

1. (001080) [选做] 解方程: $\frac{1}{(x-5)(x-4)} + \frac{1}{(x-4)(x-3)} + \cdots + \frac{1}{(x+4)(x+5)} = \frac{10}{11}$.
2. (001081) 解方程: $\sqrt[3]{3-\sqrt{x+1}} + \sqrt[3]{2} = 0$.
3. (001082) 解方程: $\sqrt{3x+4} + 2 = 3\sqrt[4]{3x+4}$.
4. (001083) 已知 $a > b$, $a, b \in \mathbf{R}$. 解关于 y 的方程: $\sqrt{a-y} + \sqrt{y-b} = \sqrt{a-b}$.
5. (001084) [选做] 解方程: $\sqrt[4]{97-x} + \sqrt[4]{x} = 5$.
6. (001085) 判断题: (如果正确请在题目前面的横线上写 “T”, 错误请在题目前面的横线上写 “F”)
 - _____ (1) 若 $a > b$, $c = d$, 则 $ac > bd$;
 - _____ (2) 若 $\frac{a}{c^2} < \frac{b}{c^2}$, 则 $a < b$;
 - _____ (3) 若 $ac < bc$, 则 $a < b$;
 - _____ (4) 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$;
 - _____ (5) 若 $a > b$, $c < d$, 则 $ac > bd$;
 - _____ (6) 若 $a > b > 0$, $c > d > 0$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$;
 - _____ (7) 若 $a > b$, $c \geq d$, 则 $a + c > b + d$;
 - _____ (8) 若 $a > b$, $c \geq d$, 则 $a + c \geq b + d$;
 - _____ (9) 若 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$, 则 $a > b$.
 - _____ (10) 若 $ab^2 \geq 0$, 则 $a \geq 0$.
7. (001086) 设 $\{a, b, m, n\} \subseteq \mathbf{R}^+$ 且 $a > b$, 将 $\frac{a}{b}, \frac{b}{a}, \frac{a+m}{b+m}, \frac{b+n}{a+n}$ 按由大到小的次序排列:
 _____ > _____ > _____ > _____.
8. (001087) 证明: 若 $a > b$, $c \in \mathbf{R}$, $d < 0$, 则 $(a-c)d < (b-c)d$.
9. (001088) 证明: 若 $a_1 > b_1 > 0$, $a_2 > b_2 > 0$, $a_3 > b_3 > 0$, 则 $a_1 a_2 a_3 > b_1 b_2 b_3$.
10. (001089) 证明: 若 $a > b > 0$, $c > d > 0$, 则 $\frac{1}{ac} < \frac{1}{bd}$.
11. (001090) 设常数 $a, b \in \mathbf{R}$, 比较以下各组两数的大小:
 - (1) $-(a+1)^2$ 与 $-2a^2 - 3a - 4$;
 - (2) $a^2 + ab + b^2$ 与 0 .
12. (001091) 证明:
 - (1) 若 $a > b$, 则 $a^3 > b^3$;
 - (2)(选做) 若 $a > b$, 则 $a^5 > b^5$.
13. (001092) 设 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $-1 < a < 1$, $1 < b < 3$, 求证:
 - (1) $-4 < a - b < 0$;
 - (2)(选做) 任取 $x \in (-4, 0)$, 总存在满足条件的 a, b , 使得 $a - b = x$ (两小题的结论放在一起, 也就是所谓的 “ $a - b$ 的取值范围为 $(-4, 0)$ ”, 前者表示不会超出这个范围, 后者表示该范围内的每个值都能取到).

14. (001093) 判断题: (如果同解请在题目前面的横线上写 “T”, 否则写 “F”)

- _____ (1) $x^2 + 5x > 4, x^2 + 5x + 3x > 4 + 3x$;
_____ (2) $x^2 - 2x < 3, \frac{x^2 - 2x}{x - 1} < \frac{3}{x - 1}$;
_____ (3) $(x - 3)(x - 5)^2 > (2x + 1)(x - 5)^2, x - 3 > 2x + 1$;
_____ (4) $x \geq 1, x(x - 5)^2 \geq (x - 5)^2$;
_____ (5) $x > 5, x + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} > 5 + \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$;
_____ (6) $x < 5, x + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} < 5 + \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$;
_____ (7) $x + \frac{1}{x - 3} > 1 + \frac{1}{x - 3}, x > 1$;
_____ (8) $\frac{(x + 3)(x + 1)}{x + 1} > 0, x + 3 > 0$;
_____ (9) $\frac{(x - 3)(x + 1)}{x + 1} > 0, x - 3 > 0$;
_____ (10) $|x| < 3, -3 < x < 3$.

15. (001094) (1) 证明或否定: “ $|f(x)| > g(x)$ ” 和 “ $f(x) > g(x)$ 且 $-f(x) > g(x)$ ” 等价;

(2) 证明或否定: “ $|f(x)| < g(x)$ ” 和 “ $f(x) < g(x)$ 且 $-f(x) < g(x)$ ” 等价.

16. (001095) 证明或否定: “ $\sqrt{f(x)} > g(x)$ ” 和 “ $\begin{cases} f(x) > g^2(x), \\ g(x) \geq 0, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) < 0 \end{cases}$ ” 同解.

17. (001096) 利用绝对值的三角不等式 $|a + b| \leq |a| + |b|$, 证明:

(1) 对任意 $x, y \in \mathbf{R}, |x - y| \geq |x| - |y|$;

(2) 对任意 $x, y \in \mathbf{R}, |x - y| \geq ||x| - |y||$.

18. (001097) 已知 $|x - a| \leq \frac{\varepsilon}{2}, |y - b| < \frac{\varepsilon}{2}$. 求证:

(1) $|(x + y) - (a + b)| < \varepsilon$;

(2) $|(x - y) - (a - b)| < \varepsilon$.

19. (001098) 已知 $|x| < \frac{\varepsilon}{3}, |y| < \frac{\varepsilon}{6}, |z| < \frac{\varepsilon}{9}$. 求证: $|x - 2y + 3z| < \varepsilon$.

20. (001099) 已知常数 $\varepsilon > 0$, 证明存在实常数 N , 使得当正整数 $n > N$ 时, $\left| \frac{n}{2n + 3} - \frac{1}{2} \right| < \varepsilon$.

21. (001100) 解下列关于 x 的不等式.

(1) $ax \leq b$;

(2) $ax + b^2 > bx + a^2$;

(3) $m(mx - 1) < 2(2x - 1)$.