 求这段圆弧所对的圆心角的弧度.

4. 已知角 α 的终边经过点 $P(3a, 4a)(a \neq 0)$, 求 $\sin \alpha$ 、 $\cos \alpha$ 和 $\tan \alpha$.

5. 化简:

(1) $\frac{\sin(\theta - 5\pi)}{\tan(3\pi - \theta)} \cdot \frac{\cot(\frac{\pi}{2} - \theta)}{\tan(\theta - \frac{3\pi}{2})} \cdot \frac{\cos(8\pi - \theta)}{\sin(-\theta - 4\pi)}$;

(2) $\sin(\theta - \frac{\pi}{4}) + \cos(\theta + \frac{\pi}{4})$.

6. 已知 $\tan \alpha = 3$, 求 $\frac{1}{\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha}$ 的值.

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = 5, b = 4, A = 2B$. 求 $\cos B$.
8. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 求证:
- (1) $S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin(B+C)}$;
- (2) $S = \frac{a^2}{2(\cot B + \cot C)}$.
9. (1) 已知 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}, \sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 且 α 及 β 都是锐角. 求 $\alpha + \beta$ 的值;
- (2) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan A$ 与 $\tan B$ 是方程 $x^2 - 6x + 7 = 0$ 的两个根, 求 $\tan C$.
10. 证明: $(\sin \alpha + \sin \beta)^2 + (\cos \alpha + \cos \beta)^2 = 4 \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$.

必修第六章复习题 B 组

1. 选择题:

(1) 若 $0 < x < \frac{\pi}{4}$, 且 $\lg(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(3 \lg 2 - \lg 5)$, 则 $\cos x - \sin x$ 的值为 ().

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{4}$

(2) 下列命题中, 真命题为 ().

A. 若点 $P(a, 2a)(a \neq 0)$ 为角 α 的终边上一点, 则 $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

B. 同时满足 $\sin \alpha = \frac{1}{2}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的角 α 有且只有一个

C. 如果角 α 满足 $-3\pi < \alpha < -\frac{5}{2}\pi$, 那么角 α 是第二象限的角

D. $\tan x = -\sqrt{3}$ 的解集为 $\{x | x = k\pi - \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}\}$

2. 填空题:

(1) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a^2 + b^2 + ab = c^2$, 则 $C =$ _____;

(2) 若 $\sin \theta = a, \cos \theta = -2a$, 且 θ 为第四象限的角, 则实数 $a =$ _____.

3. 已知 $\sin \alpha = a \sin \beta, b \cos \alpha = a \cos \beta$, 且 α 及 β 均为锐角, 求证: $\cos \alpha = \sqrt{\frac{a^2 - 1}{b^2 - 1}}$.

4. 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$, 且 $\cos \beta = -\frac{1}{3}, \sin(\alpha + \beta) = \frac{7}{9}$, 求 $\sin \alpha$ 的值.

5. 已知 $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}, \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$, 且 $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}, \cos \beta = -\frac{\sqrt{10}}{10}$. 求 $\alpha - \beta$ 的值.

6. 已知 $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 2$, 且 α 及 β 都是锐角. 求证: $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$.

7. 已知 α 是第二象限的角, 且 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$. 求 $\frac{\sin(\alpha + \pi/4)}{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}$ 的值.

8. 证明:

(1) $\frac{2(1 + \sin 2\alpha)}{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha} = 1 + \tan \alpha$;

(2) $2 \sin \alpha + \sin 2\alpha = \frac{2 \sin^3 \alpha}{1 - \cos \alpha}$.

9. 根据下列条件, 分别判断三角形 ABC 的形状:

(1) $\sin C + \sin(B - A) = \sin 2A$;

(2) $\frac{\tan A}{\tan B} = \frac{a^2}{b^2}$.

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 求证: $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1$.

必修第六章拓展与思考

1. (1) 完成下表 (θ 为弧度数):

θ	1	0.5	0.1	0.01	0.001
$\sin \theta$					
$\frac{\sin \theta}{\theta}$					

(2) 观察上表中的数据, 你能发现什么规律?

(3) 已知 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, 利用图形面积公式证明 $\sin \theta < \theta < \tan \theta$, 并应用该公式说明 (2) 中猜想的合理性.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A = 30^\circ$, $b = 18$. 分别根据下列条件求 B :

(1) ① $a = 6$, ② $a = 9$, ③ $a = 13$, ④ $a = 18$, ⑤ $a = 22$;

(2) 根据上述计算结果, 讨论使 B 有一解、两解或无解时 a 的取值情况.

3. (1) 根据 $\cos 54^\circ = \sin 36^\circ$ 和三倍角公式, 求 $\sin 18^\circ$ 的值;

(2) 你还能使用其他方法求 $\sin 18^\circ$ 的值吗? 若能, 请给出你的求法.

4. 如图, 要在 A 和 D 两地之间修建一条笔直的隧道, 现在从 B 地和 C 地测量得到: $\angle DBC = 24.2^\circ$, $\angle DCB = 35.4^\circ$, $\angle DBA = 31.6^\circ$, $\angle DCA = 17.5^\circ$. 试求 $\angle DAB$ 以确定隧道 AD 的方向 (结果精确到 0.1°).

