

- 用适当符号 (\in , \notin , $=$, \subseteq) 填空: π \mathbf{Q} ; $\{x|x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$ $\{x|x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$; $\{3.14\}$ \mathbf{Q} ; $\{y|y = x^2\}$ $\{x|y = x^2\}$.
- 已知 $P = \{y = x^2 + 1\}$, $Q = \{y|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $E = \{x|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $F = \{(x, y)|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $G = \{x|x \geq 1\}$, $H = \{x|x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则各集合间关系正确的有 . (答案可能不唯一)
(A) $P = F$ (B) $Q = E$ (C) $E = F$ (D) $Q \subseteq G$ (E) $H \subsetneq P$
- 设全集是实数集 \mathbf{R} , $M = \{x|-2 \leq x \leq 2\}$, $N = \{x|x < 1\}$, 则 $\complement_U M \cap N =$.
- 设 $A = \{x|-4 < x < 4, x \in \mathbf{R}\}$, $B = (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$, 则 $\{x|x \in A, x \notin A \cap B\} =$.
- 设 $A = \{x|x = \sqrt{k}, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x|x \leq 3, x \in \mathbf{Q}\}$, 则 $A \cap B =$.
- 设全集 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, 集合 $A = \{|2a - 1|, 2\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 则实数 $a =$.
- (1) 设 $M = \{y|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x|x = t, t \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N =$.
(2) 设 $M = \{(x, y)|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{(t, x)|x = t, t \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N =$.
- 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $\complement_U A \cap B = \{3\}$, $A \cap \complement_U B = \{2\}$, $\complement_U A \cup \complement_U B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\complement_U A \cap \complement_U B =$.
- 集合 $C = \{x|x = \frac{k}{2} \pm \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, $D = \{x|x = \frac{k}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, 试判断 C 与 D 的关系, 并证明.
- 集合 $A = \{x|x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x|x^2 + 2(a + 1)x + a^2 - 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$.
(1) 若 $A \cap B = A$, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.
- 若集合 $A = [2, 3]$, 集合 $B = [a, 2a + 1]$.
(1) 若 $A \subsetneq B$, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.
- 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x|f(x) = 0\}$, $B = \{x|g(x) = 0\}$, $C = \{x|h(x) = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则方程 $\frac{f^2(x) + g^2(x)}{h(x)} = 0$ 的解集是 (用 U, A, B, C 表示).
- (1) 已知集合 $A = \{y|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y|y = 4 - x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$.
(2) 已知集合 $A = \{(x, y)|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y)|y = 4 - x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$.
- 设 $m \in \mathbf{R}$, 已知 $A = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x|mx + 1 = 0\}$, 且 $B \subsetneq A$, 则 $m =$.
- (1) 集合 A 满足 $\{1\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$, 则满足条件的集合 A 有 个. (2) 若 $A \cup B = \{1, 2\}$, 将满足条件的集合 A, B 写成有序集合对 (A, B) , 则有序集合对 (A, B) 有 个.
- 已知 $A = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x|x^2 - ax + a = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $B \subsetneq A$, 求满足题意的实数 a .
- 设集合 $A = \{x|x^2 + px + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$. 求实数 p 的取值范围.

18. 设函数 $f(x) = \lg(\frac{2}{x+1} - 1)$ 的定义域为集合 A , 函数 $g(x) = \sqrt{1 - |x+a|}$ 的定义域为集合 B .

(1) 当 $a = 1$ 时, 求集合 B .

(2) 问: $a \geq 2$ 是 $A \cap B = \emptyset$ 的什么条件 (在 “充分非必要条件、必要非充分条件、充要条件、既非充分也非必要条件” 中选一)? 并证明你的结论.

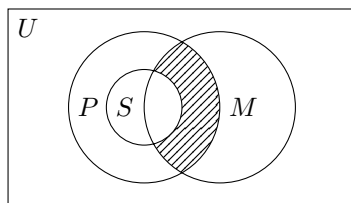
19. 如图, U 为全集, M, P, S 是 U 的三个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ().

A. $(M \cap P) \cap S$

B. $(M \cap P) \cup S$

C. $(M \cap P) \cap \complement_U S$

D. $(M \cap P) \cup \complement_U S$



20. 设集合 $A = \{5, \log_2(a+3)\}$, $B = \{a, b\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

21. 设集合 $A \cap \{-2, 0, 1\} = \{0, 1\}$, $A \cup \{-2, 0, 2\} = \{-2, 0, 1, 2\}$, 则满足上述条件的集合 A 的个数为_____个.

22. 若集合 $A = \{x | x \leq 2\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 满足 $A \cap B = \{2\}$, 则实数 $a =$ _____.

23. 若集合 $M = [a-1, a+1]$, $N = (-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$, 且 $M \cap N = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为_____.

24. 集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 25\}$, $B = \{(x, y) | x = 3y = 4\}$, 则 $A \cap B$ 的子集个数是_____个.

25. 已知集合 $M = \{x | x = 3m + 1, m \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{y | y = 3m + 2, m \in \mathbf{Z}\}$, 若 $x_0 \in M$, $y_0 \in N$, 则 $x_0 y_0$ 与集合 M, N 的关系是 ().

A. $x_0 y_0 \in M$ 但 $x_0 y_0 \notin N$

B. $x_0 y_0 \in N$ 但 $x_0 y_0 \notin M$

C. $x_0 y_0 \notin M$ 且 $x_0 y_0 \notin N$

D. $x_0 y_0 \in M$ 且 $x_0 y_0 \in N$

26. 若 $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 4m, m \in \mathbf{Z}\}$, 求证: $B \subsetneq A$.

27. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | \frac{3-2x}{x-1} + 1 \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | 2ax < a + x, x \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.

28. 设常数 $m \in \mathbf{R}$, $A = \{(x, y) | x^2 + mx - y + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | x - y + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$.

(1) 若 $M = \mathbf{R}$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $M = (\frac{1}{3}, 2]$, 求实数 m 的取值范围.

29. 设常数 $k \in \mathbf{R}$, 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0, \\ 2x^2 + (2k+5)x + 5k < 0 \end{cases}$ 整数解的集合为 $\{-2\}$, 求实数 k 的取值范围.

30. 设 $A = \{(x, y) | y = -4x + 6, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | y = 5x - 3, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

31. 已知 $M = \{a | \frac{6}{5-a} \in \mathbf{N}, a \in \mathbf{Z}\}$, 则用列举法表示 $M =$ _____.
32. 定义集合运算: $A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$, 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3\}$, 则集合 $A \odot B$ 的所有元素之和为_____.
33. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{-1\}$, $B = \{x | \lg(x^2 - 2) = \lg x\}$, 则 ()
- A. $A \subseteq B$ B. $A \cup B = \emptyset$ C. $A \supseteq B$ D. $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$
34. 集合 $A = \{(x, y) | y = |x| + 1\}$, $B = \{(x, y) | y = \frac{1}{2}x + a\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 a 的取值范围是_____.
35. 调查某班 50 名学生, 音乐爱好者有 40 人, 体育爱好者有 24 人, 则两方面都爱好的人数最少_____人, 最多_____人.
36. 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0\}$ 至多有一个元素, 则 a 的取值范围是_____; 若至少有一个元素, 则 a 的取值范围是_____.
37. 设含有三个实数的集合既可以表示为 $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$, 又可以表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$, 那么 $a+b =$ _____.
38. 设 $f(x) = x^2 - 12x + 36$, $A = \{a | 1 \leq a \leq 10, a \in \mathbf{N}\}$, $B = \{b | b = f(a), a \in A\}$, 又设 $C = A \cap B$. 求集合 C .
39. 设常数 $m \in \mathbf{R}$, $A = \{(x, y) | y = -x^2 + mx - 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | x + y = 3, x \in M\}$, 且 $A \cap B$ 的子集有两个.
- (1) 若 $M = \mathbf{R}$, 求实数 m 的值;
- (2) 若 $M = [0, 3]$, 求实数 m 的取值范围.
40. 填写下列命题的否定形式:
- (1) $m \leq 0$ 或 $n > 0$: _____;
- (2) 空间三条直线 l, m, n 两两相交: _____;
- (3) 复数 z_1, z_2, z_3 中至多一个为纯虚数: _____.
41. 已知 a, b 是整数, 写出命题“若 ab 为偶数, 则 $a+b$ 为偶数”的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断所写命题的真假.
- 逆命题: _____, 真假: _____;
- 否命题: _____, 真假: _____;
- 逆否命题: _____, 真假: _____.
42. 设甲是乙的充分非必要条件, 乙是丙的充要条件, 丁是丙的必要非充分条件, 则丁是甲的 ()
- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
- C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
43. 若 A 是 B 的必要非充分条件, 则 \bar{A} 是 \bar{B} 的_____条件.

44. 下列各组命题中互为等价命题的是 ().

A. $A \subseteq B$ 与 $A \cup B = B$

B. $x \in A$ 且 $x \in B$ 与 $x \in A \cup B$

C. $a \in A \cap B$ 与 $a \in A$ 或 $a \in B$

D. $m \in A \cap B$ 与 $m \in A \cup B$

45. 填空 (在“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”中选一种作答):

(1) “ $\alpha \neq \beta$ ” 是 “ $\cos \alpha \neq \cos \beta$ ” 的_____条件;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A = B$ ” 是 “ $\sin A = \sin B$ ” 的_____条件.

46. “ $a > 0$ 且 $b > 0$ ” 的一个必要非充分条件是 ().

A. $a > 0$

B. $b > 0$

C. $a > 0$ 且 $b > 0$

D. $a, b \in \mathbf{R}$

47. “函数 $f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 存在反函数” 是 “函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上为增函数” 的 ().

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

48. 填空: (填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”)

(1) 对于实数 x, y, p : $xy > 1$ 且 $x + y > 2$ 是 q : $x > 1$ 且 $y > 1$ 的_____条件;

(2) 对于实数 x, y, p : $x + y \neq 8$ 是 q : $x \neq 2$ 或 $y \neq 6$ 的_____条件;

(3) 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, p : $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$ 是 q : $(x-1)(y-2) = 0$ 的_____条件;

* (4) 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 “ $x^2 + y^2 < 2$ ” 是 “ $|x| + |y| \leq \sqrt{2}$ ” 的_____条件; 又是 “ $|x| + |y| < 2$ ” 的_____条件; 又是 “ $|x| < \sqrt{2}$ 且 $|y| < \sqrt{2}$ ” 的_____条件.

(5) 设 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ 均为非零实数, 方程 $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ 和方程 $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ 的实数解集分别为 M 和 N , 则 “ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ” 是 “ $M = N$ ” 的_____条件.

49. (1) 是否存在实数 m , 使得 $2x + m < 0$ 是 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的充分条件? 说明理由.

(2) 是否存在实数 m , 使得 $2x + m < 0$ 是 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的必要条件? 说明理由.

50. 已知关于 x 的实系数二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$), 分别求下列命题的一个充要条件:

(1) 方程有一正根, 一根是零;

(2) 两根都比 2 小.

51. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 写出命题 “若 $a + b > 0$ 且 $ab > 0$, 则 $a > 0$ 且 $b > 0$ ” 的逆否命题.

52. 填空 (填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”):

(1) 若 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 $x^2 + y^2 \neq 0$ 是 “ x, y 不全为零” 的_____条件;

(2) 若 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 “ $xy > 0, x + y > 0$ ” 是 “ $x > 0, y > 0$ ” 的_____条件;

(3) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 “ $|a| + |b| = |a + b|$ ” 是 “ $ab = 0$ ” 的_____条件;

(4) 若 a, b, c 是常数, 则 “ $a > 0$ 且 $b^2 - 4ac < 0$ ” 是 “对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $ax^2 + bx + c > 0$ ” 的_____条件;

(5) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $b = \tan a$ 是 $a = \arctan b$ 的_____条件.

53. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 有如下四个命题: ① $x^2 + y^2 < 1$; ② $|x| + |y| < 1$; ③ $|x| < 1$ 且 $|y| < 1$; ④ $|x + y| < 1$. 则_____是_____的充分非必要条件 (答案可能不唯一).

54. 使不等式 $2x^2 - 5x - 3 \geq 0$ 成立的一个充分不必要条件是 ().

A. $x < 0$

B. $x \geq 0$

C. $x \in \{-1, 3, 5\}$

D. $x \leq \frac{1}{2}$ 或 $x \geq 3$

55. 已知 $\alpha: "x \geq a"$, $\beta: "|x - 1| \leq 1"$, 若 α 是 β 的必要非充分条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

56. 命题甲: 关于 x 的方程 $x^2 + x + m = 0$ 有两个相异的负根; 命题乙: 关于 x 的方程 $4x^2 + x + m = 0$ 无实根, 若这两个命题有且只有一个是真命题, 求实数 m 的取值范围. *

57. 已知 $P = \{x | x^2 - 8x - 20 \leq 0\}$, $S = \{x | |x - a| \leq m\}$, 求实数 a, m 的值, 使得 " $x \in P$ " 是 " $x \in S$ " 的充要条件. *

58. 设 $f(x) = ax^2 + x + a$, 写出一个 a 的值,

(1) 使 $f(x) > 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 恒成立;

(2) 使 $f(x) > 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 恒不成立;

(3) 使 $f(x) > 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 不恒成立.

59. 命题 (1) $a > b \Rightarrow ac^2 > bc^2$; (2) $ac^2 > bc^2 \Rightarrow a > b$; (3) $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; (4) $a < b < 0, c < d < 0 \Rightarrow ac > bd$;

(5) $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \Rightarrow a > b$ ($n \in \mathbf{N}^*$); (6) $a + c < b + d \Leftrightarrow \begin{cases} a < b, \\ c < d; \end{cases}$ (7) $a < b < 0 \Rightarrow a^2 > ab > b^2$. 其中真命题的序号是_____.

60. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $ab(a - b) < 0$ 成立的一个充要条件是 ().

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 0$

B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C. $0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

D. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

61. " $\begin{cases} 2 < x + y < 4, \\ 0 < xy < 3 \end{cases}$ " 是 " $\begin{cases} 2 < x < 3, \\ 0 < y < 1 \end{cases}$ " 的_____条件.

62. 下列函数中, 最小值为 2 的函数有_____.

(1) $y = x + \frac{1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$; (2) $y = x + \frac{1}{x}$, $x \in (1, +\infty)$; (3) $y = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}}$; (4) $y = \log_3 x + \log_x 3$.

63. $z = (x + y)(\frac{1}{x} + \frac{1}{4y})$, ($x, y > 0$) 的最小值是_____.

64. 若正实数 a, b 满足 $a + b = 1$, 则 ().

A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最大值是 4

B. ab 的最小值是 $\frac{1}{4}$

C. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 有最大值 $\sqrt{2}$

D. $a^2 + b^2$ 有最小值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

65. 如果 $0 < a < b, t > 0$, 设 $M = \frac{a}{b}$, $N = \frac{a+t}{b+t}$, 那么 ().

A. $M > N$

B. $M < N$

C. $M = N$

D. M 与 N 的大小随 t 的变化而变化

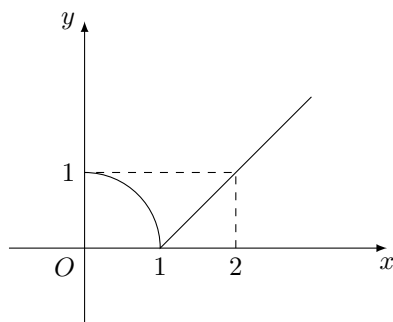
66. 将一根铁丝切割成三段做一个面积为 2 平方米、形状为直角三角形的框架, 则至少需要_____米的铁丝 (不计损失, 精确到 0.1 米).

67. (1) 比较 $1+a^2$ 与 $\frac{1}{1-a}$ 的大小;
 (2) 设 $a > 0, a \neq 1, t > 0$, 比较 $\frac{1}{2} \log_a t$ 和 $\log_a \frac{t+1}{2}$ 的大小, 证明你的结论.
68. 已知 $x, y \in \mathbf{R}^+$ 且 $x+y=4$, 求 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$ 的最小值. 某学生给出如下解法: 由 $x+y=4$ 得, $4 \geq 2\sqrt{xy}$ ①, 即 $\frac{1}{\sqrt{xy}} \geq \frac{1}{2}$ ②, 又因为 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} \geq 2\sqrt{\frac{2}{xy}}$ ③, 由②③得 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} \geq \sqrt{2}$ ④, 即所求最小值为 $\sqrt{2}$ ⑤. 请指出这位同学错误的步骤, 并给出正确的解法.
69. 已知 $x, y \in \mathbf{R}^+$, $xy = x + y + 1$, 求 $x + y$ 的取值范围 (试用两种方法求解).
70. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 若 $a - |b| > 0$, 则下列不等式中正确的是 ().
 A. $b - a > 0$ B. $a^3 + b^3 < 0$ C. $b + a > 0$ D. $a^2 - b^2 < 0$
71. 已知 $0 < x < y < a < 1$, 则 ().
 A. $\log_a(xy) < 0$ B. $0 < \log_a(xy) < 1$ C. $1 < \log_a(xy) < 2$ D. $\log_a(xy) > 2$
72. 设 $a > 1 > b > -1$, 则下列不等式中恒成立的是 ().
 A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $a > b^2$ D. $a^2 > 2b$
73. 若 $1 < a < 3, -4 < b < 2$, 则 $\frac{1}{2}a - b$ 的取值范围是_____.
74. 已知 $x, y \in \mathbf{R}^+$, 且 $x + 4y = 1$, 则 $x \cdot y$ 的最大值为_____.
75. 函数 $y = \log_a(x+3) - 1$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图像恒过定点 A , 若点 A 在直线 $mx + ny + 1 = 0$ 上, 其中 $mn > 0$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$ 的最小值为_____.
76. * 如果正数 a, b, c, d 满足 $a + b = cd = 4$, 那么 ().
 A. $ab \leq c + d$ 且等号成立时, $abcd$ 的取值唯一
 B. $ab \geq c + d$ 且等号成立时, $abcd$ 的取值唯一
 C. $ab \leq c + d$ 且等号成立时, $abcd$ 的取值不唯一
 D. $ab \geq c + d$ 且等号成立时, $abcd$ 的取值不唯一
77. (1) 设 $x < 2$, 则 $2x + \frac{8}{x-2}$ 有最_____值是_____, 此时 $x =$ _____;
 (2) 设 $0 < x < \sqrt{2}$, 则 $x\sqrt{4-2x^2}$ 的最大值是_____, 此时 $x =$ _____.
78. 在等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中, $a_1 = b_1 > 0, a_3 = b_3 > 0, a_1 \neq a_3$, 试比较 a_5 与 b_5 的大小.
79. 下列不等式中解集为 \mathbf{R} 的是 ().
 A. $x^2 - 6x + 9 > 0$ B. $4x^2 + 12x + 9 < 0$ C. $3x^2 - x + 2 > 0$ D. $3x^2 - x + 2 < 0$
80. 不等式 $(x-1)^2(2-x) \leq 0$ 的解集是_____; $(x-1)^2(2-x) > 0$ 的解集是_____.
81. 已知关于 x 的不等式 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集为 $(-1, 2)$, 则 $a + b =$ _____.

82. 不等式 $-1 < x^2 + 2x - 1 \leq 2$ 的解集是_____.
83. 用一根长为 100 米的绳子能否围成一个面积大于 600 平方米的矩形?_____ (用“能”或“不能”填空).
84. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 - bx + c > 0$ 的解集是 $(-\frac{1}{2}, 2)$, 对于 a, b, c 有以下结论: ① $a > 0$; ② $b > 0$; ③ $c > 0$; ④ $a + b + c > 0$; ⑤ $a - b + c > 0$. 其中正确的序号有_____.
85. 若关于 x 的不等式 $(a - 2)x^2 + 2(a - 2)x - 4 < 0$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 成立, 则实数 a 的取值范围是_____.
86. 已知关于 x 的不等式 $(2a - b)x + a - 5b > 0$ 的解集是 $(-\infty, \frac{10}{7})$, 则关于 x 的不等式 $ax > b$ 的解集是_____.
87. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\{x | 2 < x < 4\}$, 求关于 x 的不等式 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集.
88. 解关于 x 的不等式: $(ax + 4)(x - 1) > 0 (a \in \mathbf{R})$.
89. 已知 $f(x) = x^2 + 2(a - 2)x + 4$.
- (1) 如果对一切 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 如果对 $x \in [-3, 1]$, $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.
90. 不等式 $-6x^2 - x + 2 \leq 0$ 的解集是_____.
91. 解关于 x 的不等式 $x^2 - 3(a + 1)x + 2(3a + 1) \leq 0 (a \in \mathbf{R})$.
92. 解关于 x 的不等式组:
$$\begin{cases} ax > -1, \\ x + a > 0 \end{cases} \quad (a \in \mathbf{R}).$$
93. 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-1, 2)$, 求关于 x 的不等式 $a(x^2 + 1) + b(x - 1) + c > 2ax$ 的解集.
94. 若关于 x 的不等式 $(a^2 - 4)x^2 + (a + 2)x - 1 \geq 0$ 的解集为 \emptyset , 求实数 a 的取值范围.
95. 若关于 x 的不等式 $(a^2 - 4)x^2 + (a + 2)x + 1 \geq 0$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 均成立, 求实数 a 的取值范围.
96. * 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增, 且满足 $f(-a^2 + 2a - 5) < f(2a^2 + a + 1)$, 求实数 a 的取值范围.
97. * 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 - (a + 1)x + a \leq 0\}$.
- (1) 若 $A \subsetneq B$, 求 a 的取值范围;
- (2) 若 $B \subseteq A$, 求 a 的取值范围.
98. 下列不等式中, 与 $x^2 > 2$ 同解的不等式的序号为_____.
- (1) $x^2 + \frac{1}{x - 3} > 2 + \frac{1}{x - 3}$; (2) $x^2 + \sqrt{x - 4} > 2 + \sqrt{x - 4}$; (3) $x^2 - (x - 1) > 2 - (x - 1)$; (4) $x^2(x - 2) > 2(x - 2)$.
99. 不等式 $\frac{3x + 4}{5 - x} \geq 6$ 的解集是_____.

100. 若不等式 $\frac{2x+a}{x+b} \leq 1$ 的解集为 $\{x|1 < x \leq 3\}$, 则 $a+b$ 的值是_____.
101. 不等式 $(x-1)^2(2-x)(x+1) \leq 0$ 的解集是_____.
102. 不等式 $2 < |x+1| < 3$ 的解集是_____.
103. 不等式 $|x-2| > 9x$ 的解集是_____.
104. 不等式 $4^{x-\frac{5}{x}+1} \leq 2$ 的解集是_____.
105. 不等式 $\log_{\frac{1}{4}} 4x^2 > \log_{\frac{1}{4}}(3-x)$ 的解集是_____.
106. 解下列不等式:
- (1) $|x-5| - |2x+3| < 1$;
 - (2) $\frac{2x^2+x-3}{x^2+x+1} \geq 1$;
 - (3) $4^{2x} - 2^{2x+2} + 3 < 0$;
 - (4) $\log_2(x-1) < \log_4(2-x) + 1$.
107. (1) 关于 x 的不等式 $|x-1| - |x-2| < a^2 + a - 1$ 的解集是 \mathbf{R} , 求实数 a 取值范围;
 (2) 关于 x 的不等式 $|x-1| - |x-2| < a^2 + a - 1$ 有实数解, 求实数 a 的取值范围.
108. * 设全集 $U = \mathbf{R}$, 已知关于 x 的不等式 $|x-1| + a - 1 > 0 (a \in \mathbf{R})$ 的解集为 A , 若 $\complement_U A \cap \mathbf{Z}$ 恰有 3 个元素, 求 a 的取值范围.
109. 不等式 $|\frac{x}{1+x}| > \frac{x}{1+x}$ 的解集是_____.
110. 不等式 $\frac{2x}{1-x} \leq 1$ 的解集是_____.
111. 不等式 $\frac{1+|x|}{|x|-1} \geq 3$ 的解集是_____.
112. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - 1, & x \leq 0, \\ x^{\frac{1}{2}}, & x > 0, \end{cases}$ 若 $f(x_0) > 1$, 则 x_0 的取值范围是_____.
113. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 关于 x 的不等式 $a^x > \frac{1}{2}$ 的解集是 $(-\infty, 1)$, 则 $a =$ _____.
114. 关于 x 的不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(x - \frac{1}{x}) > 0$ 的解集是_____.
115. 若不等式 $|3x-b| < 4$ 的解集中的整数有且仅有 1, 2, 3, 则 b 的取值范围为_____.
116. 已知关于 x 的不等式 $\frac{ax-5}{x^2-a} < 0$ 的解集为 M .
- (1) 当 $a = 5$ 时, 求集合 M ;
 - (2) 若 $2 \in M$ 且 $5 \notin M$, 求实数 a 的取值范围.
117. (1) 对任意实数 x , $|x-1| - |x+3| > a$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;
 (2) * 对任意实数 x , $|x-1| - |x+3| > a$ 恒不成立, 求实数 a 的取值范围.

118. (1) 若关于 x 的不等式 $x^2 - kx + 1 > 0$ 的解集为 \mathbf{R} , 求实数 k 的取值范围;
 (2) * 若关于 x 的不等式 $x^2 - kx + 1 > 0$ 在 $[1, 2]$ 上有解, 求实数 k 的取值范围.
119. 已知 $a, b \in \mathbf{R}^+$, 求证: $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
120. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 求证: $x^2 + y^2 + 1 \geq x + y + xy$.
121. 已知 $a, b \in \mathbf{R}^+$ 且 $a \neq b$, 求证: $|a^3 + b^3 - 2ab\sqrt{ab}| > |a^2b + ab^2 - 2ab\sqrt{ab}|$.
122. 已知 $0 < a < 1, 0 < b < 1, 0 < c < 1$, 求证: $(1-a)b, (1-b)c, (1-c)a$ 中至少有一个小于等于 $\frac{1}{4}$.
123. a, b, c 是互不相等的正数, 则下列不等式中不正确的序号是_____.
- (1) $|a-b| \leq |a-c| + |c-b|$; (2) $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq a + \frac{1}{a}$; (3) $|a-b| + \frac{1}{a-b} \geq 2$; (4) $\sqrt{a+3} - \sqrt{a+1} \leq \sqrt{a+2} - \sqrt{a}$.
124. 已知 $a > b > c > 0$, 试比较 $\frac{a-c}{b}$ 与 $\frac{b-c}{a}$ 的大小.
125. 已知 $a > 0$, 试比较 a 与 $\frac{1}{a}$ 的大小.
126. 若 x, y, m, n 均为正数, 求证: $\sqrt{(m+n)(x+y)} \geq \sqrt{mx} + \sqrt{ny}$.
127. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}^+$, 求证: $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq a^2bc + ab^2c + abc^2$.
128. 设 $f(x) = \sqrt{1+x} (x > 0)$. 若 $x_1 \neq x_2$, 求证: $|f(x_1) - f(x_2)| < |x_1 - x_2|$.
129. 若实数 x, y, m 满足 $|x-m| > |y-m|$, 则称 x 比 y 远离 m .
 (1) 若 $x^2 - 1$ 比 1 远离 0, 求 x 的取值范围;
 (2) 定义: 在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 等于 x^2 和 $x+2$ 中远离 0 的那个值. 求证: $f(x) \geq 1$ 在 \mathbf{R} 上恒成立.
130. 函数 $y = \frac{\sqrt{2x+1}}{x-3} + (x-1)^0$ 的定义域为_____.
131. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[-2, 4]$, 则函数 $g(x) = f(x) + f(-x)$ 的定义域是_____.
132. 下列各组中, 两个函数是同一个函数的组的序号是_____.
- (1) $y = \lg x$ 与 $y = \frac{1}{2} \lg x^2$; (2) $f(x) = 2^x, D = \{0, 1, 2, 3\}$ 与 $g(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{6}x + 1, D = \{0, 1, 2, 3\}$;
 (3) $f(x) = x^2 - 2x - 1, g(t) = t^2 - 2t - 1$; (4) $y = \sqrt{x^2 - 1}, y = \sqrt[3]{x^3 - 1}$.
133. 已知函数 $f(x) = 6 + 5x - x^2$, 函数 $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 5x - 6}}$, 则 $f(x) \cdot g(x) =$ _____.
134. 函数 $y = f(x)$ 满足对于任意 $x > 0$, 恒有 $f(x+1) = \lg x$, 则 $y = f(x)$ 在 $x > 1$ 时的解析式为_____.
135. 函数 $y = f(x)$ 满足对于任意 $x \neq 0$, 恒有 $f(x - \frac{1}{x}) = x^3 - \frac{1}{x^3}$. 若存在 x_0 使得 $f(x_0) = 0$, 则 $x_0 =$ _____.
136. 已知 $y = f(x)$ 为偶函数, 且 $y = f(x)$ 的图像在 $x \in [0, 1]$ 时的部分是半径为 1 的圆弧, 在 $x \in [1, +\infty)$ 时的部分是过点 $(2, 1)$ 的射线, 如图.



(1) 写出函数 $y = f(x)$ 在 $x < 0$ 时的单调性:_____;

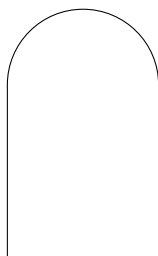
(2) 写出 $f(f(-2))$ 的值:_____;

(3) 写出方程 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的解集:_____.

137. 某工厂生产一种仪器的元件, 由于受生产能力和技术水平等因素的限制, 会产生较多次品, 根据经验知道, 次品数 p (万件) 与日产量 x (万件) 之间满足关系: $p = \begin{cases} \frac{x^2}{6}, & 1 \leq x < 4, \\ x + \frac{3}{x} - \frac{25}{12}, & x \geq 4. \end{cases}$ 已知每生产 1 万件合格的元件可以盈利 20 万元, 但每产生 1 万件次品将亏损 10 万元. (实际利润 = 合格产品的盈利 - 生产次品的亏损), 试将该工厂每天生产这种元件所获得的实际利润 T (万元) 表示为日产量 x (万件) 的函数.

138. 设常数 a, b 满足 $1 < a < b$, 函数 $f(x) = \lg(a^x - b^x)$, 求函数 $y = f(x)$ 的定义域.

139. 如图, 用长为 l 的铁丝弯成下部为矩形, 上部为半圆形的空心框架, 若矩形底边长为 $2x$, 试用解析式将此框架围成的面积 y 表示 x 的函数.



140. 已知函数 $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$.

(1) 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若函数 $y = f(x)$ 的值域为 $[0, +\infty)$, 求实数 a 的取值范围.

141. 已知函数 $f(x) = \sqrt{x}$, 函数 $g(x) = \sqrt{1-x} - \sqrt{x}$, 则函数 $y = f(x) + g(x)$ 的定义域为_____.

142. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[1, 4]$, 则函数 $y = \frac{f(2x)}{x-2}$ 的定义域是_____.

143. (1) 设函数 $D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbf{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbf{Q}. \end{cases}$ 令 $F(x) = D(\sqrt{2}x)$, 则 $F(1) =$ _____;

(2) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2-x, & x < -2, \\ x^2, & -2 \leq x < 1, \\ x, & x \geq 1. \end{cases}$ 若 $f(x) = 2$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

144. 已知 $f(x) = \begin{cases} x-2, & x > 8, \\ f(x+3), & x \leq 8, \end{cases}$ 则 $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

145. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} x+a, & x < a, \\ \frac{1}{x} + a, & x \geq a. \end{cases}$ 若 $f(2) = 2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

146. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x > 1, \\ x, & x \leq 1, \end{cases}$ 函数 $g(x) = 1 - \sqrt{x}$. 求函数 $y = f(x) + g(x)$ 的解析式及定义域.

147. * 设 D 是含数 1 的有限实数集, $f(x)$ 是定义在 D 上的函数, 若 $f(x)$ 的图像绕原点逆时针旋转 $\frac{\pi}{6}$ 后与原图像重合, 则在以下各项中, $f(1)$ 的可能取值只能是 ()

A. $\sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. 0

148. 设常数 $p \in \mathbf{R}$, 设函数 $f(x) = \log_2 \frac{x+1}{x-1} + \log_2(x-1) + \log_2(p-x)$.

(1) 求 p 的取值范围以及函数 $y = f(x)$ 的定义域;

(2) 若 $y = f(x)$ 存在最大值, 求 p 的取值范围, 并求出最大值.

149. 已知 $xy < 0$, 且 $4x^2 - 9y^2 = 36$. 问: 能否由此条件将 y 表示成 x 的函数? 若能, 求出该函数的解析式; 若不能, 说明理由.

150. 已知常数 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $g(x) = \frac{x}{x+2}$, 函数 $h(x) = \frac{1}{x+a}$. 设函数 $F(x) = g(x) \cdot h(x)$, D_F 是其定义域; $f(x) = g(x) - h(x)$, D_f 是其定义域.

(1) 设 $a = 2$, 求函数 $F(x)$ 的值域;

(2) 对于给定的常数 a , 是否存在实数 t , 使得 $f(t) = 0$ 成立? 若存在, 求出这样的所有 t 的值; 若不存在, 说明理由;

(3) * 是否存在常数 a 的值, 使得对于任意 $x \in D_f \cap \mathbf{R}^+$, 有 $f(x) \geq 0$ 恒成立? 若存在, 求出所有这样的 a 的值; 若不存在, 说明理由.