

1. (000061) 填空题:

(1) 若点  $(2, \sqrt{2})$  在幂函数  $y = x^a$  的图像上, 则该幂函数的表达式为\_\_\_\_\_; 若点  $(2, \sqrt{2})$  在指数函数  $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  的图像上, 则该指数函数的表达式为\_\_\_\_\_; 若点  $(\sqrt{2}, 2)$  在对数函数  $y = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  的图像上, 则该对数函数的表达式为\_\_\_\_\_.

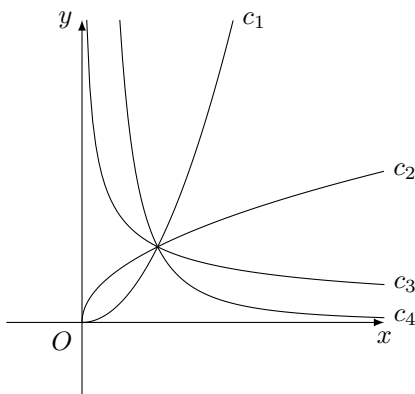
(2) 若幂函数  $y = x^k$  在区间  $(0, +\infty)$  上是严格减函数, 则实数  $k$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

(3) 已知常数  $a > 0$  且  $a \neq 1$ , 假设无论  $a$  为何值, 函数  $y = a^{x-2} + 1$  的图像恒经过一个定点. 则这个点的坐标为\_\_\_\_\_.

2. (001340) 在下列幂函数 (1)  $y = x^{-\frac{3}{2}}$ , (2)  $y = x^{\frac{5}{4}}$ , (3)  $y = x^{-\frac{4}{3}}$ , (4)  $y = x^4$ , (5)  $y = x^{\frac{3}{7}}$ , (6)  $y = x^{-6}$  中, 定义域关于原点对称的有\_\_\_\_\_, 值域为  $\mathbf{R}$  的有\_\_\_\_\_, 奇函数有\_\_\_\_\_, 在定义域上单调递增的有\_\_\_\_\_, 图像有一部分在第二象限的有\_\_\_\_\_.

3. (000491) 某学生要从物理、化学、生物、政治、历史、地理这六门学科中选三门参加等级考, 要求是物理、化学、生物这三门至少要选一门, 政治、历史、地理这三门也至少要选一门, 则该生的可能选法总数是\_\_\_\_\_.

4. (002909) 图中曲线是幂函数  $y = x^n$  在第一象限的图像, 已知  $n$  取  $\pm 2, \pm \frac{1}{2}$  四个值, 则相应于曲线  $c_1, c_2, c_3, c_4$  的  $n$  依次为 ( ).



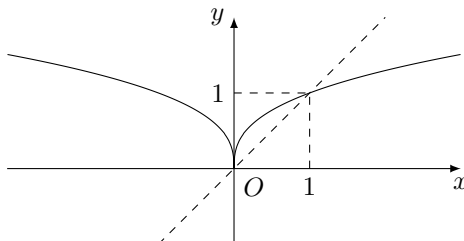
A.  $-2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2$

B.  $2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -2$

C.  $-\frac{1}{2}, -2, 2, \frac{1}{2}$

D.  $2, \frac{1}{2}, -2, -\frac{1}{2}$

5. (002925) 已知幂函数  $y = x^{\frac{q}{p}}$  ( $p \in \mathbf{N}^*, q \in \mathbf{N}^*, p, q$  互质) 的图像如图所示, 则 ( ).



A.  $p, q$  均为奇数

B.  $p$  是奇数,  $q$  是偶数, 且  $0 < \frac{q}{p} < 1$

C.  $p$  是偶数,  $q$  是奇数

D.  $p$  是奇数,  $q$  是偶数, 且  $\frac{q}{p} > 1$

6. (000069) 填空题:

(1) 已知  $m \in \mathbf{Z}$ , 设幂函数  $y = x^{m^2-4m}$  的图像关于原点成中心对称, 且与  $x$  轴及  $y$  轴均无交点, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

(2) 设  $a, b$  为常数, 若  $0 < a < 1, b < -1$ , 则函数  $y = a^x + b$  的图像必定不经过第\_\_\_\_\_象限.

7. (002911) 已知  $\alpha \in \{-2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$ , 若幂函数  $f(x) = x^\alpha$  为奇函数, 且在  $(0, +\infty)$  上递减, 则  $\alpha =$ \_\_\_\_\_.

8. (002918) 设常数  $t \in \mathbf{Z}$ . 已知幂函数  $y = (t^3 - t + 1)x^{\frac{1}{3}(1+2t-t^2)}$  是偶函数, 且在区间  $(0, +\infty)$  上是增函数, 求整数  $t$  的值, 并作出相应的幂函数的大致图像.

9. (005463) 幂函数  $y = x^p$  与  $y = x^q$  的图像都通过定点\_\_\_\_\_, 它们在第一象限部分关于直线  $y = x$  对称, 则  $p, q$  应满足的条件是\_\_\_\_\_.

10. (010137) 下列命题中, 正确的是 ( ).

A. 当  $n = 0$  时, 函数  $y = x^n$  的图像是一条直线

B. 幂函数  $y = x^n$  的图像都经过  $(0, 0)$  和  $(1, 1)$  两个点

C. 若幂函数  $y = x^n$  的图像关于原点成中心对称, 则  $y = x^n$  在区间  $(-\infty, 0)$  上是严格增函数

D. 幂函数的图像不可能在第四象限

11. (002914) 设常数  $m \in \mathbf{R}$ . 若幂函数  $y = (m^2 - m - 1)x^{m^2 - 2m - 1}$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

12. (005464) 若实数  $a$  满足  $2.4^a > 2.5^a$ , 求  $a$  的取值范围.

13. (005568) 若  $a > b$  且  $ab \neq 0$ . 则在①  $a^2 > b^2$ , ②  $2^a > 2^b$ , ③  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ , ④  $a^{\frac{1}{3}} > b^{\frac{1}{3}}$ , ⑤  $(\frac{1}{3})^a < (\frac{1}{3})^b$  这五个关系式中, 恒成立的有 ( ).

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

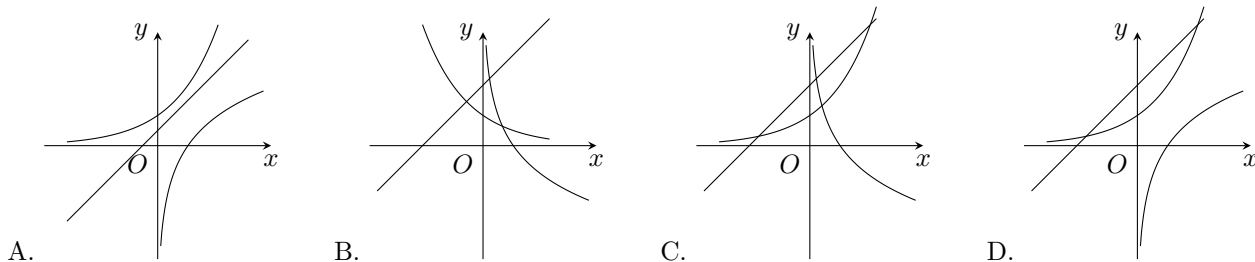
D. 4 个

14. (009488)(1) 已知函数  $y = x^{\frac{2}{3}}$  和  $y = (x-1)^{\frac{2}{3}}$ , 说明这两个函数图像之间的关系, 并在同一平面直角坐标系中作出它们的大致图像;

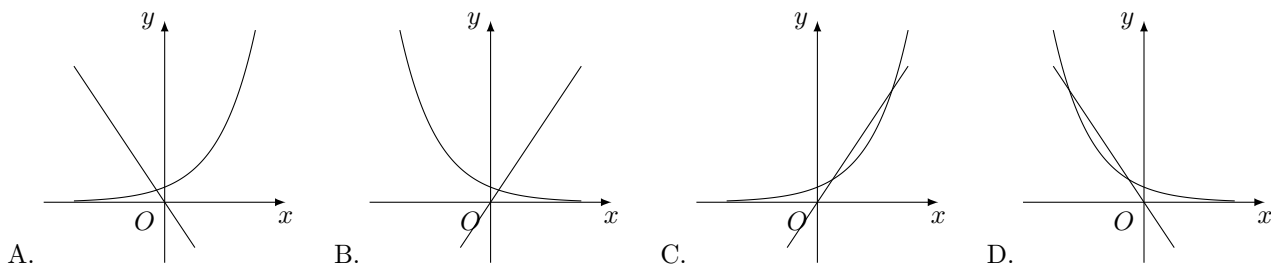
(2) 已知函数  $y = x^{\frac{2}{3}}$  和  $y = x^{\frac{2}{3}} + 1$ , 说明这两个函数图像之间的关系, 并在同一平面直角坐标系中作出它们的大致图像.

15. (009490) 作出函数  $y = \frac{-x-1}{x+2}$  的大致图像.

16. (003815) 在同一坐标系中画出函数  $y = \log_a x, y = a^x, y = x + a$  的图像, 可能正确的是\_\_\_\_\_.



17. (005569) 在同一平面直角坐标系中, 函数  $f(x) = ax$  与  $g(x) = a^x$  的图像可能是 ( ).



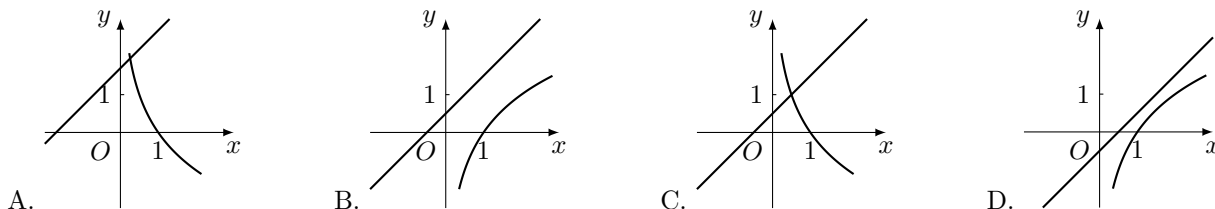
18. (005592) 若  $0.9 < a < 1$ , 则  $a, a^a, a^{a^a}$  从小到大的排列顺序是\_\_\_\_\_.

19. (000062) 选择题:

(1) 若指数函数  $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  在  $\mathbf{R}$  上是严格减函数, 则下列不等式中, 一定能成立的是 ( ).

- A.  $a > 1$                       B.  $a < 0$                       C.  $a(a-1) < 0$                       D.  $a(a-1) > 0$

(2) 在同一平面直角坐标系中, 一次函数  $y = x + a$  与对数函数  $y = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  的图像关系可能是 ( ).



20. (000738) 函数  $f(x) = \lg(3^x - 2^x)$  的定义域为\_\_\_\_\_.

21. (000954) 函数  $y = \sqrt{2^x - 1}$  的定义域是\_\_\_\_\_ (用区间表示).

22. (001345) 解方程:  $3^x + 4^x = 5^x$ .

23. (001343) 方程  $9^x + 4^x = \frac{5}{2} \cdot 6^x$  的解集为\_\_\_\_\_.

24. (001324) 函数  $y = \log_{x^2+x-1} 2$  的定义域是\_\_\_\_\_.

25. (001326) 函数  $y = \log_2(x^2 + x - 1)$  的定义域是\_\_\_\_\_, 值域是\_\_\_\_\_.

26. (001329) 已知函数  $f(x) = \lg(kx^2 - 6x + k + 3)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 则  $k$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

27. (002871) 设常数  $a \in \mathbf{R}$ . 若直线  $x = 2$  是函数  $f(x) = \log_3 |2x + a|$  的图像的一条对称轴, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

28. (003041) 已知实数  $ab$  满足等式  $(\frac{1}{2})^a = (\frac{1}{3})^b$ , 下列五个关系式:

①  $0 < b < a$ ; ②  $a < b < 0$ ; ③  $0 < a < b$ ; ④  $b < a < 0$ ; ⑤  $a = b = 0$ . 其中不可能成立的关系式的序号为\_\_\_\_\_.

29. (002874) 函数  $y = \log_2 \frac{2-x}{2+x}$  的图像关于 ( ).

- A. 原点对称                      B.  $y$  轴对称                      C. 直线  $y = x$  对称                      D. 直线  $y = -x$  对称

30. (002875) 函数  $y = \log_2(2 - 2^x)$  的图像关于 ( ).
- A. 原点对称                      B.  $y$  轴对称                      C. 直线  $y = x$  对称                      D. 直线  $y = -x$  对称
31. (002878) 设函数  $y = \log_2(x + 3)$  的图像与函数  $y = f(x)$  的图像关于直线  $x = 1$  对称. ①  $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ ; ② 若  $f(a)$  有意义, 则  $f(a) = \underline{\hspace{2cm}}$  (结果用  $a$  的表达式表示).
32. (005720) 若函数  $f(x) = |\log_a x|$ , 其中  $0 < a < 1$ , 则下列各式中成立的是 ( ).
- A.  $f(\frac{1}{3}) > f(2) > f(\frac{1}{4})$       B.  $f(\frac{1}{4}) > f(\frac{1}{3}) > f(2)$       C.  $f(2) > f(\frac{1}{3}) > f(\frac{1}{4})$       D.  $f(\frac{1}{4}) > f(2) > f(\frac{1}{3})$
33. (001325) 函数  $y = \log_2(x^2 + x - 1)$  的递增区间是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
34. (002898) 函数  $y = \log_{0.7}(x^2 - 3x + 2)$  的单调减区间为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
35. (002905) 设常数  $a \in \mathbf{R}$ . 若函数  $f(x) = \log_a(2 - ax)$  在  $[0, 1]$  上是减函数, 求  $a$  的取值范围.
36. (000063) 求下列函数的定义域:
- (1)  $y = (x - 1)^{\frac{5}{2}}$ ;  
 (2)  $y = 3^{\sqrt{x-1}}$ ;  
 (3)  $y = \lg \frac{1+x}{1-x}$ .
37. (001330) 已知函数  $f(x) = \lg(kx^2 - 6x + k + 3)$  的值域为  $\mathbf{R}$ , 则  $k$  的取值范围为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
38. (000362) 方程  $\log_2(9^x - 5) = 2 + \log_2(3^x - 2)$  的解  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .
39. (004902) 若  $a = \log_{0.2} 0.3$ ,  $b = \log_{0.3} 0.2$ ,  $c = 1$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是 ( ).
- A.  $a > b > c$                       B.  $b > a > c$                       C.  $b > c > a$                       D.  $c > b > a$
40. (004907) 若  $x > y > 1$ ,  $0 < a < 1$ , 则下列各式中正确的一个是 ( ).
- A.  $x^{-a} > y^{-a}$                       B.  $(\sin a)^x > (\sin a)^y$                       C.  $\log_{\frac{1}{a}} x < \log_{\frac{1}{a}} y$                       D.  $1 + a^{x+y} > a^x + a^y$
41. (000075) 仅利用对数函数的单调性和计算器上的乘方功能来确定对数  $\log_2 3$  第二位小数的值.
42. (000567) 函数  $f(x) = \sqrt{1 - \lg x}$  的定义域为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
43. (000795) 若函数  $f(x) = \log_a(x^2 - ax + 1)$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) 没有最小值, 则  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
44. (001328) 不等式  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + x + 1) < \log_{\frac{1}{2}}(4x - 1)$  的解集为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
45. (001351) 若函数  $f(x) = \log_a x$  在区间  $[a, 2a]$  上的最大值与最小值之差为  $\frac{1}{2}$ , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .
46. (001352) 解方程:  $\log_x(x^2 - x) \leq \log_x 2$ .
47. (003747) 若  $\log_a \frac{2}{3} < 1$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ), 则实数  $a$  的取值范围为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
48. (005199) 解关于  $x$  的不等式:  $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 2) > \log_{\frac{1}{2}}(x + 1)$ .

49. (005723) 若  $a > a^2 > b > 0$ , 并记  $p = \log_a b$ ,  $q = \log_b a$ ,  $r = \log_a \frac{a}{b}$ ,  $s = \log_b \frac{b}{a}$ , 则  $p, q, r, s$  的大小关系是 ( ).

A.  $r < q < p < s$

B.  $r < p < q < s$

C.  $r < p < s < q$

D.  $r < q < s < p$

50. (005724) 若  $\log_a \frac{1}{3} > \log_b \frac{1}{3} > 0$ , 则  $a, b$  的关系是 ( ).

A.  $1 < b < a$

B.  $1 < a < b$

C.  $0 < a < b < 1$

D.  $0 < b < a < 1$

51. (010162) 若  $a > b > c > 1$ , 则下列不等式不成立的是\_\_\_\_\_. (填写所有不成立的不等式的序号)

①  $\log_a b > \log_a c$ ; ②  $\log_a \frac{1}{b} > \log_a \frac{1}{c}$ ; ③  $\log_{\frac{1}{a}} b > \log_{\frac{1}{a}} c$ ; ④  $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b} > \log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{c}$ .