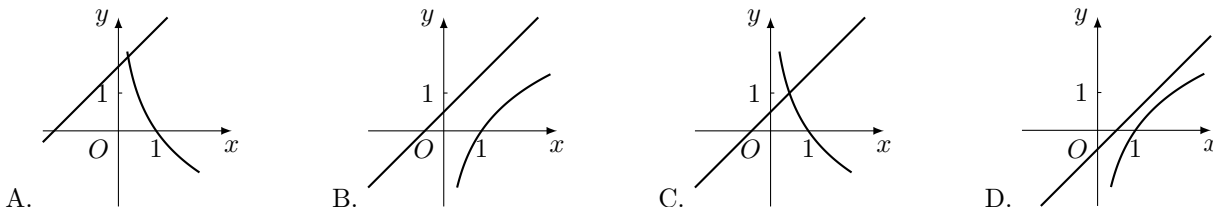


1. (000062) 选择题:

(1) 若指数函数  $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  在  $\mathbf{R}$  上是严格减函数, 则下列不等式中, 一定能成立的是 ( ).

- A.  $a > 1$                       B.  $a < 0$                       C.  $a(a-1) < 0$                       D.  $a(a-1) > 0$

(2) 在同一平面直角坐标系中, 一次函数  $y = x + a$  与对数函数  $y = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  的图像关系可能是 ( ).



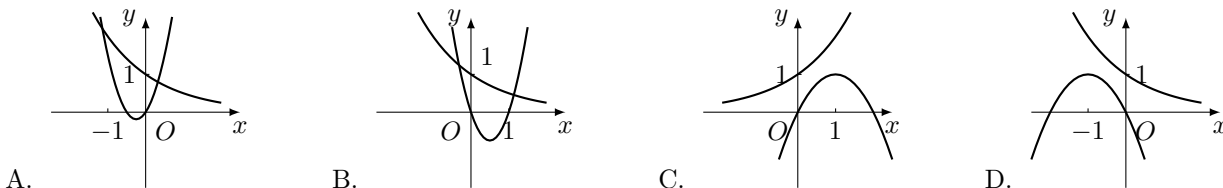
2. (000065) 设点  $(\sqrt{2}, 2)$  在幂函数  $y_1 = x^a$  的图像上, 点  $(-2, \frac{1}{4})$  在幂函数  $y_2 = x^b$  的图像上. 当  $x$  取何值时,  $y_1 = y_2$ ?

3. (000070) 选择题:

(1) 若  $m > n > 1$ , 而  $0 < x < 1$ , 则下列不等式正确的是 ( ).

- A.  $m^x < n^x$                       B.  $x^m < x^n$                       C.  $\log_x m > \log_x n$                       D.  $\log_m x < \log_n x$

(2) 在同一平面直角坐标系中, 二次函数  $y = ax^2 + bx$  与指数函数  $y = (\frac{b}{a})^x$  的图像关系可能为 ( ).



4. (000072) 在同一平面直角坐标系中, 作出函数  $y = (\frac{1}{2})^x$  及  $y = x^{\frac{1}{2}}$  的大致图像, 并求方程  $(\frac{1}{2})^x = x^{\frac{1}{2}}$  的解的个数.

5. (000080) 分别作出下列函数的大致图像, 并指出它们的单调区间:

(1)  $y = |x^2 - 4x|$ ;

(2)  $y = 2|x| - 3$ .

6. (000084) 若函数  $y = (a^2 + 4a - 5)x^2 - 4(a-1)x + 3$  的图像都在  $x$  轴上方 (不含  $x$  轴), 求实数  $a$  的取值范围.

7. (000092) 作出函数  $y = (x^2 - 1)^2 - 1$  的大致图像, 写出它的单调区间, 并证明你的结论.

8. (000330) 若函数  $f(x) = \log_2 \frac{x-a}{x+1}$  的反函数的图像过点  $(-2, 3)$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

9. (000349) 若函数  $f(x) = \log_2(x+1) + a$  的反函数的图像经过点  $(4, 1)$ , 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.

10. (000355) 有以下命题:

① 若函数  $f(x)$  既是奇函数又是偶函数, 则  $f(x)$  的值域为  $\{0\}$ ;

② 若函数  $f(x)$  是偶函数, 则  $f(|x|) = f(x)$ ;

③ 若函数  $f(x)$  在其定义域内不是单调函数, 则  $f(x)$  不存在反函数;

④ 若函数  $f(x)$  存在反函数  $f^{-1}(x)$ , 且  $f^{-1}(x)$  与  $f(x)$  不完全相同, 则  $f(x)$  与  $f^{-1}(x)$  图像的公共点必在直线  $y = x$  上;

其中真命题的序号是\_\_\_\_\_ (写出所有真命题的序号).

11. (000381) 若点  $(8, 4)$  在函数  $f(x) = 1 + \log_a x$  图像上, 则  $f(x)$  的反函数为\_\_\_\_\_.

12. (000388) 已知函数  $f(x) = a^x - 1$  的图像经过  $(1, 1)$  点, 则  $f^{-1}(3) =$ \_\_\_\_\_.

13. (000450) 函数  $f(x) = 2^x + m$  的反函数为  $y = f^{-1}(x)$ , 且  $y = f^{-1}(x)$  的图像过点  $Q(5, 2)$ , 那么  $m =$ \_\_\_\_\_.

14. (000472) 若函数  $f(x) = x^a$  的反函数的图像经过点  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

15. (000498) 已知幂函数的图像过点  $(2, \frac{1}{4})$ , 则该幂函数的单调递增区间是\_\_\_\_\_.

16. (000520) 已知函数  $f(x) = a \cdot 2^x + 3 - a$  ( $a \in \mathbf{R}$ ) 的反函数为  $y = f^{-1}(x)$ , 则函数  $y = f^{-1}(x)$  的图像经过的定点的坐标为\_\_\_\_\_.

17. (000582) 数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若点  $(n, S_n)$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ) 在函数  $y = \log_2(x + 1)$  的反函数的图像上, 则  $a_n =$ \_\_\_\_\_.

18. (000590) 已知函数  $f(x) = 1 + \log_a x$ ,  $y = f^{-1}(x)$  是函数  $y = f(x)$  的反函数, 若  $y = f^{-1}(x)$  的图像过点  $(2, 4)$ , 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

19. (000634) 若函数  $f(x) = 4^x + 2^{x+1}$  的图像与函数  $y = g(x)$  的图像关于直线  $y = x$  对称, 则  $g(3) =$ \_\_\_\_\_.

20. (000655) 若将函数  $f(x) = |\sin(\omega x - \frac{\pi}{8})|$  ( $\omega > 0$ ) 的图像向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位后, 所得图像对应的函数为偶函数, 则  $\omega$  的最小值是\_\_\_\_\_.

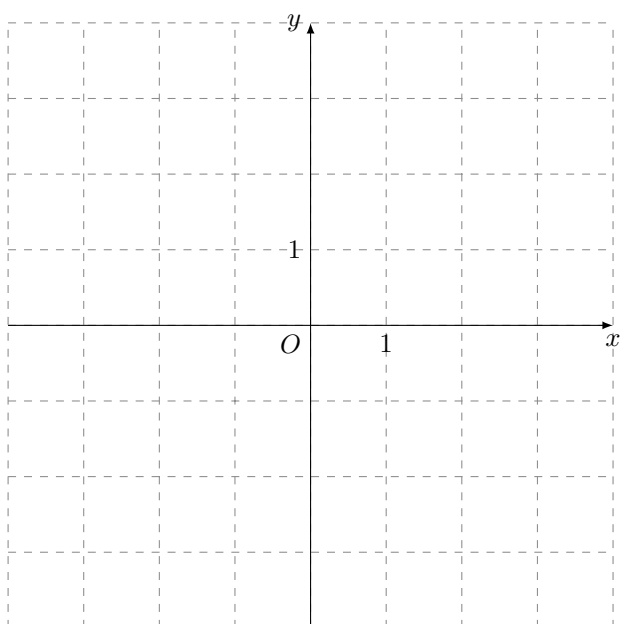
21. (000675) 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足: ①  $f(x) + f(2 - x) = 0$ ; ②  $f(x) - f(-2 - x) = 0$ ; ③ 在  $[-1, 1]$  上的表达式为  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & x \in [-1, 0], \\ 1-x, & x \in (0, 1] \end{cases}$ , 则函数  $f(x)$  与函数  $g(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0, \\ \log_{\frac{1}{2}} x, & x > 0 \end{cases}$  的图像在区间  $[-3, 3]$  上的交点的个数为\_\_\_\_\_.

22. (000851) 已知函数  $f(x) = \frac{3x+1}{x+a}$  ( $a \neq \frac{1}{3}$ ) 的图像与它的反函数的图像重合, 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

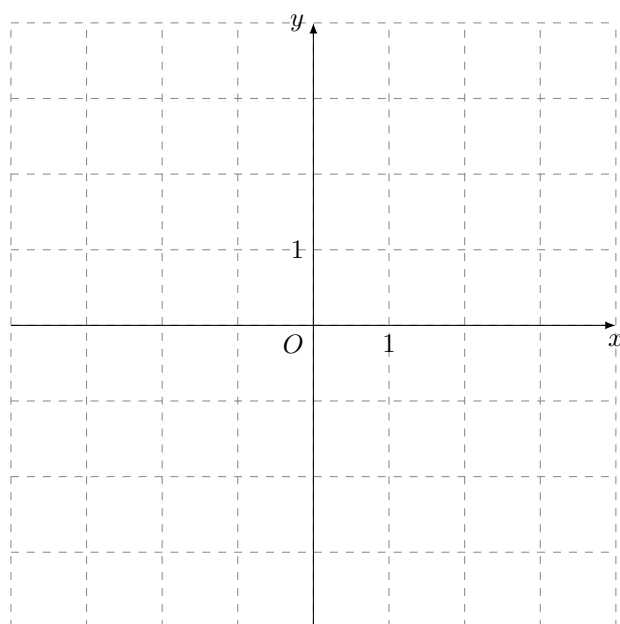
23. (000859) 设  $a > 0$  且  $a \neq 1$ , 若函数  $f(x) = a^{x-1} + 2$  的反函数的图像经过定点  $P$ , 则点  $P$  的坐标是\_\_\_\_\_.

24. (001173) 在以下坐标系中分别作出下列函数的图像 (用铅笔, 要求清晰, 交代关键信息):

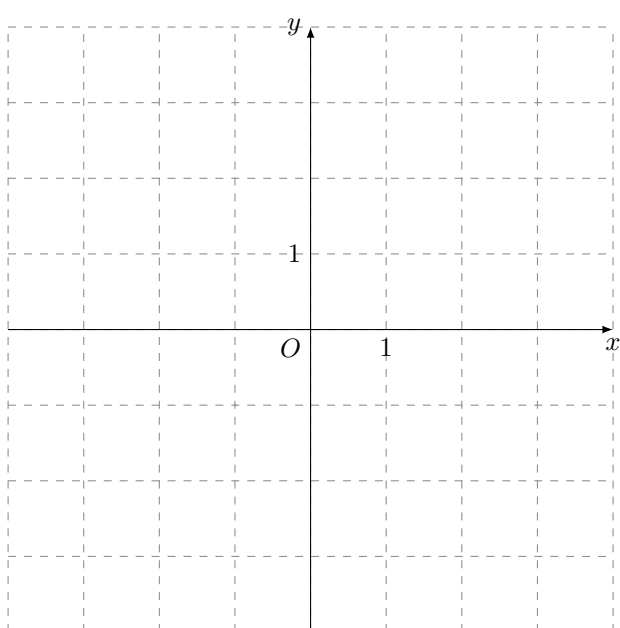
(1)  $y = \sqrt{|x|}$ ;



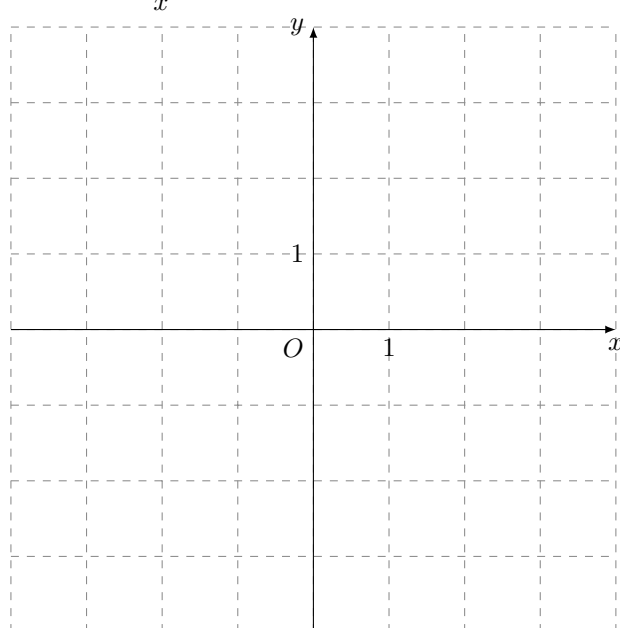
(2)  $y = |x - 1| - |x + 1|$ ;



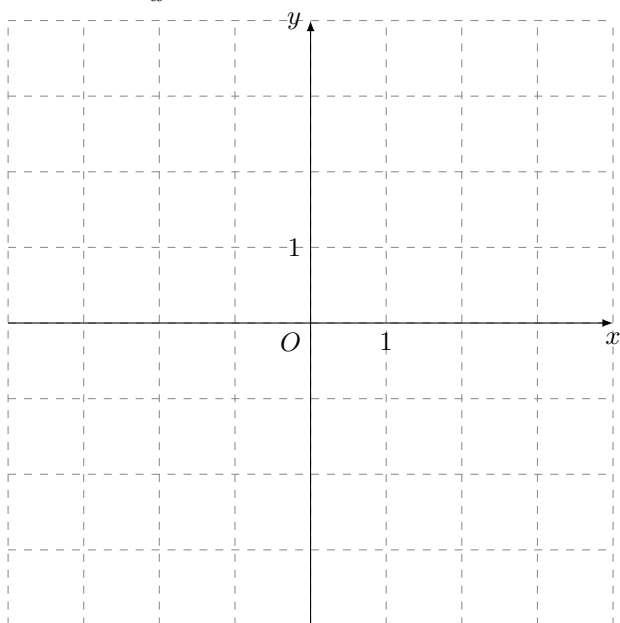
(3)  $y = x - [x]$ ;



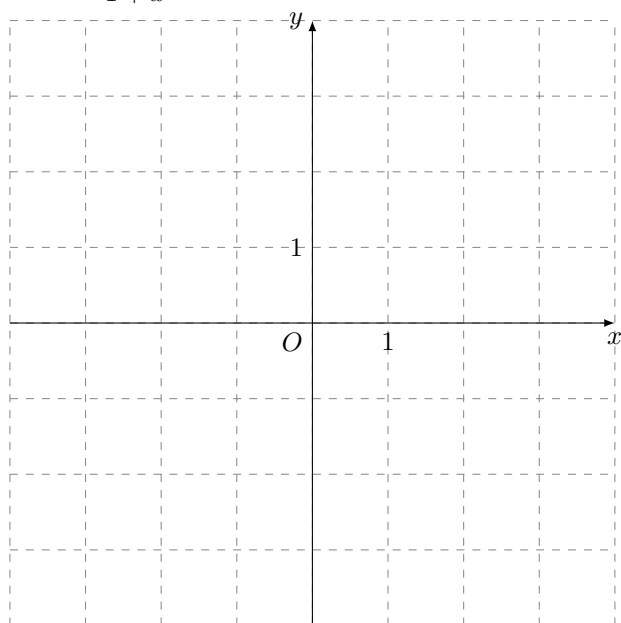
(4)  $y = x + \frac{1}{x}$ ;



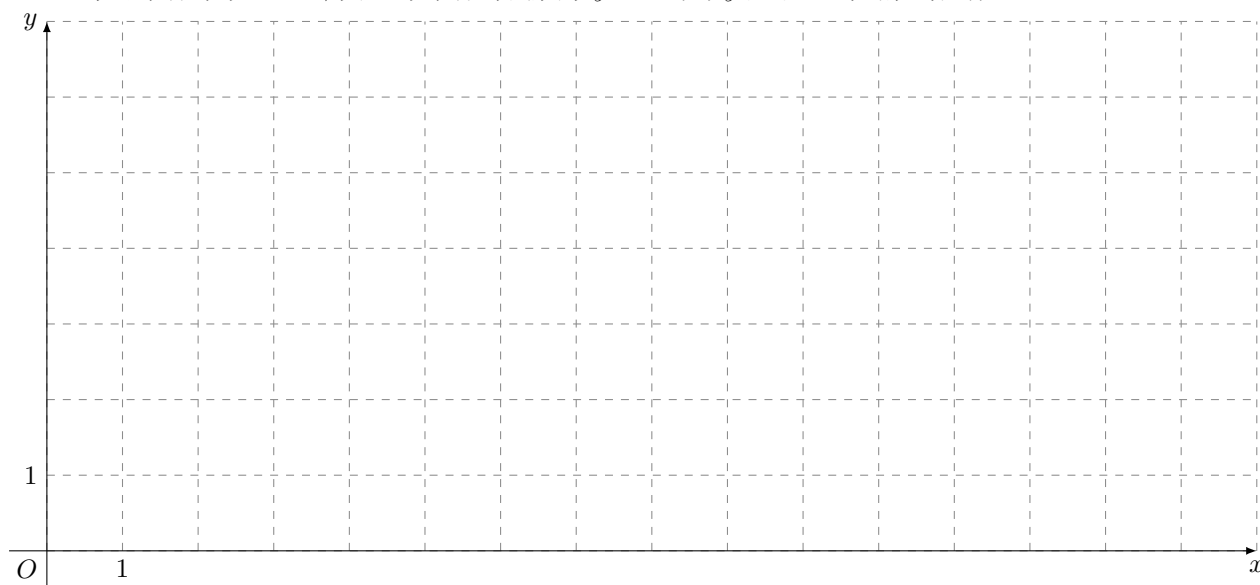
(5)  $y = x - \frac{1}{x}$ ;



(6)  $y = \frac{6x}{1+x^2}$ .



25. (001174) 某种茶杯每个 0.5 元, 买  $x$  个茶杯的钱数为  $y$  元. 画出  $y$  关于  $x$  的函数的图像.



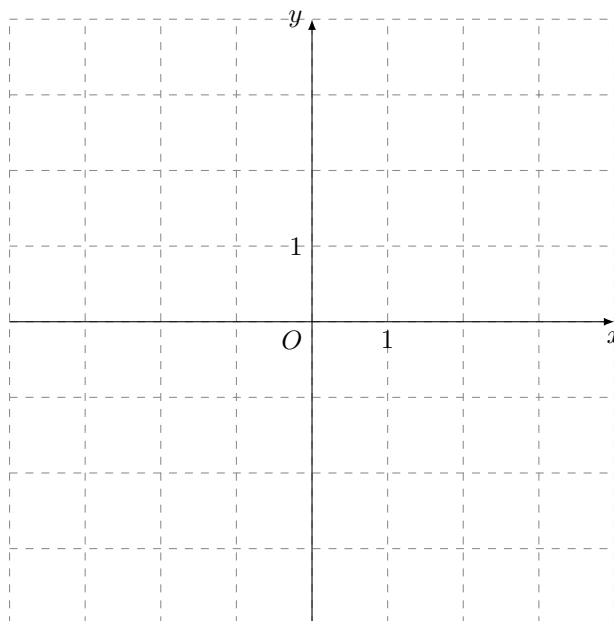
26. (001175) 证明: 函数  $y = \frac{1}{x}$  的图像关于原点对称 (一个图形关于原点对称是指任取该图形上的一点, 它关于原点对称所得的点也在该图形上).

27. (001176) 求证: 函数  $y = x^3$  的图像不是一条直线 (本题不能使用斜率的概念).

28. (001177) 试求出函数  $y = x^2$  的图像分别进行如下变换后, 所得的各个图像对应的函数.

- (1) 向右平移 2 个单位;
- (2) 向上平移 1 个单位;
- (3) 先向右平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位;
- (4) 先向上平移 1 个单位, 再向右平移 2 个单位

29. (001178) 试求出函数  $y = \sqrt{x}$  的图像分别进行如下变换后所得的各个图像对应的函数.
- (1) 图像上的每一点的横坐标变为原来的 2 倍;
  - (2) 图像上的每一点的纵坐标变为原来的  $\frac{1}{2}$ ;
  - (3) 图像上的每一点的横坐标变为原来的 2 倍, 然后向上平移 3 个单位, 所得图像上每一点的纵坐标变为原来的 3 倍, 再向左平移 2 个单位;
  - (4) 向左平移 3 个单位, 然后将所得图像上的每一点的横坐标变为原来的  $\frac{1}{2}$ , 最后向下平移 2 个单位
30. (001179) 欲将函数  $y = 3x$  的图像通过一次平移变为函数  $y = 3x - 5$  的图像, 可向\_\_\_\_\_ 平移\_\_\_\_\_ 个单位; 也可向\_\_\_\_\_ 平移\_\_\_\_\_ 个单位.
31. (001180) 欲将函数  $y = x^2$  的图像通过平移和放缩变为函数  $y = 2x^2 - 4x - 1$  的图像, 所需的步骤依次为: (同时写出每步变换后所得图像对应的函数)
32. (001181) 证明: 在平面直角坐标系中, 将函数  $y = f(x), x \in \mathbf{R}$  的图像绕原点旋转  $180^\circ$ , 得到的是函数  $y = -f(-x), x \in \mathbf{R}$  的图像.
33. (001182) 在平面直角坐标系中, 将函数  $y = f(x), x \in \mathbf{R}$  的图像沿直线  $x = 1$  翻折, 将会得到哪个函数的图像? 试写出这个函数, 并证明.
34. (001193) 已知函数  $y = f(x)$  的图像经过  $(1, 2)$ , 它有反函数  $y = f^{-1}(x)$ . 那么函数  $y = f^{-1}(x + 3)$  的图像一定经过点\_\_\_\_\_.
35. (001194) 已知函数  $y = f(x)$  有反函数, 且  $y = f^{-1}(3x + 1)$  的图像经过点  $(0, -1)$ . 试确定函数  $y = 5f(x + 2) + 3$  的图像一定经过的点, 并说明理由.
36. (001196) 已知函数  $y = f(x)$  的图像经过第一, 第二象限, 且它有反函数  $y = f^{-1}(x)$ . 那么  $y = f^{-1}(x)$  的图像一定经过\_\_\_\_\_ 象限.
37. (001198) 在同一坐标系中通过平移和放缩作出以下函数的图像, 并写出变换的方法.  $y = |x|; y = |x - 1|;$   
 $y = \frac{|x - 1|}{2}; y = \frac{|x - 1|}{2} - 3; y = \frac{|2x - 1|}{2} - 3.$



38. (001199)(1) 欲将函数  $y = x^2$  的图像通过先平移后放缩的方式变为函数  $y = \frac{1}{2}x^2 + x$  的图像, 所需的步骤依次为: (同时写出每步变换后所得图像对应的函数)
- (2) 欲将函数  $y = x^2$  的图像通过先放缩后平移的方式变为函数  $y = \frac{1}{2}x^2 + x$  的图像, 所需的步骤依次为: (同时写出每步变换后所得图像对应的函数)
39. (001200)(1) 欲将函数  $y = \sqrt{x}$  的图像通过先平移后放缩的方式变为函数  $y = \sqrt{2x-4}$  的图像, 所需的步骤依次为: (同时写出每步变换后所得图像对应的函数)
- (2) 欲将函数  $y = \sqrt{x}$  的图像通过先放缩后平移的方式变为函数  $y = \sqrt{2x-4}$  的图像, 所需的步骤依次为: (同时写出每步变换后所得图像对应的函数)
40. (001201) 将函数  $y = \sqrt{x}$  的图像上的每一点的横坐标变为原来的 3 倍, 然后向右平移 3 个单位, 再沿直线  $y = x$  翻折, 则所得图像对应的函数为\_\_\_\_\_.
41. (001202)[选做] 欲将函数  $y = |x-1| + |x+1|$  的图像通过平移和放缩变为函数  $y = |x-2| + |x-6|$  的图像, 所需的步骤依次为: (同时写出每步变换后所得图像对应的函数, 提示: 先把两个函数的图像画在一张草稿纸上找一下感觉)
42. (001203)[选做] 欲将函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的图像通过放缩变为函数  $y = x + \frac{4}{x}$  的图像, 所需的步骤依次为: (同时写出每步变换后所得图像对应的函数, 提示: 先把两个函数的图像画在一张草稿纸上找一下感觉)
43. (001204) 奇函数的图像是否都过原点? 偶函数的图像是否一定和  $y$  轴相交? 为什么?
44. (001215) 已知  $y = f(x)$ ,  $x \in D$  是偶函数.
- \_\_\_\_\_(1)  $y = (f(x))^3 + f(x)$  是偶函数;
- \_\_\_\_\_(2)  $y = f(2x)$  是偶函数;
- \_\_\_\_\_(3)  $y = f(x-1)$  的图像关于直线  $x = -1$  对称;

- \_\_\_\_(4)  $y = f(x-1)$  的图像关于直线  $x = 1$  对称;
- \_\_\_\_(5)  $y = f(3x+1)$  的图像关于直线  $x = -\frac{1}{3}$  对称;
- \_\_\_\_(6)  $y = f(3x+1)$  的图像关于直线  $x = -1$  对称;
- \_\_\_\_(7)  $y = f(x^3+1)$  是偶函数;
- \_\_\_\_(8)  $y = f(x^3+x)$  是偶函数.

45. (001216) 已知  $y = f(x)$  是奇函数.

- \_\_\_\_(1)  $y = f(3x)$  是奇函数;
- \_\_\_\_(2)  $y = f(x-1) + 2$  的图像关于点  $(1, 2)$  对称;
- \_\_\_\_(3)  $y = 3f(2x-1) + 6$  的图像关于点  $(1, 6)$  对称;
- \_\_\_\_(4)  $y = 3f(2x-1) + 6$  的图像关于点  $(\frac{1}{2}, 6)$  对称;
- \_\_\_\_(5)  $y = 3f(2x-1) + 6$  的图像关于点  $(\frac{1}{2}, 2)$  对称;
- \_\_\_\_(6)  $y = f(x^2)$  是偶函数;
- \_\_\_\_(7)  $y = f^{-1}(x)$  一定存在;
- \_\_\_\_(8)  $y = f^{-1}(x)$  如果存在, 则必定是奇函数.

46. (001264) 已知函数  $f(x) = \frac{a-x}{x-a-1}$  的反函数  $f^{-1}(x)$  的图像关于点  $(-1, 3)$  对称, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

47. (001281) 已知  $a$  是实数, 就关于  $x$  的方程  $x^2 + (a-5)x + (a-2) = 0$  的两个根 (重根算两个根) 的不同分布情况, 利用函数  $y = \frac{-x^2 + 5x + 2}{x+1}$  的图像与性质确定  $a$  的范围.

- (1) 两个根分别在  $(-\infty, 2)$  和  $(2, +\infty)$  中;                      (4) 有两个不同的根, 有且仅有一根在  $[0, +\infty)$  中.
- (3) 有根在  $[0, 2)$  内;
- (2) 两个根都在  $(-\infty, -2)$  中;

48. (001320) 已知  $f_1(x) = 3^x - 1$ ,  $f_2(x) = 3^{x-1}$ ,  $f_3(x) = -3^x$ ,  $f_4(x) = -3^{-x}$ ,  $f_5(x) = (1/3)^x$ ,  $f_6(x) = (1/3)^{-x}$ . 则将函数  $y = 3^x$  的图像右移 1 单位得\_\_\_\_\_的图像, 下移 1 单位得\_\_\_\_\_的图像.  $y = 3^x$  的图像与\_\_\_\_\_的图像关于  $x$  轴对称, 与\_\_\_\_\_的图像关于  $y$  轴对称, 与\_\_\_\_\_的图像关于原点对称, 与\_\_\_\_\_的图像完全相同.

49. (001333) 一个函数和它的反函数的图像的公共点是否一定在直线  $y = x$  上? 为什么?

50. (001334) 求证: 若递增函数与其反函数的图像有公共点, 则公共点一定在直线  $y = x$  上.

51. (001335) 已知幂函数的图像过点  $(9, \frac{\sqrt{3}}{3})$ , 则该幂函数为  $y =$ \_\_\_\_\_.

52. (001337) 作出下列函数的大致图像 (只要能够表明定义域和单调性, 凹凸性方面的信息):

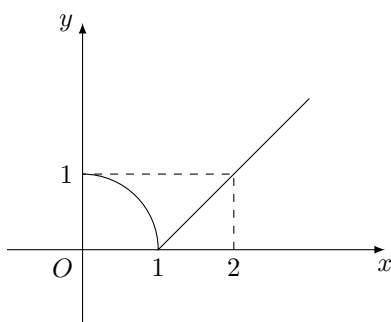
(1)  $y = x^{\frac{2}{3}}$ ;

(2)  $y = x^{-\frac{3}{2}}$ ;

(3)  $y = \frac{|x| + 1}{|x + 1|}$ ;

(4)  $y = \frac{1}{(x - 2)^2} - 1$ .

53. (002827) 已知  $y = f(x)$  为偶函数, 且  $y = f(x)$  的图像在  $x \in [0, 1]$  时的部分是半径为 1 的圆弧, 在  $x \in [1, +\infty)$  时的部分是过点  $(2, 1)$  的射线, 如图.



(1) 写出函数  $y = f(x)$  在  $x < 0$  时的单调性: \_\_\_\_\_;

(2) 写出  $f(f(-2))$  的值: \_\_\_\_\_;

(3) 写出方程  $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  的解集: \_\_\_\_\_.

54. (002838)\* 设  $D$  是含数 1 的有限实数集,  $f(x)$  是定义在  $D$  上的函数, 若  $f(x)$  的图像绕原点逆时针旋转  $\frac{\pi}{6}$  后与原图像重合, 则在以下各项中,  $f(1)$  的可能取值只能是 ( )

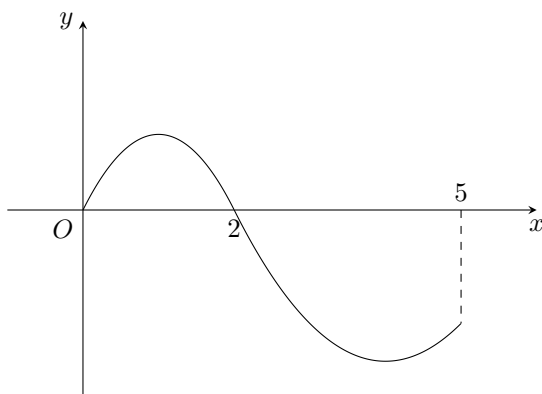
A.  $\sqrt{3}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. 0

55. (002848) 设奇函数  $y = f(x)$  的定义域为  $[-5, 5]$ . 若当  $x \in [0, 5]$  时,  $y = f(x)$  的图像如图, 则不等式  $xf(x) < 0$  的解是\_\_\_\_\_.



56. (002863) 函数  $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 5}$  的图像关于 ( ).

A.  $y$  轴对称

B. 原点对称

C. 直线  $x = 2$  对称

D. 点  $(2, 1)$  对称



57. (002864) 函数  $y = x + \frac{1}{x-1}$  的图像关于 ( ).

- A. 点  $(1, 1)$  对称      B. 点  $(-1, 1)$  对称      C. 点  $(1, -1)$  对称      D. 点  $(-1, -1)$  对称

58. (002865) 若函数  $y = f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(x-1) = -f(3-x)$ , 则  $y = f(x)$  的图像关于 ( ).

- A. 原点中心对称      B. 点  $(1, 0)$  中心对称      C. 点  $(2, 0)$  中心对称      D. 点  $(4, 0)$  中心对称

59. (002866) 设常数  $a, b \in \mathbf{R}$ . 若函数  $y = x^2 + ax$  在区间  $[a, b]$  上的图像关于直线  $x = 1$  对称, 则  $b =$ \_\_\_\_\_.

60. (002868) 已知函数  $y = f(x)$  图像关于  $(1, 0)$  对称. 若  $x \leq 1$  时,  $f(x) = x^2 - 1$ , 则  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

61. (002870) 设常数  $a \in \mathbf{R}$ . 已知函数  $y = f(x)$  满足: 对于任意  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(x-1) = f(1-x)$ . 若函数  $y = f(x)$  图像总是关于直线  $x = a$  对称, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

62. (002873) 常数  $a, b \in \mathbf{R}$ . 函数  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{x+a} + b$  的图像关于点  $(1, 2)$  对称.

(1) 求  $y = f(x)$  的解析式;

(2) \* 若  $y = f(x)$  的图像关于某一条直线对称, 写出这样的一条对称轴直线的方程 (无需证明).

63. (002875) 函数  $y = \log_2(2 - 2^x)$  的图像关于 ( ).

- A. 原点对称      B.  $y$  轴对称      C. 直线  $y = x$  对称      D. 直线  $y = -x$  对称

64. (002877) 设定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y = f(x)$  的图像关于直线  $x = 1$  对称. 若  $x \geq 1$  时,  $f(x) = 1 - 3^{x-1}$ , 则  $x < 1$  时,  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

65. (002879) 已知定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $y = f(x)$  是偶函数, 并且其图像关于直线  $x = 1$  对称.

(1) 若  $f(0) = 1, f(1) = 2$ , 求  $f(15) + 2f(20)$  的值;

(2) 设  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) = x^3$ .

①  $1 < x \leq 2$  时, 求  $y = f(x)$  的解析式;

②  $-2 \leq x < 0$  时, 求  $y = f(x)$  的解析式;

③ 求函数  $y = f(x) - \frac{1}{8}$  在  $[-2, 2]$  上的所有零点;

④ 求  $y = f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上的解析式.

66. (002883)\* 设定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y = f(x)$  的满足: 对于任意  $x \in \mathbf{R}$ , 恒有  $f(-x+1) = -f(x+1)$  且  $f(-x-1) = -f(x-1)$ . 则下面命题中, 正确的命题的序号是\_\_\_\_\_.

① 函数  $y = f(x)$  是偶函数; ② 2 是  $y = f(x)$  的周期; ③ 函数  $y = f(x)$  图像关于  $(1, 0)$  对称; ④ 函数  $y = f(x)$  图像关于  $(3, 0)$  对称.

67. (002908) 下列命题中, 正确的命题的序号是\_\_\_\_\_.

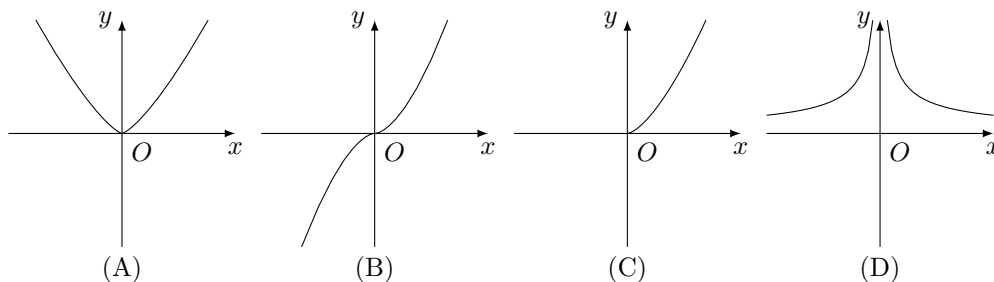
① 当  $\alpha = 0$  时, 函数  $y = x^\alpha$  的图像是一条直线;

② 幂函数的图像都经过  $(0, 0)$  和  $(1, 1)$  点;

③ 当  $\alpha < 0$  且  $y = x^\alpha$  是奇函数时, 它也是减函数;

④ 第四象限不可能有幂函数的图像.

68. (002910) 下列函数的图像为 (A)、(B)、(C)、(D) 之一, 试将正确的字母标号填在相应函数后面的横线上.



(1)  $y = x^{\frac{3}{2}}$  \_\_\_\_\_; (2)  $y = x^{\frac{4}{3}}$  \_\_\_\_\_; (3)  $y = x^{\frac{5}{3}}$  \_\_\_\_\_; (4)  $y = x^{-\frac{2}{3}}$  \_\_\_\_\_.

69. (002915) 设常数  $n \in \mathbf{Z}$ . 若函数  $y = x^{n^2-2n-3}$  的图像与两条坐标轴都无公共点, 且图像关于  $y$  轴对称, 则  $n$  的值为\_\_\_\_\_.

70. (002916) 函数  $y = 1 - (x+2)^{-2}$  可以先将幂函数  $y = x^{-2}$  的图像向\_\_\_\_\_ 平移 2 个单位, 再以\_\_\_\_\_ 轴为对称轴作对称变换, 最后向\_\_\_\_\_ 平移 1 个单位.

71. (002917) 在  $f(x) = (2m^2 - 7m - 9)x^{m^2-9m+19}$  中, 当实数  $m$  为何值时,

(1)  $y = f(x)$  是正比例函数, 且它的图像的倾斜角为钝角?

(2)  $y = f(x)$  是反比例函数, 且它的图像在第一, 三象限?

72. (002920) 已知函数: ①  $y = \frac{1}{x}$ ; ②  $y = x^{\frac{1}{2}}$ ; ③  $y = x^{-\frac{1}{2}}$ ; ④  $y = x^{\frac{2}{3}}$ ; ⑤  $y = x^{-\frac{2}{3}}$ , 填写分别具有下列性质的函数序号:

(1) 图像与  $x$  轴有公共点的:\_\_\_\_\_;

(2) 图像关于原点对称的:\_\_\_\_\_;

(3) 定义域内递减的:\_\_\_\_\_;

(4) 在定义域内有反函数的:\_\_\_\_\_.

73. (002921) 函数  $y = -(x+1)^{-3}$  的图像可以先将幂函数  $y = x^{-3}$  的图像向\_\_\_\_\_ 平移 1 个单位, 再以\_\_\_\_\_ 轴为对称轴作对称变换.

74. (002923) 下列关于幂函数图像及性质的叙述中, 正确的叙述的序号是\_\_\_\_\_.

① 对于一个确定的幂函数, 第二、三象限不可能同时有该幂函数的图像上的点;

② 若某个幂函数图像过  $(-1, -1)$ , 则该幂函数是奇函数;

③ 若某个幂函数在定义域上递增, 则该幂函数图像必经过原点;

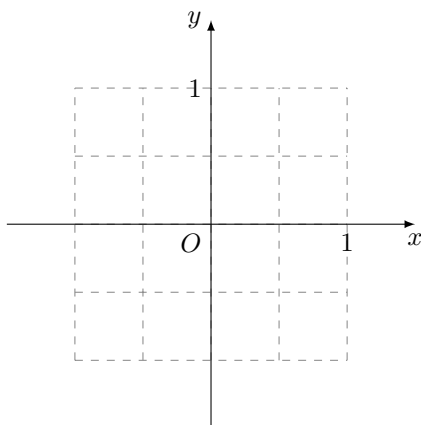
④ 幂函数图像不会经过点  $(-\frac{1}{2}, 8)$  以及  $(-8, -4)$ .

75. (002927) 设常数  $a, b$  满足  $a > b > 0$ . 已知函数  $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$ . (1) 写出函数  $y = f(x)$  的单调性;

(2) 写出函数  $y = f(x)$  图像的一个对称中心的坐标.

76. (002929)\* 设常数  $a, b$  满足  $a > b > 0$ . 已知函数  $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$ . 证明: 该函数图像的对称中心是唯一的.

77. (002936) 若函数  $f(x) = 1 - \sqrt{1 - x^2}$  ( $-1 \leq x \leq 0$ ), 请画出函数  $y = f^{-1}(x)$  的大致图像.



78. (002937) 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y = f(x)$  是奇函数, 且有反函数  $y = f^{-1}(x)$ . 若  $a, b$  是两个实数, 则下列点中, 必在  $y = f^{-1}(x)$  的图像上的点的序号是\_\_\_\_\_.

①  $(-f(a), a)$ ; ②  $(-f(a), -a)$ ; ③  $(-b, -f(b))$ ; ④  $(b, -f^{-1}(-b))$ .

79. (002938) 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y = f(x)$  的反函数为  $y = f^{-1}(x)$ . 若  $y = f(x+1)$  的图像过点  $(-\frac{1}{2}, 1)$ , 则  $y = f^{-1}(x+1)$  的图像必过 ( ).

A.  $(1, -\frac{1}{2})$

B.  $(1, \frac{1}{2})$

C.  $(0, -\frac{1}{2})$

D.  $(0, \frac{1}{2})$

80. (002939) 设常数  $a \neq 0$ . 若函数  $f(x) = \frac{1 - ax}{1 + ax}$  的图像关于直线  $y = x$  对称, 求实数  $a$  的值以及  $y = f(x)$  的反函数  $y = f^{-1}(x)$ .

81. (002940) 记  $y = f^{-1}(x)$  是  $y = f(x)$  的反函数.

(1) 若函数  $f(x+1) = \frac{x}{x+1}$ , 求函数  $y = f^{-1}(x+1)$  的解析式;

(2) 设函数  $f(x) = \frac{1 - 2x}{1 + x}$ . 若  $y = g(x)$  的图像与  $y = f^{-1}(x+1)$  的图像关于直线  $y = x$  对称, 求  $y = g(x)$  的解析式.

82. (002946) 已知函数  $y = f(x)$  的图像经过点  $(0, -1)$ . 若函数  $y = f(x+4)$  存在反函数  $y = g(x)$ , 则  $y = g(x)$  的图像总经过的定点的坐标为\_\_\_\_\_.

83. (002947) 设  $y = f^{-1}(x)$ ,  $y = g^{-1}(x)$  分别是定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  的反函数. 若函数  $y = f(x-1)$  和  $y = g^{-1}(x-3)$  的图像关于直线  $y = x$  对称, 且  $g(5) = 2018$ , 则  $f(4)$  的值为\_\_\_\_\_.

84. (002954) 为了得到函数  $y = \lg \frac{x+3}{10}$  的图像, 只需把函数  $y = \lg x$  的图像上所有的点 ( ).

A. 向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度

B. 向右平移 3 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度

C. 向左平移 3 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度

D. 向右平移 3 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度

85. (002971) 二次函数图像的顶点是  $(-1, 2)$ , 且图像经过点  $(1, 6)$ , 则此二次函数的解析式为\_\_\_\_\_.

86. (002972) 二次函数  $y = f(x)$  满足  $f(2-x) = f(2+x)$ , 且  $y = f(x)$  的图像在  $y$  轴的截距为 3, 被  $x$  轴截得的线段长为 2, 则  $y = f(x)$  的解析式为\_\_\_\_\_.

87. (002986) 设常数  $m \in \mathbf{R}$ . 若函数  $f(x) = x^2 - (m-2)x + m-4$  的图像与  $x$  轴交于  $A, B$  两点, 且  $|AB| = 2$ , 则函数  $y = f(x)$  的最小值为\_\_\_\_\_.

88. (002988) 函数  $f(x) = x^2 - 2a|x-a| - 2ax + 1$  的图像与  $x$  轴有且只有三个不同的公共点, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

89. (003642) 已知  $f(x) = \left| \frac{2}{x-1} - a \right|$  ( $x > 1, a > 0$ ),  $f(x)$  的图像与  $x$  轴的交点为  $A$ , 若对于  $f(x)$  的图像上任意一点  $P$ , 在其图像上总存在另一点  $Q$  ( $P, Q$  异于  $A$ ), 满足  $AP \perp AQ$ , 且  $|AP| = |AQ|$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

90. (003655) 设常数  $a \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = \log_2(x+a)$ . 若  $f(x)$  的反函数的图像经过点  $(3, 1)$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

91. (003667) 设  $D$  是含数 1 的有限实数集,  $f(x)$  是定义在  $D$  上的函数. 若  $f(x)$  的图像绕原点逆时针旋转  $\frac{\pi}{6}$  后与原图像重合, 则在以下各项中,  $f(1)$  的可能取值只能是 ( ).

- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       D. 0

92. (003681) 已知四个函数: ①  $y = -x$ , ②  $y = -\frac{1}{x}$ , ③  $y = x^3$ , ④  $y = x^{\frac{1}{2}}$ . 从中任选 2 个, 则事件“所选 2 个函数的图像有且仅有一个公共点”的概率为\_\_\_\_\_.

93. (003709) 若函数  $y = a^x + b$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 的图像经过点  $(1, 7)$ , 其反函数的图像经过点  $(4, 0)$ , 则  $a - b =$ \_\_\_\_\_.

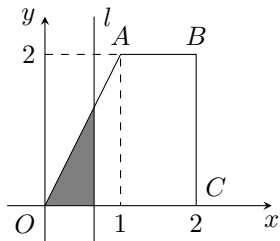
94. (003746) 幂函数  $f(x)$  的图像经过点  $(2, \sqrt{2})$ , 且  $f^{-1}(x)$  为  $f(x)$  的反函数, 则  $f^{-1}(4) =$ \_\_\_\_\_.

95. (003789) 设函数  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ ,  $g(x) = f^{-1}(|x|)$ .

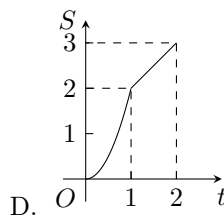
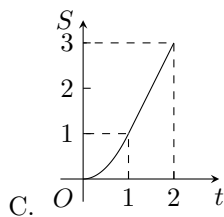
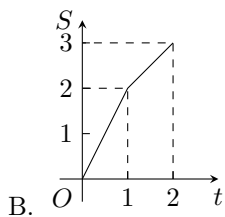
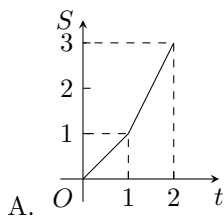
(1) 求函数  $g(x)$  的解析式, 并画出大致图像;

(2) 若不等式  $g(x) + g(2x) \leq k$  对任意  $x \in \mathbf{R}$  恒成立, 求实数  $k$  的取值范围.

96. (003862) 如图, 直角梯形  $OABC$  中,  $AB \parallel OC$ ,  $AB = 1$ ,  $OC = BC = 2$ , 直线  $l: x = t$  截此梯形所得位于  $l$  左方图形面积为  $S$ ,



则函数  $S = f(t)$  的图像大致为\_\_\_\_\_.



97. (003869) 函数  $f(x) = a^x + b$  ( $a > 1, b < -1$ ), 则  $y = f^{-1}(x)$  的图像一定不经过第\_\_\_\_\_象限.

98. (003884) 已知函数  $y = f(x)$  的定义域为  $\{x | -3 \leq x \leq 8, x \neq 5\}$ , 值域为  $\{y | -1 \leq y \leq 2, y \neq 0\}$ . 下列关于函数  $y = f(x)$  的说法: ① 当  $x = -3$  时,  $y = -1$ ; ② 将  $y = f(x)$  的图像补上  $(5, 0)$ , 得到的图像必定是一条连续的曲线; ③  $y = f(x)$  是  $[-3, 5)$  上的单调函数; ④  $y = f(x)$  的图像与坐标轴只有一个交点. 其中正确的命题是\_\_\_\_\_.

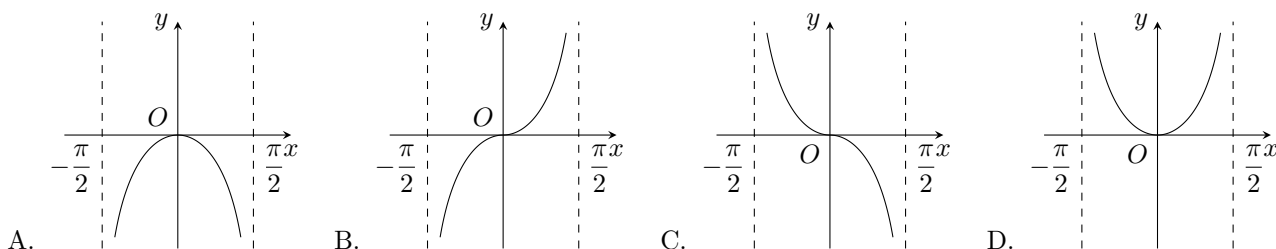
99. (003889) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x - 1, & x \geq 0, \\ x^2 + bx + c, & x < 0 \end{cases}$  是偶函数, 直线  $y = t$  与函数  $y = f(x)$  的图像自左向右依次交于四个不同点  $A, B, C, D$ . 若  $AB = BC$ , 则实数  $t$  的值为\_\_\_\_\_.

100. (003894) 对于函数  $f(x) = ax^2 + (b+1)x + b - 2$  ( $a \neq 0$ ), 若存在实数  $x_0$ , 使  $f(x_0) = x_0$  成立, 则称  $x_0$  为  $f(x)$  的不动点.

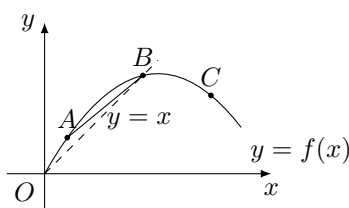
(1) 若对于任何实数  $b$ , 函数  $f(x)$  恒有两个相异的不动点, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 在 (1) 的条件下, 若函数  $y = f(x)$  的图像上  $A, B$  两点的横坐标是函数  $f(x)$  的不动点, 且直线  $y = kx + \frac{1}{2a^2 + 1}$  是线段  $AB$  的垂直平分线, 求实数  $b$  的取值范围.

101. (003936) 函数  $y = \ln(\cos x)$  ( $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ ) 的大致图像是\_\_\_\_\_.

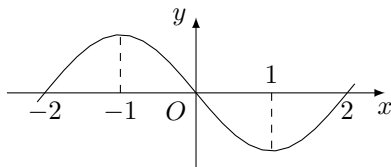


102. (004000) 请根据图中的函数图像, 将下列数值按从小到大的顺序排列:\_\_\_\_\_.



- ① 曲线在点  $A$  处切线的斜率;
- ② 曲线在点  $B$  处切线的斜率;
- ③ 曲线在点  $C$  处切线的斜率;
- ④ 割线  $AB$  的斜率;
- ⑤ 数值 0;
- ⑥ 数值 1.

103. (004007) 已知  $y = f'(x)$  的图像如图所示, 求函数  $y = f(x)$  在  $(-2, 2)$  上的单调区间和极值点.



104. (004009) 设函数  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  的图像与  $y = 0$  在原点相切, 若函数的极小值为  $-4$ , 求函数的表达式与单调减区间.

105. (004067) 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足: ①  $f(x) + f(2-x) = 0$ ; ②  $f(x) - f(-2-x) = 0$ ; ③ 在  $[-1, 1]$  上表达式为  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & x \in [-1, 0], \\ 1-x, & x \in (0, 1], \end{cases}$  则函数  $f(x)$  与  $g(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} x, & x > 0 \end{cases}$  的图像在区间  $[-3, 3]$  上的交点的个数为\_\_\_\_\_.

106. (004151) 设不等式组  $\begin{cases} x+y-6 \geq 0, \\ x-y+2 \geq 0, \\ x-3y+6 \leq 0 \end{cases}$  表示的可行域为  $\Omega$ , 若指数函数  $y = a^x$  的图像与  $\Omega$  有公共点, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

107. (004214) 设定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $f(x)$ 、 $g(x)$  都有反函数, 且函数  $f(x-1)$  和  $g^{-1}(x-3)$  图像关于直线  $y = x$  对称, 若  $g(5) = 2015$ , 则  $f(4) =$ \_\_\_\_\_.

108. (004272) 已知函数  $g(x)$  的图像与函数  $f(x) = \log_2(3^x - 1)$  的图像关于直线  $y = x$  对称, 则  $g(3) =$ \_\_\_\_\_.

109. (004335) 幂函数  $y = x^k$  的图像经过点  $(4, \frac{1}{2})$ , 则它的单调减区间为\_\_\_\_\_.

110. (004408) 记函数  $f(x)$  的定义域为  $D$ . 如果存在实数  $a$ 、 $b$  使得  $f(a-x) + f(a+x) = b$  对任意满足  $a-x \in D$  且  $a+x \in D$  的  $x$  恒成立, 则称  $f(x)$  为  $\Psi$  函数.

(1) 设函数  $f(x) = \frac{1}{x} - 1$ , 试判断  $f(x)$  是否为  $\Psi$  函数, 若是求出  $a, b$ , 若不是请说明理由;

(2) 设函数  $g(x) = \frac{1}{2^x + t}$ , 其中常数  $t \neq 0$ , 证明:  $g(x)$  是  $\Psi$  函数;

(3) 若  $h(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的  $\Psi$  函数, 且函数  $h(x)$  的图像关于直线  $x = m$  ( $m$  为常数) 对称, 试判断  $h(x)$  是否为周期函数? 并证明你的结论.

111. (004411) 若函数  $y = \log_2(x-m) + 1$  的反函数的图像经过点  $(1, 3)$ , 则实数  $m =$ \_\_\_\_\_.

112. (004417) 函数  $f(x) = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3}$  图像的对称中心的坐标是\_\_\_\_\_.

113. (004429) 已知函数  $f(x) = a \cdot 2^x + 3 - a$  ( $a \in \mathbf{R}$  且  $a \neq 0$ ) 的反函数为  $y = f^{-1}(x)$ , 则函数  $y = f^{-1}(x)$  的图像经过的定点的坐标为\_\_\_\_\_.

114. (004436) 若定义在实数集  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $y = f(x)$  的图像关于直线  $x = 1$  对称, 且当  $0 \leq x \leq 1$  时,  $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ , 则方程  $f(x) = \frac{1}{3}$  在区间  $(-4, 10)$  内的所有实根之和为\_\_\_\_\_.

115. (004452) 已知幂函数  $y = f(x)$  的图像经过点  $P(4, 2)$ , 则它的反函数为  $f^{-1}(x) =$ \_\_\_\_\_.

116. (004496) 已知函数  $y = f(x)$  存在反函数  $y = f^{-1}(x)$ , 若函数  $y = f(x) + 2^x$  的图像经过点  $(1, 4)$ , 则函数  $y = f^{-1}(x) + \log_2 x$  的图像必过点\_\_\_\_\_.

117. (004523) 已知函数  $f^{-1}(x)$  为函数  $f(x)$  的反函数, 且函数  $f(x-1)$  的图像经过点  $(1, 1)$ , 则函数  $f^{-1}(x)$  的图像一定经过点 ( )

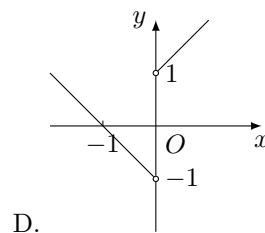
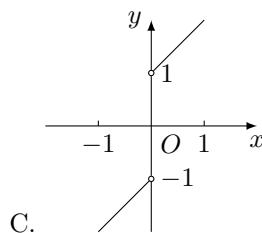
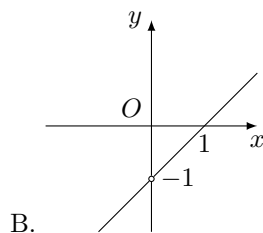
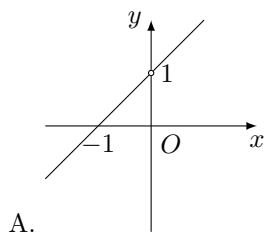
A.  $(0, 1)$

B.  $(1, 0)$

C.  $(1, 2)$

D.  $(2, 1)$

118. (005303) 函数  $y = x + \frac{|x|}{x}$  的图像是 ( ).



119. (005350) 作出函数  $y = 1 + \frac{|x|}{x}$  的图像.

120. (005351) 作出函数  $y = x - |1 - x|$  的图像.

121. (005352) 作出函数  $y = |x^2 - 4x + 3|$  的图像.

122. (005353) 作出函数  $y = \frac{x^3 + x}{|x|}$  的图像.

123. (005354) 作出函数  $y = \frac{(x + \frac{1}{2})^0}{|x| - x}$  的图像.

124. (005355) 已知  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ , 画出函数  $y = \frac{1}{2}[f(x) + |f(x)|]$  的图像.

125. (005356) 已知  $f(x) = |x|$ ,  $x \in [-1, 1]$ , 作出函数  $y = f(x+1) + 1$  的图像.

126. (005363) 画出函数  $y = x^2 - 2|x| - 1$  的图像.

127. (005365) 已知函数  $f(x) = (x-1)^2 (x \leq 1)$ , 又  $f(x)$  和  $\varphi(x)$  的图像关于直线  $y = x$  对称, 求  $\varphi(x)$  的表达式.

128. (005445) 已知幂函数  $f(x)$  的图像经过点  $(2, \frac{\sqrt{2}}{2})$ , 则  $f(4)$  的值等于 ( ).

A. 16

B.  $\frac{1}{16}$

C.  $\frac{1}{2}$

D. 2

129. (005447) 幂函数  $y = x^n (n \in \mathbf{Z})$  的图像一定不经过 ( ).

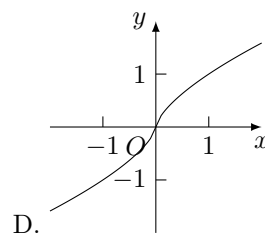
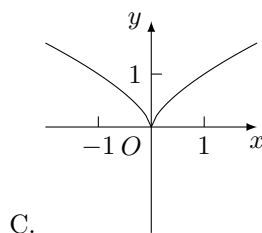
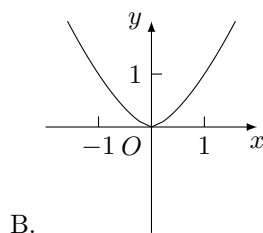
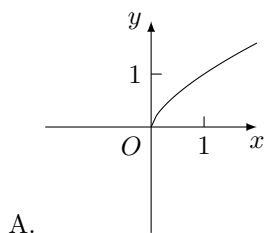
A. 第一象限

B. 第二象限

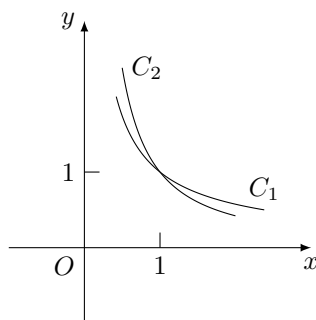
C. 第三象限

D. 第四象限

130. (005448) 函数  $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$  的图像是 ( ).

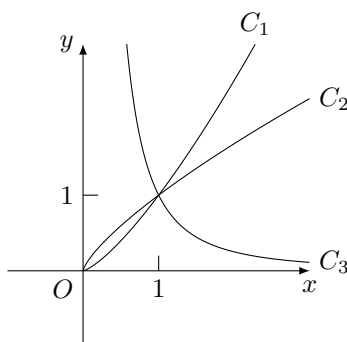


131. (005449) 幂函数  $y = x^m$  和  $y = x^n$  在第一象限内的图像  $C_1$  和  $C_2$  图像所示, 则  $m, n$  之间的关系是 ( ).



- A.  $n < m < 0$       B.  $m < n < 0$       C.  $n > m > 0$       D.  $m > n > 0$

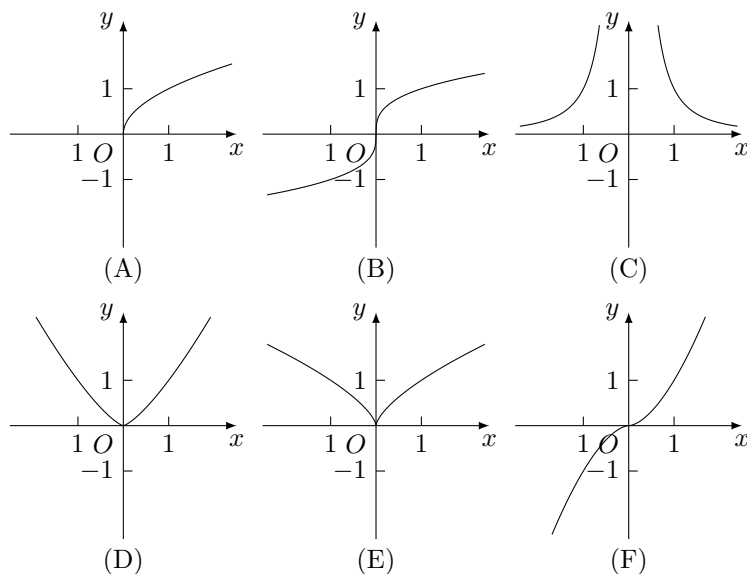
132. (005450) 图中,  $C_1, C_2, C_3$  为幂函数  $y = x^a$  在第一象限的图像, 则解析式中的指数  $\alpha$  依次可以取 ( ).



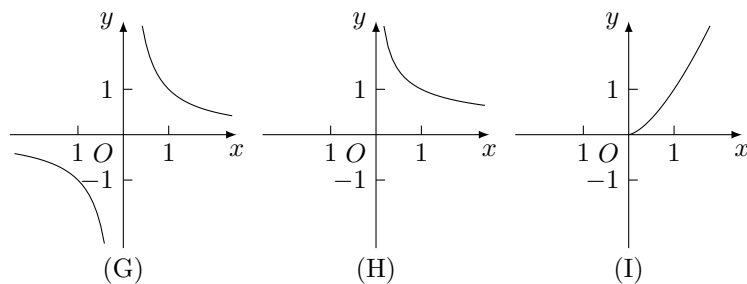
- A.  $\frac{4}{3}, -2, \frac{3}{4}$       B.  $-2, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}$       C.  $-2, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}$       D.  $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, -2$

133. (005459) 将下列函数图像的标号, 填在相应函数后面的横线上:

- (1)  $y = x^{\frac{2}{3}}$ : \_\_\_\_\_; (2)  $y = x^{-2}$ : \_\_\_\_\_; (3)  $y = x^{\frac{1}{2}}$ : \_\_\_\_\_;  
 (4)  $y = x^{-1}$ : \_\_\_\_\_; (5)  $y = x^{\frac{1}{3}}$ : \_\_\_\_\_; (6)  $y = x^{\frac{3}{2}}$ : \_\_\_\_\_;  
 (7)  $y = x^{\frac{4}{3}}$ : \_\_\_\_\_; (8)  $y = x^{-\frac{1}{2}}$ : \_\_\_\_\_; (9)  $y = x^{\frac{5}{3}}$ : \_\_\_\_\_.



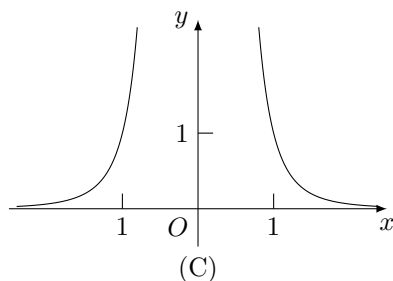




134. (005460) 若幂函数  $y = x^n$  的图像在  $0 < x < 1$  时位于直线  $y = x$  的下方, 则  $n$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

135. (005461) 若幂函数  $y = x^n$  的图像在  $0 < x < 1$  时位于直线  $y = x$  的上方, 则  $n$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

136. (005462) 函数  $f(x) = x^{k^2-2k-3}$  ( $k \in \mathbf{Z}$ ) 的图像如图所示, 则  $k =$ \_\_\_\_\_.



137. (005471) 已知函数  $y = x^{n^2-2n-3}$  ( $n \in \mathbf{Z}$ ) 的图像与两坐标轴都无公共点, 且其图像关于  $y$  轴对称, 求  $n$  的值, 并画出相应的函数图像.

138. (005496) 已知  $f(x)$  是奇函数, 则下列各点中在函数  $y = f(x)$  的图像上的点的是 ( ).

- A.  $(a, f(-a))$       B.  $(-a, -f(a))$       C.  $(\frac{1}{a}, -f(\frac{1}{a}))$       D.  $(-\sin a, -f(-\sin a))$

139. (005505) 若函数  $y = f(x)$  是偶函数, 其图像与  $x$  轴有四个交点, 则方程  $f(x) = 0$  的所有实数根之和为 ( ).

- A. 4      B. 2      C. 1      D. 0

140. (005508)  $f(x) + f(2-x) + 2 = 0$  对任何实数  $x$  都成立, 则  $f(x)$  的图像 ( ).

- A. 关于直线  $x = 1$  成轴对称图形      B. 关于直线  $x = 2$  成轴对称图形  
C. 关于点  $(1, -1)$  成中心对称图形      D. 关于点  $(-1, 1)$  成中心对称图形

141. (005527) 若函数  $y = g(x)$  的图像与函数  $f(x) = (x-1)^2$  ( $x \leq 1$ ) 的图像关于直线  $y = x$  对称. 则  $g(x)$  的表达式是 ( ).

- A.  $g(x) = 1 - \sqrt{x}$  ( $x \geq 0$ )      B.  $g(x) = 1 + \sqrt{x}$  ( $x \geq 0$ )  
C.  $g(x) = \sqrt{1-x}$  ( $x \leq 1$ )      D.  $g(x) = \sqrt{1+x}$  ( $x \geq -1$ )

142. (005530) 若函数  $f(x)$  的图像经过点  $(0, -1)$ , 则函数  $f(x+4)$  的反函数的图像必经过点 ( ).

- A.  $(-1, 4)$       B.  $(-4, -1)$       C.  $(-1, -4)$       D.  $(1, -4)$

143. (005533) 若点  $(1, 2)$  既在函数  $y = \sqrt{ax+b}$  的图像上. 又在其反函数的图像上, 则  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.

144. (005542) 若函数  $y = \sqrt{x-m}$  与其反函数的图像有公共点, 则  $m$  的取值范围是 ( ).

- A.  $m \geq \frac{1}{4}$                       B.  $m \leq \frac{1}{4}$                       C.  $m \geq 0$                       D.  $m \leq 0$

145. (005543) 已知  $y = g(x)$  是函数  $y = f(x)$  的反函数, 又  $y = h(x)$  与  $y = g(x)$  的图像关于原点  $O(0,0)$  对称, 则  $h(x)$  的表达式是 ( ).

- A.  $y = f^{-1}(x)$                       B.  $y = -f^{-1}(x)$                       C.  $y = f^{-1}(-x)$                       D.  $y = -f^{-1}(-x)$

146. (005548) 求函数  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x > 0, \\ x-1, & x < 0 \end{cases}$  的反函数, 并作出其反函数的图像.

147. (005562) 已知函数  $f(x) = 2x+1$ ,  $g(x) = 1.5^x$ ,  $h(x) = x^{1.5}$ , 试用数值计算比较三个函数在  $[0, +\infty)$  上的函数值的大小、图像递增的快慢. 并说明在函数图像上的表现. 解列表并计算得:

$x$	$f(x) = 2x+1$	$f(x) - f(x-1)$	$g(x) = 1.5^x$	$g(x) - g(x-1)$	$h(x) = x^{1.5}$	$h(x) - h(x-1)$
0	1		1		0	
1	3	2	1.5	0.5	1	1
2	5	2	2.25	0.75	2.82842712	1.82842712
3	7	2	3.375	1.125	5.19615242	2.3677253
4	9	2	5.0625	1.6875	8	2.80384758
5	11	2	7.59375	2.53125	11.1803399	3.18033989
6	13	2	11.390625	3.796875	14.6969385	3.51659857
7	15	2	17.085938	5.6953125	18.5202592	3.82332072
8	17	2	25.628906	8.5429688	22.627417	4.10715782
9	19	2	38.443359	12.814453	27	4.372583
10	21	2	57.665039	19.22168	31.6227766	4.6227766
11	23	2	86.497559	28.83252	36.4828727	4.86009609
12	25	2	129.74634	43.248779	41.5692194	5.08634669
13	27	2	194.61951	64.873169	46.8721666	5.3029472
14	29	2	291.92926	97.309753	52.3832034	5.51103683
15	31	2	437.89389	145.96463	58.0947502	5.71154678
16	33	2	656.84084	218.94695	64	5.90524981
17	35	2	985.26125	328.42042	70.0927956	6.09279564
18	37	2	1477.8919	492.63063	76.3675324	6.27473673
19	39	2	2216.8378	738.94594	82.8190799	6.45154756
20	41	2	3325.2567	1108.4189	89.4427191	6.62363917
21	43	2	4987.8851	1662.6284	96.2340896	6.79137049

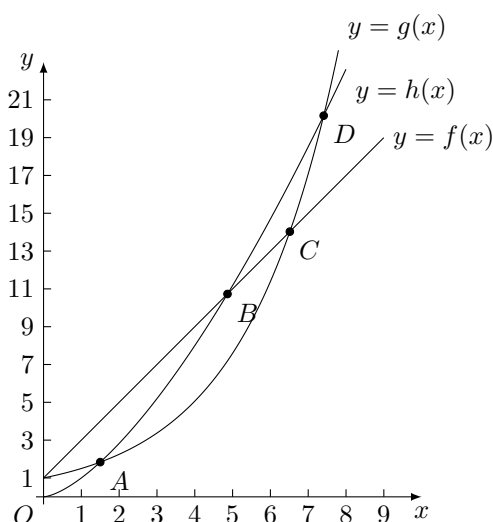
$x$	$f(x) = 2x + 1$	$f(x) - f(x-1)$	$g(x) = 1.5^x$	$g(x) - g(x-1)$	$h(x) = x^{1.5}$	$h(x) - h(x-1)$
22	45	2	7481.8276	2493.9425	103.189147	6.95505712
23	47	2	11222.741	3740.9138	110.304125	7.11497832
24	49	2	16834.112	5611.3707	117.575508	7.27138262
25	51	2	25251.168	8417.0561	125	7.42449235
26	53	2	37876.752	12625.584	132.574507	7.57450735
27	55	2	56815.129	18938.376	140.296115	7.72160806
28	57	2	85222.693	28407.564	148.162073	7.86595801
29	59	2	127834.04	42611.346	156.169779	8.00770599
30	61	2	191751.06	63917.02	164.316767	8.14698784
...	...	...	...	...	...	...

得点  $A, B, C, D$  的横坐标分别约为 1.5, 4.8, 6.5, 7.4, 记作  $x_A, x_B, x_C, x_D$ .

(1) 三个函数的函数值的大小情况如下:

- ① 当  $0 < x < x_A$  时,  $f(x) > g(x) > h(x)$ ; ② 当  $x_A < x < x_B$  时,  $f(x) > h(x) > g(x)$ ; ③ 由  $x_B < x < x_C$  时,  $h(x) > f(x) > g(x)$ ; ④ 当  $x_C < x < x_D$  时,  $h(x) > g(x) > f(x)$ ; ⑤ 当  $x_D < x$  时,  $g(x) > h(x) > f(x)$ ; ⑥ 当  $x = x_A$  时,  $f(x) > g(x) = h(x)$ ; ⑦ 当  $x = x_B$  时,  $f(x) = h(x) > g(x)$ ; ⑧ 当  $x = x_C$  时,  $f(x) = g(x) < h(x)$ ; ⑨ 当  $x = x_D$  时,  $f(x) < g(x) = h(x)$ .

(2) 它们在同一个平面直角坐标系下的图像如图 14 所示.



由表格及图像可看出, 三个函数的函数值变化及相应增量规律为: 随着  $x$  的增大, 直线型均匀上升, 增量恒定; 指数型急剧上升, 在区间  $[0, +\infty)$  上递增增量快速增大; 幂函数型虽上升较快, 但随着  $x$  的不断增大上升趋势远不如指数型, 几乎微不足道, 其增量缓慢递增.

148. (005563) 已知函数  $f(x) = 4 + a^{x-1}$  的图像恒过记点  $P$ , 则点  $P$  的坐标是 ( ).

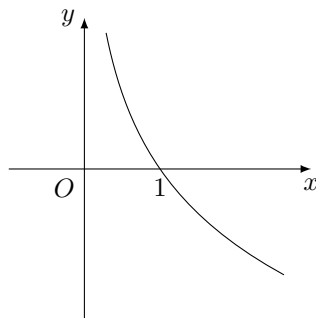
- A. (1, 5)                      B. (1, 4)                      C. (0, 4)                      D. (4, 0)

149. (005574) 若函数  $f(x) = a^x - (b+1)$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 的图像在第一、三、四象限, 则必有 ( ).

- A.  $0 < a < 1$  且  $b > 0$       B.  $0 < a < 1$  且  $b < 0$       C.  $a > 1$  且  $b < 1$               D.  $a > 1$  且  $b > 0$

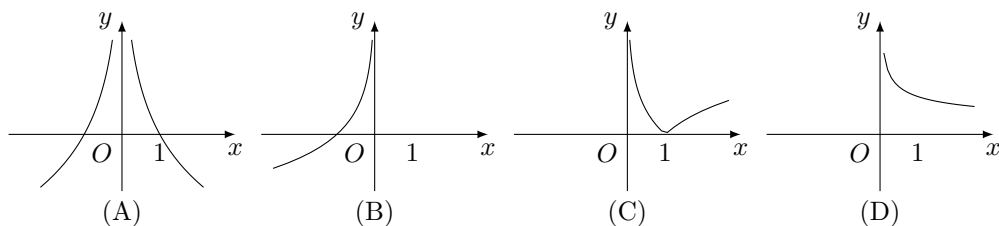
150. (005605) 在同一个平面直角坐标系中, 作出  $t(x) = 0.5x$  与  $g(x) = 0.2 \times 2^x$  的图像, 并比较它们的增长情况.

151. (005690) 图中图像所对应的函数可能是 ( ).



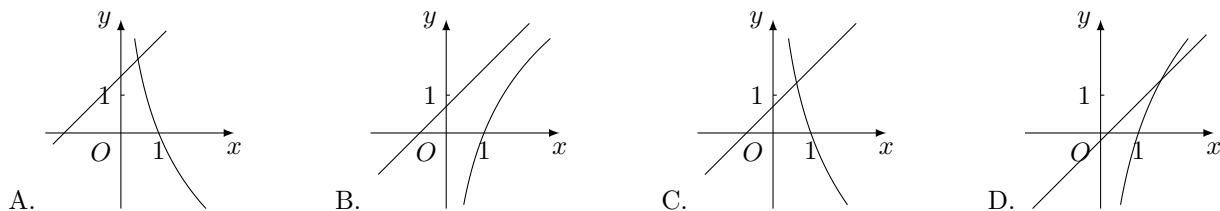
- A.  $y = 2^x$                       B.  $y = 2^x$  的反函数              C.  $y = 2^{-x}$                       D.  $y = 2^{-x}$  的反函数

152. (005692) 下列函数图像中, 不正确的是 ( ).

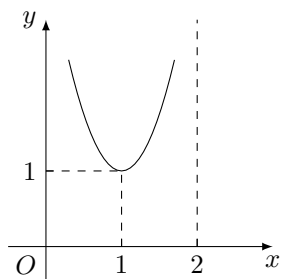


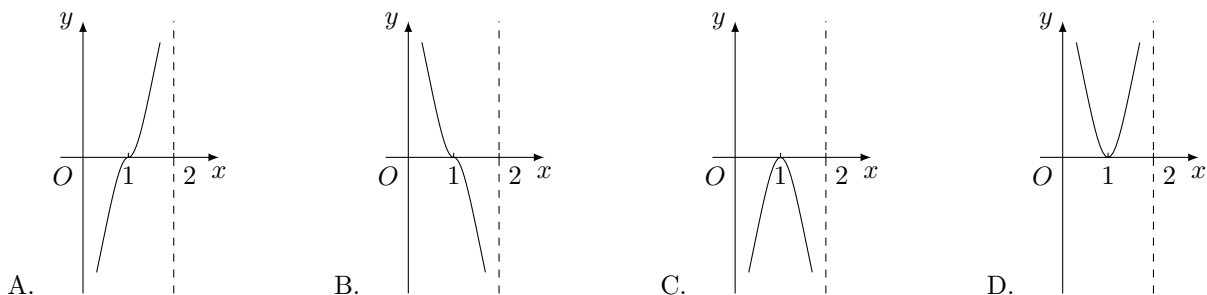
- A.  $y = \log_{\frac{1}{3}} x^2$               B.  $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x)$               C.  $y = |\log_3 x|$                       D.  $y = |x^{-\frac{1}{3}}|$

153. (005693) 在同一平面直角坐标系中画出函数  $y = x + a$  与  $y = \log_a x$  的图像, 可能是 ( ).

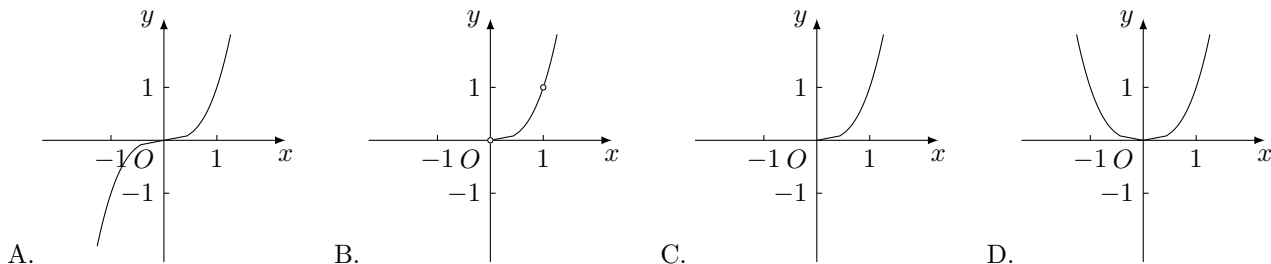


154. (005694) 函数  $y = f(x)$  的图像如图所示, 则  $y = \log_{0.7} f(x)$  的示意图是 ( ).





155. (005695) 由关系式  $\log_x y = 3$  所确定的函数  $y = f(x)$  的图像是 ( ).



156. (005712) 若函数  $f(x) = a^x - k$  的图像过点  $(1, 3)$ , 其反函数  $f^{-1}(x)$  的图像过点  $(2, 0)$ , 则  $f(x)$  的表达式是\_\_\_\_\_.

157. (005737) 已知函数  $f(x) = (\log_a b)x^2 + 2(\log_b a)x + 8$  的图像在  $x$  轴的上方, 求  $a, b$  的取值范围.

158. (005751) 已知函数  $f(x) = \lg \frac{x+1}{x-1} + \lg(x-1) + \lg(a-x) (a > 1)$ .

(1) 是否存在一个实数  $a$  使得函数  $y = f(x)$  的图像关于某一条垂直于  $x$  轴的直线对称? 若存在, 求出这个实数  $a$ ; 若不存在, 说明理由;

(2) 当  $f(x)$  的最大值为 2 时, 求实数  $a$  的值.

159. (005763) 若对于任意实数  $p$ , 函数  $y = (p-1)2^x - \frac{p}{2}$  的图像恒过一定点, 则这个点的坐标是 ( ).

- A.  $(1, -\frac{1}{2})$       B.  $(0, -1)$       C.  $(-1, -\frac{1}{2})$       D.  $(-2, -\frac{1}{4})$

160. (005844) 若二次函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  满足  $f(x_1) = f(x_2)$ ,  $(x_1 \neq x_2)$  求证: 直线  $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$  是该二次函数图像的对称轴.

161. (005845) 若对于任何实数  $x$ , 函数  $y = f(x)$  始终满足  $f(a+x) = f(a-x)$ , 求证: 函数  $y = f(x)$  的图像关于直线  $x = a$  对称.

162. (005846) 已知函数  $f(x)$  满足  $f(x+2) = f(2-x) (x \in \mathbf{R})$ , 且  $f(x)$  的图像与  $x$  轴有 15 个不同的交点, 求方程  $f(x) = 0$  的所有解的和.

163. (005847) 已知函数  $f(2x+1)$  是偶函数, 求函数  $f(2x)$  的图像的对称轴.

164. (005848) 求函数  $y = \frac{3x-1}{x+2} (x \neq -2)$  的图像的对称点.

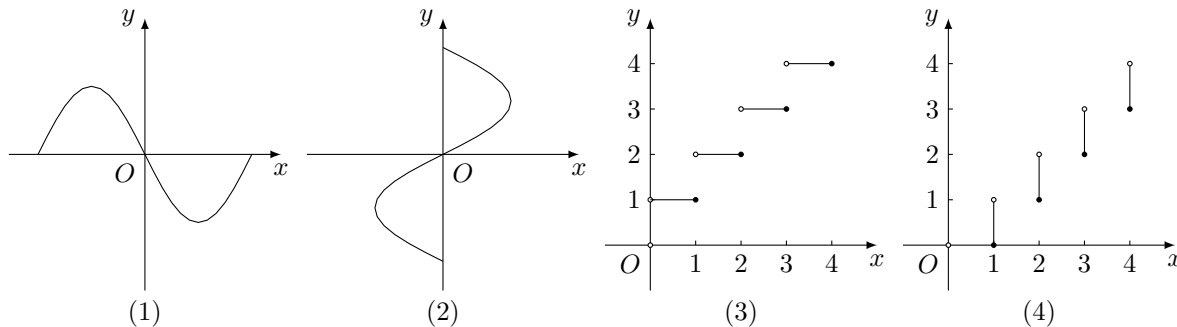
165. (005849) 已知函数  $f(x)$  满足  $f(x) + f(2-x) + 2 = 0 (x \in \mathbf{R})$ , 求  $f(x)$  的图像的对称中心.

166. (005856) 已知函数  $f(x)$  在定义域  $x \in \mathbf{R}^+$  上是增函数, 且满足  $f(x \cdot y) = f(x) + f(y) (x, y \in \mathbf{R}^+)$ .

(1) 求  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  上的值域;

(2) 若  $f(2) = 1$ ,  $f(x)$  图像上三点  $A, B, C$  的横坐标分别为  $a, a+2, a+4 (a > 0)$ , 且  $\triangle ABC$  的面积小于 1, 求实数  $a$  的取值范围.

167. (007860) 下列各图像中, 哪些是函数的图像, 哪些不是函数的图像? 为什么?



168. (007868) 某企业去年四个季度生产某种型号机器的数量  $y$  (万台) 与季度的函数关系是:

$x$ (季度)	1	2	3	4
$y$ (万台)	10	12	14	16

试写出函数的定义域, 并作出函数的图像.

169. (007873) 为分流短途乘客, 减缓轨道交通高峰压力, 上海地铁实行新的计费标准. 新标准的分段计程制度如下:

0—6 千米 (含 6 千米) 3 元; 6—16 千米 (含 16 千米) 4 元; 16 千米以上每 6 千米递增 1 元, 但总票价不超过 8 元.

(1) 试作出票价  $y$  (元) 关于路程  $x$  (千米) 的函数图像;

(2) 某人买了 5 元的车票, 他途经路程不能超过多少千米?

170. (007886) 已知函数  $f(x) = 2x - \frac{1}{x^2 - 1}$ , 函数  $g(x) = \frac{1}{x^2 - 1} - 1$ .

(1) 求函数  $y = f(x) + g(x)$ ;

(2) 画出函数  $y = f(x) + g(x)$  的图像.

171. (007887) 已知函数  $f(x) = x\sqrt{x-1}$ , 函数  $g(x) = \sqrt{x-1}$ , 设  $F(x) = f(x) \cdot g(x)$ .

(1) 写出  $F(x)$  的解析式;

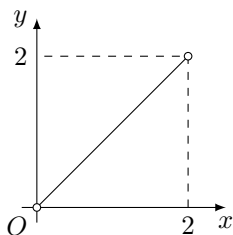
(2) 画出  $F(x)$  的图像.

172. (007890) 已知函数  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}$ , 函数  $g(x) = \sqrt{4-x^2}$ .

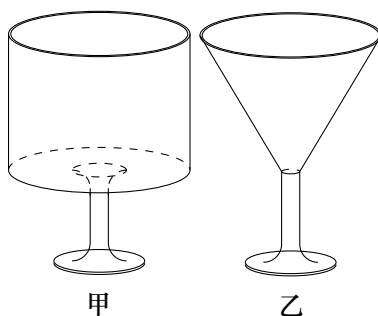
(1) 求函数  $y = f(x) \cdot g(x)$ ;

(2) 作出函数  $F(x) = \begin{cases} f(x) \cdot g(x), & x \leq 0, \\ x, & 0 < x \leq 2 \end{cases}$  的图像.

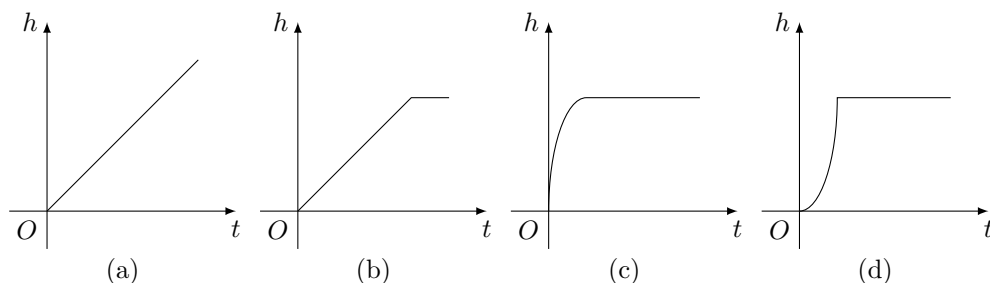
173. (007891) 已知函数  $f(x) = x^2, x \in (0, 2)$ , 函数  $y = f(x) + g(x)$  的图像如图所示, 写出函数  $y = g(x)$  的一个解析式.



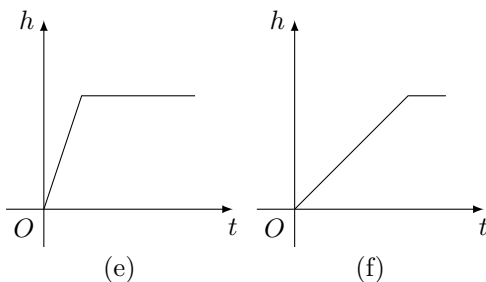
174. (007911) 画出函数  $y = x^2 - 2|x|$  的图像, 并写出它的定义域、奇偶性、单调区间、最小值.
175. (007931) 作出函数  $y = |x^2 - 4x|$  的图像, 并指出其单调区间.
176. (007932) 作出函数  $y = 2|x| - 3$  的图像, 并指出其单调区间.
177. (007933) 设函数  $f(x) = (a^2 + 4a - 5)x^2 - 4(a - 1)x + 3$  的图像都在  $x$  轴的上方, 求实数  $a$  的取值范围.
178. (007942) 打开水龙头, 让水匀速地注入一个杯子内, 随着时间的增加, 杯中水面的高度不断增加, 直至水满溢出. 在这个过程中, 杯中水面的高度  $h$  关于注水时间  $t$  的函数为  $h = f(t)$ .



- (1) 如果甲杯、乙杯的形状分别如图所示, 那么下列草图中, 甲杯相应函数  $h = f(t)$  的图像是\_\_\_\_\_, 乙杯相应函数  $h = f(t)$  的图像是\_\_\_\_\_. (只有杯子的圆柱和圆锥形部分可以盛水)



- (2) 下列是两个杯子相应函数  $h = f(t)$  的图像, 试说明这两个杯子形状有何差别.



179. (007943) 已知幂函数  $f(x)$  的图像经过  $(2, \frac{\sqrt{2}}{2})$ , 试求出这个函数的解析式.

180. (007944) 幂函数  $y = x^s$  与  $y = x^t$  的图像在第一象限都通过定点\_\_\_\_\_, 若它们在第一象限的部分关于直线  $y = x$  对称, 则  $s, t$  应满足的条件是\_\_\_\_\_.

181. (007946) 作函数  $y = \frac{|x| + 1}{|x + 1|}$  的大致图像.

182. (007949) 已知幂函数  $f(x)$  的定义域是  $(+\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ , 且它的图像关于  $y$  轴对称, 写出一个满足要求的幂函数  $f(x)$ .

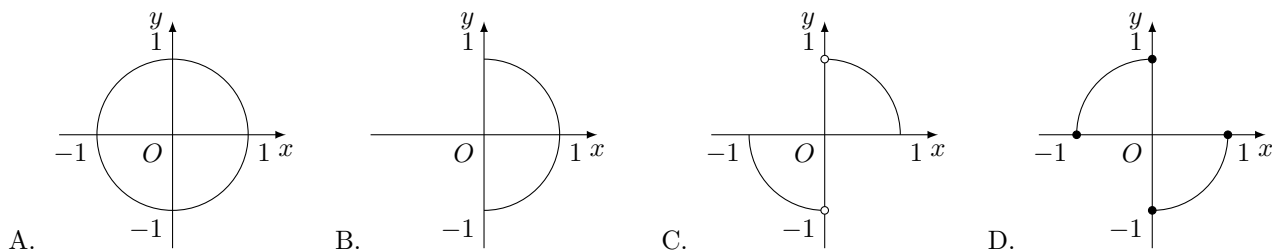
183. (007959) 若函数  $y = 2^x - m$  的图像不经过第二象限, 则  $m$  的取值范围是 ( ).

- A.  $m \geq 1$                       B.  $m < 1$                       C.  $m > -1$                       D.  $m \leq -1$

184. (007962) 作函数  $y = 2^{|x|}$  的大致图像.

185. (007963) 作函数  $y = 2^{-|x|}$  的大致图像.

186. (007984) 下列图形中, 能作为某个函数的图像的只能是 ( ).



187. (007987) 点  $(\sqrt{2}, 2)$  在幂函数  $y = f(x)$  的图像上, 点  $(-2, \frac{1}{4})$  在幂函数  $y = g(x)$  的图像上. 当  $x$  为何值时,  $f(x) = g(x)$ ?

188. (008032) 已知函数  $y = \frac{a}{x+1}$  的反函数的图像经过点  $(\frac{1}{2}, 1)$ , 求实数  $a$  的值.

189. (008033) 已知函数  $y = f(x)$  的图像与函数  $y = \frac{x-1}{x+1}$  的图像关于直线  $y = x$  对称, 求函数  $y = f(x)$  的解析式.

190. (008035) 一次函数  $y = -x$  的图像与它的反函数的图像重合. 试写出一个非一次函数的函数, 使它的图像与其反函数的图像重合.

191. (008036) 如果函数  $y = f(x)$  的图像过点  $(0, 1)$ , 那么函数  $y = f^{-1}(x) + 2$  的反函数的图像过点 ( ).

- A.  $(3, 0)$                       B.  $(0, 3)$                       C.  $(1, 2)$                       D.  $(2, 1)$



192. (008045) 已知函数  $f(x) = a^x + b$  的图像经过点  $(1, 7)$ , 反函数  $f^{-1}(x)$  的图像经过点  $(4, 0)$ , 求函数  $f(x)$  的表达式.

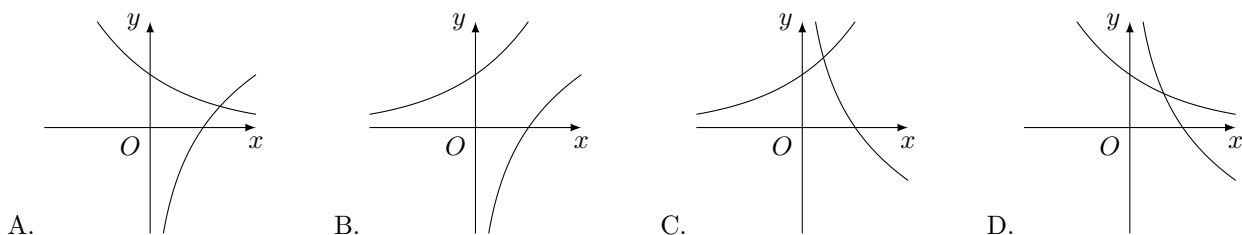
193. (008080) 若点  $(1, 7)$  既在函数  $y = \sqrt{ax + b}$  的图像上, 又在其反函数的图像上, 则数对  $(a, b)$  为\_\_\_\_\_.

194. (008084) 作出函数  $y = \log_2(x - 1)$  的图像.

195. (008085) 作出函数  $y = |\log_2(x - 1)|$  的图像.

196. (008093) 若函数  $y = f(x)$  的图像与函数  $y = 2^x - 1$  的图像关于直线  $y = x$  成轴对称图形, 则函数  $y = f(x)$  的解析式为\_\_\_\_\_.

197. (008094) 当  $a > 1$  时, 在同一坐标系中, 函数  $y = a^{-x}$  与  $y = \log_a x$  的图像是 ( ).



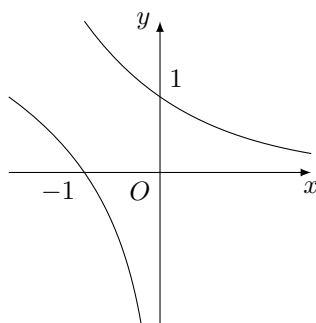
198. (008095) 函数  $f(x) = 4 + \log_a(x - 1)$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 的图像恒经过定点  $P$ , 则点  $P$  的坐标是 ( ).

- A.  $(1, 4)$                       B.  $(4, 1)$                       C.  $(2, 4)$                       D.  $(4, 2)$

199. (008098) 判断命题“若函数  $y = f(x)$  与  $y = f^{-1}(x)$  的图像有公共点, 则公共点必在直线  $y = x$  上”的真假, 并说明理由.

200. (008364) 如果函数  $y = f(x)$  的图像经过第三、四象限, 那么函数  $y = f^{-1}(x)$  的图像经过第\_\_\_\_\_象限.

201. (008371) 在同一坐标系内作出的两个函数图像如图所示, 这两个函数为 ( ).



- A.  $y = a^x$  和  $y = \log_a(-x)$                       B.  $y = a^x$  和  $y = \log_a x^{-1}$   
C.  $y = a^{-x}$  和  $y = \log_a x^{-1}$                       D.  $y = a^{-x}$  和  $y = \log_a(-x)$

202. (008387) 已知函数  $y = f(x)$  的图像过点  $A(1, 2)$ , 函数  $y = g(x)$  的图像与  $y = f(x)$  的图像关于直线  $y = x$  对称, 则  $y = g(x)$  的图像必过点 ( ).

- A.  $(2, 1)$                       B.  $(1, 2)$                       C.  $(-2, 1)$                       D.  $(-1, 2)$

203. (009485) 若幂函数  $y = x^a$  的图像经过点  $(3, \sqrt{3})$ , 求此幂函数的表达式.

204. (009486) 求下列函数的定义域, 并作出它们的大致图像:

(1)  $y = x^{\frac{1}{3}}$ ;

(2)  $y = x^{-\frac{1}{2}}$ ;

(3)  $y = x^{\frac{4}{3}}$ .

205. (009493) 在同一平面直角坐标系中分别作出下列函数的大致图像:

(1)  $y = 4^x$ ;

(2)  $y = (\frac{1}{4})^x$ .

206. (009499) 若对数函数  $y = \log_a x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 的图像经过点  $(4, 2)$ , 求此对数函数的表达式.

207. (009501) 在同一平面直角坐标系中作出  $y = \lg x$  及  $y = \log_{0.1} x$  的大致图像.

208. (009502) 已知常数  $a > 0$  且  $a \neq 1$ , 假设无论  $a$  取何值, 函数  $y = \log_a(x-1)$  的图像恒经过一个定点, 求此点的坐标.

209. (009510) 作下列函数的大致图像:

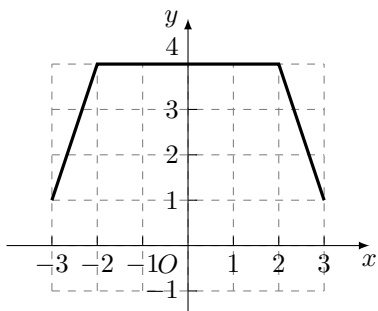
(1)  $y = -|x|$ ;

(2)  $y = \sqrt{x+2}$ ;

(3)  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ ;

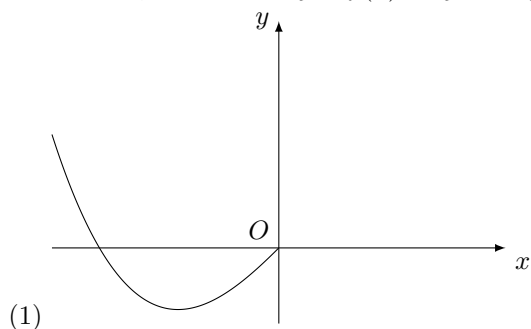
(4)  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .

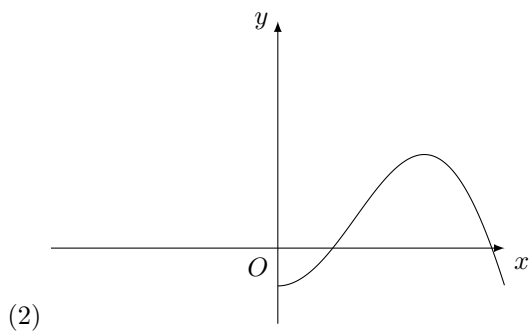
210. (009511) 根据下图的函数图像, 用解析法表示  $y$  关于  $x$  的函数.



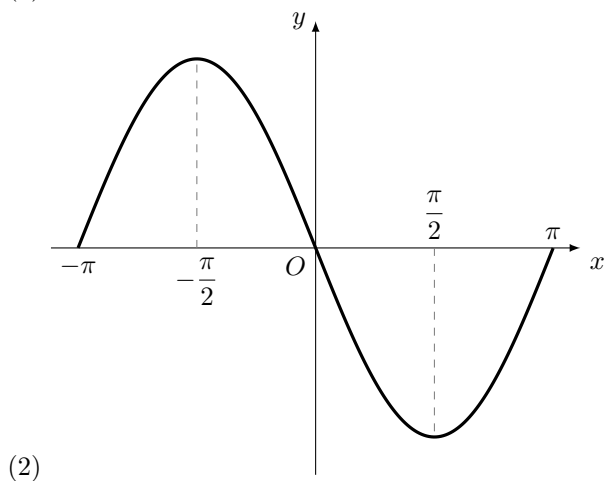
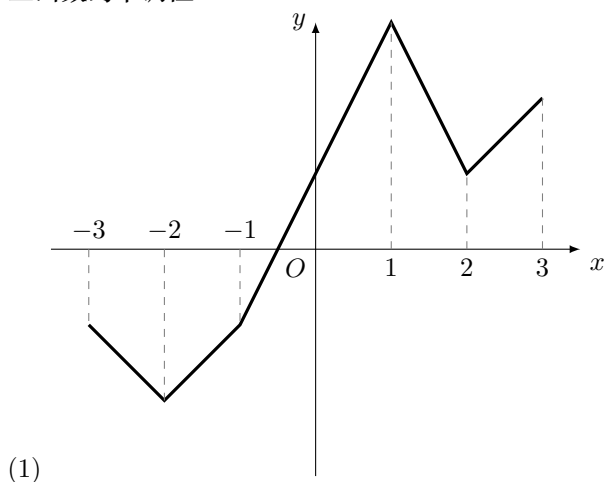
211. (009512) 奇函数的图像是不是一定通过原点? 偶函数的图像是不是一定与  $y$  轴相交? 请说明理由.

212. (009513) 如图, 已知偶函数  $y = f(x)$  在  $y$  轴及  $y$  轴一侧的部分图像, 作出  $y = f(x)$  的大致图像.



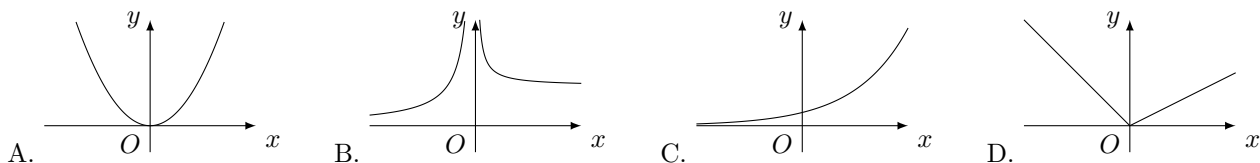


213. (009520) 根据下列函数  $y = f(x)$  的图像 (包括端点), 分别指出这两个函数的单调区间, 以及在每一个单调区间上函数的单调性.



214. (009531) 对于在区间  $[a, b]$  上的图像是一段连续曲线的函数  $y = f(x)$ , 如果  $f(a) \cdot f(b) > 0$ , 那么是否该函数在区间  $(a, b)$  上一定无零点? 说明理由.

215. (009537) 下列各图中, 存在反函数的函数  $y = f(x)$  的图像只可能是 ( ).



216. (009908) 借助函数图像, 判断下列导数的正负 (可利用信息技术工具):

(1)  $f'(\frac{\pi}{4})$ , 其中  $f(x) = \sin x$ ;

(2)  $f'(0)$ , 其中  $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ .

217. (010001) 已知  $f(x) = \log_3(x+a) + \log_3(6-x)$ .

(1) 若将函数  $y = f(x)$  的图像向下平移  $m(m > 0)$  个单位后, 所得的图像经过点  $(3, 0)$  与点  $(5, 0)$ , 求  $a$  与  $m$  的值;

(2) 若  $a > -3$  且  $a \neq 0$ , 解关于  $x$  的不等式  $f(x) \leq f(6-x)$ .

218. (010129) 若幂函数  $y = x^a$  的图像经过点  $(\sqrt[4]{3}, 3)$ , 求此幂函数的表达式.

219. (010130) 求下列函数的定义域, 并作出它们的大致图像:

(1)  $y = x^{\frac{1}{5}}$ ;

(2)  $y = x^{-2}$ ;

(3)  $y = x^{-\frac{3}{4}}$ .

220. (010133) 下列幂函数在区间  $(0, +\infty)$  上是严格增函数, 且图像关于原点成中心对称的是\_\_\_\_\_ (请填入全部正确的序号).

①  $y = x^{\frac{1}{2}}$ ; ②  $y = x^{\frac{1}{3}}$ ; ③  $y = x^{\frac{2}{3}}$ ; ④  $y = x^{-\frac{1}{3}}$ .

221. (010134) 作出函数  $y = \frac{x-1}{x+2}$  的大致图像.

222. (010135) 幂函数  $y = x^{n(n+1)}$  ( $n$  为正整数) 的图像一定经过\_\_\_\_\_ 象限.

223. (010136) 若幂函数  $y = x^s$  在  $0 < x < 1$  时的图像位于直线  $y = x$  的上方, 则  $s$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

224. (010138) 写出一个图像经过第一、第二象限但不经过原点的幂函数的表达式.

225. (010142) 在同一直角坐标系中作出下列函数的大致图像, 并指出这些函数图像间的关系:

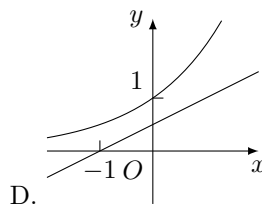
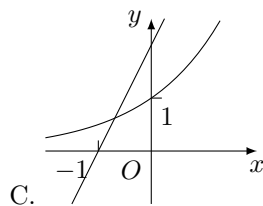
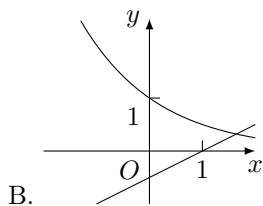
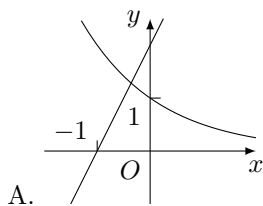
(1)  $y = (\frac{3}{2})^x$ ;

(2)  $y = (\frac{2}{3})^x$ ;

(3)  $y = (\frac{2}{3})^x - 1$ .

226. (010144) 已知常数  $a > 0$  且  $a \neq 1$ . 假设无论  $a$  取何值, 函数  $y = a^{2-x}$  的图像恒经过一个定点, 求此定点的坐标.

227. (010149) 在同一平面直角坐标系中, 指数函数  $y = a^x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 和一次函数  $y = a(x+1)$  的图像关系可能是 ( ).



228. (010154) 若函数  $y = 5^{x+1} + m$  的图像不经过第二象限, 求实数  $m$  的取值范围.

229. (010156) 已知对数函数  $y = \log_a x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 的图像经过点  $(3, 2)$ . 若点  $P(b, 4)$  为此函数图像上的点, 求实数  $b$  的值.

230. (010157) 在同一平面直角坐标系中画出下列函数的图像, 并指出这些函数图像之间的关系.

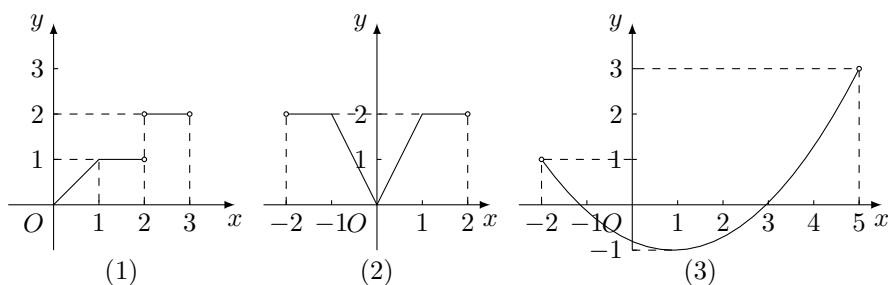
(1)  $y = \log_3 x$ ;

(2)  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ ;

(3)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ .

231. (010158) 已知常数  $a > 0$  且  $a \neq 1$ , 假设无论  $a$  取何值, 函数  $y = \log_a x - 1$  的图像恒经过一个定点. 求此点的坐标.

232. (010170) 观察下列函数的图像, 并写出它们的值域:



233. (010185) 作出函数  $y = x^2 - 2|x|$  的大致图像, 并分别写出它的定义域、奇偶性、单调区间及最小值.

234. (010189) 某企业去年四个季度生产某种型号机器的数量  $y$  (单位: 万台) 与季度  $x$  的函数关系如下表所示:

$x/\text{季度}$	1	2	3	4
$y/\text{万台}$	10	12	14	16

试写出该函数的定义域, 并作出其大致图像.

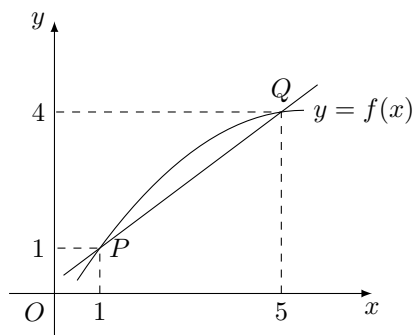
235. (010194) 为分流短途乘客, 减缓轨道交通高峰压力, 某地地铁实行新的计费标准, 其分段计费规则如下: 0 至 6km (含 6km) 票价 3 元; 6 至 16km (含 16km) 票价 4 元; 16km 以上每 6km (不足 6km 时按 6km 计) 票价递增 1 元, 但总票价不超过 8 元.

(1) 试作出票价  $y$  (单位: 元) 关于路程  $x$  (单位: km) 的函数的大致图像;

(2) 某人买了 5 元的车票, 他乘车的路程不能超过多少?

236. (010202) 已知函数  $y = \frac{a}{x+1}$  的反函数的图像经过点  $(\frac{1}{2}, 1)$ , 求实数  $a$  的值.

237. (010793) 函数  $y = f(x)$  的图像如图所示.



(1) 求割线  $PQ$  的斜率;

(2) 当点  $Q$  沿曲线向点  $P$  运动时, 割线  $PQ$  的斜率会变大还是变小?

238. (010795) 借助函数图像, 判断下列导数的正负:

(1)  $f'(-\frac{\pi}{4})$ , 其中  $f(x) = \cos x$ ;

(2)  $f'(3)$ , 其中  $f(x) = \ln x$ .

239. (010821) 某函数图像如图所示, 它在  $[a, b]$  上哪一点处取得最大值? 它是极大值点吗? 在哪一点处取得最小值? 它是极小值点吗?

