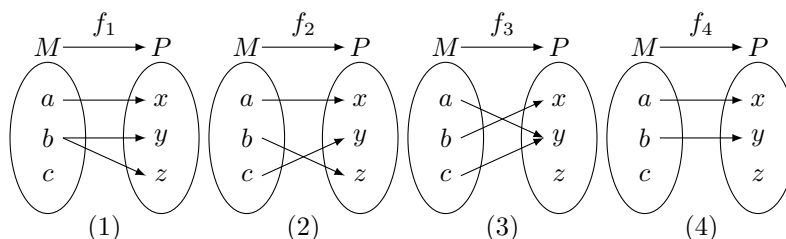


1. 求函数 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 的值域.
2. 求函数 $y = \frac{4x+3}{2x-1}$ 的值域.
3. 求函数 $y = \frac{x^2-1}{x^2+2}$ 的值域.
4. 求函数 $y = \frac{x^2-x+1}{2x^2-2x+3}$ 的值域.
5. 求函数 $y = \frac{x^2+4x+3}{x^2+x-6}$ 的值域.
6. 若实数 x, y 满足 $x^2 + 4y^2 = 4x$, 求 $S = x^2 + y^2$ 的值域.
7. 已知函数 $y = f(x) = x^2 + ax + 3$ 在区间 $x \in [-1, 1]$ 上的最小值为 -3 , 求实数 a 的值.
8. 求函数 $y = 3x^2 - 12x + 18\sqrt{4x - x^2} - 23$ 的值域.
9. 求函数 $y = |x-2| - |x+1|$ 的值域.
10. 若 $f(x-1) = 2x^2 + 1$, 求 $f(x)$.
11. 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 满足: ① $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ 对任何实数 x, y 都成立; ② 存在实数 x_1, x_2 , 使 $f(x_1) \neq f(x_2)$. 求证:
 - (1) $f(0) = 1$;
 - (2) $f(x) > 0$.
12. 设映射 $f: X \rightarrow Y$, 其中 X, Y 是非空集合, 则下列语句中正确的是 ().
 - A. Y 中每一个元素必有原像
 - B. Y 中的各元素只能有一个原像
 - C. X 中的不同元素在 Y 中的像也不同
 - D. Y 中至少存在一个元素, 它有原像
13. 集合 $M = \{a, b, c\}$ 与 $P = \{x, y, z\}$ 之间建立起四种对应关系 (如图), 则下列结论中正确的是 ().



- A. 只有 f_2, f_3 是从 M 到 P 的映射
 - B. 只有 f_2, f_4 是从 M 到 P 的映射
 - C. 只有 f_3, f_4 是从 M 到 P 的映射
 - D. f_1, f_2, f_3, f_4 都是从 M 到 P 的映射
14. 设 (x, y) 在映射 f 下的像是 $(\frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2})$, 则在 f 下 $(-5, 2)$ 的原像是 ().
 - A. $(-10, 4)$
 - B. $(-3, -7)$
 - C. $(-6, -4)$
 - D. $(-\frac{3}{2}, -\frac{7}{2})$
 15. 在给定的映射 $f: (x, y) \mapsto (2x+y, xy) (x, y \in \mathbf{R})$ 下, 点 $(\frac{1}{6}, -\frac{1}{6})$ 的原像是 ().
 - A. $(\frac{1}{6}, -\frac{1}{36})$
 - B. $(\frac{1}{3}, -\frac{1}{2})$ 或 $(-\frac{1}{4}, \frac{2}{3})$
 - C. $(\frac{1}{36}, -\frac{1}{6})$
 - D. $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$ 或 $(-\frac{2}{3}, \frac{1}{4})$

16. 已知集合 $M = \{x|0 \leq x \leq 6\}$, $P = \{0 \leq y \leq 3\}$, 则下列对应关系中, 不能作为从 M 到 P 的映射的是 ().

- A. $f: x \mapsto y = \frac{1}{2}x$ B. $f: x \mapsto y = \frac{1}{3}x$ C. $f: x \mapsto y = x$ D. $f: x \mapsto y = \frac{1}{6}x$

17. 设 $M = \mathbf{R}$, 从 M 到 P 的映射 $f: x \mapsto y = \frac{1}{x^2 + 1}$, 则像集 P 为 ().

- A. $\{y|y \in \mathbf{R}\}$ B. $\{y|y \in \mathbf{R}\}$ C. $\{y|0 \leq y \leq 2\}$ D. $\{y|0 < y \leq 1\}$

18. 若映射 $f: A \rightarrow B$ 的像集是 Y , 原像的集合是 X , 则 X 与 A 的关系是_____, Y 和 B 的关系是_____.

19. 若 (x, y) 在映射 f 下的像是 $(2x - y, x + 2y)$, 则 $(-1, 2)$ 在 f 下的原像是_____.

20. 已知 (a, b) 在映射 f 的像是 $(a - b, ab)$, 则 $(2, 3)$ 的原像是_____.

21. 已知 $f: x \mapsto y = x^2$ 是从集合 \mathbf{R} 到集合 $M = \{x|x \geq 0\}$ 的一个映射, 则 M 中的元素 1 在 \mathbf{R} 中的原像是_____, M 中的元素 $t(t > 0)$ 在 \mathbf{R} 中的原像是_____.

22. 从集合 $\{a\}$ 到 $\{b, c\}$ 的不同映射有_____个.

23. 从集合 $\{1, 2\}$ 到 $\{5, 6\}$ 的不同映射有_____个.

24. 已知集合 $A = \mathbf{Z}$, $B = \{x|x = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$, $C = \mathbf{R}$, 且从 A 到 B 的映射是 $x \mapsto 2x - 1$, 从 B 到 C 的映射是 $x \mapsto \frac{1}{3x + 1}$, 则从 A 到 C 的映射是_____.

25. f 是集合 $X = \{a, b, c\}$ 到集合 $Y = \{d, e\}$ 的一个映射, 则满足映射条件的“ f ”共有 ().

- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

26. 若 $f: y = 3x + 1$ 是从集合 $A = \{1, 2, 3, k\}$ 到集合 $B = \{4, 7, a^4, a^2 + 3a\}$ 的一个映射, 求自然数 a, k 的值及集合 A, B .

27. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{x - 2}$ 的定义域是 ().

- A. $\{x|2 < x < 3\}$ B. $\{x|x < 2 \text{ 或 } x > 3\}$ C. $\{x|x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$ D. $\{x|x < 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$

28. 若函数 $f(x)$ 的定义域是 $[-1, 1]$, 则函数 $f(x + 1)$ 的定义域是 ().

- A. $[-1, 1]$ B. $[0, 2]$ C. $[-2, 0]$ D. $[0, 1]$

29. 在① $y = x$ 与 $y = \sqrt{x^2}$; ② $y = \sqrt{x^2}$ 与 $y = (\sqrt{x})^2$; ③ $y = |x|$ 与 $y = \frac{x^2}{x}$; ④ $y = |x|$ 与 $y = \sqrt{x^2}$; ⑤ $y = x^0$ 与 $y = 1$ 这五组函数中, 表示同一函数的组数是 ().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

30. 函数 $y = -x^2 - 2x + 3(-5 \leq x \leq 0)$ 的值域是 ().

- A. $(-\infty, 4]$ B. $[3, 12]$ C. $[-12, 4]$ D. $[4, 12]$

31. 已知镭经过 100 年后剩下原来质量的 95.76%, 若质量为 l 克的镭经过 x 年后的剩余质量为 y 克, 则 y 与 x 之间的解析式是 ().

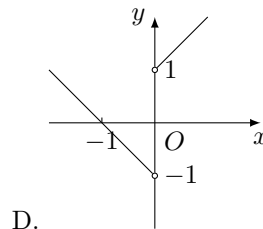
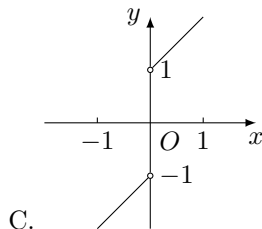
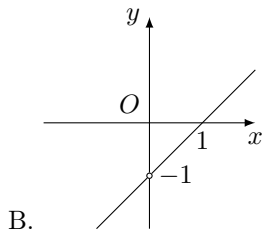
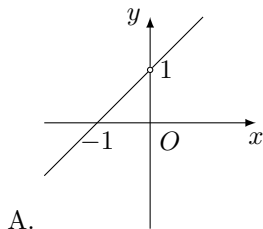
A. $y = (\frac{0.9576}{100})^x$

B. $y = (0.9576)^{100x}$

C. $y = (0.9576)^{\frac{x}{100}}$

D. $y = 1 - (1 - 0.9576)^{\frac{x}{100}}$

32. 函数 $y = x + \frac{|x|}{x}$ 的图像是 ().



33. 函数 $y = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x+1}$ 的定义域为_____.

34. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2+3}}$ 的定义域为_____.

35. 函数 $y = \frac{x+5}{3x^2-2x-1}$ 的定义域为_____.

36. 函数 $y = \sqrt{6x-x^2-9}$ 的定义域为_____.

37. 函数 $y = \sqrt{4-x^2} + \frac{1}{|x|-1}$ 的定义域为_____.

38. 函数 $y = \frac{x^3-1}{x+|x|}$ 的定义域为_____.

39. 函数 $y = \frac{1}{|x|-x^2}$ 的定义域为_____.

40. 函数 $y = \sqrt{1 - (\frac{x-1}{x+1})^2}$ 的定义域为_____.

41. 函数 $y = \frac{\sqrt{x^2-2x-15}}{|x+3|-8}$ 的定义域为_____.

42. 函数 $y = 1 - \frac{1}{x+2}$ 的值域为_____.

43. 函数 $y = \frac{3}{2x}$ 的值域为_____.

44. 函数 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 的值域为_____.

45. 函数 $y = \frac{5x+3}{x-3}$ 的值域为_____.

46. 函数 $y = 4 + \sqrt{2x+1}$ 的值域为_____.

47. 函数 $y = \sqrt{x - \frac{1}{2}x^2}$ 的值域为_____.

48. 函数 $y = \sqrt{-x^2+x+2}$ 的值域为_____.

49. 函数 $y = \frac{2x^2+2x+3}{x^2+x+1}$ 的值域为_____.

50. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(2x) = (1 - \sqrt{2}x)(1 + \sqrt{2}x)$, 则 $f(x) =$ _____.
51. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x}$, 则当 $x \geq 1$ 时, $f(x) =$ _____.
52. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(\frac{1}{x}) = \frac{x}{1-x^2}$, 则当 $x \neq 0$ 时, $f(x) =$ _____.
53. 若函数 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x^2 + 2$, 满足 $f(g(x)) = g(f(x))$, 则 $x =$ _____.
54. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = 2x^2 + 1$, 则 $f(x-1) =$ _____.
55. 若一次函数 $f(x)$ 满足 $f(f(x)) = 1 + 2x$, 则 $f(x) =$ _____.
56. 若 $f(x^2 - x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + 1$, 则当 $x \geq -\frac{1}{4}$ 时, $f(f(x)) =$ _____.
57. 函数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, 则 $f(f(x)) =$ _____, $f(f(f(x))) =$ _____.
58. 若 $-b < a < 0$, 且函数 $d(x)$ 的定义域是 $[a, b]$, 则函数 $F(x) = f(x) + f(-x)$ 的定义域是 ().
- A. $[a, b]$ B. $[-b, -a]$ C. $[-b, b]$ D. $[a, -a]$
59. 若 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 且 $f(x+m) + f(x-m)$ 的定义域是 \emptyset , 则正数 m 的取值范围是 ().
- A. $0 < m < 1$ B. $0 < m \leq \frac{1}{2}$ C. $0 < m < \frac{1}{2}$ D. $m > \frac{1}{2}$
60. 函数 $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ 的值域是 ().
- A. $(-1, 1)$ B. $[-1, 1]$ C. $[-1, 1)$ D. $(-1, 1]$
61. 若 $2x^2 - 3x \leq 0$, 则函数 $f(x) = x^2 + x + 1$ ().
- A. 有最小值 $\frac{3}{4}$, 但无最大值 B. 有最小值 $\frac{3}{4}$, 有最大值 1
- C. 有最小值 1 有最大值 $\frac{19}{4}$ D. 既无最小值, 也无最大值
62. 函数 $f(x) = |1 - x| - |x - 3| (x \in \mathbf{R})$ 的值域是 ().
- A. $[-2, 2]$ B. $[-1, 3]$ C. $[-3, 1]$ D. $[0, 4]$
63. 若函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 分别求函数 $f(1 - 2x)$ 和 $f(x + a) (a > 0)$ 的定义域.
64. 若函数 $f(x + 1)$ 的定义域是 $[-2, 3]$, 求函数 $f(\frac{1}{x} + 2)$ 的定义域.
65. 求函数 $y = \frac{2x}{x^2 + x + 1}$ 的值域.
66. 求函数 $y = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + x + 1}$ 的值域.
67. 求函数 $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 4}$ 的值域.
68. 若实数 x, y 满足 $3x^2 + 2y^2 = 6x$, 分别求 x 与 $x^2 + y^2$ 的取值范围.
69. 若实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 = 2x$, 求 $x^2 - y^2$ 的取值范围.

70. 求函数 $y = 3x - 2 + \sqrt{3 - 2x}$ 的值域.
71. 求函数 $y = 2x + \sqrt{2x - 1}$ 的值域.
72. 求函数 $y = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) + 15$ 的值域.
73. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 在 $[0, m]$ 上有最大值 3, 最小值 2, 求正数 m 的取值范围.
74. 已知函数 $y = x^2 + mx - 1$ 在区间 $[0, 3]$ 上有最小值 -2 , 求实数 m 的值.
75. 当 $x \geq 0$ 时, 求函数 $f(x) = x^2 + 2ax$ 的最小值.
76. 已知函数 $f(x) = \frac{ax}{2x + 3} (x \neq -\frac{3}{2})$ 满足 $f(f(x)) = x$, 求实数 a 的值.
77. 已知 $f(x)$ 是二次函数, 且满足 $f(2x) + f(3x + 1) = 13x^2 + 6x - 1$, 求 $f(x)$ 的表达式.
78. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是一切非零实数, 且满足 $3f(x) + 2f(\frac{1}{x}) = 4x$, 求 $f(x)$ 的表达式.
79. 作出函数 $y = 1 + \frac{|x|}{x}$ 的图像.
80. 作出函数 $y = x - |1 - x|$ 的图像.
81. 作出函数 $y = |x^2 - 4x + 3|$ 的图像.
82. 作出函数 $y = \frac{x^3 + x}{|x|}$ 的图像.
83. 作出函数 $y = \frac{(x + \frac{1}{2})^0}{|x| - x}$ 的图像.
84. 已知 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, 画出函数 $y = \frac{1}{2}[f(x) + |f(x)|]$ 的图像.
85. 已知 $f(x) = |x|$, $x \in [-1, 1]$, 作出函数 $y = f(x + 1) + 1$ 的图像.
86. 将进货单价为 40 元的商品按每件 50 元出售时, 每月能卖出 500 个, 已知这批商品在销售单价的基础上每涨价 1 元, 其月销售数就减少 10 个, 为了每月赚取最大利润, 销售单价应定为多少?
87. 飞机飞行 1 小时的耗费由两部分组成: 固定部分 4900 元, 变动部分 P 与飞机飞行速度 v (千米/时) 的函数关系是 $P = 0.01v^2$. 已知甲、乙两地相距为一常数 a (千米), 试写出飞机从甲地飞到乙地的总耗费 y 与飞机速度 v 的函数关系式, 并写出耗费最小时飞机的飞行速度.
88. 求证: 函数 $f(x) = x^3$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 上是增函数.
89. 已知奇函数 $y = f(x)$ 在 $x < 0$ 时是减函数, 求证: $y = f(x)$ 在 $x > 0$ 时也是减函数.
90. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x > 0$ 时 $f(x) = x(1 - x)$, 求 $f(x)$ 在 $x < 0$ 时的表达式.
91. 已知函数 $y = f(x)$ 满足 $f(x) = f(4 - x) (x \in \mathbf{R})$, 且 $f(x)$ 在 $x > 2$ 时为增函数, 记 $a = f(\frac{3}{5})$, $b = f(\frac{6}{5})$, $c = f(4)$, 则 a, b, c 之间的大小关系是 ().

A. $c > a > b$

B. $c > b > a$

C. $b > a > c$

D. $a > c > d$

92. 画出函数 $y = x^2 - 2|x| - 1$ 的图像.

93. 求函数 $y = \frac{x-2}{2x+1}$ 的值域.

94. 已知函数 $f(x) = (x-1)^2 (x \leq 1)$, 又 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 求 $\varphi(x)$ 的表达式.

95. 求实数 m 的范围, 使关于 x 的方程 $x^2 + 2(m-1)x + 2m + 6 = 0$:

- (1) 有两个实数根, 且一个比 2 大, 另一个比 2 小;
- (2) 有两个实数根, 且都比 1 大;
- (3) 有两个实数根 α, β , 且满足 $0 < \alpha < 1 < \beta < 4$;
- (4) 至少有一个正根.

96. 就参数 m 讨论方程 $x^2 - 2|x| - m = 0$ 的解的情况.

97. 下列记数中, 符合科学记数法的是 ().

- A. 35.6×10^{-25} B. 0.356×10^{-23} C. 3.56×10^{-24} D. 356×10^{-26}

98. 计算 $3^{-1} \times 2^{-2} \div 4^{-2}$ 的结果是 ().

- A. $\frac{1}{192}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $-\frac{4}{3}$

99. 下列各式中, 正确的是 ().

- A. $(-1)^0 = -1$ B. $(-1)^{-1} = 1$ C. $3a^{-2} = \frac{1}{3a^2}$ D. $(-x)^5 \div (-x)^3 = x^2$

100. 下列各式中, 计算正确的是 ().

- A. $(-0.125) \div (-0.5)^{-3} = 1$ B. $10^{-4}(\sqrt{5})^0 = -10000$
C. $(\frac{1}{3})^0 \div 3^{-1} = 3$ D. $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^0 - (\sqrt{3})^2 - (-\sqrt{2})^2 = 1 - 3 + 2 = 0$

101. 化简 $\frac{1}{3}x\sqrt{9x} - x^2\sqrt{\frac{1}{x}}$ 的结果是 ().

- A. \sqrt{x} B. $x(1-x^2)\sqrt{x}$ C. $x^2(1-x\sqrt{x})$ D. 0

102. 化简 $\frac{a^{-2} - b^{-2}}{a^2 - b^2}$ 的结果是 ().

- A. -1 B. $-\frac{1}{a^2b^2}$ C. $a^{-1} + b^{-1}$ D. $\frac{1}{a^2b^2}$

103. 已知 $x = 1 - 2^s$, $y = 1 - 2^{-s}$, 则 y 等于 ().

- A. $\frac{x-1}{x}$ B. $\frac{2-x}{1-x}$ C. $\frac{x}{x-1}$ D. $\frac{x-2}{x-1}$

104. 计算 $\sqrt{(3-\pi)^2}$ 的结果是 ().

- A. $3 - \pi$ B. $\pi - 3$ C. $\pi + 3$ D. $-\pi - 3$

105. 若 $(\sqrt[n]{-3})^n$ 有意义, 则 n 一定是 ().

- A. 正偶数 B. 自然数 C. 正奇数 D. 整数

106. 已知 $n \in \mathbf{N}$, 在① $\sqrt[4]{(-4)^{2n}}$; ② $\sqrt[4]{(-4)^{2n+1}}$; ③ $\sqrt[5]{-x^2}$; ④ $\sqrt[5]{-x^2}$ 这四个式子中, 有意义的 ().

A. 是①②③④

B. 只有③④

C. 只有①③④

D. 只有④

107. 若 $\sqrt[4]{4a^2 - 4a + 1} = \sqrt[3]{1 - 2a}$, 则实数 a 的取值范围是 ().

A. $a < 2$

B. $a = \frac{1}{2}$ 或 0

C. $a > \frac{1}{2}$

D. R

108. 在① 0^{-1} ; ② $0^{-\frac{1}{2}}$; ③ 0^0 ; ④ $0^{0.2}$ 这四个式子中, 有意义的个数是 ().

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

109. 下列各式中正确的是 ().

A. $-4^0 = 1$

B. $(5^{-\frac{1}{2}})^2 = 5$

C. $(-3^{m-n})^2 = 9^{m-n}$

D. $(-2)^{-1} = \frac{1}{2}$

110. 计算 $[(-3)^2]^{\frac{1}{2}} - (-10)^0$ 的值等于 ().

A. -2

B. 2

C. -4

D. 4

111. 下列计算中正确的是 ().

A. $a^{\frac{8}{3}} \cdot a^{\frac{3}{8}} = a$

B. $a^{\frac{8}{3}} \cdot a^{-\frac{8}{3}} = 0$

C. $a^{\frac{8}{3}} \div a^{\frac{1}{3}} = a^8$

D. $a^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{6}}$

112. 下列计算中正确的是 ().

A. $a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{4}{3}} = a$

B. $a^{\frac{3}{4}} \div a^{\frac{3}{4}} = a$

C. $a^{-4} \div a^4 = 0$

D. $(a^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}} = a$

113. 化简 $(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}})(-3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}) \div (\frac{1}{3}a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}})$ 的结果是 ().

A. $6a$

B. $-a$

C. $-9a$

D. $9a$

114. 将 $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}}$ 化成不含根号的式子是 ().

A. $-2^{\frac{1}{2}}$

B. $-2^{-\frac{1}{2}}$

C. $-2^{\frac{1}{3}}$

D. $-2^{\frac{2}{3}}$

115. 将 $(a^{\frac{1}{n}} + b^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{3}}$ 表示成根式的形式是 ().

A. $\sqrt[3]{a^{\frac{1}{n}} + b^{\frac{1}{n}}}$

B. $(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b})^{\frac{1}{3}}$

C. $\sqrt[3]{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}$

D. $(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b})^3$

116. 计算: $\sqrt{12} - \sqrt{3} \div (2 + \sqrt{3}) =$ _____.

117. 计算: $(\sqrt{12} - \sqrt{\frac{1}{2}} - 2\sqrt{\frac{1}{3}}) - (\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{18}) =$ _____.

118. 计算: $(\sqrt{3} + 2)^{1997} \times (\sqrt{3} - 2)^{1988} =$ _____.

119. 计算: $\frac{2\sqrt{10} - 5}{4 - \sqrt{10}} =$ _____.

120. 计算: $4\sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{1000} + 2\sqrt{10} =$ _____.

121. 计算: $\frac{1}{(2 + \sqrt{3})^2} + \frac{1}{(2 - \sqrt{3})^2} =$ _____.

122. 计算: $\frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}} =$ _____.

123. 将下式改写成不含分数指数幂的根式形式 (要求分母不含有根式形式): $3x^{-\frac{3}{2}} =$ _____.
124. 将下式改写成不含分数指数幂的根式形式 (要求分母不含有根式形式): $a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{1}{2}} =$ _____.
125. 将下式改写成不含分数指数幂的根式形式 (要求分母不含有根式形式): $(a+b)^{\frac{1}{2}} \cdot (a-b)^{-\frac{4}{3}} =$ _____.
126. 将根式改写成分数指数幂的形式: $\sqrt[4]{a^3} =$ _____.
127. 将根式改写成分数指数幂的形式: $\sqrt[5]{b^8} =$ _____.
128. 将根式改写成分数指数幂的形式: $\sqrt[4]{x^2 + y^2} =$ _____.
129. 将根式改写成分数指数幂的形式: $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{y^4}} =$ _____.
130. 将根式改写成分数指数幂的形式: $\sqrt{2\sqrt{2}} =$ _____.
131. 将根式改写成分数指数幂的形式: $-\frac{1}{\sqrt{27x}} =$ _____.
132. 将根式改写成分数指数幂的形式: $\sqrt{\frac{4}{3ab^3}} =$ _____.
133. 已知 $m < n$, 将根式改写成分数指数幂的形式: $2^{\sqrt[6]{(m-n)^{-2}}} =$ _____.
134. 判断命题: $2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 2$ 是否正确, _____.
135. 判断命题: $(\frac{1}{8})^{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{2}$ 是否正确, _____.
136. 判断命题: 若 $a \in \mathbf{R}$, 则 $(a-1)^0 = 1$ 是否正确, _____.
137. 判断命题: $a^x + a^y = a^{x+y}$ 是否正确, _____.
138. 判断命题: $\sqrt[3]{-5} = \sqrt[6]{(-5)^2} = \sqrt[6]{25}$ 是否正确, _____.
139. 计算: $(\frac{81}{625})^{-\frac{3}{4}} =$ _____.
140. 计算: $(0.064)^{-\frac{1}{3}} =$ _____.
141. 计算: $(2\sqrt{2})^{-\frac{1}{3}} =$ _____.
142. 计算: $[(-3)^2]^{\frac{3}{2}} =$ _____.
143. 计算: $(-0.027)^{-\frac{2}{3}} =$ _____.
144. 计算: $(-0.001)^{-\frac{4}{3}} =$ _____.
145. 计算: $5^{\frac{4}{5}} \times 125 \times 25^{-0.4} =$ _____.
146. 计算: $(8 + 2 \times 15^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} =$ _____.
147. 计算: $(4 - 12^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} =$ _____.

148. 计算: $(0.25)^{-0.5} + (\frac{1}{27})^{-\frac{1}{3}} - 625^{0.25} =$ _____.

149. 化简: $2x^{-\frac{1}{3}}(\frac{1}{2}x^{\frac{1}{3}} - 2x^{-\frac{2}{3}}) - (-3.5)^0 =$ _____.

150. 化简: $(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}) =$ _____.

151. 化简: $(\frac{b^3}{2a^2}) \div (-\frac{4b^3}{a^{-7}}) \times (-\frac{b^2}{a})^3 =$ _____.

152. 化简: $(2a^{\frac{1}{4}}b^{-\frac{1}{3}})(-3a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}}) \div (-\frac{1}{4}a^{-\frac{1}{4}}b^{-\frac{2}{3}}) =$ _____.

153. 若 $a = 1.5^{-\frac{1}{2}}$, $b = 0.5^{-\frac{1}{2}}$, $c = 1$, 则它们的大小顺序是 ().

A. $a < c < b$

B. $a < b < c$

C. $c < b < a$

D. $b < c < a$

154. 若 $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, 则 $[a^{-\frac{3}{2}}b(ab^{-2})^{-\frac{1}{2}}(a^{-1})^{-\frac{2}{3}}]^3 =$ _____.

155. 若 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 2$, 则:

(1) $a + a^{-1} =$ _____;

(2) $a^2 + a^{-2} =$ _____;

(3) $a^4 + a^{-4} =$ _____.

156. 若 $10^\alpha = 2^{-\frac{1}{2}}$, $10^\beta = \sqrt[3]{32}$, 则 $10^{2\alpha - \frac{3}{4}\beta} =$ _____.

157. 计算: $(\frac{1}{125})^{-\frac{1}{3}} + (-2)^{-2} + (-2)^0$.

158. 计算: $(2\frac{7}{9})^{\frac{1}{2}} - (-0.027)^{-\frac{1}{3}} - (-\sqrt{3})^{-2} + \pi^0$.

159. 计算: $5 - 3 \times [(-3\frac{3}{8})^{-\frac{1}{3}} + 1031 \times (0.25 - 2^{-2})] \div 9^0$.

160. 计算: $(0.027)^{\frac{1}{3}} - (-\frac{1}{6})^{-2} + 256^{0.75} - |-3^{-1}| + (-5.555)^0$.

161. 计算: $(2.25)^{0.5} + (-4.3)^0 - (3\frac{3}{8})^{-\frac{2}{3}} + \frac{3^{-2} - 2^{-2}}{3^{-1} - 2^{-1}}$.

162. 计算: $(0.25)^{-2} + (\frac{8}{27})^{\frac{1}{3}} + (\frac{1}{8})^{-\frac{2}{3}} - (\frac{1}{16})^{-0.75}$.

163. 计算或化简: $\sqrt[3]{m^{\frac{9}{2}} \cdot \sqrt{m^{-3}}} \div \sqrt{\sqrt[3]{m^{-7}}} \cdot \sqrt[3]{m^{13}} (m > 0)$.

164. 计算或化简: $(x - y) \div (x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) - (x + y - 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}) \div (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}) (x > y > 0)$.

165. 计算或化简: $(8y^{-\frac{1}{3}}\sqrt{x^{-\frac{1}{3}}y\sqrt{x^{\frac{4}{3}}}})^{\frac{1}{3}}$.

166. 计算或化简: $\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{2xy}{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}$.

167. 计算或化简: $(5 + \sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15}) \div (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})$.

168. 计算或化简: $(2 + 3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \times (2 + (2 + 3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \times (2 + (2 + (2 + 3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$.

169. 化简: $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$.

170. 化简: $(x^{\frac{a+b}{c-a}})^{\frac{1}{b-c}} \cdot (x^{\frac{x+a}{b-c}})^{\frac{1}{a-b}} \cdot (x^{\frac{b+c}{a-b}})^{\frac{1}{c-a}}$.

171. 化简: $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^{\frac{p+q}{p-q}} \cdot \left[\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{\frac{2p}{p-q}} + \left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{\frac{2q}{p-q}}\right]$.

172. 当 $a = 0.001$ 时, 求 $\frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab} + 4b^{\frac{2}{3}}} \div (1 - 2\sqrt[3]{\frac{b}{a}})$ 的值.

173. 求证: $\frac{1}{1+x^{a-b}+x^{a-c}} + \frac{1}{1+x^{b-c}+x^{b-a}} + \frac{1}{1+x^{c-a}+x^{c-b}} = 1$.

174. 已知幂函数 $f(x)$ 的图像经过点 $(2, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 则 $f(4)$ 的值等于 ().

A. 16

B. $\frac{1}{16}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 2

175. 下列幂函数中, 定义域为 $\{x|x > 0\}$ 的是 ().

A. $y = x^{\frac{2}{3}}$

B. $y = x^{\frac{3}{2}}$

C. $y = x^{-\frac{2}{3}}$

D. $y = x^{-\frac{3}{2}}$

176. 幂函数 $y = x^n (n \in \mathbf{Z})$ 的图像一定不经过 ().

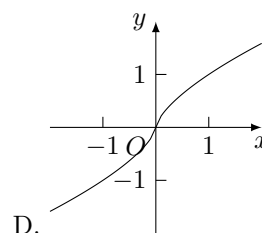
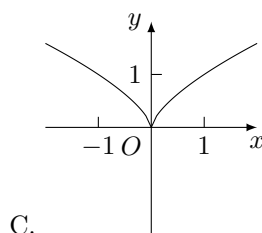
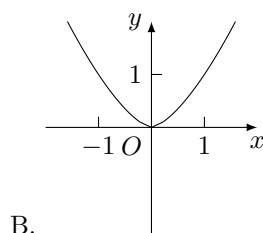
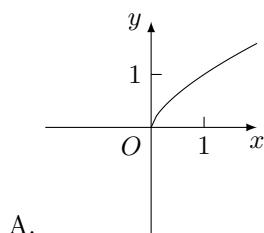
A. 第一象限

B. 第二象限

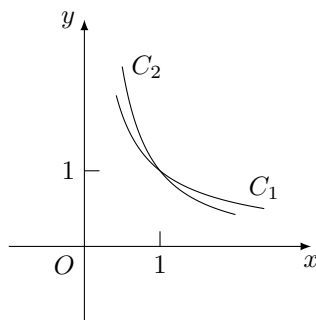
C. 第三象限

D. 第四象限

177. 函数 $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ 的图像是 ().



178. 幂函数 $y = x^m$ 和 $y = x^n$ 在第一象限内的图像 C_1 和 C_2 图像所示, 则 m, n 之间的关系是 ().



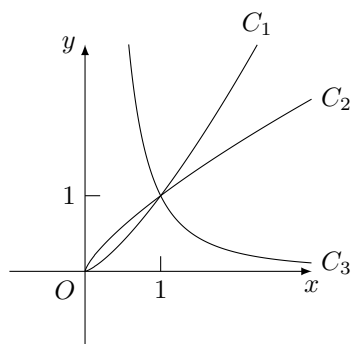
A. $n < m < 0$

B. $m < n < 0$

C. $n > m > 0$

D. $m > n > 0$

179. 图中, C_1, C_2, C_3 为幂函数 $y = x^\alpha$ 在第一象限的图像, 则解析式中的指数 α 依次可以取 ().



A. $\frac{4}{3}, -2, \frac{3}{4}$

B. $-2, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}$

C. $-2, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}$

D. $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, -2$

180. 函数 $y = x^{\frac{5}{6}}$ 的定义域为_____, 值域为_____.

181. 函数 $y = x^{\frac{3}{5}}$ 的定义域为_____, 值域为_____.

182. 函数 $y = x^{\frac{8}{5}}$ 的定义域为_____, 值域为_____.

183. 函数 $y = x^{-\frac{5}{4}}$ 的定义域为_____, 值域为_____.

184. 函数 $y = x^{-\frac{5}{3}}$ 的定义域为_____, 值域为_____.

185. 函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 的定义域为_____, 值域为_____.

186. 函数 $y = -2(x+5)^{-\frac{1}{4}}$ 的定义域为_____, 值域为_____.

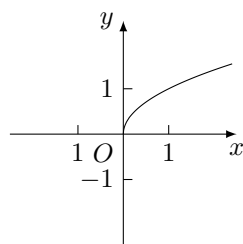
187. 函数 $y = 5(2x-1)^{\frac{3}{4}}$ 的定义域为_____, 值域为_____.

188. 将下列函数图像的标号, 填在相应函数后面的横线上:

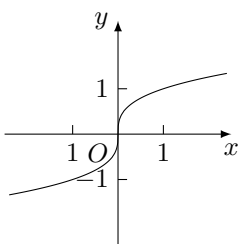
(1) $y = x^{\frac{2}{3}}$: _____; (2) $y = x^{-2}$: _____; (3) $y = x^{\frac{1}{2}}$: _____;

(4) $y = x^{-1}$: _____; (5) $y = x^{\frac{1}{3}}$: _____; (6) $y = x^{\frac{3}{2}}$: _____;

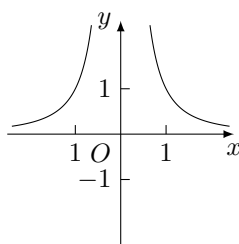
(7) $y = x^{\frac{4}{3}}$: _____; (8) $y = x^{-\frac{1}{2}}$: _____; (9) $y = x^{\frac{5}{3}}$: _____.



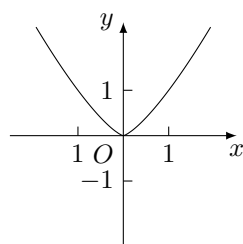
(A)



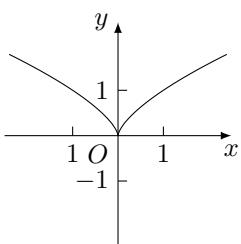
(B)



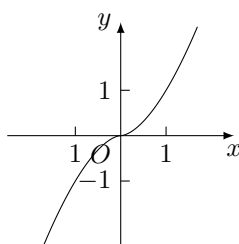
(C)



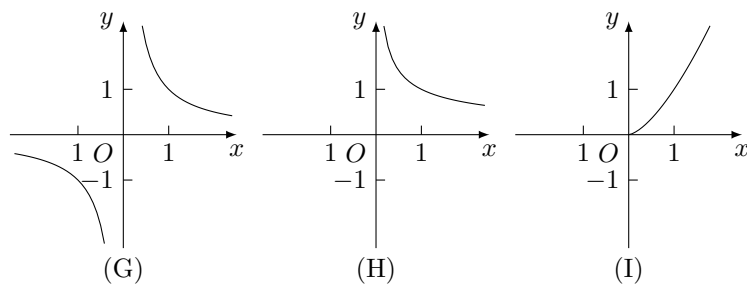
(D)



(E)



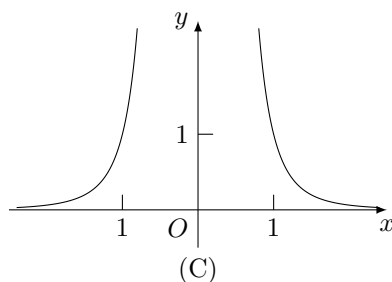
(F)



189. 若幂函数 $y = x^n$ 的图像在 $0 < x < 1$ 时位于直线 $y = x$ 的下方, 则 n 的取值范围是_____.

190. 若幂函数 $y = x^n$ 的图像在 $0 < x < 1$ 时位于直线 $y = x$ 的上方, 则 n 的取值范围是_____.

191. 函数 $f(x) = x^{k^2-2k-3}$ ($k \in \mathbf{Z}$) 的图像如图所示, 则 $k =$ _____.



192. 幂函数 $y = x^p$ 与 $y = x^q$ 的图像都通过定点_____, 它们在第一象限部分关于直线 $y = x$ 对称, 则 p, q 应满足的条件是_____.

193. 若实数 a 满足 $2.4^a > 2.5^a$, 求 a 的取值范围.

194. 若实数 a 满足 $(\frac{3}{4})^{-a} > (\frac{4}{3})^{-a}$, 求 a 的取值范围.

195. 若实数 a 满足 $a^{-2} > 3^{-2}$, 求 a 的取值范围.

196. 若实数 a 满足 $0.01^{-3} > a^{-3}$, 求 a 的取值范围.

197. 将 $2.5^{\frac{2}{3}}, (-1.4)^{\frac{2}{3}}, (-3)^{\frac{1}{3}}$ 从小到大排列:_____.

198. 将 $4.1^{\frac{2}{5}}, 3.8^{-\frac{2}{3}}, (-1.9)^{\frac{3}{5}}$ 从小到大排列:_____.

199. 将 $0.16^{-\frac{3}{4}}, 0.5^{-\frac{3}{2}}, 6.25^{\frac{3}{8}}$ 从小到大排列:_____.

200. 已知函数 $y = x^{n^2-2n-3}$ ($n \in \mathbf{Z}$) 的图像与两坐标轴都无公共点, 且其图像关于 y 轴对称, 求 n 的值, 并画出相应的函数图像.

201. 函数 $y = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$ 为减函数的区间是 ().

A. $(-\infty, -3]$

B. $[-1, +\infty)$

C. $(-\infty, -1]$

D. $[1, +\infty)$

202. 若函数 $y = (2k+1)x + b$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数, 则 ().

A. $k > \frac{1}{2}$

B. $k < \frac{1}{2}$

C. $k > -\frac{1}{2}$

D. $k < -\frac{1}{2}$

203. 若函数 $f(x) = 4x^2 - mx + 5$ 在区间 $[-2, +\infty)$ 上是增函数, 在区间 $(-\infty, -2]$ 上是减函数, 则 $f(1)$ 等于 ().
- A. -7 B. 1 C. 17 D. 25
204. 若函数 $y = x^2 + 2(a-2)x + 5$ 在区间 $(4, +\infty)$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $a \leq -2$ B. $a \geq -2$ C. $a \leq -6$ D. $a \geq -6$
205. 下列函数中, 在区间 $(0, 2)$ 上为增函数的是 ().
- A. $y = -3x + 1$ B. $y = \sqrt[3]{x}$ C. $y = x^2 - 4x + 3$ D. $y = \frac{4}{x}$
206. 若函数 $f(x)$ 在定义域 \mathbf{R} 上为增函数, 且 $f(x) < 0$, 则下列函数在 \mathbf{R} 上为增函数的是 ().
- A. $y = |f(x)|$ B. $y = \frac{1}{f(x)}$ C. $y = [f(x)]^2$ D. $y = [f(x)]^3$
207. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$ 为增函数的区间是_____, 为减函数的区间是_____.
208. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}$ 为增函数的区间是_____.
209. 函数 $y = |3x - 5|$ 为减函数的区间是_____.
210. 函数 $y = |x^2 - 2x - 3|$ 为增函数的区间是_____.
211. 函数 $y = \frac{1-x}{1+x}$ 为减函数的区间是_____.
212. 定义在 $[1, 3]$ 上的函数 $f(x)$ 为减函数, 求满足不等式 $f(1-a) - f(3-a^2) > 0$ 的解集.
213. 已知 $f(x) = -x^3 - x + 1 (x \in \mathbf{R})$, 求证 $y = f(x)$ 在定义域上为减函数.
214. 求证: 函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 在 $(0, 1)$ 上是减函数, 在 $(1, +\infty)$ 上是增函数.
215. 求证: $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x}$ 在定义域上是增函数.
216. 已知常数 m, n 满足 $mn < 2$, 求证: 函数 $f(x) = \frac{mx+1}{2x+n}$ 在 $(-\frac{n}{2}, +\infty)$ 上为减函数.
217. 已知 $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = x^4 + 2x^2 + 2$, 是否存在实数 λ , 使得 $F(x) = g(x) - \lambda f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上是减函数, 在 $(-1, 0)$ 上是增函数? 说明理由.
218. 已知函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数, 又实数 a, b 满足 $a+b \geq 0$, 求证: $f(a)+f(b) \geq f(-a)+f(-b)$.
219. $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R}^+ 的增函数, 且 $f(\frac{x}{y}) = f(x) - f(y)$.
- (1) 求 $f(1)$ 的值;
- (2) 若 $f(6) = 1$, 解不等式 $f(x+3) - f(\frac{1}{x}) < 2$.
220. 若 $f(x) = (m-1)x^2 + 3mx + 3$ 为偶函数, 则 $f(x)$ 在区间 $(-4, 2)$ 上 ().
- A. 是增函数 B. 是减函数
- C. 先是增函数后是减函数 D. 先是减函数后是增函数

221. 函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1+x, & x < 0, \end{cases}$ 则该函数 ().

A. 是奇函数, 但不是偶函数

B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既是奇函数, 也是偶函数

D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

222. 下列函数中既是奇函数, 又在定义域上为增函数的是 ().

A. $f(x) = 3x + 1$

B. $f(x) = \frac{1}{x}$

C. $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$

D. $f(x) = x^3$

223. 若 $f(x)$ 为定义在区间 $[-6, 6]$ 上的偶函数, 且满足 $f(3) > f(1)$, 则恒成立的是 ().

A. $f(-1) < f(3)$

B. $f(0) < f(6)$

C. $f(3) > f(2)$

D. $f(2) > f(0)$

224. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2-|x+2|}$ ().

A. 是奇函数, 但不是偶函数

B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既是奇函数, 又是偶函数

D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

225. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 则下列各点中在函数 $y = f(x)$ 的图像上的点的是 ().

A. $(a, f(-a))$

B. $(-a, -f(a))$

C. $(\frac{1}{a}, -f(\frac{1}{a}))$

D. $(-\sin a, -f(-\sin a))$

226. 若 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且当 $x < 0$ 时, $f(x) = 2x - 3$, 则当 $x > 0$ 时, $f(x) =$ _____.

227. 若奇函数 $f(x)$ 的定义域是 \mathbf{R} , 则 $f(0) =$ _____.

228. 若奇函数 $f(x)$ 在区间 $[-3, -1]$ 上是增函数, 且有最大值 -2 , 则 $f(x)$ 在 $[1, 3]$ 上是_____函数 (填“增”或“减”), 且最小值等于_____.

229. 设 $f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 则 $f(-4)$, $f(-2)$, $f(3)$ 由小到大的排列顺序为_____.

230. 若函数 $f(x) = x^5 + px^3 + qx - 8$ 满足 $f(-2) = 10$, 则 $f(2) =$ ().

A. 10

B. -10

C. -26

D. -18

231. 设 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是奇函数, 且当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x) = x(1 + \sqrt[3]{x})$, 那么当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x) =$ ().

A. $-x(1 + \sqrt[3]{x})$

B. $x(1 + \sqrt[3]{x})$

C. $-x(1 - \sqrt[3]{x})$

D. $x(1 - \sqrt[3]{x})$

232. 若函数 $f(x) = 8 + 2x - x^2$, 记 $g(x) = f(2 - x^2)$, 则 $g(x)$ ().

A. 在 $(-2, 0)$ 上是增函数

B. 在 $(0, 2)$ 上是增函数

C. 在 $(-1, 0)$ 上是减函数

D. 在 $(0, 1)$ 上是减函数

233. 函数 $f(x) = x|x| - 2x$ 是 ().

A. 偶函数, 且在 $(-1, 1)$ 上是增函数

B. 奇函数, 且在 $(-1, 1)$ 上是减函数

C. 偶函数, 且在 $(-1, 1)$ 上是减函数

D. 奇函数, 且在 $(-1, 1)$ 上是增函数

234. 若函数 $y = f(x)$ 是偶函数, 其图像与 x 轴有四个交点, 则方程 $f(x) = 0$ 的所有实数根之和为 ().

A. 4

B. 2

C. 1

D. 0

235. 函数 $f(x) = \frac{x}{2^{1+x} + 2^{1-x}}$ ().

A. 是奇函数, 但不是偶函数

B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既是奇函数, 又是偶函数

D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

236. 已知奇函数 $f(x)$ 在 $x > 0$ 时的表达式为 $f(x) = 2x - \frac{1}{2}$, 则当 $x \leq -\frac{1}{4}$ 时, 恒有 ().

A. $f(x) > 0$

B. $f(x) < 0$

C. $f(x) - f(-x) \leq 0$

D. $f(x) - f(-x) > 0$

237. $f(x) + f(2-x) + 2 = 0$ 对任何实数 x 都成立, 则 $f(x)$ 的图像 ().

A. 关于直线 $x = 1$ 成轴对称图形

B. 关于直线 $x = 2$ 成轴对称图形

C. 关于点 $(1, -1)$ 成中心对称图形

D. 关于点 $(-1, 1)$ 成中心对称图形

238. 已知 $f(x), g(x)$ 都是定义在 \mathbf{R} 上的函数, $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数, 且 $f(x) \cdot g(x)$ 恒不为 0, 判断下列函数的奇偶性: (1) $f(x) + g(x)$: _____; (2) $f(x) \cdot g(x)$: _____; (3) $f[f(x)]$: _____; (4) $f[g(x)]$: _____; (5) $g[f(x)]$: _____; (6) $g[g(x)]$: _____.

239. 判断函数 $f(x) = 5$ 的奇偶性: _____.

240. 判断函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{1 - x^2}$ 的奇偶性: _____.

241. 判断函数 $f(x) = x^2 - 2x^2 + 3$ 的奇偶性: _____.

242. 判断函数 $x \in [-4, 4)$ 的奇偶性: _____.

243. 判断函数 $f(x) = |3x + 2| - |3x - 2|$ 的奇偶性: _____.

244. 判断函数 $f(x) = \frac{x^2(x-1)}{x-1}$ 的奇偶性: _____.

245. 判断函数 $f(x) = \frac{1}{2}[g(x) - g(-x)]$ 的奇偶性: _____.

246. 求证: 函数 $f(x) = \frac{x+1+\sqrt{1+x^2}}{x-1+\sqrt{1+x^2}}$ 是奇函数.

247. 求证: 函数 $f(x) = \begin{cases} x(1-x), & x > 0, \\ x(1+x), & x < 0 \end{cases}$ 是奇函数.

248. 已知奇函数 $f(x)$ 在定义域 $(-l, l)$ 上是减函数, 求满足 $f(1-m) + f(1-m^2) < 0$ 的实数 m 的取值范围.

249. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数. 求不等式 $f(2x+5) < f(x^2+2)$ 的解集.

250. 是否存在既是奇函数又是偶函数的函数? 说明理由

251. 求证: 定义域为 $(-l, l)$ 的任何函数都能表示成一个奇函数与一个偶函数之和.

252. 下列函数中有反函数的是 ().

A. $y = 3 + \sqrt{x^2 + 5}$ B. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ C. $y = \sqrt[3]{2x - 1} + 2$ D. $y = \begin{cases} x^2 - 3, & x \geq 0, \\ 3x, & x < 0 \end{cases}$

253. 函数 $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3} (x \leq 1)$ 的反函数的定义域是 ().

A. $[0, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(-\infty, 1]$ D. $[\sqrt{2}, +\infty)$

254. 设 $f(x) = \frac{2x+1}{4x+3} (x \in \mathbf{R}, \text{ 且 } x \neq -\frac{3}{4})$, 则 $f^{-1}(2)$ 的值等于 ().

A. $-\frac{5}{6}$ B. $-\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{5}{11}$

255. 函数 $y = x^2 + 2x (x < -1)$ 的反函数是 ().

A. $y = \sqrt{x+1} - 1 (x < -1)$ B. $y = \sqrt{x+1} - 1 (x > -1)$
C. $y = -\sqrt{x+1} - 1 (x < -1)$ D. $y = -\sqrt{x+1} - 1 (x > -1)$

256. 若函数 $y = g(x)$ 的图像与函数 $f(x) = (x-1)^2 (x \leq 1)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称. 则 $g(x)$ 的表达式是 ().

A. $g(x) = 1 - \sqrt{x} (x \geq 0)$ B. $g(x) = 1 + \sqrt{x} (x \geq 0)$
C. $g(x) = \sqrt{1-x} (x \leq 1)$ D. $g(x) = \sqrt{1+x} (x \geq -1)$

257. 函数 $y = \frac{ax+b}{cx+1} (a \neq bc)$ 的反函数是 $y = \frac{x+2}{3x+1}$, 则的 a, b, c 值依次为 ().

A. 1, -2, -3 B. -1, 2, 3 C. -1, 2, -3 D. 1, 2, 3

258. 若函数 $f(x) = \frac{x-2}{x+m}$ 的反函数 $f^{-1}(x) = f(x)$, 则 m 的值是 ().

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

259. 若函数 $f(x)$ 的图像经过点 $(0, -1)$, 则函数 $f(x+4)$ 的反函数的图像必经过点 ().

A. $(-1, 4)$ B. $(-4, -1)$ C. $(-1, -4)$ D. $(1, -4)$

260. 已知函数 $y = -\sqrt{1-x^2}$ 的反函数是 $y = -\sqrt{1-x^2}$, 则原函数的定义域“最大”可以是_____.

261. 已知函数 $y = \frac{1}{3}x + m$ 与 $y = nx - 6$ 互为反函数, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

262. 若点 $(1, 2)$ 既在函数 $y = \sqrt{ax+b}$ 的图像上. 又在其反函数的图像上, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

263. 若 $y = \frac{1+x}{1-x} (x \neq 1)$, 则其反函数 $f^{-1}(x) =$ _____.

264. 若 $f(x) = x^{\frac{2}{3}} (x \leq 0)$, 则其反函数 $f^{-1}(x) =$ _____.

265. 若 $f(x) = -\sqrt{1-x^2} (0 \leq x \leq 1)$, 则其反函数 $f^{-1}(x) =$ _____.

266. 若 $f(x) = \sqrt{x^2-4} (x \leq -2)$, 则其反函数 $f^{-1}(x) =$ _____.

267. 若 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ -3x, & x > 0, \end{cases}$ 则其反函数 $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

268. 若 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1-x, & -1 \leq x < 0, \end{cases}$ 则其反函数 $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

269. 若 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \geq 0, \\ 2x - 1, & x < 0, \end{cases}$ 则其反函数 $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

270. 已知函数 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$, $g(x) = f^{-1}(-x)$, 则 $g(x)$ ().

A. 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数

B. 在 $(-\infty, -1)$ 上是增函数

C. 在 $(1, +\infty)$ 上是减函数

D. 在 $(-\infty, -1)$ 上是减函数

271. 若函数 $y = \sqrt{x-m}$ 与其反函数的图像有公共点, 则 m 的取值范围是 ().

A. $m \geq \frac{1}{4}$

B. $m \leq \frac{1}{4}$

C. $m \geq 0$

D. $m \leq 0$

272. 已知 $y = g(x)$ 是函数 $y = f(x)$ 的反函数, 又 $y = h(x)$ 与 $y = g(x)$ 的图像关于原点 $O(0,0)$ 对称, 则 $h(x)$ 的表达式是 ().

A. $y = f^{-1}(x)$

B. $y = -f^{-1}(x)$

C. $y = f^{-1}(-x)$

D. $y = -f^{-1}(-x)$

273. 若幂函数 $f(x)$ 是奇函数, 则 $f^{-1}(1) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f^{-1}(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

274. 若 $f(x) = \frac{2x-1}{x+a}$ 存在反函数, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

275. 若 $f(x) = 2x^2 - 4x + 9 (x \geq 1)$, 且满足 $f^{-1}(a+1) = 3$, 则 $f(a) = \underline{\hspace{2cm}}$.

276. 已知定义域为 $(-\infty, 0]$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x-1) = x^2 - 2x$, 则 $f^{-1}(-\frac{1}{2}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

277. 求函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x > 0, \\ x-1, & x < 0 \end{cases}$ 的反函数, 并作出其反函数的图像.

278. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x + 1$.

(1) 若函数的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 这个函数有没有反函数?

(2) 若函数的定义域是 $[0, +\infty)$, 求其反函数;

(3) 若函数的定义域是 $(-\infty, -1]$, 求其反函数.

279. 若关于 x 的方程 $x^2 + 2(m+3)x + 2m + 14 = 0$ 有两个实数根, 且一个比 4 大, 另一个比 4 小, 求实数 m 的取值范围.

280. 若关于 x 的方程 $x^2 + 2mx - (m-12) = 0$ 的两根都大于 2, 求实数 m 的取值范围.

281. 若关于 x 的方程 $7x^2 - (m+13)x + m^2 - m - 2 = 0$ 的两实数根 α, β 满足 $0 < \alpha < 1 < \beta < 2$, 求实数 m 的取值范围.

282. 若关于 x 的方程 $2x^2 - 3x + 2m = 0$ 的两根均在 $[-1, 1]$ 之间, 求实数 m 的取值范围.

283. 若关于 x 的方程 $x^2 + 2mx + 2m^2 - 1 = 0$ 至少有一负根, 求实数 m 的取值范围.

284. 若在区间 $[-2, 2]$ 内恰有一个 x 的值满足方程 $2mx^2 - x - 1 = 0$, 求实数 m 的取值范围.

285. 若关于 x 的方程 $x^2 + x = m + 1$ 在 $0 < x \leq 1$ 内有解, 求实数 m 的取值范围.

286. 就实数 k 的取值讨论下列关于 x 的方程解的情况:

(1) $x^2 + 2|x| - k = 0$;

(2) $|x^2 - 2x - 3| = k$.

287. 将下列各数从小到大排列: $(\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}}, (\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}}, (\frac{2}{5})^{\frac{1}{2}}, 3^{\frac{1}{3}}, (\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}, (-2)^3, (\frac{5}{3})^{-\frac{1}{3}}$.

解答在这里 (1) 与零比, 负数有 $(-2)^3$. (2) 与 1 比, 小于 1 的数有 $(\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}}, (\frac{2}{5})^{\frac{1}{2}}, (\frac{5}{3})^{-\frac{1}{3}}$. 利用幂函数 $x^{\frac{1}{2}}$ 的性质, 得 $(\frac{2}{5})^{\frac{1}{2}} < (\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}}$, 再利用指数函数 $(\frac{3}{5})^x$ 的性质, 得 $(\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}} < (\frac{3}{5})^{\frac{1}{3}} = (\frac{5}{3})^{-\frac{1}{3}}$, 所以 $(\frac{2}{5})^{\frac{1}{2}} < (\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}} < (\frac{5}{3})^{-\frac{1}{3}}$; (3) 与 1 比, 大于 1 的数有 $(\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}}, 3^{\frac{1}{3}}, (\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}$. 利用指数函数 $(\frac{3}{2})^x$ 的性质, 得 $(\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}} = (\frac{3}{2})^{\frac{1}{3}} < (\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}$. 再利用幂函数 $x^{\frac{2}{3}}$ 的性质, 得 $(\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}} < (\sqrt{3})^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{1}{3}}$, 所以 $(\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}} < (\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}} < 3^{\frac{1}{3}}$. 综上所述, 得 $(-2)^3 < (\frac{2}{5})^{\frac{1}{2}} < (\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}} < (\frac{5}{3})^{-\frac{1}{3}} < (\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}} < (\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}} < 3^{\frac{1}{3}}$.

288. 求函数 $y = (\frac{1}{2})^{-x^2+2x}$ 为增函数的区间.

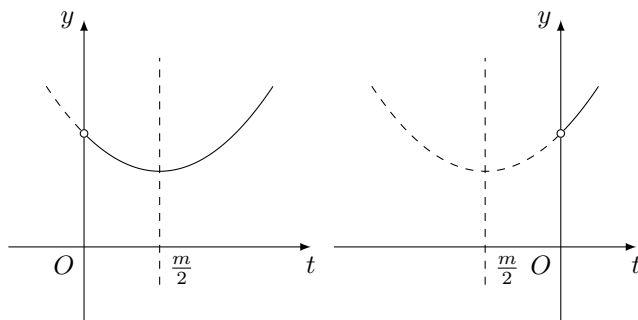
解答在这里, 解法一因为 $0 < \frac{1}{2} < 1$, 所以 $-x^2 + 2x$ 为减函数的区间为 $[1, +\infty)$, 也就是 y 为增函数的区间.

解法二因为 $y = (\frac{1}{2})^{-x^2+2x} = 2^{x^2-2x} = 2^{(x-1)^2-1}$, 所以 y 为增函数的区间就是 $x^2 - 2x$ 为增函数的区间, 即 $[1, +\infty)$.

289. 求函数 $y = 9^x - m \cdot 3^x + 1$ 的最小值.

解答在这里令 $t = 3^x$ 则函数为 $y = t^2 - mt + 1 = (t - \frac{m}{2})^2 + 1 - \frac{m^2}{4}$, 其图像的对称轴方程为 $t = \frac{m}{2}$. (1)

如下图左, 若 $\frac{m}{2} > 0$, 则当 $t = \frac{m}{2}$ 时, $y_{\min} = 1 - \frac{m^2}{4}$.



(2) 如上图右, 若 $\frac{m}{2} \leq 0$, 则由于 $t > 0$, 函数无最小值.

290. 填写下表:

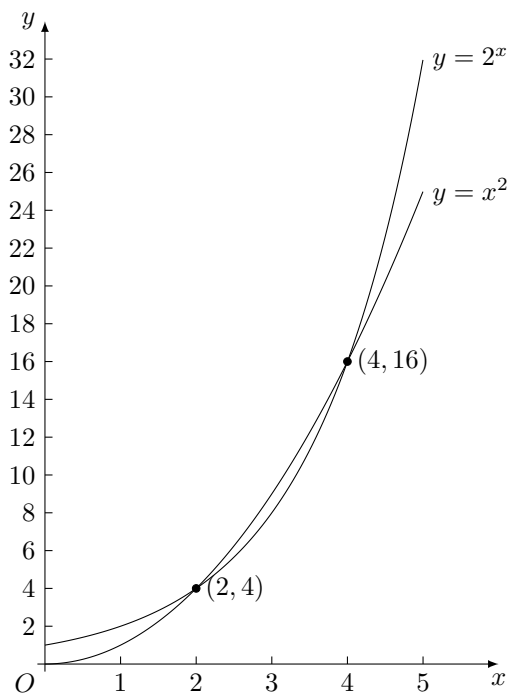
x	$f(x) = x^2$	$f(x) - f(x-1)$	$g(x) = 2^x$	$g(x) - g(x-1)$
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

(1) 比较 $f(x) = x^2$ 与 $g(x) = 2^x$ 的函数值的大小;

(2) 比较 $f(x) = x^2$ 与 $g(x) = 2^x$ 的函数值递增的快慢. 解答在这里, 经计算得下表:

x	$f(x) = x^2$	$f(x) - f(x-1)$	$g(x) = 2^x$	$g(x) - g(x-1)$
0	0		1	
1	1	1	2	1
2	2	1	4	2
3	9	7	8	4
4	16	7	16	8
5	25	9	32	16
6	36	11	64	32
7	49	13	128	64
8	64	15	256	128
9	81	17	512	256
10	100	19	1024	512

并描点得出函数 $f(x) = x^2$ 与 $g(x) = 2^x$ 在同一个平面直角坐标系下的图像如图所示.



由表和图知:

(1) 当 $0 < x < 2$ 时, $g(x) > f(x)$; 当 $2 < x < 4$ 时, $f(x) > g(x)$; 当 $x > 4$ 时, $g(x) > f(x)$; 当 $x = 2$ 或 $x = 4$ 时, $f(x) = g(x)$. (2) 当 $x > 4$ 时, $f(x) = x^2$ 的函数值递增的速度较 $g(x) = 2^x$ 慢.

291. 已知函数 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = 1.5^x$, $h(x) = x^{1.5}$, 试用数值计算比较三个函数在 $[0, +\infty)$ 上的函数值的大小、图像递增的快慢. 并说明在函数图像上的表现. 解列表并计算得:

x	$f(x) = 2x + 1$	$f(x) - f(x - 1)$	$g(x) = 1.5^x$	$g(x) - g(x - 1)$	$h(x) = x^{1.5}$	$h(x) - h(x - 1)$
0	1		1		0	
1	3	2	1.5	0.5	1	1
2	5	2	2.25	0.75	2.82842712	1.82842712
3	7	2	3.375	1.125	5.19615242	2.3677253
4	9	2	5.0625	1.6875	8	2.80384758
5	11	2	7.59375	2.53125	11.1803399	3.18033989
6	13	2	11.390625	3.796875	14.6969385	3.51659857
7	15	2	17.085938	5.6953125	18.5202592	3.82332072
8	17	2	25.628906	8.5429688	22.627417	4.10715782
9	19	2	38.443359	12.814453	27	4.372583
10	21	2	57.665039	19.22168	31.6227766	4.6227766
11	23	2	86.497559	28.83252	36.4828727	4.86009609
12	25	2	129.74634	43.248779	41.5692194	5.08634669
13	27	2	194.61951	64.873169	46.8721666	5.3029472

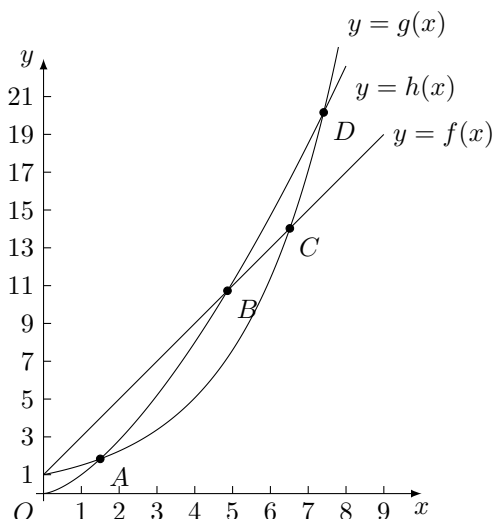
x	$f(x) = 2x + 1$	$f(x) - f(x - 1)$	$g(x) = 1.5^x$	$g(x) - g(x - 1)$	$h(x) = x^{1.5}$	$h(x) - h(x - 1)$
14	29	2	291.92926	97.309753	52.3832034	5.51103683
15	31	2	437.89389	145.96463	58.0947502	5.71154678
16	33	2	656.84084	218.94695	64	5.90524981
17	35	2	985.26125	328.42042	70.0927956	6.09279564
18	37	2	1477.8919	492.63063	76.3675324	6.27473673
19	39	2	2216.8378	738.94594	82.8190799	6.45154756
20	41	2	3325.2567	1108.4189	89.4427191	6.62363917
21	43	2	4987.8851	1662.6284	96.2340896	6.79137049
22	45	2	7481.8276	2493.9425	103.189147	6.95505712
23	47	2	11222.741	3740.9138	110.304125	7.11497832
24	49	2	16834.112	5611.3707	117.575508	7.27138262
25	51	2	25251.168	8417.0561	125	7.42449235
26	53	2	37876.752	12625.584	132.574507	7.57450735
27	55	2	56815.129	18938.376	140.296115	7.72160806
28	57	2	85222.693	28407.564	148.162073	7.86595801
29	59	2	127834.04	42611.346	156.169779	8.00770599
30	61	2	191751.06	63917.02	164.316767	8.14698784
...

得点 A, B, C, D 的横坐标分别约为 1.5, 4.8, 6.5, 7.4, 记作 x_A, x_B, x_C, x_D .

(1) 三个函数的函数值的大小情况如下:

- ① 当 $0 < x < x_A$ 时, $f(x) > g(x) > h(x)$; ② 当 $x_A < x < x_B$ 时, $f(x) > h(x) > g(x)$; ③ 由 $x_B < x < x_C$ 时, $h(x) > f(x) > g(x)$; ④ 当 $x_C < x < x_D$ 时, $h(x) > g(x) > f(x)$; ⑤ 当 $x_D < x$ 时, $g(x) > h(x) > f(x)$; ⑥ 当 $x = x_A$ 时, $f(x) > g(x) = h(x)$; ⑦ 当 $x = x_B$ 时, $f(x) = h(x) > g(x)$; ⑧ 当 $x = x_C$ 时, $f(x) = g(x) < h(x)$; ⑨ 当 $x = x_D$ 时, $f(x) < g(x) = h(x)$.

(2) 它们在同一个平面直角坐标系下的图像如图 14 所示.



由表格及图像可看出, 三个函数的函数值变化及相应增量规律为: 随着 x 的增大, 直线型均匀上升, 增量恒定; 指数型急剧上升, 在区间 $[0, +\infty)$ 上递增增量快速增大; 幂函数型虽上升较快, 但随着 x 的不断增大上升趋势远不如指数型, 几乎微不足道, 其增量缓慢递增.

292. 已知函数 $f(x) = 4 + a^{x-1}$ 的图像恒过记点 P , 则点 P 的坐标是 ().

- A. (1, 5) B. (1, 4) C. (0, 4) D. (4, 0)

293. 下列函数中, 值域为 $(0, +\infty)$ 的函数是 ().

- A. $y = (\frac{1}{8})^{2-x}$ B. $y = \sqrt{1-3^x}$ C. $y = \sqrt{(\frac{1}{3})^x - 1}$ D. $y = 2^{\frac{1}{3-x}}$

294. 若 $0 < a < 1$, 记 $m = a^{-1}$, $n = a^{-\frac{4}{3}}$, $p = a^{-\frac{1}{3}}$, 则 m, n, p 的大小关系是 ().

- A. $m < n < p$ B. $m < p < n$ C. $n < m < p$ D. $p < m < n$

295. 下列函数式中, 满足 $f(x+1) = 2f(x)$ 的 $f(x)$ 是 ().

- A. $\frac{1}{2}(x+1)$ B. $x + \frac{1}{4}$ C. 2^x D. 2^{-x}

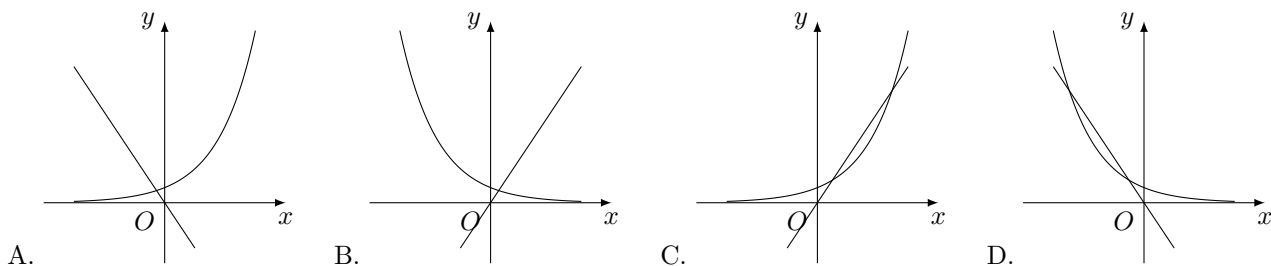
296. 若 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$. 则下列关系式中不正确的是 ().

- A. $[g(x)]^2 - [f(x)]^2 = 1$ B. $f(2x) = 2f(x) \cdot g(x)$
C. $g(2x) = [f(x)]^2 + [g(x)]^2$ D. $f(-x)g(x) = f(x)g(-x)$

297. 若 $a > b$ 且 $ab \neq 0$. 则在① $a^2 > b^2$, ② $2^a > 2^b$, ③ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, ④ $a^{\frac{1}{3}} > b^{\frac{1}{3}}$, ⑤ $(\frac{1}{3})^a < (\frac{1}{3})^b$ 这五个关系式中, 恒成立的有 ().

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

298. 在同一平面直角坐标系中, 函数 $f(x) = ax$ 与 $g(x) = a^x$ 的图像可能是 ().



299. 下列各式中, 正确的是 ().

- A. $(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$ B. $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}$ C. $(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}$ D. $(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$

300. 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 而 $f(a^x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围是 ().

- A. $(0, 1)$ B. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

301. 函数 $y = (\frac{1}{2})^{\sqrt{-x^2+x+x}}$ 为增函数的区间是 ().

- A. $[-1, \frac{1}{2}]$ B. $(-\infty, -1]$ C. $[2, +\infty)$ D. $[\frac{1}{2}, 2]$

302. 若函数 $f(x) = (a^2 - 1)^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数, 则 a 的取值范围是 ().

- A. $|a| > 1$ B. $|a| < \sqrt{2}$ C. $a > \sqrt{2}$ D. $1 < |a| < \sqrt{2}$

303. 若函数 $f(x) = a^x - (b+1)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图像在第一、三、四象限, 则必有 ().

- A. $0 < a < 1$ 且 $b > 0$ B. $0 < a < 1$ 且 $b < 0$ C. $a > 1$ 且 $b < 1$ D. $a > 1$ 且 $b > 0$

304. 用不等号 “>” 或 “<” 填空: (1) $1.2^{0.3}$ _____ 1;

(2) $0.3^{5.1}$ _____ 1;

(3) $(\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}}$ _____ $(\frac{3}{2})^{-\frac{1}{3}}$;

(4) $9^{\frac{1}{3}}$ _____ $3^{\frac{4}{3}}$;

(5) $2^{\frac{2}{3}}$ _____ $3.6^{-\frac{3}{4}}$;

(6) 0.8^{-2} _____ $(\frac{5}{3})^{-\frac{1}{2}}$.

305. 将下列各数从小到大排列: (1) $0.9^{\frac{3}{4}}, 1.2^{\frac{3}{4}}, 1$: _____;

(2) $2.5^{\frac{2}{3}}, (-1.4)^{\frac{2}{3}}, (-3)^{\frac{1}{3}}$: _____;

(3) $4.1^{\frac{2}{3}}, 3.8^{-\frac{2}{3}}, (-1.9)^{\frac{3}{5}}$: _____.

306. 根据条件确定实数 x 的取值范围:

(1) $2^x > 0.5$: _____;

(2) $2^x < 1$: _____;

(3) $0.2^{2x-1} > \frac{1}{25}$: _____;

(4) $8 < (\frac{1}{2})^{2x+1}$: _____;

(5) $(a^2 + a + 2)^x > (a^2 + a + 2)^{1-x}$: _____;

(6) $(\frac{1}{2})^{x^2+x-2} < 1$: _____.

307. 函数 $f(x) = \sqrt{1 - 6x^2 + x - 2}$ 的定义域是_____.
308. 若函数 $f(x)$ 的定义域是 $(0, 1)$, 则函数 $f(2^{-x})$ 的定义域是_____, $f(3 \times 9^x + 2 \times 3^x)$ 的定义域是_____.
309. 函数 $y = 3^{x^2 - 3x - 2}$ 为增函数的区间是_____.
310. 函数 $y = (0.2)^{x^2 - 6x + 9}$ 为增函数的区间是_____.
311. 函数 $y = 2^{-|x|}$ 为增函数的区间是_____.
312. 函数 $y = (\frac{1}{2})^{|1+2x|}$ 为增函数的区间是_____, 为减函数的区间是_____.
313. 若函数 $y = (\frac{1}{2})^{(m^2-1)x}$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 为减函数, 则实数 m 的取值范围是_____.
314. 若 $1 \leq x \leq 2$, 则函数 $y = (\frac{1}{2})^{x^2 - 6x + 10}$ 的最大值为_____.
315. 函数 $f(x) = a^{2x} - 3a^x + 2$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的最小值为_____.
316. 对于函数 $y = a^{x^2-4}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$):
- (1) 若 $0 < a < 1$, 则 y 有最大值_____;
 - (2) 若 $a > 1$, 则 y 有最小值_____.
317. 函数 $f(x) = \frac{1}{3^x - 1}$ 的值域是_____.
318. 函数 $f(x) = \frac{3^x}{3^x + 1}$ 的值域是_____.
319. 若关于 x 的方程 $5^x = \frac{a+3}{5-a}$ 有负根, 则实数 a 的取值范围是_____.
320. 若 $0 < a < 1$, $x > y > 1$, 则 a^x, x^a, a^y, y^a 从小到大的排列顺序是_____.
321. 若 $0.9 < a < 1$, 则 a, a^a, a^{a^a} 从小到大的排列顺序是_____.
322. 已知 $f(x) = a^{2x^2-3x+1}$, $g(x) = a^{x^2+2x-5}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 确定 x 的取值范围, 使得 $f(x) > g(x)$.
323. 若 $f(x) = a + \frac{1}{4^x + 1}$ 是奇函数, 求常数 a 的值.
324. 若 $f(x) = x^2(\frac{1}{a^x - 1} + m)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 为奇函数, 求常数 m 的值.
325. 已知函数 $f(x) = (\frac{1}{2^x - 1} + \frac{1}{2})x^3$.
- (1) 求函数的定义域;
 - (2) 讨论 $f(x)$ 的奇偶性;
 - (3) 求证: $f(x) > 0$.
326. 已知 $f(x) = \frac{a^x - 1}{a^x + 1}$ ($a > 1$).
- (1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;
 - (2) 求函数 $f(x)$ 的值域;
 - (3) 求证: $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数.

327. 若 $0 \leq x \leq 2$, 求函数 $y = 4^{x-\frac{1}{2}} - 3 \cdot 2^x + 5$ 的最大值和最小值.

328. 若函数 $f(x) = a^{2x} + 2a^x - 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 在 $[-1, 1]$ 上的最大值为 14, 求实数 a 的值.

329. 已知函数 $f(x) = \frac{a}{a^2 - 2}(a^x - a^{-x})$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数, 求实数 a 的取值范围.

330. 已知 $(a+1)^{-\frac{1}{3}} < (3-2a)^{-\frac{1}{3}}$, 求实数 a 的取值范围.

331. 已知集合 $M = \{x | (x+1)^2 \leq 1\}$, $P = \{y | y = 4^x - a \cdot 2^{x+1} + 1, x \in M, \frac{3}{4} < a \leq 1\}$, 且全集 $U = \mathbf{R}$, 求 $\complement_U(M \cup P)$.

332. 求方程 $x^{\frac{1}{3}} + 2^x = 0$ 的实根个数.

333. 求关于 x 的方程 $a^x + 1 = -x^2 + 2x + 2a$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的实数解的个数.

334. 在同一个平面直角坐标系中, 作出 $t(x) = 0.5x$ 与 $g(x) = 0.2 \times 2^x$ 的图像, 并比较它们的增长情况.

335. 某地区不同身高的未成年男性的体重平均值如下表 (身高: cm; 体重: kg):

身高	60	70	80	90	100	110
体重	6.13	7.90	9.99	12.15	15.02	17.05
身高	120	130	140	150	160	170
体重	20.92	26.86	31.11	38.85	47.25	55.05

为了揭示未成年男性的身高与体重的规律, 甲选择了模型 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$), 乙选择了模型 $y = ba^x$ ($a > 1$), 其中 y 表示体重, x 表示身高. 你认为谁选择的模型较好?

336. 用计算器计算并填写下表:

x	$f(x) = x^{\frac{1}{2}}$	$g(x) = x^{0.6}$	$h(x) = 2.1^x$	$s(x) = 2.2^x$
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

从表中变化的现象可以归纳出哪些函数递增的规律?

(1) 幂函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 之间比较得出的规律; (2) 指数函数 $h(x)$ 与 $s(x)$ 之间比较得出的规律; (3) 幂函数 $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ 与指数函数 $h(x)$ 之间比较得出的规律

337. 求 $\log_9 27$ 的值.

解答在这里设 $\log_9 27 = x$, 根据对数的定义有 $9^x = 27$. 即 $3^{2x} = 3^3$, 所以 $2x = 3, x = \frac{3}{2}$, 即 $\log_9 27 = \frac{3}{2}$.

注意 $\log_a N$ 的定义至关重要, 它始终是解对数问题的首要手段. 根据定义, 显然有 $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$,

$\log_a a^m = m, a^{\log_a N} = N (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1, N > 0)$. 学习了换底公式后, 本例还可按以下方法求值:

$$\log_9 27 = \frac{\log_3 27}{\log_3 9} = \frac{3 \log_3 3}{2 \log_3 3} = \frac{3}{2}, \text{ 或 } \log_9 27 = \log_{3^2} 3^3 = \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2}.$$

338. 设 $3^a = 4^b = 36$, 求 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的值.

解答在这里对已知条件取以 6 为底的对数, 得 $\frac{2}{a} = \log_6 3, \frac{1}{b} = \log_6 2$, 于是 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = \log_6 3 + \log_6 2 = \log_6 6 = 1$.

339. 已知 $x = a^{\frac{1}{1-\log_a y}}, y = a^{\frac{1}{1-\log_a z}}$ 求证: $z = a^{\frac{1}{1-\log_a x}}$.

解答在这里由 $x = a^{\frac{1}{1-\log_a y}}$, 得 $\log_a x = \frac{1}{1-\log_a y}$. 同理 $\log_a y = \frac{1}{1-\log_a z}$, 代入上式, 消去 $\log_a y$, 得

$$\log_a x = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \log_a z}} = \frac{1 - \log_a z}{- \log_a z}, \text{ 即 } \log_a z = \frac{1}{1 - \log_a x}, \text{ 所以 } z = a^{\frac{1}{1-\log_a x}}.$$

340. 已知 $\log_{12} 27 = a$, 求 $\log_6 16$. 解答在这里由已知, 得 $a = \log_{12} 27 = \frac{\log_3 27}{\log_3 12} = \frac{3}{1 + 2 \log_3 2}$, 所以 $\log_3 2 = \frac{3-a}{2a}$. 于是 $\log_6 16 = \frac{\log_3 16}{\log_3 6} = \frac{4 \log_3 2}{1 + \log_3 2} = \frac{4(3-a)}{3+a}$.

341. 若 $a = b^2 (b > 0, b \neq 1)$, 则有 ().

A. $\log_2 a = b$

B. $\log_2 b = a$

C. $\log_a b = 2$

D. $\log_b a = 2$

342. 若 $\log_x \sqrt[7]{y} = z$, 则 x, y, z 之间满足 ().

A. $y^7 = x^z$

B. $y = x^{7z}$

C. $y = 7x^z$

D. $y = z^{7x}$

343. $2^{\log_4 3}$ 的值等于 ().

A. 3

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

344. $\log_a b \cdot \log_3 a = 5$, 则 $b =$ ().

A. a^3

B. a^5

C. 3^5

D. 5^3

345. 若点 $P(\lg a, \lg b)$ 关于 x 轴的对称点的坐标是 $(0, -1)$, 则 a 和 b 的值是 ().

A. $a = 1, b = 10$

B. $a = 1, b = \frac{1}{10}$

C. $a = 10, b = 1$

D. $a = \frac{1}{10}, b = 1$

346. 给出下列四个式子 (已知 $a > 0, a \neq 1, x > y > 0$): ① $\log_a x \cdot \log_a y = \log_a (x + y)$; ② $\log_a x + \log_a y = \log_a (x + y)$; ③ $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$; ④ $\log_a (x - y) = \frac{\log_a x}{\log_a y}$. 其中正确的有 ().

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

347. 若 $m > 0$, 且 $10^x = \lg(10m) + \lg \frac{1}{m}$, 则 x 的值为 ().
- A. 2 B. 1 C. 0 D. -1
348. 若 $\lg x = a$, $\lg y = b$, 则 $\lg \sqrt{x} - \lg(\frac{y}{10})^2$ 的值等于 ().
- A. $\frac{1}{2}a - 2b - 2$ B. $\frac{1}{2}a - 2b + 2$ C. $\frac{1}{2}a - 2b - 1$ D. $\frac{1}{2}a - 2b + 1$
349. 如果方程 $\lg^2 x + (\lg 2 + \lg 3) \lg x + \lg 2 \cdot \lg 3 = 0$ 的两个根为 x_1, x_2 , 那么 $x_1 \cdot x_2$ 的值为 ().
- A. $\lg 2 \cdot \lg 3$ B. $\lg 2 + \lg 3$ C. $\frac{1}{6}$ D. -6
350. 若 $x = t^{\frac{1}{t-1}}$, $y = t^{\frac{t}{t-1}}$ ($t > 0$, $t \neq 1$), 则 x, y 之间的关系是 ().
- A. $y^x = x^{\frac{1}{y}}$ B. $y^{\frac{1}{x}} = x^y$ C. $y^x = x^y$ D. $x^x = y^y$
351. 若 $\log_8 x = -\frac{2}{3}$, 则 $x =$ _____.
352. 若 $\log_x 27 = \frac{3}{4}$, 则 $x =$ _____.
353. 若 $\log_2(\log_5 x) = 0$, 则 $x =$ _____.
354. 若 $\log_2(\lg x) = 1$, 则 $x =$ _____.
355. 若 $\log_2[\log_3(\log_5 x)] = 0$, 则 $x =$ _____.
356. 若 $\log_2[\log_3(\log_4 x)] = \log_3[\log_4(\log_2 y)] = \log_4[\log_2(\log_3 z)] = 0$. 则 $x + y + z =$ _____.
357. 计算: $2^{\log_4(2-\sqrt{3})^2} + 3^{\log_9(2+\sqrt{3})^2} =$ _____.
358. 计算: $2^{1+\frac{1}{2}\log_2 5} =$ _____.
359. 计算: $9^{\log_3 2} =$ _____.
360. 计算: $5^{3-2\log_{25} 125} =$ _____.
361. 计算: $\log_{(2-\sqrt{3})}(7+4\sqrt{3}) =$ _____.
362. 计算: $\log_6(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}) =$ _____.
363. 计算: $(2+\sqrt{3})^{-1} - \log_{(2+\sqrt{3})}(7+4\sqrt{3}) =$ _____.
364. 计算: $-2^2 \div (-\frac{27}{8})^{-\frac{1}{3}} - (0.7)^{\lg 1} + \log_3 \frac{1}{4} + \log_3 12 =$ _____.
365. 若 $3^x = 12^y = 8$, 则 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} =$ _____.
366. 若 $2^x = 7^y = 196$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} =$ _____.
367. 若 $2^{6a} = 3^{3b} = 6^{2c}$, 则 a, b, c 之间的关系式是_____.
368. 已知正数 a, b 满足 $a^2 + b^2 = 7ab$, 求证: $\log_m \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log_m a + \log_m b)$ ($m > 0$, $m \neq 1$).

369. 已知 $\log_a(x^2 + 1) + \log_a(y^2 + 4) = \log_a 8 + \log_a x + \log_a y (a > 0, a \neq 1)$, 求 $\log_8(xy)$ 的值.
370. 已知只有一个 x 的值满足方程 $(1 - \lg^2 a)x^2 + (1 - \lg a)x + 2 = 0$, 求实数 a 的值.
371. 设方程 $x^2 - \sqrt{10}x + 2 = 0$ 的两个根为 α, β , 求 $\log_4 \frac{\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2}{(\alpha - \beta)^2}$ 的值.
372. 已知 $\lg a$ 和 $\lg b$ 是关于 x 的方程 $x^2 - x + m = 0$ 的两个根, 且关于 x 的方程 $x^2 - (\lg a)x - (1 + \lg a) = 0$ 有两个相等的实数根, 求实数 a, b 和 m 的值.
373. 已知函数 $f(x) = x^2 \lg a + 2x + 4 \lg a$ 的最大值为 3, 求实数 a 的值.
374. 已知函数 $f(x) = x^2 + (\lg a + 2)x + \lg b$, 满足 $f(-1) = -2$, 且对一切实数 x 都有 $f(x) \geq 2x$, 求实数 a, b 的值.
375. 已知 $2 \lg \frac{x-y}{2} = \lg x + \lg y$, 求 $\frac{x}{y}$ 的值.
376. 设 $A > B > 0, A^2 + B^2 = 6AB$, 求证: $\log_a \frac{A-B}{2} = \frac{1}{2}(\log_a A + \log_a B) (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$.
377. 已知集合 $M = \{x, xy, \lg(xy)\}, P = \{0, |x|, y\}$, 且满足 $M = P$, 求实数 x, y 的值.
378. 已知 $12^x = 3, 12^y = 2$, 求 $8^{\frac{1-2x}{1-x+y}}$ 的值.
379. 已知不相等的两个正数 a, b 满足 $a^{\lg ax} = b^{\lg bx}$, 求 $(ab)^{\lg abx}$ 的值.
380. 已知 $x, y, z > 0$, 且 $\lg x + \lg y + \lg z = 0$, 求 $x^{\frac{1}{\lg y} + \frac{1}{\lg z}} \cdot y^{\frac{1}{\lg z} + \frac{1}{\lg x}} \cdot z^{\frac{1}{\lg x} + \frac{1}{\lg y}}$ 的值.
381. 求 $y^{\lg 20} \cdot (\frac{1}{2})^{\lg 0.7}$ 的值.
382. 化简 $\frac{\log_5 8}{\log_5 2}$ 可得 ().
- A. $\log_5 4$ B. $3 \log_5 2$ C. $\log_3 6$ D. 3
383. $\frac{\log_8 9}{\log_2 3}$ 的值是 ().
- A. $\frac{2}{3}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2
384. 若 $\log_a b = \log_b a (a \neq b, a \neq 1, b \neq 1)$, 则 ab 等于 ().
- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{4}$ D. 4
385. $\frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3}}$ 的值所属区间是 ().
- A. $(-2, -1)$ B. $(1, 2)$ C. $(-\infty, -2)$ D. $(2, 3)$
386. 若 $\log_3 7 \cdot \log_2 9 \cdot \log_{49} m = \log_4 \frac{1}{2}$, 则 m 的值等于 ().
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 4

387. 若 $x \neq 1$, 则与 $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} + \frac{1}{\log_5 x}$ 相等的式子是 ().
- A. $\frac{1}{\log_{60} x}$ B. $\frac{1}{\log_3 x \cdot \log_4 x \cdot \log_5 x}$ C. $\frac{1}{\log_x 60}$ D. $\frac{12}{\log_3 x + \log_4 x + \log_5 x}$
388. 若 $\log_8 3 = p$, $\log_3 5 = q$, 则 $\lg 5$ (用 p, q 表示) 等于 ().
- A. $\frac{3p+q}{5}$ B. $\frac{1+3pq}{p+q}$ C. $\frac{3pq}{1+3pq}$ D. $p^2 + q^2$
389. 已知 x, y, z 都是大于 1 的正数, $m > 0$, 且 $\log_x m = 24$, $\log_y m = 40$, $\log_{xyz} m = 12$, 则 $\log_z m$ 的值为 ().
- A. $\frac{1}{60}$ B. 60 C. $\frac{200}{3}$ D. $\frac{3}{20}$
390. 计算: $\log_{64} 32 =$ _____.
391. 计算: $\log_{\frac{1}{a}} b + \log_a b =$ _____.
392. 计算: $\log_6 25 \cdot \log_5 3 \cdot \log_9 6 =$ _____.
393. 计算: $(\log_2 5 + \log_4 0.2)(\log_5 2 + \log_{25} 0.5) =$ _____.
394. 计算: $\log_2 \frac{1}{25} \cdot \log_3 \frac{1}{8} \cdot \log_5 \frac{1}{9} =$ _____.
395. 计算: $a^{\frac{\log_b (\log_b a)}{\log_b a}} =$ _____.
396. 计算: $a^{\frac{\log_m a - \log_m b}{\log_m a}} =$ _____.
397. 已知 $n \in \mathbf{N}^*$, 计算: $(\log_2 3 + \log_4 9 + \log_8 27 + \cdots + \log_{2^n} 3^n) \cdot \log_9 \sqrt[3]{32} =$ _____.
398. 已知 $\log_a x = 2$, $\log_b x = 1$, $\log_c x = 4$, 则 $\log_{abc} x =$ _____.
399. 已知 $m = \log_2 5$, 则 $2^m - m \lg 2 - 4 =$ _____.
400. 已知 $\lg(3x^3) - \lg(3y^3) = 9$, 则 $\frac{x}{y} =$ _____.
401. 记 $\log_8 27 = m$, 用 m 表示 $\log_6 16$.
402. 已知 $\log_3 7 = a$, $\log_3 4 = b$, 求 $\log_{12} 21$.
403. 已知 $\log_2 3 = a$, $\log_3 5 = b$, 求 $\log_{15} 20$.
404. 已知 $a > b > 1$, $\log_a b + \log_b a = \frac{10}{3}$, 求 $\log_a b - \log_b a$ 的值.
405. 已知 $\log_{2a} a = m$, $\log_{3a} 2a = n$, 求证: $2^{1-mn} = 3^{n-mn}$.
406. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (\log_2 b + \log_a 2)x + \log_a b = 0$ 的两根为 -1 和 2, 求实数 a, b 的值.
407. 已知 $a^2 + b^2 = c^2$, 求证 $\log_{(c+b)} a + \log_{(c-b)} a = 2 \log_{(c+b)} a \cdot \log_{(c-b)} a$.
408. 已知正实数 x, y, z 满足 $3^x = 4^y = 6^z$.
- (1) 求证 $\frac{1}{z} - \frac{1}{x} = \frac{1}{2y}$;
- (2) 比较 $3x, 4y, 6z$ 的大小.

409. 求函数 $y = \frac{\sqrt{\log_{0.8} x - 1}}{2x - 1}$ 的定义域.

解答在这里函数的定义域应满足:
$$\begin{cases} 2x - 1 \neq 0, \\ \log_{0.8} x - 1 \geq 0, \\ x > 0, \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} x \neq \frac{1}{2}, \\ \log_{0.8} x \geq 1, \\ x > 0, \end{cases} \quad \text{解得} \quad 0 < x \leq \frac{4}{5} \text{ 且 } x \neq \frac{1}{2}. \text{ 故函}$$

数的定义域为 $\{x | 0 < x \leq \frac{4}{5} \text{ 且 } x \neq \frac{1}{2}\}.$

410. 解不等式 $\log_{0.2}(x^2 + 2x - 3) > \log_{0.2}(3x + 1).$

解答在这里由已知, 得
$$\begin{cases} x^2 + 2x - 3 > 0, \\ 3x + 1 > 0, \\ x^2 + 2x - 3 < 3x + 1, \end{cases} \quad \text{, 即} \quad \begin{cases} (x + 3)(x - 1) > 0, \\ x^2 - x - 4 < 0. \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x < -3 \text{ 或 } x > 1, \\ \frac{1 - \sqrt{17}}{2} < x < \frac{1 + \sqrt{17}}{2}. \end{cases} \quad \therefore$$

不等式的解集为 $\{x | 1 < x < \frac{1 + \sqrt{17}}{2}\}.$

411. 将 $\log_{0.7} 0.8, \log_{1.1} 0.9, 1.1^{0.9}$ 由小到大排列.

解答在这里利用对数函数的单调性. 因为 $\log_{1.1} 0.9 < \log_{1.1} 1 = 0, \log_{0.7} 0.8 > \log_{0.7} 1 = 0$, 所以 $\log_{1.1} 0.9 < \log_{0.7} 0.8$. 又因为 $\log_{0.7} 0.8 < \log_{0.7} 0.7 = 1$, 由指数函数的单调性知, $1.1^{0.9} > 1.1^0 = 1$, 所以 $\log_{0.7} 0.8 < 1.0^{0.9}$. 于是从小到大的排列是 $\log_{1.1} 0.9 < \log_{0.7} 0.8 < 1.1^{0.9}$.

412. 若 $0 < x < 1, a > 0, a \neq 1$, 比较 $p = |\log_a(1 - x)|$ 和 $q = |\log_a(1 + x)|$ 的大小.

解答在这里解法一因为 $0 < x < 1$, 所以 $1 - x \in (0, 1), 1 + x \in (1, 2), 1 - x^2 \in (0, 1)$. 若 $a > 1$, 则 $\log_a(1 - x) < 0, \log_a(1 + x) > 0$, 所以 $q - p = \log_a(1 + x) + \log_a(1 - x) = \log_a(1 - x^2) < 0$, 所以 $q < p$; 若 $0 < a < 1$, 则 $\log_a(1 + x) < 0, \log_a(1 - x) > 0$, 所以 $q - p = -\log_a(1 + x) - \log_a(1 - x) = -\log_a(1 - x^2) < 0$, 所以 $q < p$. 故恒有 $p > q$. 解法二因为 $\frac{p}{q} = \left| \frac{\log_a(1 - x)}{\log_a(1 + x)} \right| = |\log_{(1+x)}(1 - x)| = -\log_{(1+x)}(1 - x) = \log_{(1+x)} \frac{1}{1 - x} = \log_{(1+x)} \frac{1 + x}{1 - x^2} = 1 - \log_{(1+x)}(1 - x^2)$, 且 $1 + x > 1, 0 < 1 - x^2 < 1$, 所以 $\log_{(1+x)}(1 - x^2) < 0$, 于是 $\frac{p}{q} > 1$. 又 $p > 0, q > 0$, 故 $p > q$. 解法三 $p^2 - q^2 = \log_a^2(1 - x) - \log_a^2(1 + x) = \log_a(1 - x^2) \cdot \log_a \frac{1 - x}{1 + x}$, 且 $0 < 1 - x^2 < 1, 0 < \frac{1 - x}{1 + x} < 1$, 故无论 $a > 1$ 还是 $0 < a < 1$, $\log_a(1 - x^2)$ 和 $\log_a \frac{1 - x}{1 + x}$ 一定同号, 所以 $p^2 - q^2 > 0$. 又 $p > 0, q > 0$, 所以 $p > q$. 解法四因为 $p - q = |\log_a(1 - x)| - |\log_a(1 + x)| = \frac{1}{|\lg a|} (|\lg(1 - x)| - |\lg(1 + x)|) = \frac{1}{|\lg a|} [-\lg(1 - x) - \lg(1 + x)] = \frac{1}{|\lg a|} \lg(1 - x^2) > 0$, 所以 $p > q$. 解法五因为 $\log_a(1 - x) = \log_a \frac{1 - x^2}{1 + x} = \log_a(1 - x^2) - \log_a(1 + x)$, 且 $\log_a(1 - x^2)$ 与 $\log_a(1 + x)$ 异号, 所以 $p = |\log_a(1 - x)| = |\log_a(1 - x^2) - \log_a(1 + x)| = |\log_a(1 - x^2)| + |\log_a(1 + x)| > |\log_a(1 + x)| = q$, 即 $p > q$.

413. 求函数 $f(x) = \log_{0.2}(x - 1)(x + 2)$ 为增函数的区间.

解答在这里函数的定义域为 $x < -2$ 或 $x > 1$, 且 $(x - 1)(x + 2) = x^2 + x - 2 = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$, 它在 $(-\infty, -\frac{1}{2})$ 上为减函数. 所以函数 $f(x)$ 为增函数的区间是 $(-\infty, -2)$.

414. 求函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 6x + 17)$ 的值域.

解答在这里令 $t = x^2 - 6x + 17 = (x - 3)^2 + 8 \geq 8$, 所以 $f(x) \leq \log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$, 即函数的值域是 $(-\infty, -3]$.

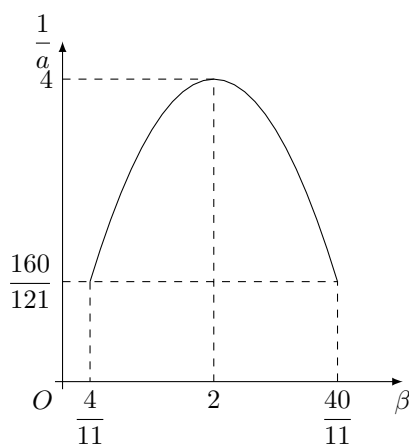
415. 已知关于 x 的方程 $ax^2 - 4ax + 1 = 0$ 的两个实数根 α, β 满足不等式 $|\lg \alpha - \lg \beta| \leq 1$, 求实数 a 的取值范围.

解答在这里由题设, 应有
$$\begin{cases} \Delta = 4(4a^2 - a) \geq 0, \\ \alpha + \beta = 4 > 0, \\ \alpha\beta = \frac{1}{a} > 0, \\ |\lg \frac{\alpha}{\beta}| \leq 1, \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} a \leq 0 \text{ 或 } a \geq \frac{1}{4}, \\ \alpha + \beta = 4, \\ a > 0, \\ -1 \leq \lg \frac{\alpha}{\beta} \leq 1. \end{cases}$$

由第四式, 得 $\frac{1}{10} \leq \frac{\alpha}{\beta} \leq 10$, 即

$\frac{11}{10} \leq \frac{\alpha + \beta}{\beta} \leq 11$; 由 $\alpha + \beta = 4$, 得 $\frac{11}{10} \leq \frac{4}{\beta} \leq 11$, 即 $\frac{4}{11} \leq \beta \leq \frac{40}{11}$. 于是 $\frac{1}{a} = \alpha\beta = \beta(4 - \beta) = -(\beta - 2)^2 + 4$.

如图 15 所示, $\frac{1}{a} \in [\frac{160}{121}, 4]$, 所以 a 的取值范围是 $\frac{1}{4} \leq a \leq \frac{121}{160}$.



416. 与函数 $y = x$ 为同一个函数的是 ().

A. $y = \sqrt{x^2}$

B. $y = \frac{x^2}{x}$

C. $y = a^{\log_a x} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

D. $y = \log_a a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

417. 若函数 $y = f(x)$ 的反函数是 $y = \lg(x - 1) + 3 (x > 1)$, 则 $f(x)$ 等于 ().

A. $10^{x+3} + 1$

B. $10^{x-3} - 1$

C. $10^{x+3} - 1$

D. $10^{x-3} + 1$

418. 若函数 $f(x) = \log_2 x + 3 (x \geq 1)$, 则其反函数 $f^{-1}(x)$ 的定义域是 ().

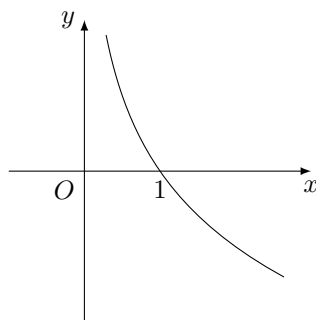
A. \mathbf{R}

B. $\{x | x \geq 1\}$

C. $\{x | 0 < x < 1\}$

D. $\{x | x \geq 3\}$

419. 图中图像所对应的函数可能是 ().



A. $y = 2^x$

B. $y = 2^x$ 的反函数

C. $y = 2^{-x}$

D. $y = 2^{-x}$ 的反函数

420. 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的偶函数, 且它在 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 记 $a = f(-\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3})$, $b = f(-\log_{\sqrt{3}} \sqrt{2})$, $c = f(-2)$, 则 a, b, c 的大小关系是 ().

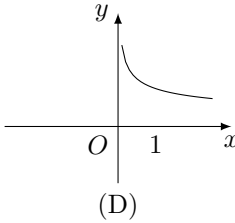
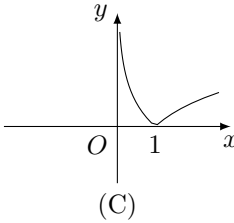
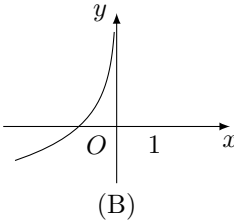
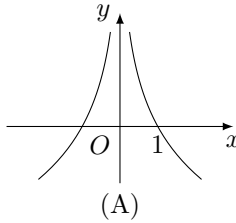
A. $a > b > c$

B. $b > c > a$

C. $c > a > b$

D. $c > b > a$

421. 下列函数图像中, 不正确的是 ().



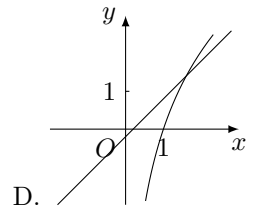
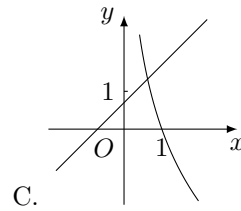
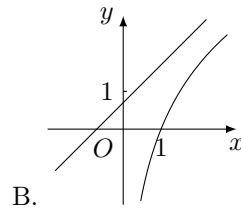
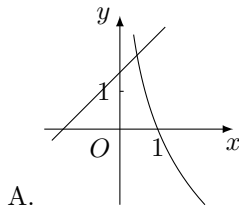
A. $y = \log_{\frac{1}{3}} x^2$

B. $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x)$

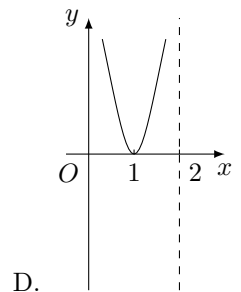
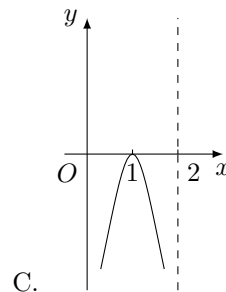
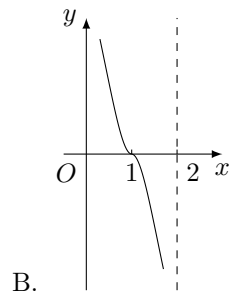
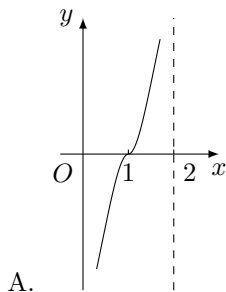
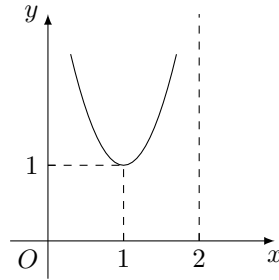
C. $y = |\log_3 x|$

D. $y = |x^{-\frac{1}{3}}|$

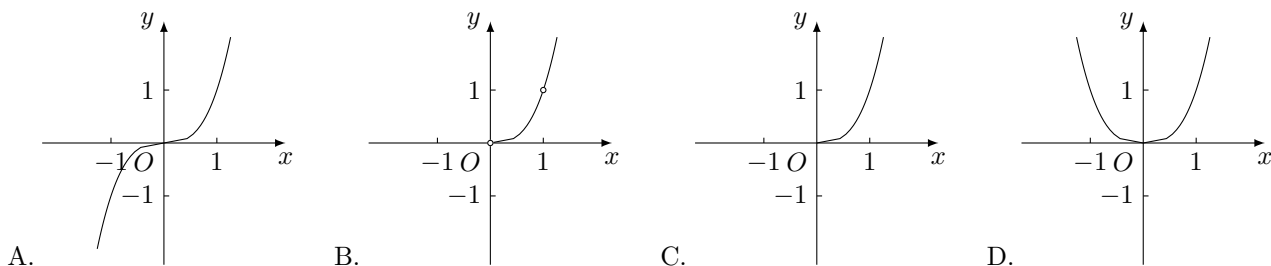
422. 在同一平面直角坐标系中画出函数 $y = x + a$ 与 $y = \log_a x$ 的图像, 可能是 ().



423. 函数 $y = f(x)$ 的图像如图所示, 则 $y = \log_{0.7} f(x)$ 的示意图是 ().



424. 由关系式 $\log_x y = 3$ 所确定的函数 $y = f(x)$ 的图像是 ().



425. 若函数 $f(x) = \frac{1-2^x}{1+2^x}$, 则 $f^{-1}(\frac{3}{5})$ 等于 ().

- A. 3 B. 2 C. 1 D. -2

426. 函数 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3x + 4)$ 的定义域为_____.

427. 函数 $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\lg(x^2 + 2x - 3)}$ 的定义域为_____.

428. 函数 $y = \log_{(2x-1)}(32 - 4^x)$ 的定义域为_____.

429. 函数 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 4x + 7)$ 的值域为_____.

430. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ 的值域为_____.

431. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3 - 2x - x^2}$ 的值域为_____.

432. 函数 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 5x + 6)$ 为减函数的区间是_____.

433. 函数 $y = \lg(12 - 4x - x^2)$ 为增函数的区间是_____.

434. 函数 $y = -\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ 为减函数的区间是_____.

435. 若函数 $y = \log_a(1 - x)$ 在 $[0, 1)$ 上是增函数, 则 a 的取值范围是_____.

436. 函数 $y = \log_{\frac{2}{3}} x - \log_{\frac{1}{2}} x + 1$ 为增函数的区间是_____.

437. 函数 $y = (0.2)^{-x} + 1$ 的反函数是_____.

438. 函数 $y = 1 + \lg(x + 2)(x \geq 8)$ 的反函数是_____.

439. 若 $f(x) = \frac{10^x + 1}{10^x - 1}(x > 1)$, 则 $f^{-1}(\frac{101}{99}) =$ _____.

440. 若 $f(x) = \frac{\lg x - 1}{\lg x + 1}(x > 1 \text{ 且 } x \neq \frac{1}{10})$, 则 $f^{-1}(\frac{1}{10}) =$ _____.

441. 若函数 $f(x) = a^x - k$ 的图像过点 $(1, 3)$, 其反函数 $f^{-1}(x)$ 的图像过点 $(2, 0)$, 则 $f(x)$ 的表达式是_____.

442. 函数 $y = \lg \frac{1-x}{1+x}$ ().

- A. 是奇函数, 且在 $(-1, 1)$ 是增函数 B. 是奇函数, 且在 $(-1, 1)$ 上是减函数
C. 是偶函数, 且在 $(-1, 1)$ 是增函数 D. 是偶函数, 且在 $(-1, 1)$ 上是减函数

443. 函数 $f(x) = \ln(e^x + 1) - \frac{x}{2}$ ().

A. 是奇函数, 但不是偶函数

B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既是奇函数, 又是偶函数

D. 没有奇偶性

444. 求函数 $f(x) = \lg(1+x) + \lg(1-x)$ ($-\frac{1}{2} < x < 0$) 的反函数.

445. 已知 $f(x) = \frac{a^x - 1}{a^x + 1}$ ($a > 1$).

(1) 求 $f(x)$ 的值域;

(2) 求证: $f(x)$ 在 R 上是增函数;

(3) 求 $f(x)$ 的反函数.

446. 已知 $f(\log_a x) = \frac{a(x^2 - 1)}{x(a^2 - 1)}$ ($x > 0, 0 < a < 1$), 求证: 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数.

447. 若函数 $f(x) = \log_a |x+1|$ 在 $(-1, 0)$ 上有 $f(x) > 0$, 则 $f(x)$ ().

A. 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数

B. 在 $(-\infty, 0)$ 是减函数

C. 在 $(-\infty, -1)$ 上是增函数

D. 在 $(-\infty, -1)$ 是减函数

448. 若 $0 < b < 1, \log_a b < 1$ 则 ().

A. $0 < a < b$

B. $0 < b < a$

C. $0 < b < a < 1$

D. $0 < a < b$ 或 $a > 1$

449. 若函数 $f(x) = |\log_a x|$, 其中 $0 < a < 1$, 则下列各式中成立的是 ().

A. $f(\frac{1}{3}) > f(2) > f(\frac{1}{4})$

B. $f(\frac{1}{4}) > f(\frac{1}{3}) > f(2)$

C. $f(2) > f(\frac{1}{3}) > f(\frac{1}{4})$

D. $f(\frac{1}{4}) > f(2) > f(\frac{1}{3})$

450. 若 $1 < x < 2$, 则下列各式正确的是 ().

A. $2^x > \log_{\frac{1}{2}} x > \sqrt[3]{x}$

B. $2^x > \sqrt[3]{x} > \log_{\frac{1}{2}} x$

C. $\sqrt[3]{x} > 2^x > \log_{\frac{1}{2}} x$

D. $\log_{\frac{1}{2}} x > x \sqrt[3]{x} > 2^x$

451. 若函数 $f(x) = \log_a x$ 在 $x \in [3, +\infty)$ 上恒有 $|f(x)| > 1$, 则实数 a 的取值范围是 ().

A. $0 < a < \frac{1}{3}$ 或 $1 < a < 3$

B. $0 < a < \frac{1}{3}$ 或 $a > 3$

C. $\frac{1}{3} < a < 3$ 且 $a \neq 1$

D. $\frac{1}{3} < a < 1$ 或 $a > 3$

452. 若 $a > a^2 > b > 0$, 并记 $p = \log_a b, q = \log_b a, r = \log_a \frac{a}{b}, s = \log_b \frac{b}{a}$, 则 p, q, r, s 的大小关系是 ().

A. $r < q < p < s$

B. $r < p < q < s$

C. $r < p < s < q$

D. $r < q < s < p$

453. 若 $\log_a \frac{1}{3} > \log_b \frac{1}{3} > 0$, 则 a, b 的关系是 ().

A. $1 < b < a$

B. $1 < a < b$

C. $0 < a < b < 1$

D. $0 < b < a < 1$

454. 将下列各数按从小到大排列: $a = |\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{4}|, b = |\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{2}|, c = |\log_2 5|$:_____.

455. 将下列各数按从小到大排列: $\log_{0.1} 0.4, \log_{\frac{1}{2}} 0.4, \log_3 0.4, \lg 0.4$:_____.

456. 将下列各数按从小到大排列: $\frac{3}{2}, \log_2 3$:_____.

457. 将下列各数按从小到大排列: $\frac{2}{\lg 2}, \frac{3}{\lg 3}, \frac{5}{\lg 5}$:_____.
458. 将下列各数按从小到大排列: $\lg^2 x, \lg x^2, \lg(\lg x)$, 其中 $1 < x < 10$:_____.
459. 若 $\log_a \frac{4}{5} < 1 (a > 0, a \neq 1)$, 则 a 的取值范围是_____.
460. 若 $0 < a < 1, 0 < b < 1$, 且 $a^{\log_b(x-3)} < 1$, 则 x 的取值范围是_____.
461. 求函数 $y = (\log_{\frac{1}{4}} x)^2 - \log_{\frac{1}{4}} x^2 + 5 (2 \leq x \leq 4)$ 的值域.
462. 若 $-3 \leq \log_{\frac{1}{2}} x \leq -\frac{1}{2}$, 求 $y = (\log_2 \frac{x}{2})(\log_2 \frac{x}{4})$ 的最大(小)值及其相应的 x 值,
463. 已知 a, b 是两个不相等的正数, 且 $\log_m \frac{x}{a} \cdot \log_m \frac{x}{b}$ 的最小值是 $-\frac{1}{4} (m > 0 \text{ 且 } m \neq 1)$, 求 m 的值.
464. 已知实数 x, y 满足 $(\log_4 y)^2 = \log_{\frac{1}{2}} x$, 求 $u = \frac{x}{y}$ 的最大值及其相应的 x, y 的值.
465. 已知抛物线 $y = x^2 \log_2 a + 2x \log_a 2 + 8$ 位于 x 轴的上方, 求实数 a 的取值范围.
466. 已知函数 $f(x) = (\log_a b)x^2 + 2(\log_b a)x + 8$ 的图像在 x 轴的上方, 求 a, b 的取值范围.
467. 若只有一个 x 的值满足方程 $(1 - \lg^2 a)x^2 + (1 - \lg a)x + 2 = 0$, 求实数 a 的值.
468. 若关于 x 的方程 $x^2 + 2(\log_3 a + 1)x - \log_9 a = 0$ 有两个相等实根, 求实数 a 的值.
469. 若二次函数 $f(x) = (\lg a)x^2 + 2x + 4 \lg a$ 有最小值 -3 , 求实数 a 的值.
470. 已知 $f(x) = \log_a |\log_a x| (0 < a < 1)$.
- (1) 解不等式: $f(x) > 0$;
- (2) 判断 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上的单调性, 并证明之.
471. 实数 a 为何值时, 函数 $f(x) = 2^x - 2^{-x} \lg a$ 为奇函数?
472. 已知函数 $f(x) = \sqrt{\log_a x - 1} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$.
- (1) 求 $f(x)$ 的定义域;
- (2) 当 $a > 1$ 时, 求证: $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上是增函数.
473. 已知函数 $f(x) = 1 + \log_x 3, g(x) = 2 \log_x 2 (x > 0, \text{ 且 } x \neq 1)$, 比较 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的大小.
474. 当 $a > 1$ 时, 比较 $\log_b a$ 与 $\log_{2b} a$ 的大小.
475. 已知 $\log_m a > \log_n a (a > 1)$, 讨论 m 与 n 的大小关系.
476. 已知 $\log_{1+a}(1-a) < 1$, 求实数 a 的取值范围.
477. 已知 $|\lg(1-a)| > |\lg(1+a)|$, 求实数 a 的取值范围.
478. 已知函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2x)$.
- (1) 求它的单调区间;
- (2) 求 $f(x)$ 为增函数时的反函数.

479. 已知函数 $f(x) = \log_a \frac{x+b}{x-b}$ ($a > 0, b > 0$ 且 $a \neq 1$).

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 讨论 $f(x)$ 的奇偶性;

(3) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(4) 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$.

480. 已知函数 $f(x) = \lg \frac{x+1}{x-1} + \lg(x-1) + \lg(a-x)$ ($a > 1$).

(1) 是否存在一个实数 a 使得函数 $y = f(x)$ 的图像关于某一条垂直于 x 轴的直线对称? 若存在, 求出这个实数 a ; 若不存在, 说明理由;

(2) 当 $f(x)$ 的最大值为 2 时, 求实数 a 的值.

481. 解方程 $9^{2x-1} = 4^x$.

解答在这里由题意. 可得 $(\frac{9}{2})^{2x} = 9$, 所以 $2x = \log_{\frac{9}{2}} 9$, 故 $x = \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} 9$.

482. 解方程 $(\frac{1}{27})^x = 9^{1-x}$.

解答在这里方程即为 $3^{-3x} = 3^{2-2x}$, 所以 $-3x = 2 - 2x$, 故 $x = -2$.

483. 解方程 $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} - 27 = 0$.

解答在这里令 $y = 3^x > 0$, 则原方程可化为 $y^2 - 6y - 27 = 0$. 由此得 $y = 9$ (另一解 $y = -3$ 舍去). 从而由 $3^x = 9$, 解得 $x = 2$.

484. 解方程 $9^x + 4^x = \frac{5}{2} \times 6^x$.

解答在这里方程即为 $2 \times 3^{2x} - 5 \times 3^x \times 2^x + 2 \times 2^{2x} = 0$, 即 $2(\frac{3}{2})^{2x} - 5 \times (\frac{3}{2})^x + 2 = 0$. 令 $y = (\frac{3}{2})^x$, 方程又化为 $2y^2 - 5y + 2 = 0$, 解得 $y_1 = 2, y_2 = \frac{1}{2}$, 于是便可得 $x_1 = \log_{\frac{3}{2}} 2, x_2 = \log_{\frac{3}{2}} \frac{1}{2}$.

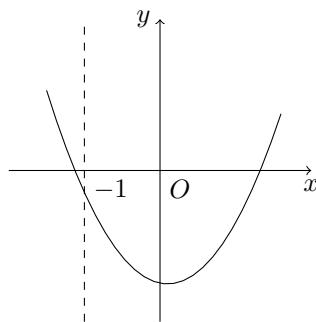
485. 解方程 $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_3(3^{x-1} - \frac{1}{3}) = 2$.

解答在这里方程即为 $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_3[\frac{1}{3}(3^x - 1)] = 2$. 令 $t = \log_3(3^x - 1)$, 则方程可化为 $t(t-1) - 2 = 0$, 解得 $t_1 = 2, t_2 = -1$. 于是由 $\log_3(3^x - 1) = 2$, 得 $3^x = 10$, 所以 $x = \log_3 10$. 由 $\log_3(3^x - 1) = -1$, 得 $3^x = \frac{4}{3}$, 所以 $x = \log_3 \frac{4}{3}$. 故原方程的解为 $x_1 = \log_3 10, x_2 = \log_3 \frac{4}{3}$.

486. 已知关于 x 的方程 $\lg(kx) = 2 \lg(x+1)$ 有且只有一个实数解, 求实数 k 的取值范围.

解答在这里显然, x 需满足
$$\begin{cases} kx > 0, \\ x+1 > 0, \\ (x+1)^2 = kx, \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} x > -1, \\ x^2 + (2-k)x + 1 = 0. \end{cases} \quad (1) \quad \text{若上述方程有两个相等}$$

实根, 则必有 $\Delta = 0$, 即 $(2-k)^2 - 4 = 0$, 所以 $k = 0$ 或 $k = 4$. 若 $k = 0$, 得实根 $x = -1$ 应舍去; 若 $k = 4$, 得实根 $x = 1$ 符合题意. (2) 若上述方程有两个不等实根 x_1, x_2 , 则必有 $x_1 > -1, x_2 \leq -1$. 考虑函数 $f(x) = x^2 + (2-k)x + 1$.



如图, 只需 $f(-1) \leq 0$, 即 $1 + (2 - k)(-1) + 1 \leq 0$, 所以 $k \leq 0$. 由 (1) 知, $k = 0$ 不合题意. 综上所述, 实数 k 的取值范围是 $k = 4$ 或 $k < 0$.

487. 若 $2^{2x} + 4 = 5 \times 2^x$, 则 $x^2 + 1$ 等于 ().

- A. 1 B. 5 C. 5 或 1 D. 3 或 2

488. 方程 $2^{|x+1|} = 3$ 的解集是 ().

- A. $\{\log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{3}\}$ B. $\{\log_2 \frac{2}{3}\}$ C. $\{\log_2 \frac{3}{2}, \log_2 \frac{1}{6}\}$ D. $\{\log_2 \frac{1}{3}, -\log_{\frac{1}{2}} 6\}$

489. 方程 $2x^2 + 2^x - 3 = 0$ 的实数根有 ().

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 无数个

490. 满足 $(x - 2)^{5-|x|} = 1$ 的实数根有 ().

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 无数个

491. 方程 $6 \cdot 7^{|x|} - 7^{-x} = 1$ 的解集是 ().

- A. $\{\log_7 \frac{1}{2}\}$ B. $\{\log_7 5\}$ C. $\{\log_7 \frac{1}{2}, \log_7 5\}$ D. \emptyset

492. 若对于任意实数 p , 函数 $y = (p - 1)2^x - \frac{p}{2}$ 的图像恒过一定点, 则这个点的坐标是 ().

- A. $(1, -\frac{1}{2})$ B. $(0, -1)$ C. $(-1, -\frac{1}{2})$ D. $(-2, -\frac{1}{4})$

493. 方程 $2^{2x+1} - 33 \cdot 2^{x-2} + 1 = 0$ 的解是 ().

- A. $\{-2, -3\}$ B. $\{2, -3\}$ C. $\{2, 3\}$ D. $\{-2, 3\}$

494. 方程 $3^{x^2} = (3^x)^2$ 的解为_____.

495. 方程 $3^x = 2^x$ 的解为_____.

496. 方程 $\frac{3^{x^2+1}}{3^{x-1}} = 81$ 的解为_____.

497. 方程 $5^{x-1} \cdot 10^{3x} = 8^x$ 的解为_____.

498. 方程 $2^{x-1} = 3^{2x}$ 的解为_____.

499. 方程 $2 \cdot 4^x - 7 \cdot 2^x + 3 = 0$ 的解为_____.

500. 方程 $9^x - 3^{x+2} - 10 = 0$ 的解为_____.

501. 方程 $3^{x+1} - 3^{-x} = 2$ 的解为_____.

502. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 则方程 $a(a^x + 1) = a^{-x} + 1$ 的解为_____.

503. 解方程: $3 \times 16^x + 36^x = 2 \times 81^x$.

504. 解方程: $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^x + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^x = 10$.

505. 解方程: $\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{4}$.

506. 解方程: $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \times 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6$.

507. 已知关于 x 的方程 $2a^{2x-2} - 7a^{x-1} + 3 = 0$ 有一个根是 2, 求实数 a 的值, 并求方程其余的根.

508. 解关于 x 的方程 $\frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}} = b$ (实数 $a > 0, a \neq 1, b \in \mathbf{R}$).

509. 若关于 x 的指数方程 $9^x + (a+4)3^x + 4 = 0$ 有实数解, 试求实数 a 的取值范围.

510. 若关于 x 的方程 $2a \cdot 3^{-|x-1|} - 3^{-2|x-1|} - 2a - 1 = 0$ 有实数解, 求实数 a 的取值范围.

511. 方程 $\lg(x-1)^2 = 2$ 的解集是 ().

A. $\{11\}$

B. $\{-9\}$

C. $\{11, -9\}$

D. $\{-11, 9\}$

512. 关于 x 的方程 $\log_a x^2 = \log_a(\sqrt{a+1} - \sqrt{a}) - \log_a(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的解为 ().

A. $\sqrt{a+1} + \sqrt{a}$

B. $\sqrt{a+1} - \sqrt{a}$

C. $\pm(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$

D. $\pm(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})$

513. 若 $f(x) = 1 + \lg x, g(x) = x^2$, 则使 $2f[g(x)] = g[f(x)]$ 成立的 x 值等于 ().

A. $10^{1+\sqrt{2}}$ 或 $10^{1-\sqrt{2}}$

B. $1 + \sqrt{2}$ 或 $1 - \sqrt{2}$

C. $10^{1+\sqrt{3}}$ 或 $10^{1-\sqrt{3}}$

D. $1 + \sqrt{3}$ 或 $1 - \sqrt{3}$

514. 方程 $\log_5(x-8)^2 = 2 + \log_5(x-2)$ 的解是 ().

A. 3 或 $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 3 或 38

D. 2

515. 方程 $\sqrt{\lg x - 4} = 4 - \lg x$ 的解集是 ().

A. $\{100\}$

B. $\{1000\}$

C. $\{10000\}$

D. $\{\frac{1}{10000}\}$

516. 方程 $\log_2(x-1) - \log_4(x+5) = 0$ 的解为_____.

517. 方程 $\log_4(2-x) = \log_2(x-1) - 1$ 的解为_____.

518. 方程 $\log_x(x^2 - x) = \log_x 2$ 的解为_____.

519. 方程 $\log_{(16-3x)}(x-2) = \log_8 2\sqrt{2}$ 的解为_____.

520. 方程 $\lg|2x-3| - \lg|3x-2| = 0$ 的解为_____.

521. 方程 $\lg^2 x + \lg x^3 + 2 = 0$ 的解为_____.
522. 方程 $\lg^2 x + \lg x^2 - 3 = 0$ 的解为_____.
523. 方程 $(\log_4 x)^2 - \frac{1}{2}|\log_2 x| - 2 = 0$ 的解为_____.
524. 已知方程 $\ln^2 x - \ln x^2 - 2 = 0$ 的两个根为 α, β , 求 $\log_\alpha \beta + \log_\beta \alpha$ 的值.
525. 已知集合 $A = \{x|x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x|\log_2(x^2 - 5x + 8) = 1\}$, $C = \{x|x^2 + 2x - 8 = 0\}$ 满足 $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C \neq \emptyset$, 求实数 a 的值.
526. 已知 $f(x) = \log_a(a^x - 1)$ ($a > 0, a \neq 1$), 解方程 $f(2x) = f^{-1}(x)$.
527. 解方程 $\log_{\frac{1}{2}}(9^{x-1} - 5) = \log_{\frac{1}{2}}(3^{x-1} - 2) - 2$.
528. 解方程 $\log_{0.5x} 2 - \log_{0.5x^3} x^2 = \log_{0.5x^3} 4$.
529. 解方程 $(\sqrt{x})^{\log_5 x - 1} = 5$.
530. 解方程 $10^{\lg^2 x} + x^{\lg x} = 20$.
531. 解方程 $|\log_2 x| = |\log_2(2x^2)| - 2$.
532. 解方程组
$$\begin{cases} \log_y x - 3 \log_x y = 2, \\ (2^x)^y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-16}. \end{cases}$$
533. 解关于 x 的方程: $\lg(x+a) + 1 = \lg(ax-1)$.
534. 解关于 x 的方程: $\lg(ax-1) - \lg(x-3) = 1$.
535. 解关于 x 的方程: $2 \lg x - \lg(x-1) = \lg a$.
536. 已知函数 $f(x) = a^{x-\frac{1}{2}}$ 满足 $f(\lg a) = \sqrt{10}$, 求实数 a 的值.
537. 已知函数 $f(x) = x^2 - x + k$ 满足 $\log_2 f(a) = 2$, $f(\log_2 a) = k$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 求 $f(\log_2 x)$ 在什么区间上是减函数, 并求出 a 与 k 的值.
538. 若关于 x 的方程 $\lg 2x \cdot \lg 3x = -a^2$ 有两个相异实根, 求实数 a 的取值范围, 并求此方程两根之积.
539. 若关于 x 的方程 $(\lg ax)(\lg ax^2) = 4$ 所有的解都大于 1, 求实数 a 的取值范围.
540. 若关于 x 的方程 $\lg(ax) \cdot \lg(ax^2) = 4$ 有两个小于 1 的正根 α, β , 且满足 $|\lg \alpha - \lg \beta| \leq 2\sqrt{3}$, 求实数 a 的取值范围.
541. 已知函数 $f(x) = x^2 \lg a + 2x + 4 \lg a$ 的最大值是 3, 求实数 a 的值.
542. 若关于 x 的方程 $\log_2 x + 1 = 2 \log_2(x-a)$ 恰有一个实数解, 求实数 a 的取值范围.

543. 已知函数 $f(x) = \log_a(a - ka^x)$ ($a > 0, a \neq 1, k \in \mathbf{R}$). (1) 当 $0 < a < 1$, 且 $1 \leq x$ 时, $f(x)$ 都有意义, 求实数 k 的取值范围;
 (2) 当 $a > 1$ 时, $f(x)$ 的反函数就是它自身, 求 k 的值;
 (3) 在 (2) 的条件下, 求 $f^{-1}(x^2 - 2) = f(x)$ 的解.
544. 已知 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x | x \subseteq A\}$, 问: A 与 B 是什么关系, 并用列举法写出 B .
545. 已知 $f(x) = x^2 + ax + b$ (a, b 均为实数), 集合 $A = \{x | x = f(x), x \in \mathbf{R}\} = \{-1, 3\}$, $B = \{x | x = f[f(x)], x \in \mathbf{R}\}$, 用列举法求集合.
546. 已知实数集 \mathbf{R} 的子集 P 满足两个条件: ① $1 \notin P$; ② 若实数 $a \in P$, 则 $\frac{1}{1-a} \in P$. 求证:
 (1) 若 $2 \in P$, 则 P 中必含有其他两个数, 并求出这两个数;
 (2) 集合 P 不可能是单元元素集.
547. 已知集合 A, B, C 满足 $A \cap B = A$, $B \cap C = B$, 求证: $A \subseteq C$.
548. 已知集合 $A = \{x | x = a^2 + 1, a \in \mathbf{N}\}$, $B = \{y | y = b^2 - 4b + 5, b \in \mathbf{N}\}$, 求证: $A \subset B$.
549. 已知集合 $A = \{x | x = 12a + 8b, a, b \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 20c + 16d, c, d \in \mathbf{Z}\}$, 求证: $A = B$.
550. 某班学生期中考试数学得优秀的有 18 人, 物理得优秀的有 14 人, 其中数学、物理两科中至少有一科得优秀的有 22 人, 求两科都得优秀的学生人数.
551. 由某班学生组成的篮球队、排球队、乒乓球队分别有 14, 15, 13 名队员. 已知同时参加这三个队的有 3 人, 既参加篮球队又参加排球队的有 5 人, 仅参加乒乓球队的有 4 人, 仅参加排球队的有 5 人, 问: 仅参加篮球队的有几人.
552. 某地区先后举行中学生数、理、化三科竞赛, 参加竞赛的学生人数依次是 807 人、739 人、437 人, 其中参加数学、物理两科竞赛的有 513 人, 参加物理、化学竞赛的有 267 人, 参加数学、化学竞赛的有 371 人, 三科竞赛都参加的有 213 人, 求参加竞赛的学生总人数.
553. 已知集合 $A = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = a+1\}$, $B = \{(x, y) | (a^2-1)x + (a-1)y = 15\}$ 满足 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的值.
554. 已知集合 $A = \{x | x^2 - (a+1)^2x + 2a^3 + 2a \leq 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x^2 - 3(a+1)x + 6a + 2 \leq 0, x \in \mathbf{R}\}$ 满足 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.
555. 从集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 到集合 $M = \{0, 1\}$ 可以建立几个不同的映射?
556. 从集合 $P = \{1, 2\}$ 到集合 $Q = \{3, 4, 5\}$ 可以建立几个不同的映射?
557. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R}^+ , 且满足 $f(xy) = f(x) + f(y)$, $f(8) = 3$, 求 $f(\sqrt{2})$ 的值.
558. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且满足 $f(x) + 2f(-x) = -x^3 + 6x^2 - 3x + 3$, 求 $f(0)$ 的值, 并求 $f(x)$ 的表达式.

559. 已知 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 对于任何实数 x, y 都成立.
- (1) 求证: $f(2x) = 2f(x)$;
 - (2) 求 $f(0)$ 的值;
 - (3) 求证: $f(x)$ 为奇函数.
560. 已知函数 $f(x)$ 对任何实数 x, y 满足 $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)f(y)$, 且 $f(0) \neq 0$, 求证: $f(x)$ 是偶函数.
561. 已知函数 $f(x) (x \neq 0)$ 满足 $f(xy) = f(x) + f(y)$. (1) 求证: $f(1) = f(-1) = 0$;
- (2) 求证: $f(x)$ 为偶函数;
 - (3) 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 解不等式 $f(x) + f(x - \frac{1}{2}) \leq 0$.
562. 已知函数 $f(x)$ 对一切实数 x, y 满足 $f(0) \neq 0, f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$, 且当 $x < 0$ 时, $f(x) > 1$. 求证: (1) 当 $x > 0$ 时, $0 < f(x) < 1$. (2) $f(x)$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 上是减函数.
563. (1) 求函数 $y = 2x + \sqrt{1-2x}$ 的最大值. (2) 求函数 $y = 2x + \sqrt{1-x^2}$ 的值域. (3) 求函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x+2}$ 的值域.
564. 求函数 $g(t) = (t+3)(1+|t-1|)$ 的值域, 其中实数 t 的取值范围是使函数 $f(x) = x^2 - 4tx + 2t + 30$ 对任一 $x \in \mathbf{R}$ 都取非负值.
565. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 求函数 $f(x+m) + f(x-m)$ 的定义域 (其中 $m > 0$).
566. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 4 \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2ax + a + 2 \leq 0\}$ 满足 $A \supseteq B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.
567. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2mx + m + 6$.
- (1) 若对任意实数 x 都有 $f(x) > 0$, 求实数 m 的取值范围;
 - (2) 若实数 α, β 满足 $f(\alpha) = f(\beta) = 0$, 求 $\alpha^2 + \beta^2$ 的最小值.
568. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2kx + 2$ 在 $x \geq -1$ 时恒有 $f(x) \geq k$, 求实数 k 的取值范围.
569. 已知 $f(x) = -9x^2 - 6ax + 2a - a^2$ 在 $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{3}$ 内有最大值 -3 , 求实数 a 的值.
570. 已知 $y = f(x)$ 在其定义域上是增函数, 求证: $y = f(x)$ 的反函数 $y = f^{-1}(x)$ 在其定义域上也是增函数.
571. 已知函数 $f(x) = x^3 + x + 1 (x \in \mathbf{R})$, 求证:
- (1) $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的增函数;
 - (2) 方程 $x^3 + x + 1 = 0$ 只有一个实数解.
572. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{1+x^2} (x \in \mathbf{R})$.
- (1) 求 $f(x)$ 的值域;
 - (2) 讨论 $f(x)$ 的单调性.
573. 若二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 满足 $f(x_1) = f(x_2), (x_1 \neq x_2)$ 求证: 直线 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ 是该二次函数图像的对称轴.

574. 若对于任何实数 x , 函数 $y = f(x)$ 始终满足 $f(a+x) = f(a-x)$, 求证: 函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = a$ 对称.
575. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = f(2-x) (x \in \mathbf{R})$, 且 $f(x)$ 的图像与 x 轴有 15 个不同的交点, 求方程 $f(x) = 0$ 的所有解的和.
576. 已知函数 $f(2x+1)$ 是偶函数, 求函数 $f(2x)$ 的图像的对称轴.
577. 求函数 $y = \frac{3x-1}{x+2} (x \neq -2)$ 的图像的对称点.
578. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + f(2-x) + 2 = 0 (x \in \mathbf{R})$, 求 $f(x)$ 的图像的对称中心.
579. 已知函数 $f(x) = \log_3(x^2 - 4mx + 4m^2 + m + \frac{1}{m-1})$, 集合 $M = \{m | m > 1, m \in \mathbf{R}\}$.
- (1) 求证: 当 $m \in M$ 时, $f(x)$ 的定义域为 $x \in \mathbf{R}$; 反之, 若 $f(x)$ 对一切实数 x 都有意义, 则 $m \in M$;
 - (2) 当 $m \in M$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值;
 - (3) 求证: 对每一个 $m \in M$, $f(x)$ 的最小值都不小于 1.
580. 已知函数 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$, 求 $f(\frac{1}{101}) + f(\frac{2}{101}) + \cdots + f(\frac{100}{101})$ 的值.
581. 已知函数 $f(x) = 1 + \log_x 5$, $g(x) = \log_{x^2} 9 + \log_{x^2} 8$, 比较 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的大小.
582. 求方程 $x^2 - 4|x| - \log_2 x - 5 = 0$ 的实数解的个数.
583. 求使方程 $|x^2 - 2x + 1 + a| = a^2 - 6$ 恰有两相异实数解时 a 的取值范围.
584. 已知 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有单调性, 且满足 $f(1) = 2$ 和 $f(x+y) = f(x) + f(y)$.
- (1) 求证: $f(x)$ 为奇函数;
 - (2) 若 $f(x)$ 满足 $f(k \log_2 t) + f(\log_2 t - \log_2^2 t - 2) < 0$, 求实数 k 的取值范围.
585. 已知函数 $f(x)$ 在定义域 $x \in \mathbf{R}^+$ 上是增函数, 且满足 $f(x \cdot y) = f(x) + f(y) (x, y \in \mathbf{R}^+)$.
- (1) 求 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上的值域;
 - (2) 若 $f(2) = 1$, $f(x)$ 图像上三点 A, B, C 的横坐标分别为 $a, a+2, a+4 (a > 0)$, 且 $\triangle ABC$ 的面积小于 1, 求实数 a 的取值范围.
586. 求关于 x 的方程 $9^{-|x-2|} - 4 \cdot 3^{-|x-2|} - a = 0$ 有实根的条件.
587. 解方程 $|\log_2 x| = |\log_2 2x^2| - 2$.
588. 分别求实数 a 的取值范围, 使关于 x 的方程 $\log_{(x+a)} 2x = 2$ 有唯一解、两解、无解.
589. 分别求实数 a 的范围, 使关于 x 的方程 $1 + \frac{\log_2(2 \lg a - x)}{\log_2 x} = 2 \log_x 2$ 有两解、一解.