1. 函数 $y=\log_2(x-2)$ 的定义域为__________.

2. 设圆锥的底面半径为 1, 体积为 $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\pi$, 则该圆锥的侧面积为__________.

3. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3+a_{10}=25$, 则其前 12 项之和 S_{12} 的值为__________.

4. 幂函数 $y=x^k$ 的图像经过点 $(4,\dfrac{1}{2})$, 则它的单调减区间为__________.

5. 三角形 ABC 中, $A=45°$, $B=75°$, AB 边的长为 $2\sqrt{6}$, 则 BC 边的长为__________.

6. 已知 a 是实数, 方程 $x^2+2x+a=0$ 的两根在复平面上对应的点分别为 P 和 Q. 若三角形 POQ 是等腰直角三角形, 则 $a=$__________.

7. 设实数 x,y 满足 $|x|+|y|\leq 1$, 则 $2x+y$ 的最大值为__________.

8. 已知偶函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且当 $x\geq 0$ 时, $f(x)=x-4$, 则不等式 $xf(x)\leq 5$ 的解为__________.

9. 等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1, 公比为 3, 则极限 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_na_{n+1}}{a_1+a_2+\cdots+a_{2n-1}}$ 的值为__________.

10. 甲乙两人分别投掷两颗骰子与一颗骰子, 设甲的两颗骰子的点数分别为 a 与 b, 乙的骰子的点数为 c. 则掷出的点数满足 $|a-b|=c$ 的概率为__________(用最简分数表示).

11. 已知 a 是实数, 在 $(1+ax)^8$ 的二项展开式中, 第 $k+1$ 项的系数为 $c_{k+1}=\mathrm{C}_8^k\cdot a^k$ $(k=0,1,2,3,\cdots,8)$. 若 $c_1<c_2<c_3<\cdots<c_9$, 则 a 的取值范围为__________.

12. 设 $P_1P_2P_3\cdots P_8$ 是平面直角坐标系中的一个正八边形, 点 P_i 的坐标为 (x_i,y_i) $(i=1,2,\cdots,8)$. 集合 $A=\{y|存在i\in\{1,2,\cdots,8\},\ 使得y=y_i\}$, 则集合 A 的元素个数可能为__________(写出所有可能的值).

13. 方程 $2\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})-1=0$ 在区间 $[0,4\pi)$ 上的解的个数为 (　　).

    A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

14. 已知直线 l 平行于平面 α, 平面 β 垂直于平面 α. 则以下关于直线 l 与平面 β 的位置关系的表述, 正确的是 (　　).

    A. l 与 β 不平行　　B. l 与 β 不相交

    C. l 不在平面 β 上　　D. l 在 β 上, 与 β 平行, 与 β 相交都有可能

15. 设三角形 ABC 是位于平面直角坐标系 xOy 的第一象限中的一个不等边三角形. 该平面上的动点 P 满足: $|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2=|OA|^2+|OB|^2+|OC|^2$. 已知动点 P 的轨迹是一个圆, 则该圆的圆心位于三角形 ABC 的 (　　).

    A. 内心　　B. 外心　　C. 重心　　D. 垂心

16. 已知 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 皆是定义域、值域均为 $\mathbf{R}$ 的函数. 若对任意 $x\in\mathbf{R}$, $f(x)>g(x)$ 恒成立, 且 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的反函数 $y=f^{-1}(x)$、$y=g^{-1}(x)$ 均存在. 命题 P: “对任意 $x\in\mathbf{R}$, $f^{-1}(x)<g^{-1}(x)$ 恒成立”; 命题 Q: “函数 $y=f(x)+g(x)$ 的反函数一定存在”. 以下关于这两个命题的真假判断, 正确的是 (　　).

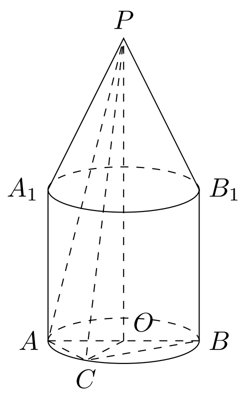
A. 命题 P 真, 命题 Q 真

B. 命题 P 真, 命题 Q 假

C. 命题 P 假, 命题 Q 真

D. 命题 P 假, 命题 Q 假

17. 如图, 空间几何体由两部分构成, 上部是一个底面半径为 1, 高为 2 的圆锥, 下部是一个底面半径为 1, 高为 2 的圆柱. 圆锥和圆柱的轴在同一直线上, 圆锥的下底面与圆柱的上底面重合. 点 P 是圆锥的顶点, AB 是圆柱下底面的一条直径, AA_1、BB_1 是圆柱的两条母线. C 是弧 AB 的中点.



(1) 求异面直线 PA_1 与 BC 所成的角的大小;

(2) 求点 B_1 到平面 PAC 的距离.

18. 已知 α, λ 是实常数, $f(x)=\begin{vmatrix}\lambda\cos x & \sin(x-\alpha)\\ \sin(x+\alpha) & \cos x\end{vmatrix}$.

(1) 当 $\lambda=1$, $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$ 时, 求函数 $y=f(x)$ 的最小正周期、单调增区间与最大值;

(2) 是否存在 λ, 使得 $f(x)$ 是与 α 有关的常数函数 (即 $f(x)$ 的值与 x 的取值无关)? 若存在, 求出所有满足条件的 λ; 若不存在, 说明理由.

19. 已知 a 是实常数, $a>0$, $f(x)=ax-1+\dfrac{1}{x^2}$.

(1) 当 $a=2$ 时, 判断函数 $y=f(x)$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上的单调性, 并说明理由;

(2) 写出一个 a 的值, 使得 $f(x)=0$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上有至少两个不同的解, 并严格证明你的结论.

20. 设抛物线 Γ 的方程为 $y^2=2px$, 其中常数 $p>0$. F 是抛物线 Γ 的焦点.

(1) 若直线 $x=3$ 被抛物线 Γ 所截得的弦长为 6, 求 p 的值;

(2) 设 A 是点 F 关于顶点 O 的对称点. P 是抛物线 Γ 上的动点, 求 $\dfrac{|PA|}{|PF|}$ 的最大值;

(3) 设 $p=2$, l_1, l_2 是两条互相垂直, 且均经过点 F 的直线. l_1 与抛物线 Γ 交于点 A、B, l_2 与抛物线交于点 C、D. 若点 G 满足 $4\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{FD}$, 求点 G 的轨迹方程.

21. 设各项均为整数的无穷数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1=1$, 且对所有 $n\in\mathbf{N}^*$, 均成立 $|a_{n+1}-a_n|=n$.

(1) 写出 a_4 的所有可能值 (不需要写计算过程);

(2) 若 $\{a_{2n-1}\}$ 是公差为 1 的等差数列, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 证明: 存在满足条件的数列 $\{a_n\}$, 使得在该数列中, 有无穷多项为 2019.

22. 设 $m\in\mathbf{R}$. 已知集合 $A=\{2,3\}$, $B=\{1,m\}$. 若 $4-m\in A$, 则 $m=$__________.

23. 不等式 $|1-x|>1$ 的解集是________.

24. 设 $a\in\mathbf{R}$. 若 a 使得函数 $f(x)=\sqrt{8-ax-2x^2}$ 是偶函数, 则函数 $y=f(x)$ 的定义域是________.

25. 已知 $\triangle ABC$ 的三内角 A,B,C 所对的边长分别为 a,b,c, 若 $a^2=b^2+c^2+2bc\sin A$, 则内角 A 的大小是________.

26. 已知向量 $\overrightarrow{a}$ 在向量 $\overrightarrow{b}$ 方向上的投影为 -2, 且 $|\overrightarrow{b}|=3$, 则 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=$________(结果用数值表示).

27. 方程 $\log_3\dfrac{1}{2^x+4}+\log_3(4^x-2)=0$ 的解 $x=$________.

28. 已知函数 $f(x)=\begin{vmatrix}\sin x\cos x\\ \cos x\cos x\end{vmatrix}$, 则函数 $y=f(x)$ 的最小正周期是________.

29. 已知某市 A 社区 35 岁至 45 岁的居民有 450 人, 46 岁至 55 岁的居民有 750 人, 56 岁至 65 岁的居民有 900 人. 为了解该社区 35 岁至 65 岁居民的身体健康状况, 社区负责人采用分层抽样技术抽取若干人进行体检调查, 若从 46 岁至 55 岁的居民中随机抽取了 50 人, 试问这次抽样调查抽取的人数是________ 人.

30. 已知 α 是实系数一元二次方程 $x^2-(2m-1)x+m^2+1=0$ 的一个虚数根, 且 $|\alpha|\leq 2$, 则实数 m 的取值范围是________.

31. 设 $a\in\mathbf{R}$. 若函数 $y=f(x)$ 是奇函数, 且 $x>0$ 时, $f(x)=a(x-1)+1$. 若 $y=f(x)$ 是单调增函数, 则 a 取值范围为________.

32. 已知数列 $\{a_n\}$ 是共有 k 个项的有限数列, 且满足 $a_{n+1}=a_{n-1}-\dfrac{n}{a_n}$ $(n=2,\cdots,k-1)$, 若 $a_1=24$, $a_2=51$, $a_k=0$, 则 $k=$________.

33. 设 $\varphi\in(0,\pi)$. 若存在实数 a,b 使得关于 x 的方程 $a\sin(2x+\varphi)+b=0$ 在 $[0,2\pi]$ 时恰有 5 个解, 且解的和为 $\dfrac{63}{11}\pi$, 则 $\varphi=$________.

34. 设 $x\in\mathbf{R}$, $y\in\mathbf{R}$. 那么 "$x>0$" 是 "$xy>0$" 的 ( ).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

35. 在某段时间内, 甲地不下雨的概率为 $P_1(0<P_1<1)$, 乙地不下雨的概率为 $P_2(0<P_2<1)$. 若在这段时间内两地下雨相互独立, 则这段时间内两地都下雨的概率为 ( ).

A. P_1P_2　　B. $1-P_1P_2$　　C. $P_1(1-P_2)$　　D. $(1-P_1)(1-P_2)$

36. 已知梯形 $ABCD$, $AB\parallel CD$, 设 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{e_1}$, 向量 $\overrightarrow{e_2}$ 的起点和终点分别是 A, B, C, D 中的两个点, 若对平面中任意的非零向量 $\overrightarrow{a}$, 都可以唯一表示为 $\overrightarrow{e_1}$、$\overrightarrow{e_2}$ 的线性组合, 那么 $\overrightarrow{e_2}$ 的个数为 ( ).

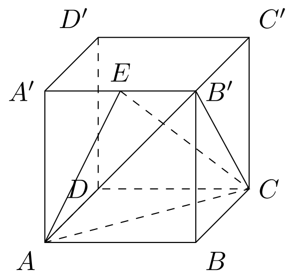
A. 6　　B. 8　　C. 10　　D. 12

37. 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$, 对于下面两个说法: ① 对于任意 $\triangle ABC$, 以 $\sqrt{a},\sqrt{b},\sqrt{c}$ 为三边的三角形存在, 且总是一个锐角三角形; ② 存在一个 $\triangle ABC$, 以 $\frac{1}{a},\frac{1}{b},\frac{1}{c}$ 为三边的三角形是一个钝角三角形. 下面判断正确的是 (　　).

A. ①正确, ②错误　　B. ①错误, ②正确

C. ①正确, ②正确　　D. ①错误, ②错误

38. 如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, E 为 AB 的中点.



(1) 求证: 直线 $A'E$ 平行于平面 $CC'D'D$;

(2) 求点 E 到平面 $AB'C$ 的距离.

39. 经济订货批量模型, 是目前大多数工厂、企业等最常采用的订货方式, 即某种物资在单位时间的需求量为某常数, 经过某段时间后, 存储量消耗下降到零, 此时开始订货并随即到货, 然后开始下一个存储周期. 该模型适用于整批间隔进货、不允许缺货的存储问题. 具体如下:

年存储成本费 T(元) 关于每次订货 x(单位: 吨) 的函数关系为 $T(x)=\frac{Bx}{2}+\frac{AC}{x}$, 其中 A 为年需求量, B 为每单位物资的年存储费, C 为每次订货费.

某化工厂需用甲醇作为原料, 年需求量为 6000 吨, 每吨存储费为 120 元/年, 每次订货费为 2500 元. (1) 若该化工厂每次订购 300 吨甲醇, 求年存储成本费;

(2) 每次需订购多少吨甲醇, 可使该化工厂年存储成本费最少? 最少费用为多少?

40. 已知函数 $f(x)=\sin x$.

(1) 设 $a\in\mathbf{R}$, 判断函数 $g(x)=a\cdot f(x)+f(x+\frac{\pi}{2})$ 的奇偶性, 并说明理由;

(2) 设函数 $F(x)=2f(x)-\sqrt{3}$. 对任意 $b\in\mathbf{R}$, 求 $y=F(x)$ 在区间 $[b,b+100\pi]$ 上零点个数的所有可能值.

41. 双曲线 Γ: $x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$.

(1) 若 Γ 的一条渐近线方程为 $y=2x$, 求 Γ 的方程;

(2) 设 F_1、F_2 是 Γ 的两个焦点, P 为 Γ 上一点, 且 $PF_1\perp PF_2$, $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 9, 求 b 的值;

(3) 已知斜率为 2 的直线与 Γ 交于 A、B 两点, 点 M 是线段 AB 的中点, 设点 M 的横坐标的集合为 Ω. 若 $\{x|x=2n,\ n\in\mathbf{N}^*\}\subseteq\Omega$, 求正数 b 的取值范围.

42. 已知以 a_1 为首项的数列 $\{a_n\}$ 满足: $|a_{n+1}|=|a_n+1|(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1) 当 $a_1=-\frac{1}{3}$ 时, 且 $-1<a_n<0$, 写出 a_2, a_3;

(2) 若数列 $\{|a_n|\}(1\le n\le 10,\ n\in\mathbf{N}^*)$ 是公差为 -1 的等差数列, 求 a_1 的取值范围;

(3) 设 $a_1 = 0$. 记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 给定正整数 $m \geq 4$, 求 S_{m-1} 的最小值, 并证明取到最小值的数列 $\{a_n\}$ 不唯一.

43. 函数 $y = 3\sin(2x + \dfrac{\pi}{3})$ 的最小正周期 $T =$__________.

44. 函数 $y = \lg x$ 的反函数是__________.

45. 已知集合 $P = \{x|(x+1)(x–3) < 0\}$, $Q = \{x||x| > 2\}$, 则 $P \cap Q =$__________.

46. 函数 $y = x + \dfrac{9}{x}$, $x \in (0, +\infty)$ 的最小值是__________.

47. 计算: $\lim\limits_{n\to\infty}[\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + \ldots + (\dfrac{1}{2})^n]$=__________.

48. 记球 O_1 和 O_2 的半径、体积分别为 r_1、V_1 和 r_2、V_2, 若 $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{8}{27}$, 则 $\dfrac{r_1}{r_2} =$__________.

49. 若某线性方程组对应的增广矩阵是 $\begin{pmatrix} m & 4 & 2 \\ 1 & m & m \end{pmatrix}$, 且此方程组有唯一的一组解, 则实数 m 的取值范围是__________.

50. 若一个布袋中有大小、质地相同的三个黑球和两个白球, 从中任取两个球, 则取出的两球中恰是一个白球和一个黑球的概率是__________.

51. $(1 + 2x)^n$ 的二项展开式中, 含 x^3 项的系数等于含 x 项的系数的 8 倍, 则正整数 $n =$__________.

52. 平面上三条直线 $x - 2y + 1 = 0$, $x - 1 = 0$, $x + ky = 0$, 如果这三条直线将平面划分为六个部分, 则实数 k 的取值组成的集合 $A =$__________.

53. 已知双曲线 $C: \dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{8} = 1$, 左、右焦点分别为 F_1、F_2, 过点 F_2 作一直线与双曲线 C 的右支交于 P、Q 两点, 使得 $\angle F_1PQ = 90°$, 则 $\triangle F_1PQ$ 的内切圆的半径 $r =$__________.

54. 已知点 $B(4, 0)$, $C(2, 2)$, 平面直角坐标系上的动点 P 满足 $\overrightarrow{OP} = \lambda \cdot \overrightarrow{OB} + \mu \cdot \overrightarrow{OC}$(其中 O 是坐标原点, 且 $1 < \lambda \leq a$, $1 < \mu \leq b$), 若动点 P 组成的区域的面积为 8, 则 $a + b$ 的最小值是__________.

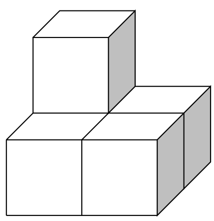
55. 若向量 $\overrightarrow{a} = (2, 0)$, $\overrightarrow{b} = (1, 1)$, 则下列结论中正确的是 (　　).

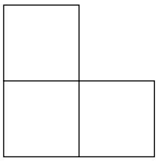
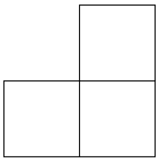
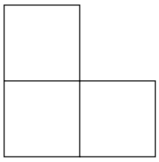
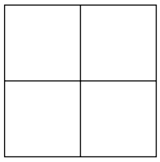
A. $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 1$　　B. $|\overrightarrow{a}| = |\overrightarrow{b}|$　　C. $(\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}) \perp \overrightarrow{b}$　　D. $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$

56. 椭圆的参数方程为 $\begin{cases} x = 5\cos\theta, \\ y = 3\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 则它的两个焦点坐标是 (　　).

A. $(\pm 4, 0)$　　B. $(0, \pm 4)$　　C. $(\pm 5, 0)$　　D. $(0, \pm 3)$

57. 如图几何体是由五个相同正方体叠成的, 其三视图中的左视图序号是 (　　).



A. 　B. 　C. 　D. 

58. 定义 $F(a,b)=\begin{cases} a, & a\le b, \\ b, & a>b, \end{cases}$ 已知函数 $f(x)$、$g(x)$ 定义域都是 $\mathbf{R}$, 给出下列命题:

(1) 若 $f(x)$、$g(x)$ 都是奇函数, 则函数 $F(f(x),g(x))$ 为奇函数;

(2) 若 $f(x)$、$g(x)$ 都是减函数, 则函数 $F(f(x),g(x))$ 为减函数;

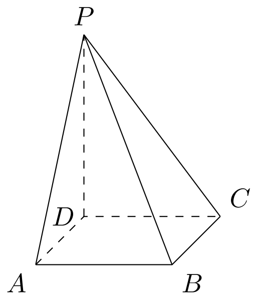
(3) 若 $f_{\min}(x)=m$, $g_{\min}(x)=n$, 则 $F_{\min}(f(x),g(x))=F(m,n)$;

(4) 若 $f(x)$、$g(x)$ 都是周期函数, 则函数 $F(f(x),g(x))$ 是周期函数.

其中正确命题的个数为 (　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

59. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 6 的正方形, $PD\perp$ 平面$ABCD$, $PD=8$.



(1) 求 PB 与平面 $ABCD$ 所成角的大小;

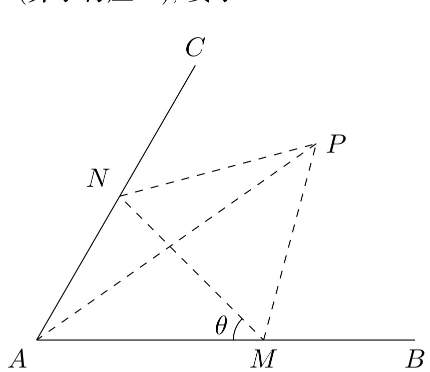
(2) 求异面直线 PB 与 DC 所成角的大小.

60. 复数 $z=(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i})^2$ 是一元二次方程 $mx^2+nx+1=0(m,n\in\mathbf{R})$ 的一个根.

(1) 求 m 和 n 的值;

(2) 若 $(m+n\mathrm{i})\overline{u}+u=z(u\in\mathbf{C})$, 求 u.

61. 如图, 经过村庄 A 有两条夹角为 60° 的公路 AB、AC, 根据规划拟在两条公路之间的区域内建一工厂 P, 分别在两条公路边上建两个仓库 M、N(异于村庄 A), 要求 $PM=PN=MN=2$(单位: 千米). 记 $\angle MN=\theta$.



(1) 将 AN、AM 用含 θ 的关系式表示出来;

(2) 如何设计 (即 AN、AM 为多长时), 使得工厂产生的噪声对居民的影响最小 (即工厂与村庄的距离 AP 最大)?

62. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2.

(1) 点 P 在椭圆 C 上运动 (点 P 不在 x 轴上), 设 F_2 关于 $\angle F_1PF_2$ 的外角平分线所在直线的对称点为 Q, 求 Q 的轨迹方程;

(2) 设 M、N 分别是曲线 C 上的两个不同点, 且点 M 在第一象限, 点 N 在第三象限, 若 $\overrightarrow{OM}+2\overrightarrow{ON}=2\overrightarrow{OF_1}$, O 为坐标原点, 求直线 MN 的斜率;

(3) 过点 $S(0,-\dfrac{1}{3})$ 的动直线 l 交曲线 C 于 A、B 两点, 在 y 轴上是否存在定点 T, 使以 AB 为直径的圆恒过这个点? 若存在, 求出点 T 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

63. 已知无穷数列 $\{a_n\}(a_n\in\mathbf{Z})$ 的前 n 项和为 S_n, 记 S_1、S_2、$\cdots$、S_n 中奇数的个数为 b_n.

(1) 若 $a_n=n$, 请写出数列 $\{b_n\}$ 的前 5 项;

(2) 求证: "a_1 为奇数, $a_i(i=2,3,4,\cdots)$ 为偶数" 是 "数列 $\{b_n\}$ 是单调递增数列" 的充分不必要条件;

(3) 若 $a_i=b_i$, $i=1,2,3,\cdots$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

64. 函数 $f(x)=3\cos 2x+1$ 的最小值为__________.

65. 函数 $f(x)=\sqrt{\dfrac{1-x}{3+x}}$ 的定义域为__________.

66. 若集合 $A=\{2,4,6,8\}$, $B=\{x|x^2-4x\leq 0\}$, 则 $A\cap B=$__________.

67. 已知函数 $g(x)$ 的图像与函数 $f(x)=\log_2(3^x-1)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称，则 $g(3)=$__________.

68. 设复数 $z=\begin{vmatrix}\cos\alpha & \mathrm{i}\\ \sin\alpha & \sqrt{2}+\mathrm{i}\end{vmatrix}$(i 为虚数单位)，若 $|z|=\sqrt{2}$，则 $\tan 2\alpha=$__________.

69. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $b=2\sqrt{3}$, $c=8$, $A=30^\circ$，则 $\sin C=$__________.

70. 已知点 $A(3,-2)$，点 P 满足线性约束条件 $\begin{cases}x+2\geq 0,\\ y-1\leq 0,\\ x-2y\leq 4,\end{cases}$ 设 O 为坐标原点，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$ 的最大值为__________.

71. 若函数 $f(x)=\log_2(2^x+1)+kx$ 是偶函数, 则 $k=$__________.

72. 已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 $2\sqrt{3}$, 点 P 是其外接圆上的一个动点, 则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的取值范围是__________.

73. 已知函数 $f(x)=\cos(2x-\dfrac{\pi}{6})$, 若对于任意的 $x_1\in[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}]$, 总存在 $x_2\in[m,n]$, 使得 $f(x_1)+f(x_2)=0$, 则 $|m-n|$ 的最小值为__________.

74. 已知 AB 为单位圆 O 的一条弦, P 为单位圆 O 上的点, 若 $f(\lambda)=|\overrightarrow{AP}-\lambda\overrightarrow{AB}|(\lambda\in\mathbf{R})$ 的最小值为 m, 当点 P 在单位圆上运动时, m 的最大值为 $\dfrac{4}{3}$, 则线段 AB 长度为__________.

75. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=3$, $a_{n+1}=1+a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdots a_n$, 记 T_n 为数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项和, 则 $\lim\limits_{n\to\infty} T_n=$__________.

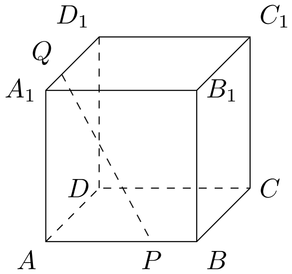
76. 若 O 为坐标原点, P 是直线 $x-y+2=0$ 上的动点, 则 $|OP|$ 的最小值为 ( ).

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

77. 若 $|x-a|\le 1$ 成立的一个充分不必要条件是 $1\le x\le 2$, 则实数 a 的取值范围是 ( ).

A. $1\le a\le 2$　　B. $a\ge 1$　　C. $a\le 2$　　D. $a\ge 1$ 或 $a\le 2$

78. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P、Q 两点分别从点 B 和点 A_1 出发, 以相同的速度在棱 BA 和 A_1D_1 上运动至点 A 和点 D_1, 在运动过程中, 直线 PQ 与平面 $ABCD$ 所成角 θ 的变化范围为 ( ).



A. $[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}]$　　B. $[\arctan\frac{\sqrt{2}}{2},\arctan\sqrt{2}]$

C. $[\frac{\pi}{4},\arctan\sqrt{2}]$　　D. $[\arctan\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\pi}{2}]$

79. 已知函数 $f(x)=m\cdot 2^x+x^2+nx$, 记集合 $A=\{x|f(x)=0,\ x\in\mathbf{R}\}$, 集合 $B=\{x|f(f(x))=0,\ x\in\mathbf{R}\}$. 若 $A=B$, 且 A、B 都不是空集, 则 $m+n$ 的取值范围是 ( ).

A. $[0,4)$　　B. $[-1,4)$　　C. $[-3,5]$　　D. $[0,7)$

80. 已知函数 $f(x)=2\cos^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最大值和最小正周期 T;

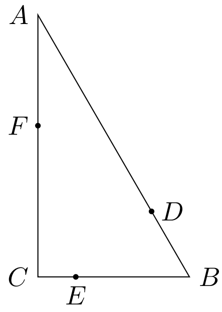
(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A、B、C 所对的边分别为 a、B、C, 已知 $f(\frac{A}{2})=3$, 且 $a=1$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

81. 已知函数 $f(x)=a-\frac{4}{3^x+1}$(a 为实常数).

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(2) 当 $f(x)$ 为奇函数时, 对任意的 $x\in[1,5]$, 不等式 $f(x)\ge\frac{u}{3^x}$ 恒成立, 求实数 u 的最大值.

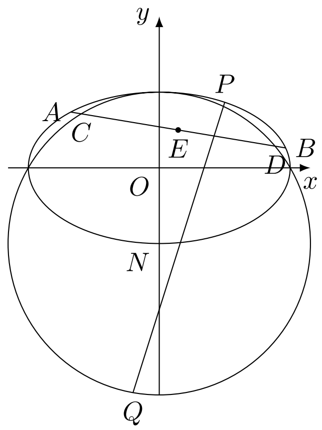
82. 如图, 某公园有三条观光大道 AB、BC、CA 围成直角三角形, 其中直角边 $BC=200\text{m}$, 斜边 $AB=400\text{m}$, 现有甲、乙、丙三位小朋友分别在 AB、BC、AC 大道上嬉戏, 所在位置分别记为点 D、E、F.



(1) 若甲乙都以每分钟 100m 的速度从点 B 出发在各自的大道上奔走, 到大道的另一端时即停, 乙比甲迟 2 分钟出发, 当乙出发 1 分钟后, 求此时甲乙两人之间的距离;

(2) 设 $\angle CEF=\theta$, 乙丙之间的距离是甲乙之间距离的 2 倍, 且 $\angle DEF=\dfrac{\pi}{3}$, 请将甲乙之间的距离 y 表示为 θ 的函数, 并求甲乙之间的最小距离.

83. 如图, 已知椭圆 $M:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过圆 $N:x^2+(y+1)^2=4$ 与 x 轴的两个交点和与 y 轴正半轴的交点.



(1) 求椭圆 M 的方程;

(2) 若点 P 为椭圆 M 上的动点, 点 Q 为圆 N 上的动点, 求线段 PQ 长的最大值;

(3) 若不平行于坐标轴的直线 L 交椭圆 M 于 A、B 两点, 交圆 N 于 C、D 两点, 且满足 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}$, 求证: 线段 AB 的中点 E 在定直线上.

84. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 D, 若存在实常数 λ 及 $a(a\neq 0)$, 对任意 $x\in D$, 当 $x+a\in D$ 且 $x-a\in D$ 时, 都有 $f(x+a)+f(x-a)=\lambda f(x)$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 具有性质 $M(\lambda,a)$.

(1) 判断函数 $f(x)=x^2$ 是否具有性质 $M(\lambda,a)$, 并说明理由;

(2) 若函数 $g(x)=\sin 2x+\sin x$ 具有性质 $M(\lambda,a)$, 求 λ 及 a 应满足的条件;

(3) 已知函数 $y=h(x)$ 不存在零点, 当 $x\in\mathbf{R}$ 时具有性质 $M(t+\dfrac{1}{t},t)$(其中 $t>0$, $t\neq 1$), 记 $a_n=h(n)(n\in\mathbf{N}^*)$, 求证: 数列 $\{a_n\}$ 为等比数列的充要条件是 $\dfrac{a_2}{a_1}=t$ 或 $\dfrac{a_2}{a_1}=\dfrac{1}{t}$.