

- 用列举法表示下列集合:
  - 十二生肖名称的集合;
  - 10 以内的素数组成的集合;
  - $\{y|y = x^2 - 1, -1 < x < 3, x \in \mathbf{Z}\}$ .
- 用描述法表示下列集合:
  - 被 3 除余数等于 1 的整数的集合;
  - 比 1 大又比 10 小的实数组成的集合;
  - 平面直角坐标系内横轴上的点的坐标组成的集合.
- 下面写法正确的是 ( ).
 

A.  $0 \in \{(0, 1)\}$                       B.  $1 \in \{(0, 1)\}$                       C.  $(0, 1) \in \{(0, 1)\}$                       D.  $(0, 1) \in \{0, 1\}$
- 集合  $\{(x, y)|xy \geq 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$  是指 ( ).
 

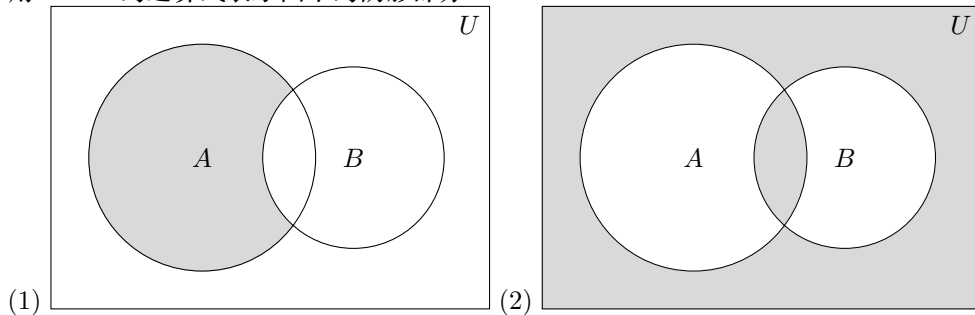
A. 第一象限内的所有点                      B. 第三象限内的所有点  
C. 第一象限和第三象限内的所有点                      D. 不在第二象限、第四象限内的所有点
- 用适当的方法表示下列集合:
  - 方程  $x^2 - 2 = 0$  的实数解组成的集合;
  - 两直线  $y = 2x + 1$  和  $y = x - 2$  的交点组成的集合.
- 已知集合  $A = \{2, (a + 1)^2, a^2 + 3a + 3\}$ , 且  $1 \in A$ , 求实数  $a$  的值.
- 指出下列各集合之间存在的关系:
  - $A = \{x|x^2 - 2x + 1 = 0\}$ ,  $B = \{x|x^2 - 1 = 0\}$ ;
  - $A = \{1, 2, 4, 8\}$ ,  $B = \{x|x \text{ 是 } 8 \text{ 的正约数}\}$ .
- 下列写法正确的是 ( ).
 

A.  $\emptyset \subsetneq \{0\}$                       B.  $0 \subsetneq \emptyset$                       C.  $\emptyset \in \{0\}$                       D.  $0 \in \emptyset$
- 若集合  $A = \{x|x = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$ , 集合  $B = \{x|x = 4n - 1, n \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A$ 、 $B$  的关系是 ( ).
 

A.  $A \subseteq B$                       B.  $A = B$                       C.  $A \subsetneq B$                       D.  $B \subsetneq A$
- 已知集合  $A = \{1\}$ , 集合  $B = \{x|x^2 - 3x + a = 0\}$ , 且  $A \subsetneq B$ , 求实数  $a$  的值.
- 已知集合  $A = \{x, y\}$ , 集合  $B = \{2x, 2x^2\}$ , 且  $A = B$ , 求集合  $A$ .
- 已知集合  $S = \{1, 2\}$ , 集合  $T = \{x|ax^2 - 3x + 2 = 0\}$ , 且  $S = T$ , 求实数  $a$  的值.
- 已知  $a$  是常数, 集合  $M = \{x|x^2 + x - 6 = 0\}$ , 集合  $N = \{y|ay + 2 = 0\}$ , 且  $N \subseteq M$ , 求实数  $a$  的值.
- 已知所有菱形组成的集合为  $A$ , 所有矩形组成的集合为  $B$ , 求  $A \cap B$ .
- 已知集合  $A = \{x|x \leq 7\}$ , 集合  $B = \{x|x < 2\}$ , 集合  $C = \{x|x > 5\}$ , 求  $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $A \cap (B \cap C)$ .

16. 已知集合  $A = \{(x, y) | u = -x + 1\}$ , 集合  $B = \{(x, y) | y = x^2 - 1\}$ , 求  $A \cap B$ .
17. 已知集合  $A = \{x | x \text{ 是锐角三角形}\}$ , 集合  $B = \{x | x \text{ 是钝角三角形}\}$ , 求  $A \cap B, A \cup B$ .
18. 已知集合  $A = \{x | x^2 + px + 15 = 0\}$ , 集合  $B = \{x | x^2 - 5x + q = 0\}$ , 且  $A \cap B = \{3\}$ , 求  $p, q$  的值和  $A \cup B$ .
19. 已知集合  $A = \{x | x \leq 1\}$ , 集合  $B = \{x | x \geq a\}$ , 且  $A \cup B = \mathbf{R}$ , 求  $a$  的取值范围.
20. 已知集合  $A = \{x | x \text{ 是平行四边形}\}$ , 集合  $U = \{x | x \text{ 是至少有一组对边平行的四边形}\}$ , 求  $\complement_U A$ .
21. 设  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | 4 - x > 2x + 1\}$ , 求  $\complement_U A$ .
22. 已知集合  $U = \{x | 0 < x \leq 10, x \in \mathbf{N}\}$ , 集合  $A = \{1, 2, 4, 5, 9\}$ , 集合  $B = \{4, 6, 7, 8, 10\}$ , 求  $\complement_U A, \complement_U B, \complement_U A \cup \complement_U B, \complement_U A \cap \complement_U B, \complement_U(A \cap B), \complement_U(A \cup B)$ , 并指出其中相等的集合.

23. 用  $A, B$  的运算式表示图中的阴影部分:



24. 已知集合  $A = \{1, 4, x\}$ , 集合  $B = \{1, x^2\}$ , 且  $A \cup B = A$ , 求  $x$  的值及集合  $A, B$ .
25. 已知集合  $A = \{x | -2 \leq x \leq 4\}$ , 集合  $B = \{x | -3 < x < 2\}$ , 集合  $C = \{x | -3 \leq x < 0\}$ , 求  $A \cup B, (A \cap B) \cup C, (A \cup C) \cap (B \cup C)$ .
26. 已知集合  $U = \{x | x \geq 2\}$ , 集合  $A = \{y | 3 \leq y < 4\}$ , 集合  $B = \{z | 2 \leq z < 5\}$ , 求  $\complement_U A \cap B, \complement_U B \cup A$ .
27. 已知集合  $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ , 集合  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $A \cap B = \{a\}$ ,  $\complement_U(A \cup B) = \{f\}$ , 求集合  $B$ .
28. 判断下列语句是否为命题, 并在相应的括号内填入“是”或“否”.
- (1) 正方形是四边形; \_\_\_\_
  - (2) 0 是自然数吗; \_\_\_\_
  - (3) 交集和并集; \_\_\_\_
  - (4)  $3 < \pi$ . \_\_\_\_

29. 判断下列命题的真假, 并在相应的括号内填入“真命题”或“假命题”.

- (1) 如果  $a, b$  都是奇数, 那么  $a + b$  是偶数; \_\_\_\_
- (2) 一组对边平行且两对角线相等的四边形是平行四边形; \_\_\_\_
- (3) 如果  $|a| < 2$ , 那么  $a < 2$ ; \_\_\_\_
- (4) 如果  $A \cap B = A$ , 那么  $A \cup B = B$ . \_\_\_\_

30. 如果  $a, b, c$  为实数, 设  $A: a = b = c = 0$ ;  $B: a, b, c$  至少有一个为 0;  $C: a^2 + \sqrt{b} + |c| = 0$ , 那么  $A$ \_\_\_\_ $B$ ;  
 $A$ \_\_\_\_ $C$ ;  $B$ \_\_\_\_ $C$ .(用符号 “ $\Rightarrow$ ”、“ $\Leftarrow$ ” 或 “ $\Leftrightarrow$ ” 填空)
31. 已知命题  $A$ : 如果  $x < 3$ , 那么  $x < 5$ ; 命题  $B$ : 如果  $x \geq 3$ , 那么  $x \geq 5$ ; 命题  $C$ : 如果  $x \geq 5$ , 那么  $x \geq 3$ . 填写各命题之间的关系:  $A$  与  $B$  互为\_\_\_\_命题,  $B$  与  $C$  互为\_\_\_\_命题,  $C$  与  $A$  互为\_\_\_\_命题.
32. 写出命题 “在  $\triangle ABC$  中, 如果  $\angle C > \angle B$ , 那么  $AB > AC$ ” 的逆命题、否命题和逆否命题, 并判断其真假.
33. 写出命题 “如果  $\alpha$ , 那么  $\beta$ ” 的逆命题、否命题和逆否命题.
34. 写出命题 “已知  $a, b, c$  是实数, 如果  $ac < 0$ , 那么  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  有实数根” 的逆命题. 否命题和逆否命题, 并判断其真假.
35. 命题 “若  $x \neq 3$  且  $x \neq 4$ , 则  $x^2 - 7x + 12 \neq 0$ ” 的逆否命题是 ( ).  
 A. 若  $x^2 - 7x + 12 = 0$ , 则  $x = 3$  或  $x = 4$       B. 若  $x^2 - 7x + 12 = 0$ , 则  $x \neq 3$  或  $x \neq 4$   
 C. 若  $x^2 - 7x + 12 \neq 0$ , 则  $x \neq 3$  且  $x \neq 4$       D. 若  $x^2 - 7x + 12 = 0$ , 则  $x = 3$  且  $x = 4$
36. 如果命题  $A$  的逆命题是  $B$ , 命题  $A$  的否命题是  $C$ , 那么命题  $B$  是命题  $C$  的 ( ).  
 A. 逆命题      B. 否命题      C. 逆否命题      D. 以上都不正确
37. 试判断命题  $A$ : “在  $\triangle ABC$  中,  $BC^2 = AC^2 + AB^2$ ” 与命题  $B$ : “ $\triangle ABC$  是直角三角形” 是否为等价命题, 并说明理由.
38. 试判断命题  $A$ : “三角形任意两边之和大于第三边” 与命题  $B$ : “三角形任意两边之差小于第三边” 是否为等价命题, 并说明理由.
39. 求证: 对角线不互相平分的四边形不是平行四边形.
40. 判断下列命题的真假, 并在相应的横线上填入 “真命题” 或 “假命题”.  
 (1) 若  $A \cap B \neq \emptyset, B \subsetneq C$ , 则  $A \cap C \neq \emptyset$ \_\_\_\_;  
 (2) 方程  $(a+1)x + b = 0 (a, b \in \mathbf{R})$  的解为  $x = -\frac{b}{a+1}$ \_\_\_\_;  
 (3) 若命题  $\alpha, \beta, \gamma$  满足  $\alpha \Rightarrow \beta, \beta \Rightarrow \gamma, \gamma \Rightarrow \alpha$ , 则  $\alpha \Leftrightarrow \gamma$ \_\_\_\_\_.
41. 若  $\alpha: \{2\} \subsetneq B \subseteq \{2, 3, 4\}, \beta: B = \{2, 4\}$ , 则  $\alpha$  与  $\beta$  的推出关系是 ( ).  
 A.  $\alpha \Rightarrow \beta$       B.  $\beta \Rightarrow \alpha$       C.  $\alpha \Leftrightarrow \beta$       D.  $\alpha \nRightarrow \beta$  且  $\beta \nRightarrow \alpha$
- (2) 由命题甲成立, 可推出命题乙不成立, 下列说法一定正确的是 ( ).  
 A. 命题甲不成立, 可推出命题乙成立      B. 命题甲不成立, 可推出命题乙不成立  
 C. 命题乙成立, 可推出命题甲成立      D. 命题乙成立, 可推出命题甲不成立
42. (1) 已知一个命题的否命题是 “两组对边分别相等的四边形是平行四边形”, 试写出原命题的逆命题, 并判断原命题的真假. (2) 已知一个命题的逆命题是 “若实数  $a, b$  满足  $a = 1$  且  $b = 2$ , 则  $a + b < 4$ ”, 试写出原命题的否命题, 并判断原命题的真假.
43. 类比,  $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$ , 试再写出两个等价命题:  $A \subseteq B \Leftrightarrow$  .  $A \subseteq B \Leftrightarrow$  .

44. 5 充分条件, 必要条件习题 1.5 A 组

45. 下列各题中命题  $P$  是命题  $Q$  的什么条件? (1) $P$ : 四边形的四条边相等,  $Q$ : 四边形是正方形. (2) $P$ :  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ,  $Q$ :  $\triangle ABC$  的面积 =  $\triangle DEF$  的面积. (3) $P$ :  $x$  是 2 的倍数,  $Q$ :  $x$  是 6 的倍数. (4) $P$ : 两个三角形全等,  $Q$ : 两个三角形的两角和一边对应相等.

46. 填空: 若  $x$ 、 $y$ 、 $z$  都是实数, 则 (1)“ $xy = 0$ ”是“ $x = 0$ ”的条件. (2)“ $x \cdot y = y \cdot z$ ”是“ $x = z$ ”的条件. (3)“ $\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$ ”是“ $xz = y^2$ ”的条件. (4)“ $|x| > |y|$ ”是“ $x > y > 0$ ”的条件.

47. 已知  $l$ 、 $m$ 、 $n$  都是自然数, “ $l + m + n$  为偶数”是“ $l$ 、 $m$ 、 $n$  都是偶数”的什么条件? 为什么?

48. 选择题: 有下列四组命题: ①  $P$ : 集合  $A \subseteq B$ ,  $B \subseteq C$ ,  $C \subseteq A$ ,  $Q$ : 集合  $A = B = C$ ; ②  $P$ :  $A \cap B = A \cap C$ ,  $Q$ :  $B = C$ ; ③  $P$ :  $(x-2)(x-3) = 0$ ,  $Q$ :  $\frac{x-2}{x-3} = 0$ ; ④  $P$ : 抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  过原点,  $Q$ :  $c = 0$ . 其中  $P$  是  $Q$  的充要条件的有

A. ①、②

B. ①、④

C. ②、③

D. ②、④

49. 写出使实数  $a$ 、 $b$  一正一负的充要条件.

50. 求证: 实数  $a$ 、 $b$  均大于 0 的充要条件是 
$$\begin{cases} a + b > 0, \\ ab > 0. \end{cases}$$
 习题 1.5 B 组

51. 命题“ $x \in M$  或  $x \in P$ ”是命题“ $x \in M \cap P$ ”的什么条件?

52. 写出命题“ $x > 3$ ”的一个充分条件和一个必要条件.

53. 如果  $\alpha$  是  $\beta$  的充分非必要条件, 那么  $\bar{\alpha}$  是  $\bar{\beta}$  的什么条件?

54. 如果  $A$  是  $B$  的必要条件,  $C$  是  $B$  的充分条件,  $A$  是  $C$  的充分条件, 那么  $B$ 、 $C$  分别是  $A$  的什么条件?

55. 6 子集和推出关系习题 1.6 A 组

56. 填空: 已知集合  $A = \{a | a \text{ 具有性质 } p\}$ ,  $B = \{b | b \text{ 具有性质 } q\}$ . (1) 若  $A \subseteq B$ , 则  $p$  是  $q$  的条件. (2) 若  $A \supseteq B$ , 则  $p$  是  $q$  的条件. (3) 若  $A = B$ , 则  $p$  是  $q$  的条件.

57. 试用子集与推出关系来判断命题  $A$  是命题  $B$  的什么条件. (1) $A$ : 该平面图形是四边形,  $B$ : 该平面图形是梯形. (2) $A$ :  $x = 2$ ,  $B$ :  $(x-5)(x-2) = 0$ . (3) $A$ :  $x^2 = y^2$ ,  $B$ :  $x = y$ . (4) $A$ :  $a = 2$ ,  $B$ :  $a \leq 2$ .

58. 如果命题  $p$ :  $m < -3$ , 命题  $q$ : 方程  $x^2 - x - m = 0$  无实数根, 那么  $p$  是  $q$  的什么条件?

59. 已知命题  $\alpha$ :  $2 \leq x < 4$ , 命题  $\beta$ :  $3m - 1 \leq x \leq -m$ , 且  $\alpha$  是  $\beta$  的充分条件, 求实数  $m$  的取值范围. 习题 1.6 B 组

60. 如果命题  $p$ :  $A \subseteq B$ , 命题  $q$ :  $A \subsetneq B$ , 那么  $p$  是  $q$  的什么条件?

61. 已知  $a$  为实数, 写出关于  $x$  的方程  $ax^2 + 2x + 1 = 0$  至少有一个实数根的一个充要条件、一个充分条件、一个必要条件. 复习题 A 组

62. 选择题: (1) 下列命题中正确的是 ( ).

- A. 自然数集  $\mathbf{N}$  中最小的数是 1  
B. 空集是任何集合的真子集  
C. 如果  $A \subseteq B$ , 且  $A \neq B$ , 那么  $A$  是  $B$  的真子集  
D.  $\{y|y = x + 3, x \in \mathbf{N}\}$  中的最小值是 4

(2) 若  $A \cap B = A$ , 则 ( ).

- A.  $\complement_B A \cup A = \emptyset$   
B.  $\complement_B A \cap A = \emptyset$   
C.  $\complement_B A \cup \complement_B B = \emptyset$   
D.  $\complement_B A \cap A = \emptyset$

(3) 已知  $I$  是全集. 若  $M$ 、 $P$ 、 $S$  是  $I$  的 3 个子集, 则图中阴影部分所表示的集合是 ( ). (第 1(3) 题)

- A.  $(M \cap P) \cap S$   
B.  $(M \cap P) \cup S$   
C.  $(M \cap P) \cap \complement_I S$   
D.  $(M \cap P) \cup \complement_I S$

63. 填空: (1) 若命题  $p: x^2 - 5x + 6 = 0$ , 命题  $q: x = 2$ , 则  $p$  是  $q$  的条件; 若  $p$ : 四边形是正方形,  $q$ : 四边形的两条对角线互相垂直平分, 则  $p$  是  $q$  的条件; 若  $p$ : 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  过原点,  $q: c = 0$ , 则  $p$  是  $q$  的条件; 若  $p: a > b$ ,  $q: a^2 > b^2$ , 则  $p$  是  $q$  的条件. (2) 若方程  $x^2 + px + 4 = 0$  的解集为  $A$ , 方程  $x^2 + x + q = 0$  的解集为  $B$ , 且  $A \cap B = \{4\}$ , 则集合  $A \cup B$  的所有子集是\_\_\_\_\_.

64. 对上海市某校学生进行调查, 结果如下: 成语词典拥有率为 84

65. 已知集合  $A = \{x|-2 < x \leq 1\}$ , 集合  $B = \{x|x \geq 1 < -2\}$ , 求  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ .

66. 已知集合  $A = \{x|-1 < x < 1 < x \leq 3\}$ , 集合  $U = \{x|x \geq 2 < 1\}$ , 求  $\complement_U A$ .

67. 写出命题: 若  $x > 1$ , 则  $x > 0$  的逆命题、否命题、逆否命题, 并指出哪些是真命题.

68. 已知集合  $A = \{x|x^2 + px + q = 0\}$ , 集合  $B = \{x|x^2 - x + r = 0\}$ , 且  $A \cap B = \{-1\}$ ,  $A \cup B = \{-1, 2\}$ , 求  $p$ 、 $q$ 、 $r$  的值.

69. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x|x \leq a - 1\}$ , 集合  $B = \{x|x > a + 2\}$ , 集合  $C = \{x|x < 0 < x \leq 4\}$ . 若  $\complement_U(A \cup B) \subseteq C$ , 求实数  $a$  的取值范围. 复习题 B 组

70. 选择题: 若集合  $M = \{a|a = x + \sqrt{2}y, x, y \in \mathbf{Q}\}$ , 则下列结论正确的是 ( ).

- A.  $M \subseteq \mathbf{Q}$   
B.  $M = \mathbf{Q}$   
C.  $M \supsetneq \mathbf{Q}$   
D.  $M \subsetneq \mathbf{Q}$

71. 填空: (1) 若  $A$  是  $B$  的必要非充分条件,  $B$  是  $C$  的充要条件,  $C$  是  $D$  的必要非充分条件, 则  $D$  是  $A$  的\_\_\_\_\_条件,  $C$  是  $A$  的\_\_\_\_\_条件. (2) 已知全集  $U = \{x|x \text{ 为不大于 } 20 \text{ 的素数}\}$ . 若  $A \cap \complement_U B = \{3, 5\}$ ,  $\complement_U A \cap B = \{7, 19\}$ ,  $\complement_U(A \cup B) = \{2, 17\}$ , 则  $A =$ \_\_\_\_\_,  $B =$ \_\_\_\_\_.

72. 已知集合  $P = \{x|-2 \leq x \leq 5\}$ , 集合  $Q = \{x|k + 1 \leq x \leq 2k - 1\}$ , 且  $Q \subseteq P$ , 求实数  $k$  的取值范围.

73. 已知集合  $A = \{x|(a - 1)x^2 + 3x - 2 = 0\}$ , 是否存在这样的实数  $a$ , 使得集合  $A$  有且仅有两个子集? 若存在, 求出实数  $a$  的值及对应的两个子集; 若不存在. 请说明理由. 第二章不等式

74. 1 不等式的基本性质习题 2.1 A 组

75. 解下列一元一次不等式 (组): (1)  $2(x + 1) - 3(x - 2) > 8$ . (2) 
$$\begin{cases} 3x - 2(5 - 3x) > 8, \\ 2x \leq 2(2x + 3). \end{cases}$$

76. 判断下列语句是否正确,并在相应的括号内填入“√”或“×”. (1) 若  $ax > b$ , 则  $x > \frac{b}{a}$  ( $a \neq 0$ ). ( ). (2) 若  $a^2x > a^2y$ , 则  $x > y$ . ( ). (3) 若  $a > b > 0, c > d > 0$ , 则  $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ . ( ). (4) 若  $a > b$ , 则  $a^2 > ab$ . ( ).
77. 选择题: (1) 如果  $a^2 > b^2$ , 那么下列不等式中正确的是 ( ).
- A.  $a > 0 > b$                       B.  $a > b > 0$                       C.  $|a| > |b|$                       D.  $a > |b|$
- (2) 如果  $a < b < 0$ , 那么下列不等式中正确的是 ( ).
- A.  $\frac{-a}{-b} < 1$                       B.  $a^2 > ab$                       C.  $\frac{1}{b^2} < \frac{1}{a^2}$                       D.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- (3) 如果  $a < 0 < b$ , 那么下列不等式中正确的是 ( ).
- A.  $\sqrt{-a} < \sqrt{b}$                       B.  $a^2 < b^2$                       C.  $a^3 < b^3$                       D.  $ab > b^2$
78. 证明下列不等式: (1) 如果  $a > b, c < 0$ , 那么  $(a-b)c < 0$ . (2) 如果  $a < b < 0$ , 那么  $0 > \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ .
79. 用“>”或“<”号填空: 如果  $a < b < 0$ , 那么 (1)  $\sqrt[n]{-a}$  \_\_\_\_\_  $\sqrt[n]{-b}$  ( $n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$ ). (2)  $\frac{1}{a^{2n}}$  \_\_\_\_\_  $\frac{1}{b^{2n}}$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ).
80. 比较下列各题中两式值的大小: (1)  $x(x-y)$  与  $y(x-y)$  ( $x \neq y$ ). (2)  $(3a+1)(a+1)$  与  $2(a+1)^2-3$ . (3)  $(t+1)(t-5)$  与  $(t-2)^2$ .
81. 解下列关于  $x$  的不等式: (1)  $ax + 4 < 2x + a^2$ , 其中  $a > 2$ . (2)  $mx + 1 < x + m^3$ , 其中  $m < 1$ . (3)  $(p-q)x < p^2 - q^2$ , 其中  $p \neq q$ . (4)  $mx + 4 < m^2 + 2x$ .
82. 甲乙两个工厂今年的产值分别为 25000 万元、20000 万元. 如果甲工厂每年增加产值 500 万元, 乙工厂每年增加产值 1000 万元, 那么几年后乙工厂的产值超过甲工厂的产值? 习题 2.1 B 组
83. 填空: 如果  $a > b$ , 那么  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  成立的充要条件是\_\_\_\_\_.
84. 解关于  $x$  的不等式:  $a^2(x-1) > b^2(1+x) + 2ab$ , 其中  $a, b \in \mathbf{R}^+$ .
85. 已知  $x, y \in \mathbf{R}$ , 比较  $x^2 + y^2$  与  $2(2x-y)-5$  的大小.
86. 2 一元二次不等式的解法习题 2.2 A 组
87. 解下列不等式: (1)  $2x^2 - 3x + 1 < 0$ . (2)  $(x+1)^2 - 6 > 0$ . (3)  $x(x-1) < x(2x-3) + 1$ . (4)  $-x^2 + 2x + 35 > 0$ .
88. 解下列不等式: (1)  $(x-2)(3-x) \leq 0$ . (2)  $2x-1 \geq x^2$ .
89. 解下列不等式: (1)  $(x-a)(x-1) < 0$  ( $a > 1$ ). (2)  $(x-a)(x-2a) < 0$  ( $a > 0$ ).
90. 写出一个解集只含一个元素的一元二次不等式.
91. 解下列不等式组: (1)  $\begin{cases} 6-x-x^2 \leq 0, \\ x^2+3x-4 < 0. \end{cases}$  (2)  $\begin{cases} 4x^2-27x+18 > 0, \\ x^2-6x+4 < 0. \end{cases}$
92. 已知集合  $U = \mathbf{R}$ , 且集合  $A = \{x|x^2 - 16 < 0\}$ , 集合  $B = \{x|x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$ , 求: (1)  $A \cap B$ . (2)  $A \cup B$ . (3)  $\complement_U(A \cap B)$ . (4)  $\complement_U A \cup \complement_U B$ .

93. 已知不等式  $x^2 + ax + b < 0$  的解集为  $(-3, -1)$ , 求实数  $a$ 、 $b$  的值.

94. 已知关于  $x$  的二次方程  $2x^2 + ax + 1 = 0$  无实数解, 求实数  $a$  的取值范围.

95. 已知  $P(a, b)$  为正比例函数  $y = 2x$  的图像上的点, 且  $P$  与  $B(2, -1)$  之间的距离不超过 3, 求  $a$  的取值范围.

96. 某船从甲码头沿河顺流航行 75 千米到达乙码头, 停留 30 分钟后再逆流航行 126 千米到达丙码头. 如果水流的速度为每小时 4 千米, 该船要在 5 小时内完成航行任务, 那么船的速度每小时至少为多少千米? 习题 2.2 B 组

97. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3x^2 + x - 2 \geq 0, \\ 4x^2 - 15x + 9 > 0. \end{cases}$$

98. 已知关于  $x$  的不等式组 
$$\begin{cases} (2x - 3)(3x + 2) \leq 0, \\ x - a > 0 \end{cases}$$
 无实数解, 求实数  $a$  的取值范围.

99. 当  $k$  取何值时, 关于  $x$  的不等式  $2kx^2 + kx - \frac{3}{8} < 0$  对于一切实数  $x$  都成立?

100. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集是  $\{x | x > 2 \text{ 或 } x < \frac{1}{2}\}$ , 求关于  $x$  的不等式  $ax^2 - bx + c \leq 0$  的解集.

101. 某商品每件成本为 80 元, 售价为 100 元, 每天售出 100 件. 若售价降低  $x$  成 (1 成即 10

102. 3 其他不等式的解法习题 2.3 A 组

103. 解下列不等式: (1)  $\frac{1}{x} < 1$ . (2)  $\frac{4x+3}{x-1} > 5$ .

104. 解下列不等式: (1)  $\frac{2}{x} < \frac{2}{x-3}$ . (2)  $\frac{1}{x-4} \leq 1 - \frac{x}{4-x}$ .

105. 求当  $k$  为何值时, 关于  $x$  的方程  $\frac{4k-3x}{k+2} = 2x$  的解分别是: (1) 正数. (2) 负数.

106. 解下列不等式: (1)  $|x^2 - 3| < 2$ . (2)  $|\frac{1}{2-x}| \geq 2$ .

107. 解下列不等式: (1)  $|x^2 - 3x + 2| \leq 0$ . (2)  $|\frac{x}{x+1}| > \frac{x}{x+1}$ .

108. 解不等式:  $|x-3| < x-1$ . 习题 2.3 B 组

109. 填空: 若  $a < b < 0$ , 则不等式  $\frac{x+a}{x+b} > 0$  的解集是\_\_\_\_\_.

110. 解下列不等式: (1)  $4 \leq |x^2 - 4x| < 5$ . (2)  $\frac{1}{|x|} > x$ .

111. 已知不等式  $|ax + 1| \leq b$  的解集是  $[-1, 3]$ , 求  $a$ 、 $b$  的值.

112. 4 基本不等式及其应用习题 2.4 A 组

113. 选择题: 如果  $a$ 、 $b \in \mathbf{R}$ , 且  $ab > 0$ , 那么下列不等式中正确的是 ( ).

A.  $a^2 + b^2 > 2ab$

B.  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

C.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{2}{\sqrt{ab}}$

D.  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$

114. 设  $ab \neq 0$ , 利用基本不等式有如下证明:  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b^2 + a^2}{ab} \geq \frac{2ab}{ab} = 2$ . 试判断这个证明过程是否正确. 若正确, 请说明每一步的依据; 若不正确, 请说明理由.
115. 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 比较  $|a| + \frac{|b|}{2}$  与  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{|ab|}$  的大小.
116. 已知  $0 < x < \frac{1}{2}$ , 求当  $x$  取何值时,  $x(1-2x)$  的值最大.
117. 已知  $a > 0$ , 求证:  $a + a^3 \geq 2a^2$ .
118. 用一根长为  $l$  的铁丝制成一个矩形框架. 当长、宽分别为多少时, 框架的面积最大? 习题 2.4 B 组
119. 已知  $x, y \in \mathbf{R}^+$ , 且  $x + y = 1$ , 求当  $x, y$  分别取何值时,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  的值最小.
120. 已知  $x > -1$ , 求当  $x$  取何值时,  $x + \frac{4}{x+1}$  的值最小.
121. 已知  $a + b = 1$ , 求证:  $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ .
122. 建造一个容积为 8 立方米、深为 2 米的长方形无盖水池. 如果池底和池壁的造价每平方米分别为 120 元和 80 元, 那么水池的最低造价是多少元? 习题 2.5 A 组
123. 求证:  $(ac + bd)^2 \leq (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$ .
124. 已知  $x > y$ , 求证:  $x^3 - y^3 > x^2y - xy^2$ .
125. 已知实数  $a \geq 3$ , 求证:  $\sqrt{a} - \sqrt{a-1} < \sqrt{a-2} - \sqrt{a-3}$ .
126. 已知  $a, b, c$  是不全相等的整数, 求证:  $(a^2 + 1)(b^2 + 1)(c^2 + 1) > 8abc$ .
127. 设  $a, b, c \in \mathbf{R}^+$ , 求证:  $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$ . 习题 2.5 B 组
128. 已知  $a > 0, b > 0$ , 求证:  $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ .
129. 求证:  $|\frac{a^2-1}{a^2+1}| \leq 1$ . 复习题 A 组
130. 选择题: (1) 如果  $a \in \mathbf{R}$ , 且  $a^2 + a < 0$ , 那么  $a, a^2, -a, -a^2$  的大小关系是 ( ).
- A.  $-a < -a^2 < a < a^2$       B.  $a < -a^2 < a^2 < -a$       C.  $-a^2 < a < a^2 < -a$       D.  $-a^2 < a < -a < a^2$
- (2) 不等式  $\frac{x^2}{x-1} \geq 0$  的解是 ( ).
- A.  $(1, +\infty)$       B.  $[1, +\infty)$       C.  $(1, +\infty) \cup \{0\}$       D.  $[1, +\infty) \cup \{0\}$
- (3) 不等式  $1 + |x+1| < 0$  的解集是 ( ).
- A.  $(-\infty, -2)$       B.  $(-2, 0)$       C.  $\mathbf{R}$       D.  $\emptyset$
131. 证明下列不等式: (1) 如果  $a > b > 0, c > d > 0$ , 那么  $a^2c > b^2d$ . (2)  $a^2 + b^2 + 2 \geq 2(a+b)$ . (3) 如果  $a, b, c$  都是正数, 那么  $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$ .



132. 解下列不等式: (1)  $2(x+1)(x+2) > (x+3)(x+4)$ . (2)  $-3x^2 - 5x - 4 < 0$ . (3)  $4x^2 - 20x + 25 \leq 0$ . (4)  $x^2 - 16x + 64 > 0$ .

133. 解下列不等式或不等式组: (1)  $\begin{cases} x^2 - 16 < 0, \\ x^2 - 4x + 3 \geq 0. \end{cases}$  (2)  $4 < x^2 - x - 2 < 10$ .

134. 解下列不等式: (1)  $|\frac{3x-9}{2}| \leq 6$ . (2)  $3 < |x-2| < 5$ . (3)  $|\frac{1}{x}| < \frac{4}{5}$ .

135. 下列四对不等式 (组) 中, 哪几对具有相同的解集? (1)  $-\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{27}{2} > 0$  与  $x^2 - 6x - 27 > 0$ ; (2)  $4 < x^2 - x + 2 < 10$  与  $\begin{cases} x^2 - x + 2 < 10 \\ x^2 - x + 2 > 4 \end{cases}$  (3)  $|2x+1| < 5$  与  $2x+1 < 5$  或  $2x+1 > -5$ ; (4)  $\frac{x-1}{x+1} < 2$  与  $x-1 < 2(x+1)$ .

136. 已知关于  $x$  的不等式  $2x^2 - 2(a-1)x + (a+3) > 0$  的解集是  $R$ , 求实数  $a$  的取值范围.

137. 已知函数  $y = (m-1)x^2 + (m-3)x + (m-1)$ ,  $m$  取什么实数时, 函数图象与  $x$  轴 (1) 没有公共点? (2) 只有一个公共点? (3) 有两个不同的公共点?

138. 当  $k$  是什么实数时, 关于  $x$  的方程  $2x + k(x+3) = 4$  的解是正数?

139. 已知直角三角形的周长为 4, 求这个直角三角形面积的最大值, 并求此时各边的长.

140. 求证:  $(\frac{a+1}{2})^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}$ . 复习题 B 组

141. 求不等式  $5 \leq x^2 - 2x + 2 < 26$  的正整数解.

142. 已知  $x, y \in [a, b]$ . (1) 求  $x+y$  的范围. (2) 若  $x < y$ , 求  $x-y$  的范围.

143. (1) 当  $k$  为什么实数时, 方程组  $\begin{cases} 3x - 6y = 1, \\ 5x - ky = 2 \end{cases}$  的解满足  $x < 0$  且  $y < 0$  的条件? (2) 当  $k$  为什么实数时, 方程组  $\begin{cases} 4x + 3y = 60, \\ kx + (k+2)y = 60 \end{cases}$  的解满足  $x > y > 0$  的条件?

144. 已知  $m < n$ , 试写出一个形如  $ax^2 + bx + c > 0$  的一元二次不等式, 使它的解集分别为: (1)  $(-\infty, m) \cup (n, +\infty)$ . (2)  $(m, n)$ . 第三章函数的基本性质

145. 1 函数的概念习题 3.1 A 组

146. 下列各图像中, 哪些是函数的图像, 哪些不是函数的图像? 为什么? (1) (2) (3) (4) (第 1 题)

147. 选择题: 下列各组函数  $f(x)$  与  $g(x)$  表示同一个函数的是 ( ).

A.  $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}, g(x) = x-1$  B.  $f(x) = |x|, g(x) = \begin{cases} x(x \geq 0) \\ -x(x < 0) \end{cases}$  C.  $f(x) = x^0, g(x) = 1$  D.  $f(x) = (\sqrt{x})^2, g(x) = \sqrt{x^2}$

148. 求下列函数的定义域: (1)  $y = \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$ . (2)  $y = \sqrt{4 - 3x - x^2}$ . (3)  $y = \sqrt{x - 2} + \sqrt{x + 3}$ . (4)  $y = \frac{1}{x + 2} + \frac{1}{\sqrt{5 - x}}$ .
149. 若  $f(x) = x^2 + px + q$ , 且  $f(1) = 0$ ,  $f(2) = 0$ , 求  $f(-1)$  的值.
150. 观察下列各函数, 并写出他们的值域: (1) (2) (3) (第 5 题)
151. 某企业去年四个季度生产某种型号机器的数量  $y$ (万台) 与季度的函数关系是:  $x$ (季度) 1 2 3 4  $y$ (万台) 10 12 14 16 试写出函数的定义域, 并作出函数的图像. 习题 3.1 B 组
152. 求下列函数 ( $x$  为自变量) 的定义域: (1)  $y = \frac{1}{|x + 3| - 1}$ . (2)  $y = \sqrt{(a - x)(x - 1)}$ .
153. 已知  $f(x) = \begin{cases} 2x(3 + x)(x \geq 0) \\ 2x(3 - x)(x < 0) \end{cases}$  求  $f(2)$ 、 $f(-4)$ 、 $f(-a)$  的值.
154. 试举出一个定义域为  $[-2, 2]$  的函数例子.
155. 为分流短途乘客, 减缓轨道交通高峰压力, 上海地铁实行新的计费标准. 新标准的分段计程制度如下: 0 6 千米 (含 6 千米) 3 元; 6 16 千米 (含 16 千米) 4 元; 16 千米以上每 6 千米递增 1 元, 但总票价不超过 8 元. (1) 试作出票价  $y$ (元) 关于路程  $x$ (千米) 的函数图像. (2) 某人买了 5 元的车票, 他途径路程不能超过多少千米?
156. 函数关系的建立习题 3.2 A 组
157. 试用解析式将圆的面积  $S$  表示成圆的周长  $C$  的函数.
158. 一个矩形的对角线长为 10 厘米, 试用解析式将它的一条边长  $y$ (厘米) 表示成与这条边相邻的另一条边长  $x$ (厘米) 的函数.
159. 已知上海到北京火车行驶路程为 1318 千米, 高速火车以每小时 300 千米的速度, 由上海开往北京. 试用解析式将行进中的火车到北京的路程  $s$ (千米) 表示成行驶的时间  $t$ (时) 的函数.
160. 某中学的高一学生进行野外生存训练, 从甲地步行到乙地. 已知甲乙两地相距 32 千米, 在前 3 小时内学生们每小时走 4 千米, 随后以每小时 5 千米的速度一直走到乙地. 设他们离开甲地的距离为  $s$ (千米) 时, 所用的时间为  $t$ (时), 试用解析式将  $s$ (千米) 表示成  $t$ (时) 的函数.
161. 某地区住宅电话费收取标准为: 接通后 3 分钟内 (含 3 分钟) 收费 0.20 元, 以后每分钟 (不足一分钟按一分钟计) 收费 0.18 元, 如果一次通话  $t$  分钟, 写出通话费:  $y$ (元) 关于通话时间  $t$ (分) 的函数关系式.
162. 某商场对顾客实行购物优惠活动, 规定一次购物总额: (1) 如果不超过 500 元, 那么不予优惠; (2) 如果超过 500 元但不超过 1000 元, 那么按标价给予 9 折优惠; (3) 如果超过 1000 元, 那么其中的 1000 元按 (2) 给予优惠, 超过 1000 元的部分给予 7 折优惠. 设一次购物总额为  $x$  元, 优惠后实际付款额为  $y$  元, 试写出用  $x$ (元) 表示  $y$ (元) 的函数关系式. 习题 3.2 B 组
163. 已知等腰三角形的周长为 12 厘米, 试将该三角形的一条腰长  $y$ (厘米) 表示成底边长  $x$ (厘米) 的函数.

164. 某物流公司在上海、杭州各有库存的某种机器 12 台和 6 台, 现销售给 A 市 10 台、B 市 8 台. 已知上海调运一台机器到 A 市、B 市的运费分别为 400 元、800 元; 杭州调运一台机器到 A 市、B 市的运费分别为 300 元、500 元. 设从上海调往 A 市  $x$  台, 求总运费  $W(\text{元})$  关于  $x(\text{台})$  的函数关系式.

165. 某地区有一种上网服务项目, 收费方法为: 每个月付 75 元, 一年中 1、2、7、8 月为无限时包月上网, 其余月份为每月 30 小时有限包月, 超过 30 小时部分按 0.05 元/分计费. 设上网时间为  $t$  小时, 每月上网的费用为  $y$  元. (1) 写出一年中 1、2、7、8 月中每个月上网费用:  $y(\text{元})$  关于上网时间  $t(\text{时})$  的函数解析式. (2) 写出一年中除 1、2、7、8 月以外的每个月上网费用元) 关于上网时间  $y(\text{时})$  的函数解析式.

166. 如图, 在直角坐标系的第一象限内,  $\triangle OAB$  是边长为 2 的等边三角形, 设直线  $l: x = t(0 \leq t \leq 2)$  截这个三角形. 图中阴影部分的面积为  $S$ , 求函数  $S = f(t)$  的解析式. (第 4 题)

167. 3 函数的运算习题 3.3 A 组

168. 已知函数  $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$ , 函数  $g(x) = \sqrt{2-x} - \sqrt{1-x}$ , 求函数  $y = f(x) + g(x)$ .

169. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{x}$ , 函数  $g(x) = x^2 - x$ , 求函数  $y = f(x) \cdot g(x)$ .

170. 已知函数  $f(x) = 2x - \frac{1}{x^2 - 1}$ , 函数  $g(x) = \frac{1}{x^2 - 1} - 1$ . (1) 求函数  $y = f(x) + g(x)$ . (2) 画出函数  $y = f(x) + g(x)$  的图像.

171. 已知函数  $f(x) = x\sqrt{x-1}$ , 函数  $g(x) = \sqrt{x-1}$ , 设  $F(x) = f(x) \cdot g(x)$ . (1) 写出  $F(x)$  的解析式. (2) 画出  $F(x)$  的图像.

172. 已知函数  $f(x) = x^2 + x + 1$ , 求函数  $y = g(x)$ , 使  $f(x) + g(x) = 2x + 4$ .

173. 3 习题 3.3 B 组

174. 已知函数  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ , 函数  $g(x) = \frac{2x^2 + 1}{x}$ , 函数  $h(x) = x^2 + 1$ , 求  $F(x) = f(x) - g(x)$ ,  $H(x) = \frac{f(x)}{h(x)}$ .

175. 已知函数  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}$ , 函数  $g(x) = \sqrt{4-x^2}$ . (1) 求函数  $y(x) = f(x) \cdot g(x)$ . (2) 作出函数  $F(x) = \begin{cases} f(x) \cdot g(x) (x \leq 0) \\ x (0 < x \leq 2) \end{cases}$  的图像.

176. 已知函数  $f(x) = x^2, x \in (0, 2)$ , 函数  $y = f(x) + g(x)$  的图像如图所示, 写出函数  $y = g(x)$  的一个解析式. (第 3 题)

177. 4 函数的基本性质习题 3.4 A 组

178. 选择题若函数  $y = f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 则  $y = f(x)$  为奇函数的充要条件为 ( ).

A.  $f(0) = 0$

B. 对任意  $x \in \mathbf{R}, f(x) =$

C. 存在某个  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 使得

D. 对任意的  $x \in \mathbf{R}$ ,

0

$f(x_0) + f(-x_0) = 0$

$f(x) + f(-x) = 0$  都成立

179. 求证下列函数为奇函数: (1)  $f(x) = x^{-3}$  (2)  $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$

180. 判断下列函数的奇偶性: (1)  $f(x) = 2x + \sqrt[3]{x}$  (2)  $f(x) = 2x^1 - x^2$  (3)  $f(x) = x^2 - x$  (4)  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$
181. 已知函数  $y = f(x)$  的定义域为  $[0, +\infty)$ . 如果对任意的  $x > 0$ , 都有  $f(x) < f(0)$ , 那么函数  $y = f(x)$  有  $[0, +\infty)$  上是否一定是减函数?
182. 求证: 函数  $f(x) = x - \frac{1}{x}, x \in (-\infty, 0)$  是增函数.
183. 判断函数  $f(x) = 2x + \frac{2}{x}, x \in [\frac{1}{2}, 3]$  的单调性, 并求出它的单调区间.
184. 填空: (1) 如果函数  $y = x^2 - 2mx + 1$  在  $(-\infty, 2]$  上是减函数, 那么实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_. (2) 当函数  $f(x) =$  时, 函数  $f(x)$  同时满足条件: ① 函数  $f(x)$  不是偶函数; ② 在区间  $(-\infty, -1)$  上是减函数; ③ 在区间  $(0, 1)$  上是增函数 (写出一个你认为正确的函数解析式).
185. 求下列函数的最大值或最小值, 并求出取最值时相应的自变量  $x$  的值. (1)  $f(x) = x^2 - 4x - 2$  (2)  $f(x) = 6x - 3x^2$  (3)  $f(x) = -x^2 - 4x - 3, x \in [-3, 1]$  (4)  $f(x) = x^2 - 2x - 3, x \in [-2, 0]$
186. 已知  $p, q$  分别是函数  $f(x) = -2x + 3$  在  $[-2, 2]$  上的最大值和最小值, 求函数  $g(x) = 2x^2 - px + q$  在  $[-2, 2]$  上的最大值和最小值.
187. 求函数  $y = \frac{2}{x-1} (2 \leq x \leq 6)$  的最大值与最小值.
188. 求函数  $f(x) = x^3 + x^2 + x - 1$  在区间  $(0, 1)$  内的零点 (精确到 0.1).
189. 画出函数  $y = x^2 - 2|x|$  的图像, 并写出它的定义域、奇偶性、单调区间、最小值.
190. 研究函数  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  的定义域、奇偶性、单调性、最大值. 习题 3.4 B 组
191. 已知函数  $f(x) = |x - a|$ , 且  $f(1) = 0$ . (1) 求函数  $y = f(x)$  的解析式. (2) 比较  $f(2)$  与  $f(-3)$  的大小.
192. 已知函数  $f(x) = x^2 + ax + 1, x \in [b, 2]$  是偶函数, 求  $a, b$  的值.
193. 已知函数  $f(x)$  为偶函数,  $g(x)$  为奇函数, 且  $f(x) + g(x) = f(x) = x^2 + 2x + 3$ , 求  $y = f(x)y = g(x)$  的解析式.
194. 已知  $a \neq 0$ , 试讨论函数  $f(x) = \frac{a}{1-x^2}$  在区间  $(0, 1)$  上的单调性.
195. 已知  $\alpha\beta$  是方程  $4x^2 + 4mx + m + 2 = 0$  的两个实数根, 当  $m$  为何值时,  $\alpha^2 + \beta^2$  有最小值? 并求出这个最小值.
196. 求函数  $y = x^2 - 4x + 1$  在  $x \in [t, 4]$  上的最小值和最大值, 其中  $t < 4$ .
197. 已知集合  $A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$ ,  $f(x) = x^2 + px + q$  和  $g(x) = x + \frac{4}{x}$  是定义在  $A$  上的函数, 且在  $x_0$  处同时取到最小值, 并满足  $f(x_0) = g(x_0)$ , 求  $f(x)$  在  $A$  上的最大值.
198. 已知某气垫船的最大船速是 48 海里/时, 船每小时使用的燃料费用和船速的平方成正比, 若船速为 30 海里/时, 则船每小时的燃料费用为 600 元. 其余费用 (不论船速为多少) 都是每小时 864 元. 甲乙两地相距 100 海里, 船从甲地行驶到乙地. (1) 试把船每小时使用的燃料费用  $P$ (元) 表示成船速  $v$ (海里/时) 的函数. (2) 试

把船从甲地到乙地所需的总费用  $y$  表示成船速  $v$ (海里/时) 的函数. (3) 当船速为每小时多少海里时, 船从甲地到乙地所需的总费用最少?

199. 已知函数  $y = f(x)$ , 定义  $F(x) = f(x+1) - f(x)$ . 某公司每月最多生产 100 台报警系统装置, 生产  $x$  台 ( $x > 0$ ) 的收入函数为  $R(x) = 3000x - 20x^2$ (单位: 元), 其成本函数为  $G(x) = 5000x + 4000$ (单位: 元), 利润是收入与成本之差. (1) 求利润函数  $y = f(x)$  及相应的  $y = F(x)$ . (2) 利润函数  $y = f(x)$  与  $y = F(x)$  是否具有相等的最大值?
200. 求方程的近似解  $x^2 + 2 + \frac{1}{x} = 0$ (精确到 0.1).
201. 研究函数  $f(x) = x + \frac{a}{x}$  ( $a > 0$ ) 的定义域、奇偶性、单调性. 复习题 A 组
202. 求函数  $y = \frac{1}{2-x} + \sqrt{x^2 - 1}$  的定义域.
203. 判断下列函数的奇偶性: (1)  $f(x) = |\frac{1}{2}x - 3| + |\frac{1}{2}x + 3|$  (2)  $f(x) = x^3 + \frac{2}{x}$  (3)  $f(x) = x^2, x \in (k, 2)$
204. 已知  $y = f(x)$  是奇函数, 定义域为  $\mathbb{R}$ ,  $y = g(x)$  是偶函数, 定义域为  $D$ . 设  $F(x) = f(x) \cdot g(x)$ , 判断  $y = F(x)$  奇偶性.
205. 已知函数  $f(x) = (m-1)x^2 + 3x + (2-n)$ , 且此函数为奇函数, 求  $m$ 、 $n$  的值.
206. 已知函数  $f(x) = x, g(x) = -\frac{4}{x}, p(x) = f(x) - g(x)$ , 求  $y = p(x)$  的函数表达式, 并写出  $y = p(x)$  的单调递减区间.
207. 分别作出下列函数的图像, 并指出它们的单调区间: (1)  $y = |x^2 - 4x|$  (2)  $y = 2|x| - 3$
208. 设函数  $f(x) = (a^2 + 4a - 5)x^2 - 4(a-1)x + 3$  的图像都在  $x$  轴的上方, 求实数  $a$  的取值范围.
209. 已知函数  $f(x) = x^2 + 10x - a + 3$ , 当  $x \in [-2, +\infty)$  时,  $f(x) \geq 0$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.
210. 设  $\alpha\beta$  是二次方程  $x^2 - 2kx + k + 20 = 0$  的两个实数根, 当  $k$  为何值时,  $(\alpha+1)^2 + (\beta+1)^2$  有最小值?
211. 已知  $f(x) = x^2 + ax + 1$ , 若对任意的实数  $x$ , 均有  $f(2+x) = f(2-x)$  恒成立, 求实数  $a$  的值. 复习题 B 组
212. 已知二次函数  $f(x) = ax^2 - 2ax + 3 - a$  ( $a > 0$ ), 比较  $f(-1)$  和  $f(2)$  的大小.
213. 已知函数  $f(x) = -x^2 + 2ax + 1 - a$  在  $[0, 1]$  上有最大值 2, 求实数  $a$  的值.
214. 已知  $y = f(x)$  是定义在  $(-1, 1)$  上的奇函数, 在区间  $[0, 1)$  上是减函数, 且  $f(1-a) + f(1-a^2) < 0$ , 求实数  $a$  的取值范围.
215. 已知函数  $f(x) = 2 - x^2$ , 函数  $g(x) = x$ , 定义函数  $F(x)$  如下: 当  $f(x) \geq g(x)$  时,  $F(x) = g(x)$ ; 当  $f(x) < g(x)$  时,  $F(x) = f(x)$ . 求  $F(x)$  的最大值.
216. 已知函数  $y = f(x)$  具有如下性质: (1) 定义在  $\mathbb{R}$  上的偶函数; (2) 在  $(-\infty, 0)$  上为增函数; (3)  $f(0) = 1$ ; (4)  $f(-2) = -7$ ; (5) 不是二次函数. 求  $y = f(x)$  的一个可能的解析式.

217. 打开水龙头, 让水匀速地注入一个杯子内, 随着时间的增加, 杯中水面的高度不断增加, 直至水满溢出. 在这个过程中, 杯中水面的高度  $h$  关于注水时间  $t$  的函数为  $h = f(t)$ . (第 6 题) (1) 如果甲杯、乙杯的开头分别如图所示, 那么下列草图中, 甲杯相应函数  $h = f(t)$  的图像是\_\_\_\_\_, 乙杯相应函数  $h = f(t)$  的图像是\_\_\_\_\_. (只有杯子的圆柱和圆锥形部分可以盛水) (第 6(1) 题) (2) 下列是两个杯子相应函数  $h = f(t)$  的图像, 试说明这两个杯子开头有何差别. (第 6(2) 题) 第四章幂函数、指数函数和对数函数 (上)

218. 1 幂函数的图像与性质习题 4.1 A 组

219. 已知幂函数  $f(x)$  的图像经过  $(2, \frac{\sqrt{2}}{2})$ , 试求出这个函数的解析式.

220. 填空: 幂函数  $y = x^s$  与  $y = x^t$  的图像在第一象限都通过定点\_\_\_\_\_, 若它们在第一象限的部分关于直线  $y = x$  对称, 则  $s$ 、 $t$  就满足的条件是\_\_\_\_\_.

221. 研究幂函数  $f(x) = x^{\frac{2}{5}}$  的定义域、奇偶性、单调性、值域.

222. 作函数  $y = \frac{|x| + 1}{|x + 1|}$  的大致图像.

223. 已知函数  $f(x) = x^3 - 3x$ . (1) 试求函数  $y = f(x)$  的零点. (2) 求证: 函数  $f(x) = x^3 - 3x$  在  $[1, +\infty)$  上是增函数. (3) 是否存在自然数  $n$ , 使  $f(n) = 1000$ ? 若存在, 求出一个满足条件的  $n$ ; 若不存在, 请问明理由. 习题 4.1 B 组

224. 在下列函数中, 哪一个既是奇函数, 又在区间  $(+\infty, 0)$  内是减函数? (1)  $y = x^{\frac{1}{2}}$ ; (2)  $y = x^{\frac{1}{3}}$ ; (3)  $y = x^{\frac{2}{3}}$ ; (4)  $y = x^{-\frac{1}{3}}$ .

225. 已知幂函数  $f(x)$  的定义域是  $(+\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ , 且它的图像关于  $y$  轴对称, 写出一个满足要求的幂函数  $f(x)$ .

226. 已知函数  $f(x) = \frac{ax + 1}{x + 2}$ ,  $a \in \mathbf{Z}$ . 是否存在整数  $a$ , 使函数  $f(x)$  在  $x \in [-1, +\infty)$  上递减, 并且  $f(x)$  不恒为负? 若存在, 找出一个满足条件的  $a$ ; 若不存在, 请说出理由.

227. 2 指数函数的图像与性质习题 4.2 A 组

228. 比较下列各题中两个值的大小: (1)  $3^{0.8}, 3^{0.7}$  (2)  $0.75^{0.1}, 0.75^{-0.1}$

229. 设  $a^{2x} = 2$ , 且  $a > 0, a \neq 0$ , 求  $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x + a^{-x}}$  的值.

230. 已知  $f(x) = a \cdot b \cdot f(4) = 648, f(5) = 1944$ . (1) 估算  $f(4.5)$ . (2) 计算  $f(4.5)$ , 利用计算的结果评判你的估算.

231. 已知  $f(x) = 3^x, uv \in \mathbf{R}$ . (1) 求证: 对任意的  $u, v$ , 都有  $f(u) \cdot f(v) = f(u + v)$  成立. (2) 写出一个关于  $f(u) \div f(v)$  类似上式的等式, 并证明你的结论.

232. (1) 求证:  $f(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{2} (a > 0, a \neq 1)$  是奇函数. (2) 求证:  $f(x) = \frac{(a^x - 1)}{a^x + 1} (a > 0, a \neq 1)$  是偶函数.

233. 选择题: (1) 若指数函数  $y = a^x$  是减函数, 则下列不等式中, 能够成立的是 ( ).

- A.  $a > 1$                       B.  $a < 1$                       C.  $a(a-1) < 0$                       D.  $a(a-1) > 0$

(2) 若函数  $y = 2^x - m$  的图像不经过第二象限, 则  $m$  的取值范围是 ( ).

- A.  $m \geq 1$                       B.  $m < 1$                       C.  $m > -1$                       D.  $m \leq -1$

234. 某地区的中小学 2003 年、2004 年共购置电脑 100 台, 为了加快中小学的电脑普及程度, 准备新购置的电脑数按每两年递增 10 习题 4.2 B 组

235. 已知集合  $M = \{y|y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$ , 集合  $N = \{y|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$ , 求  $M \cap N$ .

236. 作下列函数的大致图像: (1)  $y = 2^{|x|}$  (2)  $y = 2^{-|x|}$

237. 判断并证明下列函数的奇偶性: (1)  $y = \frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}}$  (2)  $y = x(\frac{1}{2^x - 1} + \frac{1}{2})$ .

238. 选择题: 函数  $y = 4^x - 2^{x+1} + 1 (x < 0)$  的值域是

- A.  $[0, +\infty)$                       B.  $(1, +\infty)$                       C.  $(0, 1)$                       D.  $(0, 1]$

#### 复习题 A 组

239. 幂函数  $y = f(x)$ , 当  $x = 2$  时,  $y = 16$ . (1) 求函数  $f(x)$  的解析式. (2) 比较  $f(2)$  和  $f(-3)$  的大小.

240. 填空: (1) 若关于  $x$  的方程  $5^x = \frac{a+3}{5-a}$  有负数根, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_. (2) 方程  $(\frac{1}{2})^x = x^{\frac{1}{2}}$  的实数根个数为\_\_\_\_\_.

241. 设在海拔  $x$  米处的大气压强是  $y$  帕,  $y$  与  $x$  之间的函数关系式是  $y = c \cdot e^{kx}$ , 其中  $c, k$  常量. 已知某地某天在海平面的大气压强为  $1.01 \times 10^5$  帕, 1 000 米高空的大气压强为  $0.90 \times 10^5$  帕, 求 600 米高空的大气压强.(结果保留 3 位有效数字)

242. 2005 年 1 月 6 日, 我国人口总数为 13 亿, 称该天为“中国人口 13 亿日”, 如果 2005 年 1 月 6 日后我国人口的年自然增长率保持在 0.6

243. 当  $x$  充分大时, 试比较下列各函数:  $y_1 = 10x, y_2 = 8x^2, y_3 = 4x^4, y_4 = 2 \times 3^x, y_5 = 5^x$  值的大小. 你能从中归纳出一些规律性的结论吗? 复习题 B 组

244. 比较下列各题中两个值的大小 (其中  $a > 0$ , 且  $a \neq 0$ ); (1)  $a^2$  和  $a^a$  (2)  $2^a$  和  $a^a$

245. 把物体放在温度为  $\theta_0^\circ\text{C}$  的空气中冷却, 若物体原来的温度是  $\theta_0^\circ\text{C} (\theta_1 > \theta_0)$ ,  $t$  分钟后物体温度  $\theta_0^\circ\text{C}$  可由公式  $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt}$  求得, 其中  $k$  是一个随着物体与空气的接触状况而定的常量, 现有  $62^\circ\text{C}$  的物体, 放在  $15^\circ\text{C}$  的空气中冷却 1 分钟以后物体的温度是  $52^\circ\text{C}$ , 求上式中  $k$  的值 (精确到 0.01). 开始冷却 2 分钟后物体的温度是多少? 开始冷却 10 分钟后, 物体的温度是多少? (精确到  $1^\circ\text{C}$ ). 总复习题 A 组

246. 填空: (1) 若集合  $A = \{y|y = x^2 + 2c + 3\}$ , 集合  $B = \{y|y = x + \frac{4}{x}\}$ , 则  $A \cup B =$  . (2) 已知  $xy \in \mathbf{R}$ , 集合  $\alpha = \{(x, y)|xy \geq 0\}$ , 集合  $\beta = \{(x, y)||x + y| = |x| + |y|\}$ , 用推出关系表示  $\alpha\beta$  的关系\_\_\_\_\_. (3) 若函数  $f(x) = 3x + 1$  的定义域为  $\{1, 3, k\}$ . 值域为  $\{4, a^4, a^2 + 3a\}$ , 且  $a, k$  为自然数, 则  $a + k =$ \_\_\_\_\_.

(4) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -2^x - 1 & (x \leq 0), \\ \frac{1}{x^2} & (x > 0). \end{cases}$  若  $f(x_0) = 1$ , 则  $x_0$  的值为\_\_\_\_\_. (2) 选择题: (1) 下列图

形中, 能作为某个函数的图像的只能是 ( ). (第 2(1) 题) (2) 若集合  $A = \{x | 0.1 < \frac{1}{x} < 0.3, x \in \mathbf{N}\}$ , 集合  $B = \{x | |x| \leq 5, x \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A \cup B$  中的元素个数是 ( ).

A. 11

B. 13

C. 15

D. 17

(3) “ $x \neq 1$  且  $y \neq 2$ ” 是 “ $x + y \neq 3$ ” 的 ( ).

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 既非充分又非必要条件

247. 点  $(\sqrt{2}, 2)$  在幂函数  $y = f(x)$  的图像上, 点  $(-2, \frac{1}{4})$  在幂函数  $y = g(x)$  的图像上. 当  $x$  为何值时,  $f(x) = g(x)$ ?

248. 已知集合  $A = \{x | 3x^2 + x - 2 \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 集合  $B = \{x | \frac{4x-3}{x-3} > 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 求  $A \cap B$ .

249. 已知函数  $f(x) = a^x (a > 0, a \neq 1)$  在区间  $[1, 2]$  上的最大值比最小值大  $\frac{1}{4}$ , 求实数  $a$  的值.

250. 已知集合  $A = (-2, -1) \cup (0, +\infty)$ , 集合  $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$ , 且  $A \cap B = (0, 2]$ ,  $A \cup B = (-2, +\infty)$ , 求实数  $a, b$  的值.

251. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + 3ax - 2 < 0$  的解集为  $\mathbf{R}$ , 求实数  $a$  的取值范围.

252. 某地区某日海拔高度与气温的对照表为: 高度  $h$ (米) 0 500 1 000 2 000 气温  $t$ ( $^{\circ}\text{C}$ ) 15.00 11.75 8.50 2.00 (1) 根据表中  $t$  与  $h$  的对应关系, 写出  $t$  关于  $h$  的函数解析式. (2) 根据 (1) 的结论, 求海拔高度 1 500 米处的气温.

253. (1) 指出函数  $f(x) = ax^2 + \frac{b}{x^2}$  ( $a, b$  是正常数) 所具有的基本性质, 并加以说明. (2) 当  $a = \frac{1}{4}, b = 4$  时, 画出函数  $f(x) = ax^2 + \frac{b}{x^2}$  的简图.

254. 若  $2x + y = 1$ , 求  $4^x + 2^y$  的最小值. 总复习 B 组

255. 已知集合  $A = \{x | |x - a| < 2\}$ , 集合  $B = \{x | \frac{2x-1}{x-2} < 1\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

256. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | x^2 + px + 12 = 0\}$ , 集合  $B = \{x | x - 5x - q = 0\}$ , 满足  $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$ . 求实数  $p$  与  $q$  的值.

257. 试讨论函数  $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$  在区间  $(-1, 1)$  上的单调性.

258. 甲乙两地的高速公路全长 166 千米, 在高速公路上最高行驶时速不得高于 120 千米/时, 假设汽车从甲地进入该高速公路以不低于 70 千米/时的速度匀速行驶到乙地, 已知汽车每小时的运输成本 (以元为单位) 由可变部分和固定部分组成: 可变部分与速度  $v$ (千米/时) 的平方成正比, 比例系数为 0.02; 固定部分为 220 元. (1) 把全程运输成本  $y$ (元) 表示为速度  $v$ (千米/时) 的函数, 并指出这个函数的定义域. (2) 汽车应以多大速度行驶才能使全程运输成本最小? 最小运输成本约为多少元?



259. 某居民小区供水站的蓄水池现有水 40 吨, 自来水厂每小时可向蓄水池中注水 8 吨, 同时蓄水池又向居民小区供水,  $t$  小时内供水总量为  $32\sqrt{t}$  吨. 现在开始向池中注水并同时向居民小区供水, 若蓄水池中存水量少于 10 吨, 就会出现供水紧张现象. (1) 试建立蓄水池中存水量  $S$  与供水时间  $t$  之间的函数关系. (2) 供水多少时间开始出现供水紧张? 这一天内供水紧张的有几小时? . 第四章幂函数、指数函数和对数函数 (下)

260. 4 对数概念及其运算习题 4.4 A 组

261. 把下列指数式写成对数式: (1)  $10^{-2} = 0.01$ . (2)  $(\frac{1}{2})^0 = 1$ . (3)  $5^x = 6$ .

262. 把下列对数式写成指数式: (1)  $x = \log_{16} 32$ . (2)  $\log_{\pi} x = 4$ . (3)  $\log_x 9 = 2$ .

263. 求下列各式中的  $x$ : (1)  $\log_{\frac{1}{2}} x = 3$ . (2)  $\log_3 \frac{1}{27} = x$ . (3)  $\log_{100} 1000 = x$ . (4)  $\log_x 16 = 4$ .

264. 计算: (1)  $\log_5 5\sqrt{5} + \ln e$ . (2)  $\lg \sqrt{10} - \lg 0.01$ . (3)  $\log_{12} 6 + \log_{12} 2$  (4)  $\log_3 48 - 4 \log_3 2$ .

265. 用  $\log_a M$ 、 $\log_a N$  表示下列各式: (1)  $\log_a MN^2$ . (2)  $\log_a \frac{\sqrt{M}}{N}$ .

266. 计算: (1)  $3^{\log_3 1} + \log_2 48 - \log_2 3$ . (2)  $2 \log_7 \frac{35}{9} + 4 \log_7 3 + 2 \log_7 \frac{1}{10} + \log_7 4$ .

267. 计算: (1)  $\log_3 2 \times \log_5 3 \times \log_8 5$ . (2)  $(\log_4 3 + \log_8 3) \times \log_3 2$ . (3)  $\log_2 \frac{1}{49} \times \log_3 \frac{1}{16} \times \log_7 \frac{1}{27}$ . (4)  $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a$ . (5)  $(\log_4 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 4)$ .

268. 已知  $\log_3 2 = m$ , 试用  $m$  表示  $\log_{32} 18$ .

269. 已知  $\lg 2 = a$ ,  $\lg 3 = b$ . (1) 求  $\lg 5$ . (2) 求  $\log_2 3$ . (3) 求  $\log_{12} 25$ . 习题 4.4 B 组

270. 求出下列各式中  $x$  的取值范围: ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) (1)  $\log_a (x^2 + 1)$ . (2)  $\log_a (x - 2)$ . (3)  $\log_a \frac{1}{x + 2}$ .

271. 在下列各式中的括号内填入适当的值, 使等式成立: (1)  $\log_5 () = 1$ . (2)  $2^{\log_3 1} = ()$ . (3)  $(\frac{1}{5})^{\log_{0.2} 3} = ()$ . (4)  $\sqrt{3}^{\log_{\sqrt{3}} ()} = 7$ .

272. 用  $\log_a x$ 、 $\log_a y$ 、 $\log_a (x+y)$ 、 $\log_a (x-y)$  表示下列各式: (1)  $\log_a (x^2 - y^2)$ . (2)  $\log_4 \frac{x^3 y}{(x+y)^4}$ . (3)  $\log_a (\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}})$ .

273. 计算: (1)  $\log_2 (\log_2 16)$ . (2)  $2^{\log_6 5} \times 3^{\log_6 5}$ . (3)  $\sqrt{19^2 5 - 2 \lg 5 + 1}$ . (4)  $\lg^2 5 + \lg^2 \times \lg 50$ .

274. 设  $56^a = 14$ , 试用  $a$  表示  $\log_7 56$ .

275. 已知  $5.4^x = 3$ ,  $0.6^y = 3$ , 求  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$  的值.

276. 5 反函数的概念习题 4.5 A 组

277. 已知函数  $f(x) = x^2 - 4x - 5$ ,  $x \in [1, 3]$ , 判断其是否存在反函数. 若存在, 求出反函数; 若不存在, 说明理由.

278. 求下列函数的反函数: (1)  $y = -x^3$ . (2)  $y = \frac{x}{x+2}$ . (3)  $y = x^2 + 1 (x < 0)$ .

279. 已知  $f(x) = 1 - x^2 (x < -1)$ , 求  $f^{-1}(-3)$  的值.

280. 已知函数  $y = \frac{a}{x+1}$  的反函数的图像经过点  $(\frac{1}{2}, 1)$ , 求实数  $a$  的值.

281. 已知函数  $y = f(x)$  的图像与函数  $y = \frac{x-1}{x+1}$  的图像关于直线  $y = x$  对称, 求函数  $y = f(x)$  的解析式. 习题 4.5 B 组

282. 判断题: (正确的在括号内用“√”表示, 错误的用“×”表示) (1) 存在反函数的函数一定是单调函数. ( ).  
(2) 偶函数存在反函数. ( ). (3) 奇函数必存在反函数. ( ).

283. 一次函数  $y = -x$  的图像与它的反函数的图像重合. 试写出一个非一次函数的函数, 使它的图像与其反函数的图像重合.

284. 如果函数  $y = f(x)$  的图像过点  $(0, 1)$ , 那么函数  $y = f^{-1}(x) + 2$  的反函数的图像过点 ( ).

A.  $(3, 0)$                       B.  $(0, 3)$                       C.  $(1, 2)$                       D.  $(2, 1)$

285. 如果  $y = -\sqrt{1-x^2}$  的反函数是  $y = -\sqrt{1-x^2}$ , 那么原来的函数的定义域是 ( ).

A.  $(0, +\infty)$ ;                      B.  $[-1, 1]$ ;                      C.  $[-1, 0]$ ;                      D.  $[0, 1]$

286. 求函数  $y = \begin{cases} -\sqrt{x} (0 \leq x \leq 1), \\ x^2 (-1 \leq x < 0) \end{cases}$  的反函数.

287. 6 对数函数的图像与性质习题 4.6 A 组

288. 求下列函数的定义域: (1)  $y = \lg(x^2 - 3x + 2)$ . (2)  $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{\lg x}$ . (3)  $y = \sqrt{\lg x} + \lg(5-2x)$ .

289. 求下列函数的反函数: (1)  $y = 10^x + 1$ . (2)  $y = \log_2(x+1)$ . (3)  $y = \log_2 2x$ .

290. 已知函数  $f(x) = a^x + b$  的图像经过点  $(1, 7)$ , 反函数  $f^{-1}(x)$  的图像经过点  $(4, 0)$ , 求函数  $f(x)$  的表达式.

291. 根据下列不等式, 确定底数  $a$  的取值范围: (1)  $\log_4 0.2 < \log_a 0.1$ . (2)  $\log_a \pi > \log_a e$ . (3)  $\log_a 3 < 0$ .

292. 已知  $1 < x < 2$ ,  $a = 2^x$ ,  $b = \log_{0.5} x$ ,  $c = \sqrt{x}$ , 比较  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小, 并说明理由.

293. 声音强度  $D$ (分贝) 由公式  $D = 10 \lg(\frac{I}{10^{-16}})$  给出, 其中  $I(W/cm^2)$  为声音能量. 能量小于  $10^{-16} W/cm^2$  时, 人听不见声音. 能量大于 60 分贝属于噪音, 其中 70 分贝开始损害听力神经, 90 分贝以上就会使听力受损, 而一般的人呆在 100 分贝-120 分贝的空间内, 一分钟就会暂时性失聪. (1) 求人低声说话  $I = 10^{-13} W/cm^2$  的声音强度. (2) 求噪音的能量范围. (3) 当能量达到多少时, 人会暂时性失聪? 习题 4.6 B 组

294. 判断函数  $y = 1g \frac{x+1}{x-1}$  的奇偶性.

295. 设  $a > 0$  且  $a \neq 1$ , 比较  $\log_a 2a$  与  $\log_a 3a$  的大小.

296. 求证:  $y = 1g(1-x)$  在定义域上单调递减.

297. 求函数  $y = \log_1(x^2 - 6x + 10)$  在区间  $[1, 2]$  上的最大值.

298. 7 简单的指数方程习题 4.7 A 组

299. 解下列方程: (1)  $2^{1-x} = \frac{1}{32}$ . (2)  $3^{-x+2} = 9^x$ . (3)  $4^{2x-1} = 1$ . (4)  $0.38 \cdot 10^{x-3} = 0.5$  (精确到 0.01).
300. 解下列指数方程: (1)  $2^{x^2+3} = (\frac{1}{4})^{\frac{2}{2}}$ . (2)  $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$ .
301. 已知关于  $x$  的方程  $2a^{2x-2} - 7a^{x-1} + 3 = 0$  有一个根是  $x = 2$ , 求  $a$  的值并求方程的其余的根.
302. 某种放射性物质不断衰减, 若每经过一年剩留的物质是原来的  $\frac{4}{5}$ , 经过多少年, 剩留物质是原来的  $\frac{64}{125}$ ? 习题 4.7 B 组
303. 解方程:  $9^x + 4^x = \frac{5}{2} \cdot 6^x$ .
304. 解方程:  $4^x + 4^{-x} - 6(2^x + 2^{-x}) + 10 = 0$ .
305. 动物尸体中  $^{14}\text{C}$  的含量每年衰减 0.12, 设动物死亡的时刻  $t = 0$  时,  $^{14}\text{C}$  含量为 100%. (1) 写出  $^{14}\text{C}$  含量  $y$  关于时间  $t$  的函数解析式. (2)  $^{14}\text{C}$  含量减少到 50% 需多少时间? (精确到 1 年)
306. 8 简单的对数方程习题 4.8 A 组
307. 解下列方程: (1)  $\log_3(x-2) = 1$ . (2)  $\log_2(x^2 - 3x) = 2$ . (3)  $\log_2(\log_5 x) = 1$ . (4)  $\log_5(x+1) - \log_{\frac{1}{5}}(x-3) = 1$ .
308. 解下列方程: (1)  $\log_2^2 x + 3 \log_2 x + 2 = 0$ . (2)  $\log_x(x^2 - x) = \log_x 2$ .
309. 解下列方程: (1)  $\log_{\frac{1}{2}}(9^{x-1} - 5) = \log_{\frac{1}{2}}(3^{x-1} - 2) - 2$ . (2)  $(\lg x)^2 - \lg x^2 = 3$ . 习题 4.8 B 组
310. 解方程:  $x^{\log_2 x} = 32x^4$ .
311. 求方程  $\log_2(x+4) = (\frac{1}{3})^x$  根的个数, 并说明理由. 复习题 A 组
312. 填空: (1) 若  $x^5 = 3$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_; 若  $5^x = 3$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_. (2) 计算:  $\log_2 36 - 2 \log_2 3 =$  \_\_\_\_\_.  
(3) 若  $\log_a b \cdot \log_5 a = 3$ , 则  $b =$  \_\_\_\_\_. (4) 函数  $y = \log_2 x (x \geq 1)$  的反函数是 \_\_\_\_\_. (5) 若点 (1, 7) 既在函数  $y = \sqrt{ax+b}$  的图像上, 又在其反函数的图像上, 则数对  $(a, b)$  为 \_\_\_\_\_.
313. 选择题: (1) 若  $f(x) = 3^x + 5$ , 则  $f^{-1}(x)$  的定义域是 ( ).  
A.  $(0, +\infty)$ ; B.  $(5, +\infty)$ ; C.  $(8, +\infty)$ ; D.  $(-\infty, +\infty)$   
(2) 若  $\log_{18} 9 = a$ ,  $18^b = 5$ , 则  $\log_{36} 45$  等于 ( ).  
A.  $\frac{a+b}{2+a}$ ; B.  $\frac{a+b}{2-a}$ ; C.  $\frac{a+b}{2a}$ ; D.  $\frac{a+b}{a^2}$
314. 已知函数  $f(x) = \frac{ax+1}{x-3}$  的反函数是  $f(x)$  本身, 求实数  $a$  的值.
315. 作出下列函数的图像: (1)  $y = \log_2(x-1)$ . (2)  $y = |\log_2(x-1)|$ .
316. 已知  $\lg x + \lg y = 2$ , 求  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  的最小值.
317. 解下列方程: (1)  $4^x + 2^{x+1} = 80$ . (2)  $\lg(2x+2) + \lg(15-x) = 1 + \lg 3$ .

318. 已知函数  $f(x) = \log_a \frac{1+x}{1-x}$  ( $a > 0, a \neq 1$ ). (1) 求  $f(x)$  的定义域. (2) 判断  $f(x)$  的奇偶性, 并加以证明. (3) 当  $a > 1$  时, 求使  $f(x) > 0$  的  $x$  的取值范围.
319. 如果光线每通过一块玻璃其强度要减少 10%, 求至少需要多少块这样的玻璃重叠起来, 才能使通过它们的光线强度为原来的强度的  $\frac{1}{3}$  以下? 复习题 B 组
320. 填空: (1) 如果函数  $f(x) = \log_a(-x^2 + ax)$  的定义域为  $(0, \frac{1}{2})$ , 那么实数  $a =$  \_\_\_\_\_. (2) 如果  $45^x = 3$ ,  $45^y = 5$ , 那么  $2x + y =$  \_\_\_\_\_. (3) 若函数  $y = f(x)$  的图像与函数  $y = 2^x - 1$  的图像关于直线  $y = x$  成轴对称图形, 则函数  $y = f(x)$  的解析式为\_\_\_\_\_.
321. 选择题: (1) 当  $a > 1$  时, 在同一坐标系中, 函数  $y = a^{-x}$  与  $y = \log_a x$  的图像是 ( ). (2) 函数  $f(x) = 4 + \log_a(x-1)$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 的图像恒经过定点  $P$ , 则点  $P$  的坐标是 ( ).
- A. (1, 4);                      B. (4, 1);                      C. (2, 4);                      D. (4, 2)
322. 已知  $0 < a < 1$ , 化简  $\sqrt{\lg^2 a - \lg \frac{a^2}{10}}$ .
323. 已知  $\alpha, \beta$  是方程  $\lg^2 x - \lg x - 2 = 0$  的两根, 求  $\log_\alpha \beta + \log_\beta \alpha$  的值.
324. 判断命题“若函数  $y = f(x)$  与  $y = f^{-1}(x)$  的图像有公共点, 则公共点必在直线  $y = x$  上”的真假, 并说明理由.
325. 如果  $^{237}\text{U}$  在不断的裂变中, 每天所剩留质量与上一天剩留质量相比, 按同一比例减少, 经过 7 天裂变, 剩留的质量是原来的 50%, 计算它经过多少天裂变, 剩留质量是原来的 10%.