1. 已知全集 $U=\{x|x<2\}$, 集合 $A=\{x|x<1\}$, 则 $\complement_U A=$__________.

2. 设集合 $A=\{x||x-2|<1,\ x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x|\dfrac{x-3}{x-1}\geq 0\}$, 则 $A\cup B=$__________.

3. 若函数 $f(x)=2^x-3$, 则 $f^{-1}(1)=$__________.

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}-1, & x\leq 0,\\ x^{\frac{1}{2}}, & x>0,\end{cases}$ 若 $f(x_0)>1$, 则 x_0 的取值范围是__________.

5. 已知 $x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$, 则方程 $\begin{vmatrix}2\sin x & 1\\ 1 & 2\cos x\end{vmatrix}=0$ 的解集是__________.

6. 关于 x 的不等式 $^2+ax+1>0$ 有解, 则实数 a 的取值范围是__________.

7. 已知 $f(x)=x^2+2(a-2)x+4$, 对 $x\in[-3,1]$, $f(x)>0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是__________.

8. 设正数 a,b, 当 $(a+b)^2+\dfrac{1}{4ab}$ 取最小值时, a 的值为__________.

9. 设椭圆 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$ 的左顶点为 A, 过点 A 的直线 l 与 Γ 相交于另一点 B, 与 y 轴相交于点 C. 若 $|OA|=|OC|$, $|AB|=|BC|$, 则 $a=$__________.

10. 已知常数 $b,c\in\mathbf{R}$. 若函数 $f(x)=(x^2+x-2)(x^2+bx+c)$ 为偶函数, 则 $b+c=$__________.

11. 记 a,b,c,d,e,f 为 $1,2,3,4,5,6$ 的任意一个排列, 则使得 $(a+b)(c+d)(e+f)$ 为奇数的排列共有__________个.

12. 已知函数 $f(x)=|x+\dfrac{1}{x}+a|$, 若对任意实数 a, 关于 x 的不等式 $f(x)\geq m$ 在区间 $[\dfrac{1}{2},3]$ 上总有解, 则实数 m 的取值范围为__________.

13. 已知 $x\in\mathbf{R}$, 则"$x>0$" 是"$x>1$" 的 (　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件　　C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

14. 已知 a,b,c 是互不相等的正数, 则下列不等式中正确的是 (　　).

A. $|a-b|<|a-c|+|c-b|$　　B. $a^2+\dfrac{1}{a^2}\leq a+\dfrac{1}{a}$

C. $|a-b|+\dfrac{1}{a-b}\geq 2$　　D. $\sqrt{a+3}-\sqrt{a+1}\leq\sqrt{a+2}-\sqrt{a}$

15. 设 a,b,c 表示三条互不重合的直线, α,β 表示两个不重合的平面, 则使得 "$a\parallel b$" 成立的一个充分条件为 (　　).

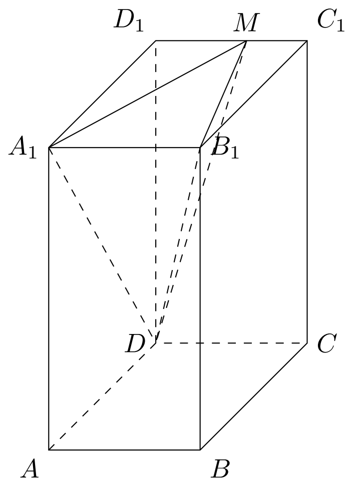
A. $a\perp c$, $b\perp c$　　B. $a\parallel\alpha$, $b\parallel\alpha$

C. $a\parallel\alpha$, $a\parallel\beta$, $\alpha\cap\beta=b$　　D. $b\perp\alpha$, $c\parallel\alpha$, $a\perp c$

16. 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, 满足对任意 $x\in(0,+\infty)$, 恒有 $f[f(x)-\dfrac{1}{x}]=4$. 若函数 $y=f(x)-4$ 的零点个数为有限的 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 个, 则 n 的最大值为 (　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

17. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $2AB=BC=AA_1$, 点 M 为棱 C_1D_1 上的动点.



(1) 求三棱锥 $D-A_1B_1M$ 与长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积比;

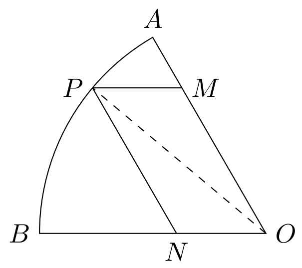
(2) 若 M 为棱 C_1D_1 的中点, 求直线 DB_1 与平面 DA_1M 所成角的大小.

18. 已知常数 $a\in\mathbf{R}^+$, 函数 $f(x)=3^x+a^2\cdot 3^{-x}$.

(1) 若 $a=\sqrt{3}$, 解关于 x 的不等式 $f(x)<4$;

(2) 若 $f(x)$ 在 $[3,+\infty)$ 上为增函数, 求 a 的取值范围.

19. 某居民小区为缓解业主停车难的问题, 拟对小区内一块扇形空地 AOB 进行改建. 如图所示, 平行四边形 $OMPN$ 区域为停车场, 其余部分建成绿地, 点 P 在围墙 $\overset{\frown}{AB}$ 上, 点 M 和 N 分别在道路 OA 和道路 OB 上, 且 $OA=60\mathrm{m}$, $\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$. 设 $\angle POB=\theta$.



(1) 求停车场面积 S(单位: m^2) 关于 θ 的函数关系式, 并写出 θ 的取值范围;

(2) 求停车场面积 S 的最大值以及相应 θ 的值.

20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $\Gamma: y^2=4x$, 点 $C(1,0)$. A,B 为 Γ 上的两点, A 在第一象限, 满足 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-4$.

(1) 求证: 直线 AB 过定点, 并求定点坐标;

(2) 设 P 为 Γ 上的动点, 求 $\dfrac{|OP|}{|CP|}$ 的取值范围;

(3) 记 $\triangle AOB$ 的面积为 S_1, $\triangle BOC$ 的面积为 S_2, 求 S_1+S_2 的最小值.

21. 已知函数 $f(x)=x|x-a|$, 其中 a 为常数.

(1) 当 $a=1$ 时, 解不等式 $f(x)<2$;

(2) 已知 $g(x)$ 是以 2 为周期的偶函数, 且当 $0\le x\le 1$ 时, 有 $g(x)=f(x)$. 若 $a<0$, 且 $g(\frac{3}{2})=\frac{5}{4}$, 求函数 $y=g(x)(x\in[1,2])$ 的反函数;

(3) 若在 $[0,2]$ 上存在 n 个不同的点 $x_i(i=1,2,\cdots,n,\ n\ge 3)$, $x_1<x_2<\cdots<x_n$, 使得 $|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{n-1})-f(x_n)|=8$, 求实数 a 的取值范围.

22. 设集合 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x|x<3\}$, 则 $A\cap B=$__________.

23. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=x^2(-1\le x\le a)$ 是偶函数, 则 $a=$__________.

24. 设函数 $f(x)=\lg(x+1)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 则 $f^{-1}(1)=$__________.

25. 函数 $f(x)=\sqrt{\dfrac{1-x}{x}}$ 的定义域为__________.

26. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 设 $p:1\le x<2$, $q:x<a$. 若 p 是 q 的充分条件, 则 a 的取值范围为__________.

27. 关于 x 的方程 $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$ 的解为__________.

28. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 满足对任意 $x\in\mathbf{R}$, 恒有 $f(x)+f(x+2)=4$. 若 $f(1)+f(2)=1$, 则 $f(2021)-f(2020)=$__________.

29. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=a\cdot 4^x+2^x+1$ 在 $[3,+\infty)$ 上单调递减, 则 a 的取值范围为__________.

30. 已知常数 $m,n\in\mathbf{Z}$, 若对任意 $x\in[0,+\infty)$, 不等式 $(mx-2)(x^2-2n)\ge 0$ 恒成立, 则 $m+n$ 的取值集合为__________.

31. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=x^2-4x+a$, $g(x)=ax^2-8x+4$. 若存在 $x_0\in(0,+\infty)$, 使得 $f(x_0)$ 与 $g(x_0)$ 都不是正数, 则 a 的取值范围为__________.

32. 对任意的非零实数 a,b, 下列不等式恒成立的是 (　　).

A. $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\ge 2$　　B. $(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})\ge 4$

C. $\frac{|a+b|}{2}\ge 2\sqrt{|ab|}$　　D. $\frac{a^2+b^2}{2}\ge(\frac{a+b}{2})^2$

33. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(x)$ 满足对任意 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$, 当 $x_1\ne x_2$ 时, 恒有 $|f(x_1)-f(x_2)|>2|x_1-x_2|$. 对于命题: ① $f(x)$ 的解析式可以是 $f(x)=x^3+2021x$; ② $f(x)$ 的解析式可以是 $f(x)=2021^{-x}$, 下列判断正确的是 (　　).

A. ①、②均为真命题　　B. ①、②均为假命题

C. ①为真命题、②为假命题　　D. ①为假命题、②为真命题

34. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=ax^2+\lg\dfrac{1+x}{1-x}$.

(1) 若 $a=0$, 判断 $f(x)$ 的单调性并证明;

(2) 问: 是否存在 a, 使得 $f(x)$ 为奇函数? 若存在, 求出所有 a 的值; 若不存在, 说明理由.

35. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, 若对任意 $x\in(0,+\infty)$, 恒有 $f(2x)=2f(x)$, 则称 $f(x)$ 为 "2 阶缩放函数".

(1) 已知函数 $f(x)$ 为 "2 阶缩放函数", 当 $x\in(1,2]$ 时, $f(x)=1-\log_2 x$, 求 $f(2\sqrt{2})$ 的值;

(2) 已知函数 $f(x)$ 为 "2 阶缩放函数", 当 $x\in(1,2]$ 时, $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$, 求证: 函数 $y=f(x)-x$ 在 $(1,+\infty)$ 上无零点.

36. 设全集 $U=\mathbf{R}$, $A=(-\infty,3)$, 则 $\complement_U A=$__________.

37. 函数 $f(x)=x^{-\frac{1}{2}}$ 的定义域为__________.

38. 已知函数 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)=\log_2 x$, 则 $f(-1)=$__________.

39. 已知球的半径为 2, 则它的体积为__________.

40. 已知 $\sin\alpha=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\alpha\in(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2})$, 则 $\sin(\alpha+\dfrac{3\pi}{2})=$__________.

41. 已知圆锥的底面半径为 1cm, 侧面积为 $2\pi\text{cm}^2$, 则母线与底面所成角的大小为__________.

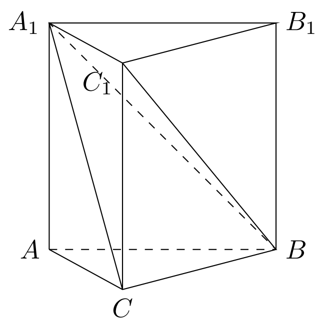
42. 已知 $(x^2+\dfrac{2}{x})^n$ 的二项展开式中, 所有二项式系数的和为 512, 则展开式中的常数项为__________(结果用数值表示).

43. $f(x)$ 是偶函数, 当 $x\geq 0$ 时, $f(x)=2^x-1$, 则不等式 $f(x)>1$ 的解集为__________.

44. 方程 $1+\log_2 x=\log_2(x^2-3)$ 的解为__________.

45. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+(4a-3)x+3a, & x<0, \\ \log_a(x+1)+1, & x\geq 0, \end{cases}$ $(a>0,\ a\neq 1)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, 且关于 x 的方程 $|f(x)|=2-x$ 恰好有两个不相等的实数解, 则 a 的取值范围是__________.

46. 我国古代数学名著《九章算术》中记载了有关特殊几何体的定义: 阳马指底面为矩形, 一侧棱垂直于底面的四棱锥, 堑堵指底面是直角三角形, 且侧棱垂直于底面的三棱柱. 某堑堵 $ABC-A_1B_1C_1$, $AC\perp BC$, 若 $A_1A=AB=2$, 当阳马 $B-AA_1C_1C$ 的体积最大时, 二面角 $C-A_1B-C_1$ 的大小为__________.



47. 对于全集 $\mathbf{R}$ 的子集 A, 定义函数 $f_A(x)=\begin{cases} 1, & x\in A, \\ 0, & x\in\complement_{\mathbf{R}}A \end{cases}$ 为 A 的特征函数, 设 A,B 为全集 $\mathbf{R}$ 的子集,

① 若 $A\subseteq B$, 则 $f_A(x)\leq f_B(x)$; ② $f_{\complement_{\mathbf{R}}A}(x)=1-f_A(x)$;

③ $f_{A\cap B}(x)=f_A(x)\cdot f_B(x)$; ④ $f_{A\cup B}(x)=f_A(x)+f_B(x)$;

⑤ $f_{A\cap \complement_{\mathbf{R}}B}(x)=f_A(x)-f_B(x)$; ⑥ 对于任意 $x\in\mathbf{R}$, 若 $f_A(x)\cdot f_B(x)=0$ 恒成立, 则 $A\cap B=\varnothing$.

其中正确的命题为__________(填所有正确命题的序号).

48. 已知实数 a,b 满足 $a>b$, 则下列不等式中恒成立的是 (　　)。

A. $a^2>b^2$　　B. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　C. $|a|>|b|$　　D. $2^a>2^b$

49. 下列函数中, 值域为 $(0,+\infty)$ 的是 (　　).

A. $y=x^2$　　B. $y=\frac{2}{x}$　　C. $y=2^x$　　D. $y=|\log_2 x|$

50. 从正方体的 8 个顶点中选取 4 个作为顶点, 可得到四面体的个数为 (　　).

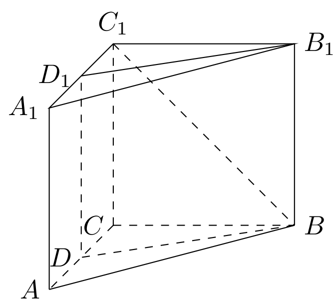
A. C_8^4-12　　B. C_8^4-8　　C. C_8^4-6　　D. C_8^4-4

51. 设集合 $A=\{y|y=a^x,\ x>0\}$(其中常数 $a>0,\ a\neq 1$), $B=\{y|y=x^k,\ x\in A\}$(其中常数 $k\in\mathbf{Q}$), 则 “$k<0$” 是 “$A\cap B=\varnothing$” 的 (　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既非充分又非必要条件

52. 如图所示, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面是等腰直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$, $CA=CB=CC_1=2$. 点 D,D_1 分别是棱 AC,A_1C_1 的中点.



(1) 求四棱锥 $C-AA_1B_1B$ 的体积;

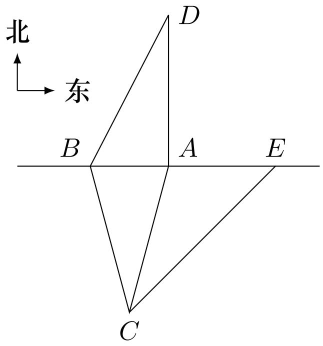
(2) 求直线 BC_1 与平面 DBB_1D_1 所成角的大小.

53. 设常数 $k\in\mathbf{R}$, $f(x)=k\cos^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x$, $x\in\mathbf{R}$.

(1) 若 $\tan\alpha=2$ 且 $f(\alpha)=\sqrt{3}$, 求实数 k 的值;

(2) 设 $k=1$, $\triangle ABC$ 中, 内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 若 $f(A)=1$, $a=\sqrt{7}$, $b=3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S.

54. 东西向的铁路上有两个道口 AB, 铁路两侧的公路分布如图, C 位于 A 的南偏西 15°, 且位于 B 的南偏东 15° 方向, D 位于 A 的正北方向, $AC=AD=2km$, C 处一辆救护车欲通过道口前往 D 处的医院送病人, 发现北偏东 45° 方向的 E 处 (火车头位置) 有一列火车自东向西驶来, 若火车通过每个道口都需要 1 分钟, 救护车和火车的速度均为 60km/h.



(1) 判断救护车通过道口 A 是否会受火车影响, 并说明理由;

(2) 为了尽快将病人送到医院, 救护车应选择 AB 中的哪个道口? 通过计算说明.

55. 已知函数 $f(x)=\dfrac{ax^2+1}{bx+c}$ 是奇函数, a,b,c 为常数.

(1) 求实数 c 的值;

(2) 若 $a,b\in\mathbf{Z}$, 且 $f(1)=2$, $f(2)<3$, 求 $f(x)$ 的解析式;

(3) 已知 $b>0$, 若 $f(x)\geq f(1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立, 且 $\{x|f[f(x)]\geq x\}\cap[1,2]\neq\varnothing$, 求 b 的取值范围.

56. 记函数 $f(x)$ 的定义域为 D. 如果存在实数 a、b 使得 $f(a-x)+f(a+x)=b$ 对任意满足 $a-x\in D$ 且 $a+x\in D$ 的 x 恒成立, 则称 $f(x)$ 为 Ψ 函数.

(1) 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-1$, 试判断 $f(x)$ 是否为 Ψ 函数, 若是求出 a,b, 若不是请说明理由;

(2) 设函数 $g(x)=\dfrac{1}{2^x+t}$, 其中常数 $t\neq 0$, 证明: $g(x)$ 是 Ψ 函数;

(3) 若 $h(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的 Ψ 函数, 且函数 $h(x)$ 的图像关于直线 $x=m$(m 为常数) 对称, 试判断 $h(x)$ 是否为周期函数? 并证明你的结论.

57. 不等式 $\dfrac{1}{x}\leq 3$ 的解集是__________.

58. 若函数 $y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})$, 则它的最小正周期 $T=$__________.

59. 若函数 $y=\log_2(x-m)+1$ 的反函数的图像经过点 $(1,3)$, 则实数 $m=$__________.

60. 函数 $f(x)=x+\dfrac{1}{x-2}$ 的值域是__________.

61. 已知函数 $f(x)$ 的周期为 2, 且当 $0<x\leq 1$ 时, $f(x)=\log_4 x$, 那么 $f(\dfrac{9}{2})=$__________

62. 已知集合 $M=\{y|y=3\sin x,x\in\mathbf{R}\}$, $N=\{x||x|<a\}$, 若 $M\subseteq N$, 则实数 a 的取值范围是__________.

63. 函数 $f(x)=|x^2-1|+|x-2|$ 的最小值是__________.

64. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2x, & x\leq a,\\ -x+2, & x>a,\end{cases}$ 若存在实数 x_0, 使得对于任意的实数 x 都有 $f(x)\leq f(x_0)$ 成立, 则实数 a 的取值范围是__________.

65. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}$ 图像的对称中心的坐标是__________.

66. 若 $f(x)=|x+1|+|x+2|+\cdots+|x+2020|+|x-1|+|x-2|+\cdots+|x-2020|$, $x\in\mathbf{R}$, 且 $f(a^2-3a+2)=f(a-1)$, 则满足条件的所有整数 a 的和是__________.

67. 王昌龄《从军行》中两句诗“黄沙百战穿金甲, 不破楼兰终不还”, 其中后一句中“攻破楼兰”是“返回家乡”的 (   ) 条件.

A. 充分　　B. 必要　　C. 充要　　D. 既不充分也不必要

68. 为了得到函数 $y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$ 的图像, 可将函数 $y=\sin x$ 的图像 (   ).

A. 左移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个长度　　B. 右移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个长度　　C. 左移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个长度　　D. 右移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个长度

69. 已知 M、N、$P\subseteq\mathbf{R}$, $M=\{x|f(x)=0\}$, $N=\{x|g(x)=0\}$, $P=\{x|f(x)g(x)=0\}$, 则集合 P 恒满足的关系为 (   ).

A. $P=M\cup N$　　B. $P\neq\varnothing$　　C. $P=\varnothing$　　D. $P\subseteq(M\cup N)$

70. 已知 a_1、a_2 与 b_1、b_2 是 4 个不同的实数, 关于 x 的方程 $|x-a_1|+|x-a_2|=|x-b_1|+|x-b_2|$ 的解集为 A, 则集合 A 中元素的个数为 (   ).

A. 1 个　　B. 0 个或 1 个或 2 个

C. 0 个或 1 个或 2 个或无限个　　D. 1 个或无限个

71. 设函数 $f(x)$ 是定义在 $[a,b]$ 上的函数, 若存在 $x_0\in(a,b)$, 使得 $f(x)$ 在 $[a,x_0]$ 上单调递增, 在 $[x_0,b]$ 上单调递减, 则称 $f(x)$ 为 $[a,b]$ 上的单峰函数, x_0 称为峰点.

(1) 判断下列函数中, 哪些是 $[0,2]$ 上的单峰函数? 若是, 指出峰点; 若不是, 说出原因;

① $f_1(x)=3x-x^2$; ② $f_2(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$;

(2) 若函数 $f(x)$ 是区间 $[0,1]$ 上的单峰函数, 证明: 对任意的 x_1、$x_2\in(0,1)$, $x_1<x_2$, 若 $f(x_1)\geq f(x_2)$, 则峰点在区间 $(0,x_2)$ 内; 若 $f(x_1)\leq f(x_2)$, 则峰点在区间 $(x_1,1)$ 内.

72. 设 $\mu(x)$ 表示不小于 x 的最小整数, 例如 $\mu(0.3)=1$, $\mu(-2.5)=2$.

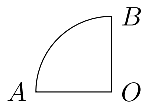
(1) 解方程 $\mu(x-1)=3$;

(2) 设 $f(x)=\mu(x\cdot\mu(x))$, $n\in\mathbf{N}^*$, 试分别求出 $f(x)$ 在区间 $(0,1]$、$(1,2]$ 以及 $(2,3]$ 上的值域; 若 $f(x)$ 在区间 $(0,n]$ 上的值域为 M_n, 求集合 M_n 中的元素的个数;

(3) 设实数 $a>0$, $g(x)=x+a\cdot\dfrac{\mu(x)}{x}-2$, $h(x)=\dfrac{\sin(\pi x)+2}{x^2-5x+7}$, 若对于任意 $x_1,x_2\in(2,4]$ 都有 $g(x_1)>h(x_2)$, 求实数 a 的取值范围.

73. 函数 $y=\log_2(4-x^2)$ 的定义域是__________.

74. 如图所示, 弧长为 $\dfrac{\pi}{2}$, 半径为 1 的扇形 (及其内部) 绕 OB 所在的直线旋转一周, 所形成的几何体的表面积为__________.



75. 函数 $f(x)=1-3\sin^2(x+\dfrac{\pi}{4})$ 的最小正周期为__________.

76. 从 5 名志愿者中选出 3 名, 分别从事布置、迎宾、策划三项不同的工作, 每人承担一项工作, 则不同的选派方案有__________ 种 (用数值作答).

77. 已知函数 $f(x)=a\cdot 2^x+3-a(a\in\mathbf{R}$ 且 $a\neq 0)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$, 则函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像经过的定点的坐标为__________.

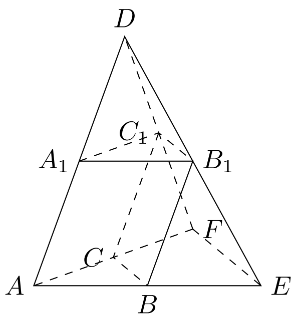
78. 在 $(x-a)^{10}$ 的展开式中, x^7 的系数是 15, 则实数 $a=$__________.

79. 已知 $\cos(\dfrac{\pi}{4}+\alpha)=\dfrac{1}{3}$, 则 $\cos(\dfrac{\pi}{2}-2\alpha)=$__________.

80. 集合 $\{x|\cos(\pi\cos x)=0,\ x\in[0,\pi]\}=$__________(用列举法表示).

81. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c, 面积为 S, 且 $4S=(a+b)^2-c^2$, 则 $\cos C=$__________.

82. 如图, 在三棱锥 $D-AEF$ 中, A_1,B_1,C_1 分别是 DA,DE,DF 的中点, B,C 分别是 AE,AF 的中点, 设三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 V_1, 三棱锥 $D-AEF$ 的体积为 V_2, 则 $V_1:V_2=$__________.



83. 集合 $A=\{y|y=\log_{\frac{1}{2}}x-x,1\leq x\leq 2\}$, $B=\{x|x^2-5tx+1\leq 0\}$, 若 $A\cap B=A$, 则实数 t 的取值范围是__________.

84. 若定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称, 且当 $0\leq x\leq 1$ 时, $f(x)=x^{\frac{1}{3}}$, 则方程 $f(x)=\dfrac{1}{3}$ 在区间 $(-4,10)$ 内的所有实根之和为__________.

85. 若空间中三条不同的直线 l_1、l_2、l_3, 满足 $l_1\perp l_2$, $l_2\parallel l_3$, 则下列结论一定正确的是 (　　).

A. $l_1\perp l_3$　　B. $l_1\parallel l_3$

C. l_1、l_3 既不平行也不垂直　　D. l_1、l_3 相交且垂直

86. 若 $a>b>0$, $c<d<0$, 则一定有 (　　).

A. $ad>bc$　　B. $ad<bc$　　C. $ac<bd$　　D. $ac>bd$

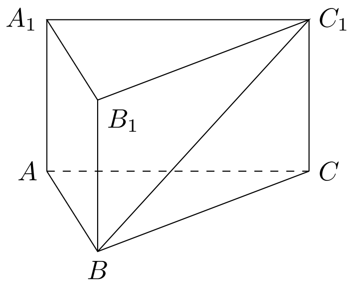
87. 函数 $f(x)=|x^2-a|$ 在区间 $[-1,1]$ 上的最大值是 a, 那么实数 a 的取值范围是 (　　).

A. $[0,+\infty)$　　B. $[\dfrac{1}{2},1]$　　C. $[\dfrac{1}{2},+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

88. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}(1-x), & -1\le x\le n,\\ 2^{2-|x-1|}-3, & n<x\le m,\end{cases}$ $(n<m)$ 的值域是 $[-1,1]$, 有下列结论: ① 当 $n=0$ 时, m 的取值范围为 $(0,2]$; ② 当 $n=\frac{1}{2}$ 时, m 的取值范围为 $(\frac{1}{2},2]$; ③ 当 $n\in[0,\frac{1}{2})$ 时, m 的取值范围为 $[1,2]$; ④ 当 $n\in[0,\frac{1}{2})$ 时, m 的取值范围为 $(n,2]$; 其中结论正确的所有的序号是 (　　).

A. ①②　　B. ③④　　C. ②③　　D. ②④

89. 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=4$, 异面直线 BC_1 与 AA_1 所成角的大小为 $\frac{\pi}{3}$.



(1) 求正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积;

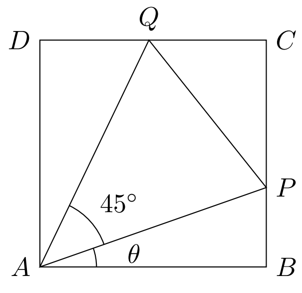
(2) 求直线 BC_1 与平面 AA_1C_1C 所成角的大小.

90. 已知函数 $f(x)=\frac{3}{2}\sin\omega x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega x$(其中 $\omega>0$).

(1) 若 $\omega=2$, $0<\alpha<\pi$, 且 $f(\alpha)=\frac{3}{2}$, 求 α 的值;

(2) 若函数 $f(x)$ 的最小正周期为 3π, 求 ω 的值, 并求函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的单调递增区间.

91. 如图, 有一块边长为 1 的正方形区域 $ABCD$, 在点 A 处有一个可转动的探照灯, 其照射角 $\angle PAQ$ 始终为 $45°$(其中点 P、Q 分别在边 BC、CD 上), 设 $\angle PAB=\theta$, $\tan\theta=t$.



(1) 当三点 C、P、Q 不共线时, 求直角 $\triangle CPQ$ 的周长;

(2) 设探照灯照射在正方形 $ABCD$ 内部区域 $PAQC$ 的面积为 S, 试求 S 的最大值.

92. 定义区间 (m,n)、$[m,n]$、$(m,n]$、$[m,n)$ 的长度均为 $n-m$, 已知不等式 $\frac{7}{6-x}\ge 1$ 的解集为 A.

(1) 求 A 的长度;

(2) 函数 $f(x)=\frac{(a^2+a)x-1}{a^2x}(a\in\mathbf{R},\ a\neq 0)$ 的定义域与值域都是 $[m,n](n>m)$, 求区间 $[m,n]$ 的最大长度;

(3) 关于 x 的不等式 $\log_2 x+\log_2(tx+3t)<2$ 的解集为 B, 若 $A\cap B$ 的长度为 6, 求实数 t 的取值范围.

93. 对于函数 $y=f(x)(x\in D)$, 如果存在实数 a、$b(a\neq 0$, 且 $a=1$, $b=0$ 不同时成立), 使得 $f(x)=f(ax+b)$ 对 $x\in D$ 恒成立, 则称函数 $f(x)$ 为 "(a,b) 映像函数".

(1) 判断函数 $f(x)=x^2-2$ 是否是 "(a,b) 映像函数", 如果是, 请求出相应的 a、b 的值, 若不是, 请说明理由;

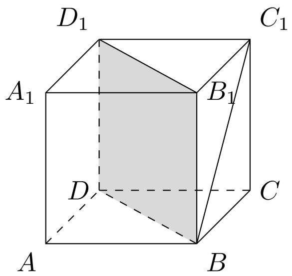
(2) 已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 $[0,+\infty)$ 上的 "$(2,1)$ 映像函数", 且当 $x\in[0,1)$ 时, $f(x)=2^x$, 求函数 $y=f(x)(x\in[3,7))$ 的反函数;

(3) 在 (2) 的条件下, 试构造一个数列 $\{a_n\}$, 使得当 $x\in[a_n,a_{n+1})(n\in\mathbf{N}^*)$ 时, $2x+1$ 的取值范围为 $[a_{n+1},a_{n+2})$, 并求 $x\in[a_n,a_{n+1})(n\in\mathbf{N}^*)$ 时, 函数 $y=f(x)$ 的解析式, 及 $y=f(x)(x\in[0,+\infty))$ 的值域.

94. 函数 $y=\sqrt{2+x}$ 的定义域为__________.

95. 方程 $\lg(2x+3)=2\lg x$ 的解为__________.

96. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 BC_1 与平面 BB_1D_1D 所成角的大小等于__________.



97. 已知角 α 的终边经过点 $P(-1,2)$(始边为 x 轴正半轴), 则 $\sin 2\alpha=$__________.

98. 在 $(x+\dfrac{1}{x})^{10}$ 的展开式中, 常数项等于__________.

99. 若 $x>0$, $y>0$, 且 $2x+y=1$, 则 xy 的最大值为__________.

100. 已知幂函数 $y=f(x)$ 的图像经过点 $P(4,2)$, 则它的反函数为 $f^{-1}(x)=$__________.

101. 从 $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ 中任取 5 个不同的数, 中位数为 4 的取法有__________ 种 (用数值表示).

102. 已知圆锥的侧面展开图是一个扇形, 若此扇形的圆心角为 $\dfrac{6\pi}{5}$, 面积为 15π, 则该圆锥的体积为__________.

103. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c, 若 $b=2$, $\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sqrt{3}\cos B}{b}$. 则 $\triangle ABC$ 的面积的最大值等于__________.

104. 在高中阶段, 我们学习过函数的概念、性质和图像, 以下两个结论是正确的: ① 偶函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b](a<b)$ 上的取值范围与在区间 $[-b,-a]$ 上的取值范围是相等的. ② 周期函数 $f(x)$ 在一个周期内的取值范围也就是 $f(x)$ 在定义域上的值域. 由此可求函数 $g(x)=2|\sin x|+19|\cos x|$ 的值域为__________.

105. 定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=1+\sqrt{2f(x)-f^2(x)}$, 则 $f(\dfrac{2019}{2})=$__________.

106. 已知 $x\in\mathbf{R}$, 则 "$\sin x=1$" 是 "$\cos x=0$" 的 (　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 非充分非必要条件

107. 某班有 20 名女生和 19 名男生, 从中选出 5 人组成一个垃圾分类宣传小组, 要求女生和男生均不少于 2 人的选法共有 (　　).

A. $C_{20}^2 \cdot C_{19}^2 \cdot C_{35}^1$　　B. $C_{39}^5 - C_{20}^5 - C_{19}^5$

C. $C_{39}^5 - C_{20}^1 C_{19}^4 - C_{20}^4 C_{19}^1$　　D. $C_{20}^2 C_{19}^3 + C_{20}^3 C_{19}^2$

108. 已知二面角 $\alpha - l - \beta$ 是直二面角, m 为直线, γ 为平面, 则下列命题中真命题为 (　　).

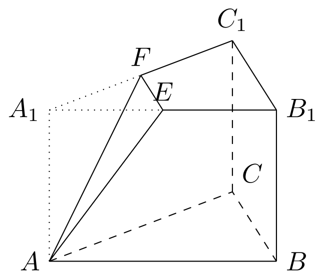
A. 若 $m \subsetneqq \alpha$, 则 $m \perp \beta$　　B. 若 $m \perp \alpha$, 则 $m \parallel \beta$

C. 若 $m \parallel \alpha$, 则 $m \perp \beta$　　D. 若 $\gamma \parallel \alpha$, 则 $\gamma \perp \beta$

109. 记有限集 M 中元素的个数为 $|M|$, 且 $|\varnothing| = 0$, 对于非空有限集 A, B, 下列结论: ① 若 $|A| \le |B|$, 则 $A \subseteq B$; ② 若 $|A \cup B| = |A \cap B|$, 则 $A = B$; ③ 若 $|A \cap B| = 0$, 则 A, B 中至少有一个是空集; ④ 若 $A \cap B = \varnothing$, 则 $|A \cup B| = |A| + |B|$. 其中正确结论的个数为 (　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

110. 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, E, F 分别为棱 A_1B_1, A_1C_1 的中点, 去掉三棱锥 $A_1 - AEF$ 得到一个多面体 $ABC - B_1C_1FE$. 已知 $AB = 6$, $BB_1 = 4$.



(1) 求多面体 $ABC - EFC_1B_1$ 的体积;

(2) 求意面直线 AE 与 BC 所成角的大小.

111. 《上海市生活垃圾管理条例》于 2019 年 7 月 1 日正式实施. 某小区全面实施垃圾分类处理. 已知该小区每月垃圾分类处理量不超过 300 吨, 每月垃圾分类处理成本 y(元) 与每月分类处理量 x(吨) 之间的函数关系式可近似表示为 $y = x^2 - 200x + 40000$，而分类处理一吨垃圾小区也可以获得 300 元的收益.

(1) 该小区每月分类处理多少吨垃圾, 才能使得每吨垃圾分类处理的平均成本最低?

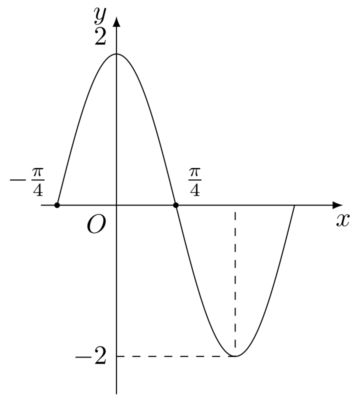
(2) 要保证该小区每月的垃圾分类处理不亏损, 每月的垃圾分类处理量应控制在什么范围?

112. 已知 a 是实常数, 函数 $f(x) = a\lg(1-x) - \lg(1+x)$.

(1) 若 $a = 1$, 求证: 函数 $y = f(x)$ 是减函数;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

113. 如图是函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)(A > 0,\, \omega > 0,\, 0 \le \varphi \le \pi)$ 一个周期内的图像. 将 $f(x)$ 图像上所有点的很顾总表伸长为原来的 2 倍, 纵坐标不变, 再把所得图像向右平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图像.



(1) 求函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的解析式;

(2) 若 $f(x_0)=g(x_0)$, 求 $\sin(x_0\dfrac{\pi}{3})$ 的所有可能的值;

(3) 求函数 $F(x)=f(x)+ag(x)$(a 为正常数) 在区间 $(0,19\pi)$ 内的所有零点之和.

114. 对于定义在 D 上的函数 $y=f(x)$, 如果存在两条平行直线 $l_1: y=kx+b_1$ 于 $l_2: y=kx+b_2(b_1\neq b_2)$, 使得对于任意 $x\in D$, 都有 $kx+b_1\leq f(x)\leq kx+b_2$ 恒成立, 那么称函数 $y=f(x)$ 是带状函数, 若 l_1,l_2 之间的最小距离 d 存在, 则称 d 为带宽.

(1) 判断函数 $f(x)=\sin x+\cos x$ 是不是带状函数? 如果是, 指出带宽 (不用证明); 如果不是, 说明理由;

(2) 求证: 函数 $g(x)=\sqrt{x^2-1}(x\geq 1)$ 是带状函数;

(3) 求证: 函数 $h(x)=a|x-x_1|+b|x-x_2|(x_1<x_2)$ 为带状函数的充要条件是 $a+b=0$.

115. 计算 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n+4}{5n+1}=$__________.

116. 设全集 $U=\mathbf{R}$ 集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$, $B=\{x|x\geq 0\}$, 则 $A\cap\complement_U B=$__________.

117. 不等式 $\dfrac{1}{x-1}>1$ 的解集为__________.

118. 若一个球的体积为 36π, 则它的表面积为__________.

119. 设复数 z 满足 $z+2\overline{z}=3-\mathrm{i}$(i 为虚数单位), 则 $z=$__________.

120. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=(\dfrac{2}{3})^n$, $n\in\mathbf{N}^*$, 则数列 $\{a_n\}$ 所有项的和为__________.

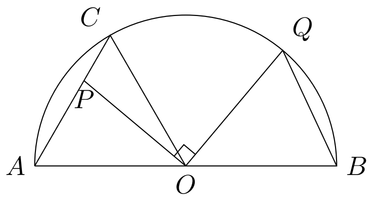
121. 某班级要从 5 名男生和 3 名女生中选出 3 人参加公益活动, 则在选出的 3 人中男、女生均有的概率为__________(结果用最简分数表示).

122. 已知 $\omega,t>0$, 函数 $f(x)=\begin{vmatrix}\sqrt{3} & \sin\omega x\\ 1 & \cos\omega x\end{vmatrix}$ 的最小正周期为 2π, 将 $f(x)$ 的图像向左平移 t 个单位, 所得图像对应的函数为偶函数, 则 t 的最小值为__________.

123. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^6, & x\geq 1,\\ -2x-1, & x\leq -1,\end{cases}$ 则当 $x\leq -1$ 时, 则 $f[f(x)]$ 表达式的展开式中含 x^2 项的系数是__________.

124. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $S_n=\dfrac{3}{2}a_n+n$(其中 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和), 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是__________.

125. 如图, 已知半圆 O 的直径 $AB=4$, $\triangle OAC$ 是等边三角形, 若点 P 是边 AC(包含端点 A,C) 上的动点, 点 Q 在弧 $\overset{\frown}{BC}$ 上, 且满足 $OQ\perp OP$, 则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BQ}$ 的最小值为__________.



126. 如果一个数列由有限个连续的正整数组成 (数列的项数大于 2), 且所有项之和为 N, 那么称该数列为 N 型标准数列, 例如, 数列 $2,3,4,5,6$ 为 20 型标准数列, 则 2668 型标准数列的个数为__________.

127. 设 $\alpha\beta$ 为两个不同平面, 已知直线 l 在平面 α 内, 则 "$\alpha\perp\beta$" 是 "$l\perp\beta$" 的 ( ).

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

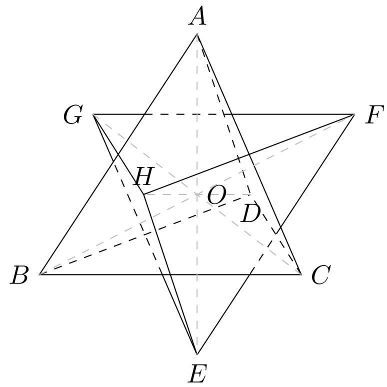
128. 某中学的高一、高二、高三共有学生 1350 人, 其中高一 500 人, 高三比高二少 50 人, 为了解该校学生健康状况, 现采用分层抽样方法进行调查, 在抽取的样本中有高一学生 120 人, 则该样本中的高二学生人数为 ( ).

A. 80 B. 96 C. 108 D. 110

129. 已知 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 均为单位向量, 且 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$. 若 $|\overrightarrow{c}-4\overrightarrow{a}|+|\overrightarrow{c}-3\overrightarrow{b}|=5$, 则 $|\overrightarrow{c}+\overrightarrow{a}|$ 的取值范围是 ( ).

A. $[3,\sqrt{10}]$ B. $[3,5]$ C. $[3,4]$ D. $[\sqrt{10},5]$

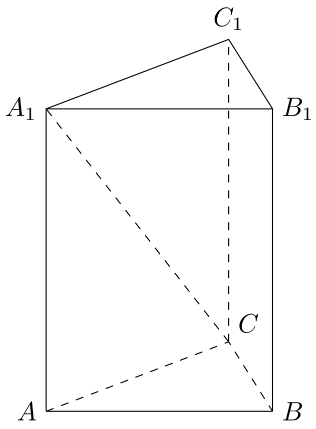
130. 正四面体 $ABCD$ 的体积为 1, O 为其中心, 正四面体 $EFGH$ 与正四面体 $ABCD$ 关于点 O 对称, 则这两个正四面体的公共部分的体积为 ( ).



131.

A. $\dfrac{1}{3}$ B. $\dfrac{1}{2}$ C. $\dfrac{2}{3}$ D. $\dfrac{3}{4}$

132. 如图, 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面积为 $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$, 侧面积为 36.



(1) 求正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积;

(2) 求异面直线 A_1C 与 AB 所成的角的大小;

133. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 S, 且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=S$.

(1) 求 $\sin A,\cos A,\tan 2A$ 的值;

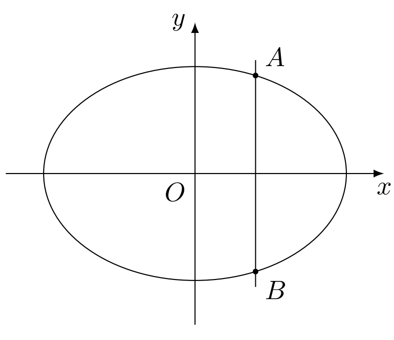
(2) 若 $B=\dfrac{\pi}{4}$, $|\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}|=6$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S.

134. 某温室大棚规定: 一天中, 从中午 12 点到第二天上午 8 点为保温时段, 其余 4 小时为工人作业时段. 从中午 12 点连续测量 20 小时, 得出此温室大棚的温度 y(单位: 度) 与时间 t(单位: 小时, $t\in[0,20]$) 近似地满足函数 $y=|t-13|+\dfrac{b}{t+2}$ 关系, 其中, b 为大棚内一天中保温时段的通风量.

(1) 若一天中保温时段的通风量保持 100 个单位不变, 求大棚一天中保温时段的最低温度 (精确到 0.1°C);

(2) 若要保持大棚一天中保温时段的最低温度不小于 17°C, 求大棚一天中保温时段通风量的最小值.

135. 已知直线 $l: x=t(0<t<2)$ 与椭圆 $\Gamma:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 相交于 A, B 两点, 其中 A 在第一象限, M 是椭圆上一点.



(1) 记 F_1,F_2 是椭圆 Γ 的左右焦点, 若直线 AB 过 F_2, 当 M 到 F_1 的距离与到直线 AB 的距离相等时, 求点 M 的横坐标;

(2) 若点 M,A 关于 y 轴对称, 当 $\triangle MAB$ 的面积最大时, 求直线 MB 的方程;

(3) 设直线 MA 和 MB 与 x 轴分别交于 PQ, 证明: $|OP|\cdot|OQ|$ 为定值.

136. 已知无穷数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 其前 n 项和为 S_n, $a_1=4$.

(1) 如果 $a_2=2$, 且对于一切正整数 n, 均有 $a_n\cdot a_{n+2}=a_{n+1}^2$, 求 S_n;

(2) 如果对于一切正整数 n, 均有 $a_n \cdot a_{n+1} = S_n$, 求 S_n;

(3) 如果对于一切正整数 n, 均有 $a_n + a_{n+1} = 3S_n$, 证明: a_{3n-1} 能被 8 整除.

137. 设 $z = \dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$, 则 $|z| =$__________.

138. 已知向量 $\overrightarrow{a} = (1,2)$, $\overrightarrow{b} = (m,-1)$, 若向量 $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$, 则实数 $m =$__________.

139. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^{n+1}+1}{2\cdot 3^n + 2^n} =$__________.

140. 角 θ 的终边经过点 $P(-4,y)$, 且 $\sin\theta = \dfrac{3}{5}$, 则 $\tan\theta =$__________.

141. 设一个圆锥的侧面展开图是半径为 1 的半圆, 则此圆锥的体积等于__________.

142. 从包含学生甲的 1200 名学生中随机抽取一个容量为 60 的样本, 则学生甲被抽到的概率为__________.

143. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点 P 到焦点的距离为 3, 则点 P 的横坐标是__________.

144. 已知函数 $y = f(x)$ 存在反函数 $y = f^{-1}(x)$, 若函数 $y = f(x) + 2^x$ 的图像经过点 $(1,4)$, 则函数 $y = f^{-1}(x) + \log_2 x$ 的图像必过点__________.

145. 在无穷等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $\lim\limits_{n\to\infty}(a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = \dfrac{1}{2}$, 则 a_1 的取值范围是__________.

146. 已知向量 $|\overrightarrow{a}| = |\overrightarrow{b}| = |\overrightarrow{c}| = 1$, 若 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \dfrac{1}{2}$, 且 $\overrightarrow{c} = x\overrightarrow{a} + y\overrightarrow{b}$, 则 $x \cdot y$ 的最大值为__________.

147. 已知集合 $M = \{1,2,3,\cdots,10\}$, 集合 $A \subseteq M$, 定义 $M(A)$ 为 A 中元素的最大值, 当 A 取遍 M 的所有非空子集时, 对应的 $M(A)$ 的和记为 S_{10}, 则 $S_{10} =$__________.

148. 对于定义域为 D 的函数 $f(x)$, 若存在 $x_1, x_2 \in D$ 且 $x_1 \neq x_2$, 使得 $f(x_1^2) = f(x_2^2) = 2f(x_1 + x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 具有性质 M. 若函数 $g(x) = |\log_2 x - 1|$, $x \in (0,a]$ 具有性质 M, 则实数 a 的最小值为__________.

149. 展开式为 $ad - bc$ 的行列式是 (　　).

A. $\begin{vmatrix} a & b \\ d & c \end{vmatrix}$　　B. $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$　　C. $\begin{vmatrix} a & d \\ b & c \end{vmatrix}$　　D. $\begin{vmatrix} b & a \\ d & c \end{vmatrix}$

150. 已知两条直线 l_1、l_2 的方程分别为 $l_1: ax + y - 1 = 0$ 和 $l_2: x - y + 1 = 0$, 则 "$a = 1$" 是 "直线 $l_1 \perp l_2$" 的 (　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

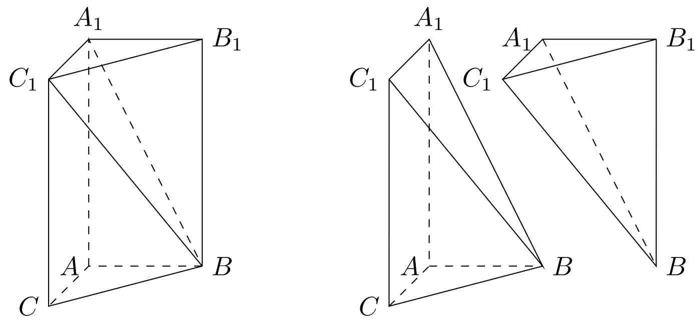
151. 若 $1 + \mathrm{i}$ 是关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 的一个根 (其中 i 为虚数单位, $p, q \in \mathbf{R}$), 则 $p + q$ 的值为 (　　).

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

152. 已知曲线 $C_1: |y| - x = 2$ 与曲线 $C_2: \lambda x^2 + y^2 = 4$ 恰好有两个不同的公共点, 则实数 λ 的取值范围是 (　　).

A. $(-\infty,-1] \cup [0,1)$　　B. $(-1,1]$　　C. $[-1,1)$　　D. $[-1,0] \cup (1,+\infty)$

153. 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 已知 $AB\perp AC$, $AB=AC=1$, $AA_1=2$, 且 $AA_1\perp$ 平面 ABC. 过 A_1、C_1、B 三点作平面截此三棱柱, 截得一个三棱锥和一个四棱锥.



(1) 求异面直线 BC_1 与 AA_1 所成角的大小 (结果用反三角函数表示);

(2) 求四棱锥 $B-ACC_1A_1$ 的体积和表面积.

154. 已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x-2\sin^2 x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最大值;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c, 若 $f(A)=0$, b、a、c 成等差数列, 且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2$, 求边 a 的长.

155. 某科技创新公司投资 400 万元研发了一款网络产品, 产品上线第 1 个月的收入为 40 万元, 预计在今后若干个月内, 该产品每月的收入平均比上一月增长 50%. 同时, 该产品第 1 个月的维护费支出为 100 万元, 以后每月的维护费支出平均比上一个月增加 50 万元.

(1) 分别求出第 6 个月该产品的收入和维护费支出, 并判断第 6 个月该产品的收入是否足够支付第 6 个月的维护费支出?

(2) 从第几个月起, 该产品的总收入首次超过总支出 (总支出包括维护费支出和研发投资支出)?

156. 已知曲线 Γ 上的任意一点到两定点 $F_1(-1,0)$、$F_2(1,0)$ 的距离之和为 $2\sqrt{2}$, 直线 l 交曲线 Γ 于 A、B 两点, O 为坐标原点.

(1) 求曲线 Γ 的方程;

(2) 若 l 不过 O 点且不平行于坐标轴, 记线段 AB 的中点为 M. 求证: 直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值;

(3) 若 $OA\perp OB$, 求 $\triangle AOB$ 面积的取值范围.

157. 若存在常数 $k(k>0)$, 使得对定义域 D 内的任意 x_1、$x_2(x_1\neq x_2)$, 都有 $|f(x_1)-f(x_2)|\leq k|x_1-x_2|$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 在其定义域 D 是 "$k-$ 利普希兹条件函数".

(1) 若函数 $f(x)=\sqrt{x}(1\leq x\leq 4)$ 是 "$k-$ 利普希兹条件函数", 求常数 k 的取值范围;

(2) 判断函数 $f(x)=\log_2 x$ 是否是 "$2-$ 利普希兹条件函数", 若是, 请证明, 若不是, 请说明理由;

(3) 若 $y=f(x)(x\in\mathbf{R})$ 是周期为 2 的 "$1-$ 利普希兹条件函数", 证明: 对任意的实数 x_1、x_2, 都有 $|f(x_1)-f(x_2)|\leq 1$.

158. 已知集合 $A=\{x|x>0\}$, $B=\{x|x^2\le 1\}$, 则 $A\cap B$__________.

159. 若关于 x,y 的方程组为 $\begin{cases} x+y=1, \\ x-y=2, \end{cases}$ 则该方程组的增广矩阵为__________.

160. 复数 z 满足 $z\cdot \mathrm{i}=1+\mathrm{i}$(i 为虚数单位), 则 $|z|=$__________.

161. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n}{3n^2+1}=$__________.

162. 抛物线 $x^2=-4y$ 的准线方程为__________.

163. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB=2$, $\angle B=\dfrac{5\pi}{12}$, $\angle C=\dfrac{\pi}{4}$, 则 $BC=$__________.

164. 函数 $f(x)=1+\log_2 x(x\ge 4)$ 的反函数的定义域为__________.

165. 在 $(x+\sqrt{2})^7$ 的二项展开式中任取一项, 则该项系数为有理数的概率为__________(用数字作答).

166. 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 点 E 和 F 分别是边 BC 和 AD 上的动点, 且 $CE=AF$, 则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$ 的取值范围为__________.

167. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 且满足 $\begin{vmatrix} a_{n+1} & S_n \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=2$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 为__________.

168. 设函数 $f(x)=|x-a|-\dfrac{2}{x}+a$, 若关于 x 的方程 $f(x)=1$ 有且仅有两个不同的实数根, 则实数 a 的取值构成的集合为__________.

169. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $na_{n+1}=(n+1)a_n+1$, 若对于任意的 $a\in[-2,2]$、$n\in\mathbf{N}^*$, 不等式 $\dfrac{a_{n+1}}{n+1}<3-a\cdot 2^t$ 恒成立, 则实数 t 的取值范围为__________.

170. 若 a、b 是实数, 则 $a>b$ 是 $2^a>2^b$ 的 (　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件　　C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

171. 已知函数 $f^{-1}(x)$ 为函数 $f(x)$ 的反函数, 且函数 $f(x-1)$ 的图像经过点 $(1,1)$, 则函数 $f^{-1}(x)$ 的图像一定经过点 (　　)

A. $(0,1)$　　B. $(1,0)$　　C. $(1,2)$　　D. $(2,1)$

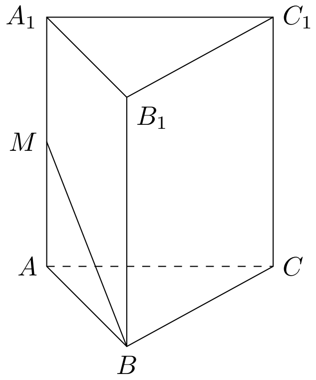
172. 以抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为右焦点, 且长轴为 4 的椭圆的标准方程为 (　　).

A. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{15}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$

173. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\text{为无理数}, \\ x, & x\text{为有理数}, \end{cases}$ 则以下 4 个命题: ① $f(x)$ 是偶函数; ② $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数; ③ $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$; ④ 对于任意的正有理数 a, $g(x)=f(x)-a$ 存在奇数个零点. 其中正确命题的个数为 (　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

174. 如图, 直三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中, $AB=AC=1$, $\angle BAC=\dfrac{\pi}{2}$, $A_1A=4$, 点 M 为线段 A_1A 的中点.



(1) 求直三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 的体积; (2) 求异面直线 BM 与 B_1C_1 所成的角的大小. (结果用反三角表示)

175. 已知函数 $f(x)=2\cos^2 x+\sqrt{3}\sin 2x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}=6$, 若函数 $f(x)$ 的图像经过点 $(B,2)$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

176. 勤俭节约是中华民族的传统美德. 为避免舌尖上的浪费, 各地各部门采取了精准供应的措施. 某学校食堂经调查分析预测, 从年初开始的前 $n(n=1,2,3,\cdots,12)$ 个月对某种食材的需求总量 S_n(公斤) 近似地满足 $S_n=\begin{cases}635n, & 1\le n\le 6,\\ -6n^2+774n-618, & 7\le n\le 12.\end{cases}$ 为保证全年每一个月该食材都够用, 食堂前 n 个月的进货总量须不低于前 n 个月的需求总量.

(1) 如果每月初进货 646 公斤, 那么前 7 个月每月该食材是否都够用?

(2) 若每月初等量进货 p(公斤), 为保证全年每一个月该食材都够用, 求 p 的最小值.

177. 已知椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$, F_1、F_2 为 C_1 的左、右焦点.

(1) 求椭圆 C_1 的焦距;

(2) 点 $Q(\sqrt{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2})$ 为椭圆 C_1 的一点, 与 OQ 平行的直线 l 与椭圆 C_1 交于两点 AB, 若 $\triangle QAB$ 面积为 1, 求直线 l 的方程;

(3) 已知椭圆 C_1 与双曲线 $C_2:x^2-y^2=1$ 在第一象限的交点为 $M(x_M,y_M)$, 椭圆 C_1 和双曲线 C_2 上满足 $|x|\ge|x_M|$ 的所有点 (x,y) 组成曲线 C. 若点 N 是曲线 C 上一动点, 求 $\overrightarrow{NF_1}\cdot\overrightarrow{NF_2}$ 的取值范围.

178. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 D, 若对于任意的 $x_1,x_2\in D$, 当 $x_1<x_2$ 时, 都有 $f(x_1)\le f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 D 上为 "非减函数".

(1) 判断 $f_1(x)=x^2-4x,\ x\in[1,4]$ 与 $f_2(x)=|x-1|+|x-2|,\ x\in[1,4]$ 是否是 "非减函数"?

(2) 已知函数 $g(x)=2^x+\dfrac{a}{2^{x-1}}$ 在 $[2,4]$ 上为 "非减函数", 求实数 a 的取值范围;

(3) 已知函数 $h(x)$ 在 $[0,1]$ 上为 "非减函数", 且满足条件: ① $h(0)=0$; ② $h(\dfrac{x}{3})=\dfrac{1}{2}h(x)$; ③ $h(1-x)=1-h(x)$, 求 $h(\dfrac{1}{2020})$ 的值.