

1. 求函数 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 的值域.
2. 求函数 $y = \frac{4x+3}{2x-1}$ 的值域.
3. 求函数 $y = \frac{x^2-1}{x^2+2}$ 的值域.
4. 求函数 $y = \frac{x^2-x+1}{2x^2-2x+3}$ 的值域.
5. 求函数 $y = \frac{x^2+4x+3}{x^2+x-6}$ 的值域.
6. 若实数 x, y 满足 $x^2 + 4y^2 = 4x$, 求 $S = x^2 + y^2$ 的值域.
7. 已知函数 $y = f(x) = x^2 + ax + 3$ 在区间 $x \in [-1, 1]$ 上的最小值为-3, 求实数 a 的值.
8. 求函数 $y = 3x^2 - 12x + 18\sqrt{4x - x^2} - 23$ 的值域.
9. 求函数 $y = |x-2| - |x+1|$ 的值域.
10. 若 $f(x-1) = 2x^2 + 1$, 求 $f(x)$.
11. 已知定义域为 R 的函数 $f(x)$ 满足: ① $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ 对任何实数 x, y 都成立; ② 存在实数 x_1, x_2 , 使 $f(x_1) \neq f(x_2)$. 求证: (1) $f(0) = 1$. (2) $f(x) > 0$. 【训练题】(一) 映射
12. 设映射 $f: X \rightarrow Y$, 其中 X, Y 是非空集合, 则下列语句中正确的是 ().
 A. Y 中每一个元素必有原像
 B. Y 中的各元素只能有一个原像
 C. X 中的不同元素在 Y 中的像也不同
 D. Y 中至少存在一个元素, 它有原像
13. 集合 $M = \{a, b, c\}$ 与 $P = \{x, y, z\}$ 之间建立起四种对应关系 (如图), 则下列结论中正确的是 ().
 A. 只有 f_2, f_3 是从 M 到 P 的映射
 B. 只有 f_2, f_4 是从 M 到 P 的映射
 C. 只有 f_3, f_4 是从 M 到 P 的映射
 D. f_1, f_2, f_3, f_4 都是从 M 到 P 的映射
14. 设 (x, y) 在映射 f 下的像是 $(\frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2})$, 则在 f 下 $(-5, 2)$ 的原像是 ().
 A. $(-10, 4)$
 B. $(-3, -7)$
 C. $(-6, -4)$
 D. $(-\frac{3}{2}, -\frac{7}{2})$
15. 在给定的映射 $f: (x, y) \rightarrow (2x+y, xy) (x, y \in \mathbf{R})$ 下, 点 $(\frac{1}{6}, -\frac{1}{6})$ 的原像是 ().
 A. $(\frac{1}{6}, -\frac{1}{36})$
 B. $(\frac{1}{3}, -\frac{1}{2})$ 或 $(-\frac{1}{4}, \frac{2}{3})$
 C. $(\frac{1}{36}, -\frac{1}{6})$
 D. $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$ 或 $(-\frac{2}{3}, \frac{1}{4})$
16. 已知集合 $M = \{x | 0 \leq x \leq 6\}$, $P = \{0 \leq y \leq 3\}$, 则下列对应关系中, 不能行作从 M 到 P 的映射的是 ().
 A. $f: x \rightarrow y = \frac{1}{2}x$
 B. $f: x \rightarrow y = \frac{1}{3}x$
 C. $f: x \rightarrow y = x$
 D. $f: x \rightarrow y = \frac{1}{6}x$
17. 设 $M = \mathbf{R}$, 从 M 到 P 的映射 $f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2+1}$, 则像集 P 为 ().
 A. $\{y | y \in \mathbf{R}\}$
 B. $\{y | y \in \mathbf{R}\}$
 C. $\{y | 0 \leq y \leq 2\}$
 D. $\{y | 0 < y \leq 1\}$

18. 若映射 $f: A \rightarrow B$ 的像集是 Y , 原像的集合是 X , 则 X 与 A 的关系是_____, Y 和 B 的关系是_____.

19. (1) 若 (x, y) 在映射 f 下的像是 $(2x - y, x + 2y)$, 则 $(-1, 2)$ 在 f 下的原像是_____. (2) 已知 (a, b) 在映射 f 的像是 $(a - b, ab)$, 则 $(2, 3)$ 的原像是_____. (3) 已知 $f: x \rightarrow y = x^2$ 是从集合 R 到集合 $M = \{x | x \geq 0\}$ 的一个映射, 则 M 中的元素 1 在 R 中的原像是_____, M 中的元素 $t(t > 0)$ 在 R 中的原像是_____.

20. (1) 从集合 $\{a\}$ 到 $\{b, c\}$ 的不同映射有个. (2) 从集合 $\{1, 2\}$ 到 $\{5, 6\}$ 的不同映射有个.

21. 已知集合 $A = \mathbf{Z}$, $B = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$, $C = \mathbf{R}$, 且从 A 到 B 的映射是 $x \rightarrow 2x - 1$, 从 B 到 C 的映射是 $x \rightarrow \frac{1}{3x + 1}$, 则从 A 到 C 的映射是_____.

22. f 是集合 $X = \{a, b, c\}$ 到集合 $Y = \{d, e\}$ 的一个映射, 则满足映射条件的“ f ”共有 ().

- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

23. 若 $f: y = 3x + 1$ 是从集合 $A = \{1, 2, 3, k\}$ 到集合 $B = \{4, 7, a^4, a^2 + 3a\}$ 的一个映射, 求自然数 a, k 的值及集合 A, B . (二) 函数

24. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{x - 2}$ 的定义域是 ().

- A. $\{x | 2 < x < 3\}$ B. $\{x | x < 2 \text{ 或 } x > 3\}$ C. $\{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$ D. $\{x | x < 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$

25. 若函数 $f(x)$ 的定义域是 $[-1, 1]$, 则函数 $f(x + 1)$ 的定义域是 ().

- A. $[-1, 1]$ B. $[0, 2]$ C. $[-2, 0]$ D. $[0, 1]$

26. 在“① $y = x$ 与 $y = \sqrt{x^2}$, ② $y = \sqrt{x^2}$ 与 $y = (\sqrt{x})^2$, ③ $y = |x|$ 与 $y = \frac{x^2}{x}$, ④ $y = |x|$ 与 $y = \sqrt{x^2}$, ⑤ $y = x^0$ 与 $y = 1$ ”这五组函数中, 表示同一函数的组数是 ().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

27. 函数 $y = -x^2 - 2x + 3 (-5 \leq x \leq 0)$ 的值域是 ().

- A. $(-\infty, 4]$ B. $[3, 12]$ C. $[-12, 4]$ D. $[4, 12]$

28. 已知镭经过 100 年后剩下原来质量的 95.76

- A. $y = (\frac{0.9576}{100})^x$ B. $y = (0.9576)^{100x}$ C. $y = (0.9576)^{\frac{x}{100}}$ D. $y = \frac{x}{(1 - 0.9576)^{\frac{1}{100}}}$

29. 函数 $y = x + \frac{|x|}{x}$ 的图象是 ().

30. 求下列函数的定义域: (1) $y = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{x + 1}$: _____. (2) $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 3}}$: _____. (3) $y = \frac{x + 5}{3x^2 - 2x - 1}$: _____. (4) $y = \sqrt{6x - x^2 - 9}$: _____. (5) $y = \sqrt{4 - x^2} + \frac{1}{|x| - 1}$: _____. (6) $y = \frac{x^3 - 1}{x + |x|}$: _____. (7) $y = \frac{1}{|x| - x^2}$: _____. (8) $y = \sqrt{1 - (\frac{x - 1}{x + 1})^2}$: _____. (9) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x - 15}}{|x + 3| - 8}$: _____.

31. 求下列函数的值域: (1) $y = 1 - \frac{1}{x+2}$: _____. (2) $y = \frac{3}{2x}$: _____. (3) $y = \frac{x+3}{x-3}$: _____.
 (4) $y = \frac{5x+3}{x-3}$: _____. (5) $y = 4 + \sqrt{2x+1}$: _____. (6) $y = \sqrt{x - \frac{1}{2}x^2}$: _____. (7) $y = \sqrt{-x^2 + x + 2}$: _____. (8) $y = \frac{2x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 1}$: _____. 21. (1) 若函数 $f(x)$ 满足 $f(2x) = (1 - \sqrt{2}x)(1 + \sqrt{2}x)$, 则 $f(x) =$ _____. (2) 若函数 $f(x)$ 满足 $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x}$, 则 $f(x) =$ _____. (3) 若函数 $f(x)$ 满足 $f(\frac{1}{x}) = \frac{x}{1-x^2}$, 则 $f(x) =$ _____. (4) 若函数 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x^2 + 2$, 满足 $f(g(x)) = g(f(x))$, 则 $x =$ _____. (5) 若函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = 2x^2 + 1$, 则 $f(x-1) =$ _____. (6) 若一次函数 $f(x)$ 满足 $f(f(x)) = 1 + 2x$, 则 $f(x) =$ _____. (7) 若 $f(x^2 - x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + 1$, 则 $f(f(x)) =$ _____. (8) 若函数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, 则 $f(f(x)) =$ _____, $f(f(f(x))) =$ _____.
32. 若 $-b < a < 0$, 且函数 $d(x)$ 的定义域是 $[a, b]$, 则函数 $F(x) = f(x) + f(-x)$ 的定义域是 ().
 A. $[a, b]$ B. $[-b, -a]$ C. $[-b, b]$ D. $[a, -a]$
33. 若 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 且 $f(x+m) + f(x-m)$ 的定义域是 \emptyset , 则正数 m 的取值范围是 ().
 A. $0 < m < 1$ B. $0 < m \leq \frac{1}{2}$ C. $0 < m < \frac{1}{2}$ D. $m > \frac{1}{2}$
34. 函数 $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ 的值域是 ().
 A. $(-1, 1)$ B. $[-1, 1]$ C. $[-1, 1)$ D. $(-1, 1]$
35. 若 $2x^2 - 3x \leq 0$, 则函数 $f(x) = x^2 + x + 1$ ().
 A. 有最小值 $\frac{3}{4}$, 但无最大值 B. 有最小值 $\frac{3}{4}$, 有最大值 C. 有最小值 1 有最大值 D. 既无最小值, 也无最大值
 值 1 $\frac{19}{4}$ 值
36. 函数 $f(x) = |1 - x| - |x - 3| (x \in \mathbf{R})$ 的值域是 ().
 A. $[-2, 2]$ B. $[-1, 3]$ C. $[-3, 1]$ D. $[0, 4]$
37. (1) 若函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 分别求函数 $f(1 - 2x)$ 和 $f(x + a) (a > 0)$ 的定义域. (2) 若函数 $f(x + 1)$ 的定义域是 $[-2, 3]$, 求函数 $f(\frac{1}{x} + 2)$ 的定义域.
38. 求下列函数的值域: (1) $y = \frac{2x}{x^2 + x + 1}$. (2) $y = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + x + 1}$. (3) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 4}$.
39. (1) 若实数 x, y 满足 $3x^2 + 2y^2 = 6x$, 分别求 x 与 $x^2 + y^2$ 的取值范围. (2) 若实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 = 2x$, 求 $x^2 - y^2$ 的取值范围.
40. 求下列函数的值域: (1) $y = 3x - 2 + \sqrt{3 - 2x}$. (2) $y = 2x + \sqrt{2x - 1}$. (3) $y = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) + 15$.
41. (1) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 在 $[0, m]$ 上有最大值 3, 最小值 2, 求正数 m 的取值范围. (2) 已知函数 $y = x^2 + mx - 1$ 在区间 $[0, 3]$ 上有最小值 -2, 求实数 m 的值. (3) 当 $x \geq 0$ 时, 求函数 $f(x) = x^2 + 2ax$ 的最小值.
42. 已知函数 $f(x) = \frac{ax}{2x + 3} (x \neq -\frac{3}{2})$ 满足 $f(f(x)) = x$, 求实数 a 的值.

43. (1) 已知 $f(x)$ 是二次函数, 且满足 $f(2x) + f(3x+1) = 13x^2 + 6x - 1$, 求 $f(x)$ 的表达式. (2) 已知函数 $f(x)$ 的定义域是一切非零实数, 且满足 $3f(x) + 2f(\frac{1}{x}) = 4x$, 求 $f(x)$ 的表达式.

44. (1) 作 (画) 出下列函数的图象: ① $y = 1 + \frac{|x|}{x}$; ② $y = x - |1 - x|$; ③ $y = |x^2 - 4x + 3|$; ④ $y = \frac{x^3 + x}{|x|}$; ⑤ $y = \frac{(x + \frac{1}{2})^0}{|x| - x}$. (2) 已知 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, 画出函数 $y = \frac{1}{2}[f(x) + |f(x)|]$ 的图象. (3) 已知 $f(x) = |x|$, $x \in [-1, 1]$, 作出函数 $y = f(x+1) + 1$ 的图象.

45. (1) 将进货单价为 40 元的商品按每件 50 元出售时, 每月能卖出 500 个, 已知这批商品在销售单价的基础上每涨价 1 元, 其月销售数就减少 10 个, 为了每月赚取最大利润, 销售单价应定为多少? (2) 飞机飞行 1 时的耗费由两部分组成: 固定部分 4900 元, 变动部分 P 与飞机飞行速度 v (千米/时) 的函数关系是 $P = 0.01v^2$. 已知甲、乙两地相距为一常数 a (千米), 试写出飞机从甲地飞到乙地的总耗费 y 与飞机速度 v 的函数关系式, 并写出耗费最小时飞机的飞行速度. 二、幂函数

46. 求证: 函数 $f(x) = x^3$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 上是增函数.

47. 已知奇函数 $y = f(x)$ 在 $x < 0$ 时是减函数, 求证: $y = f(x)$ 在 $x > 0$ 时也是减函数.

48. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x > 0$ 时 $f(x) = x(1 - x)$, 求 $f(x)$ 在 $x < 0$ 时的表达式.

49. 已知函数 $y = f(x)$ 满足 $f(x) = f(4 - x)(x \in \mathbf{R})$, 且 $f(x)$ 在 $x > 2$ 时为增函数, 记 $a = f(\frac{3}{5})$, $b = f(\frac{6}{5})$, $c = f(4)$, 则 a, b, c 之间的大小关系是 ().

A. $c > a > b$

B. $c > b > a$

C. $b > a > c$

D. $a > c > d$

50. 画出函数 $y = x^2 - 2|x| - 1$ 的图象.

51. 求函数 $y = \frac{x-2}{2x+1}$ 的值域.

52. 已知函数 $f(x) = (x-1)^2(x \leq 1)$, 又 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称, 求 $\varphi(x)$ 的表达式.

53. 求实数 m 的范围, 使关于 x 的方程 $x^2 + 2(m-1)x + 2m + 6 = 0$: (1) 有两个实数根, 且一个比 2 大, 另一个比 2 小. (2) 有两个实数根, 且都比 1 大. (3) 有两个实数根 α, β , 且满足 $0 < \alpha < 1 < \beta < 4$. (4) 至少有一个正根.

54. 就参数 m 讨论方程 $x^2 - 2|x| - m = 0$ 的解的情况. 【训练题】(一) 分数指数幂与根式

55. 下列记数中, 符合科学记数法的是 ().

A. 35.6×10^{-25}

B. 0.356×10^{-23}

C. 3.56×10^{-24}

D. 356×10^{-26}

56. 计算 $3^{-1} \times 2^{-2} \div 4^{-2}$ 的结果是 ().

A. $\frac{1}{192}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{1}{12}$

D. $-\frac{4}{3}$

57. 下列各式中, 正确的是 ().

A. $(-1)^0 = -1$

B. $(-1)^{-1} = 1$

C. $3a^{-2} = \frac{1}{3a^2}$

D. $(-x)^5 \div (-x)^3 = x^2$

58. 下列各式中, 计算正确的是 ().

- A. $(-0.125) \div (-0.5)^{-3} = 1$ B. $10^{-4}(\sqrt{5})^0 = -10000$ C. $(\frac{1}{3})^0 \div 3^{-1} = 3$ D. $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^0 - (\sqrt{3})^2 - (-\sqrt{2})^2 = 1 - 3 + 2 = 0$

59. 化简 $\frac{1}{3}x\sqrt{9x} - x^2\sqrt{\frac{1}{x}}$ 的结果是 ().

- A. \sqrt{x} B. $x(1 - x^2)\sqrt{x}$ C. $x^2(1 - x\sqrt{x})$ D. 0

60. 化简 $\frac{a^{-2} - b^{-2}}{a^2 - b^2}$ 的结果是 ().

- A. -1 B. $-\frac{1}{a^2b^2}$ C. $a^{-1} + b^{-1}$ D. $\frac{1}{a^2b^2}$

61. 已知 $x = 1 - 2^s$, $y = 1 - 2^{-s}$, 则 y 等于 ().

- A. $\frac{x-1}{x}$ B. $\frac{2-x}{1-x}$ C. $\frac{x}{x-1}$ D. $\frac{x-2}{x-1}$

62. 计算 $\sqrt{(3-\pi)^2}$ 的结果是 ().

- A. $3 - \pi$ B. $\pi - 3$ C. $\pi + 3$ D. $-\pi - 3$

63. 若 $(\sqrt[n]{-3})^n$ 有意义, 则 n 一定是 ().

- A. 正偶数 B. 自然数 C. 正奇数 D. 整数

64. 在 “① $\sqrt[4]{(-4)^{2n}}$, ② $\sqrt[4]{(-4)^{2n+1}}$, ③ $\sqrt[5]{-x^2}$, ④ $\sqrt[5]{-x^2}(n \in \mathbf{N})$ ” 这四个式子中, 有意义的 ().

- A. 是① ② ③ ④ B. 只有③ ④ C. 只有① ③ ④ D. 只有④

65. 若 $\sqrt[4]{4a^2 - 4a + 1} = \sqrt[3]{1 - 2a}$, 则实数 a 的取值范围是 ().

- A. $a < 2$ B. $a = \frac{1}{2}$ 或 0 C. $a > \frac{1}{2}$ D. R

66. 在 “① 0^{-1} , ② $0^{-\frac{1}{2}}$, ③ 0^0 , ④ $0^{0.2}$ ” 这四个式子中, 有意义的个数是 ().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

67. 下列各式中正确的是 ().

- A. $-4^0 = 1$ B. $(5^{-\frac{1}{2}})^2 = 5$ C. $(-3^{m-n})^2 = 9^{m-n}$ D. $(-2)^{-1} = \frac{1}{2}$

68. 计算 $[(-3)^2]^{\frac{1}{2}} - (-10)^0$ 的值等于 ().

- A. -2 B. 2 C. -4 D. 4

69. 下列计算中正确的是 ().

- A. $a^{\frac{8}{3}} \cdot a^{\frac{3}{8}} = a$ B. $a^{\frac{8}{3}} \cdot a^{-\frac{8}{3}} = 0$ C. $a^{\frac{8}{3}} \div a^{\frac{1}{3}} = a^8$ D. $a^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{6}}$

70. 下列计算中正确的是 ().

- A. $a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{4}{3}} = a$ B. $a^{\frac{3}{4}} \div a^{\frac{3}{4}} = a$ C. $a^{-4} \div a^4 = 0$ D. $(a^{\frac{4}{3}})^{\frac{3}{4}} = a$

71. 化简 $(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}})(-3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}) \div (\frac{1}{3}a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}})$ 的结果是 ().

A. $6a$

B. $-a$

C. $-9a$

D. $9a$

72. 将 $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}}$ 化成不含根号的式子是 ().

A. $-2^{\frac{1}{2}}$

B. $-2^{-\frac{1}{2}}$

C. $-2^{\frac{1}{3}}$

D. $-2^{\frac{2}{3}}$

73. 将 $(a^{\frac{1}{n}} + b^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{3}}$ 表示成根式的形式是 ().

A. $\sqrt[3]{a^{\frac{1}{n}} + b^{\frac{1}{n}}}$

B. $(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b})^{\frac{1}{3}}$

C. $\sqrt[3]{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}$

D. $(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b})^3$

74. 计算下列各式: (1) $\sqrt{12} - \sqrt{3} \div (2 + \sqrt{3}) =$ _____. (2) $(\sqrt{12} - \sqrt{\frac{1}{2}} - 2\sqrt{\frac{1}{3}}) - (\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{18}) =$ _____.

(3) $(\sqrt{3}+2)^{1997} \times (\sqrt{3}-2)^{1988} =$ _____. (4) $\frac{2\sqrt{10}-5}{4-\sqrt{10}} =$ _____. (5) $4\sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{1000} + 2\sqrt{10} =$ _____.

(6) $\frac{1}{(2+\sqrt{3})^2} + \frac{1}{(2-\sqrt{3})^2} =$ _____. (7) $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}} =$ _____.

75. 将下列各式改写成不含分数指数幂的根式形式 (要求分母不含有根式形式): (1) $3x^{-\frac{3}{2}} =$ _____. (2) $a^{\frac{1}{2}}$.

$b^{-\frac{1}{2}} =$ _____. (3) $(a+b)^{\frac{1}{2}} \cdot (a-b)^{-\frac{4}{3}} =$ _____.

76. 将下列根式改写成分数指数幂的形式: (1) $\sqrt[4]{a^3} =$ _____. (2) $\sqrt[5]{b^8} =$ _____. (3) $\sqrt[4]{x^2+y^2} =$ _____.

(4) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{y^4}} =$ _____. (5) $\sqrt{2\sqrt{2}} =$ _____. (6) $-\frac{1}{\sqrt{27x}} =$ _____. (7) $\sqrt{\frac{4}{3ab^3}} =$ _____. (8) $2\sqrt[6]{(m-n)^{-2}} =$ _____ ($m < n$).

77. 判断下列命题是否正确: (1) $2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 2$: _____. (2) $(\frac{1}{8})^{-\frac{1}{2}} = -2\sqrt{2}$: _____. (3) 若 $a \in \mathbf{R}$, 则

$(a-1)^0 = 1$: _____. (4) $a^x + a^y = a^{x+y}$: _____. (5) $\sqrt[3]{-5} = \sqrt[6]{(-5)^2} = \sqrt[6]{25}$: _____.

78. 计算下列各式: (1) $(\frac{81}{625})^{-\frac{3}{4}} =$ _____. (2) $(0.064)^{-\frac{1}{3}} =$ _____. (3) $(2\sqrt{2})^{-\frac{1}{3}} =$ _____. (4) $[(-3)^2]^{\frac{3}{2}} =$ _____.

(5) $(-0.027)^{-\frac{2}{3}} =$ _____. (6) $(-0.001)^{-\frac{4}{3}} =$ _____. (7) $5^{\frac{4}{5}} \times 125 \times 25^{-0.4} =$ _____. (8) $(8+2 \times 15^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} =$ _____.

(9) $(4-12^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} =$ _____. (10) $(0.25)^{-0.5} + (\frac{1}{27})^{-\frac{1}{3}} - 625^{0.25} =$ _____.

79. 化简下列各式: (1) $2x^{-\frac{1}{3}}(\frac{1}{2}x^{\frac{1}{3}} - 2x^{-\frac{2}{3}}) - (-3.5)^0 =$ _____. (2) $(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}) =$ _____.

(3) $(\frac{b^3}{2a^2}) \div (-\frac{4b^3}{a^{-7}}) \times (-\frac{b^2}{a})^3 =$ _____. (4) $(2a^{\frac{1}{4}}b^{-\frac{1}{3}})(-3a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}}) \div (-\frac{1}{4}a^{-\frac{1}{4}}b^{-\frac{2}{3}}) =$ _____.

80. 若 $a = 1.5^{-\frac{1}{2}}$, $b = 0.5^{-\frac{1}{2}}$, $c = 1$, 则它们的大小顺序是 ().

A. $a < c < b$

B. $a < b < c$

C. $c < b < a$

D. $b < c < a$

81. (1) 若 $a = \frac{1}{\sqrt{2}}, b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, 则 $[a^{-\frac{3}{2}}b(ab^{-2})^{-\frac{1}{2}}(a^{-1})^{-\frac{2}{3}}] = \underline{\hspace{2cm}}$. (2) 若 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 2$, 则: ① $a + a^{-1} =$
; ② $a^2 + a^{-2} =$; ③ $a^4 + a^{-4} = \underline{\hspace{2cm}}$. (3) 若 $10^\alpha = 2^{-\frac{1}{2}}, 10^\beta = \sqrt[3]{32}$, 则 $10^{2\alpha - \frac{3}{4}\beta} = \underline{\hspace{2cm}}$.

82. 计算下列各式: (1) $(\frac{1}{125})^{-\frac{1}{3}} + (-2)^{-2} + (-2)^0$. (2) $(2\frac{7}{9})^{\frac{1}{2}} - (-0.027)^{-\frac{1}{3}} - (-\sqrt{3})^{-2} + \pi^0$. (3) $5 - 3 \times$
 $[(-3\frac{3}{8})^{-\frac{1}{3}} + 1031 \times (0.25 - 2^{-2})] \div 9^0$. (4) $(0.027)^{\frac{1}{3}} - (-\frac{1}{6})^{-2} + 256^{0.75} - |-3^{-1}| + (-5.555)^0$. (5) $(2.25)^{0.5} +$
 $(-4.3)^0 - (3\frac{3}{8})^{-\frac{2}{3}} + \frac{3^{-2} - 2^{-2}}{3^{-1} - 2^{-1}}$. (6) $(0.25)^{-2} + (\frac{8}{27})^{\frac{1}{3}} + (\frac{1}{8})^{-\frac{2}{3}} - (\frac{1}{16})^{-0.75}$.

83. 计算或化简下列各式: (1) $\sqrt[3]{m^{\frac{9}{2}} \cdot \sqrt{m^{-3}}} \div \sqrt{\sqrt[3]{m^{-7}}} \cdot \sqrt[3]{m^{13}} (m > 0)$. (2) $(x-y) \div (x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) - (x+y - 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}) \div$
 $(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}) (x > y > 0)$. (3) $(8y^{-\frac{1}{3}}\sqrt{x^{-\frac{1}{3}}y}\sqrt[3]{x^{\frac{4}{3}}})^{\frac{1}{3}}$. (4) $\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{2xy}{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}$. (5) $(5+\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{15}) \div$
 $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})$. (6) $(2+3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \times [2+(2+3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}] \times \{2+[2+(2+3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}]\}^{\frac{1}{2}} \times \{2-[2+(2+3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}]\}^{\frac{1}{2}}$.

84. 化简下列各式: (1) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$. (2) $(x^{\frac{a+b}{c}} - a)^{\frac{1}{b-c}} \cdot (x^{\frac{x+a}{b-c}} - a)^{\frac{1}{a-b}} \cdot (\frac{b+c}{x(a-b)})^{\frac{1}{c-a}}$. (3) $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} (\frac{a-b}{a+b})^{\frac{p+q}{p-q}}$
 $[(\frac{a+b}{a-b})^{\frac{2p}{p-q}} + (\frac{a+b}{a-b})^{\frac{2q}{p-q}}]$.

85. 当 $a = 0.001$ 时, 求 $\frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab} + 4b^{\frac{2}{3}}} \div (1 - 2\sqrt[3]{\frac{b}{a}})$ 的值.

86. 求证: $\frac{1}{1+x^{a-b}+x^{a-c}} + \frac{1}{1+x^{b-c}+x^{b-a}} + \frac{1}{1+x^{c-a}+x^{c-b}} = 1$. (二) 幂函数

87. 已知幂函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(2, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 则 $f(4)$ 的值等于 ().

- A. 16 B. $\frac{1}{16}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

88. 下列幂函数中, 定义域为 $\{x|x > 0\}$ 的是 ().

- A. $y = x^{\frac{2}{3}}$ B. $y = x^{\frac{3}{2}}$ C. $y = x^{-\frac{2}{3}}$ D. $y = x^{-\frac{3}{2}}$

89. 幂函数 $y = x^n (n \in \mathbf{Z})$ 的图象一定不经过 ().

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

*71. 函数 $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ 的图象是 ().

90. 幂函数 $y = x^m$ 和 $y = x^n$ 在第一象限内的图象 C_1 和 C_2 图象所示, 则 m, n 之间的关系是 ().

A. $n < m < 0$

B. $m < n < 0$

C. $n > m > 0$

D. $m > n > 0$

*73. 图中, C_1, C_2, C_3 为幂函数 $y = x^a$ 在第一象限的图象, 则解析式中的指数 α 依次可以取 ().

A. $\frac{4}{3}, -2, \frac{3}{4}$

B. $-2, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}$

C. $-2, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}$

D. $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, -2$

*74. 求下列函数的定义域与值域: (1) $y = x^{\frac{5}{6}}x \in$ _____, $u \in$ _____. (2) $y = x^{\frac{5}{5}}x \in$ _____, $u \in$ _____. (3) $y = x^{\frac{8}{5}}x \in$ _____, $u \in$ _____. (4) $y = x^{-\frac{5}{4}}x \in$ _____, $u \in$ _____. (5) $y = x^{-\frac{5}{3}}x \in$ _____, $u \in$ _____. (6) $y = x^{-\frac{2}{3}}x \in$ _____, $u \in$ _____. (7) $y = -2(x+5)^{-\frac{1}{4}}x \in$ _____, $u \in$ _____. (8) $y = 5(2x-1)^{\frac{3}{4}}x \in$ _____, $u \in$ _____.

91. 将下列函数图象的标号, 填在相应函数后面的横线上: *(1) $y = x^{\frac{2}{3}}$: _____. (2) $y = x^{-2}$: _____. (3) $y = x^{\frac{1}{2}}$: _____. (4) $y = x^{-1}$: _____. (5) $y = x^{\frac{1}{3}}$: _____. *(6) $y = x^{\frac{3}{2}}$: _____. *(7) $y = x^{\frac{4}{3}}$: _____. (8) $y = x^{-\frac{1}{2}}$: _____. *(9) $y = x^{\frac{5}{3}}$: _____.

A.

B.

C.

D. (E) (F)

(G) (H) (I) (第 75 题)

92. (1) 若幂函数 $y = x^n$ 的图象在 $0 < x < 1$ 时位于直线 $y = x$ 的下方, 则 n 的取值范围是 _____. (2) 若幂函数 $y = x^n$ 的图象在 $0 < x < 1$ 时位于直线 $y = x$ 的上方, 则 n 的取值范围是 _____. *(3) 函数 $f(x) = x^{k^2-2k-3} (k \in \mathbf{Z})$ 的图象如图所示, 则 $k =$ _____. (第 76(3) 题)

93. 幂函数 $y = x^p$ 与 $y = x^q$ 的图象都通过定点 _____, 它们在第一象限部分关于直线 $y = x$ 对称, 则 p, q 应满足的条件是 _____.

94. 确定实数 a 的取值范围: (1) $2.4^a > 2.5^a$. (2) $(\frac{3}{4})^{-a} > (\frac{4}{3})^{-a}$. (3) $a^{-2} > 3^{-2}$. (4) $0.01^{-3} > a^{-3}$.

95. 将下列各组数从小到大排列: (1) $2.5^{\frac{2}{3}}, (-1.4)^{\frac{2}{3}}, (-3)^{\frac{1}{3}}$: _____. (2) $4.1^{\frac{2}{5}}, 3.8^{-\frac{2}{3}}, (-1.9)^{\frac{3}{5}}$: _____. (3) $0.16^{-\frac{3}{4}}, 0.5^{-\frac{3}{2}}, 6.25^{\frac{3}{8}}$: _____.

96. 已知函数 $y = x^{n^2-2n-3} (n \in \mathbf{Z})$ 的图象与两坐标轴都无公共点, 且其图象关于 y 轴对称, 求 n 的值, 并画出相应的函数图象. (三) 函数的单调性

97. 函数 $y = \sqrt{x^2+2x-3}$ 为减函数的区间是 ()

A. $(-\infty, -3]$.

B. $[-1, +\infty)$.

C. $(-\infty, -1]$.

D. $[1, +\infty)$.

98. 若函数 $y = (2k+1)x + b$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数, 则 ()

A. $k > \frac{1}{2}$.

B. $k < \frac{1}{2}$.

C. $k > -\frac{1}{2}$.

D. $k < -\frac{1}{2}$.

99. 若函数 $f(x) = 4x^2 - mx + 5$ 在区间 $[-2, +\infty)$ 上是增函数, 在区间 $(-\infty, -2]$ 上是减函数, 则 $f(1)$ 等于 ()

A. -7 .

B. 1 .

C. 17 .

D. 25 .

100. 若函数 $y = x^2 + 2(a-2)x + 5$ 在区间 $(4, +\infty)$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $a \leq -2$.

B. $a \geq -2$.

C. $a \leq -6$.

D. $a \geq -6$.

101. 下列函数中, 在区间 $(0, 2)$ 上为增函数的是 ()

A. $y = -3x + 1$.

B. $y = \sqrt[3]{x}$.

C. $y = x^2 - 4x + 3$.

D. $y = \frac{4}{x}$.

102. 若函数 $f(x)$ 在定义域 R 上为增函数, 且 $f(x) < 0$, 则下列函数在 R 上为增函数的是 ()

A. $y = |f(x)|$.

B. $y = \frac{1}{f(x)}$

C. $y = [f(x)]^2$.

D. $y = [f(x)]^3$.

103. (1) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$ 为增函数的区间是_____, 为减函数的区间是_____. (2) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}$ 为增函数的区间是_____. (3) 函数 $y = |3x - 5|$ 为减函数的区间是_____. (4) 函数 $y = |x^2 - 2x - 3|$ 为增函数的区间是_____. (5) 函数 $y = \frac{1-x}{1+x}$ 为减函数的区间是_____.

104. 定义在 $[1, 3]$ 上的函数 $f(x)$ 为减函数, 求满足不等式 $f(1-a) - f(3-a^2) > 0$ 的解集.

105. (1) 已知 $f(x) = -x^3 - x + 1 (x \in \mathbf{R})$, 求证 $y = f(x)$ 在定义域上为减函数. (2) 求证: 函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 在 $(0, 1)$ 上是减函数, 在 $(1, +\infty)$ 上是增函数. (3) 求证: $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x}$ 在定义域上是增函数. (4) 已知常数 m, n 满足 $mn < 2$, 求证: 函数 $f(x) = \frac{mx+1}{2x+n}$ 在 $(-\frac{n}{2}, +\infty)$ 上为减函数.

106. 已知 $f(x) = x^2 + 1, g(x) = x^4 + 2x^2 + 2$, 是否存在实数 λ , 使得 $F(x) = g(x) - \lambda f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上是减函数, 在 $(-1, 0)$ 上是增函数?

107. 已知函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数, 又实数 a, b 满足 $a+b \geq 0$, 求证: $f(a)+f(b) \geq f(-a)+f(-b)$.

108. $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R}^+ 的增函数, 且 $f(\frac{x}{y}) = f(x) - f(y)$. (1) 求 $f(1)$ 的值. (2) 若 $f(6) = 1$, 解不等式 $f(x+3) - f(\frac{1}{x}) < 2$. (四) 函数的奇偶性

109. 若 $f(x) = (m-1)x^2 + 3mx + 3$ 为偶函数, 则 $f(x)$ 在区间 $(-4, 2)$ 上 ()

A. 是增函数

B. 是减函数

C. 先是增函数后是减函数

D. 先是减函数后是增函数

$$1-x(x>0),$$

110. 函数 $f(x) = \begin{cases} 0 & (x=0), \\ 1+x & (x<0), \end{cases}$ 则该函数 ()

$$1+x(x<0),$$

A. 是奇函数, 但不是偶函数

B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既是奇函数, 也是偶函数

D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

111. 下列函数中既是奇函数, 又在定义域上为增函数的是 ()

A. $f(x) = 3x + 1$.

B. $f(x) = \frac{1}{x}$.

C. $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$.

D. $f(x) = x^3$.

112. 若 $f(x)$ 为定义在区间 $[-6, 6]$ 上的偶函数, 且满足 $f(3) > f(1)$, 则恒成立的是 ()

- A. $f(-1) < f(3)$. B. $f(0) < f(6)$. C. $f(3) > f(2)$. D. $f(2) > f(0)$.

113. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2-|x+2|}$ ()

- A. 是奇函数, 但不是偶函数 B. 是偶函数, 但不是奇函数 C. 既是奇函数, 又是偶函数 D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

114. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 则下列各点中在函数 $y = f(x)$ 的图象上的点的是 ()

- A. $(a, f(-a))$. B. $(-a, -f(a))$. C. $(\frac{1}{a}, -f(\frac{1}{a}))$. D. $(-\sin a, -f(-\sin a))$.

115. (1) 若 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 且当 $x < 0$ 时, $f(x) = 2x - 3$, 则当 $x > 0$ 时, $f(x) =$ _____. (2) 若奇函数 $f(x)$ 的定义域是 R , 则 $f(0) =$ _____.

116. (1) 若奇函数 $f(x)$ 在区间 $[-3, -1]$ 上是增函数, 且有最大值-2, 则 $f(x)$ 在 $[1, 3]$ 上是_____函数 (填“增”或“减”), 且最小值等于_____. (2) 设 $f(x)$ 为定义在 R 上的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 则 $f(-4)$, $f(-2)$, $f(3)$ 由小到大的排列顺序为_____.