1. 求函数 $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$ 的值域.

2. 求函数 $y=\dfrac{4x+3}{2x-1}$ 的值域.

3. 求函数 $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+2}$ 的值域.

4. 求函数 $y=\dfrac{x^2-x+1}{2x^2-2x+3}$ 的值域.

5. 求函数 $y=\dfrac{x^2+4x+3}{x^2+x-6}$ 的值域.

6. 若实数 x, y 满足 $x^2+4y^2=4x$, 求 $S=x^2+y^2$ 的值域.

7. 已知函数 $y=f(x)=x^2+ax+3$ 在区间 $x\in[-1,1]$ 上的最小值为 -3, 求实数 a 的值.

8. 求函数 $y=3x^2-12x+18\sqrt{4x-x^2}-23$ 的值域.

9. 求函数 $y=|x-2|-|x+1|$ 的值域.

10. 若 $f(x-1)=2x^2+1$, 求 $f(x)$.

11. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足: ① $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$ 对任何实数 x, y 都成立; ② 存在实数 x_1, x_2, 使 $f(x_1)\neq f(x_2)$. 求证:

(1) $f(0)=1$;

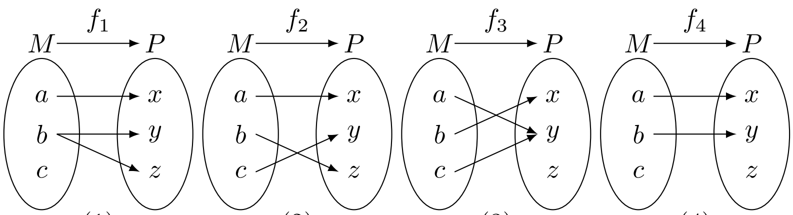
(2) $f(x)>0$.

12. 设映射 $f: X\to Y$, 其中 X, Y 是非空集合, 则下列语句中正确的是 (　　).

A. Y 中每一个元素必有原像　　B. Y 中的各元素只能有一个原像

C. X 中的不同元素在 Y 中的像也不同　　D. Y 中至少存在一个元素, 它有原像

13. 集合 $M=\{a,b,c\}$ 与 $P=\{x,y,z\}$ 之间建立起四种对应关系 (如图), 则下列结论中正确的是 (　　).



(1)　(2)　(3)　(4)

A. 只有 f_2, f_3 是从 M 到 P 的映射　　B. 只有 f_2, f_4 是从 M 到 P 的映射

C. 只有 f_3, f_4 是从 M 到 P 的映射　　D. f_1, f_2, f_3, f_4 都是从 M 到 P 的映射

14. 设 (x, y) 在映射 f 下的像是 $(\dfrac{x+y}{2}, \dfrac{x-y}{2})$, 则在 f 下 $(-5,2)$ 的原像是 (　　).

A. $(-10,4)$　　B. $(-3,-7)$　　C. $(-6,-4)$　　D. $(-\dfrac{3}{2},-\dfrac{7}{2})$

15. 在给定的映射 $f:(x,y)\mapsto(2x+y,xy)(x,y\in\mathbf{R})$ 下, 点 $(\dfrac{1}{6},-\dfrac{1}{6})$ 的原像是 (　　).

A. $(\dfrac{1}{6},-\dfrac{1}{36})$　　B. $(\dfrac{1}{3},-\dfrac{1}{2})$ 或 $(-\dfrac{1}{4},\dfrac{2}{3})$　　C. $(\dfrac{1}{36},-\dfrac{1}{6})$　　D. $(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{3})$ 或 $(-\dfrac{2}{3},\dfrac{1}{4})$

16. 已知集合 $M=\{x|0\le x\le 6\}$, $P=\{0\le y\le 3\}$, 则下列对应关系中, 不能作为从 M 到 P 的映射的是 (　　).

A. $f:x\mapsto y=\frac{1}{2}x$　　B. $f:x\mapsto y=\frac{1}{3}x$　　C. $f:x\mapsto y=x$　　D. $f:x\mapsto y=\frac{1}{6}x$

17. 设 $M=\mathbf{R}$, 从 M 到 P 的映射 $f:x\mapsto y=\frac{1}{x^2+1}$, 则像集 P 为 (　　).

A. $\{y|y\in\mathbf{R}\}$　　B. $\{y|y\in\mathbf{R}\}$　　C. $\{y|0\le y\le 2\}$　　D. $\{y|0<y\le 1\}$

18. 若映射 $f:A\to B$ 的像集是 Y, 原像的集合是 X, 则 X 与 A 的关系是__________, Y 和 B 的关系是__________.

19. 若 (x,y) 在映射 f 下的像是 $(2x-y,x+2y)$, 则 $(-1,2)$ 在 f 下的原像是__________.

20. 已知 (a,b) 在映射 f 的像是 $(a-b,ab)$, 则 $(2,3)$ 的原像是__________.

21. 已知 $f:x\mapsto y=x^2$ 是从集合 $\mathbf{R}$ 到集合 $M=\{x|x\ge 0\}$ 的一个映射, 则 M 中的元素 1 在 $\mathbf{R}$ 中的原像是__________, M 中的元素 $t(t>0)$ 在 $\mathbf{R}$ 中的原像是__________.

22. 从集合 $\{a\}$ 到 $\{b,c\}$ 的不同映射有__________ 个.

23. 从集合 $\{1,2\}$ 到 $\{5,6\}$ 的不同映射有__________ 个.

24. 已知集合 $A=\mathbf{Z}$, $B=\{x|x=2n+1,\ n\in\mathbf{Z}\}$, $C=\mathbf{R}$, 且从 A 到 B 的映射是 $x\mapsto 2x-1$, 从 B 到 C 的映射是 $x\mapsto\frac{1}{3x+1}$, 则从 A 到 C 的映射是__________.

25. f 是集合 $X=\{a,b,c\}$ 到集合 $Y=\{d,e\}$ 的一个映射, 则满足映射条件的“f”共有 (　　).

A. 5 个　　B. 6 个　　C. 7 个　　D. 8 个

26. 若 $f:y=3x+1$ 是从集合 $A=\{1,2,3,k\}$ 到集合 $B=\{4,7,a^4,a^2+3a\}$ 的一个映射, 求自然数 a,k 的值及集合 A,B.

27. 函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-5x+6}}{x-2}$ 的定义域是 (　　).

A. $\{x|2<x<3\}$　　B. $\{x|x<2x>3\}$　　C. $\{x|x\le 2x\ge 3\}$　　D. $\{x|x<2\text{或}x\ge 3\}$

28. 若函数 $f(x)$ 的定义域是 $[-1,1]$, 则函数 $f(x+1)$ 的定义域是 (　　).

A. $[-1,1]$　　B. $[0,2]$　　C. $[-2,0]$　　D. $[0,1]$

29. 在① $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$; ② $y=\sqrt{x^2}$ 与 $y=(\sqrt{x})^2$; ③ $y=|x|$ 与 $y=\frac{x^2}{x}$; ④ $y=|x|$ 与 $y=\sqrt{x^2}$; ⑤ $y=x^0$ 与 $y=1$ 这五组函数中, 表示同一函数的组数是 (　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

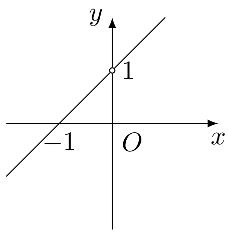
30. 函数 $y=-x^2-2x+3(-5\le x\le 0)$ 的值域是 (　　).

A. $(-\infty,4]$　　B. $[3,12]$　　C. $[-12,4]$　　D. $[4,12]$

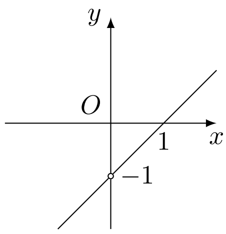
31. 已知镭经过 100 年后剩下原来质量的 95.76%, 若质量为 l 克的镭经过 x 年后的剩余质量为 y 克, 则 y 与 x 之间的解析式是 (　　).

A. $y = (\dfrac{0.9576}{100})^{x}$　　B. $y = (0.9576)^{100x}$　　C. $y = (0.9576)^{\frac{x}{100}}$　　D. $y = 1-(1-0.9576)^{\frac{x}{100}}$

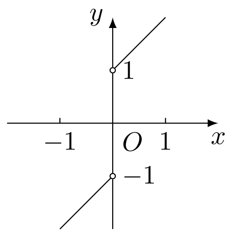
32. 函数 $y = x + \dfrac{|x|}{x}$ 的图像是 (　　).



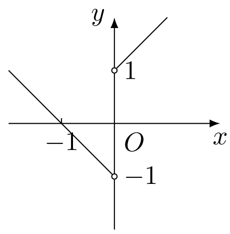
A.



B.



C.



D.

33. 函数 $y = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x+1}$ 的定义域为__________.

34. 函数 $y = \dfrac{1}{\sqrt{2x^2+3}}$ 的定义域为__________.

35. 函数 $y = \dfrac{x+5}{3x^2-2x-1}$ 的定义域为__________.

36. 函数 $y = \sqrt{6x-x^2-9}$ 的定义域为__________.

37. 函数 $y = \sqrt{4-x^2} + \dfrac{1}{|x|-1}$ 的定义域为__________.

38. 函数 $y = \dfrac{x^3-1}{x+|x|}$ 的定义域为__________.

39. 函数 $y = \dfrac{1}{|x|-x^2}$ 的定义域为__________.

40. 函数 $y = \sqrt{1-(\dfrac{x-1}{x+1})^2}$ 的定义域为__________.

41. 函数 $y = \dfrac{\sqrt{x^2-2x-15}}{|x+3|-8}$ 的定义域为__________.

42. 函数 $y = 1 - \dfrac{1}{x+2}$ 的值域为__________.

43. 函数 $y = \dfrac{3}{2x}$ 的值域为__________.

44. 函数 $y = \dfrac{x+3}{x-3}$ 的值域为__________.

45. 函数 $y = \dfrac{5x+3}{x-3}$ 的值域为__________.

46. 函数 $y = 4 + \sqrt{2x+1}$ 的值域为__________.

47. 函数 $y = \sqrt{x - \dfrac{1}{2}x^2}$ 的值域为__________.

48. 函数 $y = \sqrt{-x^2+x+2}$ 的值域为__________.

49. 函数 $y = \dfrac{2x^2+2x+3}{x^2+x+1}$ 的值域为__________.

50. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(2x)=(1-\sqrt{2}x)(1+\sqrt{2}x)$, 则 $f(x)=$__________.

51. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(\sqrt{x}+1)=x+2\sqrt{x}$, 则当 $x\geq 1$ 时, $f(x)=$__________.

52. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(\dfrac{1}{x})=\dfrac{x}{1-x^2}$, 则当 $x\neq 0$ 时, $f(x)=$__________.

53. 若函数 $f(x)=2x+1$, $g(x)=x^2+2$, 满足 $f(g(x))=g(f(x))$, 则 $x=$__________.

54. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=2x^2+1$, 则 $f(x-1)=$__________.

55. 若一次函数 $f(x)$ 满足 $f(f(x))=1+2x$, 则 $f(x)=$__________.

56. 若 $f(x^2-x)=x^4-2x^3+x^2+1$, 则当 $x\geq -\dfrac{1}{4}$ 时, $f(f(x))=$__________.

57. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, 则 $f(f(x))=$__________, $f(f(f(x)))=$__________.

58. 若 $-b<a<0$, 且函数 $d(x)$ 的定义域是 $[a,b]$, 则函数 $F(x)=f(x)+f(-x)$ 的定义域是 (　　).

A. $[a,b]$　　B. $[-b,-a]$　　C. $[-b,b]$　　D. $[a,-a]$

59. 若 $f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$, 且 $f(x+m)+f(x-m)$ 的定义域是 $\varnothing$, 则正数 m 的取值范围是 (　　).

A. $0<m<1$　　B. $0<m\leq\dfrac{1}{2}$　　C. $0<m<\dfrac{1}{2}$　　D. $m>\dfrac{1}{2}$

60. 函数 $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$ 的值域是 (　　).

A. $(-1,1)$　　B. $[-1,1]$　　C. $[-1,1)$　　D. $(-1,1]$

61. 若 $2x^2-3x\leq 0$, 则函数 $f(x)=x^2+x+1$(　　).

A. 有最小值 $\dfrac{3}{4}$, 但无最大值　　B. 有最小值 $\dfrac{3}{4}$, 有最大值 1

C. 有最小值 1 有最大值 $\dfrac{19}{4}$　　D. 既无最小值, 也无最大值

62. 函数 $f(x)=|1-x|-|x-3|(x\in\mathbf{R})$ 的值域是 (　　).

A. $[-2,2]$　　B. $[-1,3]$　　C. $[-3,1]$　　D. $[0,4]$

63. 若函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$, 分别求函数 $f(1-2x)$ 和 $f(x+a)(a>0)$ 的定义域.

64. 若函数 $f(x+1)$ 的定义域是 $[-2,3)$, 求函数 $f(\dfrac{1}{x}+2)$ 的定义域.

65. 求函数 $y=\dfrac{2x}{x^2+x+1}$ 的值域.

66. 求函数 $y=\dfrac{x^2+x-1}{x^2+x+1}$ 的值域.

67. 求函数 $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-5x+4}$ 的值域.

68. 若实数 x,y 满足 $3x^2+2y^2=6x$, 分别求 x 与 x^2+y^2 的取值范围.

69. 若实数 x,y 满足 $x^2+y^2=2x$, 求 x^2-y^2 的取值范围.

70. 求函数 $y=3x-2+\sqrt{3-2x}$ 的值域.

71. 求函数 $y=2x+\sqrt{2x-1}$ 的值域.

72. 求函数 $y=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)+15$ 的值域.

73. 已知函数 $f(x)=x^2-2x+3$ 在 $[0,m]$ 上有最大值 3, 最小值 2, 求正数 m 的取值范围.

74. 已知函数 $y=x^2+mx-1$ 在区间 $[0,3]$ 上有最小值 -2, 求实数 m 的值.

75. 当 $x\geq 0$ 时, 求函数 $f(x)=x^2+2ax$ 的最小值.

76. 已知函数 $f(x)=\dfrac{ax}{2x+3}(x\neq -\dfrac{3}{2})$ 满足 $f(f(x))=x$, 求实数 a 的值.

77. 已知 $f(x)$ 是二次函数, 且满足 $f(2x)+f(3x+1)=13x^2+6x-1$, 求 $f(x)$ 的表达式.

78. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是一切非零实数, 且满足 $3f(x)+2f(\dfrac{1}{x})=4x$, 求, $f(x)$ 的表达式.

79. 作出函数 $y=1+\dfrac{|x|}{x}$ 的图像.

80. 作出函数 $y=x-|1-x|$ 的图像.

81. 作出函数 $y=|x^2-4x+3|$ 的图像.

82. 作出函数 $y=\dfrac{x^3+x}{|x|}$ 的图像.

83. 作出函数 $y=\dfrac{(x+\dfrac{1}{2})^0}{|x|-x}$ 的图像.

84. 已知 $f(x)=-x^2+2x+3$, 画出函数 $y=\dfrac{1}{2}[f(x)+|f(x)|]$ 的图像.

85. 已知 $f(x)=|x|$, $x\in[-1,1]$, 作出函数 $y=f(x+1)+1$ 的图像.

86. 将进货单价为 40 元的商品按每件 50 元出售时, 每月能卖出 500 个, 已知这批商品在销售单价的基础上每涨价 1 元, 其月销售数就减少 10 个, 为了每月赚取最大利润, 销售单价应定为多少?

87. 飞机飞行 1 小时的耗费由两部分组成: 固定部分 4900 元, 变动部分 P 与飞机飞行速度 v(千米/时) 的函数关系是 $P=0.01v^2$. 已知甲、乙两地相距为一常数 a(千米), 试写出飞机从甲地飞到乙地的总耗费 y 与飞机速度 v 的函数关系式, 并写出耗费最小时飞机的飞行速度.

88. 求证: 函数 $f(x)=x^3$ 在 $x\in\mathbf{R}$ 上是增函数.

89. 已知奇函数 $y=f(x)$ 在 $x<0$ 时是减函数, 求证: $y=f(x)$ 在 $x>0$ 时也是减函数.

90. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x>0$ 时 $f(x)=x(1-x)$, 求 $f(x)$ 在 $x<0$ 时的表达式.

91. 已知函数 $y=f(x)$ 满足 $f(x)=f(4-x)(x\in\mathbf{R})$, 且 $f(x)$ 在 $x>2$ 时为增函数, 记 $a=f(\dfrac{3}{5})$, $b=f(\dfrac{6}{5})$, $c=f(4)$, 则 a,b,c 之间的大小关系是 (　　).

A. $c>a>b$　　B. $c>b>a$　　C. $b>a>c$　　D. $a>c>d$

92. 画出函数 $y=x^2-2|x|-1$ 的图像.

93. 求函数 $y=\dfrac{x-2}{2x+1}$ 的值域.

94. 已知函数 $f(x)=(x-1)^2(x\leq 1)$, 又 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称, 求 $\varphi(x)$ 的表达式.

95. 求实数 m 的范围, 使关于 x 的方程 $x^2+2(m-1)x+2m+6=0$:

(1) 有两个实数根, 且一个比 2 大, 另一个比 2 小;

(2) 有两个实数根, 且都比 1 大;

(3) 有两个实数根 α,β, 且满足 $0<\alpha<1<\beta<4$;

(4) 至少有一个正根.

96. 就参数 m 讨论方程 $x^2-2|x|-m=0$ 的解的情况.

97. 下列记数中, 符合科学记数法的是 (　　).

A. 35.6×10^{-25}　　B. 0.356×10^{-23}　　C. 3.56×10^{-24}　　D. 356×10^{-26}

98. 计算 $3^{-1}\times 2^{-2}\div 4^{-2}$ 的结果是 (　　).

A. $\dfrac{1}{192}$　　B. $\dfrac{4}{3}$　　C. $\dfrac{1}{12}$　　D. $-\dfrac{4}{3}$

99. 下列各式中, 正确的是 (　　).

A. $(-1)^0=-1$　　B. $(-1)^{-1}=1$　　C. $3a^{-2}=\dfrac{1}{3a^2}$　　D. $(-x)^5\div(-x)^3=x^2$

100. 下列各式中, 计算正确的是 (　　).

A. $(-0.125)\div(-0.5)^{-3}=1$　　B. $10^{-4}(\sqrt{5})^0=-10000$

C. $(\dfrac{1}{3})^0\div 3^{-1}=3$　　D. $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^0-(\sqrt{3})^2-(-\sqrt{2})^2=1-3+2=0$

101. 化简 $\dfrac{1}{3}x\sqrt{9x}-x^2\sqrt{\dfrac{1}{x}}$ 的结果是 (　　).

A. $\sqrt{x}$　　B. $x(1-x^2)\sqrt{x}$　　C. $x^2(1-x\sqrt{x})$　　D. 0

102. 化简 $\dfrac{a^{-2}-b^{-2}}{a^2-b^2}$ 的结果是 (　　).

A. -1　　B. $-\dfrac{1}{a^2b^2}$　　C. $a^{-1}+b^{-1}$　　D. $\dfrac{1}{a^2b^2}$

103. 已知 $x=1-2^s$, $y=1-2^{-s}$, 则 y 等于 (　　).

A. $\dfrac{x-1}{x}$　　B. $\dfrac{2-x}{1-x}$　　C. $\dfrac{x}{x-1}$　　D. $\dfrac{x-2}{x-1}$

104. 计算 $\sqrt{(3-\pi)^2}$ 的结果是 (　　).

A. $3-\pi$　　B. $\pi-3$　　C. $\pi+3$　　D. $-\pi-3$

105. 若 $(\sqrt[n]{-3})^n$ 有意义, 则 n 一定是 (　　).

A. 正偶数　　B. 自然数　　C. 正奇数　　D. 整数

106. 已知 $n\in\mathbf{N}$, 在① $\sqrt[4]{(-4)^{2n}}$; ② $\sqrt[4]{(-4)^{2n+1}}$; ③ $\sqrt[5]{-x^2}$; ④ $\sqrt[5]{-x^2}$ 这四个式子中, 有意义的 ( ).

A. 是①②③④　　B. 只有③④　　C. 只有①③④　　D. 只有④

107. 若 $\sqrt[4]{4a^2-4a+1}=\sqrt[3]{1-2a}$, 则实数 a 的取值范围是 ( ).

A. $a<2$　　B. $a=\dfrac{1}{2}$ 或 0　　C. $a>\dfrac{1}{2}$　　D. R

108. 在① 0^{-1}; ② $0^{-\frac{1}{2}}$; ③ 0^0; ④ $0^{0.2}$ 这四个式子中, 有意义的个数是 ( ).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

109. 下列各式中正确的是 ( ).

A. $-4^0=1$　　B. $(5^{-\frac{1}{2}})^2=5$　　C. $(-3^{m-n})^2=9^{m-n}$　　D. $(-2)^{-1}=\dfrac{1}{2}$

110. 计算 $[(-3)^2]^{\frac{1}{2}}-(-10)^0$ 的值等于 ( ).

A. -2　　B. 2　　C. -4　　D. 4

111. 下列计算中正确的是 ( ).

A. $a^{\frac{8}{3}}\cdot a^{\frac{3}{8}}=a$　　B. $a^{\frac{8}{3}}\cdot a^{-\frac{8}{3}}=0$　　C. $a^{\frac{8}{3}}\div a^{\frac{1}{3}}=a^8$　　D. $a^{\frac{1}{2}}\div a^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{6}}$

112. 下列计算中正确的是 ( ).

A. $a^{\frac{3}{4}}\cdot a^{\frac{4}{3}}=a$　　B. $a^{\frac{3}{4}}\div a^{\frac{3}{4}}=a$　　C. $a^{-4}\div a^4=0$　　D. $(a^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}}=a$

113. 化简 $(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}})(-3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}})\div(\frac{1}{3}a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}})$ 的结果是 ( ).

A. $6a$　　B. $-a$　　C. $-9a$　　D. $9a$

114. 将 $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}}$ 化成不含根号的式子是 ( ).

A. $-2^{\frac{1}{2}}$　　B. $-2^{-\frac{1}{2}}$　　C. $-2^{\frac{1}{3}}$　　D. $-2^{\frac{2}{3}}$

115. 将 $(a^{\frac{1}{n}}+b^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{3}}$ 表示成根式的形式是 ( ).

A. $\sqrt[3]{a^{\frac{1}{n}}+b^{\frac{1}{n}}}$　　B. $(\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b})^{\frac{1}{3}}$　　C. $\sqrt[3]{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}}$　　D. $(\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b})^3$

116. 计算: $\sqrt{12}-\sqrt{3}\div(2+\sqrt{3})=$__________.

117. 计算: $(\sqrt{12}-\sqrt{\dfrac{1}{2}}-2\sqrt{\dfrac{1}{3}})-(\sqrt{\dfrac{1}{8}}-\sqrt{18})=$__________.

118. 计算: $(\sqrt{3}+2)^{1997}\times(\sqrt{3}-2)^{1988}=$__________.

119. 计算: $\dfrac{2\sqrt{10}-5}{4-\sqrt{10}}=$__________.

120. 计算: $4\sqrt{\dfrac{2}{5}}-\sqrt{1000}+2\sqrt{10}=$__________.

121. 计算: $\dfrac{1}{(2+\sqrt{3})^2}+\dfrac{1}{(2-\sqrt{3})^2}=$__________.

122. 计算: $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}=$__________.

123. 将下式改写成不含分数指数幂的根式形式 (要求分母不含有根式形式): $3x^{-\frac{3}{2}}=$__________.

124. 将下式改写成不含分数指数幂的根式形式 (要求分母不含有根式形式): $a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{-\frac{1}{2}}=$__________.

125. 将下式改写成不含分数指数幂的根式形式 (要求分母不含有根式形式): $(a+b)^{\frac{1}{2}}\cdot(a-b)^{-\frac{4}{3}}=$__________.

126. 将根式改写成分数指数幂的形式: $\sqrt[4]{a^3}=$__________.

127. 将根式改写成分数指数幂的形式: $\sqrt[5]{b^8}=$__________.

128. 将根式改写成分数指数幂的形式: $\sqrt[4]{x^2+y^2}=$__________.

129. 将根式改写成分数指数幂的形式: $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{y^4}}=$__________.

130. 将根式改写成分数指数幂的形式: $\sqrt{2\sqrt{2}}=$__________.

131. 将根式改写成分数指数幂的形式: $-\dfrac{1}{\sqrt{27x}}=$__________.

132. 将根式改写成分数指数幂的形式: $\sqrt{\dfrac{4}{3ab^3}}=$__________.

133. 已知 $m<n$, 将根式改写成分数指数幂的形式: $2\sqrt[6]{(m-n)^{-2}}=$__________.

134. 判断命题: $2^{\frac{3}{2}}\cdot 2^{\frac{2}{3}}=2$ 是否正确, __________.

135. 判断命题: $(\dfrac{1}{8})^{-\frac{1}{2}}=-2\sqrt{2}$ 是否正确, __________.

136. 判断命题: 若 $a\in\mathbf{R}$, 则 $(a-1)^0=1$ 是否正确, __________.

137. 判断命题: $a^x+a^y=a^{x+y}$ 是否正确, __________.

138. 判断命题: $\sqrt[3]{-5}=\sqrt[6]{(-5)^2}=\sqrt[6]{25}$ 是否正确, __________.

139. 计算: $(\dfrac{81}{625})^{-\frac{3}{4}}=$__________.

140. 计算: $(0.064)^{-\frac{1}{3}}=$__________.

141. 计算: $(2\sqrt{2})^{-\frac{1}{3}}=$__________.

142. 计算: $[(-3)^2]^{\frac{3}{2}}=$__________.

143. 计算: $(-0.027)^{-\frac{2}{3}}=$__________.

144. 计算: $(-0.001)^{-\frac{4}{3}}=$__________.

145. 计算: $5^{\frac{4}{5}}\times 125\times 25^{-0.4}=$__________.

146. 计算: $(8+2\times 15^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}=$__________.

147. 计算: $(4-12^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}=$__________.

148. 计算: $(0.25)^{-0.5}+(\frac{1}{27})^{-\frac{1}{3}}-625^{0.25}=$__________.

149. 化简: $2x^{-\frac{1}{3}}(\frac{1}{2}x^{\frac{1}{3}}-2x^{-\frac{2}{3}})-(-3.5)^{0}=$__________.

150. 化简: $(x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}})=$__________.

151. 化简: $(\frac{b^3}{2a^2})\div(-\frac{4b^3}{a^{-7}})\times(-\frac{b^2}{a})^3=$__________.

152. 化简: $(2a^{\frac{1}{4}}b^{-\frac{1}{3}})(-3a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}})\div(-\frac{1}{4}a^{-\frac{1}{4}}b^{-\frac{2}{3}})=$__________.

153. 若 $a=1.5^{-\frac{1}{2}}$, $b=0.5^{-\frac{1}{2}}$, $c=1$, 则它们的大小顺序是 (　　).

A. $a<c<b$　　B. $a<b<c$　　C. $c<b<a$　　D. $b<c<a$

154. 若 $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $b=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, 则 $[a^{-\frac{3}{2}}b(ab^{-2})^{-\frac{1}{2}}(a^{-1})^{-\frac{2}{3}}]^3=$__________.

155. 若 $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=2$, 则:

(1) $a+a^{-1}=$__________;

(2) $a^2+a^{-2}=$__________;

(3) $a^4+a^{-4}=$__________.

156. 若 $10^{\alpha}=2^{-\frac{1}{2}}$, $10^{\beta}=\sqrt[3]{32}$, 则 $10^{2\alpha-\frac{3}{4}\beta}=$__________.

157. 计算: $(\frac{1}{125})^{-\frac{1}{3}}+(-2)^{-2}+(-2)^{0}$.

158. 计算: $(2\frac{7}{9})^{\frac{1}{2}}-(-0.027)^{-\frac{1}{3}}-(-\sqrt{3})^{-2}+\pi^{0}$.

159. 计算: $5-3\times[(-3\frac{3}{8})^{-\frac{1}{3}}+1031\times(0.25-2^{-2})]\div 9^{0}$.

160. 计算: $(0.027)^{\frac{1}{3}}-(-\frac{1}{6})^{-2}+256^{0.75}-|-3^{-1}|+(-5.555)^{0}$.

161. 计算: $(2.25)^{0.5}+(-4.3)^{0}-(3\frac{3}{8})^{-\frac{2}{3}}+\frac{3^{-2}-2^{-2}}{3^{-1}-2^{-1}}$.

162. 计算: $(0.25)^{-2}+(\frac{8}{27})^{\frac{1}{3}}+(\frac{1}{8})^{-\frac{2}{3}}-(\frac{1}{16})^{-0.75}$.

163. 计算或化简: $\sqrt[3]{m^{\frac{9}{2}}\cdot\sqrt{m^{-3}}}\div\sqrt{\sqrt[3]{m^{-7}}}\cdot\sqrt[3]{m^{13}}(m>0)$.

164. 计算或化简: $(x-y)\div(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})-(x+y-2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}})\div(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})(x>y>0)$.

165. 计算或化简: $(8y^{-\frac{1}{3}}\sqrt{x^{-\frac{1}{3}}y\sqrt{x^{\frac{4}{3}}}})^{\frac{1}{3}}$.

166. 计算或化简: $\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\frac{2xy}{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}$.

167. 计算或化简: $(5+\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{15})\div(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})$.

168. 计算或化简: $(2+3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}\times(2+(2+3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}\times(2+(2+(2+3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$.

169. 化简: $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$.

170. 化简: $(x^{\frac{a+b}{c-a}})^{\frac{1}{b-c}} \cdot (x^{\frac{x+a}{b-c}})^{\frac{1}{a-b}} \cdot (x^{\frac{b+c}{a-b}})^{\frac{1}{c-a}}$.

171. 化简: $\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}(\dfrac{a-b}{a+b})^{\frac{p+q}{p-q}} \cdot [(\dfrac{a+b}{a-b})^{\frac{2p}{p-q}} + (\dfrac{a+b}{a-b})^{\frac{2q}{p-q}}]$.

172. 当 $a=0.001$ 时, 求 $\dfrac{a^{\frac{4}{3}}-8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}}+2\sqrt[3]{ab}+4b^{\frac{2}{3}}} \div (1-2\sqrt[3]{\frac{b}{a}})$ 的值.

173. 求证: $\dfrac{1}{1+x^{a-b}+x^{a-c}} + \dfrac{1}{1+x^{b-c}+x^{b-a}} + \dfrac{1}{1+x^{c-a}+x^{c-b}} = 1$.

174. 已知幂函数 $f(x)$ 的图像经过点 $(2, \dfrac{\sqrt{2}}{2})$, 则 $f(4)$ 的值等于 (　　).

A. 16　　B. $\dfrac{1}{16}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 2

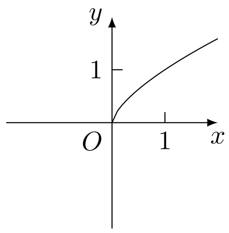
175. 下列幂函数中, 定义域为 $\{x|x>0\}$ 的是 (　　).

A. $y=x^{\frac{2}{3}}$　　B. $y=x^{\frac{3}{2}}$　　C. $y=x^{-\frac{2}{3}}$　　D. $y=x^{-\frac{3}{2}}$

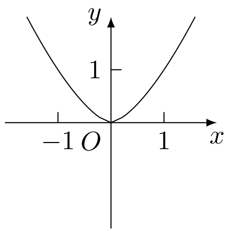
176. 幂函数 $y=x^n(n\in\mathbf{Z})$ 的图像一定不经过 (　　).

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

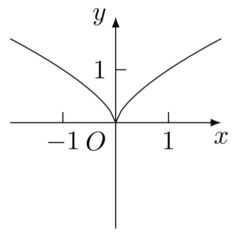
177. 函数 $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$ 的图像是 (　　).



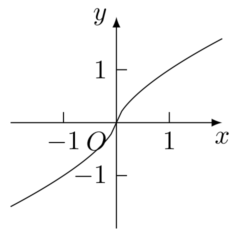
A.



B.

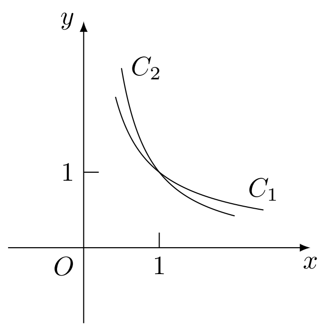


C.



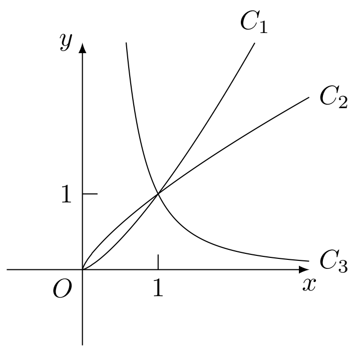
D.

178. 幂函数 $y=x^m$ 和 $y=x^n$ 在第一象限内的图像 C_1 和 C_2 图像所示, 则 m,n 之间的关系是 (　　).



A. $n<m<0$　　B. $m<n<0$　　C. $n>m>0$　　D. $m>n>0$

179. 图中, C_1, C_2, C_3 为幂函数 $y=x^a$ 在第一象限的图像, 则解析式中的指数 α 依次可以取 (　　).



A. $\dfrac{4}{3},-2,\dfrac{3}{4}$　　B. $-2,\dfrac{3}{4},\dfrac{4}{3}$　　C. $-2,\dfrac{4}{3},\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{3}{4},\dfrac{4}{3},-2$

180. 函数 $y=x^{\frac{5}{6}}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

181. 函数 $y=x^{\frac{3}{5}}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

182. 函数 $y=x^{\frac{8}{5}}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

183. 函数 $y=x^{-\frac{5}{4}}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

184. 函数 $y=x^{-\frac{5}{3}}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

185. 函数 $y=x^{-\frac{2}{3}}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

186. 函数 $y=-2(x+5)^{-\frac{1}{4}}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

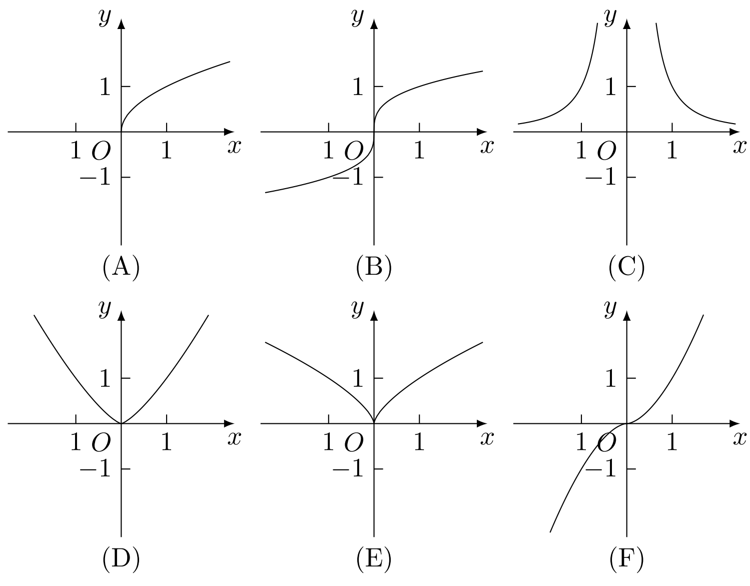
187. 函数 $y=5(2x-1)^{\frac{3}{4}}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

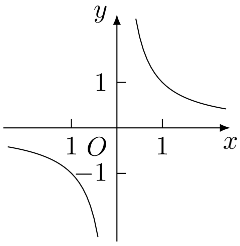
188. 将下列函数图像的标号, 填在相应函数后面的横线上:

(1) $y=x^{\frac{2}{3}}$:__________; (2) $y=x^{-2}$:__________; (3) $y=x^{\frac{1}{2}}$:__________;

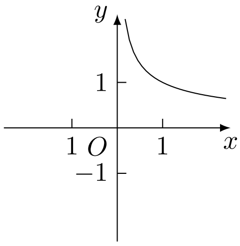
(4) $y=x^{-1}$:__________; (5) $y=x^{\frac{1}{3}}$:__________; (6)$y=x^{\frac{3}{2}}$:__________;

(7)$y=x^{\frac{4}{3}}$:__________; (8)$y=x^{-\frac{1}{2}}$:__________; (9)$y=x^{\frac{5}{3}}$:__________.

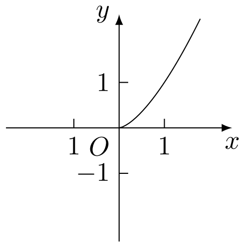




(G)



(H)

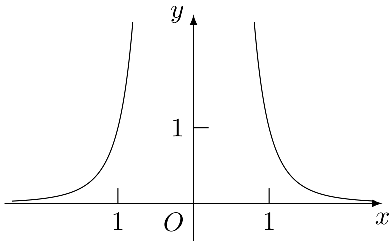


(I)

189. 若幂函数 $y=x^n$ 的图像在 $0<x<1$ 时位于直线 $y=x$ 的下方, 则 n 的取值范围是__________.

190. 若幂函数 $y=x^n$ 的图像在 $0<x<1$ 时位于直线 $y=x$ 的上方, 则 n 的取值范围是__________.

191. 函数 $f(x)=x^{k^2-2k-3}(k\in\mathbf{Z})$ 的图像如图所示, 则 $k=$__________.



(C)

192. 幂函数 $y=x^p$ 与 $y=x^q$ 的图像都通过定点__________, 它们在第一象限部分关于直线 $y=x$ 对称, 则 p,q 应满足的条件是__________.

193. 若实数 a 满足 $2.4^a>2.5^a$, 求 a 的取值范围.

194. 若实数 a 满足 $(\dfrac{3}{4})^{-a}>(\dfrac{4}{3})^{-a}$, 求 a 的取值范围.

195. 若实数 a 满足 $a^{-2}>3^{-2}$, 求 a 的取值范围.

196. 若实数 a 满足 $0.01^{-3}>a^{-3}$, 求 a 的取值范围.

197. 将 $2.5^{\frac{2}{3}}$, $(-1.4)^{\frac{2}{3}}$, $(-3)^{\frac{1}{3}}$ 从小到大排列:__________.

198. 将 $4.1^{\frac{2}{5}}$, $3.8^{-\frac{2}{3}}$, $(-1.9)^{\frac{3}{5}}$ 从小到大排列:__________.

199. 将 $0.16^{-\frac{3}{4}}$, $0.5^{-\frac{3}{2}}$, $6.25^{\frac{3}{8}}$ 从小到大排列:__________.

200. 已知函数 $y=x^{n^2-2n-3}(n\in\mathbf{Z})$ 的图像与两坐标轴都无公共点, 且其图像关于 y 轴对称, 求 n 的值, 并画出相应的函数图像.

201. 函数 $y=\sqrt{x^2+2x-3}$ 为减函数的区间是 (　　).

A. $(-\infty,-3]$　　B. $[-1,+\infty)$　　C. $(-\infty,-1]$　　D. $[1,+\infty)$

202. 若函数 $y=(2k+1)x+b$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是减函数, 则 (　　).

A. $k>\dfrac{1}{2}$　　B. $k<\dfrac{1}{2}$　　C. $k>-\dfrac{1}{2}$　　D. $k<-\dfrac{1}{2}$

203. 若函数 $f(x) = 4x^2 - mx + 5$ 在区间 $[-2, +\infty)$ 上是增函数, 在区间 $(-\infty, -2]$ 上是减函数, 则 $f(1)$ 等于 (　　).

A. -7　　B. 1　　C. 17　　D. 25

204. 若函数 $y = x^2 + 2(a-2)x + 5$ 在区间 $(4, +\infty)$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围是 (　　).

A. $a \leq -2$　　B. $a \geq -2$　　C. $a \leq -6$　　D. $a \geq -6$

205. 下列函数中, 在区间 $(0, 2)$ 上为增函数的是 (　　).

A. $y = -3x + 1$　　B. $y = \sqrt[3]{x}$　　C. $y = x^2 - 4x + 3$　　D. $y = \dfrac{4}{x}$

206. 若函数 $f(x)$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上为增函数, 且 $f(x) < 0$, 则下列函数在 $\mathbf{R}$ 上为增函数的是 (　　).

A. $y = |f(x)|$　　B. $y = \dfrac{1}{f(x)}$　　C. $y = [f(x)]^2$　　D. $y = [f(x)]^3$

207. 函数 $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$ 为增函数的区间是__________, 为减函数的区间是__________.

208. 函数 $y = \dfrac{1}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}$ 为增函数的区间是__________.

209. 函数 $y = |3x - 5|$ 为减函数的区间是__________.

210. 函数 $y = |x^2 - 2x - 3|$ 为增函数的区间是__________.

211. 函数 $y = \dfrac{1-x}{1+x}$ 为减函数的区间是__________.

212. 定义在 $[1, 3]$ 上的函数 $f(x)$ 为减函数, 求满足不等式 $f(1-a) - f(3-a^2) > 0$ 的解集.

213. 已知 $f(x) = -x^3 - x + 1 (x \in \mathbf{R})$, 求证 $y = f(x)$ 在定义域上为减函数.

214. 求证: 函数 $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$ 在 $(0, 1)$ 上是减函数, 在 $(1, +\infty)$ 上是增函数.

215. 求证: $f(x) = \sqrt{x} - \dfrac{1}{x}$ 在定义域上是增函数.

216. 已知常数 m, n 满足 $mn < 2$, 求证: 函数 $f(x) = \dfrac{mx+1}{2x+n}$ 在 $(-\dfrac{n}{2}, +\infty)$ 上为减函数.

217. 已知 $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = x^4 + 2x^2 + 2$, 是否存在实数 λ, 使得 $F(x) = g(x) - \lambda f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上是减函数, 在 $(-1, 0)$ 上是增函数? 说明理由.

218. 已知函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数, 又实数 a, b 满足 $a + b \geq 0$, 求证: $f(a) + f(b) \geq f(-a) + f(-b)$.

219. $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}^+$ 的增函数, 且 $f(\dfrac{x}{y}) = f(x) - f(y)$.

(1) 求 $f(1)$ 的值;

(2) 若 $f(6) = 1$, 解不等式 $f(x+3) - f(\dfrac{1}{x}) < 2$.

220. 若 $f(x) = (m-1)x^2 + 3mx + 3$ 为偶函数, 则 $f(x)$ 在区间 $(-4, 2)$ 上 (　　).

A. 是增函数　　B. 是减函数

C. 先是增函数后是减函数　　D. 先是减函数后是增函数

221. 函数 $f(x)=\begin{cases}1-x, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ 1+x, & x<0,\end{cases}$ 则该函数 (　　).

A. 是奇函数, 但不是偶函数　　B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既是奇函数, 也是偶函数　　D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

222. 下列函数中既是奇函数, 又在定义域上为增函数的是 (　　).

A. $f(x)=3x+1$　　B. $f(x)=\frac{1}{x}$　　C. $f(x)=1-\frac{1}{x}$　　D. $f(x)=x^3$

223. 若 $f(x)$ 为定义在区间 $[-6,6]$ 上的偶函数, 且满足 $f(3)>f(1)$, 则恒成立的是 (　　).

A. $f(-1)<f(3)$　　B. $f(0)<f(6)$　　C. $f(3)>f(2)$　　D. $f(2)>f(0)$

224. 函数 $f(x)=\frac{\sqrt{1-x^2}}{2-|x+2|}$(　　).

A. 是奇函数, 但不是偶函数　　B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既是奇函数, 又是偶函数　　D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

225. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 则下列各点中在函数 $y=f(x)$ 的图像上的点的是 (　　).

A. $(a,f(-a))$　　B. $(-a,-f(a))$　　C. $(\frac{1}{a},-f(\frac{1}{a}))$　　D. $(-\sin a,-f(-\sin a))$

226. 若 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且当 $x<0$ 时, $f(x)=2x-3$, 则当 $x>0$ 时, $f(x)=$__________.

227. 若奇函数 $f(x)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$, 则 $f(0)=$__________.

228. 若奇函数 $f(x)$ 在区间 $[-3,-1]$ 上是增函数, 且有最大值 -2, 则 $f(x)$ 在 $[1,3]$ 上是__________ 函数 (填 "增" 或 "减"), 且最小值等于__________.

229. 设 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数, 则 $f(-4)$, $f(-2)$, $f(3)$ 由小到大的排列顺序为__________.

230. 若函数 $f(x)=x^5+px^3+qx-8$ 满足 $f(-2)=10$, 则 $f(2)=$(　　).

A. 10　　B. -10　　C. -26　　D. -18

231. 设 $f(x)$ 在 R 上是奇函数, 且当 $x\in[0,+\infty)$ 时, $f(x)=x(1+\sqrt[3]{x})$, 那么当 $x\in(-\infty,0)$ 时, $f(x)=$(　　).

A. $-x(1+\sqrt[3]{x})$　　B. $x(1+\sqrt[3]{x})$　　C. $-x(1-\sqrt[3]{x})$　　D. $x(1-\sqrt[3]{x})$

232. 若函数 $f(x)=8+2x-x^2$, 记 $g(x)=f(2-x^2)$, 则 $g(x)$(　　).

A. 在 (-2, 0) 上是增函数　　B. 在 (0, 2) 上是增函数　　C. 在 (-1, 0) 上是减函数　　D. 在 (0, 1) 上是减函数

233. 函数 $f(x)=x|x|-2x$ 是 (　　).

A. 偶函数, 且在 (-1, 1) 上是增函数　　B. 奇函数, 且在 (-1, 1) 上是减函数

C. 偶函数, 且在 (-1, 1) 上是减函数　　D. 奇函数, 且在 (-1, 1) 上是增函数

234. 若函数 $y=f(x)$ 是偶函数, 其图像与 x 轴有四个交点, 则方程 $f(x)=0$ 的所有实数根之和为 (　　).

A. 4　　B. 2　　C. 1　　D. 0

235. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{2^{1+x}+2^{1-x}}$(　　).

A. 是奇函数, 但不是偶函数　　B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既是奇函数, 又是偶函数　　D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

236. 已知奇函数 $f(x)$ 在 $x>0$ 时的表达式为 $f(x)=2x-\dfrac{1}{2}$, 则当 $x\leq-\dfrac{1}{4}$ 时, 恒有 (　　).

A. $f(x)>0$　　B. $f(x)<0$　　C. $f(x)-f(-x)\leq 0$　　D. $f(x)-f(-x)>0$

237. $f(x)+f(2-x)+2=0$ 对任何实数 x 都成立, 则 $f(x)$ 的图像 (　　).

A. 关于直线 $x=1$ 成轴对称图形　　B. 关于直线 $x=2$ 成轴对称图形

C. 关于点 $(1,-1)$ 成中心对称图形　　D. 关于点 $(-1,1)$ 成中心对称图形

238. 已知 $f(x),g(x)$ 都是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数, 且 $f(x)\cdot g(x)$ 恒不为 0, 判断下列函数的奇偶性: $(1)f(x)+g(x)$:________; $(2)f(x)\cdot g(x)$:________; $(3)f[f(x)]$:________; $(4)f[g(x)]$:________; $(5)g[f(x)]$:________; $(6)g[g(x)]$:________.

239. 判断函数 $f(x)=5$ 的奇偶性:________.

240. 判断函数 $f(x)=\sqrt{x^2-1}+\sqrt{1-x^2}$ 的奇偶性:________.

241. 判断函数 $f(x)=x^2-2x^2+3$ 的奇偶性:________.

242. 判断函数 $x\in[-4,4)$ 的奇偶性:________.

243. 判断函数 $f(x)=|3x+2|-|3x-2|$ 的奇偶性:________.

244. 判断函数 $f(x)=\dfrac{x^2(x-1)}{x-1}$ 的奇偶性:________.

245. 判断函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}[g(x)-g(-x)]$ 的奇偶性:________.

246. 求证: 函数 $f(x)=\dfrac{x+1+\sqrt{1+x^2}}{x-1+\sqrt{1+x^2}}$ 是奇函数.

247. 求证: 函数 $f(x)=\begin{cases}x(1-x), & x>0,\\ x(1+x), & x<0\end{cases}$ 是奇函数.

248. 已知奇函数 $f(x)$ 在定义域 $(-l,l)$ 上是减函数, 求满足 $f(1-m)+f(1-m^2)<0$ 的实数 m 的取值范围.

249. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数. 求不等式 $f(2x+5)<f(x^2+2)$ 的解集.

250. 是否存在既是奇函数又是偶函数的函数? 说明理由

251. 求证: 定义域为 $(-l,l)$ 的任何函数都能表示成一个奇函数与一个偶函数之和.

252. 下列函数中有反函数的是 (　　).

A. $y=3+\sqrt{x^2+5}$　　B. $y=\dfrac{1}{x^2+1}$　　C. $y=\sqrt[3]{2x-1}+2$　　D. $y=\begin{cases}x^2-3, & x\geq 0,\\ 3x, & x<0\end{cases}$

253. 函数 $y=\sqrt{x^2-2x+3}(x\leq 1)$ 的反函数的定义域是 (　　).

A. $[0,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$　　C. $(-\infty,1]$　　D. $[\sqrt{2},+\infty)$

254. 设 $f(x)=\dfrac{2x+1}{4x+3}(x\in\mathbf{R}$, 且 $x\neq-\dfrac{3}{4})$, 则 $f^{-1}(2)$ 的值等于 (　　).

A. $-\dfrac{5}{6}$　　B. $-\dfrac{2}{5}$　　C. $\dfrac{2}{5}$　　D. $\dfrac{5}{11}$

255. 函数 $y=x^2+2x(x<-1)$ 的反函数是 (　　).

A. $y=\sqrt{x+1}-1(x<-1)$　　B. $y=\sqrt{x+1}-1(x>-1)$

C. $y=-\sqrt{x+1}-1(x<-1)$　　D. $y=-\sqrt{x+1}-1(x>-1)$

256. 若函数 $y=g(x)$ 的图像与函数 $f(x)=(x-1)^2(x\leq 1)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称. 则 $g(x)$ 的表达式是 (　　).

A. $g(x)=1-\sqrt{x}(x\geq 0)$　　B. $g(x)=1+\sqrt{x}(x\geq 0)$

C. $g(x)=\sqrt{1-x}(x\leq 1)$　　D. $g(x)=\sqrt{1+x}(x\geq -1)$

257. 函数 $y=\dfrac{ax+b}{cx+1}(a\neq bc)$ 的反函数是 $y=\dfrac{x+2}{3x+1}$, 则的 a,b,c 值依次为 (　　).

A. $1,-2,-3$　　B. $-1,2,3$　　C. $-1,2,-3$　　D. $1,2,3$

258. 若函数 $f(x)=\dfrac{x-2}{x+m}$ 的反函数 $f^{-1}(x)=f(x)$, 则 m 的值是 (　　).

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

259. 若函数 $f(x)$ 的图像经过点 $(0,-1)$, 则函数 $f(x+4)$ 的反函数的图像必经过点 (　　).

A. $(—1,4)$　　B. $(-4,-1)$　　C. $(-1,-4)$　　D. $(1,-4)$

260. 已知函数 $y=-\sqrt{1-x^2}$ 的反函数是 $y=-\sqrt{1-x^2}$, 则原函数的定义域 “最大” 可以是__________.

261. 已知函数 $y=\dfrac{1}{3}x+m$ 与 $y=nx-6$ 互为反函数, 则 $m=$__________, $n=$__________.

262. 若点 $(1,2)$ 既在函数 $y=\sqrt{ax+b}$ 的图像上. 又在其反函数的图像上, 则 $a=$__________, $b=$__________.

263. 若 $y=\dfrac{1+x}{1-x}(x\neq 1)$, 则其反函数 $f^{-1}(x)=$__________.

264. 若 $f(x)=x^{\frac{2}{3}}(x\leq 0)$, 则其反函数 $f^{-1}(x)=$__________.

265. 若 $f(x)=-\sqrt{1-x^2}(0\leq x\leq 1)$, 则其反函数 $f^{-1}(x)=$__________.

266. 若 $f(x)=\sqrt{x^2-4}(x\leq -2)$, 则其反函数 $f^{-1}(x)=$__________.

267. 若 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\le 0,\\ -3x, & x>0,\end{cases}$ 则其反函数 $f^{-1}(x)=$__________.

268. 若 $f(x)=\begin{cases}x, & 0\le x\le 1,\\ 1-x, & -1\le x<0,\end{cases}$ 则其反函数 $f^{-1}(x)=$__________.

269. 若 $f(x)=\begin{cases}x^2-1, & x\ge 0,\\ 2x-1, & x<0,\end{cases}$ 则其反函数 $f^{-1}(x)=$__________.

270. 已知函数 $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$, $g(x)=f^{-1}(-x)$, 则 $g(x)$(　　).

A. 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数　　B. 在 $(-\infty,-1)$ 上是增函数

C. 在 $(1,+\infty)$ 上是减函数　　D. 在 $(-\infty,-1)$ 上是减函数

271. 若函数 $y=\sqrt{x-m}$ 与其反函数的图像有公共点, 则 m 的取值范围是 (　　).

A. $m\ge\dfrac{1}{4}$　　B. $m\le\dfrac{1}{4}$　　C. $m\ge 0$　　D. $m\le 0$

272. 已知 $y=g(x)$ 是函数 $y=f(x)$ 的反函数, 又 $y=h(x)$ 与 $y=g(x)$ 的图像关于原点 $O(0,0)$ 对称, 则 $h(x)$ 的表达式是 (　　).

A. $y=f^{-1}(x)$　　B. $y=-f^{-1}(x)$　　C. $y=f^{-1}(-x)$　　D. $y=-f^{-1}(-x)$

273. 若幂函数 $f(x)$ 是奇函数, 则 $f^{-1}(1)=$__________, $f^{-1}(-1)=$__________.

274. 若 $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+a}$ 存在反函数, 则实数 a 的取值范围是__________.

275. 若 $f(x)=2x^2-4x+9(x\ge 1)$, 且满足 $f^{-1}(a+1)=3$, 则 $f(a)=$__________.

276. 已知定义域为 $(-\infty,0]$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x-1)=x^2-2x$, 则 $f^{-1}(-\dfrac{1}{2})=$__________.

277. 求函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x>0,\\ x-1, & x<0\end{cases}$ 的反函数, 并作出其反函数的图像.

278. 已知函数 $f(x)=x^2+2x+1$.

(1) 若函数的定义域是 $(-\infty,+\infty)$, 这个函数有没有反函数?

(2) 若函数的定义域是 $[0,+\infty)$, 求其反函数;

(3) 若函数的定义域是 $(-\infty,-1]$, 求其反函数.

279. 若关于 x 的方程 $x^2+2(m+3)x+2m+14=0$ 有两个实数根, 且一个比 4 大, 另一个比 4 小, 求实数 m 的取值范围.

280. 若关于 x 的方程 $x^2+2mx-(m-12)=0$ 的两根都大于 2, 求实数 m 的取值范围.

281. 若关于 x 的方程 $7x^2-(m+13)x+m^2-m-2=0$ 的两实数根 α,β 满足 $0<\alpha<1<\beta<2$, 求实数 m 的取值范围.

282. 若关于 x 的方程 $2x^2-3x+2m=0$ 的两根均在 $[-1,1]$ 之间, 求实数 m 的取值范围.

283. 若关于 x 的方程 $x^2+2mx+2m^2-1=0$ 至少有一负根, 求实数 m 的取值范围.

284. 若在区间 $[-2,2]$ 内恰有一个 x 的值满足方程 $2mx^2-x-1=0$, 求实数 m 的取值范围.

285. 若关于 x 的方程 $x^2+x=m+1$ 在 $0<x\le 1$ 内有解, 求实数 m 的取值范围.

286. 就实数 k 的取值讨论下列关于 x 的方程解的情况:

(1) $x^2+2|x|-k=0$;

(2) $|x^2-2x-3|=k$.

287. 将下列各数从小到大排列: $(\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}}$, $(\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}}$, $(\frac{2}{5})^{\frac{1}{2}}$, $3^{\frac{1}{3}}$, $(\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}$, $(-2)^3$, $(\frac{5}{3})^{-\frac{1}{3}}$.

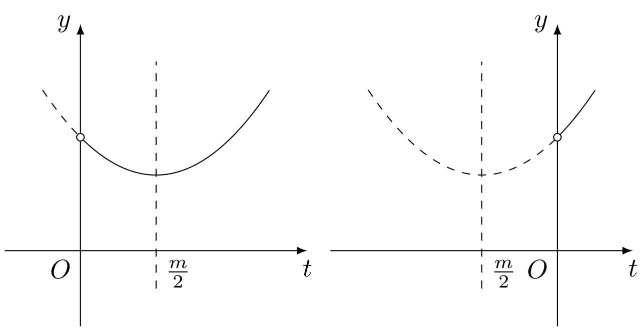
解答在这里 (1) 与零比, 负数有 $(-2)^3$. (2) 与 1 比, 小于 1 的数有 $(\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}}$, $(\frac{2}{5})^{\frac{1}{2}}$, $(\frac{5}{3})^{-\frac{1}{3}}$. 利用幂函数 $x^{\frac{1}{2}}$ 的性质, 得 $(\frac{2}{5})^{\frac{1}{2}}<(\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}}$, 再利用指数函数 $(\frac{3}{5})^{x}$ 的性质, 得 $(\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}}<(\frac{3}{5})^{\frac{1}{3}}=(\frac{5}{3})^{-\frac{1}{3}}$, 所以 $(\frac{2}{5})^{\frac{1}{2}}<(\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}}<(\frac{5}{3})^{-\frac{1}{3}}$; (3) 与 1 比, 大于 1 的数有 $(\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}}$, $3^{\frac{1}{3}}$, $(\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}$. 利用指数函数 $(\frac{3}{2})^{x}$ 的性质, 得 $(\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}}=(\frac{3}{2})^{\frac{1}{3}}<(\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}$. 再利用幂函数 $x^{\frac{2}{3}}$ 的性质, 得 $(\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}<(\sqrt{3})^{\frac{2}{3}}=3^{\frac{1}{3}}$, $\therefore(\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}}<(\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}<3^{\frac{1}{3}}$. 综上所述, 得 $(-2)^3<(\frac{2}{3})^{\frac{1}{2}}<(\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}}<(\frac{5}{3})^{-\frac{1}{3}}<(\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}}<(\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}<3^{\frac{1}{3}}$.

288. 求函数 $y=(\frac{1}{2})^{-x^2+2x}$ 为增函数的区间.

解答在这里, 解法一 $\because 0<\frac{1}{2}<1$, 所以 $-x^2+2x$ 为减函数的区间为 $[1,+\infty)$, 也就是 y 为增函数的区间. 解法二因为 $y=(\frac{1}{2})^{-x^2+2x}=2^{x^2-2x}=2^{(x-1)^2-1}$, 所以 y 为增函数的区间就是 x^2-2x 为增函数的区间, 即 $[1,+\infty)$.

289. 求函数 $y=9^x-m\cdot 3^x+1$ 的最小值.

解答在这里令 $t=3^x$ 则函数为 $y=t^2-mt+1=(t-\frac{m}{2})^2+1-\frac{m^2}{4}$, 其图像的对称轴方程为 $t=\frac{m}{2}$. (1) 如下图左, 若 $\frac{m}{2}>0$, 则当 $t=\frac{m}{2}$ 时, $y_{\min}=1-\frac{m^2}{4}$.



(2) 如上图右, 若 $\frac{m}{2}\le 0$, 则由于 $t>0$, 函数无最小值.

290. 填写下表: x $f(x)=x^2$ $f(x)-f(x-1)$ $g(x)=2^x$ $g(x)-g(x-1)$ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 (1) 比较 $f(x)=x^2$ 与 $g(x)=2^x$ 的函数值的大小. (2) 比较 $f(x)=x^2$ 与 $g(x)=2^x$ 的函数值递增的快慢. 解经计算得下表: x $f(x)=x^2$ $f(x)-f(x-1)$ $g(x)=2^x$ $g(x)-g(x-1)$ 0 0 1 1 1 1 2 1 2 2 1 4 2 3 9 7 8 4 4 16 7 16 8 5 25 9 32 16 6 36 11 64 32 7 49 13 128 64 8 64 15 256 128 9 81 17 512 256 10 100 19 1024 512 并描点得出函数 $f(x)=x^2$ 与 $g(x)=2^x$ 在同一个平面直角坐标系下的图像如图 13 所示. (图 13) 由表和图 4 知: (1) 当 $0<x<2$ 时, $g(x)>f(x)$; 当 $2<x<4$ 时, $f(x)>g(x)$; 当 $x>4$ 时, $g(x)>f(x)$; 当 $x=2$ 或 $x=4$ 时, $f(x)=f(x)$. (2) 当 $x>4$ 时, $f(x)=x^2$ 的函数值递增的速度较 $g(x)=2^x$ 慢.

291. 已知函数 $f(x)=2x+1$, $g(x)=1.5^x$, $h(x)=x^{1.5}$, 试用数值计算比较三个函数在 $[0,+\infty)$ 上的函数值的大小、图像递增的快慢. 并说明在函数图像上的表现. 解列表并计算得: x $f(x)$ $f(x)-f(x-1)$ $g(x)$ $g(x)-g(x-1)$ $h(x)$ $h(x)-h(x-1)$ 0 1 1 0 1 3 2 1.5 0.5 1 1 2 5 2 2.25 0.75 2.82842712 1.82842712 3 7 2 3.375 1.125 5.19615242 2.3677253 4 9 2 5.0625 1.6875 8 2.80384758 5 11 2 7.59375 2.53125 11.1803399 3.18033989 6 13 2 11.390625 3.796875 14.6969385 3.51659857 7 15 2 17.085938 5.6953125 18.5202592 3.82332072 8 17 2 25.628906 8.5429688 22.627417 4.10715782 9 19 2 38.443359 12.814453 27 4.372583 10 21 2 57.665039 19.22168 31.6227766 4.6227766 11 23 2 86.497559 28.83252 36.4828727 4.86009609 12 25 2 129.74634 43.248779 41.5692194 5.08634669 13 27 2 194.61951 64.873169 46.8721666 5.3029472 14 29 2 291.92926 97.309753 52.3832034 5.51103683 15 31 2 437.89389 145.96463 58.0947502 5.71154678 16 33 2 656.84084 218.94695 64 5.90524981 17 35 2 985.26125 328.42042 70.0927956 6.09279564 18 37 2 1477.8919 492.63063 76.3675324 6.27473673 19 39 2 2216.8378 738.94594 82.8190799 6.45154756 20 41 2 3325.2567 1108.4189 89.4427191 6.62363917 21 43 2 4987.8851 1662.6284 96.2340896 6.79137049 22 45 2 7481.8276 2493.9425 103.189147 6.95505712 23 47 2 11222.741 3740.9138 110.304125 7.11497832 24 49 2 16834.112 5611.3707 117.575508 7.27138262 25 51 2 25251.168 8417.0561 125 7.42449235 26 53 2 37876.752 12625.584 132.574507 7.57450735 27 55 2 56815.129 18938.376 140.296115 7.72160806 28 57 2 85222.693 28407.564 148.162073 7.86595801 29 59 2 127834.04 42611.346 156.169779 8.00770599 30 61 2 191751.06 63917.02 164.316767 8.14698784 ······················x $y=2x+1$ 增加量 $y=1.5^x$ 增加量 $y=x^{1.5}$ 增加量得点 A,B,C,D 的横坐标分别为 1.5, 4.8, 6.5, 7.4, (1) 三个函数的函数值的大小情况如下: ① 当 $0<x<1.5$ 时, $f(x)>g(x)>h(x)$; ② 当 $1.5<x<4.5$ 时, $f(x)>h(x)>g(x)$; ③ 由 $4.8<x<6.5$ 时, $h(x)>f(x)>g(x)$; ④ 当 $6.5<x<7.4$ 时, $h(x)>g(x)>f(x)$; ⑤ 当 $7.4<x<+\infty$ 时, $g(x)>h(x)>f(x)$; 当 $x=1.5,4.8,6.5,7.4$ 时, $f(x)=g(x)=h(x)$. (2) 它们在同一个平面直角坐标系下的图像如图 14 所示. (图 14) 由表格及图像可看出, 三个函数的函数值变化及相应增量规律为: 随着 x 的增大, 直线型均匀上升, 增量恒定; 指数型急剧上升, 在区间 $[0,+\infty)$ 上递增增量快速增大; 幂函数型虽上升较快, 但随着 x 的不断增大上升趋势远不如指数型, 几乎微不足道, 其增量缓慢递增. 注意一般地, 线性函数 $y=ax+b(a>0)$ 直线上升、指数函数 $y=a^x(a>1)$ 爆炸增长, 幂函数 $y=x^\alpha(\alpha\in\mathbf{Q}^+)$ 缓慢递增. 无论 α 比 a 大多少, 在 x 的一定变化范围内 $a^x<x^\alpha$, 但随着 x 的增大, 由于的增长速度最终快于 $y=x^\alpha(\alpha\in\mathbf{Q}^+)$ 的增长速度, 因此总存在一个 x_0, 当 $x>x_0$ 时, 有 $a^x>x^\alpha$. 133. 已知函数 $f(x)=4+a^{x-1}$ 的图象恒过记点 P, 则点 P 的坐标是 (　　).

A. (1, 5)　　B. (1, 4)　　C. (0, 4)　　D. (4, 0)

292. 下列函数中, 值域为 $(0,+\infty)$ 的函数是 (　　).

A. $y=(\frac{1}{8})^{2-x}$　　B. $y=\sqrt{1-3^x}$　　C. $y=\sqrt{(\frac{1}{3})^x-1}$　　D. $y=2^{\frac{1}{3-x}}$

293. 若 $0<a<1$, 记 $m=a^{-1}$, $n=a^{-\frac{4}{3}}$, $p=a^{-\frac{1}{3}}$, 则 m,n,p 的大小关系是 (　　).

A. $m<n<p$　　B. $m<p<n$　　C. $n<m<p$　　D. $p<m<n$

294. 下列函数式中, 满足 $f(x+1)=2f(x)$ 的 $f(x)$ 是 (　　).

A. $\frac{1}{2}(x+1)$　　B. $x+\frac{1}{4}$　　C. 2^x　　D. 2^{-x}

295. 若 $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$, $g(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$. 则下列关系式中不正确的是 (　　).

A. $[g(x)]^2-[f(x)]^2=1$　　B. $f(2x)=2f(x)\cdot g(x)$　　C. $g(2x)=[f(x)]^2+[g(x)]^2$　　D. $f(-x)g(x)=f(x)g(-x)$

296. 若 $a>b$ 且 $ab\neq 0$. 则在 "① $a^2>b^2$, ② $2^a>2^b$, ③ $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$, ④ $a^{\frac{1}{3}}>b^{\frac{1}{3}}$, ⑤ $(\frac{1}{3})^a<(\frac{1}{3})^b$" 这五个关系式中, 恒成立的有 (　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个. (1)4 个　　D.

297. 在同一平面直角坐标系中, 函数 $f(x)=ax$ 与 $g(x)=a^x$ 的图象可能是 (　　).

__________(A)__________(B)__________(C)

298. 下列各式中, 正确的是 (　　).

A. $(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$.　　B. $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}$.　　C. $(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}$.　　D. $(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$.

299. 若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数, 而 $f(a^x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围是 (　　).

A. (0, 1)　　B. $(0,1)\cup(1,+\infty)$　　C. $(0,+\infty)$　　D. $(1,+\infty)$

300. 函数 $y=(\frac{1}{2})^{\sqrt{-x^2+x+x}}$ 为增函数的区间是 (　　).

A. $[-1,\frac{1}{2}]$　　B. $(-\infty,-1]$　　C. $[2,+\infty)$　　D. $[\frac{1}{2},2]$

301. 若函数 $f(x)=(a^2-1)^x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是减函数, 则 a 的取值范围是 (　　).

A. $|a|>1$　　B. $|a|<\sqrt{2}$　　C. $a>\sqrt{2}$　　D. $1<|a|<\sqrt{2}$

302. 若函数 $f(x)=a^x-(b+1)(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图象在第 、三、四象限, 则必有 (　　).

A. $0<a<1$ 且 $b>0$　　B. $0<a<1$ 且 $b<0$　　C. $a>1$ 且 $b<1$　　D. $a>1$ 且 $b>0$

303. 用不等号 "$>$" 或 "$<$" 填空: (1)$1.2^{0.3}$__________1. (2)$0.3^{5.1}$__________1. (3)$(\frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}}$__________$(\frac{3}{2})^{-\frac{1}{3}}$. (4)$9^{\frac{1}{3}}$__________$3^{\frac{4}{3}}$. (5)$2^{\frac{2}{3}}$__________$3.6^{-\frac{3}{4}}$. (6)$0.8^{-2}$__________$(\frac{5}{3})^{-\frac{1}{2}}$.

304. 将下列各数从小到大排列: (1)$0.9^{\frac{3}{4}}$, $1.2^{\frac{3}{4}}$, 1:__________. (2)$2.5^{\frac{2}{3}}$, $(-1.4)^{\frac{2}{3}}$, $(-3)^{\frac{1}{3}}$:__________. (3)$4.1^{\frac{2}{3}}$, $3.8^{-\frac{2}{3}}$, $(-1.9)^{\frac{3}{5}}$:__________.

305. 根据条件确定实数 x 的取值范围: (1)$2^x > 0.5$:__________. (2)$2^x < 1$:__________. (3)$0.2^{2x-1} > \dfrac{1}{25}$:__________. (4)$8 < (\dfrac{1}{2})^{2x+1}$:__________. (5)$(a^2+a+2)^x > (a^2+a+2)^{1-x}$:__________. (6)$(\dfrac{1}{2})^{x^2+x-2} < 1$:__________.

306. (1) 函数 $f(x) = \sqrt{1-6^{x^2+x-2}}$ 的定义域是__________. (2) 若函数 $f(x)$ 的定义域是 (0, 1), 则函数 $f(2^{-x})$ 的定义域是__________, $f(3\times 9^x + 2\times 3^x)$ 的定义域是__________.

307. (1) 函数 $y = 3^{x^2-3x-2}$ 为增函数的区间是__________. (2) 函数 $y = (0.2)^{x^2-6x+9}$ 为增函数的区间是__________. (3) 函数 $y = 2^{-|x|}$ 为增函数的区间是__________. (4) 函数 $y = (\dfrac{1}{2})^{|1+2x|}$ 为增函数的区间是__________, 为减函数的区间是__________. (5) 若函数 $y = (\dfrac{1}{2})^{(m^2-1)x}$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 为减函数, 则实数 m 的取值范围是__________.

308. (1) 若 $1 \le x \le 2$, 则函数 $y = (\dfrac{1}{2})^{x^2-6x+10}$ 的最大值为__________. (2) 函数 $f(x) = a^{2x} - 3a^x + 2(a > 0$ 且 $a \ne 1)$ 的最小值为__________. (3) 对于函数 $y = a^{x^2-4}(a > 0$ 且 $a \ne 1)$, ① 若 $0 < a < 1$, 则 y 有最大值__________; ② 若 $a > 1$, 则 y 有最小值__________.

309. (1) 函数 $f(x) = \dfrac{1}{3^x-1}$ 的值域是__________. (2) 函数 $f(x) = \dfrac{3^x}{3^x+1}$ 的值域是__________. (3) 若关于 x 的方程 $5^x = \dfrac{a+3}{5-a}$ 有负根, 则实数 a 的取值范围是__________.

310. (1) 若 $0 < a < 1$, $x > y > 1$, 则 a^x, x^a, a^y, y^a 从小到大的排列顺序是__________. (2) 若 $0.9 < a < 1$, 则 a, a^a, a^{a^a} 从小到大的排列顺序是__________.

311. 已知 $f(x) = a^{2x^2-3x+1}$, $g(x) = a^{x^2+2x-5}(a > 0$ 且 $a \ne 1)$, 确定 x 的取值范围, 使得 $f(x) > g(x)$.

312. (1) 若 $f(x) = a + \dfrac{1}{4^x+1}$ 奇函数, 求常数 a 的值. (2) 若 $f(x) = x^2(\dfrac{1}{a^x-1} + m)(a > 0$ 且 $a \ne 1)$ 为奇函数, 求常数 m 的值.

313. 已知函数 $f(x) = (\dfrac{1}{2^x-1} + \dfrac{1}{2})x^3$. (1) 求函数的定义域. (2) 讨论 $f(x)$ 的奇偶性. (3) 求证: $f(x) > 0$.

314. 已知 $f(x) = \dfrac{a^x-1}{a^x+1}(a > 1)$. (1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性. (2) 求函数 $f(x)$ 的值域. (3) 求证: $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数.

315. 若 $0 \le x \le 2$, 求函数 $y = 4^{x-\frac{1}{2}} - 3\cdot 2^x + 5$ 的最大值和最小值.

316. 若函数 $f(x) = a^{2x} + 2a^x - 1(a > 0$ 且 $a \ne 1)$ 在 [-1, 1] 上的最大值为 14, 求实数 a 的值.

317. 已知函数 $f(x) = \dfrac{a}{a^2-2}(a^x - a^{-x})(a > 0$ 且 $a \ne 1)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数, 求实数 a 的取值范围.

318. 已知 $(a+1)^{-\frac{1}{3}} < (3-2a)^{-\frac{1}{3}}$, 求实数 a 的取值范围.

319. 已知集合 $M = \{x|(x+1)^2 \le 1\}$, $P = \{y|y = 4^x - a\cdot 2^{x+1} + 1, x \in M, \dfrac{3}{4} < a \le 1\}$, 且全集 $U = R$, 求 $\complement_U(M \cup P)$.

320. (1) 求方程 $x^{\frac{1}{3}}+2^x=0$ 的实根个数. (2) 求关于 x 的方程 $a^x+1=-x^2+2x+2a(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的实数解的个数.

321. 在同一个平面直角坐标系中, 作出 $t(x)=0.5x$ 与 $g(x)=0.2\times 2^x$ 的图象, 并比较它们的增长情况.

322. 某地区不同身高的未成年男性的体重平均值如下表 (身高: cm; 体重: kg): 身高 60 70 80 90 100 110 体重 6.13 7.90 9.99 12.15 15.02 17.05 身高 120 130 140 150 160 170 体重 20.92 26.86 31.11 38.85 47.25 55.05 为了揭示未成年男性的身高与体重的规律, 甲选择了模型 $y=ax^2+bx+c(a>0)$, 乙选择了模型 $y=ba^x(a>1)$, 其中 y 表示体重, x 表示身高. 你认为谁选择的模型较好?

323. 用计算器计算并填写下表: x $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$ $g(x)=x^{0.6}$ $h(x)=2.1^x$ $s(x)=2.2^x$ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 从表中变化的现象可以归纳出哪些函数递增的规律? (1) 幂函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 之间比较得出的规律. (2) 指数函数 $h(x)$ 与 $s(x)$ 之间比较得出的规律. (3) 幂函数 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$ 与指数函数 $h(x)$ 之间比较得出的规律. 四、对数

【典型题型和解题技巧】

324. 利用对数的定义解题.

325. 求 $\log_9 27$ 的值. 解设 $\log_9 27=x$, 根据对数的定义有 $9^x=27$. 即 $3^{2x}=3^3$, $\therefore 2x=3, x=\dfrac{3}{2}$, 即 $\log_9 27=\dfrac{3}{2}$. 注意 $\log_a N$ 的定义至关重要, 它始终是解对数问题的首要手段. 根据定义, 显然有 $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$, $\log_a a^m=m$, $a^{\log_a N}=N(a>0$ 且 $a\neq 1$, $N>0)$. 学习了换底公式后, 本例还可按以下方法求值: $\log_9 27=\dfrac{\log_3 27}{\log_3 9}=\dfrac{3\log_3 3}{2\log_3 3}=\dfrac{3}{2}$, 或 $\log_9 27=\log_{3^2} 3^3=\dfrac{3}{2}\log_3 3=\dfrac{3}{2}$.

326. 取对数的技巧.

327. 设 $3^a=4^b=36$, 求 $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的值. 解对已知条件取以 6 为底的对数, 得 $\dfrac{2}{a}=\log_6 3$, $\dfrac{1}{b}=\log_6 2$, 于是 $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}=\log_6 3+\log_6 2=\log_6 6=1$. 注意在一个等式的两边取对数, 是一种常用的技巧. 一般当给出的等式是以指数形式出现时, 常用此法. 值得 提的是, 在取对数时, 要注意底数的合理选取.

328. 已知 $x=a^{\frac{1}{1-\log_a y}}$, $y=a^{\frac{1}{1-\log_a z}}$ 求证: $z=a^{\frac{1}{1-\log_a x}}$ 证明由 $x=a^{\frac{1}{1-\log_a y}}$, 得 $\log_a x=\dfrac{1}{1-\log_a y}$. 同理 $\log_a y=\dfrac{1}{1-\log_a z}$, 代入上式, 消去 $\log_a y$, 得 $\log_a x=\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\log_a z}}=\dfrac{1-\log_a z}{-\log_a z}$, 即 $\log_a z=\dfrac{1}{1-\log_a x}$, $\therefore z=a^{\frac{1}{1-\log_a x}}$.

329. 对数换底公式.

330. 已知 $\log_{12} 27=a$, 求 $\log_6 16$. 解由已知, 得 $a=\log_{12} 27=\dfrac{\log_3 27}{\log_3 12}=\dfrac{3}{1+2\log_3 2}$, $\therefore \log_3 2=\dfrac{3-a}{2a}$. 于是 $\log_6 16=\dfrac{\log_3 16}{\log_3 6}=\dfrac{4\log_3 2}{1+\log_3 2}=\dfrac{4(3-a)}{3+a}$. 注意 (1) 对于对数换底公式 $\log_a N=\dfrac{\log_b N}{\log_b a}$, 既要善于“正用”, 也要注意它的“逆用”. 如 $\dfrac{\log_3 5}{\log_3 2}=\log_2 5$, $a^{\frac{\log_b c}{\log_b a}}=a^{\log_a c}=c$. (2) 根据对数换底公式. 并结合对数运算法则, 可以得如下推论 $\log_{a^m b^n}=\dfrac{n}{m}\log_a b$. **【训练题】**(一) 对数

331. 若 $a=b^2(b>0, b\neq 1)$, 则有 (　　).

A. $\log_2 a=b$　　B. $\log_2 b=a$　　C. $\log_a b=2$　　D. $\log_b a=2$

332. 若 $\log_x \sqrt[7]{y} = z$, 则 x, y, z 之间满足 ( ).

A. $y^7 = x^z$ B. $y = x^{7z}$ C. $y = 7x^z$ D. $y = z^{7x}$

333. $2^{\log_4 3}$ 的值等于 ( ).

A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\dfrac{1}{3}$

334. $\log_a b \cdot \log_3 a = 5$, 则 $b =$( ).

A. a^3 B. a^5 C. 3^5 D. 5^3

335. 若点 $P(\lg a, \lg b)$ 关于 x 轴的对称点的坐标是 (0, -1), 则 a 和 b 的值是)( ).

A. $a = 1, b = 10$ B. $a = 1, b = \dfrac{1}{10}$ C. $a = 10, b = 1$ D. $a = \dfrac{1}{10}, b = 1$

336. 给出下列四个式子 (已知 $a > 0,\ a \neq 1,\ x > y > 0$): ① $\log_a x \cdot \log_a y = \log_a(x+y)$; ② $\log_a x + \log_a y = \log_a(x+y)$; ③ $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a(x-y)$; ④ $\log_a(x-y) = \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$. 其中正确的有 ( ).

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

337. 若 $m > 0$, 且 $10^x = \lg 10m + \lg \dfrac{1}{m}$, 则 x 的值为 ( ).

A. 2 B. 1 C. 0 D. -1

338. 若 $\lg x = a$, $\lg y = b$, 则 $\lg \sqrt{x} - \lg(\dfrac{y}{10})^2$ 的值等于 ( ).

A. $\dfrac{1}{2}a - 2b - 2$ B. $\dfrac{1}{2}a - 2b + 2$ C. $\dfrac{1}{2}a - 2b - 1$ D. $\dfrac{1}{2}a - 2b + 1$

339. 如果方程 $\lg^2 x + (\lg 2 + \lg 3)\lg x + \lg 2 \cdot \lg 3 = 0$ 的两个根为 x_1, x_2, 那么 $x_1 \cdot x_2$ 的值为 ( ).

A. $\lg 2 \cdot \lg 3$ B. $\lg 2 + \lg 3$ C. $\dfrac{1}{6}$ D. -6

340. 若 $x = t^{\frac{1}{t-1}}$, $y = t^{\frac{t}{t-1}} (t > 0, t \neq 1)$, 则 x, y 之间的关系是 ( ).

A. $y^x = x^{\frac{1}{y}}$ B. $y^{\frac{1}{x}} = x^y$ C. $y^x = x^y$ D. $x^x = y^y$

341. (1) 若 $\log_8 x = -\dfrac{2}{3}$, 则 $x =$__________. (2) 若 $\log_x 27 = \dfrac{3}{4}$, 则 $x =$__________. (3) 若 $\log_2(\log_5 x) = 0$, 则 $x =$__________. (4) 若 $\log_2(\lg x) = 1$, 则 $x =$__________. (5) 若 $\log_2[\log_3(\log_5 x)] = 0$, 则 $x =$__________. (6) 若 $\log_2[\log_3(\log_4 x)] = \log_3[\log_4(\log_2 y)] = \log_4[\log_2(\log_3 z)] = 0$. 则 $x + y + z =$__________.

342. (1)$2^{\log_4(2-\sqrt{3})^2} + 3^{\log_9(2+\sqrt{3})h2} =$__________. (2)$2^{1+\frac{1}{2}\log_2 5} =$__________. (3)$9^{\log_3 2} =$__________. (4)$5^{3-2\log_{25}125} =$______

343. 计算下列各题: (1)$\log_{(2-\sqrt{3})}(7 + 4\sqrt{3}) =$__________. (2)$\log_6(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}) =$__________. (3)$(2 + \sqrt{3})^{-1} - \log_{(2+\sqrt{3})}(7 + 4\sqrt{3}) =$__________. (4)$-2^2 \div (-\dfrac{27}{8})^{-\frac{1}{3}} - (0.7)^{\lg 1} + \log_3 \dfrac{1}{4} + \log_3 12 =$__________.

344. (1) 若 $3^x = 12^y = 8$, 则 $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} =$__________. (2) 若 $2^x = 7^y = 196$, 则 $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} =$__________. (3) 若 $2^{6a} = 3^{3b} = 6^{2c}$, 则 a, b, c 之间的关系式是__________.

345. (1) 已知正数 a, b 满足 $a^2+b^2=7ab$, 求证: $\log_m \dfrac{a+b}{3}=\dfrac{1}{2}(\log_m a+\log_m b)(m>0,\ m\neq 1)$. (2) 已知 $\log_a(x^2+1)+\log_a(y^2+4)=\log_a 8+\log_a x+\log_a y(a>0,\ a\neq 1)$, 求 $\log_8(xy)$ 的值.

346. (1) 已知只有一个 x 的值满足方程 $(1-\lg^2 a)x^2+(1-\lg a)x+2=0$, 求实数 a 的值. (2) 设方程 $x^2-\sqrt{10}x+2=0$ 的两个根为 α, β, 求 $\log_4 \dfrac{\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2}{(\alpha-\beta)^2}$ 的值. (3) 已知 $\lg a$ 和 $\lg b$ 是关于 x 的方程 $x^2-x+m=0$ 的两个根, 且关于 x 的方程 $x^2-(\lg a)x-(1+\lg a)=0$ 有两个相等的实数根, 求实数 a, b 和 m 的值. (4) 已知函数 $f(x)=x^2\lg a+2x+4\lg a$ 的最大值为 3, 求实数 a 的值. (5) 已知函数 $f(x)=x^2+(\lg a+2)x+\lg b$, 满足 $f(-1)=-2$, 且对一切实数 x 都有 $f(x)\geq 2x$, 求实数 a, b 的值.

347. (1) 已知 $2\lg \dfrac{x-y}{2}=\lg x+\lg y$, 求 $\dfrac{x}{y}$ 的值. (2) 设 $A>B>0$, $A^2+B^2=6AB$, 求证: $\log_a \dfrac{A-B}{2}=\dfrac{1}{2}(\log_a A+\log_a B)(a>0$ 且 $a\neq 1)$.

348. 已知集合 $M=\{x, xy, \lg(xy)\}$, $P=\{0, |x|, y\}$, 且满足 $M=P$, 求实数 x, y 的值.

349. 已知 $12^x=3$, $12^y=2$, 求 $8^{\frac{1-2x}{1-x+y}}$ 的值.

350. (1) 已知不相等的两个正数 a, b 满足 $a^{\lg ax}=b^{\lg bx}$, 求 $(ab)^{\lg abx}$ 的值. (2) 已知 $x, y, z>0$, 且 $\lg x+\lg y+\lg z=0$, 求 $x^{\frac{1}{\lg y}+\dfrac{1}{\lg z}}\cdot y^{\frac{1}{\lg z}+\dfrac{1}{\lg x}}\cdot z^{\frac{1}{\lg x}+\dfrac{1}{\lg y}}$ 的值. (3) 求 7 啦. .(+ 广的值. (4) 求 $y^{\lg 20}\cdot(\dfrac{1}{2})^{\lg 0.7}$ 的值. (二) 换底公式

351. 化简 $\dfrac{\log_5 8}{\log_5 2}$ 可得 (　　).

A. $\log_5 4$　　B. $3\log_5 2$　　C. $\log_3 6$　　D. 3

352. $\dfrac{\log_8 9}{\log_2 3}$ 的值是 (　　).

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. 1　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. 2

353. 若 $\log_a b=\log_b a(a\neq b,\ a\neq 1,\ b\neq 1)$, 则 ab 等于 (.)

A. 1　　B. 2　　C. $\dfrac{1}{4}$　　D. 4

354. $\dfrac{1}{\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}}+\dfrac{1}{\log_{\frac{1}{5}}\frac{1}{3}}$ 的值所属区间是 (　　).

A. (-2, -1)　　B. (1, 2)　　C. $(-\infty, -2)$　　D. (2, 3)

355. 若 $\log_3 7\cdot\log_2 9\cdot\log_{49} m=\log_4 \dfrac{1}{2}$, 则 m 的值等于 (　　).

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 4

356. 若 $x\neq 1$, 则与 $\dfrac{1}{\log_3 x}+\dfrac{1}{\log_4 x}+\dfrac{1}{\log_5 x}$ 相等的式子是 (　　).

A. $\dfrac{1}{\log_{60} x}$ B. $\dfrac{1}{\log_3 x \cdot \log_4 x \cdot \log_5 x}$. C. $\dfrac{3pq}{1+3pq}$ D. p^2+q^2

(B)$\dfrac{1}{\log_x 60}$.

(D)$\dfrac{12}{\log_3 x+\log_4 x+\log_5 x}$.

357. 若 $\log_8 3 = p$, $\log_3 5 = q$, 则 $\lg 5$(用 p,q 表示)等于 ( ). (A)$\dfrac{3p+q}{5}$.

(B)$\dfrac{1+3pq}{p+q}$

358. 已知 x,y,z 都是大于 1 的正数, $m>0$, 且 $\log_x m=24$, $\log_y m=40$, $\log_{xyz} m=12$, 则 $\log_z m$ 的值为 ( ).

A. $\dfrac{1}{60}$ B. 60 C. $\dfrac{200}{3}$ D. $\dfrac{3}{20}$

359. 计算（化简）下列各式: (1)$\log_{64} 32 =$__________. (2)$\log_{\frac{1}{a}} b+\log_a b =$__________. (3)$\log_6 25\cdot\log_5 3\cdot\log_9 6 =$__________. (4)$(\log_2 5+\log_4 0.2)(\log_5 2+\log_{25} 0.5) =$__________. (5)$\log_2 \dfrac{1}{25}\cdot\log_3 \dfrac{1}{8}\cdot\log_5 \dfrac{1}{9} =$__________. (6)$a^{\frac{\log_b(\log_b a)}{\log_b a}} =$__________. (7)$a^{\frac{\log_m a-\log_m b}{\log_m a}} =$__________. (8)$(\log_2 3+\log_4 9+\log_8 27+\cdots+\log_{2^n} 3^n)\cdot\log_9 \sqrt[n]{32}(n\in\mathbf{N})$=__________.

360. (1) 已知 $\log_a x=2$, $\log_b x=1$, $\log_c x=4$, 则 $\log_{abc} x =$__________. (2) 已知 $m=\log_2 5$, 则 $2^m-m\lg 2-4 =$__________. (3) 已知 $\lg(3x^3)-\lg(3y^3)=9$, 则 $\dfrac{x}{y} =$__________.

361. (1) 记 $\log_8 27=m$, 用 m 表示 $\log_6 16$. (2) 已知 $\log_3 7=a$, $\log_3 4=b$, 求 $\log_{12} 21$. (3) 已知 $\log_2 3=a$, $\log_3 5=b$, 求 $\log_{15} 20$.

362. (1) 已知 $a>b>1$, $\log_a b+\log_b a=\dfrac{10}{3}$, 求 $\log_a b-\log_b a$ 的值. (2) 已知 $\log_{2a} a=m$, $\log_{3a} 2a=n$, 求证: $2^{1-mn}=3^{n-mn}$.

363. 已知关于 x 的方程 $x^2-(\log_2 b+\log_a 2)x+\log_a b=0$ 的两根为-1 和 2, 求实数 a,b 的值.

364. 已知 $a^2+b^2=c^2$, 求证 $\log_{(c+b)} a+\log_{(c-b)} a=2\log_{(c+b)} a\cdot\log_{(c-b)} a$.

365. 已知正实数 x,y,z 满足 $3^x=4^y=6^z$. (1) 求证 $\dfrac{1}{z}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{2y}$. (2) 比较 $3x,4y,6z$ 的大小. 五、对数函数【典型题型和解题技巧】

366. 函数的定义域. 函数的定义域, 即函数自变量的取值范围. 迄今为止, 我们学过的有: 分式的分母不等于零; 偶次根式的被开方式大于或等于零; 对数函数式的真数大于零, 底数大于零, 且底数不等于 1.

367. 求函数 $y=\dfrac{\sqrt{\log_{0.8} x-1}}{2x-1}$ 的定义域. 解函数的定义域应满足: $\begin{cases}2x-1\neq 0,\\ \log_{0.8} x-1\geq 0,\\ x>0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x\neq \dfrac{1}{2},\\ \log_{0.8} x\geq 1,\\ x>0,\end{cases}$ 解得 $0<x\leq\dfrac{4}{5}$ 且 $x\neq\dfrac{1}{2}$. 故函数的定义域为 $\{x|0<x\leq\dfrac{4}{5}x\neq\dfrac{1}{2}\}$.

368. 解不等式 $\log_{0.2}(x^2+2x-3) > \log_{0.2}(3x+1)$. 解由已知, 得 $\begin{cases} x^2+2x-3>0, \\ 3x+1>0, \\ x^2+2x-3<3x+1, \end{cases}$, 即 $\begin{cases} (x+3)(x-1)>0, \\ x^2-x-4<0. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x<-3x>1, \\ \dfrac{1-\sqrt{17}}{2}<x<\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}. \end{cases}$ $\therefore$ 不等式的解集为 $\{x|1<x<\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}\}$. 注意 (1) 对数函数的定义域很容易被忽略, 解题时切莫忘记. (2) 类似此例问题, 要以不等式组的形式来解, 这样既可以防止遗漏, 又可以省略其中某些不等式, 使解题简化. (3) 应特别留心对数函数 $\log_a x$ 的底数: 当 $a>1$ 时, 在 R^- 上是增函数; 当 $0<a<1$ 时, 在 R^+ 上是减函数.

369. 比较数的大小. 比较两个数的大小, 可用的工具除上一节中所述的幂函数、指数函数的性质外, 还有对数函数的单调性. 对于函数 $f(x)=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq 1)$, 若 $a>1$ 则在 $(0,+\infty)$ 上是增函数; 若 $0<a<1$, 则在 $(0,+\infty)$ 上是减函数.

370. 将 $\log_{0.7}0.8$, $\log_{1.1}0.9$, $1.1^{0.9}$ 由小到大排列. 解利用对数函数的单调性. $\because \log_{1.1}0.9 < \log_{1.1}1 = 0$, $\log_{0.7}0.8 > \log_{0.7}1 = 0$, $\therefore \log_{1.1}0.9 < \log_{0.7}0.8$. 又 $\because \log_{0.7}0.8 < \log_{0.7}0.7 = 1$, 由指数函数的单调性知, $1.1^{0.9} > 1.1^0 = 1$, $\therefore \log_{0.7}0.8 < 1.0^{0.9}$. 于是从小到大的排列是 $\log_{1.1}0.9 < \log_{0.7}0.8 < 1.1^{0.9}$. 注意对于 $\log_a b$ 的正负性, 可直接利用下列性质来判断: 若 $a>1$, $b>1$ 或 $0<a<1$, $0<b<1$, 则 $\log_a b>0$; 若 $a>1$, $0<b<1$ 或 $0<a<1$, $b>1$, 则 $\log_a b<0$.

371. 若 $0<x<1$, $a>0$, $a\neq 1$, 比较 $p=|\log_a(1-x)|$ 和 $q=|\log_a(1+x)|$ 的大小. 解法一 $\because 0<x<1$, $\therefore 1-x\in(0,1)$, $1+x\in(1,2)$, $1-x^2\in(0,1)$. 若 $a>1$, 则 $\log_a(1-x)<0$, $\log_a(1+x)>0$, $\therefore q-p=\log_a(1+x)+\log_a(1-x)=\log_a(1-x^2)<0$, $\therefore q<p$; 若 $0<a<1$, 则 $\log_a(1+x)<0$, $\log_a(1-x)>0$, $\therefore q-p=-\log_a(1+x)-\log_a(1-x)=-\log_a(1-x^2)<0$, $\therefore q<p$. 故恒有 $p>q$. 解法二 $\because \dfrac{p}{q}=|\dfrac{\log_a(1-x)}{\log_a(1+x)}|=|\log_{(1+x)}(1-x)|=-\log_{(1+x)}(1-x)$ __________$=\log_{(1+x)}\dfrac{1}{1-x}=\log_{(1+x)}\dfrac{1+x}{1-x^2}=1-\log_{(1+x)}(1-x^2)$, 且 $1+x>1$, $0<1-x^2<1$, $\therefore \log_{(1+x)}(1-x^2)<0$, 于是 $\dfrac{p}{q}>1$. 又 $p>0$, $q>0$, 故 $p>q$. 解法三 $p^2-q^2=\log_a^2(1-x)-\log_a^2(2+x)=\log_a(1-x^2)\cdot\log_a\dfrac{1-x}{1+x}$, 且 $0<1-x^2<1$, $0<\dfrac{1-x}{1+x}<1$, 故无论 $a>1$ 还是 $0<a<1$, $\log_a(1-x^2)$ 和 $\log_a\dfrac{1-x}{1+x}$ 一定同号, $\therefore p^2-q^2>0$. 又 $p>0$, $q>0$, $\therefore p>q$. 解法四 $\because p-q=|\log_a(1-x)|-|\log_a(1+x)|=\dfrac{1}{|\lg a|}(|\lg(1-x)|-|\lg(1+x)|)$ __________$=\dfrac{1}{|\lg a|}[-\lg(1-x)-\lg(1+x)]=\dfrac{1}{|\lg a|}\lg(1-x^2)>0$, $\therefore p>q$. 解法五 $\because \log_a(1-x)=\log_a\dfrac{1-x^2}{1+x}=\log_a(1-x^2)-\log_a(1+x)$, 且 $\log_a(1-x^2)$ 与 $\log_a(1+x)$ 异号, $\therefore p=|\log_a(1-x)|=|\log_a(1-x^2)-\log_a(1+x)|=|\log_a(1-x^2)|+|\log_a(1+x)|>|\log_a(1+x)|=q$, 即 $p>q$

372. 对数与二次函数. 前面已经提及, 高中阶段的函数常以比较基本的符合函数形式出现, 在对数函数中, 此类问题更为常见. (1) 复合函数的单调区间. 对于函数 $y=f[\varphi(x)]$, 若 $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上都有意义, 则当 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上为增函数时, $f[\varphi(x)]$ 与 $\varphi(x)$ 在 $[a,b]$ 上的单调性一致; 当 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上为减函数时, $f[\varphi(x)]$ 与 $\varphi(x)$ 在 $[a,b]$ 上的单调性相反.

373. 求函数 $f(x)=\log_{0.2}(x-1)(x+2)$ 为增函数的区间. 解函数的定义域为 $x<-2$ 或 $x>1$, 且 $(x-1)(x+2)=x^2+x-2=(x+\frac{1}{2})^2-\frac{9}{4}$, 它在 $(-\infty,-\frac{1}{2})$ 上为减函数. $\therefore$ 函数 $f(x)$ 为增函数的区间是 $(-\infty,-2)$. 注意学习对数函数时, 特别要注意函数的定义域和底数的取值范围. (2) 复合函数的值域. 对于函数 $f[\varphi(x)]$, 在定义域的范围内: 若 $f(x)$ 是增函数, 且 $\varphi(x)$ 的值域是 $[m,M]$, 则 $f[\varphi(x)]$ 的值域是 $[f(m),f(M)]$; 若 $f(x)$ 是减函数, 且 $\varphi(x)$ 的值域是 $[m,M]$, 则 $f[\varphi(x)]$ 的值域是 $[f(M),f(m)]$.

374. 求函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-6x+17)$ 的值域. 解令 $t=x^2-6x+17=(x-3)^2+8\geq 8$, $\therefore f(x)\leq\log_{\frac{1}{2}}8=-3$, 即函数的值域是 $(-\infty,-3]$. (3) 其他题型.

375. 已知关于 x 的方程 $ax^2-4ax+1=0$ 的两个实数根 α,β 满足不等式 $|\lg\alpha-\lg\beta|\leq 1$, 求实数 a 的取值范围. 解由题设, 应有 $\begin{cases}\triangle=4(4a^2-a)\geq 0,\\ \alpha+\beta=4>0,\\ \alpha\beta=\frac{1}{a}>0,\\ |\lg\frac{\alpha}{\beta}|\leq 1,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}a\leq 0a\geq\frac{1}{4},\\ \alpha+\beta=4,\\ a>0,\\ -1\leq\lg\frac{\alpha}{\beta}\leq 1.\end{cases}$ 由第四式, 得 $\frac{1}{10}\leq\frac{\alpha}{\beta}\leq 10$, 即 $\frac{11}{10}\leq\frac{\alpha+\beta}{\beta}\leq 11$; 由 $\alpha+\beta=4$, 得 $\frac{11}{10}\leq\frac{4}{\beta}\leq 11$, 即 $\frac{4}{11}\leq\beta\leq\frac{40}{11}$. 于是 $\frac{1}{a}=\alpha\beta=\beta(4-\beta)=-(\beta-2)^2+4$. 如图 15 所示, $\frac{1}{a}\in[\frac{160}{121},4]$, $\therefore a$ 的取值范围是 $\frac{1}{4}\leq a\leq\frac{121}{160}$. (图 15) 注意凡涉及对数函数和二次函数的问题, “配方、画图、截断” 三步总是很有效的. 【训练题】

376. 与函数 $y=x$ 为同一个函数的是 (　　).

A. $y=\sqrt{x^2}$　　B. $y=\frac{x^2}{x}$　　C. $y=a^{\log_a x}(a>0$ 且 $a\neq 1)$　　D. $y=\log_a a^x(a>0$ 且 $a\neq 1)$

377. 若函数 $y=f(x)$ 的反函数是 $y=\lg(x-1)+3(x>1)$, 则 $f(x)$ 等于 (　　).

A. $10^{x+3}+1$　　B. $10^{x-3}-1$　　C. $10^{x+3}-1$　　D. $10^{x-3}+1$

378. 若函数 $f(x)=\log_2 x+3(x\geq 1)$, 则其反函数 $f^{-1}(x)$ 的定义域是 (　　).

A. R　　B. $\{x|x\geq 1\}$　　C. $\{x|0<x<1\}$　　D. $\{x|x\geq 3\}$

379. 图中图象所对应的函数可能是 (　　).

A. $y=2^x$　　B. $y=2^x$ 的反函数　　C. $y=2^{-x}$　　D. $y=2^{-x}$ 的反函数

(第 204 题) 205 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的偶函数, 且它在 $[0,+\infty)$ 上是增函数, 记 $a=f(-\log_{\sqrt{2}}\sqrt{3})$, $b=f(-\log_{\sqrt{3}}\sqrt{2})$, $c=f(-2)$, 则 a,b,c 的大小关系是 (　　).

A. $a>b>c$　　B. $b>c>a$　　C. $c>a>b$　　D. $c>b>a$

380. 下列函数图象中, 不正确的是 (　　).,

A. $y=\log_{\frac{1}{3}}x^2$　　B. $y=\log_{\frac{1}{3}}(-x)$　　C. $y=|\log_3 x|$　　D. $y=|x^{-\frac{1}{3}}|$

381. 在同一平面直角坐标系中画出函数 $y=x+a$ 与 $y=\log_a x$ 的图象, 可能是 ( ). ________

A. B. C. D.

382. 函数 $y=f(x)$ 的图象如图所示, 则 $y=\log_{0.2}f(x)$ 的示意图是 ( ). (第 208 题) ________

A. B. C. D.

383. 由关系式 $\log_x y=3$ 所确定的函数 $y=f(x)$ 的图象是 ( ). ________

A. B. C. D.

384. 若函数 $f(x)=\dfrac{1-2^x}{1+2^x}$, 则 $f^{-1}(\dfrac{3}{5})$ 等于 ( ).

A. 3 B. 2 C. 1 D. -2

385. 写出下列函数的定义域: (1)$y=\log_{\frac{1}{3}}(x^2-3x+4)$:________. (2)$y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\lg(x^2+2x-3)}$:________. (3)$y=\log_{(2x-1)}(32-4^x)$:________.

386. 写出下列函数的值域: (1)$y=\log_{\frac{1}{3}}(x^2-4x+7)$:________. (2)$y=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{x^2-2x+5}$:________. (3)$y=\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3-2x-x^2}$: .________.

387. (1) 函数 $y=\log_{\frac{1}{3}}(x^2-5x+6)$ 为减函数的区间是________. (2) 函数 $y=\lg(12-4x-x^2)$ 为增函数的区间是________. (3) 函数 $y=-\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ 为减函数的区间是________. (4) 若函数 $y=\log_a(1-x)$ 在 $[0,1)$ 上是增函数, 则 a 的取值范围是________. (5) 函数 $y=\log^2_{\frac{1}{2}}x-\log_{\frac{1}{2}}x+1$ 为增函数的区间是________.

388. (1) 函数 $y=(0.2)^{-x}+1$ 的反函数是________. (2) 函数 $y=1+\lg(x+2)(x\geq 8)$ 的反函数是________. (3) 若 $f(x)=\dfrac{10^x+1}{10^x-1}(x>1)$, 则 $f^{-1}(\dfrac{101}{99})=$________. (4) 若 $f(x)=\dfrac{\lg x-1}{\lg x+1}(x>1$ 且 $x\neq\dfrac{1}{10})$, 则 $f^{-1}(\dfrac{1}{10})=$________. (5) 若函数 $f(x)=a^x-k$ 的图象过点 $(1,3)$, 其反函数 $f^{-1}(x)$ 的图象过点 $(2,0)$, 则 $f(x)$ 的表达式是________.

389. 函数 $y=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$( ).

A. 是奇函数, 且在 (-1, 1) 是增函数 B. 是奇函数, 且在 (-1, 1) 上是减函数 C. 是偶函数, 且在 (-1, 1) 是增函数 D. 是偶函数, 且在 (-1, 1) 上是减函数

390. 函数 $f(x)=\ln(e^x+1)-\dfrac{x}{2}$( ).

A. 是奇函数, 但不是偶函数 B. 是偶函数, 但不是奇函数 C. 既是奇函数, 又是偶函数 D. 没有奇偶性

391. 求函数 $f(x)=\lg(1+x)+\lg(1-x)$ $(-\dfrac{1}{2}<x<0)$ 的反函数.

392. 已知 $f(x)=\dfrac{a^x-1}{a^x+1}(a>1)$. (1) 求 $f(x)$ 的值域. (2) 求证: $f(x)$ 在 R 上是增函数. (3) 求 $f(x)$ 的反函数.

393. 已知 $f(\log_a x)=\dfrac{a(x^2-1)}{x(a^2-1)}(x>0,\ 0<a<1)$, 求证: 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数.

394. 若函数 $f(x)=\log_a|x+1|$ 在 (-1, 0) 上有 $f(x)>0$, 则 $f(x)$(　　).

A. 在 $(-\infty,0)$ 上是增函数　B. 在 $(-\infty,0)$ 是减函数　C. 在 $(-\infty,-1)$ 上是增函数　D. 在 $(-\infty,-1)$ 是减函数

395. 若 $0<b<1$, $\log_a b<1$ 则 (　　).

A. $0<a<b$　B. $0<b<a$　C. $0<b<a<1$　D. $0<a<b$ 或 $a>1$

396. 若函数 $f(x)=|\log_a x|$, 其中 $0<a<1$, 则下列各式中成立的是 (　　).

A. $f(\frac{1}{3})>f(2)>f(\frac{1}{4})$　B. $f(\frac{1}{4})>f(\frac{1}{3})>f(2)$　C. $f(2)>f(\frac{1}{3})>f(\frac{1}{4})$　D. $f(\frac{1}{4})>f(2)>f(\frac{1}{3})$

397. 若 $1<x<2$, 则下列各式正确的是 (　　).

A. $2^x>\log_{\frac{1}{2}}x>\sqrt[3]{x}$　B. $2^x>\sqrt[3]{x}>\log_{\frac{1}{2}}x$　C. $\sqrt[3]{x}>2^x>\log_{\frac{1}{2}}x$　D. $\log_{\frac{1}{2}}>x\sqrt[3]{x}>2^x$

398. 若函数 $f(x)=\log_a x$ 在 $x\in[3,+\infty)$ 上恒有 $|f(x)|>1$, 则实数 a 的取值范围是 (　　).

A. $0<a<\frac{1}{3}$ 或 $1<a<3$　B. $0<a<\frac{1}{3}$ 或 $a>3$　C. $\frac{1}{3}<a<3$ 且 $a\neq 1$　D. $\frac{1}{3}<a<1$ 或 $a>3$

399. 若 $a>a^2>b>0$, 并记 $p=\log_a b$, $q=\log_b a$, $r=\log_a\frac{a}{b}$, $s=\log_b\frac{b}{a}$, 则 p,q,r,s 的大小关系是 (　　).

A. $r<q<p<s$　B. $r<p<q<s$　C. $r<p<s<q$　D. $r<q<s<p$

400. 若 $\log_a\frac{1}{3}>\log_b\frac{1}{3}>0$, 则 a,b 的关系是 (　　).

A. $1<b<a$　B. $1<a<b$　C. $0<a<b<1$　D. $0<b<a<1$

401. 将下列各数按从小到大排列: (1)$a=|\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{4}|$, $b=|\log_{\frac{1}{2}}\frac{3}{2}|$, $c=|\log_2 5|$:__________. (2)$\log_{0.1}0.4$, $\log_{\frac{1}{2}}0.4$, $\log_3 0.4$, $\lg 0.4$:__________. (3)$\frac{3}{2}$, $\log_2 3$:__________. (4)$\frac{2}{\lg 2}$, $\frac{3}{\lg 3}$, $\frac{5}{\lg 5}$:__________. (5)$\lg^2 x$, $\lg x^2$, $\lg(\lg x)$, 其中 $1<x<10$:__________.

402. (1) 若 $\log_a\frac{4}{5}<1(a>0,\ a\neq 1)$, 则 a 的取值范围是__________. (2) 若 $0<a<1$, $0<b<1$, 且 $a^{\log_b(x-3)}<1$, 则 x 的取值范围是__________.

403. (1) 求函数 $y=(\log_{\frac{1}{4}}x)^2-\log_{\frac{1}{4}}x^2+5(2\le x\le 4)$ 的值域. (2) 若 $-3\le\log_{\frac{1}{2}}x\le-\frac{1}{2}$, 求 $y=(\log_2\frac{x}{2})(\log_2\frac{x}{4})$ 的最大 (小) 值及其相应的 x 值,

404. (1) 已知 a,b 是两个不相等的正数, 且 $\log_m\frac{x}{a}\cdot\log_m\frac{x}{b}$ 的最小值是 $-\frac{1}{4}(m>0$ 且 $m\neq 1)$, 求 m 的值. (2) 已知实数 x,y 满足 $(\log_4 y)^2=\log_{\frac{1}{2}}x$, 求 $u=\frac{x}{y}$ 的最大值及其相应的 x,y 的值.

405. (1) 已知抛物线 $y=x^2\log_2 a+2x\log_a 2+8$ 位于 x 轴的上方, 求实数 a 的取值范围. (2) 已知函数 $f(x)=(\log_a b)x^2+2(\log_b a)x+8$ 的图象在 x 轴的上方, 求 a,b 的取值范围.

406. 根据条件求实数 a 的值: (1) 只有一个 x 的值满足方程 $(1-\lg^2 a)x^2+(1-\lg a)x+2=0$. (2) 关于 x 的方程 $x^2+2(\log_3 a+1)x-\log_9 a=0$ 有两个相等实根. (3) 二次函数 $f(x)=(\lg a)x^2+2x+4\lg a$ 有最小值-3.

407. 已知 $f(x)=\log_a|\log_a x|(0<a<1)$. (1) 解不等式: $f(x)>0$. (2) 判断 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上的单调性, 并证明之.

408. 实数 a 为何值时, 函数 $f(x)=2^x-2^{-x}\lg a$ 为奇函数?

409. 已知函数 $f(x)=\sqrt{\log_a x-1}(a>0$ 且 $a\neq 1)$ (1) 求 $f(x)$ 的定义域. (2) 当 $a>1$ 时, 求证: $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上是增函数.

410. (1) 已知函数 $f(x)=1+\log_x 3$, $g(x)=2\log_x 2(x>0$, 且 $x\neq 1)$, 比较 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的大小. (2) 当 $a>1$ 时, 比较 $\log_b a$ 与 $\log_{2b} a$ 的大小. (3) 已知 $\log_m a>\log_n a(a>1)$, 讨论 m 与 n 的大小关系.

411. 根据条件, 求实数 a 的取值范围: (1)$\log_{1+a}(1-a)<1$. (2)$|\lg(1-a)|>|\lg(1+a)|$.

412. 已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x)$. (1) 求它的单调区间. (2) 求 $f(x)$ 为增函数时的反函数.

413. 已知函数 $f(x)=\log_a\dfrac{x+b}{x-b}(a>0,\ b>0$ 且 $a\neq 1)$. (1) 求 $f(x)$ 的定义域. (2) 讨论 $f(x)$ 的奇偶性. (3) 讨论 $f(x)$ 的单调性. (4) 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$.

414. 已知函数 $f(x)=\lg\dfrac{x+1}{x-1}+\lg(x-1)+\lg(a-x)(a>1)$. (1) 是否存在一个实数 a 使得函数 $y=f(x)$ 的图象关于某一条垂直于 x 轴的直线对称? 若存在, 求出这个实数 a; 若不存在, 说明理由. (2) 当 $f(x)$ 的最大值为 2 时, 求实数 a 的值. 六、指数方程和对数方程【典型题型和解题技巧】

415. 指数方程的主要类型. 指数方程主要有以下类型: (1)$a^x=b$ 型 $(a>0,\ a\neq 1,\ b>0)$. 此类方程的解为 $x=\log_a b$.

416. 解方程 $9^{2x-1}=4^x$. 解由题意. 可得 $(\frac{9}{2})^{2x}=9$, $\therefore 2x=\log_{\frac{9}{2}}9$, 故 $x=\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}9$. (2)$a^{f(x)}=a^{\varphi(x)}$ 型 $(a>0$, $a\neq 1)$. 此类方程的解可由 $f(x)=\varphi(x)$ 求得.

417. 解方程 $(\frac{1}{27})^x=9^{1-x}$. 解方程即为 $3^{-3x}=3^{2-2x}$, $\therefore -3x=2-2x$, 故 $x=-2$. (3)$A\cdot a^{2x}+B\cdot a^x+C=0$ 型 $(a>0,\ a\neq 1)$. 可令 $y=a^x$(即换元), 便得到关于 y 的一元二次方程 $Ay^2+By+C=0$, 由此求得 y, 从而易得 x 的值.

418. 解方程 $9^x-2\cdot 3^{x+1}-27=0$. 解令 $y=3^x>0$, 则原方程可化为 $y^2-6y-27=0$. 由此得 $y=9$(另一解 $y=-3$ 舍去). 从而由 $3^x=9$, 解得 $x=2$. 注意当 $b\leq 0$ 时, 方程 $a^x=b$ 无实数解. (4)$A\cdot a^{2x}+B\cdot a^x\cdot b^x+C\cdot b^{2x}=0$ 型 $(a,b>0,\ a,b\neq 1,\ a\neq b)$. 此类方程可称之为"关于的 a^x, b^x 的齐二次型", 可先变形为 $A\cdot(\frac{a}{b})^{2x}+B\cdot(\frac{a}{b})^x+C=0$, 再换元求解.

419. 解方程 $9^x+4^x=\frac{5}{2}\times 6^x$. 解方程即为 $2\times 3^{2x}-5\times 3^x\times 2^x+2\times 2^{2x}=0$, 即 $2(\frac{3}{2})^{2x}-5\times(\frac{3}{2})^x+2=0$. 令 $y=(\frac{3}{2})^x$, 方程又化为 $2y^2-5y+2=0$, 解得 $y_1=2$, $y_2=\frac{1}{2}$, 于是便可得 $x_1=\log_{\frac{2}{3}}2$, $x_2=\log_{\frac{2}{3}}2$.

420. 对数方程的主要类型. 这里着重介绍以下两种类型: (1)$A\log_a^2 x+B\log_a x+C=0$ 型 $(a>0,\ a\neq 1)$.

421. 解方程 $\log_3(3^x-1)\cdot\log_3(3^{x-1}-\frac{1}{3})=2$. 解方程即为 $\log_3(3^x-1)\cdot\log_3[\frac{1}{3}(3^x-1)]=2$. 令 $t=\log_3(3^x-1)$, 则方程可化为 $t(t-1)-2=0$, 解得 $t_1=2$, $t_2=-1$. 于是由 $\log_3(3^x-1)=2$, 得 $3^x=10$, $\therefore x=\log_3 10$. 由 $\log_3(3^x-1)=-1$, 得 $3^x=\frac{4}{3}$, $\therefore x=\log_3\frac{4}{3}$. 故原方程的解为 $x_1=\log_3 10$, $x_2=\log_3\frac{4}{3}$. (2)$\log_a f(x)=\log_a\varphi(x)$ 型 $(a>0,\ a\neq 0)$. 此类方程与条件方程 $\begin{cases} f(x)>0,\\ \varphi(x)>0,\\ f(x)=\varphi(x)\end{cases}$ 同解.

422. 已知关于 x 的方程 $\lg(kx)=2\lg(x+1)$ 有且只有一个实数解, 求实数 k 的取值范围. 解显然, x 需满足 $\begin{cases} kx>0,\\ x+1>0,\\ (x+1)^2=kx,\end{cases}$ 即 $\begin{cases} x>-1,\\ x^2+(2-k)x+1=0.\end{cases}$ ① (1) 若上述方程① 有两个相等实根, 则必有 $\triangle=0$, 即 $(2-k)^2-4=0$, $\therefore k=0$ 或 $k=4$. 若 $k=0$, 得实根 $x=-1$ 应舍去; 若 $k=4$, 得实根 $x=1$ 符合题意. (2) 若上述方程① 有两个不等实根 x_1,x_2, 则必有 $x_1>-1$, $x_2\leq -1$. 考虑函数 $f(x)=x^2+(2-k)x+1$. 如图 16, 只需 $f(-1)\leq 0$, 即] $1+(2-k)(-1)+1\leq 0$, $\therefore k\leq 0$. 由 (1) 知, $k=0$ 不合题意. 综上所述, 实数 k 的取值范围是 $k=4$ 或 $k<0$. (图 16) 注意此类对数方程形式简单, 但综合性很强, 往往要归为对一元二次方程的根的讨论. 解题时需注意以下三点. (1) 根据定义域, 列出条件方程, 一般总可省略其中的一个条件. (2) 如果转化为一次方程, 问题比较简单, 只要得到的 x 满足取值范围即可. 如果转化为二次方程, 那么: (i) 当 $\triangle<0$ 时, 方程无解. (ii) 当 $\triangle=0$ 时, 所得的 x 值, 若在取值范围内, 则有一解; 若不在取值范围内, 则无解. (iii) 当 $\triangle>0$ 时, 所得的两个 x 值, 若均在取值范围内, 则有两解; 若恰有一个在取值范围内, 则有一解; 若均不在取值范围内, 则无解. (3) 对数方程常常归结为对一元二次方程的根的讨论, 而讨论的方法, 一般有运用求根公式、根与系数的关系及二次函数图象三种. 【训练题】(一) 指数方程

423. 若 $2^{2x}+4=5\times 2^x$, 则 x^2+1 等于 (　　).

A. 1　　B. 5　　C. 5 或 1　　D. 3 或 2

424. 方程 $2^{|x+1|}=3$ 的解集是 (　　).

A. $\{\log_{\frac{1}{2}}\frac{2}{3}\}$　　B. $\{\log_2\frac{2}{3}\}$　　C. $\{\log_2\frac{3}{2},\log_2\frac{1}{6}\}$　　D. $\{\log_2\frac{1}{3},-\log_{\frac{1}{2}}6\}$

425. 方程 $2x^2+2^x-3=0$ 的实数根有 (　　).

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 无数个

426. 满足 $(x-2)^{5-|x|}=1$ 的实数根存 (　　).

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 无数个

427. 方程 $6\cdot 7^{|x|}-7^{-x}=1$ 的解集是 (　　).

A. $\{\log_7\frac{1}{2}\}$　　B. $\{\log_7 5\}$　　C. $\{\log_7\frac{1}{2},\log_7 5\}$　　D. $\varnothing$

428. 若对于任意实数 p, 函数 $y=(p-1)2^x-\frac{p}{2}$ 的图象恒过一定点, 则这个点的坐标是 (　　).

A. $(1,-\frac{1}{2})$　　B. (0, -1)　　C. $(-1,-\frac{1}{2})$　　D. $(-2,-\frac{1}{4})$

429. 方程 $2^{2x+1}-33\cdot 2^{x-2}+1=0$ 的解是 (　　).

A. $\{-2,-3\}$　　B. $\{2,-3\}$　　C. $\{2,3\}$　　D. $\{-2,3\}$

430. 写出下列指数方程的解: (1)$3^{x^2}=(3^x)^2$:__________. (2)$3^x=2^x$:__________. (3)$\frac{3^{x^2+1}}{3^{x-1}}=81$:__________. (4)$5^{x-1}\cdot 10^{3x}=8^x$:__________. (6)$2^{x-1}=3^{2x}$:__________.

431. 求下列方程的解: (1)$2\cdot 4^x-7\cdot 2^x+3=0$:__________. (2)$9^x-3^{x+2}-10=0$:__________. (3)$3^{x+1}-3^{-x}=2$:__________. (4)$a(a^x+1)=a^{-x}+1$, 其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$:__________.

432. 解下列方程: (1)$3\times 16^x+36^x=2\times 81^x$. (2)$(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^x+(\sqrt{5-2\sqrt{6}})^x=10$. (3) $\sqrt[x]{9}-\sqrt[x]{6}=\sqrt[x]{4}$. (4)$4^{x+\sqrt{x^2-2}}-5\times 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}}=6$.

433. 已知关于 x 的方程 $2a^{2x-2}-7a^{x-1}+3=0$ 有一个根是 2, 求实数 a 的值, 并求方程其余的根.

434. 解关于 x 的方程 $\frac{a^x-a^{-x}}{a^x+a^{-x}}=b$(实数 $a>0$, $a\neq 1$, $b\in\mathbf{R}$).

435. (1) 若关于 x 的指数方程 $9^x+(a+4)3^x+4=0$ 有实数解, 试求实数 a 的取值范围. (2) 若关于 x 的方程 $2a\cdot 3^{-|x-1|}-3^{-2|x-1|}-2a-1=0$ 有实数解, 求实数 a 的取值范围. (二) 对数方程

436. 方程 $\lg(x-1)^2=2$ 的解集是 (　　).

A. $\{11\}$　　B. $\{-9\}$　　C. $\{11,-9\}$　　D. $\{-11,9\}$

437. 关于 x 的方程 $\log_a x^2=\log_a(\sqrt{a+1}-\sqrt{a})-\log_a(\sqrt{a+1}+\sqrt{a})(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的解为 (　　).

A. $\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$　　B. $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$　　C. $\pm(\sqrt{a+1}+\sqrt{a})$　　D. $\pm(\sqrt{a+1}-\sqrt{a})$

438. 若 $f(x)=1+\lg x$, $g(x)=x^2$, 则使 $2f[g(x)]=g[f(x)]$ 成立的 x 值等于 (　　).

A. $10^{1+\sqrt{2}}$ 或 $10^{1-\sqrt{2}}$　　B. $1+\sqrt{2}$ 或 $1-\sqrt{2}$　　C. $10^{1+\sqrt{3}}$ 或 $10^{1-\sqrt{3}}$　　D. $1+\sqrt{3}$ 或 $1-\sqrt{3}$

439. 方程 $\log_5(x-8)^2=2+\log_5(x-2)$ 的解是 (　　).

A. 3 或 $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 3 或 38　　D. 2

440. 方程 $\sqrt{\lg x-4}=4-\lg x$ 的解集是 (　　).

A. $\{100\}$　　B. $\{1000\}$　　C. $\{10000\}$　　D. $\{\frac{1}{10000}\}$

441. 写出下列方程的解: (1)$\log_2(x-1)-\log_4(x+5)=0$:__________. (2)$\log_4(2-x)=\log_2(x-1)-1$:__________. (3)$\log_x(x^2-x)=\log_x 2$:__________. (4)$\log_{(16-3x)}(x-2)=\log_8 2\sqrt{2}$:__________. (5)$\lg|2x-3|-\lg|3x-2|=0$:__________. (6)$\lg^2 x+\lg x^3+2=0$:__________. (7)$\lg^2 x+\lg x^2-3=0$:__________. (8)$(\log_4 x)^2-\frac{1}{2}|\log_2 x|-2=0$:__________.

442. (1) 已知方程 $\ln^2 x-\ln x^2-2=0$ 的两个根为 α,β, 求 $\log_\alpha\beta+\log_\beta\alpha$ 的值. (2) 已知集合 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$, $B=\{x|\log_2(x^2-5x+8)=1\}$, $C=\{x|x^2+2x-8=0\}$ 满足 $A\cap B\neq\varnothing$, $A\cap C\neq\varnothing$, 求实数 a 的值. (3) 已知 $f(x)=\log_a(a^x-1)(a>0,\ a\neq1)$, 解方程 $f(2x)=f^{-1}(x)$.

443. 解下列方程 (组): (1)$\log_{\frac{1}{2}}(9^{x-1}-5)=\log_{\frac{1}{2}}(3^{x-1}-2)-2$. (2)$\log_{0.5x}2-\log_{0.5x^3}x^2=\log_{0.5x^3}4$. (3)$(\sqrt{x})^{\log_5 x-1}=5$. (4)$10^{\lg^2 x}+x^{\lg x}=20$. (5)$|\log_2 x|=|\log_2(2x^2)|-2$. (6)$\begin{cases}\log_y x-3\log_x y=2,\\(2^x)^y=(\frac{1}{2})^{-16}.\end{cases}$.

444. 解下列关于 x 的方程: (1)$\lg(x+a)+1=\lg(ax-1)$. (2)$\lg(ax-1)-\lg(x-3)=1$. (3)$2\lg x-\lg(x-1)=\lg a$.

445. (1) 已知函数 $f(x)=a^{x-\frac{1}{2}}$ 满足 $f(\lg a)=\sqrt{10}$, 求实数 a 的值. (2) 已知函数 $f(x)=x^2-x+k$ 满足 $\log_2 f(a)=2$, $f(\log_2 a)=k(a>0$ 且 $a\neq1)$, 求 $f(\log_2 x)$ 在什么区间上是减函数, 并求出 a 与 k 的值.

446. (1) 若关于 x 的方程 $\lg 2x\cdot\lg 3x=-a^2$ 有两个相异实根, 求实数 a 的取值范围, 并求此方程两根之积. (2) 若关于 x 的方程 $(\lg ax)(\lg ax^2)=4$ 所有的解都大于 1, 求实数 a 的取值范围. (3) 若关于 x 的方程 $\lg(ax)\cdot\lg(ax^2)=4$ 有两个小于 1 的正根 α,β, 且满足 $|\lg\alpha-\lg\beta|\leq2\sqrt{3}$, 求实数 a 的取值范围. (4) 已知函数 $f(x)=x^2\lg a+2x+4\lg a$ 的最大值是 3, 求实数 a 的值. (5) 若关于 x 的方程 $\log_2 x+1=2\log_2(x-a)$ 恰有一个实数解, 求实数 a 的取值范围.

447. 已知函数 $f(x)=\log_a(a-ka^x)(a>0,\ a\neq1,\ k\in\mathbf{R})$. (1) 当 $0<a<1$, 且 $1\leq x<+\infty$ 时, $f(x)$ 都有意义, 求实数 k 的取值范围. (2) 当 $a>1$ 时, $f(x)$ 的反函数就是它自身, 求 k 的值. (3) 在 (2) 的条件下, 求 $f^{-1}(x^2-2)=f(x)$ 的解.

448. (1) 已知 $A=\{0,1\}$, $B=\{x|x\subseteq A\}$, 问: A 与 B 是什么关系, 并用列举法写出 B. (2) 已知 $f(x)=x^2+ax+b(a,b$ 均为实数), 集合 $A=\{x|x=f(x),x\in\mathbf{R}\}=\{-1,3\}$, $B=\{x|x=f[f(x)],x\in\mathbf{R}\}$, 用列举法求集合.

449. 已知实数集 R 的子集 P 满足两个条件: ① $1\notin P$; ② 若实数 $a\in P$, 则 $\dfrac{1}{1-a}\in P$. 求证: (1) 若 $2\in P$, 则 P 中必含有其他两个数, 并求出这两个数. (2) 集合 P 不可能是单元素集.

450. (1) 已知集合 A,B,C 满足 $A\cap B=A$, $B\cap C=B$, 求证: $A\subseteq C$. (2) 已知集合 $A=\{x|x=a^2+1,a\in\mathbf{N}\}$, $B=\{y|y=b^2-4b+5,b\in\mathbf{N}\}$, 求证: $A\subset B$. (3) 已知集合 $A=\{x|x=12a+8b,a,b\in\mathbf{Z}\}$, $B=\{x|x=20c+16d,c,d\in\mathbf{Z}\}$, 求证: $A=B$. 注意要证明集合 $P\subseteq Q$, 可先设任一 $x_0\in P$, 再证明 $x_0\in\mathbf{Q}$; 要证明集合 $P\subset Q$, 可先证明 $P\subseteq Q$, 再证明存在 $x_0\in\mathbf{Q}$, 但 $x_0\notin P$; 要证明集合 $P=Q$, 可先证明 $P\subseteq Q$, 再证明 $Q\subseteq P$.

451. (1) 某班学生期中考试数学得优秀的有 18 人, 物理得优秀的有 14 人, 其中数学、物理两科中至少有一科得优秀的有 22 人, 求两科都得优秀的学生人数. (2) 由某班学生组成的篮球队、排球队、乒乓球队分别有 14, 15, 13 名队员. 已知同时参加这三个队的有 3 人, 既参加篮球队又参加排球队的有 5 人, 仅参加乒乓球队的有 4 人, 仅参加排球队的有 5 人, 问: 仅参加篮球队的有几人. (3) 某地区先后举行中学生数、理、化三科

竞赛, 参加竞赛的学生人数依次是 807 人、739 人、437 人, 其中参加数学、物理两科竞赛的有 513 人, 参加物理、化学竞赛的有 267 人, 参加数学、化学竞赛的有 371 人, 三科竞赛都参加的有 213 人, 求参加竞赛的学生总人数. 注意在利用集合计算有限集的元素个数时, 设有限集 A 的元素个数为 $n(A)$, 则有如下公式: $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$.

452. (1) 已知集合 $A=\{(x,y)|\dfrac{y-3}{x-2}=a+1\}$, $B=\{(x,y)|(a^2-1)x+(a-1)y=15\}$ 满足 $A\cap B=\varnothing$, 求实数 a 的值. (2) 已知集合 $A=\{x|x^2-(a+1)^2x+2a^3+2a\le 0, x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x|x^2-3(a+1)x+6a+2\le 0, x\in\mathbf{R}\}$ 满足 $A\subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

453. (1) 从集合 $A=\{1,2,3\}$ 到集合 $M=\{0,1\}$ 可以建立几个不同的映射? (2) 从集合 $P=\{1,2\}$ 到集合 $Q=\{3,4,5\}$ 可以建立几个不同的映射?

454. (1) 若函数 $f(x)$ 的定义域为 R^+, 且满足 $f(xy)=f(x)+f(y)$, $f(8)=3$, 求 $f(\sqrt{2})$ 的值. (2) 若函数 $f(x)$ 的定义域为 R, 且满足 $f(x)+2f(-x)=-x^3+6x^2-3x+3$, 求 $f(0)$ 的值, 并求 $f(x)$ 的表达式.

455. (1) 已知 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 对于任何实数 x,y 都成立, ① 求证: $f(2x)=2f(x)$; ② 求 $f(0)$ 的值; ③ 求证: $f(x)$ 为奇函数. (2) 已知函数 $f(x)$ 对任何实数 x,y 满足 $f(x+y)+f(x-y)=2f(x)f(y)$, 且 $f(0)\neq 0$, 求证: $f(x)$ 是偶函数.

456. 已知函数 $f(x)(x\neq 0)$ 满足 $f(xy)=f(x)+f(y)$. (1) 求证: $f(1)=f(-1)=0$. (2) 求证: $f(x)$ 为偶函数. (3) 若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数, 解不等式 $f(x)+f(x-\dfrac{1}{2})\le 0$.

457. 已知函数 $f(x)$ 对一切实数 x,y 满足 $f(0)\neq 0$, $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$, 且当 $x<0$ 时, $f(x)>1$. 求证: (1) 当 $x>0$ 时, $0<f(x)<1$. (2)$f(x)$ 在 $x\in\mathbf{R}$ 上是减函数.

458. (1) 求函数 $y=2x+\sqrt{1-2x}$ 的最大值. (2) 求函数 $y=2x+\sqrt{1-x^2}$ 的值域. (3) 求函数 $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x+2}$ 的值域.

459. 求函数 $g(t)=(t+3)(1+|t-1|)$ 的值域, 其中实数 t 的取值范围是使函数 $f(x)=x^2-4tx+2t+30$ 对任一 $x\in\mathbf{R}$ 都取非负值.

460. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0,\ 1]$, 求函数 $f(x+m)+f(x-m)$ 的定义域 (其中 $m>0$).

461. (1) 已知集合 $A=\{x|x^2-5x+4\le 0\}$, $B=\{x|x^2-2ax+a+2\le 0\}$ 满足 $A\supseteq B\neq\varnothing$, 求实数 a 的取值范围. (2) 已知函数 $f(x)=x^2-2mx+m+6$. ① 若对任意实数 x 都有 $f(x)>0$, 求实数 m 的取值范围; ② 若实数 α,β 满足 $f(\alpha)=f(\beta)=0$, 求 $\alpha^2+\beta^2$ 的最小值. (3) 已知函数 $f(x)=x^2-2kx+2$ 在 $x\ge -1$ 时恒有 $f(x)\ge k$, 求实数 k 的取值范围. (4) 已知 $f(x)=-9x^2-6ax+2a-a^2$ 在 $-\dfrac{1}{3}\le x\le\dfrac{1}{3}$ 内有最大值-3, 求实数 a 的值.

462. 已知 $y=f(x)$ 在其定义域上是增函数, 求证: $y=f(x)$ 的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 在其定义域上也是增函数.

463. 已知函数 $f(x)=x^3+x+1(x\in\mathbf{R})$, 求证: (1)$f(x)$ 是 R 上的增函数. (2) 方程 $x^3+x+1=0$ 只有一个实数解.

464. 已知函数 $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}(x\in\mathbf{R})$. (1) 求 $f(x)$ 的值域. (2) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

465. (1) 若二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 满足 $f(x_1)=f(x_2)$, $(x_1\neq x_2)$ 求证: 直线 $x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$ 是该二次函数图象的对称轴. (2) 若对于任何实数 x, 函数 $y=f(x)$ 始终满足 $f(a+x)=f(a-x)$, 求证: 函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=a$ 对称. (3) 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(2-x)(x\in\mathbf{R})$, 且 $f(x)$ 的图象与 x 轴有 15 个不同的交点, 求方程 $f(x)=0$ 的所有解的和.

466. (1) 已知函数 $f(2x+1)$ 是偶函数, 求函数 $f(2x)$ 的图象的对称轴. (2) 求函数 $y=\dfrac{3x-1}{x+2}(x\neq-2)$ 的图象的对称点. (3) 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x)+f(2-x)+2=0(x\in\mathbf{R})$, 求 $f(x)$ 的图象的对称中心.

467. 已知函数 $f(x)=\log_3(x^2-4mx+4m^2+m+\dfrac{1}{m-1})$, 集合 $M=\{m|m>1,m\in\mathbf{R}\}$. (1) 求证: 当 $m\in M$ 时, $f(x)$ 的定义域为 $x\in\mathbf{R}$; 反之, 若 $f(x)$ 对一切实数 x 都有意义, 则 $m\in M$. (2) 当 $m\in M$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值. (3) 求证: 对每一个 $m\in M$, $f(x)$ 的最小值都不小于 1.

468. 已知函数 $f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$, 求 $f(\dfrac{1}{101})+f(\dfrac{2}{101})+\cdots+f(\dfrac{100}{101})$ 的值.

469. 已知函数 $f(x)=1+\log_x 5$, $g(x)=\log_{x^2}9+\log_{x^2}8$, 比较 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的大小.

470. (1) 求方程 $x^2-4|x|-\log_2 x-5=0$ 的实数解的个数. (2) 求使方程 $|x^2-2x+1+a|=a^2-6$ 恰有两相异实数解时 a 的取值范围.

471. 已知 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有单调性, 且满足 $f(1)=2$ 和 $f(x+y)=f(x)+f(y)$. (1) 求证: $f(x)$ 为奇函数. (2) 若 $f(x)$ 满足 $f(k\log_2 t)+f(\log_2 t-\log_2^2 t-2)<0$, 求实数 k 的取值范围.

472. 已知函数 $f(x)$ 在定义域 $x\in\mathbf{R}^+$ 上是增函数, 且满足 $f(x\cdot y)=f(x)+f(y)(x,y\in\mathbf{R}^+)$. (1) 求 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上的值域. (2) 若 $f(2)=1$, $f(x)$ 图象上三点 A,B,C 的横坐标分别为 $a,a+2,a+4(a>0)$, 且 $\triangle ABC$ 的面积小于 1, 求实数 a 的取值范围.

473. (1) 求关于 x 的方程 $9^{-|x-2|}-4\cdot3^{-|x-2|}-a=0$ 有实根的条件. (2) 解方程 $|\log_2 x|=|\log_2 2x^2|-2$.

474. (1) 分别求实数 a 的取值范围, 使关于 x 的方程 $\log_{(x+a)}2x=2$ 有唯一解、两解、无解.(2) 分别求实数 a 的范围, 使关于 x 的方程 $1+\dfrac{\log_2(2\lg a-x)}{\log_2 x}=2\log_x 2$ 有两解、一解.