

赋能正确率小于 0.75 的题目

1,10,0.512 若双曲线的一条渐近线为 $x + 2y = 0$, 且双曲线与抛物线 $y = x^2$ 的准线仅有一个公共点, 则此双曲线的标准方程为_____.

2,7,0.488 若函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0, \\ -x^2 + m, & x > 0 \end{cases}$ 的值域为 $(-\infty, 1]$, 则实数 m 的取值范围是_____.

3,10,0.605 有以下命题:

- ① 若函数 $f(x)$ 既是奇函数又是偶函数, 则 $f(x)$ 的值域为 $\{0\}$;
- ② 若函数 $f(x)$ 是偶函数, 则 $f(|x|) = f(x)$;
- ③ 若函数 $f(x)$ 在其定义域内不是单调函数, 则 $f(x)$ 不存在反函数;
- ④ 若函数 $f(x)$ 存在反函数 $f^{-1}(x)$, 且 $f^{-1}(x)$ 与 $f(x)$ 不完全相同, 则 $f(x)$ 与 $f^{-1}(x)$ 图像的公共点必在直线 $y = x$ 上;

其中真命题的序号是_____ (写出所有真命题的序号).

4,4,0.523 若 $(1+x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_5x^5$, 则 $a_1 + a_2 + \cdots + a_5 =$ _____.

4,5,0.750 设 $k \in \mathbf{R}$, $\frac{y^2}{k} - \frac{x^2}{k-2} = 1$ 表示焦点在 y 轴上的双曲线, 则半焦距的取值范围是_____.

4,8,0.727 已知圆 $C: x^2 + y^2 + 2kx + 2y + k^2 = 0 (k \in \mathbf{R})$ 和定点 $P(1, -1)$, 若过 P 可以作两条直线与圆 C 相切, 则 k 的取值范围是_____.

4,9,0.750 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC = 1$, 若 A_1C 与平面 B_1BCC_1 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$, 则三棱锥 $A_1 - ABC$ 的体积为_____.

8,8,0.705 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 + bn$, 若数列 $\{a_n\}$ 是单调递增数列, 则实数 b 的取值范围是_____.

13,10,0.545 若 a_n 是 $(2+x)^n (n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2, x \in \mathbf{R})$ 展开式中 x^2 项的二项式系数, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_n}) =$ _____.

14,9,0.674 已知抛物线 C 的顶点为坐标原点, 双曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$ 的右焦点是 C 的焦点 F . 若斜率为 -1 , 且过 F 的直线与 C 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____.

14,10,0.744 直角坐标系 xOy 内有点 $P(-2, -1)$, $Q(0, -2)$, 将 $\triangle POQ$ 绕 x 轴旋转一周, 则所得几何体的体积为_____.

18,6,0.595 过点 $P(-2, 1)$ 作圆 $x^2 + y^2 = 5$ 的切线, 则该切线的点法向式方程是_____.

18,9,0.619 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对边长分别为 a, b, c , 记 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 若 $S = a^2 - (b-c)^2$, 则内角 $A =$ _____ (结果用反三角函数值表示).

18,10,0.381 已知函数 $f(x) = \left| \frac{1}{|x|-1} \right|$, 关于 x 的方程 $f^2(x) + bf(x) + c = 0$ 有 7 个不同实数根, 则实数 b, c 满足的关系式是_____.

19,8,0.721 已知点 $A(2, 3)$ 、点 $B(-2, \sqrt{3})$, 直线 l 过点 $P(-1, 0)$, 若直线 l 与线段 AB 相交, 则直线 l 的倾斜角的取值范围是_____.

19,10,0.581 向量 \vec{i}, \vec{j} 是平面直角坐标系 x 轴、 y 轴的基本单位向量, 且 $|\vec{a} - \vec{i}| + |\vec{a} - 2\vec{j}| = \sqrt{5}$, 则 $|\vec{a} + 2\vec{i}|$ 的取值范围为_____.

21,10,0.750 如图, 向量 \overrightarrow{OA} 与 \overrightarrow{OB} 的夹角为 120° , $|\overrightarrow{OA}| = 2$, $|\overrightarrow{OB}| = 1$, P 是以 O 为圆心、 $|\overrightarrow{OB}|$ 为半径的弧 \widehat{BC} 上的动点, 若 $\overrightarrow{OP} = \lambda\overrightarrow{OA} + \mu\overrightarrow{OB}$, 则 $\lambda\mu$ 的最大值是_____.

23,10,0.568 已知函数 $f(x) = x|2x - a| - 1$ 有三个零点, 则实数 a 的取值范围为_____.

24,9,0.682 同时掷两枚质地均匀的骰子, 则两个点数之积不小于 4 的概率为_____.

25,10,0.605 若不等式 $(-1)^n \cdot a < 3 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$ 对任意正整数 n 恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

26,10,0.535 已知函数 $f(x) = \cos x(\sin x + \sqrt{3}\cos x) - \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in \mathbf{R}$. 设 $\alpha > 0$, 若函数 $g(x) = f(x + \alpha)$ 为奇函数, 则 α 的值为_____.

30,5,0.698 若 $(x+2)^n = x^n + ax^{n-1} + \cdots + bx + c$ ($n \in \mathbf{N}^*$, $n \geq 3$), 且 $b = 4c$, 则 a 的值为_____.

30,6,0.558 某空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的侧面积是_____.

30,10,0.744 已知椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < 1$), 其左、右焦点分别为 F_1, F_2 , $|F_1F_2| = 2c$. 若此椭圆上存在点 P , 使 P 到直线 $x = \frac{1}{c}$ 的距离是 $|PF_1|$ 与 $|PF_2|$ 的等差中项, 则 b 的最大值为_____.

31,10,0.721 甲与其四位朋友各有一辆私家车, 甲的车牌尾数是 0, 其四位朋友的车牌尾数分别是 0, 2, 1, 5, 为遵守当地 4 月 1 日至 5 日 5 天的限行规定 (奇数日车牌尾数为奇数的车通行, 偶数日车牌尾数为偶数的车通行), 五人商议拼车出行, 每天任选一辆符合规定的车, 但甲的车最多只能用一天, 则不同的用车方案总数为_____.

33,9,0.524 若从正八边形的 8 个顶点中随机选取 3 个顶点, 则以它们作为顶点的三角形是直角三角形的概率是_____.

34,7,0.558 各项均不为零的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, $\overrightarrow{m_n} = (a_{n+1} - a_n, 2a_{n+1})$ 都是直线 $y = kx$ 的法向量. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 存在, 则实数 k 的取值范围是_____.

38,9,0.721 小明和小红各自掷一颗均匀的正方体骰子, 两人相互独立地进行. 则小明掷出的点数不大于 2 或小红掷出的点数不小于 3 的概率为_____.

39,10,0.512 设奇函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x + \frac{m^2}{x} - 1$ (这里 m 为正常数). 若 $f(x) \leq m - 2$ 对一切 $x \leq 0$ 成立, 则 m 的取值范围为_____.

40,10,0.721 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 且满足 $\begin{cases} \sqrt{3}x + y \leq 4\sqrt{3}, \\ \sqrt{3}x - y \geq 0, \\ y \geq 0. \end{cases}$ 若存在 $\theta \in \mathbf{R}$ 使得 $x \cos \theta + y \sin \theta + 1 = 0$ 成立, 则点 $P(x, y)$ 构成的区域面积为_____.

43,1,0.744 已知 $A = (-\infty, a]$, $B = [1, 2]$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$, 则实数 a 的范围是_____.

43,4,0.674 长方体的对角线与过同一个顶点的三个表面所成的角分别为 α, β, γ , 则 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma =$ _____.

45,10,0.581 平面上三条直线 $x - 2y + 1 = 0$, $x - 1 = 0$, $x + ky = 0$, 如果这三条直线将平面划分为六个部分, 则实数 k 的取值组成的集合 $A =$ _____.

47,10,0.744 若函数 $f(x) = \log_a(x^2 - ax + 1)$ ($a > 0$, $a \neq 1$) 没有最小值, 则 a 的取值范围是_____.

49,10,0.605 设变量 x, y 满足条件
$$\begin{cases} x - y \geq 0, \\ 2x + y \leq 2, \\ y \geq 0, \\ x + y \leq m, \end{cases}$$
 若该条件表示的平面区域是三角形, 则实数 m 的取值范围是_____.

50,4,0.721 已知两个不同向量 $\overrightarrow{OA} = (1, m)$, $\overrightarrow{OB} = (m - 1, 2)$, 若 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{AB}$, 则实数 $m =$ _____.

53,9,0.395 已知四面体 $ABCD$ 中, $AB = CD = 2$, E, F 分别为 BC, AD 的中点, 且异面直线 AB 与 CD 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $EF =$ _____.

54,9,0.558 曲线 $\begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{5}}{5}t, \\ y = -1 + \frac{2\sqrt{5}}{5}t, \end{cases}$ (t 为参数) 与曲线 $\begin{cases} x = \sin \theta \cdot \cos \theta, \\ y = \sin \theta + \cos \theta, \end{cases}$ (θ 为参数) 的公共点的坐标为_____.