

1. 判断下列各组对象能否组成集合, 若能组成集合, 指出是有限集还是无限集.

- (1) 上海市控江中学 2022 年入学的全体高一年级新生;
- (2) 中国现有各省的名称;
- (3) 太阳、2、上海市;
- (4) 大于 10 且小于 15 的有理数;
- (5) 末位是 3 的自然数;
- (6) 影响力比较大的中国数学家;
- (7) 方程  $x^2 + x + 3 = 0$  的所有实数解;
- (8) 函数  $y = \frac{1}{x}$  图像上所有的点;
- (9) 在平面直角坐标系中, 到定点  $(0, 0)$  的距离等于 1 的所有点;
- (10) 不等式  $3x - 10 < 0$  的所有正整数解;
- (11) 所有的平面四边形.

2. 用 “ $\in$ ” 或 “ $\notin$ ” 填空:

- (1)  $-3$        $\mathbf{N}$ ;
- (2)  $3.14$        $\mathbf{Q}$ ;
- (3)  $5$        $\mathbf{Z}$ ;
- (4)  $\frac{1}{2}$        $\mathbf{N}$ ;
- (5)  $-2$        $\mathbf{Q}$ ;
- (6)  $\pi$        $\mathbf{R}$ ; (7)  $0.\dot{1}\dot{3}$        $\mathbf{Q}$ ;
- (8)  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{2}$        $\mathbf{Z}$ ;
- (9)  $\frac{\pi}{2}$        $\mathbf{Q}$ ;
- (10)  $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$        $\mathbf{N}$ ;
- (11)  $0$        $\emptyset$ ;
- (12)  $0$        $\mathbf{N}$ .

3. 对于一个确定的实数  $x$ , 由  $x, -x, |x|, -\sqrt{x^2}$  中的一个值或几个值组成的所有集合中, 元素的个数最多有多少个?

4. 已知关于  $x$  的方程  $\sqrt{x^2 + 4x + a} = x + 2$ , 若以该方程的所有解为元素组成的集合是无限集, 求实数  $a$  满足的条件.

5. 用列举法表示下列集合:

- (1) 12 以内的素数组成的集合;
- (2) 绝对值小于 3 的所有整数的集合;
- (3)  $\{x | \frac{6}{3-x} \in \mathbf{N}, x \in \mathbf{Z}\}$ ;
- (4)  $\{y | y = x^2 - 1, |x| \leq 2, x \in \mathbf{Z}\}$ ;

(5)  $\{(x, y) | y = x^2 - 1, |x| \leq 2, x \in \mathbf{Z}\}$ ;

(6)  $\{(x, y) | x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$ .

6. 用描述法表示下列集合:

- (1) 所有奇数组成的集合;
- (2) 被 3 除余数等于 2 的正整数的集合;
- (3) 不小于 10 的实数组成的集合;
- (4) 绝对值大于 4 的所有整数组成的集合;
- (5) 平面直角坐标系内  $y$  轴上的点的坐标组成的集合;
- (6) 在直线  $y = 2x + 1$  上所有的点的坐标组成的集合.

7. 用区间表示下列集合:

- (1)  $\{x | -2 < x < 7\}$ ;
- (2)  $\{x | -2 \leq x \leq 7\}$ ;
- (3)  $\{x | -2 \leq x < 7\}$ ;
- (4) 不等式  $2x < 5$  的解集;
- (5) 不等式  $-x < 5$  的解集;
- (6) 非负实数集.

8. 用适当的方法表示下列集合:

- (1) 能被 10 整除的所有正数组成的集合;
- (2) 能整除 10 的所有正数组成的集合;
- (3) 方程  $x^2 + 2 = 0$  的实数解组成的集合;
- (4) 方程组  $\begin{cases} 2x + y = 0, \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$  的所有解组成的集合;
- (5) 两直线  $y = 2x + 1$  和  $y = x - 2$  的交点组成的集合.

9. 下面写法正确的有\_\_\_\_\_.

- ①  $\emptyset \in \{a\}$ ; ②  $(0, 1) \in \{0, 1\}$ ; ③  $1 \in \{(0, 1)\}$ ; ④  $(0, 1) \in \{(0, 1)\}$ ; ⑤  $0 \in \{0, 1\}$ ; ⑥  $0 \notin \{0, 1\}$ .

10. 集合  $\{(x, y) | xy \geq 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$  是指 ( ).

- A. 第一象限内的所有点  
B. 第三象限内的所有点  
C. 第一象限和第三象限内的所有点  
D. 不在第二象限、第四象限内的所有点

11. 若集合  $M = \{0, 2, 3, 7\}$ ,  $P = \{x | x = ab, a, b \in M, a \neq b\}$ . 用列举法写出集合  $P$ .

12. 已知集合  $A = 2, a^2, a$ , 且  $1 \in A$ , 求实数  $a$  的值.

13. 设集合  $M = \{a | a = x^2 - y^2, x, y \in \mathbf{Z}\}$ , 下列数中不属于  $M$  的为 ( ).

- A. 3                                      B. 6                                      C. 9                                      D. 12

14. 已知集合  $A = \{x|x = a + \sqrt{2}b, a, b \in \mathbf{Z}\}$ , 若  $x_1, x_2 \in A$ , 证明:  $x_1x_2 \in A$ .
15. 已知集合  $A = \{x|(k+1)x^2 + x - k = 0\}$  中只有一个元素, 求实数  $k$  的值.
16. 用符号 “ $\subset$ ”、“ $=$ ” 或 “ $\supset$ ” 填空:
- (1)  $\{a\}$  \_\_\_\_\_  $\{a, b, c\}$ ;
  - (2)  $\{a, b, c\}$  \_\_\_\_\_  $\{a, c\}$ ;
  - (3)  $\{1, 2\}$  \_\_\_\_\_  $\{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ;
  - (4)  $A = \{x|x^2 - 2x + 1 = 0\}$  \_\_\_\_\_  $B = \{x|x^2 + 2x - 3 = 0\}$ ;
  - (5)  $A = \{1, 2\}$  \_\_\_\_\_  $B = \{x|x \text{ 是 } 2 \text{ 的正约数}\}$ ;
  - (6)  $A = \{(x, y)|xy > 0\}$  \_\_\_\_\_  $B = \{(x, y)|x > 0, y > 0\}$ .
17. 集合  $\{1, 2, 3\}$  的子集共有 \_\_\_\_\_ 个.
18. 已知集合  $A = \{1, 2\}$ , 集合  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . 若集合  $M$  满足  $A \subset M$  且  $M \subseteq B$ , 则这样的集合  $M$  有 \_\_\_\_\_ 个.
19. 满足  $\{a, b\} \subset M \subset \{a, b, c, d, e\}$  的集合  $M$  有 \_\_\_\_\_ 个.
20. 下列写法正确的有 \_\_\_\_\_.
- ①  $\emptyset \subset \{0\}$ ; ②  $\emptyset = \emptyset$ ; ③  $\emptyset \in \{0\}$ ; ④  $0 \in \emptyset$ .
21. 下列各选项中,  $M$  与  $P$  表示同一个集合的有 \_\_\_\_\_.
- ①  $M = \{(1, -3)\}$ ,  $P = \{(-3, 1)\}$ ; ②  $M = \{1, -3\}$ ,  $P = \{-3, 1\}$ ; ③  $M = \emptyset$ ,  $P = \{\emptyset\}$ ; ④  $M = \{y|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $P = \{(x, y)|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$ ; ⑤  $M = \{y|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $P = \{t|t = y^2 + 1, y \in \mathbf{R}\}$ ; ⑥  $M = \{y|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $P = \{x|y = \sqrt{x-1}, x \in \mathbf{R}\}$ .
22. 下列说法正确的有 \_\_\_\_\_.
- ① 若  $a \in A$  且  $A \subseteq B$ , 则  $a \in B$ ; ② 若  $A \subseteq B$  且  $A \subseteq C$ , 则  $B = C$ ; ③ 若  $A \subset B$  且  $B \subseteq C$ , 则  $A \subset C$ .
23. 设常数  $x, y \in \mathbf{R}$ , 已知集合  $A = \{x, y\}$ ,  $B = \{2x, x^2\}$ , 且  $A = B$ , 求集合  $A$ .
24. 证明: 集合  $A = \{1, 2, 3\}$  是集合  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  的子集.
25. 判断集合  $A = \{n|n = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{n|n = 2m + 1, m \in \mathbf{Z}\}$  的关系, 并说明理由.
26. 证明集合  $A = \{n|n = 2k - 1, k \in \mathbf{N}\}$  不是集合  $B = \{n|n = 2m + 1, m \in \mathbf{N}\}$  的子集, 且集合  $A$  真包含集合  $B$ .
27. 已知集  $B = \{0, 2, 4\}$ ,  $C = \{0, 2, 6\}$ , 若集合  $A$  满足  $A \subseteq B$ ,  $A \subseteq C$ , 写出所有满足条件的集合  $A$ .
28. 已知集合  $A = \{1\}$ ,  $B = \{x|x \subseteq A\}$ , 用列举法表示集合  $B$ . 并指出  $A$  与  $B$  的关系.
29. 若集合  $A = \{2, a, a + 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 8\}$ , 且  $B \supset A$ , 则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

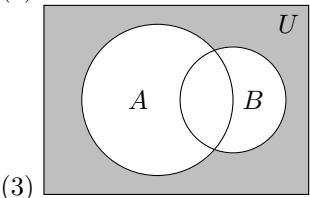
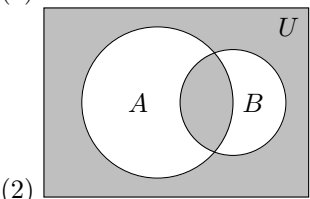
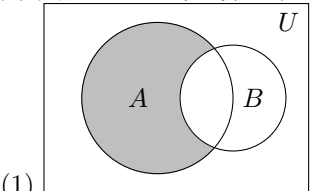
30. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ . 若集合  $A = (-\infty, 5)$  与  $B = (-\infty, a]$  满足  $A \subseteq B$ , 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
- 证明: 1° 当  $a$ \_\_\_\_\_ 时, 任取  $x \in A$ , 则\_\_\_\_\_, 所以  $x \in B$ , 即  $A \subseteq B$ .
- 2° 当  $a$ \_\_\_\_\_ 时, 取  $x_1 =$ \_\_\_\_\_, 则\_\_\_\_\_, 所以  $x_1 \in A$  且  $x_1 \notin B$ .
- 由 1°、2° 可得结论.
31. 设常数  $p \in \mathbf{R}$ , 已知  $A = \{x|x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$ ,  $B = \{x|4x+p=0\}$ , 若  $B \subset A$ , 则  $p$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
32. 已知集合  $A = \{1\}$ , 集合  $B = \{x|x^2 - 2x + a = 0\}$ , 且  $A \subset B$ , 求实数  $a$  的取值范围.
33. 已知集合  $S = \{1, 2\}$ , 集合  $T = \{x|ax^2 - 3x + 2 = 0\}$ , 且  $S = T$ , 求实数  $a$  的取值范围.
34. 已知集合  $S = \{1, 2\}$ , 集合  $T = \{x|ax^2 - 3x + 2 = 0\}$ , 且  $S \supseteq T$ , 求实数  $a$  的取值范围.
35. 证明: 集合  $A = \{x|x = 6n - 1, n \in \mathbf{Z}\}$  是  $B = \{x|x = 3n + 2, n \in \mathbf{Z}\}$  的真子集.
36. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ , 已知集合  $A = \{x|x^2 - 1 = 0\}$ , 集合  $B = \{x|(x-1)(x-a) = 0\}$ . (1) 若  $B \subset A$ , 求  $a$  值的集合;
- (2) 若  $B$  不是  $A$  的子集, 求  $a$  值的集合.
37. 已知集合  $A = \{x|0 < x < a\}$ ,  $B = \{x|1 < x < 2\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
38. 已知集合  $A = [-2, 5]$ ,  $B = [m+1, 2m-1]$ , 满足  $B \subseteq A$ , 则实数  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
39. 已知非空集合  $P$  满足: ①  $P \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ; ② 若  $a \in P$ , 则  $6-a \in P$ , 符合上述要求的集合  $P$  的个数是\_\_\_\_\_.
40. 已知集合  $A = \{1, 1+d, 1+3d\}$ , 集合  $B = \{1, q, q^2\}$ , 其中  $d, q \in \mathbf{R}$ , 且  $d \neq 0$ . 若  $A = B$ , 求  $q$  的值.
41. 已知  $A = \{x|x = a + \sqrt{2}b, a, b \in \mathbf{N}\}$ , 若集合  $B = \{x|x = \sqrt{2}x_1, x_1 \in A\}$ , 证明  $B \subset A$ .
42. 已知  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ , 求:
- (1)  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_;
- (2)  $A \cup B =$ \_\_\_\_\_;
- (3)  $A \cap \emptyset =$ \_\_\_\_\_;
- (4)  $A \cup \emptyset =$ \_\_\_\_\_.
43. 已知任一集合  $A$ , 则
- (1)  $A \cap A =$ \_\_\_\_\_;
- (2)  $A \cap \emptyset =$ \_\_\_\_\_;
- (3)  $A \cup A =$ \_\_\_\_\_;
- (4)  $A \cup \emptyset =$ \_\_\_\_\_.
44. 已知  $A = \{x|x^2 - 4 = 0\}$ ,  $B = \{x|x^2 + 2x - 8 = 0\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_,  $A \cup B =$ \_\_\_\_\_.
45. 已知  $A = \{y|y = x^2 - 4, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{y|y = x^2 + 2x - 8, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_,  $A \cup B =$ \_\_\_\_\_.

46. 已知  $A = \{(x, y) | y = x^2 - 4, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = x^2 + x - 6, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_,  $A \cup B =$ \_\_\_\_\_.
47. 已知  $A = \{x | \text{存在 } y \in \mathbf{R}, \text{使得 } y = x + 1\}$ ,  $B = \{x | \text{存在 } y \in \mathbf{R}, \text{使得 } y = x\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_.
48. 已知  $A = \{x | x \leq 6\}$ ,  $B = \{x | x < 1\}$ ,  $C = \{x | x > 5\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_,  $B \cap C =$ \_\_\_\_\_,  
 $A \cap (B \cap C) =$ \_\_\_\_\_,  $(A \cap B) \cap C =$ \_\_\_\_\_,  $A \cap (B \cup C) =$ \_\_\_\_\_,  $(A \cap B) \cup (A \cap C) =$ \_\_\_\_\_,  
 $A \cup (B \cap C) =$ \_\_\_\_\_,  $(A \cup B) \cap (A \cup C) =$ \_\_\_\_\_.
49. 用“ $\subset$ ”、“ $\subseteq$ ”或“ $=$ ”填空:  
 $A \cap B$ \_\_\_\_\_  $A$ ,  $A \cap B$ \_\_\_\_\_  $B \cap A$ ,  $\emptyset$ \_\_\_\_\_  $B \cap A$ .
50. 已知集合  $A = \{x | x \leq 1\}$ , 集合  $B = \{x | x \geq a\}$ , 且  $A \cup B = \mathbf{R}$ , 则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
51. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ . 已知集合  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 集合  $B = \{x | 2x^2 - x + 2a = 0, x \in \mathbf{R}\}$ .  
 (1) 若  $A \cup B = B$ , 求  $a$  的值的集合;  
 (2) 若  $A \cap B = B$ , 求  $a$  的值的集合.
52. 已知集合  $A = (-\infty, -1) \cup (6, +\infty)$ , 集合  $B = (5 - a, 5 + a)$ . 若  $11 \in B$ , 则  $A \cup B =$ \_\_\_\_\_.
53. 已知集合  $P = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ,  $Q = \{x | x > k + 1 \text{ 且 } x < 2k - 1\}$ , 若  $P \cap Q = \emptyset$ , 求实数  $k$  的取值范围.
54. 已知集合  $A = \{(x, y) | x + y = 0\}$ , 集合  $B = \{(x, y) | y = x - 2\}$ , 集合  $C = \{(x, y) | y = x + b\}$ . 若  $(A \cup C) \cap (B \cup C) = C$ , 求实数  $b$ .
55. 设常数  $m \in \mathbf{R}$ . 若集合  $A = \{1, 2, 3\}$ , 集合  $B = \{m^2, 3\}$ , 且  $A \cup B = \{1, 2, 3, m\}$ , 则  $m$  的值是\_\_\_\_\_.
56. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ . 已知集合  $A = \{x | x \leq 1\}$ , 集合  $B = \{x | x > a\}$ , 且  $A \cap B = \emptyset$ , 则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
57. 设全集  $U = \{x | x \text{ 是小于9的正整数}\}$ ,  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ , 则  $\bar{A} =$ \_\_\_\_\_;  $\bar{B} =$ \_\_\_\_\_;  
 $\bar{A} \cap \bar{B} =$ \_\_\_\_\_;  $\bar{A} \cup \bar{B} =$ \_\_\_\_\_;  $\overline{A \cup B} =$ \_\_\_\_\_;  $\overline{A \cap B} =$ \_\_\_\_\_.
58. 已知  $A = \{x | x < 2\}$ . ① 若  $U = \mathbf{R}$ , 则  $\bar{A} =$ \_\_\_\_\_;  
 ② 若  $U = \{x | x \geq 0\}$ , 则  $\bar{A} =$ \_\_\_\_\_;  
 ③ 若  $U = \mathbf{N}$ , 则  $\bar{A} =$ \_\_\_\_\_.
59. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | -1 < x < 2\}$ , 则  $\bar{A} =$ \_\_\_\_\_;  $\bar{\bar{A}} =$ \_\_\_\_\_;  $\bar{A} \cap U =$ \_\_\_\_\_;  
 $\bar{A} \cup U =$ \_\_\_\_\_;  $\bar{A} \cap A =$ \_\_\_\_\_;  $\bar{A} \cup A =$ \_\_\_\_\_.
60. 已知集合  $U = \{x | x \geq 2\}$ , 集合  $A = \{y | 3 \leq y < 4\}$ , 集合  $B = \{z | 2 \leq z < 5\}$ , 则  $\bar{A} \cap B =$ \_\_\_\_\_;  
 $\bar{B} \cup A =$ \_\_\_\_\_.
61. 设全集  $U = \mathbf{N}$ ,  $A = \{x | x \text{ 为正奇数}\}$ ,  $B = \{x | x \text{ 是5的倍数}\}$ , 则  $B \cap \bar{A} =$ \_\_\_\_\_.
62. 设常数  $a, b \in \mathbf{R}$ , 已知全集  $U = \{2, 4, b\}$ ,  $B = \{a + 1, 2\}$ . 若  $\bar{B} = \{7\}$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

63. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ , 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | -2 < x < 2\}$ , 集合  $B = \{x | x > a\}$ . 若  $A \cap \overline{B} = A$ , 则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

64. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ , 全集  $U = \mathbf{R}$ . 集合  $A = \{x | x < 2\}$ ,  $B = \{x | x > a\}$ . 若  $\overline{A} \subseteq B$ , 则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

65. 用集合  $A$ 、 $B$  的运算式表示图中的阴影部分:



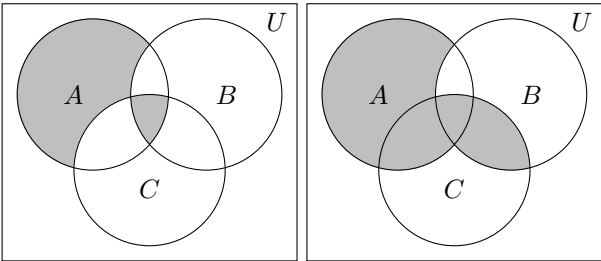
66. 设全集为  $U$ , 且  $M \subseteq N$ , 则\_\_\_\_\_ (填入所有正确选项的序号).

- ①  $M \cup N = N$ ; ②  $M \cup N = M$ ; ③  $\overline{N} \subseteq \overline{M}$  ④  $\overline{M} \subseteq \overline{N}$ ; ⑤  $\overline{M} \cup \overline{N} = U$ ; ⑥  $M \cap \overline{N} = \emptyset$ ; ⑦  $\overline{M} \cap N = \emptyset$ .

67. 已知全集  $U = A \cup B = \{x | 0 \leq x \leq 10, x \in \mathbf{N}\}$ ,  $A \cap \overline{B} = \{1, 3, 5, 7\}$ . 则集合  $B =$ \_\_\_\_\_.

68. 若全集  $U = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ , 集合  $A = \{(x, y) | \frac{y}{x} = 1\}$ , 集合  $B = \{(x, y) | y \neq x\}$ , 则  $\overline{A \cup B} =$ \_\_\_\_\_.

69. 如图, 已知集合  $U$  为全集, 分别用集合  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的运算式表示下列图中的阴影部分.



70. 判断下列语句是否为命题, 并在相应的横线上填入“是”或“否”.

- (1) 正方形和四边形; \_\_\_\_\_;  
 (2) 正方形是四边形吗? \_\_\_\_\_;  
 (3)  $\pi > 3$ ; \_\_\_\_\_;  
 (4) 正方形好美! \_\_\_\_\_;  
 (5)  $2x > 4$ ; \_\_\_\_\_;  
 (6) 968 能被 11 整除; \_\_\_\_\_.

71. 判断下列命题的真假, 并在相应的括号内填入“真”或“假”.

- (1)  $2\sqrt{3} > 3\sqrt{2}$  或  $1 \leq 1$ ; \_\_\_\_\_;
- (2)  $2\sqrt{3} > 3\sqrt{2}$  且  $1 \leq 1$ ; \_\_\_\_\_;
- (3) 如果  $a$ 、 $b$  都是奇数, 那么  $ab$  也是奇数; \_\_\_\_\_;
- (4)  $\{1\}$  是  $\{0, 1, 2\}$  的真子集; \_\_\_\_\_;
- (5)  $1$  是  $\{0, 1, 2\}$  的真子集; \_\_\_\_\_;
- (6) 若  $x < -2$  或  $x > 2$ , 则  $x^2 > 1$ ; \_\_\_\_\_;
- (7) 如果  $|a| < 2$ , 那么  $a < 2$ ; \_\_\_\_\_;
- (8) 对任意实数  $a, b$ , 方程  $(a+1)x + b = 0$  的解为  $x = -\frac{b}{a+1}$ ; \_\_\_\_\_;
- (9) 若命题  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  满足  $\alpha \Rightarrow \beta$ ,  $\beta \Rightarrow \gamma$ ,  $\gamma \Rightarrow \alpha$ , 则  $\alpha \Leftrightarrow \gamma$ ; \_\_\_\_\_;
- (10) 若关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的两实数根之积是正数, 则  $ac > 0$ ; \_\_\_\_\_;
- (11) 若某个整数不是偶数, 则这个数不能被 4 整除; \_\_\_\_\_;
- (12) 合数一定是偶数; \_\_\_\_\_;
- (13) 所有的偶数都是素数或合数; \_\_\_\_\_;
- (14) 所有的偶数都是素数或所有的偶数都是合数; \_\_\_\_\_;
- (15) 如果  $A \subset B$ ,  $B \supset C$ , 那么  $A = C$ ; \_\_\_\_\_;
- (16) 空集是任何集合的真子集; \_\_\_\_\_;
- (17) 若  $x \in \mathbf{R}$ , 则方程  $x^2 - x + 1 = 0$  不成立; \_\_\_\_\_;
- (18) 若  $A \cap B \neq \emptyset$ ,  $B \subset C$ , 则  $A \cap C \neq \emptyset$ ; \_\_\_\_\_;
- (19) 存在一个三角形, 它的任意两边的平方和小于第三边的平方; \_\_\_\_\_;
- (20) 对于任意一个三角形, 存在一组两边的平方和不等第三边的平方; \_\_\_\_\_.

72. 在下列各题中, 用符号“ $\Rightarrow$ ”“ $\Leftarrow$ ”“ $\Leftrightarrow$ ”把  $\alpha$  和  $\beta$  联系起来:

- (1)  $\alpha: a = 0$ ,  $\beta: ab = 0$ ;  $\alpha$  \_\_\_\_\_  $\beta$ ;
- (2)  $\alpha: x^2 = 4$ ,  $\beta: x = 2$ ;  $\alpha$  \_\_\_\_\_  $\beta$ ;
- (3)  $\alpha$ : 实数  $x$  适合  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ,  $\beta: x = 2$ ;  $\alpha$  \_\_\_\_\_  $\beta$ ;
- (4)  $\alpha: \sqrt{x^2} = x$ ,  $\beta: x > 0$ ;  $\alpha$  \_\_\_\_\_  $\beta$ ;
- (5)  $\alpha$ : 实数  $x$  适合  $\frac{x-3}{x+1} = -1$ ,  $\beta: x = 1$ ;  $\alpha$  \_\_\_\_\_  $\beta$ ;
- (6)  $\alpha: k$  除以 4 余 1,  $\beta: k$  除以 2 余 1;  $\alpha$  \_\_\_\_\_  $\beta$ ;
- (7)  $\alpha: \{2\} \subset B \subseteq \{2, 3, 5\}$ ,  $\beta: B = \{2, 5\}$ ;  $\alpha$  \_\_\_\_\_  $\beta$ .

73. 已知命题“非空集合  $M$  的元素都是集合  $P$  的元素”是假命题, 给出下列命题: ①  $M$  中的元素都不是  $P$  的元素; ②  $M$  中有不属于  $P$  的元素; ③  $M$  中有  $P$  的元素; ④  $M$  中的元素不都是  $P$  的元素. 其中真命题有\_\_\_\_\_.

74. 已知  $\alpha: 2 \leq x < 4$ ,  $\beta: 3m - 1 \leq x \leq -m$ , 且  $\alpha \Rightarrow \beta$ , 求实数  $m$  的取值范围.

75. 已知  $a$  是常数, 命题  $\alpha: -1 < a < 3$ ,  $\beta$ : 关于  $x$  的方程  $x + a = 0 (x \in \mathbf{R})$  没有正根, 若命题  $\alpha$ 、 $\beta$  有且只有

一个是真命题, 求实数  $a$  的取值范围.

76. 下列各题中  $P$  是  $Q$  的什么条件?(充分非必要、必要非充分、充要、既非充分又非必要)

- (1)  $P: x$  是 2 的倍数,  $Q: x$  是 6 的倍数;\_\_\_\_\_;
- (2)  $P: x$  不是 2 的倍数,  $Q: x$  不是 6 的倍数;\_\_\_\_\_;
- (3)  $P: x \in A$  或  $x \in B$ ,  $Q: x \in A \cap B$ ;\_\_\_\_\_;
- (4)  $P: f(x) = ax^2 + bx + c$  的图像过原点,  $Q: c = 0$ ;\_\_\_\_\_. item 若  $x, y, z$  都是实数, 则:(填写“充分非必要、必要非充分、充要、既非充分又非必要”之一)
- (1) “ $xy = 0$ ”是“ $x = 0$ ”的\_\_\_\_\_条件;
- (2) “ $x \cdot y = y \cdot z$ ”是“ $x = z$ ”的\_\_\_\_\_条件;
- (3) “ $\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$ ”是“ $xz = y^2$ ”的\_\_\_\_\_条件;
- (4) “ $|x| > |y|$ ”是“ $x > y > 0$ ”的\_\_\_\_\_条件;
- (5) “ $x^2 > 4$ ”是“ $x > 2$ ”的\_\_\_\_\_条件;
- (6) “ $x = -3$ ”是“ $x^2 + x - 6 = 0$ ”的\_\_\_\_\_条件;
- (7) “ $|x + y| < 2$ ”是“ $|x| < 1$  且  $|y| < 1$ ”的\_\_\_\_\_条件;
- (8) “ $|x| < 3$ ”是“ $x^2 < 9$ ”的\_\_\_\_\_条件;
- (9) “ $x^2 + y^2 > 0$ ”是“ $x \neq 0$ ”的\_\_\_\_\_条件;
- (10) “ $\frac{x^2 + x + 1}{3x + 2} < 0$ ”是“ $3x + 2 < 0$ ”的\_\_\_\_\_条件;
- (11) “ $0 < x < 3$ ”是“ $|x - 1| < 2$ ”的\_\_\_\_\_条件.

77. 如果  $A$  是  $B$  的必要条件,  $C$  是  $B$  的充分条件,  $A$  是  $C$  的充分条件, 那么  $B$ 、 $C$  分别是  $A$  的\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_条件.

78. 写出使得 “ $x > 3$ ” 成立的一个充分条件: \_\_\_\_\_ 和一个必要条件: \_\_\_\_\_.

79. 一次函数  $y = kx + b$  的图像经过第二、三、四象限的一个充要条件是\_\_\_\_\_.

80. 关于  $x$  的方程  $ax^2 = 0$  至少有一个实数根的一个充要条件是\_\_\_\_\_.

81. 已知  $x, y \in \mathbf{R}$ , “ $x^2 + y^2 > 0$ ”是“ $x \neq 0$  或  $y \neq 0$ ”的 ( ).

- |             |               |
|-------------|---------------|
| A. 充分而不必要条件 | B. 必要而不充分条件   |
| C. 充要条件     | D. 既不充分又不必要条件 |

82. 三个数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  不全为零的充要条件是 ( ).

- |                      |                        |
|----------------------|------------------------|
| A. $a, b, c$ 都不是零    | B. $a, b, c$ 中最多一个零    |
| C. $a, b, c$ 中只有一个是零 | D. $a, b, c$ 中至少有一个不是零 |

83. 证明:  $x_1 > 2$  且  $x_2 > 2$  是  $x_1 + x_2 > 4$  且  $x_1 \cdot x_2 > 4$  的充分非必要条件.

84. 有限集合  $S$  中元素的个数记作  $\text{card}(S)$ , 设  $A, B$  都是有限集合, 给出下列命题:

- ①  $A \cap B = \emptyset$  的一个充要条件是  $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$ ;



②  $A \subseteq B$  的一个必要不充分条件是  $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$ ;

③  $A$  不是  $B$  的子集的一个充分不必要条件是  $\text{card}(A) > \text{card}(B)$ ;

④  $A = B$  的一个充要条件是  $\text{card}(A) = \text{card}(B)$ .

其中真命题的个数是 ( ).

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

85. 设  $\alpha, \beta$  是方程  $x^2 - ax + b = 0$  的两个实数根. 试分析  $a > 2$  且  $b > 1$  是“两个实数根  $\alpha, \beta$  均大于 1”的什么条件? 并证明你的结论.

86. 设  $x, y \in \mathbf{R}$ , 求证:  $|x + y| = |x| + |y|$  成立的充要条件是  $xy \geq 0$ .

87. 已知下列字母均为常实数, 写出下列陈述句的否定形式; (1)  $x > 0$ ; \_\_\_\_\_;

(2)  $1 > x > 0$ ; \_\_\_\_\_;

(3)  $x > 0$  且  $y \leq 1$ ; \_\_\_\_\_;

(4)  $x > 0$  或  $x \leq -2$ ; \_\_\_\_\_;

(5)  $x \neq y$  或  $y \neq z$ ; \_\_\_\_\_;

(6)  $a, b, c, d$  中至多有 2 个 0; \_\_\_\_\_;

(7)  $a, b, c, d$  中至少有 2 个 1; \_\_\_\_\_;

(8)  $a, b, c, d$  都大于 1; \_\_\_\_\_;

(9)  $a, b, c, d$  不都大于 1; \_\_\_\_\_;

(10)  $a, b, c, d$  都不大于 1; \_\_\_\_\_.

88. 在横线上写出下列命题的否定形式, 并判断命题真假, 在相应的位置中填入“真”或“假”.

(1)  $\pi$  是无理数; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_;

(2)  $2 + 1 = 4$ ; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_;

(3) 任何实数是正数或负数; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_;

(4) 任何实数是正数或任何实数是负数; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_;

(5) 对一切实数  $x, x^3 + 1 = 0$ ; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_;

(6) 存在实数  $x, x^3 + 1 = 0$ ; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_;

(7) 对于任意实数  $k$ , 关于  $x$  的方程  $x^2 + x + k = 0$  都有实数根; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_;

(8) 任何三角形中至多有一个钝角; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_;

(9) 若  $a > 1, b > 1$ , 则  $ab > 1$ ; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_;

(10) 能被 2 整除的整数是质数; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_.

89. 写出下列命题的否定形式.

(1) 在平面上, 过定点  $P$  有且只有一条直线垂直于给定直线  $l$ ;

- (2) 任意两个有理数之间存在一个无理数;
- (3) 存在实数  $a$ , 使得关于  $x$  的不等式  $x^2 + (a-2)x + a-1 \geq 0$  至少有一个正数解;
- (4) 存在实数  $a$ , 使得关于  $x$  的不等式  $x^2 + (a-2)x + a-1 \geq 0$  恒成立;
- (5) 存在实数  $a$ , 使得关于  $x$  的不等式  $x^2 + (a-2)x + a-1 \geq 0$  有解.

90. 已知甲  $\Rightarrow$  乙, 下列说法一定正确的是 ( ).

- A. 甲不成立, 可推出乙成立  
B. 甲不成立, 可推出乙不成立  
C. 乙不成立, 可推出甲成立  
D. 乙不成立, 可推出甲不成立

91. “ $a \neq 1$  且  $b \neq 2$ ” 是 “ $a+b \neq 3$ ” 的 ( ).

- A. 充分非必要条件  
B. 必要非充分条件  
C. 充要条件  
D. 既非充分又非必要条件

92. 证明: 若  $x+2y+z > 0$ , 则  $x, y, z$  中至少有一个大于 0.

93. 证明: 对于三个实数  $a, b, c$ , 若  $a \neq c$ , 则  $a \neq b$  或  $b \neq c$ .

94. “ $x \neq 3$  或  $x \neq 4$ ” 是 “ $x^2 - 7x + 12 \neq 0$ ” 的 ( ).

- A. 充分非必要条件  
B. 必要非充分条件  
C. 充要条件  
D. 既非充分又非必要条件

95. 证明: 若  $x^2 \neq y^2$ , 则  $x \neq y$  或  $x \neq -y$ .

96. 若  $a^3 + b^3 = 2$ , 证明:  $a+b \leq 2$ .