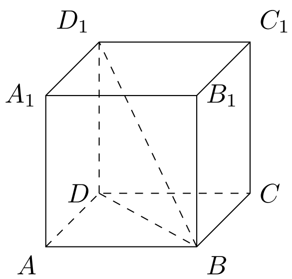
1. 函数 $f(x)=x^{-\frac{1}{2}}$ 的定义域是__________.

2. 集合 $A=\{-1,2m-1\}$, $B=\{m^2\}$, 若 $B\subseteq A$, 则实数 $m=$__________.

3. $(1+2x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$, 则 $a_3=$__________

4. 如图, 若正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长为 3, 高为 4, 则直线 BD_1 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为__________.



5. 方程 $\lg(x+2)=2\lg x$ 的解为__________.

6. 若 $\arccos x>\dfrac{\pi}{3}$, 则 x 的取值范围为__________.

7. 若函数 $f(x)=\sqrt{2x+1}$ 的反函数为 $g(x)$, 则函数 $g(x)$ 的零点为__________.

8. 已知函数 $y=\sin(\omega x-\dfrac{\pi}{6})(\omega>0)$ 图像的一条对称轴为 $x=\dfrac{\pi}{6}$, 则 ω 的最小值为__________.

9. 已知圆锥的底面半径为 1, 其侧面展开图为一个半圆, 则该圆锥的母线长为__________.

10. 7 人排成一行, 甲、乙相邻且丙不排两端的排法有__________ 种 (用数字作答).

11. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 且满足 $f(1)=0$. 若 $y=f(x)+a\cdot 2^x$ 是奇函数, $y=f(x)+3^x$ 是偶函数, 则 a 的值为__________.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, $b=2, c=1$, $\angle B-\angle C=\dfrac{\pi}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为__________.

13. 下列是 "$a>b$" 的充分不必要条件的是 (　　).

A. $a>b+1$　　B. $\dfrac{a}{b}>1$　　C. $a^2>b^2$　　D. $a^3>b^3$

14. 下列函数中, 既是奇函数, 又是减函数的是 (　　).

A. $y=x^{-1}$　　B. $y=-\arcsin x$　　C. $y=\log_2 x$　　D. $y=2^x$

15. 已知 $f(x)=\sin x$, 对任意 $x_1\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$, 都存在 $x_2\in[0\dfrac{\pi}{2}]$, 使得 $f(x_1)-2f(x_2+\theta)=-1$ 成立, 则下列 θ 取值可能的是 (　　).

A. $\dfrac{3\pi}{13}$　　B. $\dfrac{5\pi}{13}$　　C. $\dfrac{7\pi}{13}$　　D. $\dfrac{9\pi}{13}$

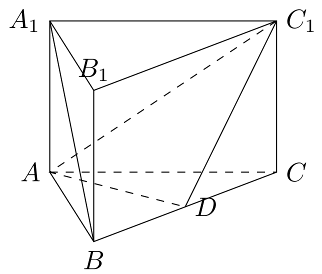
16. 非空集合 $A \subseteq \mathbf{R}$, 且满足如下性质: 性质一: 若 $a, b \in A$, 则 $a+b \in A$; 性质二: 若 $a \in A$, 则 $-a \in A$, 则称集合 A 为一个 “群”. 以下叙述:

① 若 A 为一个 “群”, 则 A 必为无限集; ② 若 A 为一个 “群”, 且 $a, b \in A$, 则 $a-b \in A$; ③ 若 A, B 都是 “群”, 则 $A \cap B$ 必定是 “群”; ④ 若 A, B 都是 “群”, 且 $A \cup B \neq A, A \cup B \neq B$, 则 $A \cup B$ 必定不是 “群”.

中, 正确的个数为 (　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

17. 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=2$, $AB=3$, 点 D 为 BC 的中点.



(1) 求证: 直线 A_1B 与 C_1D 为异面直线;

(2) 求三棱锥 $B-AC_1D$ 的体积.

18. 已知代数式 $(\frac{2}{m}+\frac{m}{x})^n (m>0,\, x>0)$.

(1) 当 $m=2$, $n=6$ 时, 求二项展开式中二项式系数最大的项;

(2) 若 $(\frac{2}{m}+\frac{m}{x})^{10}=a_0+\frac{a_1}{x}+\frac{a_2}{x^2}+\cdots+\frac{a_{10}}{x^{10}}$, 且 $a_2=180$, 求 $a_i (0 \leq i \leq 10,\, i \in \mathbf{N})$ 的最大值.

19. 为实现 “碳达峰”, 减少污染, 某化工企业开发了一个废料回收项目. 经测算, 该项目日回收成本 p(元) 与日回收量 x(吨)$(x \in [0, 50])$ 的函数关系可表示为 $p=\begin{cases} 20x, & 0 \leq x \leq 30, \\ x^2+16x-780, & 30 < x \leq 50, \end{cases}$ 且每回收 1 吨废料, 转化成其他产品可收入 80 元.

(1) 设日纯收益为 y 元, 写出函数 $y=f(x)$ 的解析式 (纯收益 = 收入 − 成本);

(2) 该公司每日回收废料多少吨时, 获得纯收益最大?

20. 已知函数 $f(x)=2^x+\frac{a}{2^x}$, a 为实常数.

(1) 若函数 $f(x)$ 为奇函数, 求 a 的值;

(2) 若 $x \in [0,1]$ 时 $f(x)$ 的最小值为 2, 求 a 的值;

(3) 若方程 $f(x)=6$ 有两个不等的实根 x_1, x_2, 且 $|x_1-x_2| \leq 1$, 求 a 的取值范围.

21. 若实数 $x, y \in [0, 2\pi]$, 且满足 $\cos(x+y)=\cos x+\cos y$, 则称 x 与 y 是 “余弦相关” 的.

(1) 若 $x=\frac{\pi}{2}$, 求出所有与之 “余弦相关” 的实数 y;

(2) 若存在实数 y, 与 x“余弦相关”, 求 x 的取值范围;

(3) 若不相等的两个实数 x 与 y 是 “余弦相关” 的, 求证: 存在实数 z, 使得 x 与 z 为 “余弦相关” 的, y 与 z 也为 “余弦相关” 的.

22. 函数 $y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$ 的最小正周期 $T=$__________.

23. 已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{x|x\le\dfrac{5}{2},\ x\in\mathbf{R}\}$, 则 $A\cap B=$__________.

24. 已知函数 $f(x)=\dfrac{x-1}{x+2}$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 则 $f^{-1}(0)=$__________.

25. 若双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{m}=1$ 的渐近线方程为 $y=\pm 2x$, 则实数 $m=$__________.

26. 在 $(1+2x)^6$ 的二项展开式中, x^2 项的系数为__________.

27. 已知圆锥的底面半径为 1, 母线长为 3, 则圆锥的体积为__________.

28. 已知复数 z 满足: $\mathrm{i}+\dfrac{2+\mathrm{i}}{\bar{z}}=0$($\mathrm{i}$ 为虚数单位), 则 $|z|=$__________.

29. 方程 $\log_3(x^2-1)=2+\log_3(x-1)$ 的解为 $x=$__________.

30. 某市高考新政规定每位学生在物理、化学、生物、历史、政治、地理中选择三门作为等级考试科目, 则甲、乙两位学生等级考试科目恰有一门相同的不同选择共有 __________ 种 (用数字作答).

31. 在 $\triangle ABC$ 中, 三边 a、b、c 所对的三个内角分别为 A、B、C, 若 $a=3$, $b=2\sqrt{6}$, $B=2A$, 则边长 $c=$__________.

32. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(-1,0)$、$B(0,3)$, EF 为圆 $x^2+y^2=4$ 上两个动点, 且 $|\overrightarrow{EF}|=4$, 则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}$ 的最大值为__________.

33. 无穷等差数列 $\{a_n\}$ 满足: ① $a_1<0$, $a_2>\dfrac{3}{2}$; ② 在区间 $(11,20)$ 中的项恰好比区间 $[41,50]$ 中的项少 2 项, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=$__________.

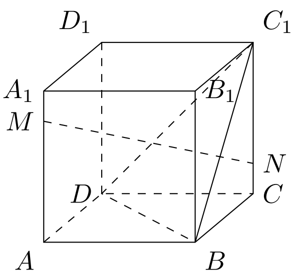
34. 关于 x、y 的二元一次方程组 $\begin{cases}x+2y=3,\\ 3x+4y=-1\end{cases}$ 的增广矩阵为 (　　).

A. $\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$　　B. $\begin{vmatrix}1&2\\3&4\end{vmatrix}$　　C. $\begin{pmatrix}1&2&-3\\3&4&1\end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix}1&2&3\\3&4&-1\end{pmatrix}$

35. 记数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\begin{cases}(-1)^n, & n\le 2021,\\ \dfrac{2n+1}{n+1}, & n\ge 2022,\end{cases}$ $n\in\mathbf{N}^*$, 则数列 $\{a_n\}$ 的极限为 (　　).

A. -1　　B. 1　　C. 2　　D. 不存在

36. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 MN 分别在棱 AA_1CC_1 上, 则 "直线 $MN\perp$ 直线C_1B" 是 "直线 $MN\perp$ 平面C_1BD" 的 (　　).



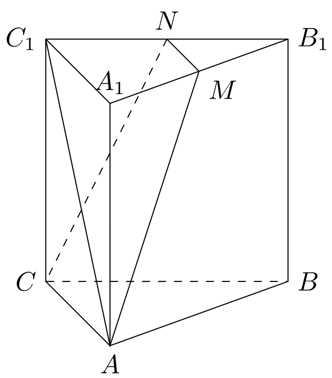
A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

37. 已知非空集合 A, B 满足: $A \cup B = R$, $A \cap B = \varnothing$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in A, \\ 2x-1, & x \in B. \end{cases}$ 对于下列两个命题: ① 存在唯一的非空集合对 (A, B), 使得 $f(x)$ 为偶函数; ② 存在无穷多非空集合对 (A, B), 使得方程 $f(x) = 2$ 无解. 下面判断正确的是 (　　).

A. ① 正确, ② 错误　　B. ① 错误, ② 正确　　C. ① 、② 都正确　　D. ① 、② 都错误

38. 如图, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的底面为直角三角形且 $\angle ACB = 90°$, 直角边 CA、CB 的长分别为 3、4, 侧棱 AA_1 的长为 4, 点 M、N 分别为线段 A_1B_1、C_1B_1 的中点.



(1) 求证: A, C, N, M 四点共面;

(2) 求直线 AC_1 与平面 $ACNM$ 所成角的大小.

39. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \cos \omega x$.

(1) 若 $\omega = 2$, 求函数 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的零点;

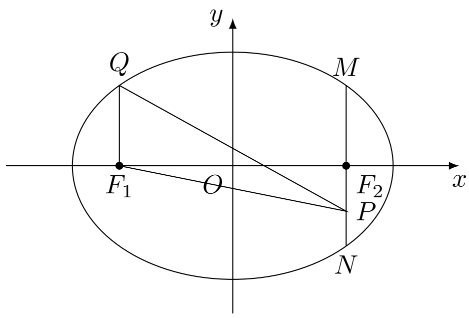
(2) 已知 $\omega = 1$, 函数 $g(x) = (f(x))^2 + \sqrt{3}\cos 2x$, $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$, 求函数 $g(x)$ 的值域.

40. 为了防止某种新冠病毒感染, 某地居民需服用一种药物预防. 规定每人每天定时服用一次, 每次服用 m 毫克. 已知人的肾脏每 24 小时可以从体内滤除这种药物的 80%, 设第 n 次服药后 (滤除之前) 这种药物在人体内的含量是 a_n 毫克, (即 $a_1 = m$).

(1) 已知 $m = 12$, 求 a_2、a_3;

(2) 该药物在人体的含量超过 25 毫克会产生毒副作用, 若人需要长期服用这种药物, 求 m 的最大值.

41. 如图, 椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2, 过右焦点 F_2 与 x 轴垂直的直线交椭圆于 MN 两点, 动点 P、Q 分别在直线 MN 与椭圆 C 上. 已知 $|F_1F_2|=2$, $\triangle MNF_1$ 的周长为 $4\sqrt{2}$.



(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若线段 PQ 的中点在 y 轴上, 求三角形 F_1QP 的面积;

(3) 是否存在以 F_1Q、F_1P 为邻边的矩形 F_1PEQ, 使得点 E 在椭圆 C 上? 若存在, 求出所有满足条件的点 Q 的横坐标; 若不存在, 说明理由.

42. 给定区间 I 和正常数 a, 如果定义在 $\mathbf{R}$ 上的两个函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 满足: 对一切 $x\in I$, 均有 $|f(x)-g(x)|\le a$, 称函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 具有性质 $P(I,a)$.

(1) 已知 $I=(0,+\infty)$, 判断下列两组函数是否具有性质 $P(I,2)$? ① $f_1(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$, $g_1(x)=2$; ② $f_2(x)=x^2+x+1$, $g_2(x)=x^2-x+1$;(不需要说明理由)

(2) 已知 $f(x)=0$, $y=g(x)$ 是周期函数, 且对任意的 $a>0$, 均存在区间 $I=(M,+\infty)$, 使得函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 具有性质 $P(I,a)$, 求证: $g(x)=0$;

(3) 已知 $I=[1,m]$, $f(x)=x^2$, 若存在一次函数 $y=g(x)$ 与 $y=f(x)$ 具有性质 $P(I,1)$, 求实数 m 的最大值.

43. 已知 $\overrightarrow{a}=(-1,1)$, 则 $|\overrightarrow{a}|=$__________.

44. 函数 $y=\log_2(x+1)$ 的反函数为__________.

45. 若直线 $l_1:2x+my+1=0$ 与 $l_2:y=3x-1$ 垂直, 则实数 $m=$__________.

46. 已知 $2+\mathrm{i}$(i 是虚数单位) 是实系数一元二次方程 $x^2+px+q=0$ 的根, 则 $p+q=$__________.

47. 已知 $\sin x=\dfrac{3}{5}$, $x\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$, 则行列式 $\begin{vmatrix}\sin x & -1\\ 1 & \sec x\end{vmatrix}$ 的值等于__________.

48. 已知 $A=\{x|\dfrac{2}{x}>1\}$, $B=\{x|\log_2(x-1)<1\}$, 则 $A\cap B=$__________.

49. 在某次数学测验中, 5 位学生的成绩如下: $78,85,a,82,69$, 他们的平均成绩为 80, 则他们的成绩的方差等于__________.

50. 已知实数 x,y 满足 $\begin{cases} x+y\le 4, \\ y\ge x, \\ x\ge 1, \end{cases}$ 则 $x+2y$ 的最大值为__________.

51. 若 $(x+\dfrac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的二项展开式中各项系数的和等于 64, 则其中 x^3 的系数是__________.

52. 三阶矩阵 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ 中有 9 个不同的数 $a_{ij}(i=1,2,3,\ j=1,2,3)$, 从中任取三个, 则至少有两个数位于同行或同列的概率是__________(结果用分数表示).

53. 已知抛物线 $y^2=4x$, 斜率为 k 的直线 l 经过抛物线的焦点 F, 与抛物线交于 P、Q 两点, 点 Q 关于 x 轴的对称点为 Q', 点 P 关于直线 $x=1$ 的对称点为 P', 且满足 $P'Q'\perp PQ$, 则直线 l 的方程为__________.

54. 若函数 $f(x)=\cos mx(m>0)$ 在区间 $(2\pi,3\pi)$ 内既没有取到最大值 1, 也没有取到最小值 -1, 则 m 的取值范围为__________.

55. 设 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$, 则 "$x_1+x_2>6$ 且 $x_1x_2>9$" 是 "$x_1>3$ 且 $x_2>3$" 的 (　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

56. 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1>0$ 且公差 $d>0$, 若 $\lg a_1,\lg a_3,\lg a_6$ 也是等差数列, 则其公差为 (　　).

A. $\lg d$　　B. $\lg 2d$　　C. $\lg\dfrac{2}{3}$　　D. $\lg\dfrac{3}{2}$

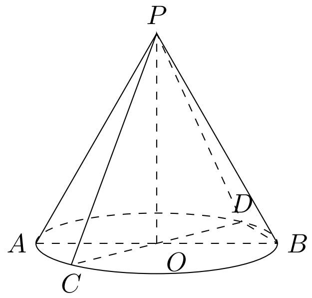
57. 椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左、右顶点分别为 A_1,A_2, 点 P 在 C 上 (P 不与 A_1,A_2 重合) 且直线 PA_2 的斜率的取值范围是 $[-2,-1]$, 那么直线 PA_1 斜率的取值范围是 (　　).

A. $[\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{4}]$　　B. $[\dfrac{3}{8},\dfrac{3}{4}]$　　C. $[\dfrac{1}{2},1]$　　D. $[\dfrac{3}{4},1]$

58. 定义域为 $[a,b]$ 的函数 $y=f(x)$ 图像的两个端点为 $A(a,f(a)),B(b,f(b))$. $M(x,y)$ 是 $y=f(x)$ 图像上任意一点, 过点 M 作垂直于 x 轴的直线 l 交线段 AB 于点 N(点 M 与点 N 可以重合), 我们称 $|\overrightarrow{MN}|$ 的最大值为该函数的 "曲径". 下列定义域为 $[1,2]$ 的函数中, 曲径最小的是 (　　).

A. $y=x^2$　　B. $y=\dfrac{2}{x}$　　C. $y=x-\dfrac{1}{x}$　　D. $y=\sin\dfrac{\pi}{3}x$

59. 如图, 圆锥的顶点为 P, 底面圆心为 O, 线段 AB 和线段 CD 都是底面圆的直径, 且 $AB\perp CD$, 取劣弧 BC 上一点 E, 使 $\angle COE=\dfrac{\pi}{3}$, 连结 PE. 已知 $|OA|=1$, $|PA|=2$.



(1) 求该圆锥的体积;

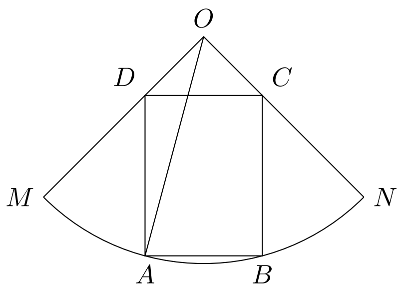
(2) 求异面直线 PE、BD 所成角的大小.

60. 已知函数 $f(x)=x^2+mx+3$, 其中 $m\in\mathbf{R}$.

(1) 若不等式 $f(x)<5$ 的解集是 $(-1,2)$, 求 m 的值;

(2) 若函数 $y=f(x)$ 在区间 $[0,3]$ 上有且仅有一个零点, 求 m 的取值范围.

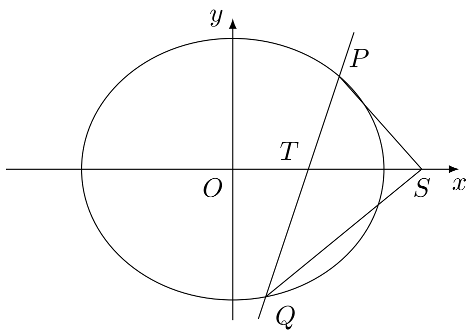
61. 如图, 有一块扇形草地 OMN, 已知半径为 4, $\angle MON=\dfrac{\pi}{2}$, 现要在其中圈出一块举行场地 $ABCD$ 作为儿童乐园使用, 其中点 A、B 在弧 $\overset{\frown}{MN}$ 上, 且线段 AB 平行于线段 MN.



(1) 若点 A 为弧 $\overset{\frown}{MN}$ 的一个三等分点, 求矩形 $ABCD$ 的面积 S;

(2) 当 A 在何处时, 矩形 $ABCD$ 的面积 S 最大? 最大值为多少?

62. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$, 过定点 $T(t,0)$ 的直线交椭圆于 P,Q 两点, 其中 $t\in(0,a)$.



(1) 若椭圆短轴长为 $2\sqrt{3}$ 且经过点 $(-1,\dfrac{3}{2})$, 求椭圆方程;

(2) 对 (1) 中的椭圆, 若 $t=\sqrt{3}$, 求 $\triangle OPQ$ 面积的最大值;

(3) 在 x 轴上是否存在点 $S(s,0)$ 使得 $\angle PST=\angle QST$ 恒成立? 如果存在, 求出 s,t 的关系; 如果不存在, 说明理由.

63. 已知 a 为实数, 数列 $\{a_n\}$ 满足: ① $a_1=a$; ② $a_{n+1}=\begin{cases}a_n-3, & a_n>3,\\ 4-a_n, & a_n\le 3,\end{cases}(n\in\mathbf{N}^*)$. 若存在一个非零常数 $T\in\mathbf{N}^*$, 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$, $a_{n+T}=a_n$ 都成立, 则称数列 $\{a_n\}$ 为周期数列.

(1) 当 $a=3$ 时, 求 $a_1+a_2+a_3+a_4$ 的值;

(2) 求证: 存在正整数 n, 使得 $0\le a_n\le 3$;

(3) 设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 是否存在实数 a 满足: ① 数列 $\{a_n\}$ 为周期数列; ② 存在正奇数 k, 使得 $S_k=2k$. 若存在, 求出所有 a 的可能值; 若不存在, 说明理由.

64. 若集合 $A=(-\infty,1)$, $B=(0,+\infty)$, 则 $A\cap B=$__________.

65. 复数 $z=2-\mathrm{i}$, 则 $|z|=$__________.

66. 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+t,\\ y=1+2t,\end{cases}(t\in\mathbf{R})$, 则直线 l 的斜率为__________.

67. $(1+2x)^{10}$ 的二项展开式中, x^2 项的系数为__________.

68. 若圆锥的母线长为 5, 底面半径为 3, 则该圆锥的体积为__________.

69. 函数 $f(x)=1+\lg x$ 的反函数是 $f^{-1}(x)$=__________.

70. 设 $a,b,c,d\in\mathbf{R}$, 若行列式 $\begin{vmatrix}a & b & 1\\ c & d & 2\\ 0 & 0 & 3\end{vmatrix}=9$, 则行列式 $\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}$ 的值为__________.

71. 已知集合 $A=\{-2,-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{2},1,2,3\}$, 从集合 A 中任取一个元素 a, 使函数 $y=x^a$ 是奇函数且在 $(0,+\infty)$ 上递增的概率为__________.

72. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 若 $S_5=S_7$, 且 $a_2+a_3=8$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{S_n}{n^2}=$__________.

73. 已知点 P 为正 $\triangle ABC$ 边上或内部的一点, 且实数 x,y 满足 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+2y\overrightarrow{AC}$, 则 $x-y$ 的取值范围是__________.

74. 设点 P 是曲线 $y=\sqrt{x^2+1}$ 上的动点, 点 $F(0,-\sqrt{2})$, $A(\sqrt{2},0)$ 满足 $|PF|+|PA|=4$, 则点 P 的坐标为__________.

75. 函数 $f(x)=\cos\omega x(\omega>0,\ x\in\mathbf{Z})$ 的值域中仅有 5 个不同的值, 则 ω 的最小值为__________.

76. "$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$" 是 "$\alpha$ 为第一象限角" 的 (　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

77. 下列不等式恒成立的是 (　　).

A. $|x+y| \geq |x-y|$　　B. $\sqrt{x^2+1}+x>0$

C. $x+\dfrac{1}{x} \geq 2$　　D. $|x+y|+|x-y| \leq |x|+|y|$

78. 上海入夏的标准为: 立夏之后, 连续五天日平均气温不低于 $22^\circ\mathrm{C}$. 立夏之后, 测得连续五天的平均气温数据满足如下条件, 其中能断定上海入夏的是 (　　).

A. 总体均值为 $25^\circ\mathrm{C}$, 中位数为 $23^\circ\mathrm{C}$　　B. 总体均值为 $25^\circ\mathrm{C}$, 总体方差大于 $0^\circ\mathrm{C}^2$

C. 总体中位数为 $23^\circ\mathrm{C}$, 众数为 $25^\circ\mathrm{C}$　　D. 总体均值为 $25^\circ\mathrm{C}$, 总体方差为 $1^\circ\mathrm{C}^2$

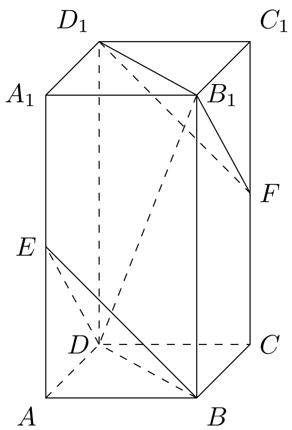
79. 对于定义在集合 D 上的两个函数 $y_1=f_1(x)$ 与 $y_2=f_2(x)$, 若对任意的 $x \in D$, 总有 $|f_2(x)| \leq |f_1(x)|$ 成立, 则称函数 $f_1(x)$ 包裹函数 $f_2(x)$. 判断如下两个命题真假:

① 函数 $f_1(x)=kx$ 包裹函数 $f_2(x)=x\cos x$ 的充要条件是 $|k| \geq 1$; ② 若对于任意 $p>0$, $|f_1(x)-f_2(x)|<p$ 对任意 $x \in D$ 都成立, 则函数 $f_1(x)$ 包裹函数 $f_2(x)$;

则下列选项正确的是 (　　).

A. ① 真, ② 假　　B. ① 假, ② 真　　C. ①、② 全假　　D. ①、② 全真

80. 如图所示, 正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长 1, 侧棱长 4, AA_1 中点为 E, CC_1 中点为 F.



(1) 求证: 平面$BDE \parallel$ 平面B_1D_1F;

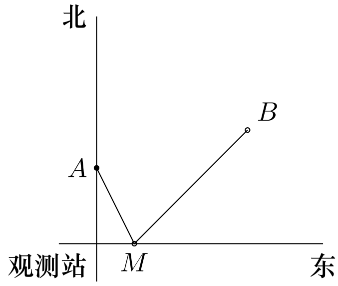
(2) 连结 B_1D, 求直线 B_1D 与平面 BDE 所成的角的大小.

81. 已知函数 $f(x)=t\sin x+|\cos x|$, 其中常数 $t \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(2) $\triangle ABC$ 中内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c, 且 $a=2$, $b=\sqrt{5}$, $f(A)=2$, 求当 $t=\sqrt{3}$ 时, $\triangle ABC$ 的面积.

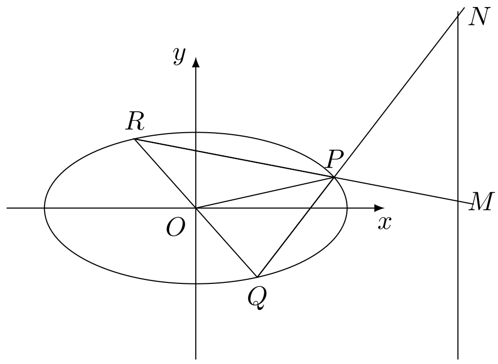
82. 如图所示, 鸟类观测站需同时观测两处鸟类栖息地. A 地在观测站正北方向, 且距离观测站 2 公里处, B 地在观测站北偏东 $\arcsin\dfrac{4}{5}$ 方向, 且距离观测站 5 公里. 观测站派出一辆观测车 (记为点 M) 沿着公路向正东方向行驶进行观测, 记 $\angle AMB$ 为观测角.



(1) 当观测车行驶至距观测站 1 公里时, 求观测角 $\angle AMB$ 的大小 (精确到 $0.1°$);

(2) 为了确保观测质量, 要求观测角 $\angle AMB$ 不小于 $45°$, 求观测车行驶过程中满足要求的路程有多长 (精确到 0.1 公里).

83. 如图, 中心在原点 O 的椭圆 Γ 的右焦点为 $F(2\sqrt{3},0)$, 长轴长为 8. 椭圆 Γ 上有两点 P,Q, 连结 OP,OQ, 记它们的斜率为 k_{OP}、k_{OQ}, 且满足 $k_{OP}\cdot k_{OQ}=-\dfrac{1}{4}$.



(1) 求椭圆 Γ 的标准方程; (2) 求证: $|OP|^2+|OQ|^2$ 为一定值, 并求出这个定值; (3) 设直线 OQ 与椭圆 Γ 的另一个交点为 R, 直线 RP 和 PQ 分别与直线 $x=4\sqrt{3}$ 交于点 M,N, 若 $\triangle PQR$ 和 $\triangle PMN$ 的面积相等, 求点 P 的横坐标.

84. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1=1$, $a_{n+1}=-a_n$ 或 $a_{n+1}=a_n+2$, 对一切 $n\in\mathbf{N}^*$ 都成立. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若存在一个非零常数 $T\in\mathbf{N}^*$, 对于任意 $n\in\mathbf{N}^*$, $a_{n+T}=a_n$ 成立, 则称数列 $\{a_n\}$ 为周期数列, T 是一个周期.

(1) 求 a_2、a_3 所有可能的值, 并写出 a_{2022} 的最小可能值 (不需要说明理由);

(2) 若 $a_n>0$, 且存在正整数 $p,q(p\neq q)$, 使得 $\dfrac{a_p}{q}$ 与 $\dfrac{a_q}{p}$ 均为整数, 求 a_{p+q} 的值;

(3) 记集合 $S=\{n|S_n=0,n\in\mathbf{N}^*\}$, 求证: 数列 $\{a_n\}$ 为周期数列的必要非充分条件为 "集合 S 为无穷集合".