

1. (007783) 解不等式:  $(x+1)^2 - 6 > 0$ .
2. (007787) 解不等式:  $2x - 1 \geq x^2$ .
3. (007788) 解关于  $x$  的不等式:  $(x-a)(x-1) < 0 (a > 1)$ .
4. (007789) 解关于  $x$  的不等式:  $(x-a)(x-2a) < 0 (a > 0)$ .
5. (007790) 写出一个解集只含一个元素的一元二次不等式.
6. (007791) 解不等式组: 
$$\begin{cases} 6 - x - x^2 \leq 0, \\ x^2 + 3x - 4 < 0. \end{cases}$$
7. (007792) 解不等式组: 
$$\begin{cases} 4x^2 - 27x + 18 > 0, \\ x^2 - 6x + 4 < 0. \end{cases}$$
8. (007793) 已知集合  $U = \mathbf{R}$ , 且集合  $A = \{x | x^2 - 16 < 0\}$ , 集合  $B = \{x | x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$ , 求:
  - (1)  $A \cap B$ ;
  - (2)  $A \cup B$ ;
  - (3)  $\complement_U(A \cap B)$ ;
  - (4)  $\complement_U A \cup \complement_U B$ .
9. (007794) 已知不等式  $x^2 + ax + b < 0$  的解集为  $(-3, -1)$ , 求实数  $a$ 、 $b$  的值.
10. (007795) 已知关于  $x$  的二次方程  $2x^2 + ax + 1 = 0$  无实数解, 求实数  $a$  的取值范围.
11. (007796) 已知  $P(a, b)$  为正比例函数  $y = 2x$  的图像上的点, 且  $P$  与  $B(2, -1)$  之间的距离不超过 3, 求  $a$  的取值范围.
12. (007797) 某船从甲码头沿河顺流航行 75 千米到达乙码头, 停留 30 分钟后再逆流航行 126 千米到达丙码头. 如果水流的速度为每小时 4 千米, 该船要在 5 小时内完成航行任务, 那么船的速度每小时至少为多少千米?
13. (007798) 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3x^2 + x - 2 \geq 0, \\ 4x^2 - 15x + 9 > 0. \end{cases}$$
14. (007799) 已知关于  $x$  的不等式组 
$$\begin{cases} (2x-3)(3x+2) \leq 0, \\ x-a > 0 \end{cases}$$
 无实数解, 求实数  $a$  的取值范围.
15. (007837) 证明: 如果  $a > b > 0$ ,  $c > d > 0$ , 那么  $a^2c > b^2d$ .
16. (007838) 证明:  $a^2 + b^2 + 2 \geq 2(a+b)$ .
17. (007839) 证明: 如果  $a$ 、 $b$ 、 $c$  都是正数, 那么  $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$ .
18. (007840) 解不等式:  $2(x+1)(x+2) > (x+3)(x+4)$ .

19. (007841) 解不等式:  $-3x^2 5x - 4 < 0$ .

20. (007842) 解不等式:  $4x^2 - 20x + 25 \leq 0$ .

21. (007843) 解不等式:  $x^2 - 16x + 64 > 0$ .

22. (007844) 解不等式组: 
$$\begin{cases} x^2 - 16 < 0, \\ x^2 - 4x + 3 \geq 0. \end{cases}$$

23. (007845) 解不等式组:  $4 < x^2 - x - 2 < 10$ .

24. (007846) 解不等式:  $|\frac{3x-9}{2}| \leq 6$ .

25. (007847) 解不等式:  $3 < |x-2| < 5$ .

26. (007848) 解不等式:  $|\frac{1}{x}| < \frac{4}{5}$ .

27. (007849) 下列四对不等式 (组) 中, 哪几对具有相同的解集?

(1)  $-\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{27}{2} > 0$  与  $x^2 - 6x - 27 > 0$ ;

(2)  $4 < x^2 - x + 2 < 10$  与 
$$\begin{cases} x^2 - x + 2 < 10, \\ x^2 - x + 2 > 4; \end{cases}$$

(3)  $|2x+1| < 5$  与  $2x+1 < 5$  或  $2x+1 > -5$ ;

(4)  $\frac{x-1}{x+1} < 2$  与  $x-1 < 2(x+1)$ .

28. (007850) 已知关于  $x$  的不等式  $2x^2 - 2(a-1)x + (a+3) > 0$  的解集是  $\mathbf{R}$ , 求实数  $a$  的取值范围.

29. (007851) 已知函数  $y = (m-1)x^2 + (m-3)x + (m-1)$ ,  $m$  取什么实数时, 函数图像与  $x$  轴

(1) 没有公共点?

(2) 只有一个公共点?

(3) 有两个不同的公共点?

30. (007852) 当  $k$  是什么实数时, 关于  $x$  的方程  $2x + k(x+3) = 4$  的解是正数?

31. (007853) 已知直角三角形的周长为 4, 求这个直角三角形面积的最大值, 并求此时各边的长.

32. (007854) 求证:  $(\frac{a+b}{2})^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}$ .

33. (007855) 求不等式  $5 \leq x^2 - 2x + 2 < 26$  的正整数解.

34. (007856) 已知  $x, y \in [a, b]$ .

(1) 求  $x+y$  的范围;

(2) 若  $x < y$ , 求  $x-y$  的范围.

35. (007857) 当  $k$  为什么实数时, 方程组 
$$\begin{cases} 3x - 6y = 1, \\ 5x - ky = 2 \end{cases}$$
 的解满足  $x < 0$  且  $y < 0$  的条件?

36. (007858) 当  $k$  为什么实数时, 方程组  $\begin{cases} 4x + 3y = 60, \\ kx + (k+2)y = 60 \end{cases}$  的解满足  $x > y > 0$  的条件?
37. (007859) 已知  $m < n$ , 试写出一个形如  $ax^2 + bx + c > 0$  的一元二次不等式, 使它的解集分别为:
- (1)  $(-\infty, m) \cup (n, +\infty)$ ;
- (2)  $(m, n)$ .
38. (007985) 若集合  $A = \{x | 0.1 < \frac{1}{x} < 0.3, x \in \mathbf{N}\}$ , 集合  $B = \{x | |x| \leq 5, x \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A \cup B$  中的元素个数是 ( ).
- A. 11                                      B. 13                                      C. 15                                      D. 17
39. (007986) “ $x \neq 1$  且  $y \neq 2$ ” 是 “ $x + y \neq 3$ ” 的 ( ).
- A. 充分非必要条件                                      B. 必要非充分条件
- C. 充要条件                                      D. 既非充分又非必要条件
40. (007988) 已知集合  $A = \{x | 3x^2 + x - 2 \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 集合  $B = \{x | \frac{4x-3}{x-3} > 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 求  $A \cap B$ .
41. (007990) 已知集合  $A = (-2, -1) \cup (0, +\infty)$ , 集合  $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$ , 且  $A \cap B = (0, 2]$ ,  $A \cup B = (-2, +\infty)$ , 求实数  $a$ 、 $b$  的值.
42. (007995) 已知集合  $A = \{x | |x - a| < 2\}$ , 集合  $B = \{x | \frac{2x-1}{x-2} < 1\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.
43. (007996) 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | x^2 + px + 12 = 0\}$ , 集合  $B = \{x | x - 5x - q = 0\}$ , 满足  $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$ . 求实数  $p$  与  $q$  的值.
44. (009426) 判断下列各组对象能否组成集合. 若能组成集合, 指出是有限集还是无限集; 若不能组成集合, 请说明理由.
- (1) 上海市现有各区的名称;
- (2) 末位是 3 的自然数;
- (3) 比较大的苹果.
45. (009427) 用符号 “ $\in$ ” 或 “ $\notin$ ” 填空:
- (1)  $\frac{1}{2}$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}$ ;
- (2) 5 \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ;
- (3)  $-2$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Q}$ ;
- (4)  $\pi$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ .
46. (009428) 用列举法表示下列集合:
- (1) 能整除 10 的所有正整数组成的集合;
- (2) 绝对值小于 4 的所有整数组成的集合.

47. (009429) 用描述法表示下列集合:

- (1) 全体偶数组成的集合;
- (2) 平面直角坐标系中  $x$  轴上所有点组成的集合.

48. (009430) 用区间表示下列集合:

- (1)  $\{x | -1 < x \leq 5\}$ ;
- (2) 不等式  $-2x > 6$  的所有解组成的集合.

49. (009431) 判断下列说法是否正确, 并简要说明理由:

- (1) 若  $a \in A$  且  $A \subseteq B$ , 则  $a \in B$ ;
- (2) 若  $A \subseteq B$  且  $A \subseteq C$ , 则  $B = C$ ;
- (3) 若  $A \subset B$  且  $B \subseteq C$ , 则  $A \subset C$ .

50. (009432) 用符号 “ $\supset$ ” “ $=$ ” 或 “ $\subset$ ” 填空:

- (1)  $\{a\}$  \_\_\_\_\_  $\{a, b, c\}$ ;
- (2)  $\{a, b, c\}$  \_\_\_\_\_  $\{a, c\}$ ;
- (3)  $\{1, 2\}$  \_\_\_\_\_  $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ .

51. (009433) 写出所有满足  $\{a\} \subset M \subset \{a, b, c, d\}$  的集合  $M$ .

52. (009434) 设  $A$  为全集  $U$  的任一子集, 则 (1)  $\overline{\overline{A}} =$  \_\_\_\_\_; ( $\overline{A}$  表示  $A$  的补集  $A$  的补集)

- (2)  $A \cap \overline{A} =$  \_\_\_\_\_;
- (3)  $A \cup \overline{A} =$  \_\_\_\_\_.

53. (009435) 已知全集为  $\mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | -2 < x \leq 1\}$ . 求  $\overline{A}$ .

54. (009436) 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ,  $C = \{3, 4, 5, 6\}$ . 求:

- (1)  $(A \cap B) \cup C$ ,  $(A \cup C) \cap (B \cup C)$ ;
- (2)  $(A \cup B) \cap C$ ,  $(A \cap C) \cup (B \cap C)$ .

55. (009437) 举几个生活中的命题的例子, 并判断其真假.

56. (009438) 判断下列命题的真假, 并说明理由:

- (1) 所有偶数都不是素数;
- (2)  $\{1\}$  是  $\{0, 1, 2\}$  的真子集;
- (3)  $0$  是  $\{0, 1, 2\}$  的真子集;
- (4) 如果集合  $A$  是集合  $B$  的子集, 那么  $B$  不是  $A$  的子集.

57. (009439) 用 “ $\Rightarrow$ ” 表示下列陈述句  $\alpha$  与  $\beta$  之间的推出关系:

- (1)  $\alpha: \triangle ABC$  是等边三角形,  $\beta: \triangle ABC$  是轴对称图形;
- (2)  $\alpha: x^2 = 4$ ,  $\beta: x = 2$ .

58. (009440) 已知  $\alpha$ : 四边形  $ABCD$  的两组对边分别平行,  $\beta$ : 四边形  $ABCD$  为矩形,  $\gamma$ : 四边形  $ABCD$  的两组对边分别相等. 用“充分非必要”“必要非充分”“充要”或“既非充分又非必要”填空:

(1)  $\alpha$  是  $\beta$  的\_\_\_\_\_条件;

(2)  $\beta$  是  $\gamma$  的\_\_\_\_\_条件;

(3)  $\alpha$  是  $\gamma$  的\_\_\_\_\_条件.

59. (009441) 设  $\alpha: 1 \leq x < 4$ ,  $\beta: x < m$ ,  $\alpha$  是  $\beta$  的充分条件. 求实数  $m$  的取值范围.

60. (009442) 设  $n \in \mathbf{Z}$ . 证明: 若  $n^3$  是奇数, 则  $n$  是奇数.

61. (009443) 证明: 对于三个实数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 若  $a \neq c$ , 则  $a \neq b$  或  $b \neq c$ .

62. (009444) 设  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  是实数, 判断下列命题的真假, 并说明理由:

(1) 若  $a^2 = b^2$ , 则  $a = b$ ;

(2) 若  $a(c^2 + 1) = b(c^2 + 1)$ , 则  $a = b$ ;

(3) 若  $ab = 0$ , 则  $a = 0$  或  $b = 0$ ;

(4) 若  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ , 且  $c + d \neq 0$ , 则  $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a}{c}$ .

63. (009445) 设  $a \in \mathbf{R}$ , 求关于  $x$  的方程  $ax = a^2 + x - 1$  的解集.

64. (009447) 求一元二次方程  $ax^2 - 4x + 2 = 0 (a \neq 0)$  的解集.

65. (009448) 已知方程  $2x^2 + 4x - 3 = 0$  的两个根为  $x_1$ 、 $x_2$ , 求下列各式的值:

(1)  $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$ ;

(2)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ;

(3)  $x_1^2 + x_2^2$ ;

(4)  $x_1^3 + x_2^3$ .

66. (009449) 设  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  为实数, 判断下列命题的真假, 并说明理由:

(1) 如果  $a > b$ ,  $c > d$ , 那么  $a + d > b + c$ ;

(2) 如果  $ab > ac$ , 那么  $b > c$ ;

(3) 如果  $a \geq b$  且  $a \leq b$ , 那么  $a = b$ ;

(4) 如果  $a > b$ ,  $\frac{1}{c} > \frac{1}{d}$ , 那么  $ac > bd$ ;

(5) 如果  $\frac{b}{a} > \frac{d}{c}$ , 那么  $bc > ad$ .

67. (009450) 设  $ab > 0$ , 求证:  $a > b$  是  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  的充要条件.