1. (000048) 填空题:

(1) 若 $x^3=5$, 则 $x=$__________; 若 $3^x=5$, 则 $x=$__________.

(2) 将 $\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a}}\ (a>0)$ 化成有理数指数幂的形式为__________.

(3) 若 $\log_8 x=-\dfrac{2}{3}$, 则 $x=$__________.

(4) 若 $\log_a b\cdot\log_5 a=3(a>0$ 且 $a\neq 1)$, 则 $b=$__________.

2. (000049) 选择题:

(1) 若 $\lg a$ 与 $\lg b$ 互为相反数, 则有 (　　).

A. $a+b=0$　　B. $ab=1$　　C. $\dfrac{a}{b}=1$　　D. 以上答案均不对

(2) 设 $a>0$, 下列计算中正确的是 (　　).

A. $a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{3}{2}}=a$　　B. $a^{\frac{2}{3}}\div a^{\frac{3}{2}}=a$

C. $a^{-4}\cdot a^4=0$　　D. $(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}=a$

3. (001287) 已知 m,n 是有理数, 则以下各说法中, 正确的有__________.

(1) 对一切 m,n 均成立 $2^m2^n=2^{m+n}$　　(2) 存在 m,n 使得 $2^m2^n=2^{mn}$

(3) 存在 m,n 使得 $2^m+2^n=2^{m+n}$　　(4) 存在 m,n 使得 $(2^m)^n=2^{m^n}$

4. (003662) 已知常数 $a>0$, 函数 $f(x)=\dfrac{2^x}{2^x+ax}$ 的图像经过点 $P\left(p,\dfrac{6}{5}\right)$, $Q\left(q,-\dfrac{1}{5}\right)$. 若 $2^{p+q}=36pq$, 则 $a=$__________.

5. (005621) 若 $x=t^{\frac{1}{t-1}}$, $y=t^{\frac{t}{t-1}}(t>0,\ t\neq 1)$, 则 x,y 之间的关系是 (　　).

A. $y^x=x^{\frac{1}{y}}$　　B. $y^{\frac{1}{x}}=x^y$　　C. $y^x=x^y$　　D. $x^x=y^y$

6. (000053) 已知 $m=\log_2 10$, 求 $2^m-m\lg 2-4$ 的值.

7. (000054) 填空题:

(1) 若 $4^x=2^{-\frac{1}{2}}$, $4^y=\sqrt[3]{32}$, 则 $2x-3y=$__________.

(2) 若 $\log_3(\log_4 x)=1$, 则 $x=$__________.

(3) 若 $3^a=7^b=63$, 则 $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的值为__________.

8. (000074)$\log_2 3$ 是有理数吗? 请证明你的结论.

9. (005650) 已知不相等的两个正数 a,b 满足 $a^{\lg ax}=b^{\lg bx}$, 求 $(ab)^{\lg abx}$ 的值.

10. (001300) 用不含对数的式子表示:

(1) 若 $\log_7 2=a$, 则 $\log_7 14=$________________, $\log_7\sqrt{3.5}=$________________.

(2) 若 $\log_3 2=a$, 则 $\log_3 4=$________________, $\log_3\dfrac{2}{3}=$________________.

(3) 若 $\lg 2=a$, 则 $\lg 25=$________________.

11. (003828) 已知正数 x,y 满足 $\ln x+\ln y=\ln(x+y)$, 则 $2x+y$ 的最小值是__________.

12. (001308)[证明对数的换底公式] 若 $a,b,N>0$, $a\neq 1,b\neq 1$, 则

$$\log_a N=\frac{\log_b N}{\log_b a}.$$

13. (000060) 已知 a、b 及 c 是不为 1 的正数, 且 $\lg a+\lg b+\lg c=0$. 求证: $a^{\frac{1}{\lg b}+\frac{1}{\lg c}}\cdot b^{\frac{1}{\lg c}+\frac{1}{\lg a}}\cdot c^{\frac{1}{\lg a}+\frac{1}{\lg b}}=\frac{1}{1000}$.

14. (001312) 计算下列各式 (要有必要的过程):

(1) $\log_3 5\cdot\log_5 7\cdot\log_7 9$;

(2) $(\log_4 3+\log_8 3)(\log_3 2+\log_9 2)$;

(3) $2\log_{100}5-\sqrt{1-2\lg 2+\lg^2 2}$;

(4) $\dfrac{\log_5\sqrt{2}\cdot\log_7 9}{\log_5\frac{1}{3}\cdot\log_7\sqrt[3]{4}}$;

(5) $2^{\log_4(\sqrt{3}-2)^2}+3^{\log_9(\sqrt{3}+2)^2}$;

(6) $\dfrac{\log_{36}4}{\log_{18}6}+\log_6^2 3$.

15. (001314) 若 $2^a=5^b=100$, 求 $\dfrac{a+b}{ab}$ 的值.

16. (001316) 若 $\log_2 3=a$, $\log_3 7=b$, 试用 a,b 表示 $\log_{42}56$.

17. (005013) 若 $0<a<1$, $0<b<1$, 则 $\log_a b+\log_b a$ 的最小值为________.

18. (005016) 若 a,b,c 均大于 1, 且 $\log_a c\cdot\log_b c=4$, 则下列各式中, 一定正确的是 (   ).

A. $ac\geq b$　　B. $ab\geq c$　　C. $bc\geq a$　　D. $ab\leq c$

19. (001286) $\dfrac{\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{\frac{1}{3}}}}}}{\sqrt{27\sqrt{\frac{1}{3}}}}$ 用 3 的有理数指数幂表示为____________.

20. (001292) 已知 a,b 是实数, 函数 $f(x)=a\cdot b^x$, 且 $f(4)=648$, $f(5)=1944$, 求 $f(9/2)$.

21. (010110) 用有理数指数幂的形式表示下列各式 (其中 $a>0$, $b>0$):

(1) $a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{4}}$;

(2) $\sqrt[3]{a\sqrt{a}}$;

(3) $(a^{\frac{1}{4}}b^{-\frac{3}{8}})^8$;

(4) $(\dfrac{a^{-3}b^4}{\sqrt{b}})^{-\frac{1}{3}}$.

22. (000058) 已知 $a>1$, $b>0$. 求证: 对任意给定的实数 k, $a^{2b+k}-a^{b+k}>a^{b+k}-a^k$.

23. (010114) 设 $a>b>0$, 求证: $a^ab^b>(ab)^{\frac{a+b}{2}}$.

24. (001296) 求值: $\log_2 0.5=$________________, $\log_9 27=$________________, $3^{1+\log_3 5}=$________________.

25. (005610) 已知 $x=a^{\frac{1}{1-\log_a y}}$, $y=a^{\frac{1}{1-\log_a z}}$ 求证: $z=a^{\frac{1}{1-\log_a x}}$.

26. (001353) 解方程: $x^{\log_2 x}=32x^4$.

27. (001305) 计算下列各式 (要有必要的过程):

(1) $\frac{1}{2}\log_{20}45-\log_{20}30$;

(2) $\dfrac{\lg 3+\frac{2}{5}\lg 9+\frac{3}{5}\lg\sqrt{27}-\lg\sqrt{3}}{\lg 81-\lg 27}$;

(3) $\lg^2 2+\lg^2 5+2\lg 2\lg 5$;

(4) $\lg^3 2+\lg^3 5+3\lg 2\lg 5$;

(5) $\lg 4+2\sqrt{\lg^2 6-\lg 6^2+1}+\lg 9$.

28. (001307) 已知 $a=\log_3 36$, $b=\log_4 36$. 求 $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$.(提示: 你学过实数指数幂的运算律的)

29. (010125) 科学家以里氏震级来度量地震的强度, 若设 I 为地震时所散发出来的相对能量程度, 则里氏震级度量 r 可定义为 $r=\frac{2}{3}\lg I+2$. 求 7.8 级地震和 6.9 级地震的相对能量比值. (结果精确到个位)

30. (001309)(1) 若 $\lg 3=a$, $\lg 2=b$, 则 $\log_6 12=$________________.

(2) 若 $\log_{\sqrt{3}}2=a$, 则 $\log_{12}3=$________________.

31. (005014) 若 $a>1$, $0<b<1$, 则 $\log_a b+\log_b a$ 的最大值为__________.

32. (005123) 已知 $a>1$ 且 $a^{\lg b}=\sqrt[4]{2}$, 求 $\log_2(ab)$ 的最小值.

33. (005678) 已知 $a^2+b^2=c^2$, 求证 $\log_{(c+b)}a+\log_{(c-b)}a=2\log_{(c+b)}a\cdot\log_{(c-b)}a$.