

- 用适当符号 (\in , \notin , $=$, \subseteq , \subsetneq) 填空: π \mathbf{Q} ; $\{x|x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$ $\{x|x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$; $\{3.14\}$ \mathbf{Q} ; $\{y|y = x^2\}$ $\{x|y = x^2\}$.
- 已知 $P = \{y = x^2 + 1\}$, $Q = \{y|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $E = \{x|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $F = \{(x, y)|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $G = \{x|x \geq 1\}$, $H = \{x|x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则各集合间关系正确的有 . (答案可能不唯一)
(A) $P = F$ (B) $Q = E$ (C) $E = F$ (D) $Q \subseteq G$ (E) $H \subsetneq P$
- 设全集是实数集 \mathbf{R} , $M = \{x|-2 \leq x \leq 2\}$, $N = \{x|x < 1\}$, 则 $\complement_U M \cap N =$.
- 设 $A = \{x|-4 < x < 4, x \in \mathbf{R}\}$, $B = (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$, 则 $\{x|x \in A, x \notin A \cap B\} =$.
- 设 $A = \{x|x = \sqrt{k}, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x|x \leq 3, x \in \mathbf{Q}\}$, 则 $A \cap B =$.
- 设全集 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, 集合 $A = \{|2a - 1|, 2\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 则实数 $a =$.
- (1) 设 $M = \{y|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x|x = t, t \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N =$.
(2) 设 $M = \{(x, y)|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{(t, x)|x = t, t \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N =$.
- 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $\complement_U A \cap B = \{3\}$, $A \cap \complement_U B = \{2\}$, $\complement_U A \cup \complement_U B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\complement_U A \cap \complement_U B =$.
- 集合 $C = \{x|x = \frac{k}{2} \pm \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, $D = \{x|x = \frac{k}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, 试判断 C 与 D 的关系, 并证明.
- 集合 $A = \{x|x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x|x^2 + 2(a + 1)x + a^2 - 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$.
(1) 若 $A \cap B = A$, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.
- 若集合 $A = [2, 3]$, 集合 $B = [a, 2a + 1]$.
(1) 若 $A \subsetneq B$, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.
- 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x|f(x) = 0\}$, $B = \{x|g(x) = 0\}$, $C = \{x|h(x) = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则方程 $\frac{f^2(x) + g^2(x)}{h(x)} = 0$ 的解集是 (用 U, A, B, C 表示).
- (1) 已知集合 $A = \{y|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y|y = 4 - x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$.
(2) 已知集合 $A = \{(x, y)|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y)|y = 4 - x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$.
- 设 $m \in \mathbf{R}$, 已知 $A = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x|mx + 1 = 0\}$, 且 $B \subsetneq A$, 则 $m =$.
- (1) 集合 A 满足 $\{1\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$, 则满足条件的集合 A 有 个. (2) 若 $A \cup B = \{1, 2\}$, 将满足条件的集合 A, B 写成有序集合对 (A, B) , 则有序集合对 (A, B) 有 个.
- 已知 $A = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x|x^2 - ax + a = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $B \subsetneq A$, 求满足题意的实数 a .
- 设集合 $A = \{x|x^2 + px + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$. 求实数 p 的取值范围.

18. 设函数 $f(x) = \lg(\frac{2}{x+1} - 1)$ 的定义域为集合 A , 函数 $g(x) = \sqrt{1 - |x+a|}$ 的定义域为集合 B .

(1) 当 $a = 1$ 时, 求集合 B .

(2) 问: $a \geq 2$ 是 $A \cap B = \emptyset$ 的什么条件 (在 “充分非必要条件、必要非充分条件、充要条件、既非充分也非必要条件” 中选一)? 并证明你的结论.

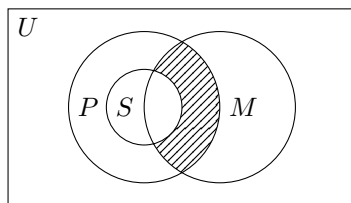
19. 如图, U 为全集, M, P, S 是 U 的三个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ().

A. $(M \cap P) \cap S$

B. $(M \cap P) \cup S$

C. $(M \cap P) \cap \complement_U S$

D. $(M \cap P) \cup \complement_U S$



20. 设集合 $A = \{5, \log_2(a+3)\}$, $B = \{a, b\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

21. 设集合 $A \cap \{-2, 0, 1\} = \{0, 1\}$, $A \cup \{-2, 0, 2\} = \{-2, 0, 1, 2\}$, 则满足上述条件的集合 A 的个数为_____个.

22. 若集合 $A = \{x | x \leq 2\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 满足 $A \cap B = \{2\}$, 则实数 $a =$ _____.

23. 若集合 $M = [a-1, a+1]$, $N = (-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$, 且 $M \cap N = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为_____.

24. 集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 25\}$, $B = \{(x, y) | x = 3y = 4\}$, 则 $A \cap B$ 的子集个数是_____个.

25. 已知集合 $M = \{x | x = 3m + 1, m \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{y | y = 3m + 2, m \in \mathbf{Z}\}$, 若 $x_0 \in M$, $y_0 \in N$, 则 $x_0 y_0$ 与集合 M, N 的关系是 ().

A. $x_0 y_0 \in M$ 但 $x_0 y_0 \notin N$

B. $x_0 y_0 \in N$ 但 $x_0 y_0 \notin M$

C. $x_0 y_0 \notin M$ 且 $x_0 y_0 \notin N$

D. $x_0 y_0 \in M$ 且 $x_0 y_0 \in N$

26. 若 $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 4m, m \in \mathbf{Z}\}$, 求证: $B \subsetneq A$.

27. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | \frac{3-2x}{x-1} + 1 \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | 2ax < a + x, x \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.

28. 设常数 $m \in \mathbf{R}$, $A = \{(x, y) | x^2 + mx - y + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | x - y + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$.

(1) 若 $M = \mathbf{R}$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $M = (\frac{1}{3}, 2]$, 求实数 m 的取值范围.

29. 设常数 $k \in \mathbf{R}$, 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0, \\ 2x^2 + (2k+5)x + 5k < 0 \end{cases}$ 整数解的集合为 $\{-2\}$, 求实数 k 的取值范围.

30. 设 $A = \{(x, y) | y = -4x + 6, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | y = 5x - 3, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

31. 已知 $M = \{a | \frac{6}{5-a} \in \mathbf{N}, a \in \mathbf{Z}\}$, 则用列举法表示 $M =$ _____.
32. 定义集合运算: $A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$, 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3\}$, 则集合 $A \odot B$ 的所有元素之和为_____.
33. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{-1\}$, $B = \{x | \lg(x^2 - 2) = \lg x\}$, 则 ()
 A. $A \subseteq B$ B. $A \cup B = \emptyset$ C. $A \supseteq B$ D. $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$
34. 集合 $A = \{(x, y) | y = |x| + 1\}$, $B = \{(x, y) | y = \frac{1}{2}x + a\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 a 的取值范围是_____.
35. 调查某班 50 名学生, 音乐爱好者有 40 人, 体育爱好者有 24 人, 则两方面都爱好的人数最少_____人, 最多_____人.
36. 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0\}$ 至多有一个元素, 则 a 的取值范围是_____; 若至少有一个元素, 则 a 的取值范围是_____.
37. 设含有三个实数的集合既可以表示为 $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$, 又可以表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$, 那么 $a+b =$ _____.
38. 设 $f(x) = x^2 - 12x + 36$, $A = \{a | 1 \leq a \leq 10, a \in \mathbf{N}\}$, $B = \{b | b = f(a), a \in A\}$, 又设 $C = A \cap B$. 求集合 C .
39. 设常数 $m \in \mathbf{R}$, $A = \{(x, y) | y = -x^2 + mx - 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | x + y = 3, x \in M\}$, 且 $A \cap B$ 的子集有两个.
 (1) 若 $M = \mathbf{R}$, 求实数 m 的值;
 (2) 若 $M = [0, 3]$, 求实数 m 的取值范围.
40. 填写下列命题的否定形式:
 (1) $m \leq 0$ 或 $n > 0$: _____;
 (2) 空间三条直线 l, m, n 两两相交: _____;
 (3) 复数 z_1, z_2, z_3 中至多一个为纯虚数: _____.
41. 已知 a, b 是整数, 写出命题“若 ab 为偶数, 则 $a+b$ 为偶数”的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断所写命题的真假.
 逆命题: _____, 真假: _____;
 否命题: _____, 真假: _____;
 逆否命题: _____, 真假: _____.
42. 设甲是乙的充分非必要条件, 乙是丙的充要条件, 丁是丙的必要非充分条件, 则丁是甲的 ()
 A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
43. 若 A 是 B 的必要非充分条件, 则 \bar{A} 是 \bar{B} 的_____条件.

44. 下列各组命题中互为等价命题的是 ().

A. $A \subseteq B$ 与 $A \cup B = B$

B. $x \in A$ 且 $x \in B$ 与 $x \in A \cup B$

C. $a \in A \cap B$ 与 $a \in A$ 或 $a \in B$

D. $m \in A \cap B$ 与 $m \in A \cup B$

45. 填空 (在“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”中选一种作答):

(1) “ $\alpha \neq \beta$ ” 是 $\cos \alpha \neq \cos \beta$ 的_____条件;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A = B$ ” 是 “ $\sin A = \sin B$ ” 的_____条件.

46. “ $a > 0, b > 0$ ” 的一个必要非充分条件是 ().

A. $a > 0$

B. $b > 0$

C. $a > 0, b > 0$

D. $a, b \in \mathbf{R}$

47. “函数 $f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 存在反函数” 是 “函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上为增函数” 的 ().

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

48. 填空: (填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”)

(1) 对于实数 x, y, p : $xy > 1$ 且 $x + y > 2$ 是 q : $x > 1$ 且 $y > 1$ 的_____条件;

(2) 对于实数 x, y, p : $x + y \neq 8$ 是 q : $x \neq 2$ 或 $y \neq 6$ 的_____条件;

(3) 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, p : $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$ 是 q : $(x-1)(y-2) = 0$ 的_____条件;

* (4) 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 “ $x^2 + y^2 < 2$ ” 是 “ $|x| + |y| \leq \sqrt{2}$ ” 的_____条件; 又是 “ $|x| + |y| < 2$ ” 的_____条件; 又是 “ $|x| < \sqrt{2}$ 且 $|y| < \sqrt{2}$ ” 的_____条件.

(5) 设 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ 均为非零实数, 方程 $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ 和方程 $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ 的实数解集分别为 M 和 N , 则 “ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ” 是 “ $M = N$ ” 的_____条件.

49. (1) 是否存在实数 m , 使得 $2x + m < 0$ 是 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的充分条件? 说明理由.

(2) 是否存在实数 m , 使得 $2x + m < 0$ 是 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的必要条件? 说明理由.

50. 已知关于 x 的实系数二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$), 分别求下列命题的一个充要条件:

(1) 方程有一正根, 一根是零;

(2) 两根都比 2 小.

51. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 写出命题 “若 $a + b > 0$ 且 $ab > 0$, 则 $a > 0$ 且 $b > 0$ ” 的逆否命题.

52. 填空 (填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”):

(1) 若 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 $x^2 + y^2 \neq 0$ 是 “ x, y 不全为零” 的_____条件;

(2) 若 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 “ $xy > 0, x + y > 0$ ” 是 “ $x > 0, y > 0$ ” 的_____条件;

(3) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 “ $|a| + |b| = |a + b|$ ” 是 “ $ab = 0$ ” 的_____条件;

(4) 若 a, b, c 是常数, 则 “ $a > 0$ 且 $b^2 - 4ac < 0$ ” 是 “对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $ax^2 + bx + c > 0$ ” 的_____条件;

(5) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $b = \tan a$ 是 $a = \arctan b$ 的_____条件.

53. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 有如下四个命题: ① $x^2 + y^2 < 1$; ② $|x| + |y| < 1$; ③ $|x| < 1$ 且 $|y| < 1$; ④ $|x + y| < 1$. 则_____是_____的充分非必要条件 (答案可能不唯一).

54. 使不等式 $2x^2 - 5x - 3 \geq 0$ 成立的一个充分不必要条件是 ().

A. $x < 0$

B. $x \geq 0$

C. $x \in \{-1, 3, 5\}$

D. $x \leq \frac{1}{2}$ 或 $x \geq 3$

55. 已知 $\alpha: "x \geq a"$, $\beta: "|x - 1| \leq 1"$, 若 α 是 β 的必要非充分条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

56. 命题甲: 关于 x 的方程 $x^2 + x + m = 0$ 有两个相异的负根; 命题乙: 关于 x 的方程 $4x^2 + x + m = 0$ 无实根, 若这两个命题有且只有一个是真命题, 求实数 m 的取值范围. *

57. 已知 $P = \{x | x^2 - 8x - 20 \leq 0\}$, $S = \{x | |x - a| \leq m\}$, 求实数 a, m 的值, 使得 " $x \in P$ " 是 " $x \in S$ " 的充要条件. *

58. 设 $f(x) = ax^2 + x + a$, 写出一个 a 的值,

(1) 使 $f(x) > 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 恒成立;

(2) 使 $f(x) > 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 恒不成立;

(3) 使 $f(x) > 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 不恒成立.

59. 命题 (1) $a > b \Rightarrow ac^2 > bc^2$; (2) $ac^2 > bc^2 \Rightarrow a > b$; (3) $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; (4) $a < b < 0, c < d < 0 \Rightarrow ac > bd$;

(5) $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \Rightarrow a > b$ ($n \in \mathbf{N}^*$); (6) $a + c < b + d \Leftrightarrow \begin{cases} a < b, \\ c < d; \end{cases}$ (7) $a < b < 0 \Rightarrow a^2 > ab > b^2$. 其中真命题的序号是_____.

60. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $ab(a - b) < 0$ 成立的一个充要条件是 ().

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 0$

B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C. $0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

D. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

61. " $\begin{cases} 2 < x + y < 4, \\ 0 < xy < 3 \end{cases}$ " 是 " $\begin{cases} 2 < x < 3, \\ 0 < y < 1 \end{cases}$ " 的_____条件.

62. 下列函数中, 最小值为 2 的函数有_____.

(1) $y = x + \frac{1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$; (2) $y = x + \frac{1}{x}$, $x \in (1, +\infty)$; (3) $y = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}}$; (4) $y = \log_3 x + \log_x 3$.

63. $z = (x + y)(\frac{1}{x} + \frac{1}{4y})$, ($x, y > 0$) 的最小值是_____.

64. 若正实数 a, b 满足 $a + b = 1$, 则 ().

A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最大值是 4

B. ab 的最小值是 $\frac{1}{4}$

C. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 有最大值 $\sqrt{2}$

D. $a^2 + b^2$ 有最小值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

65. 如果 $0 < a < b, t > 0$, 设 $M = \frac{a}{b}$, $N = \frac{a+t}{b+t}$, 那么 ().

A. $M > N$

B. $M < N$

C. $M = N$

D. M 与 N 的大小随 t 的变化而变化

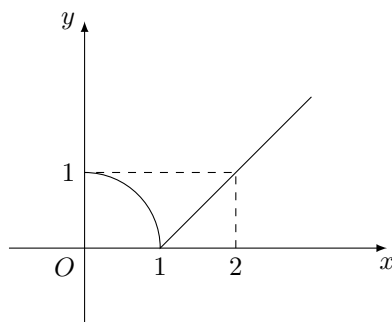
66. 将一根铁丝切割成三段做一个面积为 2 平方米、形状为直角三角形的框架, 则至少需要_____米的铁丝 (不计损失, 精确到 0.1 米).

67. (1) 比较 $1+a^2$ 与 $\frac{1}{1-a}$ 的大小;
 (2) 设 $a > 0, a \neq 1, t > 0$, 比较 $\frac{1}{2} \log_a t$ 和 $\log_a \frac{t+1}{2}$ 的大小, 证明你的结论.
68. 已知 $x, y \in \mathbf{R}^+$ 且 $x+y=4$, 求 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$ 的最小值. 某学生给出如下解法: 由 $x+y=4$ 得, $4 \geq 2\sqrt{xy}$ ①, 即 $\frac{1}{\sqrt{xy}} \geq \frac{1}{2}$ ②, 又因为 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} \geq 2\sqrt{\frac{2}{xy}}$ ③, 由②③得 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} \geq \sqrt{2}$ ④, 即所求最小值为 $\sqrt{2}$ ⑤. 请指出这位同学错误的步骤, 并给出正确的解法.
69. 已知 $x, y \in \mathbf{R}^+$, $xy = x + y + 1$, 求 $x + y$ 的取值范围 (试用两种方法求解).
70. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 若 $a - |b| > 0$, 则下列不等式中正确的是 ().
 A. $b - a > 0$ B. $a^3 + b^3 < 0$ C. $b + a > 0$ D. $a^2 - b^2 < 0$
71. 已知 $0 < x < y < a < 1$, 则 ().
 A. $\log_a(xy) < 0$ B. $0 < \log_a(xy) < 1$ C. $1 < \log_a(xy) < 2$ D. $\log_a(xy) > 2$
72. 设 $a > 1 > b > -1$, 则下列不等式中恒成立的是 ().
 A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $a > b^2$ D. $a^2 > 2b$
73. 若 $1 < a < 3, -4 < b < 2$, 则 $\frac{1}{2}a - b$ 的取值范围是_____.
74. 已知 $x, y \in \mathbf{R}^+$, 且 $x + 4y = 1$, 则 $x \cdot y$ 的最大值为_____.
75. 函数 $y = \log_a(x+3) - 1$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图像恒过定点 A , 若点 A 在直线 $mx + ny + 1 = 0$ 上, 其中 $mn > 0$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$ 的最小值为_____.
76. * 如果正数 a, b, c, d 满足 $a + b = cd = 4$, 那么 ().
 A. $ab \leq c + d$ 且等号成立时, $abcd$ 的取值唯一
 B. $ab \geq c + d$ 且等号成立时, $abcd$ 的取值唯一
 C. $ab \leq c + d$ 且等号成立时, $abcd$ 的取值不唯一
 D. $ab \geq c + d$ 且等号成立时, $abcd$ 的取值不唯一
77. (1) 设 $x < 2$, 则 $2x + \frac{8}{x-2}$ 有最_____值是_____, 此时 $x =$ _____;
 (2) 设 $0 < x < \sqrt{2}$, 则 $x\sqrt{4-2x^2}$ 的最大值是_____, 此时 $x =$ _____.
78. 在等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中, $a_1 = b_1 > 0, a_3 = b_3 > 0, a_1 \neq a_3$, 试比较 a_5 与 b_5 的大小.
79. 下列不等式中解集为 \mathbf{R} 的是 ().
 A. $x^2 - 6x + 9 > 0$ B. $4x^2 + 12x + 9 < 0$ C. $3x^2 - x + 2 > 0$ D. $3x^2 - x + 2 < 0$
80. 不等式 $(x-1)^2(2-x) \leq 0$ 的解集是_____; $(x-1)^2(2-x) > 0$ 的解集是_____.
81. 已知关于 x 的不等式 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集为 $(-1, 2)$, 则 $a + b =$ _____.

82. 不等式 $-1 < x^2 + 2x - 1 \leq 2$ 的解集是_____.
83. 用一根长为 100 米的绳子能否围成一个面积大于 600 平方米的矩形?_____ (用“能”或“不能”填空).
84. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 - bx + c > 0$ 的解集是 $(-\frac{1}{2}, 2)$, 对于 a, b, c 有以下结论: ① $a > 0$; ② $b > 0$; ③ $c > 0$; ④ $a + b + c > 0$; ⑤ $a - b + c > 0$. 其中正确的序号有_____.
85. 若关于 x 的不等式 $(a - 2)x^2 + 2(a - 2)x - 4 < 0$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 成立, 则实数 a 的取值范围是_____.
86. 已知关于 x 的不等式 $(2a - b)x + a - 5b > 0$ 的解集是 $(-\infty, \frac{10}{7})$, 则关于 x 的不等式 $ax > b$ 的解集是_____.
87. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\{x | 2 < x < 4\}$, 求关于 x 的不等式 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集.
88. 解关于 x 的不等式: $(ax + 4)(x - 1) > 0 (a \in \mathbf{R})$.
89. 已知 $f(x) = x^2 + 2(a - 2)x + 4$.
- (1) 如果对一切 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 如果对 $x \in [-3, 1]$, $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.
90. 不等式 $-6x^2 - x + 2 \leq 0$ 的解集是_____.
91. 解关于 x 的不等式 $x^2 - 3(a + 1)x + 2(3a + 1) \leq 0 (a \in \mathbf{R})$.
92. 解关于 x 的不等式组:
$$\begin{cases} ax > -1, \\ x + a > 0 \end{cases} \quad (a \in \mathbf{R}).$$
93. 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-1, 2)$, 求关于 x 的不等式 $a(x^2 + 1) + b(x - 1) + c > 2ax$ 的解集.
94. 若关于 x 的不等式 $(a^2 - 4)x^2 + (a + 2)x - 1 \geq 0$ 的解集为 \varnothing , 求实数 a 的取值范围.
95. 若关于 x 的不等式 $(a^2 - 4)x^2 + (a + 2)x + 1 \geq 0$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 均成立, 求实数 a 的取值范围.
96. * 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增, 且满足 $f(-a^2 + 2a - 5) < f(2a^2 + a + 1)$, 求实数 a 的取值范围.
97. * 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 - (a + 1)x + a \leq 0\}$.
- (1) 若 $A \subsetneq B$, 求 a 的取值范围;
- (2) 若 $B \subseteq A$, 求 a 的取值范围.
98. 下列不等式中, 与 $x^2 > 2$ 同解的不等式的序号为_____.
- (1) $x^2 + \frac{1}{x - 3} > 2 + \frac{1}{x - 3}$; (2) $x^2 + \sqrt{x - 4} > 2 + \sqrt{x - 4}$; (3) $x^2 - (x - 1) > 2 - (x - 1)$; (4) $x^2(x - 2) > 2(x - 2)$.
99. 不等式 $\frac{3x + 4}{5 - x} \geq 6$ 的解集是_____.

100. 若不等式 $\frac{2x+a}{x+b} \leq 1$ 的解集为 $\{x|1 < x \leq 3\}$, 则 $a+b$ 的值是_____.
101. 不等式 $(x-1)^2(2-x)(x+1) \leq 0$ 的解集是_____.
102. 不等式 $2 < |x+1| < 3$ 的解集是_____.
103. 不等式 $|x-2| > 9x$ 的解集是_____.
104. 不等式 $4^{x-\frac{5}{x}+1} \leq 2$ 的解集是_____.
105. 不等式 $\log_{\frac{1}{4}} 4x^2 > \log_{\frac{1}{4}}(3-x)$ 的解集是_____.
106. 解下列不等式:
- (1) $|x-5| - |2x+3| < 1$;
 - (2) $\frac{2x^2+x-3}{x^2+x+1} \geq 1$;
 - (3) $4^{2x} - 2^{2x+2} + 3 < 0$;
 - (4) $\log_2(x-1) < \log_4(2-x) + 1$.
107. (1) 关于 x 的不等式 $|x-1| - |x-2| < a^2 + a - 1$ 的解集是 \mathbf{R} , 求实数 a 取值范围;
 (2) 关于 x 的不等式 $|x-1| - |x-2| < a^2 + a - 1$ 有实数解, 求实数 a 的取值范围.
108. * 设全集 $U = \mathbf{R}$, 已知关于 x 的不等式 $|x-1| + a - 1 > 0 (a \in \mathbf{R})$ 的解集为 A , 若 $\complement_U A \cap \mathbf{Z}$ 恰有 3 个元素, 求 a 的取值范围.
109. 不等式 $|\frac{x}{1+x}| > \frac{x}{1+x}$ 的解集是_____.
110. 不等式 $\frac{2x}{1-x} \leq 1$ 的解集是_____.
111. 不等式 $\frac{1+|x|}{|x|-1} \geq 3$ 的解集是_____.
112. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - 1, & x \leq 0, \\ x^{\frac{1}{2}}, & x > 0, \end{cases}$ 若 $f(x_0) > 1$, 则 x_0 的取值范围是_____.
113. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 关于 x 的不等式 $a^x > \frac{1}{2}$ 的解集是 $(-\infty, 1)$, 则 $a =$ _____.
114. 关于 x 的不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(x - \frac{1}{x}) > 0$ 的解集是_____.
115. 若不等式 $|3x-b| < 4$ 的解集中的整数有且仅有 1, 2, 3, 则 b 的取值范围为_____.
116. 已知关于 x 的不等式 $\frac{ax-5}{x^2-a} < 0$ 的解集为 M .
- (1) 当 $a = 5$ 时, 求集合 M ;
 - (2) 若 $2 \in M$ 且 $5 \notin M$, 求实数 a 的取值范围.
117. (1) 对任意实数 x , $|x-1| - |x+3| > a$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;
 (2) * 对任意实数 x , $|x-1| - |x+3| > a$ 恒不成立, 求实数 a 的取值范围.

118. (1) 若关于 x 的不等式 $x^2 - kx + 1 > 0$ 的解集为 \mathbf{R} , 求实数 k 的取值范围;
 (2) * 若关于 x 的不等式 $x^2 - kx + 1 > 0$ 在 $[1, 2]$ 上有解, 求实数 k 的取值范围.
119. 已知 $a, b \in \mathbf{R}^+$, 求证: $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
120. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 求证: $x^2 + y^2 + 1 \geq x + y + xy$.
121. 已知 $a, b \in \mathbf{R}^+$ 且 $a \neq b$, 求证: $|a^3 + b^3 - 2ab\sqrt{ab}| > |a^2b + ab^2 - 2ab\sqrt{ab}|$.
122. 已知 $0 < a < 1, 0 < b < 1, 0 < c < 1$, 求证: $(1-a)b, (1-b)c, (1-c)a$ 中至少有一个小于等于 $\frac{1}{4}$.
123. a, b, c 是互不相等的正数, 则下列不等式中不正确的序号是_____.
- (1) $|a-b| \leq |a-c| + |c-b|$; (2) $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq a + \frac{1}{a}$; (3) $|a-b| + \frac{1}{a-b} \geq 2$; (4) $\sqrt{a+3} - \sqrt{a+1} \leq \sqrt{a+2} - \sqrt{a}$.
124. 已知 $a > b > c > 0$, 试比较 $\frac{a-c}{b}$ 与 $\frac{b-c}{a}$ 的大小.
125. 已知 $a > 0$, 试比较 a 与 $\frac{1}{a}$ 的大小.
126. 若 x, y, m, n 均为正数, 求证: $\sqrt{(m+n)(x+y)} \geq \sqrt{mx} + \sqrt{ny}$.
127. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}^+$, 求证: $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq a^2bc + ab^2c + abc^2$.
128. 设 $f(x) = \sqrt{1+x} (x > 0)$. 若 $x_1 \neq x_2$, 求证: $|f(x_1) - f(x_2)| < |x_1 - x_2|$.
129. 若实数 x, y, m 满足 $|x-m| > |y-m|$, 则称 x 比 y 远离 m .
 (1) 若 $x^2 - 1$ 比 1 远离 0, 求 x 的取值范围;
 (2) 定义: 在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 等于 x^2 和 $x+2$ 中远离 0 的那个值. 求证: $f(x) \geq 1$ 在 \mathbf{R} 上恒成立.
130. 函数 $y = \frac{\sqrt{2x+1}}{x-3} + (x-1)^0$ 的定义域为_____.
131. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[-2, 4]$, 则函数 $g(x) = f(x) + f(-x)$ 的定义域是_____.
132. 下列各组中, 两个函数是同一个函数的组的序号是_____.
- (1) $y = \lg x$ 与 $y = \frac{1}{2} \lg x^2$; (2) $f(x) = 2^x, D = \{0, 1, 2, 3\}$ 与 $g(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{6}x + 1, D = \{0, 1, 2, 3\}$;
 (3) $f(x) = x^2 - 2x - 1, g(t) = t^2 - 2t - 1$; (4) $y = \sqrt{x^2 - 1}, y = \sqrt[3]{x^3 - 1}$.
133. 已知函数 $f(x) = 6 + 5x - x^2$, 函数 $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 5x - 6}}$, 则 $f(x) \cdot g(x) =$ _____.
134. 函数 $y = f(x)$ 满足对于任意 $x > 0$, 恒有 $f(x+1) = \lg x$, 则 $y = f(x)$ 在 $x > 1$ 时的解析式为_____.
135. 函数 $y = f(x)$ 满足对于任意 $x \neq 0$, 恒有 $f(x - \frac{1}{x}) = x^3 - \frac{1}{x^3}$. 若存在 x_0 使得 $f(x_0) = 0$, 则 $x_0 =$ _____.
136. 已知 $y = f(x)$ 为偶函数, 且 $y = f(x)$ 的图像在 $x \in [0, 1]$ 时的部分是半径为 1 的圆弧, 在 $x \in [1, +\infty)$ 时的部分是过点 $(2, 1)$ 的射线, 如图.



(1) 写出函数 $y = f(x)$ 在 $x < 0$ 时的单调性:_____;

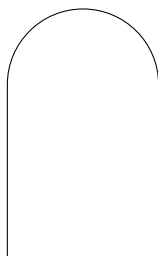
(2) 写出 $f(f(-2))$ 的值:_____;

(3) 写出方程 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的解集:_____.

137. 某工厂生产一种仪器的元件, 由于受生产能力和技术水平等因素的限制, 会产生较多次品, 根据经验知道, 次品数 p (万件) 与日产量 x (万件) 之间满足关系: $p = \begin{cases} \frac{x^2}{6}, & 1 \leq x < 4, \\ x + \frac{3}{x} - \frac{25}{12}, & x \geq 4. \end{cases}$ 已知每生产 1 万件合格的元件可以盈利 20 万元, 但每产生 1 万件次品将亏损 10 万元. (实际利润 = 合格产品的盈利 - 生产次品的亏损), 试将该工厂每天生产这种元件所获得的实际利润 T (万元) 表示为日产量 x (万件) 的函数.

138. 设常数 a, b 满足 $1 < a < b$, 函数 $f(x) = \lg(a^x - b^x)$, 求函数 $y = f(x)$ 的定义域.

139. 如图, 用长为 l 的铁丝弯成下部为矩形, 上部为半圆形的空心框架, 若矩形底边长为 $2x$, 试用解析式将此框架围成的面积 y 表示 x 的函数.



140. 已知函数 $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$.

(1) 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若函数 $y = f(x)$ 的值域为 $[0, +\infty)$, 求实数 a 的取值范围.

141. 已知函数 $f(x) = \sqrt{x}$, 函数 $g(x) = \sqrt{1-x} - \sqrt{x}$, 则函数 $y = f(x) + g(x)$ 的定义域为_____.

142. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[1, 4]$, 则函数 $y = \frac{f(2x)}{x-2}$ 的定义域是_____.

143. (1) 设函数 $D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbf{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbf{Q}. \end{cases}$ 令 $F(x) = D(\sqrt{2}x)$, 则 $F(1) =$ _____;

(2) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2-x, & x < -2, \\ x^2, & -2 \leq x < 1, \\ x, & x \geq 1. \end{cases}$ 若 $f(x) = 2$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

144. 已知 $f(x) = \begin{cases} x-2, & x > 8, \\ f(x+3), & x \leq 8, \end{cases}$ 则 $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

145. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} x+a, & x < a, \\ \frac{1}{x} + a, & x \geq a. \end{cases}$ 若 $f(2) = 2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

146. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x > 1, \\ x, & x \leq 1, \end{cases}$ 函数 $g(x) = 1 - \sqrt{x}$. 求函数 $y = f(x) + g(x)$ 的解析式及定义域.

147. * 设 D 是含数 1 的有限实数集, $f(x)$ 是定义在 D 上的函数, 若 $f(x)$ 的图像绕原点逆时针旋转 $\frac{\pi}{6}$ 后与原图像重合, 则在以下各项中, $f(1)$ 的可能取值只能是 ()

A. $\sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. 0

148. 设常数 $p \in \mathbf{R}$, 设函数 $f(x) = \log_2 \frac{x+1}{x-1} + \log_2(x-1) + \log_2(p-x)$.

(1) 求 p 的取值范围以及函数 $y = f(x)$ 的定义域;

(2) 若 $y = f(x)$ 存在最大值, 求 p 的取值范围, 并求出最大值.

149. 已知 $xy < 0$, 且 $4x^2 - 9y^2 = 36$. 问: 能否由此条件将 y 表示成 x 的函数? 若能, 求出该函数的解析式; 若不能, 说明理由.

150. 已知常数 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $g(x) = \frac{x}{x+2}$, 函数 $h(x) = \frac{1}{x+a}$. 设函数 $F(x) = g(x) \cdot h(x)$, D_F 是其定义域; $f(x) = g(x) - h(x)$, D_f 是其定义域.

(1) 设 $a = 2$, 求函数 $F(x)$ 的值域;

(2) 对于给定的常数 a , 是否存在实数 t , 使得 $f(t) = 0$ 成立? 若存在, 求出这样的所有 t 的值; 若不存在, 说明理由;

(3) * 是否存在常数 a 的值, 使得对于任意 $x \in D_f \cap \mathbf{R}^+$, 有 $f(x) \geq 0$ 恒成立? 若存在, 求出所有这样的 a 的值; 若不存在, 说明理由.

151. 给定六个函数: ① $y = \frac{1}{x}$; ② $y = x^2 + 1$; ③ $y = x^{-\frac{1}{3}}$; ④ $y = 2^x$; ⑤ $y = \log_2 x$; ⑥ $y = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{1 - x^2}$.

在这六个函数中, 是奇函数但不是偶函数的是 , 是偶函数但不是奇函数的是 , 既不是奇函数也不是偶函数的是 , 既是奇函数又是偶函数的是 .

152. 设常数 $a, b \in \mathbf{R}$. 若定义在 $[a-2, 2a]$ 上的 $f(x) = ax^2 + bx$ 是偶函数, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

153. 设常数 $a, b \in \mathbf{R}$. 若定义在 $[a-1, a+1]$ 上的 $f(x) = ax^2 + x + b$ 是奇函数, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

154. 若函数 $f(x) = \frac{(x+1)(x+a)}{x}$ 为奇函数, 则实数 $f(x)$ _____.

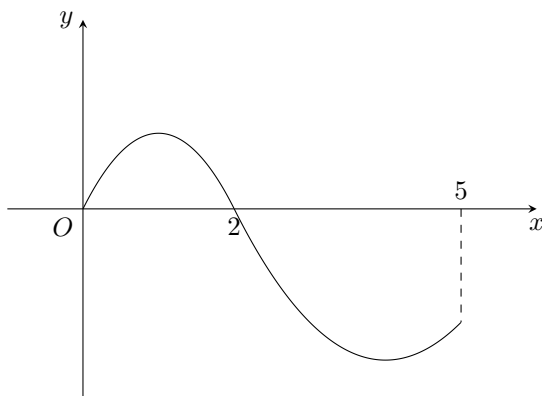
155. 设函数 $y = f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的函数, 则命题: “ $f(-1) \neq f(1)$ 且 $f(-1) \neq -f(1)$ ” 是命题 “ $y = f(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数” 的_____条件 (填 “充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要” 之中一个).

156. 设 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x$.

(1) 当 $y = f(x)$ 为奇函数时, 则当 $x < 0$ 时, $f(x)$ = _____;

(2) 当 $y = f(x)$ 为偶函数时, 则当 $x < 0$ 时, $f(x)$ = _____.

157. 设奇函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[-5, 5]$. 若当 $x \in [0, 5]$ 时, $y = f(x)$ 的图像如图, 则不等式 $xf(x) < 0$ 的解是_____.



158. 若定义在 \mathbf{R} 上的两个函数 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ 均为奇函数. 设 $F(x) = af(x) + bg(x) + 1$.

(1) 若 $F(-2) = 10$, 则 $F(2)$ = _____;

(2) 若函数 $y = F(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上存在最大值 4, 则 $y = F(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上的最小值为_____.

159. 判断下列函数 $y = f(x)$ 的奇偶性:

(1) $f(x) = (x-1) \cdot \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$;

(2) $f(x) = \begin{cases} x(1-x), & x < 0, \\ x(1+x), & x > 0. \end{cases}$.

160. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2a|x-1|$, $x \in \mathbf{R}$, 常数 $a \in \mathbf{R}$.

(1) 求证: 函数 $y = f(x)$ 不是奇函数;

(2) 若函数 $y = f(x)$ 是偶函数, 求实数 $f(x) = \log_3 |2x+a|$ 的值.

161. 判断下列函数 $y = f(x)$ 的奇偶性:

(1) $f(x) = \frac{1}{a^x - 1} + \frac{1}{2}$ (常数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$);

(2) $f(x) = \frac{ax}{x^2 - a}$ (常数 $a \in \mathbf{R}$).

162. 设 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 则下列叙述正确的是 ().

A. $y = f(x)f(-x)$ 是奇函数

B. $y = f(x)|f(-x)|$ 是奇函数

C. $y = f(x) - f(-x)$ 是偶函数

D. $y = f(x) + f(-x)$ 是偶函数

163. 设函数 $y = f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的函数, 则 “ $f(0) \neq 0$ ” 是 “函数 $y = f(x)$ 不是奇函数” 的 ().

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 既不是充分条件, 也不是必要条件

164. 设 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = \lg(2 - x)$, 则 $x \in \mathbf{R}$ 时, $f(x) =$ _____.

165. 判断下列函数 $y = f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由:

(1) $f(x) = x^3 - \frac{1}{x}$;

(2) $f(x) = \frac{|x+3| - 3}{\sqrt{4-x^2}}$.

166. 根据常数 a 的不同取值, 讨论下列函数 $y = f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由:

(1) $f(a) \geq f(0)$;

(2) $f(x) = x|x - a|$.

167. 设函数 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数. 若 $x > 0$ 时, $f(x) = \lg x$.

(1) 求方程 $f(x) = 0$ 的解集;

(2) 求不等式 $f(x) > -1$ 的解集.

168. 是否存在实数 b , 使得函数 $g(x) = \frac{2^x}{4^x - b}$ 是奇函数? 若存在, 求 b 的值; 若不存在, 说明理由.

169. 常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $f(x) = \lg(10^x + 1) + ax$ 是偶函数, 则 $a =$ _____.

170. 已知 $y = f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, $y = g(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) = g(x) + \frac{1}{x^2 + x + 1}$, 则 $f(1) + g(1) =$ _____.

171. 设常数 $a \neq 0$. 若函数 $f(x) = \lg \frac{x+1-2a}{x+1+3a}$. 是否存在实数 a , 使函数 $y = f(x)$ 为奇函数或偶函数? 若存在, 求出 a 的值, 并判断相应的 $y = f(x)$ 的奇偶性; 若不存在, 说明理由.

172. 函数 $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 5}$ 的图像关于 ().

A. y 轴对称

B. 原点对称

C. 直线 $x = 2$ 对称

D. 点 $(2, 1)$ 对称

173. 函数 $y = x + \frac{1}{x-1}$ 的图像关于 ().

A. 点 $(1, 1)$ 对称

B. 点 $(-1, 1)$ 对称

C. 点 $(1, -1)$ 对称

D. 点 $(-1, -1)$ 对称

174. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x-1) = -f(3-x)$, 则 $y = f(x)$ 的图像关于 ().

A. 原点中心对称

B. 点 $(1, 0)$ 中心对称

C. 点 $(2, 0)$ 中心对称

D. 点 $(4, 0)$ 中心对称

175. 设常数 $a, b \in \mathbf{R}$. 若函数 $y = x^2 + ax$ 在区间 $[a, b]$ 上的图像关于直线 $x = 1$ 对称, 则 $b =$ _____.

176. 已知函数 $y = f(x)$ 满足: 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+1) = -f(x)$. 若 $f(1) = 1$, 则 $f(4) =$ _____;
 $f(2015) =$ _____.

177. 已知函数 $y = f(x)$ 图像关于 $(1, 0)$ 对称. 若 $x \leq 1$ 时, $f(x) = x^2 - 1$, 则 $f(x) =$ _____.
178. 已知函数 $y = f(x)$ 满足: 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+3) = f(x)$. 若 $x \in [0, 3)$ 时, $f(x) = x - 1$, 则 $x \in [6, 9)$ 时, $f(x) =$ _____.
179. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $y = f(x)$ 满足: 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x-1) = f(1-x)$. 若函数 $y = f(x)$ 图像总是关于直线 $x = a$ 对称, 则 $a =$ _____.
180. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若直线 $x = 2$ 是函数 $f(x) = \log_3 |2x + a|$ 的图像的一条对称轴, 则 $a =$ _____.
181. 设函数 $y = f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的奇函数, 且对于任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+2) = -f(x)$.
- (1) 求证: 函数 $y = f(x)$ 为周期函数;
 - (2) 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 求证: $f(1+x) = f(1-x)$;
 - (3) 设 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = \frac{1}{2}x$. 求函数 $y = f(x) + \frac{1}{2}$ 在 $-4 \leq x \leq 4$ 时的所有零点;
 - (4) 设 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = \sin x$.
- ① 写出 $1 \leq x \leq 5$ 时, $y = f(x)$ 的解析式;
 - ② 求 $y = f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的解析式.
182. 常数 $a, b \in \mathbf{R}$. 函数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{x+a} + b$ 的图像关于点 $(1, 2)$ 对称.
- (1) 求 $y = f(x)$ 的解析式;
 - (2) * 若 $y = f(x)$ 的图像关于某一条直线对称, 写出这样的一条对称轴直线的方程 (无需证明).
183. 函数 $y = \log_2 \frac{2-x}{2+x}$ 的图像关于 ().
- A. 原点对称 B. y 轴对称 C. 直线 $y = x$ 对称 D. 直线 $y = -x$ 对称
184. 函数 $y = \log_2(2 - 2^x)$ 的图像关于 ().
- A. 原点对称 B. y 轴对称 C. 直线 $y = x$ 对称 D. 直线 $y = -x$ 对称
185. 设常数 $a, b \in \mathbf{R}$. 若二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + 1$ 满足: 对任意 $t \in \mathbf{R}$, $f(2+t) = f(2-t)$, 则 $\frac{b}{a} =$ _____.
186. 设定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称. 若 $x \geq 1$ 时, $f(x) = 1 - 3^{x-1}$, 则 $x < 1$ 时, $f(x) =$ _____.
187. 设函数 $y = \log_2(x+3)$ 的图像与函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称. ① $f(1) =$ _____; ② 若 $f(a)$ 有意义, 则 $f(a) =$ _____ (结果用 a 的表达式表示).
188. 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $y = f(x)$ 是偶函数, 并且其图像关于直线 $x = 1$ 对称.
- (1) 若 $f(0) = 1, f(1) = 2$, 求 $f(15) + 2f(20)$ 的值;
 - (2) 设 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x^3$.
- ① $1 < x \leq 2$ 时, 求 $y = f(x)$ 的解析式;
 - ② $-2 \leq x < 0$ 时, 求 $y = f(x)$ 的解析式;

③ 求函数 $y = f(x) - \frac{1}{8}$ 在 $[-2, 2]$ 上的所有零点;

④ 求 $y = f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的解析式.

189. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$. 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(50) =$ ().

A. -50

B. 0

C. 2

D. 50

190. 已知函数 $y = f(x)$ 对一切 $u, v \in \mathbf{R}$, 都有 $f(u+v) = f(u) + f(v)$.

(1) 求证: $y = f(x)$ 是奇函数;

(2) 若 $f(-3) = a$, 用 a 表示 $f(6)$ 以及 $f(300)$.

191. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 是奇函数, 且 $y = f(x)$ 也是以 4 为周期的一个周期函数.

(1) 若 $f(1) = 1$, 则 $f(-1) + f(0) =$ _____; $f(10) + f(11) =$ _____;

(2) * 若 $f(1) = 0$, 则在区间 $[-3, 3]$ 上的零点的个数的最小值为 _____.

192. * 设定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 的满足: 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 恒有 $f(-x+1) = -f(x+1)$ 且 $f(-x-1) = -f(x-1)$. 则下面命题中, 正确的命题的序号是 _____.

① 函数 $y = f(x)$ 是偶函数; ② 2 是 $y = f(x)$ 的周期; ③ 函数 $y = f(x)$ 图像关于 $(1, 0)$ 对称; ④ 函数 $y = f(x)$ 图像关于 $(3, 0)$ 对称.

193. 下列函数中, 在其定义域上是单调函数的序号为 _____.

① $y = \frac{2-x}{x}$; ② $y = x - \frac{1}{x}$; ③ $y = 3^{x-1}$; ④ $y = \ln \frac{1}{x}$; ⑤ $y = \tan x$.

194. 函数 $y = |x-1|$ 递减区间的是 _____.

195. 函数 $y = x + \frac{2}{x} (x > 0)$ 的递减区间是 _____.

196. 函数 $y = (\frac{1}{2})^{x^2}$ 的递减区间是 _____.

197. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+2x-3}}$ 的递增区间是 _____.

198. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若 $y = \frac{ax}{x+1}$ 在区间 $(-1, +\infty)$ 上递增, 则 a 的取值范围是 _____.

199. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $y = x^2 + ax + 1$ 在 $(-\infty, 2]$ 上递减, 则 a 的取值范围是 _____.

200. 若函数 $y = f(x), y = g(x)$ 均为 \mathbf{R} 上增函数, 则下列命题中, 正确的命题的序号是 _____.

① $y = f(x) + g(x)$ 为增函数; ② $y = f(x) \cdot g(x)$ 为增函数; ③ $y = f(g(x))$ 为增函数.

201. 若 $y = f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数, 又 $f(-2) = 0$, 则 $f(x) \leq 0$ 的解集为 _____.

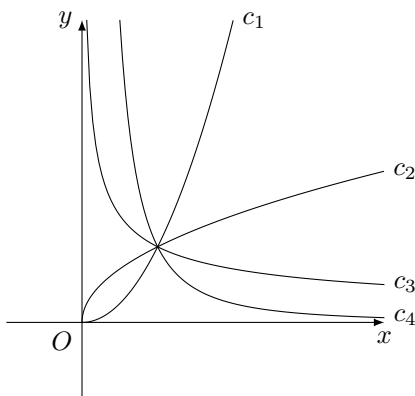
202. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x+a, & x < 1, \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$ 在 \mathbf{R} 上递增, 则 a 的取值范围为 _____.

216. 函数 $y = x^{-\frac{3}{2}}$ 的定义域为_____.

217. 下列命题中, 正确的命题的序号是_____.

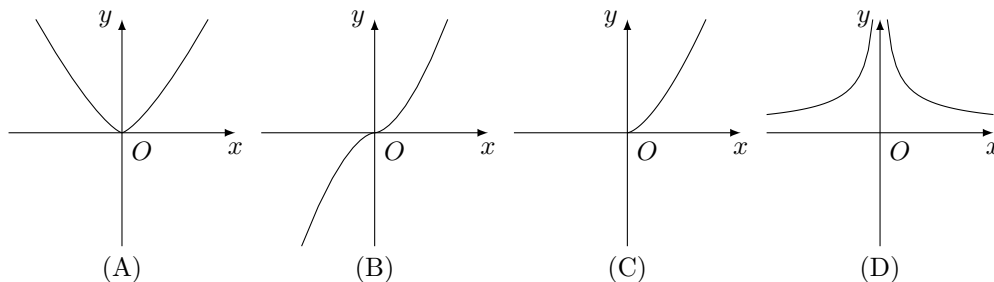
- ① 当 $\alpha = 0$ 时, 函数 $y = x^\alpha$ 的图像是一条直线;
- ② 幂函数的图像都经过 $(0, 0)$ 和 $(1, 1)$ 点;
- ③ 当 $\alpha < 0$ 且 $y = x^\alpha$ 是奇函数时, 它也是减函数;
- ④ 第四象限不可能有幂函数的图像.

218. 图中曲线是幂函数 $y = x^n$ 在第一象限的图像, 已知 n 取 $\pm 2, \pm \frac{1}{2}$ 四个值, 则相应于曲线 c_1, c_2, c_3, c_4 的 n 依次为 ().



- A. $-2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2$ B. $2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -2$ C. $-\frac{1}{2}, -2, 2, \frac{1}{2}$ D. $2, \frac{1}{2}, -2, -\frac{1}{2}$

219. 下列函数的图像为 (A)、(B)、(C)、(D) 之一, 试将正确的字母标号填在相应函数后面的横线上.



(1) $y = x^{\frac{3}{2}}$ _____; (2) $y = x^{\frac{4}{3}}$ _____; (3) $y = x^{\frac{5}{3}}$ _____; (4) $y = x^{-\frac{2}{3}}$ _____.

220. 已知 $\alpha \in \{-2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$, 若幂函数 $f(x) = x^\alpha$ 为奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上递减, 则 $\alpha =$ _____.

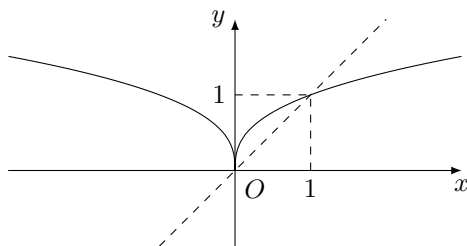
221. 函数 $y = f(x)$ 满足两个条件: ① $y = f(x)$ 是两个幂函数的和函数; ② $y = f(x)$ 的最小值为 2, 则 $y = f(x)$ 的解析式可以是_____.

222. 若集合 $A = \{y | y = x^{\frac{1}{3}}, -1 \leq x \leq 1\}$, $B = \{y | y = x^{-\frac{1}{2}}\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ().

- A. $(0, 1]$ B. $[-1, 1]$ C. $\{1\}$ D. $\{0, 1\}$

223. 设常数 $m \in \mathbf{R}$. 若幂函数 $y = (m^2 - m - 1)x^{m^2 - 2m - 1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 则 m 的值为_____.

224. 设常数 $n \in \mathbf{Z}$. 若函数 $y = x^{n^2-2n-3}$ 的图像与两条坐标轴都无公共点, 且图像关于 y 轴对称, 则 n 的值为_____.
225. 函数 $y = 1 - (x+2)^{-2}$ 可以先将幂函数 $y = x^{-2}$ 的图像向_____ 平移 2 个单位, 再以_____ 轴为对称轴作对称变换, 最后向_____ 平移 1 个单位.
226. 在 $f(x) = (2m^2 - 7m - 9)x^{m^2-9m+19}$ 中, 当实数 m 为何值时,
 (1) $y = f(x)$ 是正比例函数, 且它的图像的倾斜角为钝角?
 (2) $y = f(x)$ 是反比例函数, 且它的图像在第一, 三象限?
227. 设常数 $t \in \mathbf{Z}$. 已知幂函数 $y = (t^3 - t + 1)x^{\frac{1}{3}(1+2t-t^2)}$ 是偶函数, 且在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 求整数 t 的值, 并作出相应的幂函数的大致图像.
228. 设 $a \in \mathbf{R}$.
 (1) 若 $(a+2)^{\frac{2}{3}} > (1-2a)^{\frac{2}{3}}$, 求 a 的取值范围;
 (2) 若 $(a+2)^{-\frac{1}{3}} > (1-2a)^{-\frac{1}{3}}$, 求 a 的取值范围.
229. 已知函数: ① $y = \frac{1}{x}$; ② $y = x^{\frac{1}{2}}$; ③ $y = x^{-\frac{1}{2}}$; ④ $y = x^{\frac{2}{3}}$; ⑤ $y = x^{-\frac{2}{3}}$, 填写分别具有下列性质的函数序号:
 (1) 图像与 x 轴有公共点的:_____;
 (2) 图像关于原点对称的:_____;
 (3) 定义域内递减的:_____;
 (4) 在定义域内有反函数的:_____.
230. 函数 $y = -(x+1)^{-3}$ 的图像可以先将幂函数 $y = x^{-3}$ 的图像向_____ 平移 1 个单位, 再以_____ 轴为对称轴作对称变换.
231. 设 $\alpha \in \{-3, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1, \frac{3}{2}, 2\}$. 已知幂函数 $y = x^\alpha$ 是奇函数, 且在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 则满足条件的 α 的值是_____.
232. 下列关于幂函数图像及性质的叙述中, 正确的叙述的序号是_____.
 ① 对于一个确定的幂函数, 第二、三象限不可能同时有该幂函数的图像上的点;
 ② 若某个幂函数图像过 $(-1, -1)$, 则该幂函数是奇函数;
 ③ 若某个幂函数在定义域上递增, 则该幂函数图像必经过原点;
 ④ 幂函数图像不会经过点 $(-\frac{1}{2}, 8)$ 以及 $(-8, -4)$.
233. 设 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 是两个不同的幂函数, 集合 $M = \{x | f(x) = g(x)\}$, 则集合 M 中的元素是 ().
 A. 1 或 2 B. 1 或 3 C. 1 或 2 或 3 D. 1 或 2 或 3 或 4
234. 已知幂函数 $y = x^{\frac{q}{p}}$ ($p \in \mathbf{N}^*$, $q \in \mathbf{N}^*$, p, q 互质) 的图像如图所示, 则 ().



A. p, q 均为奇数

B. p 是奇数, q 是偶数, 且 $0 < \frac{q}{p} < 1$

C. p 是偶数, q 是奇数

D. p 是奇数, q 是偶数, 且 $\frac{q}{p} > 1$

235. 若 $(x+1)^{-\frac{1}{3}} < (3-2x)^{-\frac{1}{3}}$, 求实数 x 的取值范围.

236. 设常数 a, b 满足 $a > b > 0$. 已知函数 $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$. (1) 写出函数 $y = f(x)$ 的单调性;
(2) 写出函数 $y = f(x)$ 图像的一个对称中心的坐标.

237. 已知函数 $f(x) = \frac{x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}}}{5}$, $g(x) = \frac{x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}}}{5}$.

(1) 分别计算 $f(4) - 5f(2)g(2)$ 和 $f(9) - 5f(3)g(3)$ 的值;

(2) 由 (1) 概括出涉及函数 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的, 对所有不等于零的实数 x 都成立的一个等式, 并加以证明.

238. * 设常数 a, b 满足 $a > b > 0$. 已知函数 $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$. 证明: 该函数图像的对称中心是唯一的.

239. 函数 $y = \log_2 \frac{1}{x-1}$ 的反函数是_____.

240. 函数 $y = x^2 (x \leq 0)$ 的反函数是_____.

241. 函数 $y = \frac{2^x}{2^x - 1} (x > 0)$ 的反函数是_____.

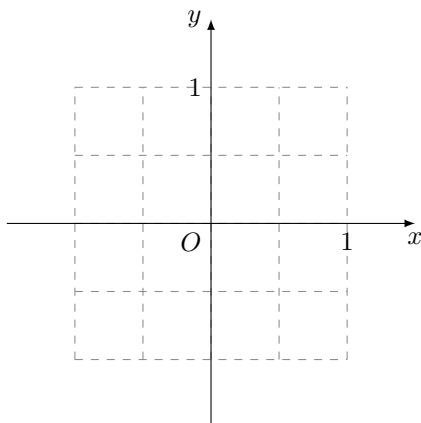
242. 已知函数 $y = f(x)$ 的反函数是 $f^{-1}(x) = \frac{4x+3}{2x-1}$, 则 $f(x) =$ _____.

243. 记 $y = f^{-1}(x)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数. 若函数 $f(x) = \log_3 x$, 则 $f^{-1}(-\log_9 2) =$ _____.

244. 若命题“函数 $y = x + \frac{a}{x}$ 在区间 $[1, 2]$ 上存在反函数”为真命题, 则在下列值中, 能作为实数 a 的值的序号是_____.

① $a = -1$; ② $a = 1$; ③ $a = \sqrt{2}$; ④ $a = \sqrt{5}$.

245. 若函数 $f(x) = 1 - \sqrt{1-x^2} (-1 \leq x \leq 0)$, 请画出函数 $y = f^{-1}(x)$ 的大致图像.



246. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 是奇函数, 且有反函数 $y = f^{-1}(x)$. 若 a, b 是两个实数, 则下列点中, 必在 $y = f^{-1}(x)$ 的图像上的点的序号是_____.

① $(-f(a), a)$; ② $(-f(a), -a)$; ③ $(-b, -f(b))$; ④ $(b, -f^{-1}(-b))$.

247. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 的反函数为 $y = f^{-1}(x)$. 若 $y = f(x+1)$ 的图像过点 $(-\frac{1}{2}, 1)$, 则 $y = f^{-1}(x+1)$ 的图像必过 ().

A. $(1, -\frac{1}{2})$

B. $(1, \frac{1}{2})$

C. $(0, -\frac{1}{2})$

D. $(0, \frac{1}{2})$

248. 设常数 $a \neq 0$. 若函数 $f(x) = \frac{1-ax}{1+ax}$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 求实数 a 的值以及 $y = f(x)$ 的反函数 $y = f^{-1}(x)$.

249. 记 $y = f^{-1}(x)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数.

(1) 若函数 $f(x+1) = \frac{x}{x+1}$, 求函数 $y = f^{-1}(x+1)$ 的解析式;

(2) 设函数 $f(x) = \frac{1-2x}{1+x}$. 若 $y = g(x)$ 的图像与 $y = f^{-1}(x+1)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 求 $y = g(x)$ 的解析式.

250. (1) 函数 $y = x^2 + 2x - 3$ ($x \geq 0$) 的反函数为_____;

(2) 函数 $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ 的反函数为_____;

(3) 函数 $y = x|x|$ 的反函数为_____.

251. 已知函数 $y = f(x)$ 是奇函数, 且 $y = g(x)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数. 若 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 3^x - 1$, 则 $g(-8) =$ _____.

252. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $y = x + \frac{a}{x}$ 在区间 $[1, 2]$ 上存在反函数, 求 a 的取值范围.

253. 求函数 $y = \begin{cases} x^2 - 2x + 2, & x \leq 1, \\ (\frac{1}{2})^x, & x > 1 \end{cases}$ 的反函数.

254. 设常数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$. 求函数 $f(x) = \log_a(x + \sqrt{x^2 - 1})$ 的反函数.

255. 已知函数 $y = f(x)$ 的图像经过点 $(0, -1)$. 若函数 $y = f(x+4)$ 存在反函数 $y = g(x)$, 则 $y = g(x)$ 的图像总经过的定点的坐标为_____.

256. 设 $y = f^{-1}(x)$, $y = g^{-1}(x)$ 分别是定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 的反函数. 若函数 $y = f(x-1)$ 和 $y = g^{-1}(x-3)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 且 $g(5) = 2018$, 则 $f(4)$ 的值为_____.
257. 设 $a > 0$, 函数 $f(x) = \frac{1}{1+a \cdot 2^x}$.
- (1) 若 $a = 1$, 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$;
 - (2) 求函数 $y = f(x) \cdot f(-x)$ 的最大值 (用 a 表示);
 - (3) * 设 $g(x) = f(x) - f(x-1)$. 若对任意 $x \in (-\infty, 0]$, $g(x) \geq g(0)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.
258. 已知函数 $y = f^{-1}(x)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数. 定义: 若对给定的实数 $a(a \neq 0)$, 函数 $y = f(x+a)$ 与 $y = f^{-1}(x+a)$ 互为反函数, 则称 $y = f(x)$ 满足 “ a 和性质”.
- (1) 判断函数 $g(x) = x^2 + 1(x > 0)$ 是否满足 “1 和性质”, 并说明理由;
 - (2) * 求所有满足 “2 和性质” 的一次函数.
259. 若 $\log_3 5 = a$, $\log_5 7 = b$, 用 a, b 表示 $\log_{75} 63 =$ _____.
260. 若 $3^a = 4^b = 6^c$, 且 a, b, c 都是正数, 则 $\frac{-2ab + 2bc + ac}{abc}$ 的值为_____.
261. 若不等式 $(a-1)^x < 1$ 的解集为 $(-\infty, 0)$, 则实数 a 的取值范围是_____.
262. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\lg|x-1|}$ 的定义域为_____.
263. 为了得到函数 $y = \lg \frac{x+3}{10}$ 的图像, 只需把函数 $y = \lg x$ 的图像上所有的点 ().
- A. 向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度
 - B. 向右平移 3 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度
 - C. 向左平移 3 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度
 - D. 向右平移 3 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度
264. 设常数 $a > 0$, $a \neq 1$. 函数 $f(x) = a^x$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值和最小值之和为 a^2 , 则 $a =$ _____.
265. 若集合 $A = \{y|y = 2 \cdot (\frac{1}{3})^{|x|}\}$, $B = \{a|\log_a(3a-1) > 0\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
266. * 已知函数 $f(x) = |3^x - 1|$, $c < b < a$, 且 $f(b) < f(a) < f(c)$, 在下列关系式中, 一定成立的关系式的序号是_____. ① $3^a + 3^b > 2$; ② $3^a + 3^b < 2$; ③ $3^c < 1$; ④ $3^a + 3^c < 2$.
267. 已知函数 $f(x) = \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}}$.
- (1) 证明 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数;
 - (2) 求 $f(x)$ 的值域.
268. 已知函数 $y = (\log_2 \frac{x}{2^a})(\log_2 \frac{x}{4})$, $x \in [\sqrt{2}, 4]$, 试求该函数的最大值 $g(a)$.
269. 已知函数 $f(x) = a \cdot 2^x + b \cdot 3^x$, 其中常数 a, b 满足 $ab \neq 0$.
- (1) 若 $ab > 0$, 判断函数 $y = f(x)$ 的单调性;
 - (2) 若 $ab < 0$, 求 $f(x+1) > f(x)$ 时 x 的取值范围.

270. 不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq 1$ 的解集为_____.

271. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2^x - 1} + a$ 为奇函数, 则 $a =$ _____.

272. 若 $\log_2 3 = a$, $3^b = 7$, 用 a, b 表示 $\log_{3\sqrt{7}} 2$, 则 $\log_{3\sqrt{7}} 2 =$ _____.

273. 对于函数 $y = f(x)$ 的定义域中的任意的 $x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$, 有如下结论:

① $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$; ② $f(x_1 \cdot x_2) = f(x_1) + f(x_2)$;

③ $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$; ④ $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$.

当 $y = \ln x$ 时, 上述结论中, 正确结论的序号是_____.

274. (1) * 函数 $y = \log_a |x - b|$ 在 $(0, +\infty)$ 上递增, 则 a, b 满足 ().

A. $a > 1$ 且 $b \geq 0$

B. $a > 1$ 且 $b \leq 0$

C. $0 < a < 1$ 且 $b \geq 0$

D. $0 < a < 1$ 且 $b \leq 0$

(2) 函数 $f(x) = \log_a |ax^2 - x|$ ($a > 0, a \neq 1$) 在区间 $[3, 4]$ 上是增函数, 则实数 a 的范围是_____.

275. * 已知常数 $a > 1$, 函数 $y = |\log_a x|$ 的定义域为区间 $[m, n]$, 值域为区间 $[0, 1]$. 若 $n - m$ 的最小值为 $\frac{5}{6}$, 则 $a =$ _____.

276. * 设常数 $a > 0, a \neq 1$. 已知函数 $f(x) = \log_a x$. 若对于任意 $x \in [3, +\infty)$ 都有 $|f(x)| \geq 1$ 成立, 则 a 的取值范围为_____.

277. * 已知函数 $f(x) = 2 + \log_3 x$ ($3 \leq x \leq 27$).

(1) 求函数 $y = f(x^2)$ 的定义域;

(2) 求函数 $g(x) = [f(x)]^2 + f(x^2)$ 的值域.

278. 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $y = f(x)$ 为奇函数, 且满足 $f(x+2) = -f(x)$. 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 2^x - 1$.

(1) 求 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, 0)$ 上的解析式;

(2) 求 $f(\log_{\frac{1}{2}} 24)$ 的值.

279. * 已知函数 $f(x) = 1 + a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{4}\right)^x$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $y = f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上的值域;

(2) 对于定义在集合 D 上的函数 $y = f(x)$, 如果存在常数 $M > 0$, 满足: 对任意 $x \in D$, 都有 $|f(x)| \leq M$ 成立, 则称 $f(x)$ 是 D 上的有界函数, 其中 M 称为函数 $f(x)$ 的一个上界. 若函数 $y = f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是以 3 为一个上界的有界函数, 求实数 a 的取值范围.

280. 二次函数图像的顶点是 $(-1, 2)$, 且图像经过点 $(1, 6)$, 则此二次函数的解析式为_____.

281. 二次函数 $y = f(x)$ 满足 $f(2-x) = f(2+x)$, 且 $y = f(x)$ 的图像在 y 轴的截距为 3, 被 x 轴截得的线段长为 2, 则 $y = f(x)$ 的解析式为_____.

282. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若二次函数 $f(x) = a(x - a^2)(x + a)$ 为偶函数, 则 $a =$ _____.

283. 设常数 $b \in \mathbf{R}$. 若函数 $y = x + \frac{2^b}{x}$ ($x > 0$) 在 $(0, 4]$ 上是减函数, 在 $[4, +\infty)$ 上是增函数, 则 $b =$ _____.

284. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $y = -x^2 + 2ax (0 \leq x \leq 1)$ 的最小值用 $g(a)$ 表示, 则 $g(a) =$ _____.
285. 设常数 $m > 0$. 若二次函数 $f(x) = x^2 - 2x$ 在区间 $[0, m]$ 上的最大值为 0、最小值为 -1 , 则 m 的取值范围为_____.
286. 若函数 $f(x) = x + \frac{4}{x} (1 \leq x \leq 5)$, 则函数 $y = f(x)$ 的递减区间是_____, 递增区间是_____, 最小值是_____, 最大值是_____.
287. 已知 $g(x) = -x^2 - 3$, $y = f(x)$ 是二次函数, 且 $y = f(x) + g(x)$ 为正比例函数.
- (1) 若 $0 \leq x \leq 1$ 时, $y = f(x)$ 的最大值为 6, 则 $y = f(x)$ 的表达式是_____;
- (2) 若 $0 \leq x \leq 1$ 时, $y = f(x)$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$, 则 $y = f(x)$ 的表达式是_____.
288. 已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = x - \frac{a}{x}$, 求函数 $y = f(x)$ 的递增区间.
289. 已知函数 $y = x + \frac{a}{x}$ 有如下性质: 如果常数 $a > 0$, 那么该函数在 $(0, \sqrt{a}]$ 上是减函数, 在 $[\sqrt{a}, +\infty)$ 上是增函数.
- (1) 设常数 $c \in [1, +\infty)$, 求函数 $f(x) = x + \frac{c}{x} (1 \leq x \leq 2)$ 的最大值和最小值;
- (2) * 设常数 $c > 0$. 当 n 是正整数时, 研究函数 $g(x) = x^n + \frac{c}{x^n}$ 的单调性, 并说明理由.
290. 已知函数 $f(x) = |x - \frac{1}{x}|, x > 0$.
- (1) 画出函数 $y = f(x)$ 的草图;
- (2) 当 $0 < a < b$, 且 $f(a) = f(b)$ 时, 求证: $ab = 1$.
291. 函数 $y = 2x + \frac{1}{x} (x < 0)$ 的递增区间是_____.
292. 设 $x < 1$, 则 $\frac{2x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ 的最大值为_____.
293. 函数 $y = (x - 3)(x - 1)(x + 1)(x + 3)$ 的最小值为_____.
294. 函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}$ 的定义域、值域都是区间 $[1, b]$, 则实数 $b =$ _____.
295. 设常数 $m \in \mathbf{R}$. 若函数 $f(x) = x^2 - (m - 2)x + m - 4$ 的图像与 x 轴交于 A, B 两点, 且 $|AB| = 2$, 则函数 $y = f(x)$ 的最小值为_____.
296. 函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 与函数 $g(x) = cx^2 + bx + a (ac \neq 0, a \neq c)$ 的值域分别为 M, N , 则下列结论正确的是_____.
- A. $M = N$ B. $M \subseteq N$ C. $M \supseteq N$ D. $M \cap N \neq \emptyset$
297. 函数 $f(x) = x^2 - 2a|x - a| - 2ax + 1$ 的图像与 x 轴有且只有三个不同的公共点, 则 $a =$ _____.
298. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2ax + 1 (1 \leq x \leq 3)$ 存在反函数. 若函数 $y = f(x)$ 的最大值为 4, 求实数 a 的值.

299. 设常数 $a, m \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{x} (x \geq m)$.
- (1) 设 $a = \frac{1}{2}$, 求函数 $y = f(x)$ 的值域;
 - (2) 设 $m = 1$, 求函数 $y = f(x)$ 的值域.
300. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, 并将函数 $f(x) = 1 - 2a - 2a \cos x - 2 \sin^2 x$ 的最小值记为 $g(a)$.
- (1) 写出 $g(a)$ 的表达式;
 - (2) 是否存在 a 的值, 使得 $g(a) = \frac{1}{2}$? 若存在, 求出 a 的值以及此时函数 $y = f(x)$ 的最大值; 若不存在, 说明理由.
301. 函数 $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$ 的最大值是_____.
302. 函数 $y = \frac{3^x - 1}{3^x - 2}$ 的值域是_____.
303. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 2x + 3)$ 的值域是_____.
304. 函数 $y = |x - 1| + |x - 3|$ 的值域是_____.
305. (1) 函数 $y = x^2 + \frac{8}{x^2 + 1} (1 \leq x \leq 7)$ 的最小值是_____, 此时 $x =$ _____;
- (2) 函数 $y = \frac{3x}{x^2 + 4}$ 的值域是_____;
 - (3) 函数 $y = x + \frac{m}{x + 3}, x \in [0, +\infty)$ 的最小值为_____;
 - (4) 设常数 $m \in \mathbf{R}$. 若函数 $y = \frac{mx}{x^2 + 1}$ 的最大值为 1, 则 m 的值为_____.
306. (1) 函数 $y = x - \sqrt{1 - 2x}$ 的最大值为_____, 此时 $x =$ _____;
- (2) 函数 $y = 2x + \sqrt{1 - 2x}$ 的值域是_____.
307. 函数 $y = \frac{2x - 3}{x^2 - 2x + 3}$ 的值域是_____.
308. 设 $x, y \in \mathbf{R}$. 若 $x^2 + y^2 = 1$, 则 $3x^2 - 4y^2$ 的取值范围是_____.
309. 已知函数 $f(x) = \log_a(x + \sqrt{x^2 + 1}), a > 1$.
- (1) 求 $f(x)$ 的定义域和值域;
 - (2) 求 $f^{-1}(x)$;
 - (3) 判断 $f^{-1}(x)$ 的奇偶性、单调性;
 - (4) 若实数 m 满足 $f^{-1}(1 - m) + f^{-1}(1 - m^2) < 0$, 求 m 的范围.
310. * 设常数 $m, n \in \mathbf{R}$. 若函数 $y = \frac{mx^2 + 4x + n}{x^2 + 1}$ 的值域为 $[1, 6]$, 求 m, n 的值.
311. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, 区间 $E \subseteq (0, +\infty)$. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{a} - \frac{1}{x}, x \in E$.
- (1) 求证: $y = f(x)$ 在区间 E 上递增;
 - (2) 是否存在 a , 使得对于这样的 a , 总是存在 $E = [m, n] (m < n)$, 使得 $y = f(x)$ 在区间 E 上的值域也是 E ? 若存在, 求出 a 的取值范围; 若不存在, 说明理由.
312. 函数 $y = 2x + \frac{4}{x} (\frac{1}{2} < x \leq 2)$ 的值域是_____.

313. 函数 $y = |x - 3| - |x + 2|$ 的值域是_____.
314. 函数 $y = (\frac{1}{2})^{x^2 - x}$ 的值域是_____.
315. 函数 $y = \frac{\sqrt{x}}{x + 1}$ 的值域是_____.
316. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 且 $2x + 3y = 1$. 若 $x^2 + y^2 \geq t$ 恒成立, 则实数 t 的最大值是_____.
317. 设 $x, y \in [0, +\infty)$, $2x + y = 6$, 求 $z = 5x^2 - y^2 - 2x + 13y + 35$ 的最值.
318. 求函数 $y = \frac{2x^2 - 4x - 1}{x^2 - 2x - 1}$ 的值域.
319. 求函数 $y = \frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - 2x + 1} (2 \leq x \leq 3)$ 的值域.
320. 记 $\max\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 为 a_1, \dots, a_n 中的最大值. 已知 $f(x) = \max\{x, x^2\} (-1 \leq x \leq 3)$.
- (1) 求函数 $y = f(x)$ 的值域;
- (2) 设 PAB 三点的坐标分别为 $(x, f(x)), (0, -1), (2, 0)$, 且 PAB 三点可以构成三角形, 求 $\triangle PAB$ 的面积取值范围.
321. 是否存在实数 $m, n (m < n)$, 使得函数 $f(x) = -x^2 + 2$ 的定义域、值域分别是区间 $[m, n], [2m, 2n]$. 若存在, 求出 m, n 的值; 若不存在, 说明理由.
322. 函数 $f(x) = 3ax - 2a + 1$ 在 $[-1, 1]$ 上存在一个零点, 则实数 a 的取值范围是_____.
323. 用二分法, 可以计算得方程 $6 - x = \lg x$ 的解是_____ (结果精确到 0.01).
324. 方程 $6 - x = \log_2 x$ 的解集是_____.
325. 方程 $3^{x+1} = 5^{x^2+x}$ 的解集是_____.
326. 若方程 $2^x = (\frac{1}{2})^{-\frac{1}{x}+1}$ 的两个实数解为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 =$ _____.
327. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若关于 x 的方程 $\lg^2 x - \lg x^2 + a - 2 = 0$ 有两个不同的实数解 x_1, x_2 , 则
- (1) $x_1 \cdot x_2 =$ _____;
- (2) a 的取值范围是_____.
328. (1) 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若关于 x 的方程 $9^x - (a + 2) \cdot 3^x + 4 = 0$ 有实数解, 则 a 的取值范围是_____;
- (2) 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若关于 x 的方程 $9^x - 3^x + a = 0$ 有两个不同的实数解 x_1, x_2 , 则 a 的取值范围是_____.
329. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负实根, 则 a 的取值范围是_____.
330. 设常数 $k \in \mathbf{R}$, 试根据 k 的值, 分别讨论下列关于 x 的方程的根的个数.
- (1) $x^2 - k|x| + 1 = 0$;
- (2) $x^2 - |x| + k = 0$.

331. 设常数 $m, n \in \mathbf{R}$. 已知 $f(x) = (x - m)(x - n) - 2$, 且 α, β 是方程 $f(x) = 0$ 的两个根, 则实数 m, n, α, β 的大小关系可能是 ().

- A. $\alpha < m < n < \beta$ B. $m < \alpha < \beta < n$ C. $m < \alpha < n < \beta$ D. $\alpha < m < \beta < n$

332. 设常数 $m \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = x^2 + mx + 2$.

- (1) 若函数 $y = f(x)$ 在区间 $(0, 2)$ 上有且仅有一个零点, 求 m 的取值范围;
 (2) 在区间 $[0, 2]$ 上, 函数 $y = f(x)$ 是否存在两个不同的零点? 若存在, 求出 m 的取值范围, 若不存在, 说明理由.

333. 方程 $4^{x+1} - 13 \cdot 2^x + 3 = 0$ 的解集是_____.

334. 方程 $\log_2(x - 1) = \log_4(2 - x)$ 的解集是_____.

335. 方程 $2\log_2(x - 1) = 2 + \log_2 x$ 的解集是_____.

336. 方程 $\log_3(3^{x-1} - 3^{-1}) \cdot \log_3(3^{x-2} - 3^{-2}) = 2$ 的解集是_____.

337. 方程 $3^{x+1} + 2^{x+1} = 7 \cdot 5^{x-1}$ 的解集是_____.

338. 方程 $2(4^x + 4^{-x}) - 3(2^x - 2^{-x}) - 4 = 0$ 的解集是_____.

339. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若关于 x 的方程 $ax - \sqrt{x} + 1 = 0$ 有实数解, 则 m 的取值范围是_____.

340. 设常数 $m \in \mathbf{R}$. 若关于 x 的方程 $\sqrt{2x} = x + m$ 有两个不同的实数解, 则 m 的取值范围是_____.

341. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = 4^x - a \cdot 2^x + a + 3$.

- (1) 若函数 $y = f(x)$ 有且仅有一个零点, 求 a 的取值范围;
 (2) 若函数 $y = f(x)$ 有零点, 求 a 的取值范围.

342. 设常数 $m \in \mathbf{R}$. 已知 $f(x) = x^2 + (m - 1)x - m^2 + 1$.

- (1) 若函数 $y = f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内有两个不同的零点, 求 m 的取值范围;
 (2) 若函数 $y = f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内有零点, 求 m 的取值范围;
 (3) 若函数 $y = f(x)$ 在区间 $(0, 3)$ 内有零点, 求 m 的取值范围.

343. (1) 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = ax$. 若对于任意 $x \in [-3, -1]$, 不等式 $f(x) \geq 5$ 恒成立, 则 a 的取值范围为_____;

(2) 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = ax$, 若存在 $x_0 \in [-3, 1]$, 使得不等式 $f(x) + 5 < 0$ 成立, 则 a 的取值范围为_____;

(3) 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = ax$. 若对于任意 $x \in (-3, 1)$, 不等式 $f(x) + 5 \geq 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围为_____.

344. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = x + a$. 若存在 $x_0 \in (-1, 2)$, 使得 $f(x_0) > 1$ 成立, 则 a 的取值范围为_____.

345. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = x^2 - x - a$. 若不等式 $f(x) > 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围为_____.
346. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = x^2 - x - a$, $-2 < x < -1$. 若不等式 $f(x) > 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围为_____.
347. 已知函数 $f(x) = x^2$. 若常数 a 满足: 存在 $x \in (-2, a)$, 使得 $f(x) > 5$, 则 a 的取值范围为_____.
348. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = (a-1)x^2 + (a-1)x - 1$. 若关于 x 的不等式 $f(x) \geq 0$ 解集为 \varnothing , 则 a 的取值范围为_____.
349. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若关于 x 的不等式 $a|x| > x + 2$ 有实数解, 则 a 的取值范围为_____.
350. 已知实数 ab 满足等式 $(\frac{1}{2})^a = (\frac{1}{3})^b$, 下列五个关系式:
 ① $0 < b < a$; ② $a < b < 0$; ③ $0 < a < b$; ④ $b < a < 0$; ⑤ $a = b = 0$. 其中不可能成立的关系式的序号为_____.
351. 设常数 $k \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = kx^2 + kx + k + 1$.
 (1) 对于任意的 $x \in [-1, 1]$, 不等式 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求 k 的取值范围;
 (2) 存在 $x_0 \in [-1, 1]$, 使得不等式 $f(x_0) < 0$ 成立, 求 k 的取值范围.
352. 设常数 $k \in \mathbf{R}$. 已知关于 x 的不等式 $k \cdot 4^x - 2^{x+1} + 6k < 0$.
 (1) 若不等式的解集为开区间 $(1, \log_2 3)$, 求 k 的取值范围;
 (2) 若不等式对一切 $x \in (1, \log_2 3)$ 都成立, 求 k 的取值范围;
 (3) * 若不等式的解集为开区间 $(1, \log_2 3)$ 的子集, 求 k 的取值范围;
 (4) * 若不等式在开区间 $(1, \log_2 3)$ 内存在解, 求 k 的取值范围.
353. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知不等式 $2a - 1 > (a^2 - 1)x$ 对于满足 $-1 \leq x \leq 1$ 的任意 x 恒成立, 则 a 的取值范围为_____.
354. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = ax^2 - ax + 1$. 若不等式 $f(x) > 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围为_____.
355. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知不等式 $x^2 - mx + 3 \geq 0$ 对于满足 $1 \leq x \leq 2$ 的任意 x 恒成立, 则 a 的取值范围为_____.
356. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = |x - a|$, $0 \leq x \leq 1$. 若 $f(x) \leq 2$ 恒成立, 则 a 的取值范围为_____.
357. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $f(x) = |x - a|$. 若存在 $x_0 \in (0, 1)$, 使得 $f(x_0) > 2$ 成立, 则 a 的取值范围为_____.
358. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 关于 x 的不等式 $a|x| > x^2 - 2$ 的解集为 E . 若区间 $(1, 2) \subseteq E$, 则 a 的取值范围为_____.
359. 设常数 $m \in \mathbf{R}$, $m \leq -2$, 函数 $f(x) = x^2 + mx + 4$. 问: 是否存在这样的 m , 使对于任意 $x \in [-1, 1]$, 使得 $f(x) + m \geq 0$ 都成立? 若存在, 求出所有这样的 m ; 若不存在, 说明理由.
360. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若对于任意实数 $x \in [-2, 2]$, 不等式 $x^2 + ax + 3 \geq a$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

361. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若对于任意实数 $x \in (-\infty, -1]$, 不等式 $1 + 2^x + (a - a^2) \cdot 4^x > 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.
362. 已知常数 $m, n \in \mathbf{R}$, $m < -2$, 函数 $f(x) = x^2 + mx + n$. 问: 是否存在 $x_0 \in [-1, 1]$, 使得 $|f(x_0)| \geq |m|$ 成立?
363. 若 $\alpha = 2022^\circ$, 则与 α 具有相同终边的最小正角 $\beta =$ _____.
364. 下列用弧度制表示的各角中, 是第二象限角的是 ().
- A. $\frac{12\pi}{5}$ B. $-\frac{12\pi}{5}$ C. 2 D. -2
365. 若角 α 的终边与角 $\frac{\pi}{3}$ 的终边垂直, 则 $\alpha =$ _____.
366. 若角 α 与角 β 的正弦值相等, 则 β 可用 α 表示为_____.
367. 若点 $P(-2, y)$ 在角 α 的终边上, $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$, 则 $\cos \alpha =$ _____.
368. 若 $0 < \alpha < 2\pi$, 且 $|\cos \alpha| < |\sin \alpha|$, 则 α 的取值范围是_____.
369. 一动点 P 从 $(1, 0)$ 出发, 沿单位圆 $x^2 + y^2 = 1$ 按逆时针方向运动, 到达点 $Q(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 则圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的劣弧 PQ 的长为_____.
370. 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{|\sin x|} + \frac{|\cos x|}{\cos x} + \frac{\tan x}{|\tan x|} + \frac{|\cot x|}{\cot x}$ 的值域是_____.
371. 求周长为 c 的扇形面积的最大值, 并求面积取到最大值时扇形圆心角 α 的弧度数.
372. 若 α 是第二象限的角, 试分别确定 $2\alpha, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{3}$ 的终边与象限、坐标轴的位置关系.
373. 在单位圆中分别画出适合下列条件的角 α 的终边的范围, 并写出角 α 的集合.
- (1) $\sin \alpha \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- (2) $\cos \alpha \leq -\frac{1}{2}$;
- (3) $\tan \alpha < -1$.
374. 与 -45° 角终边相同的角的集合是_____.
375. 设角 α 的终边与角 $\frac{7\pi}{5}$ 的终边关于 y 轴对称, 且 $\alpha \in (0, 2\pi)$, 则 $\alpha =$ _____.
376. 如图, 已知扇形 OAB 的圆心角为 $\frac{5\pi}{6}$, 面积为 $\frac{5\pi}{3}$, 则扇形内以 AB 为弦的弓形面积为_____.
377. 若 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$, 则 α 的值的集合是_____.
378. 若角 α 的终边不在坐标轴上, $\sin \frac{\alpha}{2} > 0$, $\cos \frac{\alpha}{2} < 0$, 则关于角 α , 以下命题正确的有_____ (填序号).
- ① 不在第一象限; ② 不在第二象限; ③ 不在第三象限; ④ 不在第四象限.
379. 若角 α 终边上一点 P 为 $(2 \sin 3, -2 \cos 3)$, 则 $\sin \alpha =$ ().
- A. $\sin 3$ B. $\cos 3$ C. $-\sin 3$ D. $-\cos 3$

380. 设 θ 为第三象限角.

(1) 判断 $\frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}}$ 的符号, 并说明理由;

(2) 判断 $\frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} + 1$ 的符号, 并说明理由.

381. 设常数 $a \neq 0$, 角 α 终边上的点 P 与点 $A(a, 2a)$ 关于 x 轴对称, 角 β 终边上的点 Q 与 A 关于直线 $y = x$ 对称, 求 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \beta \cdot \cos \beta + \tan \alpha \cdot \tan \beta$ 的值.

382. 若 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{3}{5}$, α 是第四象限角, 则 $\cos(\alpha - 2\pi) =$ _____.

383. 若 $\cos(\pi + \alpha) = -\frac{1}{3}$, α 是第四象限角, 则 $\sin(2\pi - \alpha) =$ _____.

384. 如果 $\cot(\pi - \alpha) = \frac{2}{3}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\tan \alpha$ 的值为_____.

385. 若 $\cos(\frac{\pi}{6} - \alpha) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos(\frac{5\pi}{6} + \alpha) =$ _____.

386. 已知 $-\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} + \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 + \cot^2 \alpha}} = -1$, 则 α 的终边在第_____象限.

387. 若 $\tan \alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\frac{2 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha} =$ _____.

388. 设常数 m 满足 $m^2 \neq 1$, 若 $\sin \theta + \cos \theta = m$, 则 $\sec \theta \cdot \csc \theta =$ _____.

389. 已知 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $\pi < \theta < 2\pi$, 求下列各式的值:

(1) $\tan \theta + \cot \theta$;

(2) $\sin \theta - \cos \theta$;

(3) $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$.

390. 设 k 为整数, 化简: $\frac{\sin(k\pi - \alpha) \cos[(k-1)\pi - \alpha]}{\sin[(k+1)\pi + \alpha] \cos(k\pi + \alpha)}$.

391. 已知 $\sin(3\pi - \alpha) = \sqrt{2} \cos(\frac{3\pi}{2} + \beta)$, $\sqrt{3} \cos(-\alpha) = -\sqrt{2} \cos(\pi + \beta)$, 且 $0 < \alpha < \pi$, $0 < \beta < \pi$, 求 α, β 的值.

392. 化简: $\frac{\cot(\frac{\pi}{2} + \alpha) \sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha)} =$ _____.

393. 设 $k \in \mathbf{Z}$, 若 $\sin(k\pi - \alpha) = -\sin \alpha$, 则 $\cos(k\pi - \alpha) =$ ().

A. $\sin \alpha$

B. $\cos \alpha$

C. $-\sin \alpha$

D. $-\cos \alpha$

394. 若角 α 在第三象限, 化简: $\frac{2 \tan \alpha}{\sqrt{\sec^2 \alpha - 1}} + \frac{1}{\sin \alpha \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} =$ _____.

395. 若 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{8}$, $\alpha \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$, 则 $\cos \alpha - \sin \alpha =$ _____.

396. 已知 $\tan \alpha = -3$, 求值:

(1) $4 \sin^2 \alpha - 3 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$;

(2) $\frac{5 \sin^3 \alpha + \cos \alpha}{2 \cos^3 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}$.

397. 已知 $m \in (0, 1)$. 若 $\cos \alpha = m$, 求 $\csc \alpha, \cot \alpha$ 的值.
398. 设常数 $k \in \mathbf{R}$. 若 $\tan \alpha, \cot \alpha$ 是方程 $2x^2 - 2kx + k^2 - 3 = 0$ 的两个实根, 且 $\pi < \alpha < \frac{5\pi}{4}$.
- (1) 求 k 的值;
- (2) 求 $\cos \alpha - \sin \alpha$ 的值.
399. 设常数 $a \in (0, 1)$. 若 $\tan \theta = \sqrt{\frac{1-a}{a}}$, 求证: 无论 a 为何值, $\frac{\sin^2 \theta}{a + \cos \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{a - \cos \theta}$ 总是与 a 无关的常数, 并求出该常数.
400. 已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}, \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.
401. 求值: $\cos(31^\circ - \alpha) \cos(29^\circ + \alpha) - \sin(31^\circ - \alpha) \sin(29^\circ + \alpha) =$ _____.
402. 将 $\sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha$ 化为 $A \sin(\alpha + \varphi)$ 的形式 ($A > 0, \varphi \in [0, 2\pi)$): $\sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha =$ _____.
403. 若 $\sin \alpha = \frac{7}{8}, \cos \beta = -\frac{1}{4}, \alpha, \beta$ 在同一象限, 则 $\cos(\alpha - \beta) =$ _____.
404. 已知 $\cos \theta = -\frac{3}{5}, \theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) =$ _____.
405. 若 α 为锐角, 且 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{6}$, 则 $\sin \alpha =$ _____.
406. 已知 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{2}{3}, \tan(\beta - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}$, 则 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$ _____.
407. 若 $\tan \alpha$ 与 $\tan \beta$ 是方程 $3x^2 + 5x - 2 = 0$ 的两个根, 且 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$, 则 $\alpha + \beta$ 的值为_____.
408. 设 $\alpha, \alpha + \beta$ 均为象限角. 若 $2 \sin \beta = \sin(2\alpha + \beta)$, 求 $\frac{\tan(\alpha + \beta)}{\tan \alpha}$ 的值.
409. * 已知 $\tan \alpha = -\frac{1}{7}, \tan \beta = -\frac{1}{3}$, 且 α, β 均为钝角, 求 $\alpha + 2\beta$ 的值.
410. * 是否存在锐角 α, β, θ , 使得 $\sin \theta = \sin \beta - \sin \alpha, \cos \theta = \cos \alpha - \cos \beta$? 若存在, 求出 $\alpha - \beta$ 的所有可能值; 若不存在, 说明理由.
411. 若 $\sin \alpha - \sin \beta = -\frac{1}{3}, \cos \alpha - \cos \beta = \frac{1}{2}$, 则 $\cos(\alpha - \beta) =$ _____.
412. 若 $\frac{\pi}{2} < \beta < \alpha < \frac{3\pi}{4}, \cos(\alpha - \beta) = \frac{12}{13}, \sin(\alpha + \beta) = -\frac{3}{5}$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.
413. 若 $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}, \sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} =$ _____.
414. 若 $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}, \sin B = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 且 A, B 均为钝角, 则 $A + B =$ _____.
415. 若定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 满足对任意给定的 $\alpha \in \mathbf{R}$, 都有 $f(\sin \alpha) = \cos 2\alpha$, 则 $f(\frac{1}{2}) =$ _____, $f(1)$ 的值能否确定? $f(2)$ 呢?
416. 设常数 $m \neq 0$, 若关于 x 的方程 $mx^2 + (2m - 3)x + m - 2 = 0$ 的两实数根为 $\tan \alpha, \tan \beta$, 求 $\tan(\alpha + \beta)$ 的取值范围.

417. 是否存在锐角 α, β , 使得 $\alpha + 2\beta = \frac{2\pi}{3}$, 且 $\tan \beta = (2 - \sqrt{3}) \cot \frac{\alpha}{2}$? 若存在, 求出所有的 α, β 的值; 若不存在, 说明理由.

418. $\sqrt{\frac{1 + \cos 4}{2}} = (\quad).$

A. $\sin 2$

B. $-\sin 2$

C. $\cos 2$

D. $-\cos 2$

419. 设 α 是第二象限角, 且 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\cos \frac{\alpha}{2} (\quad).$

A. 一定等于 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. 一定等于 $\frac{1}{2}$

C. 可能等于 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. 可能等于 $-\frac{1}{2}$

420. 若 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\tan \frac{\alpha}{2} =$ _____.

421. 若 $\tan \theta = 2$, 则 $3 \cos 2\theta + 4 \sin 2\theta =$ _____.

422. 若 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, 则 $\cos 2\alpha =$ _____.

423. 化简: $\frac{\tan(45^\circ - \alpha)}{1 - \tan^2(45^\circ - \alpha)} \cdot \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} =$ _____.

424. 若 $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{5}{2}$, 则 $\sin \alpha =$ _____.

425. 下列命题中, 是 $\tan \frac{\alpha}{2} = m$ 的充要条件的是_____ (填序号).

① $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ 有意义且值为 m ; ② $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ 有意义且值为 m ; ③ $\sin \alpha = \frac{2m}{1 + m^2}$.

426. 化简: $\frac{2 \tan(\frac{\pi}{4} - \theta) \sin^2(\frac{\pi}{4} + \theta)}{\frac{1}{2} - \cos^2 \theta}$.

427. 设 $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, $\beta \in \mathbf{R}$, 已知 $\cos(\alpha + \beta) \cos \beta + \sin(\alpha + \beta) \sin \beta = \frac{1}{3}$, 求 $\cot(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})$ 的值.

428. 若存在 $\theta \in [0, \frac{\pi}{2})$, 使得 $\cos \theta + t \sin \theta = t$, 求实数 t 的取值范围.

429. 若 $\tan \theta = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} =$ _____.

430. 当 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时, 化简: $2\sqrt{1 - \sin \alpha} - \sqrt{2 + 2 \cos \alpha} =$ _____.

431. 已知 $\sin(\alpha - \beta) = \frac{36}{85}$, $\cos \beta = \frac{4}{5}$, α, β 都是锐角. 则 $\tan(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}) =$ _____.

432. * 若 $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, 化简 $\frac{1 + \sin \alpha}{\sqrt{1 + \cos \alpha} - \sqrt{1 - \cos \alpha}} + \frac{1 - \sin \alpha}{\sqrt{1 + \cos \alpha} + \sqrt{1 - \cos \alpha}} =$ _____.

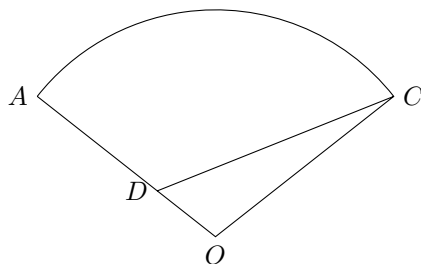
433. * 若 $\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = 6$, 且 $(\frac{1}{4})^{\sin \alpha} > 1$, 则 $\tan \frac{\alpha}{2} =$ _____.

434. * 求证: $\frac{2 \cos \alpha}{1 + \sin \alpha + \cos \alpha} = 1 - \tan \frac{\alpha}{2}$.

435. 化简: $\sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \frac{1}{2} \cos 2\alpha \cos 2\beta$.

436. 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$, 且 $\frac{2 \sin^2 \alpha + \sin 2\alpha}{1 + \tan \alpha} = k$, 分别用 k 表示 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ 及 $\sin \alpha - \cos \alpha$.

437. 在三角形 ABC 中, (1) 用三个角 A, B, C 及外接圆半径 R 表示三角形的面积 S , 得 $S =$ _____;
- (2) 用三条边 a, b, c 及外接圆半径 R 表示三角形的面积 S , 得 $S =$ _____;
- (3) 用内切圆半径 r , 周长 $2p$ 表示三角形面积 S , 得 $S =$ _____.
438. 在以 A 为顶角的等腰三角形 ABC 中,
- (1) 若 $\sin A = \frac{3}{5}$, 则这样的三角形有_____种不同的形状, $\cos B =$ _____;
- (2) 若 $\sin B = \frac{3}{5}$, 则这样的三角形有_____种不同的形状, $\cos A =$ _____.
439. 在三角形 ABC 中, 若 $a^2 + c^2 - b^2 = \frac{1}{2}ac$, 则角 $B =$ _____.
440. 在三角形 ABC 中,
- (1) 若 $\cos B = \frac{4}{5}$, $\sin C = \frac{5}{13}$, 则 $\sin A =$ _____;
- (2) 若 $\cos B = \frac{4}{5}$, $\sin C = \frac{12}{13}$, 则 $\sin A =$ _____.
441. 在三角形 ABC 中, $a = 3$, $b = 2$, $\sin B = \frac{1}{3}$.
- (1) 若 A 是钝角, 则角 $A =$ _____;
- (2) 若三角形 ABC 是钝角三角形, 则角 $A =$ _____.
442. 在三角形 ABC 中, $\tan A \tan B > 1$, 则以下命题正确的是_____(填序号).
- ① 三角形 ABC 一定是锐角三角形; ② 三角形 ABC 可能是钝角三角形; ③ 三角形 ABC 可能是直角三角形.
443. 在三角形 ABC 中, 若 $\sin A = \sqrt{3} \sin C$, $B = \frac{\pi}{6}$, $b = 2$, 则三角形 ABC 的面积为_____.
444. 在锐角三角形 ABC 中, 已知 $a = 1$, $b = 2$, 则 c 的取值范围为_____.
445. 解下列三角形 (S 表示面积, R 表示外接圆半径):
- (1) $A = 30^\circ$, $b = 2$, $a = 2\sqrt{3}$, 求 C ;
- (2) $S = 15$, $ab = 60$, $\sin A = \cos B$, 求 A, B, c ;
- (3) $a = 30$, $S = 105$, $R = 17$, 求 b, c .
446. 判断下列三角形的形状:
- (1) $2 \sin A \sin B = 1 + \cos C$;
- (2) $a \sin A = b \cos C + c \cos B$.
447. 如图, 某居民小区的平面图呈扇形 AOC . 小区的两个出入口设置在点 A 及点 C 处. 小区里有两条笔直的小路 AD, DC , 且 $\angle ADC$ 的大小为 120° . 已知某人从 C 沿 CD 走到 D 用了 10 分钟, 从 D 沿 DA 走到 A 用了 6 分钟. 若此人步行的速度为每分钟 50 米, 求该扇形的半径 OA 的长 (精确到 1 米).



448. 在三角形 ABC 中, $A = 120^\circ$, $c = 5$, $a = 7$, 则 $b =$ _____.

449. 在三角形 ABC 中, $A = 60^\circ$, $a = 1$, 则 $\frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} =$ _____.

450. 在三角形 ABC 中, $(a+b)^2 - c^2 = 4$, $C = \frac{\pi}{3}$, 则面积 $S =$ _____.

451. 在三角形 ABC 中, $\sin^2 A = \sin(B+C)\sin(B-C)$, 则 ().

A. $A = 90^\circ$

B. $B = 90^\circ$

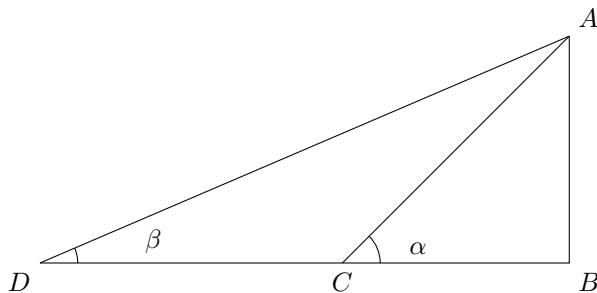
C. $C = 90^\circ$

D. $A = B = C$

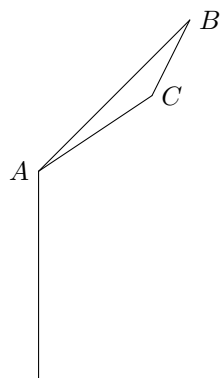
452. 在三角形 ABC 中, $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{5}$, $c = \sqrt{7}$, 则 $bc \cos A + ca \cos B + ab \cos C =$ _____.

453. 在三角形 ABC 中, $\sin A \sin C = \sin^2 B$, 求角 B 的取值范围.

454. 已知 D, C, B 三点在地面同一直线上, $DC = a$, 从 C, D 两点测得 A 点的仰角分别为 α, β ($\alpha > \beta$), 则点 A 离地面的高 $AB =$ _____.



455. 在一个特定时段内, 以点 E 为中心的 7 海里以内海域被设为警戒水域. 点 E 正北 55 海里处有一个雷达观测站 A . 某时刻测得一艘匀速直线行驶的船只位于点 A 北偏东 45° 且与点 A 相距 $40\sqrt{2}$ 海里的位置 B , 经过 40 分钟又测得该船已行驶到点 A 北偏东 $45^\circ + \arcsin \frac{\sqrt{26}}{26}$ 且与点 A 相距 $10\sqrt{13}$ 海里的位置 C . (1) 求该船的行驶速度 (单位: 海里 / 小时); (2) 若该船不改变航行方向继续行驶, 判断它是否会进入警戒水域, 并说明理由.



456. 函数 $y = \lg \sin x$ 的值域为_____.

457. 函数 $y = \sqrt{-\cos x}$ 的定义域为_____.

458. 函数 $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ ($-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) 的值域为_____.

459. 函数 $y = 2 \cos^2 x + 5 \sin x - 2$ 的值域为_____.

460. 下列函数中, 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上是减函数的是 ().

A. $y = \sin x$

B. $y = \cos x$

C. $y = -\sin x$

D. $y = -\cos x$

461. 已知函数 $f(x) = a \sin 2x + b \tan x + 1$. 若实数 t 满足 $f(t) = 7$, 则 $f(\pi - t) =$ _____.

462. 若函数 $f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x}$, 则函数 $f(x)$ ().

A. 有最大值, 也有最小值

B. 有最大值, 但无最小值

C. 无最大值, 但有最小值

D. 无最大值, 也无最小值

463. 已知 $T > 0$. 下列命题中, 能成为命题 “函数 $f(x)$ 的一个周期为 T ” 的必要不充分条件的是 ().

A. 函数 $f(x)$ 的一个周期是 $-T$

B. 函数 $f(x)$ 的一个周期是 $2T$

C. 函数 $f(x)$ 的一个周期是 $\frac{T}{2}$

D. 函数 $f(x)$ 存在最小正周期

464. 求下列函数的定义域:

(1) $y = \log_{\sin x}(1 + 2 \cos x)$;

(2) $y = \sqrt{\sin x} + \frac{1}{\sqrt{16 - x^2}}$.

465. 求下列函数的最大值与最小值:

(1) $y = 2 \sin x(\sin x + \cos x)$;

(2) $y = \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}) \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2})$, $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$;

(3) $y = 1 + \sin x + \cos x + \sin x \cos x$, $x \in [-\pi, 0]$.

466. 实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 = 1$, 用三角代换求下列表达式的取值范围:

(1) $x^2 + y$;

(2) $2x + y$.

467. 函数 $y = 2 \cos x$, $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$ 的值域为_____.

468. 函数 $y = 2 \cos 2x$, $0 < x < \pi$ 的增区间为_____.

469. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, 关于 x 的方程 $\cos^2 x + 4 \sin x - a = 0$ 有实数解, 则 a 的取值范围为_____.

470. 实数 x, y 满足 $x^2 - 2y + y^2 = 0$, 用三角代换求下列表达式的取值范围:

(1) $x^2 + y$;

(2) $2x + y$.

471. 求函数 $f(x) = \frac{\cos^2 x}{\cos x \sin x - \sin^2 x}$, $0 < x < \frac{\pi}{4}$ 的值域.

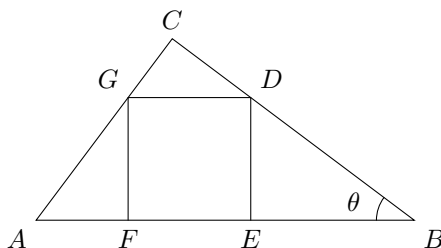
472. 求函数 $y = \frac{\cos^2 x - 2}{1 - \sin x}$, $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ 的最大值.

473. * 设函数 $f(x) = \frac{2 \sin x \cos x + \frac{5}{2}}{\sin x + \cos x}$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, 求 $f(x)$ 的最大值与最小值.

474. * 如图, 在直角三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle CBA = \theta$, $BC = 1$, 正方形 $DEFG$ 的顶点 D, G 在斜边 BA 上, 顶点 E, F 分别在边 BC, CA 上.

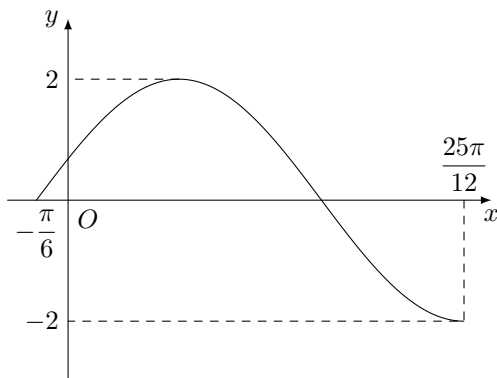
(1) 试用 θ 表示三角形 ABC 的面积 S_1 , 与正方形 $DEFG$ 的面积 S_2 ;

(2) 设 $f(\theta) = \frac{S_2}{S_1}$, 求 $f(\theta)$ 的最大值, 并判断取到最大值时三角形 ABC 的形状.

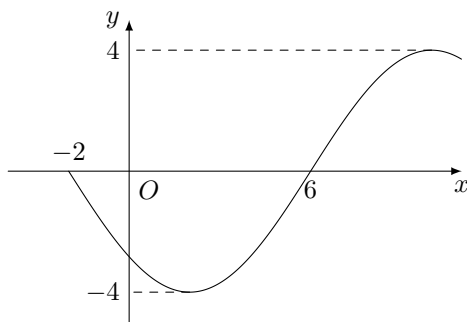


475. 函数 $y = 2 \sin(3x - \frac{\pi}{4})$ 的图像的相邻两对称中心的距离是_____.

476. 设 $A > 0$, $\omega > 0$, $0 \leq \varphi < 2\pi$. 如图为定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像的一部分, 则 $f(x)$ 的解析式为_____.



477. 要得到 $y = \sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})$ 的图像, 可以将 $y = \sin \frac{x}{2}$ 的图像 ().
- A. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位 C. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位
478. 把函数 $y = \sin x$ 的图像上所有点向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把所得图像上所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 得到的图像是函数_____的图像.
479. 若直线 $x = a$ 与 $f(x) = 2\sin x$ 和 $g(x) = 3\cos x$ 的图像分别交于 M, N 两点, 则 $|MN|$ 的最大值是_____.
480. 设常数 $\theta \in \mathbf{R}$. 函数 $f(x) = \cos(x + \theta)$ 是偶函数, 当且仅当 $\theta =$ _____.
481. 若函数 $y = \tan \omega x$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上是减函数, 则实数 ω 的取值范围是_____.
482. * 设常数 $t \in \mathbf{R}^+$. 若函数 $y = -\sin(\frac{\pi}{3}x)$ 在区间 $[0, t]$ 上恰好取得两次最大值, 则 t 的取值范围为_____.
483. 设 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, -\pi < \varphi < \pi$), $D(2, \sqrt{2})$ 是图像的一个最高点, 一动点从 D 出发, 沿函数图像运动至相邻的最低点. 若 P 经过点 $E(6, 0)$, 求 $f(x)$ 的解析式.
484. 已知函数 $f(x) = (2\sin(x + \frac{\pi}{3}) + \sin x)\cos x - \sqrt{3}\sin^2 x$.
- (1) 求函数 $f(x)$ 的值域与周期;
- (2) 若 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, 求 $f(x)$ 的单调递减区间;
- (3) * 设常数 $a > 0$, 若函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = a$ 对称, 求 a 的最小值;
- (4) 设常数 $m \in \mathbf{R}$, 若存在 $x_0 \in [0, \frac{5\pi}{12}]$, 使得 $mf(x_0) - 2 = 0$ 成立, 求 m 的取值范围.
485. 设 $A \neq 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$, 函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图像如右图所示, 则 $f(x)$ 的解析式为_____.



486. 函数 $f(x) = \tan 2x$ 的图像的对称中心是_____.
487. 函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$ 图像的对称轴可以是 ().
- A. $x = -\frac{3\pi}{4}$ B. $x = -\frac{3\pi}{8}$ C. $x = \frac{3\pi}{8}$ D. $x = \frac{3\pi}{4}$
488. 与函数 $y = \tan(2x + \frac{\pi}{4})$ 没有公共点的直线可以是 ().
- A. $x = -\frac{\pi}{2}$ B. $x = -\frac{\pi}{4}$ C. $x = \frac{\pi}{8}$ D. $x = \frac{\pi}{4}$

489. * 设 $\omega > 0$, $0 < \varphi < \pi$, 若函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ 为奇函数, 且图像与直线 $y = \frac{1}{2}$ 的所有交点中, 距离最近的两个交点的距离为 π , 则 $\omega =$ _____, $\varphi =$ _____.
490. * 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $y = \sin 2x + a \cos 2x$ 的图像关于直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 对称, 则 $a =$ _____.
491. * 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若关于 x 的方程 $3 \sin x + 4 \cos x = a$ 在区间 $(0, 2\pi)$ 内恰有两个相异实根 α, β , 求 a 的取值范围及 $\alpha + \beta$ 的值.
492. 求函数 $y = \sin^4 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^4 x$ 的最小正周期和值域, 写出该函数在 $[0, \pi]$ 上的递增区间.
493. 求值: $\arcsin \frac{1}{2} =$ _____; $\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2}) =$ _____; $\arctan(-\sqrt{3}) =$ _____.
494. 用含反三角函数的表达式表示下列各式中的角 x :
- (1) $\sin x = -\frac{1}{3}$, $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $x =$ _____;
 - (2) $\sin x = \frac{1}{4}$, $x \in [0, \pi]$, $x =$ _____;
 - (3) $\cos x = -\frac{1}{4}$, $x \in [0, \pi]$, $x =$ _____;
 - (4) $\cos x = \frac{1}{5}$, $x \in [-\pi, 0]$, $x =$ _____;
 - (5) 三角形 ABC 中, $\sin A = \frac{1}{4}$, $\tan B = -2$, 则 $A =$ _____, $B =$ _____.
495. 设 $|a| \leq 1$, 则 $\arccos a + \arccos(-a) =$ _____.
496. 化简下列各式: $\sin(\arcsin \frac{1}{a^2 + 1}) =$ _____; $\cos(\arcsin(-\sqrt{1 - a^4})) =$ _____; $\cot(\arctan \frac{1}{a}) =$ _____.
497. 函数 $y = \sin x$, $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}]$ 的反函数是_____.
498. 满足不等式 $\arccos(1 - x) \geq \arccos x$ 的 x 的取值范围是_____.
499. 函数 $y = (\arctan x)^2 + \arctan x - 1$ 的最小值是_____.
500. 方程 $2 \sin x = 1$, $x \in [-2\pi, 2\pi]$ 的解集是_____.
501. 研究函数 $y = \arccos(x - x^2)$ 的定义域, 值域, 单调性, 并给出单调性的严格证明.
502. 解下列三角方程:
- (1) $\sin 2x = \sin 5x$;
 - (2) $\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = 1$, $x \in [-\pi, \pi]$;
 - (3) $\frac{\sin 2x}{\cos x + \sin x} = 4$;
 - (4) $\tan 2x = \tan 6x$;
 - (5) $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = -\frac{1}{2}$.
503. 下列等式成立的是_____ (填序号).
- ① $\arccos 0 = 1$; ② $\cos(\arccos \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$; ③ $\sin(\arcsin \frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{4}$; ④ $\arctan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$; ⑤ $\tan(\arctan \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$.
504. 若 $\cos \alpha = -\frac{3}{4}$, $\alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$, 则 $\alpha =$ _____.

505. 设 $x = \sin \alpha$, $\alpha \in (-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$, 则 $\arccos x$ 的取值范围为_____.
506. 方程 $2 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$ 在 $(-2\pi, 0)$ 上的解集为_____.
507. 方程 $2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$ 的解集为_____.
508. 若 $\tan x = a$, $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $x =$ _____.
509. 若 $-\pi < x < -\frac{\pi}{2}$, 则 $\arcsin(\sin x) =$ _____.
510. 设常数 $m \in \mathbf{R}$, 关于 x 的方程 $2 - \sin 2x = m(2 + \sin 2x)$, $x \in [0, \pi)$ 的解集为 A .
- (1) 若 $A \neq \emptyset$, 求 m 的取值范围;
- (2) 若 $A \subseteq (0, \pi)$, 且 A 中至少有两个元素, 求 m 的取值范围.