1. 已知全集 $U=\{x|x<2\}$, 集合 $A=\{x|x<1\}$, 则 $\complement_U A=$__________.

2. 设集合 $A=\{x||x-2|<1,\ x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x|\dfrac{x-3}{x-1}\geq 0\}$, 则 $A\cup B=$__________.

3. 若函数 $f(x)=2^x-3$, 则 $f^{-1}(1)=$__________.

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}-1, & x\leq 0,\\ x^{\frac{1}{2}}, & x>0,\end{cases}$ 若 $f(x_0)>1$, 则 x_0 的取值范围是__________.

5. 已知 $x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$, 则方程 $\begin{vmatrix}2\sin x & 1\\ 1 & 2\cos x\end{vmatrix}=0$ 的解集是__________.

6. 关于 x 的不等式 $^2+ax+1>0$ 有解, 则实数 a 的取值范围是__________.

7. 已知 $f(x)=x^2+2(a-2)x+4$, 对 $x\in[-3,1]$, $f(x)>0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是__________.

8. 设正数 a,b, 当 $(a+b)^2+\dfrac{1}{4ab}$ 取最小值时, a 的值为__________.

9. 设椭圆 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$ 的左顶点为 A, 过点 A 的直线 l 与 Γ 相交于另一点 B, 与 y 轴相交于点 C. 若 $|OA|=|OC|$, $|AB|=|BC|$, 则 $a=$__________.

10. 已知常数 $b,c\in\mathbf{R}$. 若函数 $f(x)=(x^2+x-2)(x^2+bx+c)$ 为偶函数, 则 $b+c=$__________.

11. 记 a,b,c,d,e,f 为 $1,2,3,4,5,6$ 的任意一个排列, 则使得 $(a+b)(c+d)(e+f)$ 为奇数的排列共有__________个.

12. 已知函数 $f(x)=|x+\dfrac{1}{x}+a|$, 若对任意实数 a, 关于 x 的不等式 $f(x)\geq m$ 在区间 $[\dfrac{1}{2},3]$ 上总有解, 则实数 m 的取值范围为__________.

13. 已知 $x\in\mathbf{R}$, 则"$x>0$" 是"$x>1$" 的 (　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件　　C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

14. 已知 a,b,c 是互不相等的正数, 则下列不等式中正确的是 (　　).

A. $|a-b|<|a-c|+|c-b|$　　B. $a^2+\dfrac{1}{a^2}\leq a+\dfrac{1}{a}$

C. $|a-b|+\dfrac{1}{a-b}\geq 2$　　D. $\sqrt{a+3}-\sqrt{a+1}\leq\sqrt{a+2}-\sqrt{a}$

15. 设 a,b,c 表示三条互不重合的直线, α,β 表示两个不重合的平面, 则使得 "$a\parallel b$" 成立的一个充分条件为 (　　).

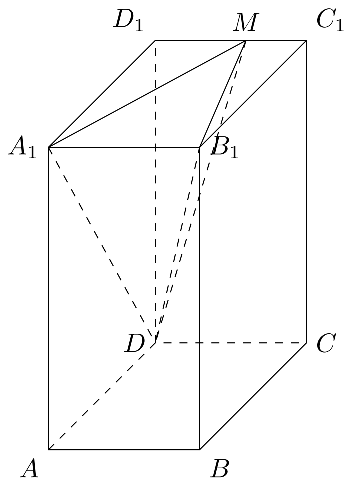
A. $a\perp c$, $b\perp c$　　B. $a\parallel\alpha$, $b\parallel\alpha$

C. $a\parallel\alpha$, $a\parallel\beta$, $\alpha\cap\beta=b$　　D. $b\perp\alpha$, $c\parallel\alpha$, $a\perp c$

16. 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, 满足对任意 $x\in(0,+\infty)$, 恒有 $f[f(x)-\dfrac{1}{x}]=4$. 若函数 $y=f(x)-4$ 的零点个数为有限的 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 个, 则 n 的最大值为 (　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

17. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $2AB=BC=AA_1$, 点 M 为棱 C_1D_1 上的动点.



(1) 求三棱锥 $D-A_1B_1M$ 与长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积比;

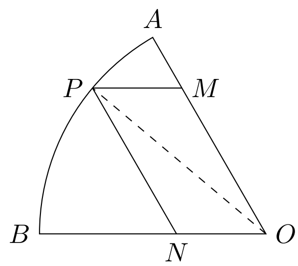
(2) 若 M 为棱 C_1D_1 的中点, 求直线 DB_1 与平面 DA_1M 所成角的大小.

18. 已知常数 $a\in\mathbf{R}^+$, 函数 $f(x)=3^x+a^2\cdot 3^{-x}$.

(1) 若 $a=\sqrt{3}$, 解关于 x 的不等式 $f(x)<4$;

(2) 若 $f(x)$ 在 $[3,+\infty)$ 上为增函数, 求 a 的取值范围.

19. 某居民小区为缓解业主停车难的问题, 拟对小区内一块扇形空地 AOB 进行改建. 如图所示, 平行四边形 $OMPN$ 区域为停车场, 其余部分建成绿地, 点 P 在围墙 $\overset{\frown}{AB}$ 上, 点 M 和 N 分别在道路 OA 和道路 OB 上, 且 $OA=60\mathrm{m}$, $\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$. 设 $\angle POB=\theta$.



(1) 求停车场面积 S(单位: m^2) 关于 θ 的函数关系式, 并写出 θ 的取值范围;

(2) 求停车场面积 S 的最大值以及相应 θ 的值.

20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $\Gamma: y^2=4x$, 点 $C(1,0)$. A,B 为 Γ 上的两点, A 在第一象限, 满足 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-4$.

(1) 求证: 直线 AB 过定点, 并求定点坐标;

(2) 设 P 为 Γ 上的动点, 求 $\dfrac{|OP|}{|CP|}$ 的取值范围;

(3) 记 $\triangle AOB$ 的面积为 S_1, $\triangle BOC$ 的面积为 S_2, 求 S_1+S_2 的最小值.

21. 已知函数 $f(x)=x|x-a|$, 其中 a 为常数.

(1) 当 $a=1$ 时, 解不等式 $f(x)<2$;

(2) 已知 $g(x)$ 是以 2 为周期的偶函数, 且当 $0\le x\le 1$ 时, 有 $g(x)=f(x)$. 若 $a<0$, 且 $g(\frac{3}{2})=\frac{5}{4}$, 求函数 $y=g(x)(x\in[1,2])$ 的反函数;

(3) 若在 $[0,2]$ 上存在 n 个不同的点 $x_i(i=1,2,\cdots,n,\ n\ge 3)$, $x_1<x_2<\cdots<x_n$, 使得 $|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{n-1})-f(x_n)|=8$, 求实数 a 的取值范围.

22. 设集合 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x|x<3\}$, 则 $A\cap B=$__________.

23. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=x^2(-1\le x\le a)$ 是偶函数, 则 $a=$__________.

24. 设函数 $f(x)=\lg(x+1)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 则 $f^{-1}(1)=$__________.

25. 函数 $f(x)=\sqrt{\frac{1-x}{x}}$ 的定义域为__________.

26. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 设 $p:1\le x<2$, $q:x<a$. 若 p 是 q 的充分条件, 则 a 的取值范围为__________.

27. 关于 x 的方程 $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$ 的解为__________.

28. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 满足对任意 $x\in\mathbf{R}$, 恒有 $f(x)+f(x+2)=4$. 若 $f(1)+f(2)=1$, 则 $f(2021)-f(2020)=$__________.

29. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=a\cdot 4^x+2^x+1$ 在 $[3,+\infty)$ 上单调递减, 则 a 的取值范围为__________.

30. 已知常数 $m,n\in\mathbf{Z}$, 若对任意 $x\in[0,+\infty)$, 不等式 $(mx-2)(x^2-2n)\ge 0$ 恒成立, 则 $m+n$ 的取值集合为__________.

31. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=x^2-4x+a$, $g(x)=ax^2-8x+4$. 若存在 $x_0\in(0,+\infty)$, 使得 $f(x_0)$ 与 $g(x_0)$ 都不是正数, 则 a 的取值范围为__________.

32. 对任意的非零实数 a,b, 下列不等式恒成立的是 (　　).

A. $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\ge 2$　　B. $(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})\ge 4$

C. $\frac{|a+b|}{2}\ge 2\sqrt{|ab|}$　　D. $\frac{a^2+b^2}{2}\ge(\frac{a+b}{2})^2$

33. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(x)$ 满足对任意 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$, 当 $x_1\ne x_2$ 时, 恒有 $|f(x_1)-f(x_2)|>2|x_1-x_2|$. 对于命题: ① $f(x)$ 的解析式可以是 $f(x)=x^3+2021x$; ② $f(x)$ 的解析式可以是 $f(x)=2021^{-x}$, 下列判断正确的是 (　　).

A. ①、②均为真命题　　B. ①、②均为假命题

C. ①为真命题、②为假命题　　D. ①为假命题、②为真命题

34. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=ax^2+\lg\frac{1+x}{1-x}$.

(1) 若 $a=0$, 判断 $f(x)$ 的单调性并证明;

(2) 问: 是否存在 a, 使得 $f(x)$ 为奇函数? 若存在, 求出所有 a 的值; 若不存在, 说明理由.

35. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, 若对任意 $x\in(0,+\infty)$, 恒有 $f(2x)=2f(x)$, 则称 $f(x)$ 为 “2 阶缩放函数”.

(1) 已知函数 $f(x)$ 为 “2 阶缩放函数”, 当 $x\in(1,2]$ 时, $f(x)=1-\log_2 x$, 求 $f(2\sqrt{2})$ 的值;

(2) 已知函数 $f(x)$ 为 “2 阶缩放函数”, 当 $x\in(1,2]$ 时, $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$, 求证: 函数 $y=f(x)-x$ 在 $(1,+\infty)$ 上无零点.

36. 设全集 $U=\mathbf{R}$, $A=(-\infty,3)$, 则 $\complement_U A=$__________.

37. 函数 $f(x)=x^{-\frac{1}{2}}$ 的定义域为__________.

38. 已知函数 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)=\log_2 x$, 则 $f(-1)=$__________.

39. 已知球的半径为 2, 则它的体积为__________.

40. 已知 $\sin\alpha=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\alpha\in(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2})$, 则 $\sin(\alpha+\dfrac{3\pi}{2})=$__________.

41. 已知圆锥的底面半径为 1cm, 侧面积为 $2\pi\text{cm}^2$, 则母线与底面所成角的大小为__________.

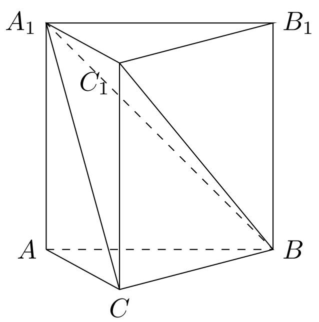
42. 已知 $(x^2+\dfrac{2}{x})^n$ 的二项展开式中, 所有二项式系数的和为 512, 则展开式中的常数项为__________(结果用数值表示).

43. $f(x)$ 是偶函数, 当 $x\geq 0$ 时, $f(x)=2^x-1$, 则不等式 $f(x)>1$ 的解集为__________.

44. 方程 $1+\log_2 x=\log_2(x^2-3)$ 的解为__________.

45. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+(4a-3)x+3a, & x<0,\\ \log_a(x+1)+1, & x\geq 0,\end{cases}(a>0,\ a\neq 1)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, 且关于 x 的方程 $|f(x)|=2-x$ 恰好有两个不相等的实数解, 则 a 的取值范围是__________.

46. 我国古代数学名著《九章算术》中记载了有关特殊几何体的定义: 阳马指底面为矩形, 一侧棱垂直于底面的四棱锥, 堑堵指底面是直角三角形, 且侧棱垂直于底面的三棱柱. 某堑堵 $ABC-A_1B_1C_1$, $AC\perp BC$, 若 $A_1A=AB=2$, 当阳马 $B-AA_1C_1C$ 的体积最大时, 二面角 $C-A_1B-C_1$ 的大小为__________.



47. 对于全集 $\mathbf{R}$ 的子集 A, 定义函数 $f_A(x)=\begin{cases}1, & x\in A,\\ 0, & x\in\complement_{\mathbf{R}}A\end{cases}$ 为 A 的特征函数, 设 A,B 为全集 $\mathbf{R}$ 的子集,

① 若 $A\subseteq B$, 则 $f_A(x)\leq f_B(x)$; ② $f_{\complement_{\mathbf{R}}A}(x)=1-f_A(x)$;

③ $f_{A\cap B}(x)=f_A(x)\cdot f_B(x)$; ④ $f_{A\cup B}(x)=f_A(x)+f_B(x)$;

⑤ $f_{A\cap\complement_{\mathbf{R}}B}(x)=f_A(x)-f_B(x)$; ⑥ 对于任意 $x\in\mathbf{R}$, 若 $f_A(x)\cdot f_B(x)=0$ 恒成立, 则 $A\cap B=\varnothing$.

其中正确的命题为__________(填所有正确命题的序号).

48. 已知实数 a,b 满足 $a>b$, 则下列不等式中恒成立的是 (　　)。

A. $a^2>b^2$　　B. $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$　　C. $|a|>|b|$　　D. $2^a>2^b$

49. 下列函数中, 值域为 $(0,+\infty)$ 的是 (　　).

A. $y=x^2$　　B. $y=\dfrac{2}{x}$　　C. $y=2^x$　　D. $y=|\log_2 x|$

50. 从正方体的 8 个顶点中选取 4 个作为顶点, 可得到四面体的个数为 (　　).

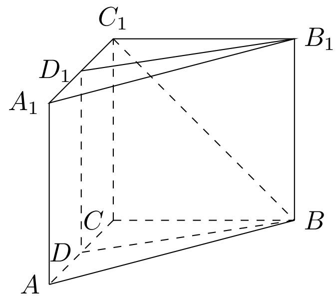
A. C_8^4-12　　B. C_8^4-8　　C. C_8^4-6　　D. C_8^4-4

51. 设集合 $A=\{y|y=a^x,\ x>0\}$(其中常数 $a>0,\ a\neq 1$), $B=\{y|y=x^k,\ x\in A\}$(其中常数 $k\in\mathbf{Q}$), 则 "$k<0$" 是 "$A\cap B=\varnothing$" 的 (　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既非充分又非必要条件

52. 如图所示, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面是等腰直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$, $CA=CB=CC_1=2$. 点 D,D_1 分别是棱 AC,A_1C_1 的中点.



(1) 求四棱锥 $C-AA_1B_1B$ 的体积;

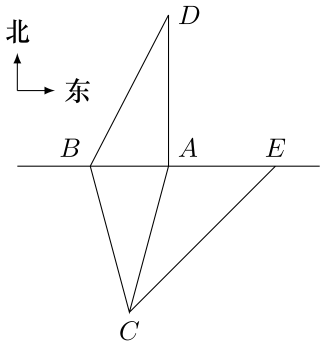
(2) 求直线 BC_1 与平面 DBB_1D_1 所成角的大小.

53. 设常数 $k\in\mathbf{R}$, $f(x)=k\cos^2x+\sqrt{3}\sin x\cos x$, $x\in\mathbf{R}$.

(1) 若 $\tan\alpha=2$ 且 $f(\alpha)=\sqrt{3}$, 求实数 k 的值;

(2) 设 $k=1$, $\triangle ABC$ 中, 内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 若 $f(A)=1$, $a=\sqrt{7}$, $b=3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S.

54. 东西向的铁路上有两个道口 AB, 铁路两侧的公路分布如图, C 位于 A 的南偏西 15°, 且位于 B 的南偏东 15° 方向, D 位于 A 的正北方向, $AC=AD=2km$, C 处一辆救护车欲通过道口前往 D 处的医院送病人, 发现北偏东 45° 方向的 E 处 (火车头位置) 有一列火车自东向西驶来, 若火车通过每个道口都需要 1 分钟, 救护车和火车的速度均为 60km/h.



(1) 判断救护车通过道口 A 是否会受火车影响, 并说明理由;

(2) 为了尽快将病人送到医院, 救护车应选择 AB 中的哪个道口? 通过计算说明.

55. 已知函数 $f(x)=\dfrac{ax^2+1}{bx+c}$ 是奇函数, a,b,c 为常数.

(1) 求实数 c 的值;

(2) 若 $a,b\in\mathbf{Z}$, 且 $f(1)=2$, $f(2)<3$, 求 $f(x)$ 的解析式;

(3) 已知 $b>0$, 若 $f(x)\geq f(1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立, 且 $\{x|f[f(x)]\geq x\}\cap[1,2]\neq\varnothing$, 求 b 的取值范围.

56. 记函数 $f(x)$ 的定义域为 D. 如果存在实数 a、b 使得 $f(a-x)+f(a+x)=b$ 对任意满足 $a-x\in D$ 且 $a+x\in D$ 的 x 恒成立, 则称 $f(x)$ 为 Ψ 函数.

(1) 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-1$, 试判断 $f(x)$ 是否为 Ψ 函数, 若是求出 a,b, 若不是请说明理由;

(2) 设函数 $g(x)=\dfrac{1}{2^x+t}$, 其中常数 $t\neq 0$, 证明: $g(x)$ 是 Ψ 函数;

(3) 若 $h(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的 Ψ 函数, 且函数 $h(x)$ 的图像关于直线 $x=m$(m 为常数) 对称, 试判断 $h(x)$ 是否为周期函数? 并证明你的结论.

57. 不等式 $\dfrac{1}{x}\leq 3$ 的解集是__________.

58. 若函数 $y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})$, 则它的最小正周期 $T=$__________.

59. 若函数 $y=\log_2(x-m)+1$ 的反函数的图像经过点 $(1,3)$, 则实数 $m=$__________.

60. 函数 $f(x)=x+\dfrac{1}{x-2}$ 的值域是__________.

61. 已知函数 $f(x)$ 的周期为 2, 且当 $0<x\leq 1$ 时, $f(x)=\log_4 x$, 那么 $f(\dfrac{9}{2})=$__________

62. 已知集合 $M=\{y|y=3\sin x,x\in\mathbf{R}\}$, $N=\{x||x|<a\}$, 若 $M\subseteq N$, 则实数 a 的取值范围是__________.

63. 函数 $f(x)=|x^2-1|+|x-2|$ 的最小值是__________.

64. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2x, & x\leq a,\\ -x+2, & x>a,\end{cases}$ 若存在实数 x_0, 使得对于任意的实数 x 都有 $f(x)\leq f(x_0)$ 成立, 则实数 a 的取值范围是__________.

65. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}$ 图像的对称中心的坐标是__________.

66. 若 $f(x)=|x+1|+|x+2|+\cdots+|x+2020|+|x-1|+|x-2|+\cdots+|x-2020|$, $x\in\mathbf{R}$, 且 $f(a^2-3a+2)=f(a-1)$, 则满足条件的所有整数 a 的和是__________.

67. 王昌龄《从军行》中两句诗"黄沙百战穿金甲, 不破楼兰终不还", 其中后一句中"攻破楼兰"是"返回家乡"的 (　　) 条件.

A. 充分　　B. 必要　　C. 充要　　D. 既不充分也不必要

68. 为了得到函数 $y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$ 的图像, 可将函数 $y=\sin x$ 的图像 (　　).

A. 左移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个长度　　B. 右移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个长度　　C. 左移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个长度　　D. 右移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个长度

69. 已知 M、N、$P\subseteq\mathbf{R}$, $M=\{x|f(x)=0\}$, $N=\{x|g(x)=0\}$, $P=\{x|f(x)g(x)=0\}$, 则集合 P 恒满足的关系为 (　　).

A. $P=M\cup N$　　B. $P\neq\varnothing$　　C. $P=\varnothing$　　D. $P\subseteq(M\cup N)$

70. 已知 a_1、a_2 与 b_1、b_2 是 4 个不同的实数, 关于 x 的方程 $|x-a_1|+|x-a_2|=|x-b_1|+|x-b_2|$ 的解集为 A, 则集合 A 中元素的个数为 (　　).

A. 1 个　　B. 0 个或 1 个或 2 个

C. 0 个或 1 个或 2 个或无限个　　D. 1 个或无限个

71. 设函数 $f(x)$ 是定义在 $[a,b]$ 上的函数, 若存在 $x_0\in(a,b)$, 使得 $f(x)$ 在 $[a,x_0]$ 上单调递增, 在 $[x_0,b]$ 上单调递减, 则称 $f(x)$ 为 $[a,b]$ 上的单峰函数, x_0 称为峰点.

(1) 判断下列函数中, 哪些是 $[0,2]$ 上的单峰函数? 若是, 指出峰点; 若不是, 说出原因;

① $f_1(x)=3x-x^2$; ② $f_2(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$;

(2) 若函数 $f(x)$ 是区间 $[0,1]$ 上的单峰函数, 证明: 对任意的 x_1、$x_2\in(0,1)$, $x_1<x_2$, 若 $f(x_1)\geq f(x_2)$, 则峰点在区间 $(0,x_2)$ 内; 若 $f(x_1)\leq f(x_2)$, 则峰点在区间 $(x_1,1)$ 内.

72. 设 $\mu(x)$ 表示不小于 x 的最小整数, 例如 $\mu(0.3)=1$, $\mu(-2.5)=2$.

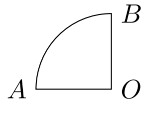
(1) 解方程 $\mu(x-1)=3$;

(2) 设 $f(x)=\mu(x\cdot\mu(x))$, $n\in\mathbf{N}^*$, 试分别求出 $f(x)$ 在区间 $(0,1]$、$(1,2]$ 以及 $(2,3]$ 上的值域; 若 $f(x)$ 在区间 $(0,n]$ 上的值域为 M_n, 求集合 M_n 中的元素的个数;

(3) 设实数 $a>0$, $g(x)=x+a\cdot\dfrac{\mu(x)}{x}-2$, $h(x)=\dfrac{\sin(\pi x)+2}{x^2-5x+7}$, 若对于任意 $x_1,x_2\in(2,4]$ 都有 $g(x_1)>h(x_2)$, 求实数 a 的取值范围.

73. 函数 $y=\log_2(4-x^2)$ 的定义域是__________.

74. 如图所示, 弧长为 $\dfrac{\pi}{2}$, 半径为 1 的扇形 (及其内部) 绕 OB 所在的直线旋转一周, 所形成的几何体的表面积为__________.



75. 函数 $f(x)=1-3\sin^2(x+\dfrac{\pi}{4})$ 的最小正周期为__________.

76. 从 5 名志愿者中选出 3 名, 分别从事布置、迎宾、策划三项不同的工作, 每人承担一项工作, 则不同的选派方案有__________ 种 (用数值作答).

77. 已知函数 $f(x)=a\cdot 2^x+3-a(a\in\mathbf{R}$ 且 $a\neq 0)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$, 则函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像经过的定点的坐标为__________.

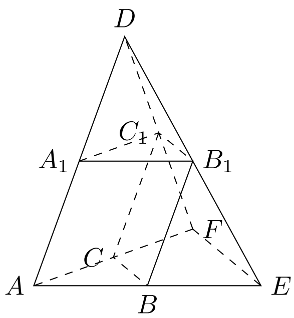
78. 在 $(x-a)^{10}$ 的展开式中, x^7 的系数是 15, 则实数 $a=$__________.

79. 已知 $\cos(\dfrac{\pi}{4}+\alpha)=\dfrac{1}{3}$, 则 $\cos(\dfrac{\pi}{2}-2\alpha)=$__________.

80. 集合 $\{x|\cos(\pi\cos x)=0,\ x\in[0,\pi]\}=$__________(用列举法表示).

81. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c, 面积为 S, 且 $4S=(a+b)^2-c^2$, 则 $\cos C=$__________.

82. 如图, 在三棱锥 $D-AEF$ 中, A_1,B_1,C_1 分别是 DA,DE,DF 的中点, B,C 分别是 AE,AF 的中点, 设三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 V_1, 三棱锥 $D-AEF$ 的体积为 V_2, 则 $V_1:V_2=$__________.



83. 集合 $A=\{y|y=\log_{\frac{1}{2}}x-x,1\leq x\leq 2\}$, $B=\{x|x^2-5tx+1\leq 0\}$, 若 $A\cap B=A$, 则实数 t 的取值范围是__________.

84. 若定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称, 且当 $0\leq x\leq 1$ 时, $f(x)=x^{\frac{1}{3}}$, 则方程 $f(x)=\dfrac{1}{3}$ 在区间 $(-4,10)$ 内的所有实根之和为__________.

85. 若空间中三条不同的直线 l_1、l_2、l_3, 满足 $l_1\perp l_2$, $l_2\parallel l_3$, 则下列结论一定正确的是 (　　).

A. $l_1\perp l_3$　　B. $l_1\parallel l_3$

C. l_1、l_3 既不平行也不垂直　　D. l_1、l_3 相交且垂直

86. 若 $a>b>0$, $c<d<0$, 则一定有 (　　).

A. $ad>bc$　　B. $ad<bc$　　C. $ac<bd$　　D. $ac>bd$

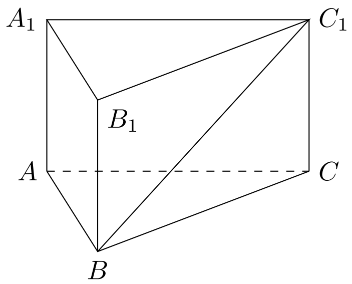
87. 函数 $f(x)=|x^2-a|$ 在区间 $[-1,1]$ 上的最大值是 a, 那么实数 a 的取值范围是 (　　).

A. $[0,+\infty)$　　B. $[\dfrac{1}{2},1]$　　C. $[\dfrac{1}{2},+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

88. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}(1-x), & -1\le x\le n,\\ 2^{2-|x-1|}-3, & n<x\le m,\end{cases}$ $(n<m)$ 的值域是 $[-1,1]$, 有下列结论: ① 当 $n=0$ 时, m 的取值范围为 $(0,2]$; ② 当 $n=\frac{1}{2}$ 时, m 的取值范围为 $(\frac{1}{2},2]$; ③ 当 $n\in[0,\frac{1}{2})$ 时, m 的取值范围为 $[1,2]$; ④ 当 $n\in[0,\frac{1}{2})$ 时, m 的取值范围为 $(n,2]$; 其中结论正确的所有的序号是 (　　).

A. ①②　　B. ③④　　C. ②③　　D. ②④

89. 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=4$, 异面直线 BC_1 与 AA_1 所成角的大小为 $\frac{\pi}{3}$.



(1) 求正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积;

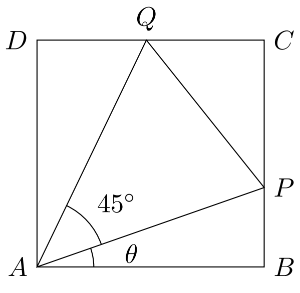
(2) 求直线 BC_1 与平面 AA_1C_1C 所成角的大小.

90. 已知函数 $f(x)=\frac{3}{2}\sin\omega x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega x$(其中 $\omega>0$).

(1) 若 $\omega=2$, $0<\alpha<\pi$, 且 $f(\alpha)=\frac{3}{2}$, 求 α 的值;

(2) 若函数 $f(x)$ 的最小正周期为 3π, 求 ω 的值, 并求函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的单调递增区间.

91. 如图, 有一块边长为 1 的正方形区域 $ABCD$, 在点 A 处有一个可转动的探照灯, 其照射角 $\angle PAQ$ 始终为 $45°$(其中点 P、Q 分别在边 BC、CD 上), 设 $\angle PAB=\theta$, $\tan\theta=t$.



(1) 当三点 C、P、Q 不共线时, 求直角 $\triangle CPQ$ 的周长;

(2) 设探照灯照射在正方形 $ABCD$ 内部区域 $PAQC$ 的面积为 S, 试求 S 的最大值.

92. 定义区间 (m,n)、$[m,n]$、$(m,n]$、$[m,n)$ 的长度均为 $n-m$, 已知不等式 $\frac{7}{6-x}\ge 1$ 的解集为 A.

(1) 求 A 的长度;

(2) 函数 $f(x)=\frac{(a^2+a)x-1}{a^2x}$($a\in\mathbf{R}$, $a\neq 0$) 的定义域与值域都是 $[m,n](n>m)$, 求区间 $[m,n]$ 的最大长度;

(3) 关于 x 的不等式 $\log_2 x+\log_2(tx+3t)<2$ 的解集为 B, 若 $A\cap B$ 的长度为 6, 求实数 t 的取值范围.

93. 对于函数 $y=f(x)(x\in D)$, 如果存在实数 a、$b(a\neq 0$, 且 $a=1$, $b=0$ 不同时成立), 使得 $f(x)=f(ax+b)$ 对 $x\in D$ 恒成立, 则称函数 $f(x)$ 为 "(a,b) 映像函数".

(1) 判断函数 $f(x)=x^2-2$ 是否是 "(a,b) 映像函数", 如果是, 请求出相应的 a、b 的值, 若不是, 请说明理由;

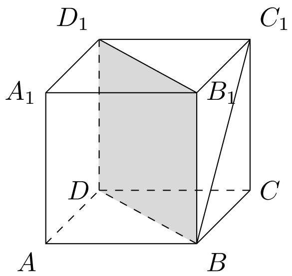
(2) 已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 $[0,+\infty)$ 上的 "$(2,1)$ 映像函数", 且当 $x\in[0,1)$ 时, $f(x)=2^x$, 求函数 $y=f(x)(x\in[3,7))$ 的反函数;

(3) 在 (2) 的条件下, 试构造一个数列 $\{a_n\}$, 使得当 $x\in[a_n,a_{n+1})(n\in\mathbf{N}^*)$ 时, $2x+1$ 的取值范围为 $[a_{n+1},a_{n+2})$, 并求 $x\in[a_n,a_{n+1})(n\in\mathbf{N}^*)$ 时, 函数 $y=f(x)$ 的解析式, 及 $y=f(x)(x\in[0,+\infty))$ 的值域.

94. 函数 $y=\sqrt{2+x}$ 的定义域为__________.

95. 方程 $\lg(2x+3)=2\lg x$ 的解为__________.

96. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 BC_1 与平面 BB_1D_1D 所成角的大小等于__________.



97. 已知角 α 的终边经过点 $P(-1,2)$(始边为 x 轴正半轴), 则 $\sin 2\alpha=$__________.

98. 在 $(x+\dfrac{1}{x})^{10}$ 的展开式中, 常数项等于__________.

99. 若 $x>0$, $y>0$, 且 $2x+y=1$, 则 xy 的最大值为__________.

100. 已知幂函数 $y=f(x)$ 的图像经过点 $P(4,2)$, 则它的反函数为 $f^{-1}(x)=$__________.

101. 从 $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ 中任取 5 个不同的数, 中位数为 4 的取法有__________ 种 (用数值表示).

102. 已知圆锥的侧面展开图是一个扇形, 若此扇形的圆心角为 $\dfrac{6\pi}{5}$, 面积为 15π, 则该圆锥的体积为__________.

103. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c, 若 $b=2$, $\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sqrt{3}\cos B}{b}$. 则 $\triangle ABC$ 的面积的最大值等于__________.

104. 在高中阶段, 我们学习过函数的概念、性质和图像, 以下两个结论是正确的: ① 偶函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b](a<b)$ 上的取值范围与在区间 $[-b,-a]$ 上的取值范围是相等的. ② 周期函数 $f(x)$ 在一个周期内的取值范围也就是 $f(x)$ 在定义域上的值域. 由此可求函数 $g(x)=2|\sin x|+19|\cos x|$ 的值域为__________.

105. 定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=1+\sqrt{2f(x)-f^2(x)}$, 则 $f(\dfrac{2019}{2})=$__________.

106. 已知 $x\in\mathbf{R}$, 则 "$\sin x=1$" 是 "$\cos x=0$" 的 (　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 非充分非必要条件

107. 某班有 20 名女生和 19 名男生, 从中选出 5 人组成一个垃圾分类宣传小组, 要求女生和男生均不少于 2 人的选法共有 (　　).

A. $C_{20}^{2}\cdot C_{19}^{2}\cdot C_{35}^{1}$　　B. $C_{39}^{5}-C_{20}^{5}-C_{19}^{5}$

C. $C_{39}^{5}-C_{20}^{1}C_{19}^{4}-C_{20}^{4}C_{19}^{1}$　　D. $C_{20}^{2}C_{19}^{3}+C_{20}^{3}C_{19}^{2}$

108. 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 是直二面角, m 为直线, γ 为平面, 则下列命题中真命题为 (　　).

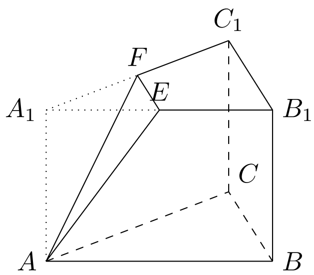
A. 若 $m\subsetneqq\alpha$, 则 $m\perp\beta$　　B. 若 $m\perp\alpha$, 则 $m\parallel\beta$

C. 若 $m\parallel\alpha$, 则 $m\perp\beta$　　D. 若 $\gamma\parallel\alpha$, 则 $\gamma\perp\beta$

109. 记有限集 M 中元素的个数为 $|M|$, 且 $|\varnothing|=0$, 对于非空有限集 A,B, 下列结论: ① 若 $|A|\le|B|$, 则 $A\subseteq B$; ② 若 $|A\cup B|=|A\cap B|$, 则 $A=B$; ③ 若 $|A\cap B|=0$, 则 A,B 中至少有一个是空集; ④ 若 $A\cap B=\varnothing$, 则 $|A\cup B|=|A|+|B|$. 其中正确结论的个数为 (　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

110. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, E,F 分别为棱 A_1B_1,A_1C_1 的中点, 去掉三棱锥 A_1-AEF 得到一个多面体 $ABC-B_1C_1FE$. 已知 $AB=6$, $BB_1=4$.



(1) 求多面体 $ABC-EFC_1B_1$ 的体积;

(2) 求意面直线 AE 与 BC 所成角的大小.

111.《上海市生活垃圾管理条例》于 2019 年 7 月 1 日正式实施. 某小区全面实施垃圾分类处理. 已知该小区每月垃圾分类处理量不超过 300 吨, 每月垃圾分类处理成本 y(元) 与每月分类处理量 x(吨) 之间的函数关系式可近似表示为 $y=x^2-200x+40000$，而分类处理一吨垃圾小区也可以获得 300 元的收益.

(1) 该小区每月分类处理多少吨垃圾, 才能使得每吨垃圾分类处理的平均成本最低?

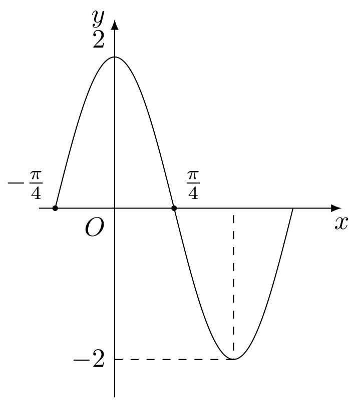
(2) 要保证该小区每月的垃圾分类处理不亏损, 每月的垃圾分类处理量应控制在什么范围?

112. 已知 a 是实常数, 函数 $f(x)=a\lg(1-x)-\lg(1+x)$.

(1) 若 $a=1$, 求证: 函数 $y=f(x)$ 是减函数;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

113. 如图是函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\,\omega>0,\,0\le\varphi\le\pi)$ 一个周期内的图像. 将 $f(x)$ 图像上所有点的很顾总表伸长为原来的 2 倍, 纵坐标不变, 再把所得图像向右平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图像.



(1) 求函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的解析式;

(2) 若 $f(x_0)=g(x_0)$, 求 $\sin(x_0\dfrac{\pi}{3})$ 的所有可能的值;

(3) 求函数 $F(x)=f(x)+ag(x)$(a 为正常数) 在区间 $(0,19\pi)$ 内的所有零点之和.

114. 对于定义在 D 上的函数 $y=f(x)$, 如果存在两条平行直线 $l_1: y=kx+b_1$ 于 $l_2: y=kx+b_2(b_1\neq b_2)$, 使得对于任意 $x\in D$, 都有 $kx+b_1\leq f(x)\leq kx+b_2$ 恒成立, 那么称函数 $y=f(x)$ 是带状函数, 若 l_1,l_2 之间的最小距离 d 存在, 则称 d 为带宽.

(1) 判断函数 $f(x)=\sin x+\cos x$ 是不是带状函数? 如果是, 指出带宽 (不用证明); 如果不是, 说明理由;

(2) 求证: 函数 $g(x)=\sqrt{x^2-1}(x\geq 1)$ 是带状函数;

(3) 求证: 函数 $h(x)=a|x-x_1|+b|x-x_2|(x_1<x_2)$ 为带状函数的充要条件是 $a+b=0$.

115. 计算 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n+4}{5n+1}=$__________.

116. 设全集 $U=\mathbf{R}$ 集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$, $B=\{x|x\geq 0\}$, 则 $A\cap \complement_U B=$__________.

117. 不等式 $\dfrac{1}{x-1}>1$ 的解集为__________.

118. 若一个球的体积为 36π, 则它的表面积为__________.

119. 设复数 z 满足 $z+2\overline{z}=3-\mathrm{i}$($\mathrm{i}$ 为虚数单位), 则 $z=$__________.

120. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=(\dfrac{2}{3})^n$, $n\in\mathbf{N}^*$, 则数列 $\{a_n\}$ 所有项的和为__________.

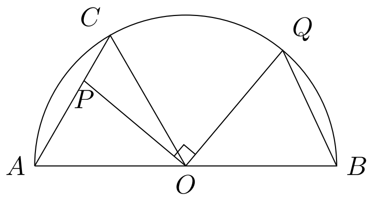
121. 某班级要从 5 名男生和 3 名女生中选出 3 人参加公益活动, 则在选出的 3 人中男、女生均有的概率为__________(结果用最简分数表示).

122. 已知 $\omega,t>0$, 函数 $f(x)=\begin{vmatrix}\sqrt{3} & \sin\omega x\\ 1 & \cos\omega x\end{vmatrix}$ 的最小正周期为 2π, 将 $f(x)$ 的图像向左平移 t 个单位, 所得图像对应的函数为偶函数, 则 t 的最小值为__________.

123. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^6, & x\geq 1,\\ -2x-1, & x\leq -1,\end{cases}$ 则当 $x\leq -1$ 时, 则 $f[f(x)]$ 表达式的展开式中含 x^2 项的系数是__________.

124. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $S_n=\dfrac{3}{2}a_n+n$(其中 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和), 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是__________.

125. 如图, 已知半圆 O 的直径 $AB=4$, $\triangle OAC$ 是等边三角形, 若点 P 是边 AC(包含端点 A,C) 上的动点, 点 Q 在弧 $\overset{\frown}{BC}$ 上, 且满足 $OQ\perp OP$, 则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BQ}$ 的最小值为__________.



126. 如果一个数列由有限个连续的正整数组成 (数列的项数大于 2), 且所有项之和为 N, 那么称该数列为 N 型标准数列, 例如, 数列 $2,3,4,5,6$ 为 20 型标准数列, 则 2668 型标准数列的个数为__________.

127. 设 $\alpha\beta$ 为两个不同平面, 已知直线 l 在平面 α 内, 则 "$\alpha\perp\beta$" 是 "$l\perp\beta$" 的 (　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

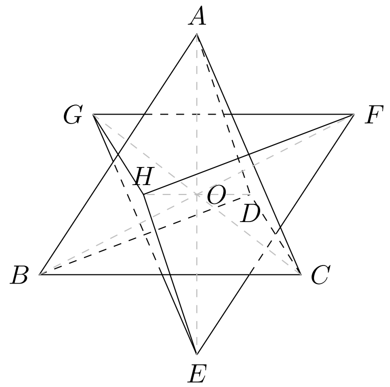
128. 某中学的高一、高二、高三共有学生 1350 人, 其中高一 500 人, 高三比高二少 50 人, 为了解该校学生健康状况, 现采用分层抽样方法进行调查, 在抽取的样本中有高一学生 120 人, 则该样本中的高二学生人数为 (　　).

A. 80　　B. 96　　C. 108　　D. 110

129. 已知 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 均为单位向量, 且 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$. 若 $|\overrightarrow{c}-4\overrightarrow{a}|+|\overrightarrow{c}-3\overrightarrow{b}|=5$, 则 $|\overrightarrow{c}+\overrightarrow{a}|$ 的取值范围是 (　　).

A. $[3,\sqrt{10}]$　　B. $[3,5]$　　C. $[3,4]$　　D. $[\sqrt{10},5]$

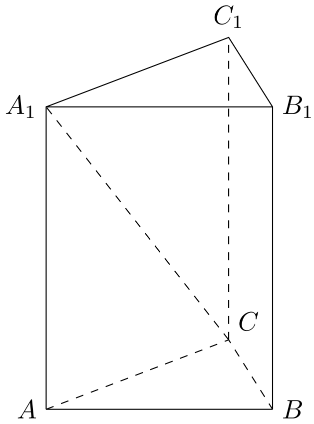
130. 正四面体 $ABCD$ 的体积为 1, O 为其中心, 正四面体 $EFGH$ 与正四面体 $ABCD$ 关于点 O 对称, 则这两个正四面体的公共部分的体积为 (　　).



131.

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

132. 如图, 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面积为 $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$, 侧面积为 36.



(1) 求正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积;

(2) 求异面直线 A_1C 与 AB 所成的角的大小;

133. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 S, 且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=S$.

(1) 求 $\sin A, \cos A, \tan 2A$ 的值;

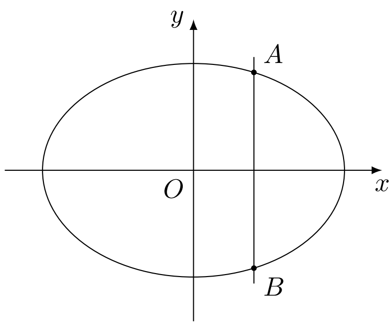
(2) 若 $B=\dfrac{\pi}{4}$, $|\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}|=6$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S.

134. 某温室大棚规定: 一天中, 从中午 12 点到第二天上午 8 点为保温时段, 其余 4 小时为工人作业时段. 从中午 12 点连续测量 20 小时, 得出此温室大棚的温度 y(单位: 度) 与时间 t(单位: 小时, $t\in[0,20]$) 近似地满足函数 $y=|t-13|+\dfrac{b}{t+2}$ 关系, 其中, b 为大棚内一天中保温时段的通风量.

(1) 若一天中保温时段的通风量保持 100 个单位不变, 求大棚一天中保温时段的最低温度 (精确到 0.1°C);

(2) 若要保持大棚一天中保温时段的最低温度不小于 17°C, 求大棚一天中保温时段通风量的最小值.

135. 已知直线 $l: x=t(0<t<2)$ 与椭圆 $\Gamma: \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 相交于 A, B 两点, 其中 A 在第一象限, M 是椭圆上一点.



(1) 记 F_1, F_2 是椭圆 Γ 的左右焦点, 若直线 AB 过 F_2, 当 M 到 F_1 的距离与到直线 AB 的距离相等时, 求点 M 的横坐标;

(2) 若点 M, A 关于 y 轴对称, 当 $\triangle MAB$ 的面积最大时, 求直线 MB 的方程;

(3) 设直线 MA 和 MB 与 x 轴分别交于 PQ, 证明: $|OP|\cdot|OQ|$ 为定值.

136. 已知无穷数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 其前 n 项和为 S_n, $a_1=4$.

(1) 如果 $a_2=2$, 且对于一切正整数 n, 均有 $a_n\cdot a_{n+2}=a_{n+1}^2$, 求 S_n;

(2) 如果对于一切正整数 n, 均有 $a_n \cdot a_{n+1} = S_n$, 求 S_n;

(3) 如果对于一切正整数 n, 均有 $a_n + a_{n+1} = 3S_n$, 证明: a_{3n-1} 能被 8 整除.

137. 设 $z = \dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$, 则 $|z| =$__________.

138. 已知向量 $\overrightarrow{a} = (1,2)$, $\overrightarrow{b} = (m,-1)$, 若向量 $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$, 则实数 $m =$__________.

139. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^{n+1}+1}{2\cdot 3^n + 2^n} =$__________.

140. 角 θ 的终边经过点 $P(-4,y)$, 且 $\sin\theta = \dfrac{3}{5}$, 则 $\tan\theta =$__________.

141. 设一个圆锥的侧面展开图是半径为 1 的半圆, 则此圆锥的体积等于__________.

142. 从包含学生甲的 1200 名学生中随机抽取一个容量为 60 的样本, 则学生甲被抽到的概率为__________.

143. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点 P 到焦点的距离为 3, 则点 P 的横坐标是__________.

144. 已知函数 $y = f(x)$ 存在反函数 $y = f^{-1}(x)$, 若函数 $y = f(x) + 2^x$ 的图像经过点 $(1,4)$, 则函数 $y = f^{-1}(x) + \log_2 x$ 的图像必过点__________.

145. 在无穷等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $\lim\limits_{n\to\infty}(a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = \dfrac{1}{2}$, 则 a_1 的取值范围是__________.

146. 已知向量 $|\overrightarrow{a}| = |\overrightarrow{b}| = |\overrightarrow{c}| = 1$, 若 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \dfrac{1}{2}$, 且 $\overrightarrow{c} = x\overrightarrow{a} + y\overrightarrow{b}$, 则 $x \cdot y$ 的最大值为__________.

147. 已知集合 $M = \{1,2,3,\cdots,10\}$, 集合 $A \subseteq M$, 定义 $M(A)$ 为 A 中元素的最大值, 当 A 取遍 M 的所有非空子集时, 对应的 $M(A)$ 的和记为 S_{10}, 则 $S_{10} =$__________.

148. 对于定义域为 D 的函数 $f(x)$, 若存在 $x_1, x_2 \in D$ 且 $x_1 \neq x_2$, 使得 $f(x_1^2) = f(x_2^2) = 2f(x_1 + x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 具有性质 M. 若函数 $g(x) = |\log_2 x - 1|$, $x \in (0,a]$ 具有性质 M, 则实数 a 的最小值为__________.

149. 展开式为 $ad - bc$ 的行列式是 (　　).

A. $\begin{vmatrix} a & b \\ d & c \end{vmatrix}$　　B. $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$　　C. $\begin{vmatrix} a & d \\ b & c \end{vmatrix}$　　D. $\begin{vmatrix} b & a \\ d & c \end{vmatrix}$

150. 已知两条直线 l_1、l_2 的方程分别为 $l_1: ax + y - 1 = 0$ 和 $l_2: x - y + 1 = 0$, 则 "$a = 1$" 是 "直线 $l_1 \perp l_2$" 的 (　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

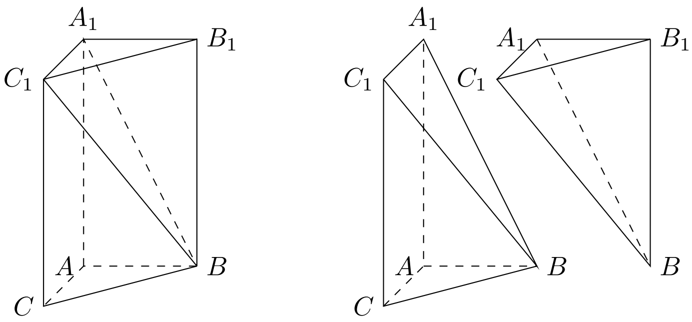
151. 若 $1 + \mathrm{i}$ 是关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 的一个根 (其中 i 为虚数单位, $p, q \in \mathbf{R}$), 则 $p + q$ 的值为 (　　).

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

152. 已知曲线 $C_1: |y| - x = 2$ 与曲线 $C_2: \lambda x^2 + y^2 = 4$ 恰好有两个不同的公共点, 则实数 λ 的取值范围是 (　　).

A. $(-\infty,-1] \cup [0,1)$　　B. $(-1,1]$　　C. $[-1,1)$　　D. $[-1,0] \cup (1,+\infty)$

153. 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 已知 $AB \perp AC$, $AB=AC=1$, $AA_1=2$, 且 $AA_1 \perp$ 平面 ABC. 过 A_1、C_1、B 三点作平面截此三棱柱, 截得一个三棱锥和一个四棱锥.



(1) 求异面直线 BC_1 与 AA_1 所成角的大小 (结果用反三角函数表示);

(2) 求四棱锥 $B-ACC_1A_1$ 的体积和表面积.

154. 已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x-2\sin^2 x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最大值;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c, 若 $f(A)=0$, b、a、c 成等差数列, 且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2$, 求边 a 的长.

155. 某科技创新公司投资 400 万元研发了一款网络产品, 产品上线第 1 个月的收入为 40 万元, 预计在今后若干个月内, 该产品每月的收入平均比上一月增长 50%. 同时, 该产品第 1 个月的维护费支出为 100 万元, 以后每月的维护费支出平均比上一个月增加 50 万元.

(1) 分别求出第 6 个月该产品的收入和维护费支出, 并判断第 6 个月该产品的收入是否足够支付第 6 个月的维护费支出?

(2) 从第几个月起, 该产品的总收入首次超过总支出 (总支出包括维护费支出和研发投资支出)?

156. 已知曲线 Γ 上的任意一点到两定点 $F_1(-1,0)$、$F_2(1,0)$ 的距离之和为 $2\sqrt{2}$, 直线 l 交曲线 Γ 于 A、B 两点, O 为坐标原点.

(1) 求曲线 Γ 的方程;

(2) 若 l 不过 O 点且不平行于坐标轴, 记线段 AB 的中点为 M. 求证: 直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值;

(3) 若 $OA \perp OB$, 求 $\triangle AOB$ 面积的取值范围.

157. 若存在常数 $k(k>0)$, 使得对定义域 D 内的任意 x_1、$x_2(x_1 \neq x_2)$, 都有 $|f(x_1)-f(x_2)| \leq k|x_1-x_2|$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 在其定义域 D 是 "$k-$ 利普希兹条件函数".

(1) 若函数 $f(x)=\sqrt{x}(1 \leq x \leq 4)$ 是 "$k-$ 利普希兹条件函数", 求常数 k 的取值范围;

(2) 判断函数 $f(x)=\log_2 x$ 是否是 "$2-$ 利普希兹条件函数", 若是, 请证明, 若不是, 请说明理由;

(3) 若 $y=f(x)(x \in \mathbf{R})$ 是周期为 2 的 "$1-$ 利普希兹条件函数", 证明: 对任意的实数 x_1、x_2, 都有 $|f(x_1)-f(x_2)| \leq 1$.

158. 已知集合 $A=\{x|x>0\}$, $B=\{x|x^2\le 1\}$, 则 $A\cap B$__________.

159. 若关于 x,y 的方程组为 $\begin{cases} x+y=1, \\ x-y=2, \end{cases}$ 则该方程组的增广矩阵为__________.

160. 复数 z 满足 $z\cdot \mathrm{i}=1+\mathrm{i}$($\mathrm{i}$ 为虚数单位), 则 $|z|=$__________.

161. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n}{3n^2+1}=$__________.

162. 抛物线 $x^2=-4y$ 的准线方程为__________.

163. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB=2$, $\angle B=\dfrac{5\pi}{12}$, $\angle C=\dfrac{\pi}{4}$, 则 $BC=$__________.

164. 函数 $f(x)=1+\log_2 x(x\ge 4)$ 的反函数的定义域为__________.

165. 在 $(x+\sqrt{2})^7$ 的二项展开式中任取一项, 则该项系数为有理数的概率为__________(用数字作答).

166. 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 点 E 和 F 分别是边 BC 和 AD 上的动点, 且 $CE=AF$, 则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$ 的取值范围为__________.

167. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 且满足 $\begin{vmatrix} a_{n+1} & S_n \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=2$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 为__________.

168. 设函数 $f(x)=|x-a|-\dfrac{2}{x}+a$, 若关于 x 的方程 $f(x)=1$ 有且仅有两个不同的实数根, 则实数 a 的取值构成的集合为__________.

169. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $na_{n+1}=(n+1)a_n+1$, 若对于任意的 $a\in[-2,2]$、$n\in\mathbf{N}^*$, 不等式 $\dfrac{a_{n+1}}{n+1}<3-a\cdot 2^t$ 恒成立, 则实数 t 的取值范围为__________.

170. 若 a、b 是实数, 则 $a>b$ 是 $2^a>2^b$ 的 (　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件　　C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

171. 已知函数 $f^{-1}(x)$ 为函数 $f(x)$ 的反函数, 且函数 $f(x-1)$ 的图像经过点 $(1,1)$, 则函数 $f^{-1}(x)$ 的图像一定经过点 (　　)

A. $(0,1)$　　B. $(1,0)$　　C. $(1,2)$　　D. $(2,1)$

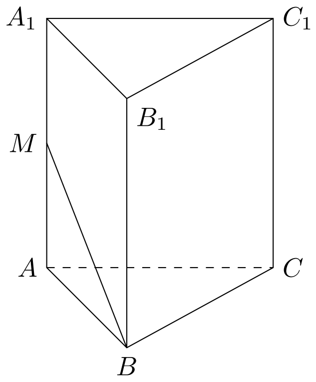
172. 以抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为右焦点, 且长轴为 4 的椭圆的标准方程为 (　　).

A. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{15}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$

173. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\text{为无理数}, \\ x, & x\text{为有理数}, \end{cases}$ 则以下 4 个命题: ① $f(x)$ 是偶函数; ② $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数; ③ $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$; ④ 对于任意的正有理数 a, $g(x)=f(x)-a$ 存在奇数个零点. 其中正确命题的个数为 (　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

174. 如图, 直三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中, $AB=AC=1$, $\angle BAC=\dfrac{\pi}{2}$, $A_1A=4$, 点 M 为线段 A_1A 的中点.



(1) 求直三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 的体积; (2) 求异面直线 BM 与 B_1C_1 所成的角的大小. (结果用反三角表示)

175. 已知函数 $f(x)=2\cos^2 x+\sqrt{3}\sin 2x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}=6$, 若函数 $f(x)$ 的图像经过点 $(B,2)$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

176. 勤俭节约是中华民族的传统美德. 为避免舌尖上的浪费, 各地各部门采取了精准供应的措施. 某学校食堂经调查分析预测, 从年初开始的前 $n(n=1,2,3,\cdots,12)$ 个月对某种食材的需求总量 S_n(公斤) 近似地满足 $S_n=\begin{cases}635n, & 1\le n\le 6,\\ -6n^2+774n-618, & 7\le n\le 12.\end{cases}$ 为保证全年每一个月该食材都够用, 食堂前 n 个月的进货总量须不低于前 n 个月的需求总量.

(1) 如果每月初进货 646 公斤, 那么前 7 个月每月该食材是否都够用?

(2) 若每月初等量进货 p(公斤), 为保证全年每一个月该食材都够用, 求 p 的最小值.

177. 已知椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$, F_1、F_2 为 C_1 的左、右焦点.

(1) 求椭圆 C_1 的焦距;

(2) 点 $Q(\sqrt{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2})$ 为椭圆 C_1 的一点, 与 OQ 平行的直线 l 与椭圆 C_1 交于两点 AB, 若 $\triangle QAB$ 面积为 1, 求直线 l 的方程;

(3) 已知椭圆 C_1 与双曲线 $C_2:x^2-y^2=1$ 在第一象限的交点为 $M(x_M,y_M)$, 椭圆 C_1 和双曲线 C_2 上满足 $|x|\ge|x_M|$ 的所有点 (x,y) 组成曲线 C. 若点 N 是曲线 C 上一动点, 求 $\overrightarrow{NF_1}\cdot\overrightarrow{NF_2}$ 的取值范围.

178. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 D, 若对于任意的 $x_1,x_2\in D$, 当 $x_1<x_2$ 时, 都有 $f(x_1)\le f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 D 上为 "非减函数".

(1) 判断 $f_1(x)=x^2-4x,\ x\in[1,4]$ 与 $f_2(x)=|x-1|+|x-2|,\ x\in[1,4]$ 是否是 "非减函数"?

(2) 已知函数 $g(x)=2^x+\dfrac{a}{2^{x-1}}$ 在 $[2,4]$ 上为 "非减函数", 求实数 a 的取值范围;

(3) 已知函数 $h(x)$ 在 $[0,1]$ 上为 "非减函数", 且满足条件: ① $h(0)=0$; ② $h(\dfrac{x}{3})=\dfrac{1}{2}h(x)$; ③ $h(1-x)=1-h(x)$, 求 $h(\dfrac{1}{2020})$ 的值.

179. 已知全集 $U=\{0,1,2\}$, $A=\{x|x-m=0\}$. 如果 $\complement_U A=\{0,1\}$, 则 $m=$__________.

180. 如果 $\lambda>\sin x+\cos x$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 都成立, 则实数 λ 的取值范围是__________.

181. 不等式 $|2x-1|-|x-2|<0$ 的解是__________.

182. 双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 的两渐近线的夹角的大小为__________.

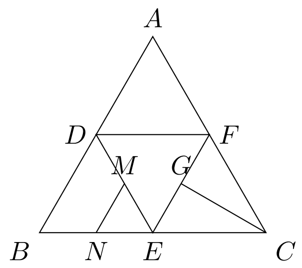
183. 从长度分别为 $1,2,3,4$ 的四条线段中任意取三条, 以这三条线段为边可以构成三角形的概率是__________.

184. 已知 $(1+ax)^6$ 的展开式中, 含有 x^3 项的系数为 160, 则实数 $a=$__________.

185. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q. 若对任意正整数 n, S_{n+1},S_n,S_{n+2} 成等差数列, 则 $q=$__________.

186. 已知 l_1,l_2 是分别经过点 $A(2,1)$ 和 $B(0,2)$ 两点的两条平行直线, 当 l_1,l_2 之间的距离最大时, 直线 l_1 的方程是__________.

187. 如图是正四面体的平面展开图, M,N,G 分别为 DE,BE,FE 的中点, 则在这个四面体中, 异面直线 MN 与 CG 所成的角的大小为__________.



188. 已知 $y=f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且当 $x\geq 0$ 时, $f(x)=-\dfrac{1}{4^x}+\dfrac{1}{2^x}$, 则此函数的值域为__________.

189. 函数 $f(x)=2\sin\pi x$ 与函数 $g(x)=\sqrt[3]{x-1}$ 的图像的所有交点的横坐标之和为__________.

190. 已知 p 是实数, 函数 $f(x)=10^x$. 若存在实数 m,n, 使得 $f(m+n)=f(m)+f(n)$ 与 $f(m+n+p)=f(m)+f(n)+f(p)$ 均成立, 则 p 的最大值等于__________.

191. 已知 $\overrightarrow{a}=(0,2)$, $\overrightarrow{b}=(1,1)$, 则下列结论中正确的是 (　　).

A. $(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})\perp\overrightarrow{b}$　　B. $(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})\perp(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})$　　C. $\overrightarrow{a}/\!/\overrightarrow{b}$　　D. $|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|$

192. 设函数 $f(x)=\begin{cases}1, & x\in\mathbf{Q},\\ \pi, & x\notin\mathbf{Q}.\end{cases}$ 下列结论不正确的是 (　　).

A. $f(x)$ 是偶函数　　B. $f(x)$ 是周期函数

C. 该函数有最大值也有最小值　　D. 方程 $f(f(x))=1$ 的解集为 $\{1\}$

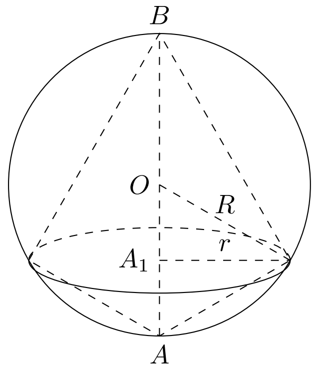
193. 在三角形 $A_nB_nC_n$ 中, 记角 A_n,B_n,C_n 所对的边分别为 a_n,b_n,c_n, 且这三角形的三边长是公差为 1 的等差数列, 若最小边 $a_n=n+1$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}C_n=$(　　).

A. $\dfrac{\pi}{2}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{\pi}{4}$　　D. $\dfrac{\pi}{6}$

194. 若直线 $y = kx + 1$ 与曲线 $y = |x + \frac{1}{x}| - |x - \frac{1}{x}|$ 有且仅有四个不同的交点, 则实数 k 的取值范围为 (　　).

A. $\{-\frac{1}{8}, 0, \frac{1}{8}\}$　　B. $\{-\frac{1}{8}, \frac{1}{8}\}$　　C. $[-\frac{1}{8}, \frac{1}{8}]$　　D. $(-\frac{1}{8}, \frac{1}{8})$

195. 一个透明的球形装饰品内放置了两个有公共底面的圆锥, 且这两个圆锥的顶点和底面圆周都在球面上, 如图. 已知圆锥底面面积是这个球面面积的 $\frac{3}{16}$, 设球的半径为 R, 圆锥底面半径为 r.



(1) 分别求两圆锥的母线所在直线与轴所在直线的夹角的大小;

(2) 设两个圆锥的体积之和为 V_1, 球的体积为 V_2, 求 $\frac{V_1}{V_2}$.

196. 已知 $A(\cos\alpha, \sin\alpha)$, $B(\cos\beta, \sin\beta)$, 其中 α, β 为锐角, 且 $|AB| = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

(1) 求 $\cos(\alpha - \beta)$ 的值;

(2) 若 $\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$, 求 $\cos\alpha$ 及 $\cos\beta$ 的值.

197. 某省 4A 级风景区内居住着一个少数民族村, 该村投资了 800 万元修复和加强民俗文化基础设施. 据调查, 修复好村民俗文化基础设施后, 任何一个月内 (每月按 30 天计) 每天的旅游人数 $f(x)$ 与第 x 天近似地满足 $f(x) = 8 + \frac{9}{x}$(千人), 且参观民俗文化村的游客人均消费 $g(x)$ 近似地满足 $g(x) = 143 - |x - 22|$(元).

(1) 求该村第 x 天的旅游收入 $p(x)$(单位千元, $1 \le x \le 30, x \in \mathbf{N}^*$) 的函数关系;

(2) 若以最低日收入的 20% 作为每一天的纯收入的计量依据, 并以纯收入的 5% 的比例收回投资成本, 试问该村在两年内能否收回全部投资成本?

198. 已知圆 C 过定点 $A(0, 1)$, 圆心 C 在抛物线 $x^2 = 2y$ 上, M, N 为圆 C 与 x 轴的交点.

(1) 当圆心 C 是抛物线的顶点时, 求抛物线的准线被该圆截得的弦长;

(2) 当圆心 C 在抛物线上运动时, $|MN|$ 是否为一定值? 证明你的结论;

(3) 当圆心 C 在抛物线上运动时, 记 $|AM| = m$, $|AN| = n$, 求 $\frac{m}{n} + \frac{n}{m}$ 的最大值, 并求出此时圆 C 的方程.

199. 已知各项均不为零的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 且 $4S_n = a_n a_{n+1} + 1$, $n \in \mathbf{N}^*$, 其中 $a_1 = 1$.

(1) 求 a_2, a_4, a_6;

(2) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列;

(3) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $2_n^b = 1 + \frac{1}{a_n}$, $n \in \mathbf{N}^*$, 且 T_n 为 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 求证: 对任意正整数 n, 不等式 $2T_n > \log_2 a_{n+1}$ 恒成立.

200. 已知集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{3,5,6\}$, 则 $A\cap B=$__________.

201. 计算: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^2-3n+1}{n^2-4n+1}=$__________.

202. 不等式 $|x+1|<5$ 的解集为__________.

203. 函数 $f(x)=x^2(x<0)$ 的反函数为__________.

204. 设 i 为虚数单位, $3\overline{z}-\mathrm{i}=6+5\mathrm{i}$, 则 $|z|$ 的值为__________

205. 已知二元线性方程组 $\begin{cases}2x+2y=-1,\\ 4x+a^2y=a\end{cases}$ 有无穷多解, 则实数 $a=$__________.

206. 在 $(x+\dfrac{1}{\sqrt{x}})^6$ 的二项展开式中, 常数项的值为__________.

207. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=3$, $3\sin A=2\sin B$, 且 $\cos C=\dfrac{1}{4}$, 则 $AB=$__________.

208. 首届中国国际进出口博览会在上海举行, 某高校拟派 4 人参加连续 5 天的志愿者活动, 其中甲连续参加 2 天, 其余每人各参加 1 天. 共有__________ 种不同的安排方法 (结果用数值表示).

209. 已知 P 为椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 上任意一点, Q 与 P 关于 x 轴对称, F_1, F_2 为椭圆的左、右焦点, 若有 $\overrightarrow{F_1P}\cdot\overrightarrow{F_2P}\le 1$, 则向量 $\overrightarrow{F_1P}$ 与 $\overrightarrow{F_2Q}$ 的夹角的取值范围为__________.

210. 已知 $t\in\mathbf{R}$, 集合 $A=[t,t+1]\cup[t+4,t+9]$, 且 $0\notin A$. 若存在正数 λ, 对任意 $a\in A$, 都有 $\dfrac{\lambda}{a}\in A$, 则 t 的值为__________.

211. 下列函数中, 值域为 $[0,+\infty)$ 的是 (　　).

A. $y=2^x$　　B. $y=x^{\frac{1}{2}}$　　C. $y=\tan x$　　D. $y=\cos x$

212. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$, 则 "$a^2>b^2$" 是 "$|a|>|b|$" 的 (　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

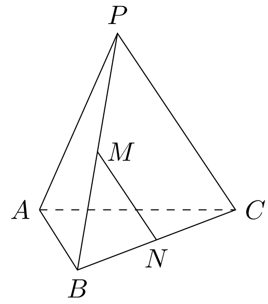
213. 已知平面 α,β,γ 两两垂直, 直线 a,b,c 满足: $a\subseteq\alpha$, $b\subseteq\beta$, $c\subseteq\gamma$, 则直线 a,b,c 不可能是 (　　).

A. 两两垂直　　B. 两两平行　　C. 两两相交　　D. 两两异面

214. 平面直角坐标系中, 两动圆 O_1, O_2 的圆心分别为 $(a_1,0)$, $(a_2,0)$, 且两圆均过定点 $(1,0)$, 两圆与 y 轴正半轴分别交于点 $(0,y_1)$, $(0,y_2)$. 若 $\ln y_1+\ln y_2=0$, 点 $(\dfrac{1}{a_1},\dfrac{1}{a_2})$ 的轨迹为 Γ, 则 Γ 所在的曲线可能是 (　　).

A. 直线　　B. 圆　　C. 椭圆　　D. 双曲线

215. 如图, 正三棱锥 $P-ABC$ 中, 侧棱长为 2, 底面边长为 $\sqrt{3}$, M,N 分别是 PB 和 BC 的中点.



(1) 求异面直线 MN 与 AC 所成角的大小;

(2) 求三棱锥 $P-ABC$ 的体积.

216. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=3$, 前 n 项和为 S_n.

(1) 若 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_4=15$, 求 S_n;

(2) 若 $\{a_n\}$ 为等比数列, 且 $\lim\limits_{n\to\infty} S_n<12$, 求公比 q 的取值范围.

217. 改革开放 40 年, 我国卫生事业取得巨大成就, 卫生总费用增长了数十倍. 卫生总费用包括个人现在支出、社会支出、政府支出, 如表为 2012 年至 2015 年我国卫生费用中个人现金支出、社会支出和政府支出的费用 (单位：亿元) 和在卫生总费用中的占比.

		个人现金卫生支出		社会卫生支出		政府卫生支出	
年份	卫生总费用 (亿元)	绝对数 (亿元)	占卫生总费用比重 (%)	绝对数 (亿元)	占卫生总费用比重 (%)	绝对数 (亿元)	占卫生总费用比重 (%)
2012	28119.00	9656.32	34.34	10030.70	35.67	8431.98	29.99
2013	31668.95	10729.34	33.88	11393.79	35.98	9545.81	30.14
2014	35312.40	11295.41	31.99	13437.75	38.05	10579.23	29.96
2015	40974.64	11992.65	29.27	16506.71	40.29	12475.28	30.45

(数据来源于国家统计年鉴)

(1) 指出 2012 年到 2015 年之间我国卫生总费用中个人现金支出占比和社会支出占比的变化趋势;

(2) 设 $t=1$ 表示 1978 年, 第 t 年卫生总费用与年份 t 之间拟合函数 $f(t)=\dfrac{357876.6053}{1+\mathrm{e}^{6.4420-0.1136t}}$, 研究函数 $f(t)$ 的单调性, 并预测我国卫生总费用首次超过 12 万亿的年份.

218. 已知抛物线 $y^2=4x$, F 为焦点, P 为准线 l 上一动点, 线段 PF 与抛物线交于点 Q, 定义 $d(P)=\dfrac{|FP|}{|FQ|}$.

(1) 若点 P 坐标为 $(-1,-\dfrac{8}{3})$, 求 $d(P)$;

(2) 求证: 存在常数 a, 使得 $2d(P)=|FP|+a$ 恒成立;

(3) 设 P_1,P_2,P_3 为准线 l 上的三点, 且 $|P_1P_2|=|P_2P_3|$, 试比较 $d(P_1)+d(P_3)$ 与 $2d(P_2)$ 的大小.

219. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, 公差 $d\in(0,\pi]$, 数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_n=\sin(a_n)$, $n\in\mathbf{N}^*$, 记 $S=\{x|x=b_n,\ n\in\mathbf{N}^*\}$.

(1) 设 $a_1=0$, $d=\dfrac{2}{3}\pi$, 求集合 S;

(2) 设 $a_1 = \dfrac{\pi}{2}$, 试求 d 的值, 使得集合 S 恰有两个元素;

(3) 若集合 S 恰有三个元素, 且 $b_{n+T} = b_n$, 其中 T 为不超过 7 的正整数, 求 T 的所有可能值.