

1. 由 1, 2, 3, 4, 5, 6 这 6 个数字可以组成多少个数字不重复且是 6 的倍数的五位数?

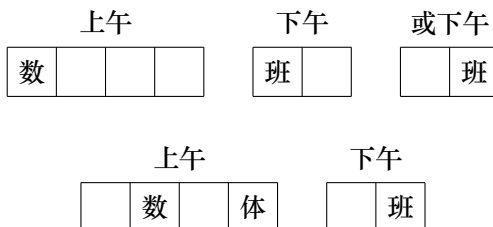
解答在这里一个数是 6 的倍数, 与一个数是 2 的倍数且是 3 的倍数是等价的. 而其中为 3 的倍数的数必须满足“各个数位上的数字之和是 3 的倍数”, 因此, 满足题意要求的五位数应有以下几类可能: 第一类, 由 1, 2, 4, 5, 6 作数码. 第一步, 2, 4, 6 选一个作个位数字: P_3^1 . 第二步, 其余四个数字在其他数位: P_4^4 . 所以 $N_1 = P_3^1 P_4^4$. 第二类, 由 1, 2, 3, 4, 5 作数码, 依上法可得 $N_2 = P_2^1 P_4^4$. 所以 $N = N_1 + N_2 = P_4^4 (P_3^1 + P_2^1) = 24 \times 5 = 120$. 即满足条件的五位数共有 120 个.

2. 3 封不同的信, 有 4 个信箱可供投递, 共有多少种投信的方法? 解答在这里解法一元素分析法 (以信为主).

第一步, 投第一封信, 有 4 种不同的投法. 第二步, 再投第二封信, 也有 4 种不同的投法. 第三步, 最后投第三封信, 仍然有 4 种不同的投法. 因此, 投信的方法共有: $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$ (种). 解法二位置分析法 (以信箱为主). 第一类, 四个信箱中的某一个信箱有 3 封信, 有投信方法 $N_1 = C_4^1 C_3^3$ (种). 第二类, 四个信箱中的某一个信箱有 2 封信, 而另一个信箱有 1 封信, 有投信方法 $N_2 = C_4^2 C_3^2 P_2^2$ (种). 第三类, 四个信箱中的某三个信箱各有 1 封信, 有投信方法 $N_3 = C_4^3 P_3^3$ (种). 因此, 投信的方法共有: $N = N_1 + N_2 + N_3 = C_4^1 C_3^3 + C_4^2 C_3^2 P_2^2 + C_4^3 P_3^3 = 4 + 36 + 24 = 64$ (种).

3. 一天要排语文、数学、英语、生物、体育、班会六节课 (上午四节、下午两节), 要求上午第一节不排体育课, 数学课排在上午, 班会课排在下午, 有多少种的排课方法?

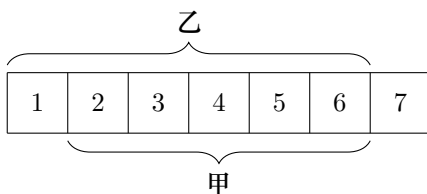
解答在这里解法一从数学课入手. 第一类, 数学课排在第一节. 班会课限排在下午 (如下图上), 其余四科可任意排入另四节, 得 $N_1 = P_2^1 P_4^4 = 48$.



第二类, 数学课排在上午另三节中的一节, 班会课限排在下午, 体育课可排入余下 (不含上午第一节) 三节中的一节 (如上图下), 而其余三科可任意排入另三节, 得 $N_2 = P_3^1 P_2^1 P_3^3 = 108$. 因此, 共有排法 $N = N_1 + N_2 = 48 + 108 = 156$ (种). 解法二从体育课入手. 第一类: 体育课排在上午, $N_1 = P_3^1 P_3^1 P_2^1 P_3^3 = 108$; 第二类: 体育课排在下午, $N_2 = P_2^2 P_4^4 = 48$. 因此, 共有排法 $N = N_1 + N_2 = 108 + 48 = 156$ (种).

4. 七人坐一排, 要求甲不坐首位, 乙不坐末位, 共有几种不同的坐法?

解答在这里解法一 (直接法). 第一类, 如图.



第一步, 甲在第 2 至 6 号位中择一而坐, 得 P_5^1 . 第二步, 乙在第 1 至 6 号位中余下的 5 个位置中择一而坐得 P_5^1 . 第三步, 其余 5 人坐其余 5 个位置, 得 P_5^5 , 所以 $N_1 = P_5^1 P_5^1 P_5^5$. 第二类, 如图.

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

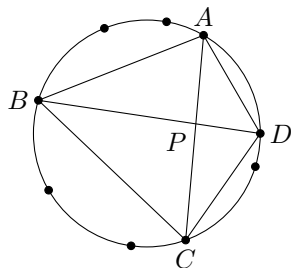
甲

第一步, 甲坐末位. 得 P_1^1 . 第二步, 其余 6 人坐其余 6 个位置, 得 P_6^6 . 所以 $N_2 = P_6^6$. 于是, 满足条件的不同坐法共行: $N = N_1 + N_2 = P_5^1 P_5^1 P_5^5 + P_6^6 = 3720$ (种).

解法二 (间接法). 7 人并坐, 共有 P_7^7 种方法. 甲坐首位, 有 P_6^6 种方法; 乙坐末位, 有 P_6^6 种方法; 甲坐首位, 乙坐末位都不符合题意要求, 所以要从 P_7^7 中扣除, 但在扣除的过程中, 甲坐首位恰乙坐末位的情况被减了两次, 因此还需补回一个 P_5^5 . 所以不同的坐法数为 $N = P_7^7 - 2P_6^6 + P_5^5 = 2720$ (种).

5. 从 1, 3, 5, 7 这 4 个数字中任取 3 个, 从 0, 2, 4 这 3 个数字中任取 2 个, 可以组成多少个无重复数字的五位数? 解答在这里第一类, 取 0, 有 $C_4^3 C_2^1$ 种取法. 每一种 (如 1, 3, 5, 0, 2) 可组成 $P_4^1 P_4^4$ 个五位数, 所以 $N_1 = C_4^3 C_2^1 P_4^1 P_4^4$. 第二类, 不取 0, 有 $C_4^3 C_2^2$ 种取法, 每一种 (如 1, 3, 5, 2, 4) 可组成 P_5^5 个五位数, 所以 $N_2 = C_4^3 C_2^2 P_5^5$. 于是, 组成五位数的个数是 $N = C_4^3 C_2^1 P_4^1 P_4^4 + C_4^3 C_2^2 P_5^5 = 1248$ (种).

6. 如图, 圆上有 9 个点, 每两点连一线段, 所有线段在圆内最多有几个交点?



解答在这里设线段 AC , BD 在圆内交于点 P , 连接 AB , BC , CD , DA , 得到一个四边形, 于是问题转化为 9 个点可组成几个四边形. 所以 $N = C_9^4 = 126$ (个).

7. 5 位女生和 4 位男生彼此身高不一, 现欲选 3 位女生、2 位男生排成左低右高一行, 有几种排法?

8. 从甲、乙、丙、丁、戊 5 位同学中选 3 位, 安排每一位到京、津、沪旅游中的一地, 有几种选派方法?

解答在这里我们把京, 津, 沪看作 3 个位置, 于是问题就转化为 5 位同学选 3 位分坐 3 个位置的问题, 所以选派方法共有 $N = P_5^3 = 60$ (种).

9. 4 件不同的奖品, 全部奖给 3 位同学, 并要求每人至少一件, 有几种奖励方法?

解答在这里设 4 件奖品为 a, b, c, d , 显然, 要将它们分成 2, 1, 1 三组, 因此第一步是组合, 得 C_4^2 ; 我们假定 $\{a, b\}\{c\}\{d\}$ 是一种组合, 再让它们坐到甲、乙、丙三个位置上去, 因此第二步是排列, 得 P_3^3 . 所以不同的奖励法共有 $N = C_4^2 P_3^3 = 36$ (种).

10. 5 本不同的理科书和 3 本不同的文科书并排放在书架上, 要求 3 本文科书并列, 有几种不同的放法? 解答在这里先把 3 本文科书作一个单元与 5 本理科书一起进行全排列, 有 P_6^6 种排法; 然后考虑 3 本文科书的全排列, 对 P_3^3 种排法. 根据乘法原理, 共有不同排法为 $P_6^6 P_3^3 = 4320$ (种).

11. 联欢会上要演出 4 个歌唱节目和 3 个舞蹈节目, 如果舞蹈节目不能连排, 有几种排串节目的方法?

解答在这里如图, 先排 4 个歌唱节目, 有 P_4^4 种排法; 再在图中打 \times 处排入舞蹈节目, 有 P_5^3 种排法. 因此共有不同排法: $P_4^4 P_5^3 = 1440$ (种).

\times	歌	\times	歌	\times	歌	\times	歌	\times
----------	---	----------	---	----------	---	----------	---	----------

12. 5 名运动员参加 100 米决赛, 如果每人到达终点的顺序各不相同, 问: 甲比乙先到达终点的可能有几种?

解答在这里解法一甲第一个到达, $N_1 = P_4^4$; 甲第二个到达, $N_2 = P_3^1 P_3^3$; 甲第三个到达 $N_3 = P_2^1 P_3^3$; 甲第四个到达, $N_4 = P_3^3$. 所以 $N = P_4^4 + P_3^1 P_3^3 + P_2^1 P_3^3 + P_3^3 = 60$ (种). 解法二 5 名运动员到达终点的顺序有 $P_5^5 = 120$ (种), 而甲先于乙到达和乙先于甲到达的情况是对称出现的. 所以 $N = \frac{1}{2} P_5^5 = 60$ (种). 解法三 $N = C_5^2 P_3^3 = 60$ (种).

13. 若 $x \in \{2, 3, 7\}$, $y \in \{-31, -20, 4\}$, 则 xy 可表示不同的值的个数是 ().

- A. $1 + 1 = 2$ B. $1 + 1 + 1 = 3$ C. $2 \times 3 = 6$ D. $3 \times 3 = 9$

14. 已知复数 $a + bi$, 其中 $a, b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, 则可组成的不同虚数个数为 ().

- A. 100 B. 90 C. 81 D. 46

15. 如图, 用 4 种不同的颜色涂入图中的矩形 A, B, C, D 中, 要求相邻的矩形涂色不同, 则不同的涂法共有 ().

- A. 72 种 B. 48 种 C. 24 种 D. 12 种

A	B
C	
D	

16. 把 10 个苹果分成三堆, 要求每堆至少 1 个, 至多 5 个, 则不同的分法共有 ().

- A. 4 种 B. 5 种 C. 6 种 D. 7 种

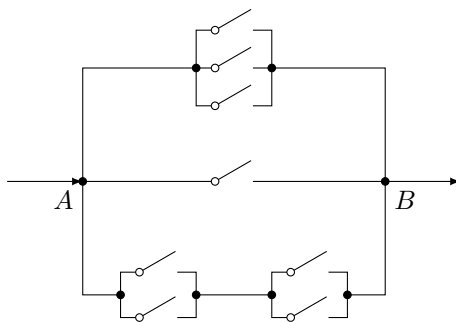
17. 沿着长方体的棱, 从一个顶点到与它相对的另一个顶点的最近路线共有 ().

- A. 3 条 B. 4 条 C. 5 条 D. 6 条

18. 若 $a, b \in \mathbf{N}$, 且 $a + b \leq 6$, 则复数 $a + bi$ 共有_____个.

19. 若整数 x, y 满足 $|x| < 4$, $|y| < 5$, 则以 (x, y) 为坐标的点共有_____个.

20. 如图是一电路图, 从 A 到 B 共有_____条不同的线路可通电.



21. 若集合 $M = \{-1, 1, 2\}$, 且 $a, b, r \in M$, 则 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 所表示的不同圆共有_____个.

22. 若 $a \in \{-1, 2, 3\}$, $b \in \{0, 3, 4, 5\}$, $R \in \{1, 2\}$, 则方程 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ 所表示的不同圆有_____个.

23. 某乒乓球队行男运动员 7 人, 女运动员 6 人, 中选出一名担任队长, 共有_____种不同方案; 从中派出 2 人参加男女混合双打, 共有_____种不同方案.

24. 若 $m \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $n \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, 且方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 是表示中心在原点的双曲线, 则表示不同的双曲线最多有_____条.

25. 3 张卡片正反两面分别写有数字 1 和 2, 3 和 4, 5 和 6, 若将 3 张卡片并列, 可得到_____个不同的三位数 (6 不能作 9 用).

26. 从 2, 3, 5, 7 这 4 个数字中, 任取两个分别作为分数的分子与分母.

(1) 能得到几个不同的分数?

(2) 其中有几个是真分数? 几个是假分数?

27. 在六棱锥各棱所在的 12 条直线中, 异面直线共有 ().

A. 12 对

B. 24 对

C. 36 对

D. 48 对

28. 有一排 5 个信号的显示窗, 每个窗可亮红灯、绿灯或不亮灯, 则共可发出的不同信号有 ().

A. 2^5 种

B. 5^2 种

C. 3^5 种

D. 5^3 种

29. 4 位学生各写一张贺卡, 放在一起, 然后每人从中各取一张, 但不能取自己写的那一张贺卡, 则不同的取法共有 ().

A. 9 种

B. 12 种

C. 16 种

D. 24 种

30. 3 封不同的信, 投入 4 个信箱, 则并有不同的投法_____种.

31. 4 个学生报名参加跳高, 跳远, 游泳比赛, 每人限报 1 项, 则不同的报名方法共有_____种.

32. 若集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$, $B = \{b_1, b_2, b_3\}$, 则从集合 A 到 B 可建立_____个不同的映射, 从集合 B 到集合 A 可建立_____个不同的映射.

33. 如图, 用 4 种不同的颜色涂入图中编号为 1, 2, 3, 4 的正方形, 要求每个正方形只涂一种颜色, 且有公共边的两个正方形颜色不同, 则共有多少种不同的涂法?

1	2
3	4

34. 从 1 到 100 的自然数中, 每次取两个不同的数相加, 使它们的和不大于 100, 有几种取法? ($3+6$ 与 $4+5$ 算作不同的取法).
35. 从 1 到 200 这 200 个自然数中, 各个数位上都不含有数字 8 的数有几个?
36. 有一角硬币 3 枚, 贰元币 6 张, 百元币 4 张, 共可组成多少种不同的币值.
37. 设 $a \in \mathbf{N}$, 且 $a < 27$, 则 $(27-a)(28-a) \cdots (34-a)$ 等于 ().
- A. P_{27-a}^8 B. P_{34-a}^{27-a} C. P_{34-a}^7 D. P_{34-a}^8
38. 6 人站成一排照相, 其中甲、乙、丙三人要站在一起, 且要求乙、丙分别站在甲的两边, 则不同的排法种数为 ().
- A. 12 B. 24 C. 48 D. 144
39. 记 8 个同学排成一排的排列数为 m , 8 个同学排成前后两排 (前排 3 人, 后排 5 人) 的排列数为 n , 则 m, n 的大小关系是 ().
- A. $m = n$ B. $m > n$ C. $m < n$ D. $n < m < 2n$
40. 用 0, 1, 2, 3 这 4 个数字, 可以组成无重复数字的四位数的个数是 ().
- A. 6 B. 12 C. 18 D. 24
41. 5 辆汽车从停车场分五班开出, 其中甲车必须在乙车之前开出, 则发车方案种数为 ().
- A. 24 B. 48 C. 60 D. 96
42. 若 $P_n^3 = nP_3^3$, 则 $n =$ _____.
43. 若 $P_n^n + P_{n-1}^{n-1} = xP_{n+1}^{n+1}$, 则 $x =$ _____.
44. 若 $P_{56}^{n+6} : P_{54}^{n+3} = 30800$, 则 $n =$ _____.
45. 在 10 只不同的抽屉中, 放入 10 种不同的产品, 每只抽屉只放一种, 共有_____种不同的放法.
46. 有黄、红、蓝、白、黑五面不同颜色的信号旗, 按不同顺序从左到右排成一排表示不同的信号, 则可表示_____种不同的信号.

47. 7 位同学站成一排, 按下列要求各存多少种不同的排法:

- (1) 甲站某一固定位置;
- (2) 甲站中间, 乙与甲相邻;
- (3) 甲、乙相邻;
- (4) 甲、乙两人不能相邻;
- (5) 甲、乙、丙三人相邻;
- (6) 甲、乙两人不站在排头和排尾;
- (7) 甲、乙、丙三人中任何两人都不相邻;
- (8) 甲、乙两人必须相邻, 且丙不站在排头和排尾.

48. 在由 0, 1, 2, 3, 4, 5 这 6 个数字组成的无重复数字的六位数中, 个位数字小于十位数字的个数是 ().

- A. 210 B. 300 C. 464 D. 600

49. 在由数字 1, 2, 3, 4, 5 组成数字不重复的五位数中, 小于 50000 的偶数有 ().

- A. 60 个 B. 48 个 C. 36 个 D. 24 个

50. 由 0, 1, 2, 3, 4, 5 这 6 个数字组成数字不重复且大于 345012 的六位数的个数是 ().

- A. 360 B. 270 C. 269 D. 245

51. 6 个停车位置, 有 3 辆汽车需要停放, 若要使 3 个空位连在一起, 则停放方法数为 ().

- A. P_4^4 B. P_6^3 C. P_6^4 D. P_3^3

52. 6 张同排连号的电影票, 分给 3 名教师和 3 名学生, 若要求师生相间而坐, 则不同的分法数为 ().

- A. $P_3^3 P_4^3$ B. $(P_3^3)^2$ C. $2(P_3^3)^2$ D. $P_6^6 - (P_3^3)^2$

53. 取 1, 2, 3, 4, 5 这 5 个数字中的两个分别作为一个对数的底数和真数, 则所得的不同值有 ().

- A. 12 个 B. 13 个 C. 16 个 D. 20 个

54. 由 0, 1, 2, 3, 4, 5 这 6 个数字组成的无重复数字的三位数中, 奇数个数与偶数个数之比为 ().

- A. 1 : 1 B. 2 : 3 C. 12 : 13 D. 21 : 23

55. 直线 $Ax + By = 0$ 的系数 A, B 可以在 0, 1, 2, 3, 5, 7 这六个数字中取值, 则这些方程所表示的不同直线有 ().

- A. 30 条 B. 23 条 C. 22 条 D. 14 条

56. 已知集合 $M = \{a_1, a_2, a_3\}$, $P = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6\}$, 若 M 中的不同元素对应到 P 中的不同像, 则这样的映射个数共有 ().

- A. 3 B. 20 C. 64 D. 120

57. 从 $1, 2, \dots, 10$ 这 10 个自然数中, 每次取出不同的两个, 使它们的乘积是 6 的倍数, 则不同的取法总数为 ().
- A. 14 B. 15 C. 16 D. 17
58. 赛前将 4 对乒乓球双打选手介绍给观众, 每对选手要连着介绍, 则介绍这 8 位选手的不同顺序共有 ().
- A. P_8^8 种 B. P_4^4 种 C. $2P_4^4$ 种 D. $16P_4^4$ 种
59. 要排一张有 5 个独唱节目和 3 个合唱节目的演出节目表, 若合唱节目不排在节目表的第一位置上, 并且任何两个合唱节目不相邻, 则不同的排法总数是 ().
- A. P_8^8 B. $P_5^5 P_3^3$ C. $P_5^5 P_3^3$ D. $P_3^3 P_5^3$
60. 由 $1, 4, 5, x$ 这四个数字组成无重复数字的四位数, 若所有 4 位数的各位数字之和为 288, 则 x 等于 ().
- A. 2 B. 3 C. 6 D. 8
61. 6 个人排成一排, 要求甲、乙、丙 3 人都不排在两端, 求不同排法的种数.
62. 5 男 2 女站成一排, 要求女生不能排在两端, 且又要相邻, 求不同排法的种数.
63. 5 人排成一行, 要求甲、乙 2 人之间至少有 1 人, 求不同排法的种数.
64. 6 人排成一排, 要求甲、乙 2 人之间必有 2 人, 求不同排法的种数.
65. 一排 6 张椅子上坐 3 个人, 每 2 人之间有 1 张空椅子, 求不同排法的种数.
66. 8 张椅子排成一排, 有 4 人就坐, 每人一个座位, 其中恰有 3 个连续空位, 求不同排法的种数.
67. 8 名学生站成前、后两排, 每排 4 人, 其中要求甲、乙 2 人在后排, 丙在前排, 求不同排法的种数.
68. 8 人站成一行纵队, 要求甲、乙、丙 3 人不在排头且要互相隔开, 求不同排法的种数.
69. 8 位同学, 其中有 3 位是三好学生, 他们和班主任合影, 要求班主任坐中间, 而且左、右两边都要有三好学生, 求不同排法的种数.
70. 6 人并排拍照, 要求甲不坐在最左边, 乙不坐在最右边, 求不同排法的种数.
71. 晚会上有 5 个不同的歌唱节目和 3 个不同的舞蹈节目, 分别按以下要求, 各可排出几种不同的节目单: (1) 前 4 个节目中既要有歌唱节目, 又要有舞蹈节目;
- (2) 3 个舞蹈节目排在一起;
- (3) 3 个舞蹈节目彼此隔开;
- (4) 3 个舞蹈节目先后顺序一定.
72. 6 人划船, 其中 2 人只能划右桨, 1 人只能划左桨, 若要求左、右边各 3 人, 则有几不同的划法?
73. 个位和百位的数字是奇数, 十位和千位的数字是偶数, 且无重复数字的四位数共有多少个?

74. 星期一上午某教师要上 3 个班级的课, 每班 1 节, 若上午规定限排 4 节课, 且要求 3 节课不能连排, 则这天上午该教师的课程表有几种不同的排法?
75. 某天的课程表排入政治、语文、数学、外语、劳技、体育 6 门课, 1 门课排 1 节, 若第 1 节不能排体育, 第 6 节不能排数学, 则共有几种不同排法?
76. 由 0, 2, 5, 7, 9 这 5 个数字可组成多少个数字不重复且能被 3 整除的四位数?
77. 由 0, 1, 2, 3, 4, 5 这 6 个数字可组成多少个数字不重复且能被 4 整除的四位数? 可组成数字不重复且能被 25 整除的四位数又有多少?
78. 由 1, 2, 3, 4, 5, 6 这 6 个数字可组成多少个数字不重复且是 6 的倍数的五位数?
79. 由数字 1, 2, 3, 4, 5 可以组成没有重复数字的五位数 120 个, 若把这些数从小到大排成一系列数: 12345, 12354, \dots , 54321, 问:
- (1) 43251 是这一列数的第几个数?
 - (2) 这列数中的第 93 个数是怎样的一个五位数?
 - (3) 求这一列数各数之和 (不必具体算出).
80. 用 1, 2, 3, 4, 5, 6 这 6 个数字组成无重复数字的四位数.
- (1) 奇数数字必须在奇数位的有多少个?
 - (2) 奇数位只排奇数数字的有多少个?
 - (3) 奇数数字不排在奇数位的有多少个?
81. 从 1, 2, 3, 4, 5 这 5 个数字中每次取出 3 个数字组成没有重复数字的三位数, 求所有三位数的个位数的和.
82. 用 1, 7, 8, 9 这 4 个数字组成的四位数中, 分别求所有四位数的各位数字的和与所有四位数的和.
83. 由 1, 4, 5, x 这 4 个不同数字组成数字不重复的四位数, 若所有四位数的数字之和是 180, 求 x .
84. 用 0, 1, 2, 3, 4, 5 这 6 个数字组成无重复数字的三位数, 求所有这些三位数之和.
85. 从 1, 2, 3, 4, 8 这 5 个数字中, 任选两个分别作 a^b 中的底数和指数, 则得到的不同值的幂有多少个?
86. 从 1, 2, 3, \dots , 9 这 9 个数字中任取两个不同的数, 分别作一个对数的真数和底数, 一共可以得到几个不同的对数值? 其中比 1 大的有几个?
87. 若 $n \neq m$, 则组合数 C_n^m 等于 ().
- A. $\frac{P_n^m}{n!}$ B. $\frac{n}{m} C_{n-1}^m$ C. C_m^{n-m+1} D. $\frac{n}{n-m} C_{n-1}^m$
88. 计算 $C_{10}^{r+1} + C_{10}^{17-r}$, 值不相同的有 ().
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
89. 一组 6 条平行线与另一组 3 条平行线互相垂直, 则由它们所围成的矩形个数是 ().
- A. 16 个 B. 45 个 C. 24 个 D. 90 个

90. 从 1, 3, 5, 7, 9 这 5 个数字中任取 3 个, 从 2, 4, 6, 8 这 4 个数字中任取 2 个, 组成数字不重复的五位数的个数是 ().
- A. $P_5^3 P_4^2$ B. $C_5^3 P_5^3 C_5^2 P_4^2$ C. $C_5^3 C_4^2 P_5^5$ D. $P_5^3 P_6^2$
91. 从 4 台 A 型和 5 台 B 型的电视机中, 任取 3 台, 要求至少有 A 型和 B 型各一台的取法数为 ().
- A. 70 B. 140 C. 84 D. 35
92. 以正方形的 4 个顶点, 4 边中点和中心这 9 个点中的 3 点为顶点的三角形的个数是 ().
- A. 84 B. 81 C. 76 D. 73
93. 平面内有 9 个点, 其中有 4 个点在一条直线上, 此外无 3 点共线, 经过其中的每 2 个点作直线, 不同直线的条数是 ().
- A. 31 B. 30 C. 29 D. 28
94. 从集合 $P = \{1, 2, 3\}$, $Q = \{1, 4, 5, 6\}$ 这两个集合中各取一个元素作为平面直角坐标系中点的坐标, 能确定的不同点的个数是 ().
- A. 11 B. 12 C. 23 D. 24
95. 计算: $C_m^5 - C_{m+1}^5 + C_m^4 =$ _____.
96. 计算: $C_{96}^{94} + C_{97}^{95} + C_{98}^{96} + C_{99}^{97} =$ _____.
97. 计算: $C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + \cdots + C_{10}^2 =$ _____.
98. 计算: $C_3^0 + C_4^1 + C_5^2 + C_6^3 + \cdots + C_{20}^{17} =$ _____.
99. 从 5 名学生中任选 3 名学生分别担任 3 种不同的职务, 共有_____种不同的办法.
100. 有 3 名学生分别担任 5 种不同职务中的 3 个不同职务, 共有_____种不同分法.
101. 在两条异面直线上分别各有 5 个点和 4 个点, 每两点确定一条直线, 一共有_____条直线.
102. 直线 $l_1 \parallel l_2$, l_1 上有 4 个点, l_2 上有 6 个点, 以这些点为端点连接成线段, 则它们在 l_1 与 l_2 之间的交点最多有_____个.
103. M 和 N 是两个不重合的平面, 在平面 M 内取 5 个点, 在平面 N 内取 4 个点, 则由这些点最多能决定不同位置的三棱锥有_____个.
104. 平面内共有 17 个点, 其中有且仅有 5 个点共线, 以这些点中的 3 个点为顶点的三角形共有_____个.
105. 以三棱柱的顶点为顶点的四面体的个数为_____.
106. 平面内有 7 条不同的直线, 其中有且仅有两条直线互相平行, 则这 7 条直线最多能围成的三角形有_____个.

107. 已知一些点的坐标 (x, y) 满足 $|x| < 2, |y| < 2$ 且 $x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}$, 若以这些点的其中三点为顶点作三角形, 则这样的三角形共有 ().
- A. 72 个 B. 76 个 C. 80 个 D. 84 个
108. 以正方体的顶点为顶点的四面体个数是 ().
- A. 70 B. 64 C. 58 D. 24
109. 有甲、乙、丙 3 项任务, 其中甲需 2 人承担, 乙、丙各需 1 人承担, 现从 10 人中选派 4 人承担这 3 项任务, 则不同的选法数共有 ().
- A. 1260 种 B. 2025 种 C. 2520 种 D. 5040 种
110. 将 5 名学生分配到 4 个不同的科技小组参加活动, 要求每个科技小组至少有一名学生参加, 则不同的分配方法共有 ().
- A. 60 种 B. 120 种 C. 240 种 D. 480 种
111. 将 4 名教师分配到 3 个班级去参加活动, 要求每班至少 1 名的分配方法有 ().
- A. 72 种 B. 48 种 C. 36 种 D. 24 种
112. 高三年级有 8 个班, 分派 4 个数学教师任教, 每个教师教两个班, 则不同的分派方法有 ().
- A. $P_8^2 P_6^2 P_4^2 P_2^2$ 种 B. $C_8^2 C_6^2 C_4^2 C_2^2$ 种 C. $C_8^2 C_6^2 C_4^2 C_2^2 C_4^4$ 种 D. $\frac{C_8^2 C_6^2 C_4^2 C_2^2}{4!}$ 种
113. 现有男、女学生共 8 人, 从男生中选 2 人, 从女生中选 1 人分别参加数学、物理与化学三科竞赛, 共有 90 种不同的选派方案, 则男、女生人数为 ().
- A. 男生 2 人, 女生 6 人 B. 男生 3 人, 女生 5 人 C. 男生 5 人, 女生 3 人 D. 男生 6 人, 女生 2 人
114. 把字母 a, a, a, a, b, b, b 排成一列, 其中任何两个 b 不能相邻的排法共有 ().
- A. 4 种 B. 10 种 C. 24 种 D. 60 种
115. 已知 $a \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, $b \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 则方程 $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$ 表示的不同双曲线条数最多是 ().
- A. 48 B. 26 C. 22 D. 14
116. 若 m, n 是不大于 6 的非负整数, 则 $C_6^m x^2 + C_6^n y^2 = 1$ 表示不同的椭圆个数是 ().
- A. 42 B. 30 C. 12 D. 6
117. 从 5 个学校中选出 8 名学生组成代表团, 要求每校至少有 1 人的选法种数是 ().
- A. $C_5^1 + C_5^1 C_4^1 + C_5^1 C_4^1 C_3^1$ B. $C_5^3 + C_5^2 C_4^1 + C_5^1 C_4^1 C_3^1$ C. $C_5^1 + P_5^2 + C_5^3$ D. C_5^5
118. 空间有 n 个点, 任意 4 点均不共面, 连接其中任意两点均有一直线, 则成为异面直线的对数为 ().
- A. C_n^4 B. $2C_n^4$ C. $3C_n^4$ D. P_n^4

119. 若 $C_7^x = C_7^2$, 则 $x =$ _____.
120. 若 $C_{18}^{2x} = C_{18}^{16-x}$, 则 $x =$ _____.
121. 若 $C_x^{12} = C_x^8$, 则 $x =$ _____.
122. 若 $C_x^3 : C_x^2 = 44 : 3$, 则 $x =$ _____.
123. 若 $3C_{x-3}^{x-7} = 5P_{x-4}^2$, 则 $x =$ _____.
124. 若 $C_{17}^{2x} + C_{17}^{2x-1} = C_{18}^6$, 则 $x =$ _____.
125. 异面直线 l_1 和 l_2 分别有 m 个和 $n(m, n \geq 3)$ 个不同的点, 若以这些点为顶点, 可构成_____个三角形, _____个四面体.
126. 一条直线 a 上有 n 个点, 平面 α 内有 m 个点, 以这些点为顶点, 最多可确定_____个三棱锥.
127. 有两个同心圆, 在外圆周上有相异的 6 个点, 内圆周上有相异的 3 个点, 由这 9 个点所确定的直线最多有_____条, 最少有_____条.
128. 已知 $\angle AOB$ 的一边 OA 上有不同的 8 个点, 在另一边 OB 上有不同的 3 个点, 现从 OA, OB 上分别取一点作连线, 则由这些直线相交的交点在 $\angle AOB$ 内的个数最多有_____个.
129. 解不等式: $\frac{1}{3} < \frac{C_{x+1}^3}{C_{x-1}^1} < 7$.
130. 解不等式: $C_n^{n-5} > C_{n-2}^3 + 2C_{n-2}^2 + n - 2$.
131. 解不等式: $C_{21}^{x-4} < C_{21}^{x-2} < C_{21}^{x-1}$.
132. 解不等式: $C_k^0 + C_k^1 + 2C_k^2 + 3C_k^3 + \cdots + kC_k^k < 500$.
133. 解方程: $C_{16}^{x^2-x} = C_{16}^{5x-5}$.
134. 解方程: $C_{x+3}^{x+1} = C_{x+1}^{x-1} + C_{x+1}^x + C_x^{x-2}$.
135. 计算: $C_{2n}^{17-n} + C_{13+n}^{3n}$.
136. 计算: $C_{3n}^{38-n} + C_{21+n}^{3n}$.
137. 化简: $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \cdots + 10 \cdot 10!$.
138. 求证: $\frac{1}{k!} - \frac{1}{(k+1)!} = \frac{k}{(k+1)!}$.
139. 化简: $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \cdots + \frac{n}{(n+1)!}$.
140. 求证: $\frac{k+2}{k! + (k+1)! + (k+2)!} = \frac{1}{(k+1)!} - \frac{1}{(k+2)!}$.
141. 求和: $\frac{3}{1! + 2! + 3!} + \frac{4}{2! + 3! + 4!} + \cdots + \frac{n+2}{n! + (n+1)! + (n+2)!}$.

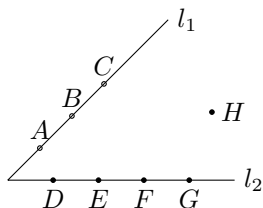
142. 求证: $C_n^k = C_2^0 C_{n-2}^k + C_2^1 C_{n-2}^{k-1} + C_2^2 C_{n-2}^{k-2} (k \geq 2)$.

143. 求证: $n! + \frac{(n+1)!}{1!} + \frac{(n+2)!}{2!} + \cdots + \frac{(n+m)!}{m!} = n! C_{n+m+1}^{n+1}$.

144. n 个不同的球放入 n 个不同的盒子中, 若恰好有一个盒子是空盒, 则共有几种不同的放法?

145. 从集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 到集合 $N = \{a, b, c\}$ 的映射, 要求集合 N 中的元素在集合 M 中都有原像, 这样的映射有几种?

146. 如图, $A, B, C \in l_1$, $D, E, F, G \in l_2$, H 不属于 $l_1 \cup l_2$, 以这 8 个点中的 3 个点为顶点, 最多可作多少个不同的三角形?



147. $\angle AOB$ 的两边 OA , OB 上分别有异于顶点 O 的 5 个点和 6 个点, 这 12 个点 (连同 O 点) 可作几条不同直线和几个不同的三角形?

148. 在 $ABCD$ 中, M , N 是边 AB 的三等分点, P 是边 CD 的中点, 从 A, B, C, D, M, N, P 这 7 个点中选 3 个作为三角形的顶点, 一共可以构成几个不同的三角形? 其中面积最小的三角形有几个?

149. 以四棱台的顶点为顶点, 时组成多少个四面体?

150. 正方体有 8 个顶点, 每 3 点确定 1 个平面, 一共可确定多少个平面?

151. 从集合 $\{51, 52, 53, \cdots, 99\}$ 中任选 2 个数, 使这 2 个数的和为偶数, 有多少种不同的选法?

152. 从 1 到 100 的自然数中, 每次取两个不同的数相加, 使它们的和不大于 100, 有几种不同的取法 (1+4 与 2+3 算不同的取法, 2+3 与 3+2 算相同的取法)?

153. 从 1 到 18 这 18 个自然数中任选 3 个, 使它们的和是 3 的倍数, 有几种选法?

154. 从 5 个男乒乓球运动员和 4 个女乒乓球运动员中选出 2 男、2 女进行乒乓球混合双打, 有多少种不同的分组方法?

155. 有编号为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 的 7 个球和编号为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 的 7 只盒子, 将这 7 个球放入这 7 只盒子中, 要求每只盒子放 1 个, 恰使其中 4 个球的编号与盒子的编号相同, 一共有多少种不同的投放方法?

156. 9 件相同的奖品分给 3 个学生, 每人至少分得 2 件奖品, 一共存几种不同的分法?

157. 7 个相同的球任意放入 4 个不同的盒子中, 每个盒子至少有 1 个球的不同放法有几种?

158. 在连续的 6 次射击中, 恰好命中 4 次的情形有多少种?

159. 在所有的三位数中 (数字允许重复), 百位数字, 十位数字, 个位数字依次减小的有多少个? 仅是个位数字比百位数字小的有多少个?
160. 圆上有 10 个点, 每两点连成一条线段, 这些线段在圆内最多有多少个交点?
161. 将分别写有 $a, b, c, d, e, 1, 2, 3, 4, 5$ 的 10 张纸片排成一列, 要求 5 在最前, 1 在最后, 且数字从大到小, 字母按英文字母表的先后顺序排列, 则有多少种不同的排法?
162. 从 $1, 2, \dots, 10$ 这 10 个数中任取 3 个互不相邻的自然数, 有几种不同的取法?
163. 从 6 个运动员中, 选出 4 人参加 4×100 米接力赛跑, 若其中甲、乙两人都不能跑第一棒, 共有多少种参赛方案?
164. 从 7 名运动员中, 选出 4 人参加 4×100 米接力赛跑, 若要求甲、乙两人都不跑中间两棒, 共有多少种参赛方案?
165. 有 6 名运动员参加 4×100 米接力跑, 其中甲不能跑第一棒, 乙不跑第四棒, 共有多少种参赛的方法?
166. 3 天中, 考政治、语文、外语、数学、物理和化学 6 科.
- (1) 每天考一文一理, 有几种不同的安排方法?
 - (2) 每天考一文一理, 且语文、数学不能同一天考, 有几种不同的安排方法?
167. 在无重复数字的四位数中, 其中恰有 2 个奇数数字和 2 个偶数数字的四位数共有多少个?
168. 从 $1, 3, 5, 7$ 这 4 个数字中任取 3 个, 从 $0, 2, 4$ 这 3 个数字中任取 2 个, 共可组成多少个无重复数字的五位数?
169. 10 个人分乘 3 辆汽车, 要求甲车坐 5 人, 乙车坐 3 人, 丙车坐 2 人, 有多少种不同的乘车方法?
170. 某市今年有 8 项重点工程需要建设, 由甲、乙、丙、丁 4 个建筑公司承包, 若要求甲承包 3 项, 乙承包 1 项, 丙、丁各承包 2 项, 则共有多少种不同的承包方案?
171. 有 6 本不同的书, 分给甲、乙、丙 3 人, 按下列要求, 各有几种不同的分法:
- (1) 甲得 1 本, 乙得 2 本, 丙得 3 本;
 - (2) 每人 2 本;
 - (3) 1 人 1 本, 1 人 2 本, 1 人 3 本.
172. 已知集合 A 和集合 B 各含有 12 个元素, $A \cap B$ 含有 4 个元素, 试求同时满足下列两个条件的集合 C 的个数:
- (1) $C \subset (A \cup B)$, 且 C 中含有 3 个元素;
 - (2) $C \cap A \neq \emptyset$.
173. 有翻译 8 人, 其中 3 人只会英语, 2 人只会日语, 其余 3 人既会英语又会日语, 现从中选 6 人, 安排 3 人翻译英语, 3 人翻译日语, 则不同的安排方法有多少种?

174. 求二项式 $(2x - \frac{3}{2x^2})^7$ 展开式的第四项的二项式系数和第四项的系数.

解答在这里因为 $T_4 = T_{3+1} = C_7^3(2x)^{7-3}(-\frac{3}{2}x^{-2})^3 = C_7^3 2^4(-\frac{3}{2})^3 x^{-2}$, 所以第四项的二项式系数为 C_7^3 , 即 35; 第四项的系数为 $C_7^3 \cdot 2^4(-\frac{3}{2})^3$, 即 -1890.

175. 求 $(1+x) + (1+x)^2 + (1+x)^3 + \cdots + (1+x)^{2n} (n \in \mathbf{N})$ 的展开式中 x^n 项的系数.

解答在这里解法一考虑 $(1+x)^k (n \leq k \leq 2n)$ 展开式的通项, 在 $T_{r+1} = C_k^r x^r$ 中, 令 $r = n$, 得 $T_{n+1} = C_k^n x^n$, 故 x^n 项的系数为

$$\begin{aligned} C_n^n + C_{n+1}^n + C_{n+2}^n + \cdots + C_{2n}^n &= C_{n+1}^{n+1} + C_{n+1}^n + C_{n+2}^n + \cdots + C_{2n}^n \\ &= C_{n+2}^{n+1} + C_{n+2}^n + \cdots + C_{2n}^n \\ &= \cdots = C_{2n}^{n+1} + C_{2n}^n \\ &= C_{2n+1}^{n+1}. \end{aligned}$$

解法二题中的多项式是以 $(1+x)$ 为公比、项数为 $2n$ 的等比数列的和, 于是, 当 $x \neq 0$ 时, 原式 $= \frac{(1+x)[(1+x)^{2n} - 1]}{(1+x) - 1} = \frac{(1+x)^{2n+1} - (1+x)}{x}$. 因此, 只需求 $(1+x)^{2n+1}$ 的展开式中含 x^{n+1} 项的系数即可. 而 $(1+x)^{2n+1}$ 展开式的通项为 $T_{r+1} = C_{2n+1}^r x^r$, 令 $r = n+1$, 得 $T_{n+2} = C_{2n+1}^{n+1} x^{n+1}$ 所以题中含 x^n 项的系数为 C_{2n+1}^{n+1} .

176. 在 $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^{100}$ 的展开式中, 有多少项是有理项?

解答在这里考虑 $(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{3}})^{100}$ 展开式的通项 $T_{r+1} = C_{100}^r x^{\frac{100-r}{2}} \cdot (x^{-\frac{1}{3}})^r = C_{100}^r x^{50 - \frac{3r}{6}}$. 令 $r = 6k (k \in \mathbf{Z})$, 则 $0 \leq 6k \leq 100$, 即 $r = 0, 6, 12, \cdots, 96$. 因此共有 17 个有理项.

177. 求 $(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2)^3$ 展开式中含 x^2 项的表达式.

解答在这里原式 $= (x - \frac{1}{x})^6$, 它的展开式的通项为 $T_{r+1} = C_6^r x^{6-r} (-x^{-1})^r = (-1)^r C_6^r x^{6-2r}$. 令 $r = 2$, 得 $T_{2+1} = C_6^2 x^2 = 15x^2$, 所以含 x^2 的项为 $15x^2$.

178. 求 $(1+x+x^2)(1-x)^{10}$ 展开式中含 x^4 项的系数.

解答在这里原式 $= (1-x^3)(1-x)^9$. $(1-x)^9$ 展开式的通项为 $T_{r+1} = C_9^r (-x)^r$. 令 $r = 4$, 得 $T_{4+1} = C_9^4 x^4$. 令 $r = 1$, 得 $T_{1+1} = -C_9^1 x$. 故 x^4 的系数为 $C_9^4 + C_9^1 = 135$.

179. 求 $(ax + by + cz)^n$ 的展开式中含 $x^p y^q z^r$ 项的系数, 其中 $p+q+r=n (p, q, r, n \in \mathbf{N})$. 解答在这里原式 $= [(ax+by)+cz]^n$, 其展开式的通项为 $T_{k+1} = C_n^k (ax+by)^{n-k} \cdot (cz)^k$. 令 $k = r$, 得 $T_{r+1} = C_n^r (ax+by)^{n-r} \cdot (cz)^r$.

而 $(ax+by)^{n-r}$ 展开式的通项为 $T'_{s+1} = C_{n-r}^s (ax)^{n-r-s} \cdot (by)^s$. 令 $s = q$, 得 $T'_{q+1} = C_{n-r}^q (ax)^{n-r-q} \cdot (by)^q = C_{n-r}^q (ax)^p \cdot (by)^q$. 故 $x^p y^q z^r$ 的系数为 $C_n^r \cdot C_{n-r}^q a^p b^q c^r$.

180. 求 $(x + \frac{1}{x} - 1)^5$ 展开式中的常数项.

解答在这里把 $[(x + \frac{1}{x}) - 1]^5$ 直接展开, 即 $[(x + \frac{1}{x}) - 1]^5 = (x + \frac{1}{x})^5 - 5(x + \frac{1}{x})^4 + 10(x + \frac{1}{x})^3 - 10(x + \frac{1}{x})^2 + 5(x + \frac{1}{x}) - 1$. 考虑 $x + \frac{1}{x}$ 的对称性, 只打在它的偶次幂中, 其展开式才会出现常数项. 所以常数项为 $(-5) \times 6 + (-10) \times 2 - 1 = -51$.

181. 求证: $4^n - 4^{n-1}C_n^1 + 4^{n-2}C_n^2 - 4^{n-3}C_n^3 + \cdots + 4(-1)^{n-1}C_n^{n-1} + (-1)^nC_n^n = 3^n (n \in \mathbf{N})$.

解答在这里在 “ $(a+b)^n = C_n^0a^n + C_n^1a^{n-1}b + \cdots + C_n^nb^n$ ” 中, 令 $a = 4, b = -1$ 得 $4^n - 4^{n-1}C_n^1 + 4^{n-2}C_n^2 - 4^{n-3}C_n^3 + \cdots + 4 \times (-1)^{n-1}C_n^{n-1} + (-1)^nC_n^n = (4-1)^n = 3^n (n \in \mathbf{N})$.

182. 求证: $1 - C_n^2 + C_n^4 - C_n^6 + C_n^8 - C_n^{10} + \cdots = (\sqrt{2})^n \cos \frac{n\pi}{4}, C_n^1 - C_n^3 + C_n^5 - C_n^7 + C_n^9 - C_n^{11} + \cdots = (\sqrt{2})^n \sin \frac{n\pi}{4}$.

解答在这里在 $(a+b)^n = C_n^0a^n + C_n^1a^{n-1}b + \cdots + C_n^{n-1}ab^{n-1} + C_n^nb^n$ 中, 令 $a = 1, b = i$, 则

$$\begin{aligned}(1+i)^n &= C_n^0 + C_n^1i + C_n^2i^2 + C_n^3i^3 + C_n^4i^4 + \cdots + C_n^ni^n \\ &= (C_n^0 - C_n^2 + C_n^4 - C_n^6 + C_n^8 - C_n^{10} + \cdots) + (C_n^1 - C_n^3 + C_n^5 - C_n^7 + C_n^9 - C_n^{11} + \cdots)i\end{aligned}$$

又 $(1+i)^n = [\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})]^n = (\sqrt{2})^n (\cos \frac{n\pi}{4} + i \sin \frac{n\pi}{4})$. 比较上述两式, 即得欲证.

183. 求证: $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1} (n \in \mathbf{N})$.

解答在这里记 $S_n = 0C_n^0 + 1 \cdot C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \cdots + (n-1)C_n^{n-1} + nC_n^n$, 又 $S_n = nC_n^n + (n-1)C_n^{n-1} + \cdots + 1 \cdot C_n^1 + 0C_n^0$, 两式相加, 并利用 $C_n^m = C_n^{n-m}$, 得 $2S_n = n(C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n) = n \cdot 2^n$, 所以 $S_n = n \cdot 2^{n-1} (n \in \mathbf{N})$.

184. 求证: $C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \cdots + \frac{1}{n+1}C_n^n = \frac{1}{n+1}(2^{n+1} - 1) (n \in \mathbf{N})$.

解答在这里因为

$$\begin{aligned}\frac{1}{k+1}C_n^k &= \frac{1}{k+1} \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{(k+1)!(n-k)!} \\ &= \frac{1}{n+1} \cdot \frac{(n+1)!}{(k+1)!(n-k)!} \\ &= \frac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1},\end{aligned}$$

所以左边 $= \frac{1}{n+1}(C_{n+1}^1 + C_{n+1}^2 + C_{n+1}^3 + \cdots + C_{n+1}^n) = \frac{1}{n+1}(2^{n+1} - 1) =$ 右边.

185. 求证 $C_n^0C_n^1 + C_n^1C_n^2 + \cdots + C_n^{n-1}C_n^n = \frac{(2n)!}{(n-1)!(n+1)!}$.

解答在这里因为 $(1+x)^{2n} = (1+x)^n(1+x)^n$, $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + \cdots + C_n^nx^n$, 又因为 $(1+x)^n = C_n^n + C_n^{n-1}x + C_n^{n-2}x^2 + \cdots + C_n^0x^n$, 所以两式的两边相乘, 得 $(1+x)^n \cdot (1+x)^n = (C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + \cdots + C_n^nx^n) \times (C_n^n + C_n^{n-1}x + C_n^{n-2}x^2 + \cdots + C_n^0x^n)$. 上式右边乘积中, 含 x^{n+1} 项的系数是 $C_n^0C_n^1 + C_n^1C_n^2 + C_n^2C_n^3 + \cdots + C_n^{n-1}C_n^n$. 而在 $(1+x)^{2n}$ 的展开式中含 x^{n+1} 项的系数是 $C_{2n}^{n+1} = \frac{(2n)!}{(n+1)!(2n-n-1)!} = \frac{(2n)!}{(n+1)!(n-1)!}$. 由 $(1+x)^n \cdot (1+x)^n = (1+x)^{2n}$, 等式两边展开式中对应项的系数应该相等, 于是 $C_n^0C_n^1 + C_n^1C_n^2 + C_n^2C_n^3 + \cdots + C_n^{n-1}C_n^n = \frac{(2n)!}{(n+1)!(n-1)!}$.

186. 求证: $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \cdots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n (n \in \mathbf{N})$.

解答在这里从 $2n$ 个不同的元素中选取 n 个元素的取法数是 C_{2n}^n . 我们也可将 $2n$ 个元素平均分成甲、乙两组, 那么取法也可按以下分类进行.

甲组	乙组	取法数
取 0 个	取 n 个	$C_n^0 C_n^n$
取 1 个	取 $n-1$ 个	$C_n^1 C_n^{n-1}$
取 2 个	取 $n-2$ 个	$C_n^2 C_n^{n-2}$
...
取 n 个	取 0 个	$C_n^n C_n^0$

由加法原理, $C_n^0 C_n^n + C_n^1 C_n^{n-1} + C_n^2 C_n^{n-2} + \cdots + C_n^n C_n^0 = C_{2n}^n$, 即 $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \cdots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$.

187. 求 53^{53} 除以 9 的余数.

解答在这里因为 $53^{53} = (54-1)^{53} = 54^{53} - C_{53}^1 \cdot 54^{52} + C_{53}^2 \cdot 54^{51} - C_{53}^3 \cdot 54^{50} + \cdots + C_{53}^{52} \cdot 54 - 1$
 $= 9A - 1 = 9A - 9 + 8 = 9B + 8 (A, B \in \mathbf{Z})$, 所以所求余数为 8.

188. 求证: $n^{n-1} - 1$ 能被 $(n-1)^2$ 整除 ($n \geq 3, n \in \mathbf{N}$).

解答在这里因为 $n^{n-1} - 1 = [(n-1) + 1]^{n-1} - 1 = (n-1)^{n-1} + C_{n-1}^1 (n-1)^{n-2} + C_{n-1}^2 (n-1)^{n-3} + \cdots + C_{n-1}^{n-3} (n-1)^2 + C_{n-1}^{n-2} (n-1)$ 而 $C_{n-1}^{n-2} (n-1) = C_{n-1}^1 (n-1) = (n-1)^2$, 所以 $n^{n-1} - 1$ 能被 $(n-1)^2$ 整除.

189. 求证: $2 < (1 + \frac{1}{n})^n < 3 (n \geq 2, n \in \mathbf{N})$.

解答在这里显然, $(1 + \frac{1}{n})^n = 1 + C_n^1 \cdot \frac{1}{n} + C_n^2 \cdot (\frac{1}{n})^2 + \cdots + C_n^n \cdot (\frac{1}{n})^n > 2$. 而

$$\begin{aligned}
 (1 + \frac{1}{n})^n &= 1 + C_n^1 \cdot \frac{1}{n} + C_n^2 \cdot (\frac{1}{n})^2 + C_n^3 (\frac{1}{n})^3 + \cdots + C_n^n \cdot (\frac{1}{n})^n \\
 &= 2 + \frac{n(n-1)}{2!} \cdot \frac{1}{n^2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \cdot \frac{1}{n^3} + \cdots + \frac{n!}{n!} \cdot \frac{1}{n^n} \\
 &= 2 + \frac{1}{2!} (1 - \frac{1}{n}) + \frac{1}{3!} (1 - \frac{1}{n})(1 - \frac{2}{n}) + \cdots + \frac{1}{n!} (1 - \frac{1}{n})(1 - \frac{2}{n}) \cdots (1 - \frac{n-1}{n}) \\
 &< 2 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!} < 2 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{(n-1)n} \\
 &= 2 + [(1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n})] = 3 - \frac{1}{n} < 3.
 \end{aligned}$$

190. 在 $(a-b)^n (n \in \mathbf{N})$ 的展开式中, 第 r 项的二项式系数为 ().

- A. C_n^r B. C_n^{r-1} C. $(-1)^r C_n^r$ D. $(-1)^{r-1} C_n^{r-1}$

191. $(\sqrt{3}i - x)^{10}$ 展开式的第 8 项是 ().

- A. $-360\sqrt{3}x^7 i$ B. $-135x^3$ C. $360\sqrt{3}x^7 i$ D. $3240\sqrt{3}x^3 i$

192. $(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt[3]{x})^{20}$ 的展开式中, 不含 x 的项是 ().

- A. 第 11 项 B. 第 12 项 C. 第 13 项 D. 第 7 项或第 13 项

193. 若二项式 $(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x})^n$ 展开式中第 8 项是含 $\sqrt[3]{x}$ 的项, 则自然数 n 的值等于 ().

- A. 27 B. 28 C. 29 D. 30

194. 在 $(1+x)^n$ 的二项展开式中, 若第 9 项的系数与第 13 项的系数相等, 则第 20 项的系数等于 ().
- A. 19 B. 20 C. 21 D. 22
195. 若 $(1+x)^8$ 展开式的中间三项依次成等差数列, 则 x 的值等于 ().
- A. $\frac{1}{2}$ 或 2 B. $\frac{1}{2}$ 或 4 C. 2 或 4 D. 2 或 $\frac{1}{4}$
196. 在 $(x-1)^9$ 按 x 降幂排列的展开式中, 系数最大的项是 ().
- A. 第 4 项和第 5 项 B. 第 5 项 C. 第 5 项和第 6 项 D. 第 6 项
197. 在 $(x+\frac{2}{x^2})^n$ 的展开式中, 第 3 项为常数, 则中间项的表达式为 ().
- A. 60 B. $160x^{-3}$ C. 672 D. $960x^{-3}$
198. $(x+1)^4 - 4(x+1)^3 + 6(x+1)^2 - 4(x+1) + 1$ 等于 ().
- A. x^4 B. $-x^4$ C. 1 D. -1
199. 在 $(x+y)^n$ 的展开式中, 若第 7 项的系数最大, 则 n 等于 ().
- A. 11, 12, 13 B. 13, 14 C. 11, 15 D. 12, 13
200. 在 $(x-\frac{1}{x})^9$ 的展开式中, x^3 的系数为_____.
201. 在 $(ax+1)^7$ 的展开式中, 若 x^3 的系数是 x^2 的系数与 x^4 的系数的等差中项, 且 $a > 1$, 则 a 的值等于_____.
202. 在 $(x+1+i)^{10}$ 的展开式中, x^6 的系数是_____.
203. 若 $a > 0, n \in \mathbb{N}$, 且 $(ax+1)^{2n}$ 和 $(x+a)^{2n+1}$ 展开式的 x^n 的系数相等, 则 a 的取值范围是_____.
204. $(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2})^{12}$ 的展开式的第 5 项是_____.
205. 若二项式 $(z-2)^6$ 展开式中的第 5 项是 -480, 则复数 z 的值是_____.
206. 若 $(x+\frac{1}{x})^n$ 展开式中的第 3 项和第 7 项系数相等, 则系数的最大项是_____.
207. 在 $(\sqrt[3]{a} - \frac{1}{\sqrt{a}})^{15}$ 的展开式中, 不含 a 的项是第_____项.
208. $(\frac{\sqrt{x}}{3} + \frac{3}{\sqrt{x}})^{12}$ 展开式的中间一项等于_____.
209. $(2x^2 + \frac{1}{x})^{12}$ 展开式的常数项为_____.
210. 若 $(\frac{1}{x\sqrt[3]{x}} + x)^n$ 展开式中第 5, 6, 7 项的系数成等差数列, 则展开式中不含 x 的项为_____.
211. 在 $(\sqrt[3]{2} + \sqrt{3})^{12}$ 的展开式中, 有理项是第_____项.
212. 在 $(1-3x)^{12}$ 的展开式中, 各项的二项式系数之和为_____.

213. 在 $(1-x)^9$ 的展开式中, x 的奇次项系数之和等于_____.
214. 若 $(4x-1)^6 = a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, 则 $a_6 + a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0$ 的值等于_____.
215. 若 $(1-2x)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$, 则 $a_6 - a_5 + a_4 - a_3 + a_2 - a_1$ 的值等于_____.
216. 在 $(2x-1)^5$ 的展开式中, 各项系数的绝对值之和等于_____.
217. 在 $(x+2y)(2x+y)^2(x+y)^3$ 的展开式中, 各项系数的和是_____.
218. _____.
219. $1 + 7C_n^1 + 7^2C_n^2 + 7^3C_n^3 + \cdots + 7^nC_n^n =$ _____.
220. $1 - 2C_n^1 + 4C_n^2 - \cdots + (-2)^nC_n^n =$ _____.
221. $3 + 3^{n-1}C_n^1 + 3^{n-2}C_n^2 + \cdots + 3C_n^{n-1} + C_n^n =$ _____.
222. $C_{21}^0 - C_{21}^2 + C_{21}^4 - C_{21}^6 + \cdots + C_{21}^{16} - C_{21}^{18} + C_{21}^{20} =$ _____.
223. 若 $(2x^2 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n$ 的展开式中含有非零常数项, 则正整数 n 的最小值是 ().
- A. 8 B. 6 C. 5 D. 4
224. 在 $(\sqrt[5]{3} + \sqrt[7]{5})^{24}$ 的展开式中, 整数项是 ().
- A. 第 12 项 B. 第 13 项 C. 第 14 项 D. 第 15 项
225. 在 $(\sqrt{3}x + \sqrt[3]{2})^{100}$ 的展开式中, x 的系数为有理数的项共有 ().
- A. 15 项 B. 16 项 C. 17 项 D. 18 项
226. 在 $(1-x)^n(1+x)^n$ 的展开式中, 若含 x^4 项的系数是 10, 则自然数 n 的值等于 ().
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
227. 在二项式 $(1+x)^n$ 的展开式中, 若相邻两项的系数之比为 8:15, 则 n 的最小值是 ().
- A. 21 B. 22 C. 23 D. 24
228. 若集合 $P = \{\text{所有小于1993的正奇数}\}$, 则 P 的非空真子集的个数是 ().
- A. 2^{996} B. $2^{996} - 2$ C. $2^{996} - 1$ D. 2^{995}
229. 在 $(2-3x)^n$ 的展开式中, 各项系数之和是 ().
- A. 1 B. n 为偶数时是 2, n 为奇数时是 -2
C. -1 D. n 为偶数时是 1, n 为奇数时是 -1
230. 在 $(1+x)^3 + (1+x)^4 + \cdots + (1+x)^{n+2}$ 的展开式中, 含 x^2 项的系数是 ().
- A. C_{n+3}^3 B. $C_{n+3}^3 - 1$ C. $C_{n+2}^3 - 1$ D. C_{n+2}^3

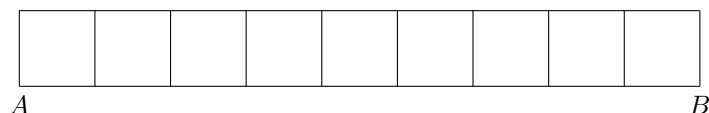
231. $(a+b+c)^{10}$ 展开式的项数共有 ().
- A. 11 项 B. 66 项 C. 121 项 D. 132 项
232. 在 $(x+1)(2x+1)(3x+1)\cdots(nx+1)$ 的展开式中, x 的一次项的系数是 ().
- A. C_n^1 B. C_n^2 C. C_{n+1}^1 D. C_{n+1}^2
233. 在 $(1+x_1)(1+x_2)^2\cdots(1+x_{n-1})^{n-1}(1+x_n)^n$ 展开式中, 各项系数之和是 ().
- A. $2^{n(n+1)}$ B. $2^{\frac{n(n+1)}{2}}$ C. $2^{n+1} + 2$ D. $2(2^n - 1)$
234. 55^{55} 被 8 除所得的余数是 ().
- A. 7 B. -7 C. 1 D. -1
235. 求 $(x^2 + \frac{4}{x^2} - 4)^5$ 展开式中含 x^4 项的系数.
236. 求 $(x^2 + 3x + 2)^5$ 展开式中含 x 项的系数.
237. 求 $(1-x)^5(1+x+x^2)^4$ 展开式中含 x^7 项的系数.
238. 求 $(x-2)^4(1+x)^5$ 展开式中含 x^6 项的系数.
239. 求 $(x^2 + x - 2)^4$ 展开式中含 x^2 项的系数.
240. 求 $(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^6$ 展开式中, x 的一次幂的系数.
241. 求 $(x+y-3z)^8$ 的展开式中含 x^5yz^2 项的系数.
242. 求 $(x+2y+z)^9$ 展开式中含 $x^2y^3z^4$ 项的系数.
243. 求 $(1-2x)^5(2+x)$ 展开式中含 x^3 项的系数.
244. 求 $(1+x+x^2)(1-x)^{10}$ 展开式中含 x^4 项的系数.
245. 求 $(1+x)^{2n} + x(1+x)^{2n-1} + x^2(1+x)^{2n-2} + \cdots + x^n \cdot (1+x)^n$ 展开式中含 x^n 项的系数.
246. 求 $(x-1) - (x-1)^2 + (x-1)^3 - (x-1)^4 + (x-1)^5$ 的展开式中含 x^2 项的系数.
247. 若 $(x+x^{\lg x})^5$ 的展开式的第 4 项为 10^6 , 求 x 的值.
248. 若 $x(1-x)^4 + x^2(1+2x)^k + x^3(1+3x)^{12}$ 的展开式中 x^4 的系数是 144, 求 k 的值.
249. 若 $(x^{\lg x} + 1)^n$ 展开式中最后 3 项的二项式系数的和是 22, 而它的中间项是 20000, 求 x 的值.
250. 已知 $(x \sin \alpha + 1)^6$ 的展开式中 x^2 项的系数与 $(x - \frac{15}{2} \cos \alpha)^4$ 的展开式中 x^3 项的系数相等, 求 α 的值.
251. 已知 $(a+b)^n$ 展开式的末 3 项系数之和为 22, 又 $(x^{\lg x} - 3)^n$ 展开式的中间项等于 -540000, 求 x 的值.
252. 求 $(|x| + \frac{1}{|x|} - 2)^3$ 展开式中的常数项.

253. 求 $[(1 + \log_3 x)(1 + \log_x 3)]^n$ 的展开式中不含 x 的项.
254. 已知 $(\sqrt{x} + \frac{2}{x^2})^n$ 展开式中的第 5 项系数与第 3 项系数之比是 56 : 3, 求展开式中不含 x 的项.
255. 已知 $(\sqrt{x} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt[4]{x}})^n$ 展开式中前 3 项的系数依次成等差数列, 求展开式中所有的有理项.
256. 已知 $(x \cdot \sqrt{x} - \frac{1}{x})^6$ 展开式的第 5 项等于 $\frac{15}{2}$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (x^{-1} + x^{-2} + \cdots + x^{-n})$.
257. 已知多项式 $f(x) = (1+x)^m + (1+x)^n (m \in \mathbf{N}, n \in \mathbf{N})$ 的展开式中 x 项的系数为 19.
- (1) 求 $f(x)$ 中含 x^2 项的系数的最小值;
- (2) 对于使 $f(x)$ 的 x^2 项的系数取最小值时的 m, n , 求 $f(x)$ 中含 x^7 的项.
258. 在 $(x+1)(x+2)(x+3)\cdots(x+10)$ 的展开式中, 7 的系数是多少? x^8 的系数又是多少?
259. 求 $(x+1)(x+2)(x+3)\cdots(x+n)$ 展开式中含 x^{n-2} 项的系数.
260. 求多项式 $(x^2 + x - 1)^9(2x + 1)^4$ 展开式中 x 的奇次项系数之和.
261. 求多项式 $(x^2 + 2x + 2)^{1993} + (x^2 - 3x - 3)^{1993}$ 展开式中 x 的偶次项系数之和.
262. 求 $(2 - 5x + 2x^2)^5(2 - x)^7$ 展开后各项系数的和.
263. 求 $(x^3 + 2x + 1)(5x^2 + 4)$ 展开后各项系数的和.
264. 已知 $(1+x)^n$ 展开式中奇数项之和为 A , 偶数项之和为 B , 试证: $A^2 - B^2 = (1-x^2)^n$.
265. 若 $(a+b)^n$ 展开式的所有奇数项的二项式系数之和为 1024, 则展开式中间项的系数是 ().
- A. 330 B. 462 C. 682 D. 792
266. 在 $(x - \frac{1}{x})^n$ 的展开式中, 若奇数项的系数之和为 32, 则含 x^2 项的系数是 ().
- A. -20 B. -15 C. 15 D. 20
267. 若 a 为常数, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n}{2^n}$ 的值等于 ().
- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{a}{2}$
268. 记 $(1+2x)^n$ 展开式中各项系数和为 a_n , 其二项式系数和为 b_n , 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n - a_n}{b_n + a_n}$ 为 ().
- A. 1 B. 0 C. -1 D. 不存在
269. 设 $(1-2x)^8 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_8x^8$, 则 $|a_0| + |a_1| + |a_2| + \cdots + |a_8|$ 是 ().
- A. -1 B. 1 C. 2^8 D. 3^8
270. 在 $(x-1)^{11}$ 的展开式中, x 的偶次幂项的系数和为_____.
271. 若 $2000 < C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \cdots + C_n^n < 3000$, 则 $n =$ _____.

272. 若 $x^4 - 3x^3 + x^2 + 1 = a(x+1)^4 + b(x+1)^3 + c(x+1)^2 + d(x+1) + 6$, 则 $b =$ _____.
273. 设含有 10 个元素的集合的全部子集为 S , 其中由 3 个元素组成的子集数为 T , 则 $\frac{T}{S}$ 的值为_____.
274. 设 $(1+x) + (1+x)^2 + (1+x)^3 + \cdots + (1+x)^n = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \cdots + b_nx^n$, 且 $b_0 + b_1 + \cdots + b_n = 30$, 则自然数 n 的值等于 ().
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8
275. 在 $(x^2 + x - 1)^{100} + (x^2 - x - 1)^{100}$ 的展开式中, x 的偶次项系数之和为 ().
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8
276. $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \cdots + 2^nC_n^n$ 的值为 ().
- A. 2^n B. 2^{n-1} C. 3^n D. 3^{n-1}
277. $101^{10} - 1$ 的末尾连续零的个数是 ().
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
278. 若 $C_n^0(x+1)^n - C_n^1(x+1)^{n-1} + C_n^2(x+1)^{n-2} - \cdots + (-1)^nC_n^n = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$, 则 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n =$ _____.
279. 已知 x 为实数, i 为虚数单位, 则 $(1+ix)^{50}$ 展开式中实系数项的系数和为_____.
280. 设 a 是 $\sqrt{2}$ 的整数部分, b 是 $\sqrt{2}$ 的小数部分, 则 $(a - \frac{1}{b})^6$ 展开式的中间项是_____.
281. 设 $(2x + x^{\lg x})^n$ 展开式各项的二项式系数之和为 256, 且二项式系数最大项的值为 1120, 求 x .
282. 已知 $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n$ 展开式系数之和比 $(a+b)^{2n}$ 展开式的系数之和小 240, 求 $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n$ 展开式中系数最大的项.
283. 求满足 $\{a, b\} \subset A \subseteq \{a, b, c, d, e, f, g\}$ 的集合 A 的个数.
284. 设集合 $A = \{0, 2, 5, 7, 9\}$, 从集合 A 中任取两个元素相乘, 它们的积组成集合 B , 求集合 B 的子集的个数.
285. 求和: $C_{100}^0 + 4C_{100}^1 + 7C_{100}^2 + \cdots + (3n-2)C_{100}^{n-1} + \cdots + 298C_{100}^{99} + 301C_{100}^{100} (n \in \mathbf{N}, 1 \leq n \leq 101)$.
286. 设 $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n$ 是等差数列, 求证: $a_0 + C_n^1a_1 + C_n^2a_2 + \cdots + C_n^na_n = (a_0 + a_n) \cdot 2^{n-1}$.
287. 若 n 为奇数, 求 $7^n + C_n^1 \cdot 7^{n-1} + C_n^2 \cdot 7^{n-2} + C_n^3 \cdot 7^{n-3} + \cdots + C_n^{n-2} \cdot 7^2 + C_n^{n-1} \cdot 7$ 被 9 除所得的余数.
288. 求 47^{13} 被 5 除的余数.
289. 求 91^{92} 除以 8 所得的余数.
290. 求证: $3^{2n} - 8n - 1 (n \in \mathbf{N})$ 能被 64 整除.
291. 求证: 数列 $65, 65 \times 66, 65 \times 66^2, 65 \times 66^3, \cdots, 65 \times 66^{48}, 65 \times 66^{49}$ 之和必能被 67 整除.

292. 已知 $2^{n+2} \times 3^n + 5n - a (n \in \mathbf{N})$ 能被 25 整除, 求 a 的最小正值.
293. 求 $x^{10} - 3$ 除以 $(x-1)^2$ 所得的余式.
294. 求证: 当 $n \geq 3, n \in \mathbf{N}$ 时, $n^{n-1} - 1$ 能被 $(n-1)^2$ 整除.
295. 设 $(x-2)^8 = a_8x^8 + a_7x^7 + \cdots + a_1x + a_0$, 求 $a_8 + a_6 + a_4 + a_2$.
296. 求 $(1-x) + (1-x)^2 + (1-x)^3 + \cdots + (1-x)^n$ 展开式中所有奇次项系数的和.
297. 已知 $(3-x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_nx^n$, 求 $a_1 + 2a_2 + 2^2a_3 + \cdots + 2^{n-1}a_n$.
298. 求证: $C_n^0C_n^1 + C_n^1C_n^2 + \cdots + C_n^{n-1}C_n^n = \frac{(2n)!}{(n-1)!(n+1)!}$.
299. 求证: $C_n^0C_m^p + C_n^1C_m^{p-1} + \cdots + C_n^pC_m^0 = C_{m-n}^p (p \leq m, n)$.
300. 利用 $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$, 求证: $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}$.
301. 利用 $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$, 求证: $C_n^1 - 2C_n^2 + 3C_n^3 + \cdots + (-1)^{n-1}nC_n^n = 0 (n \geq 2, n \in \mathbf{N})$.
302. 利用 $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$, 求证: $C_n^0 + 2C_n^1 + 3C_n^2 + \cdots + (n+1)C_n^n = (n+2) \cdot 2^{n-1}$.
303. 已知 $n \in \mathbf{N}, n \geq 2$, 求证: $2^n > 1 + 2 + \cdots + n$.
304. 求证: $3^n > 2^{n-1}(n+2) (n > 2, n \in \mathbf{N})$.
305. 已知正数 a, b, c 满足 $a + b + c = abc$, 求证: $a^n + b^n + c^n > 3(1 + \frac{n}{2}) (n \in \mathbf{N})$.
306. 利用数学归纳法证明: $(\frac{n}{2})^n > n! (n \in \mathbf{N} \text{ 且 } n \geq 6)$.
307. 已知 $C_{18}^n = C_{18}^{n+2}, 4P_m^2 = P_{m+1}^4$, 求 $(1 + \sqrt{m}i)^n$ 展开式中所有实数项的和.
308. 若实数 x, y 满足 $x + y = 1$, 求证: $x^5 + y^5 \geq \frac{1}{16}$.
309. 已知: $|x| < 1, n \in \mathbf{N}, n \geq 2$, 求证: $(1-x)^n + (1+x)^n < 2^n$.
310. 计算: $C_{21}^0 - C_{21}^2 + C_{21}^4 - C_{21}^6 + C_{21}^8 - C_{21}^{10} + C_{21}^{12} - C_{21}^{14} + C_{21}^{16} - C_{21}^{18} + C_{21}^{20}$.
311. 求证: $1 + C_n^1 \cos \alpha + C_n^2 \cos 2\alpha + \cdots + C_n^n \cos n\alpha = 2^n \cos^n(\frac{\alpha}{2}) \cdot \cos \frac{n\alpha}{2}$, $C_n^1 \sin \alpha + C_n^2 \sin 2\alpha + \cdots + C_n^n \sin n\alpha = 2^n \cos^n(\frac{\alpha}{2}) \sin \frac{n\alpha}{2}$.
312. 设 $a_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^{n-1} (n \in \mathbf{N}, q \neq \pm 1)$, $A_n = a_1C_n^1 + a_2C_n^2 + \cdots + a_nC_n^n$.
- (1) 用 q, n 表示 A_n ;
- (2) 当 $-3 < q < 1$ 时, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{2^n}$
- (3) 设 $b_1 + b_2 + \cdots + b_n = \frac{A_n}{2^n}$, 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列.
313. 设 $A_n = (1 + \lg x)^n, B_n = 1 + n \lg x + \frac{n(n-1)}{2} \lg^2 x (n \geq 3, n \in \mathbf{N})$, 且 $x > \frac{1}{10}$, 试比较 A_n 和 B_n 的大小, 并证明你的结论.

314. 6 人按下列要求分组, 各有多少种分法.
- (1) 分成人数为 2, 4 的两组;
 - (2) 分成人数相等的两组;
 - (3) 平均分成两组分别去植树和扫地.
315. 某校以单循环制方法进行排球比赛, 其中有两个班级各比赛了 3 次后, 不再参加比赛, 这样一共进行了 84 场比赛, 问: 开始有多少班级参加比赛?
316. 红、黄、绿 3 种颜色的卡片分别写有 A, B, C, D, E 字母各一张, 每次取出 5 张, 要求字母各不相同、3 种颜色齐全的取法有多少种?
317. 设 n 为偶数, 从 $1, 2, \dots, n$ 中选 3 数使之不构成等差数列, 问: 这样的选法有多少种?
318. 设集合 $P = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, 在 P 中取子集 A_1, A_2, A_3 , 使 $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \emptyset$, 这样子集的集合 $\{A_1, A_2, A_3\}$ 共有多少个?
319. 如图, 有纵路 10 条, 横路 2 条, 从 A 沿道路行走走到 B , 规定行走中不得重走已走过的路, 共有多少种不同的走法?



320. 由 1 分, 2 分, 5 分, 1 角, 2 角, 5 角, 1 元, 2 元, 5 元, 10 元人民币各一张, 可组成多少种不同的币值?
321. 壹分币 3 枚、贰角币 6 张、拾元币 4 张, 可以组成多少种不同的币值?
322. 求 21600 的正约数的个数 (1 和 21600 也是约数) 及所有约数之和.
323. 设自然数 $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ 的子集中含有 4 个元素的子集的个数记为 m , 且这 m 个集合中所有元素之和为 $\frac{1}{12}P_{100}^5$, 求 m .
324. 有 11 名工人, 其中 5 名只会做钳工, 4 名只会做车工, 2 名既会做钳工, 又会做车工, 今要选 4 名车工、4 名钳工, 有多少种不同的选法?
325. 设 $(1 + x + x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$, 求 $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{2n}$ 的值.
326. 求 $(\sqrt{x} + 2)^{2n+1}$ 的展开式中 x 的整数次幂的各项系数之和.
327. 求 $(1 + i)^{4k-2} (k \in \mathbf{N})$ 展开式中奇数项之和.
328. 求证: $(3 + \sqrt{7})^n (n \in \mathbf{N}, n \geq 2)$ 的整数部分为奇数.