

1. (000076) 求函数  $y = \frac{1}{2-x} + \sqrt{x^2-1}$  的定义域.
2. (000567) 函数  $f(x) = \sqrt{1-\lg x}$  的定义域为\_\_\_\_\_.
3. (000607) 函数  $y = \log_2(1 - \frac{1}{x})$  的定义域为\_\_\_\_\_.
4. (000646) 函数  $y = \sqrt{2x-x^2}$  的定义域是\_\_\_\_\_.
5. (000778) 函数  $y = \sqrt{\lg(x+2)}$  的定义域为\_\_\_\_\_.
6. (000845) 已知函数  $f(x) = \lg(\sqrt{x^2+1} + ax)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
7. (000868) 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$  的定义域为\_\_\_\_\_.
8. (000931) 函数  $y = \log_3(x-1)$  的定义域是\_\_\_\_\_.
9. (001164) 写出下列函数的定义域 (写在对应关系的右边):
  - (1)  $f(x) = \frac{6}{x^2-3x+2}$ ;
  - (2)  $f(x) = \frac{3x-1}{2x^3+4x^2+x-7}$ ;
  - (3)  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{4x+8}}{\sqrt{3x-2}}$ ;
  - (4)  $f(x) = \sqrt{2x-1} + \sqrt{1-2x} + 4$ ;
  - (5)  $f(x) = \sqrt{x^2-4}$ ;
  - (6)  $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{x-3}$ .
10. (001262) 已知函数  $y = f(2x-1)$  的定义域为  $[0, 3]$ , 则函数  $y = f(3x+1)$  的定义域为\_\_\_\_\_.
11. (001274) 已知  $k$  是实数, 函数  $y = \sqrt{kx^2 + 2(k+2)x + 3(4k-1)}$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 则  $k$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
12. (002820) 若实数  $x$ 、 $y$ 、 $m$  满足  $|x-m| > |y-m|$ , 则称  $x$  比  $y$  远离  $m$ .
  - (1) 若  $x^2-1$  比 1 远离 0, 求  $x$  的取值范围;
  - (2) 定义: 在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  等于  $x^2$  和  $x+2$  中远离 0 的那个值. 求证:  $f(x) \geq 1$  在  $\mathbf{R}$  上恒成立.
13. (002831) 已知函数  $f(x) = \sqrt{ax^2+x+1}$ .
  - (1) 若函数  $y = f(x)$  的定义域为  $(-\infty, +\infty)$ , 求实数  $a$  的取值范围;
  - (2) 若函数  $y = f(x)$  的值域为  $[0, +\infty)$ , 求实数  $a$  的取值范围.
14. (002833) 已知函数  $y = f(x)$  的定义域为  $[1, 4]$ , 则函数  $y = \frac{f(2x)}{x-2}$  的定义域是\_\_\_\_\_.
15. (002968)\* 已知函数  $f(x) = 2 + \log_3 x$  ( $3 \leq x \leq 27$ ).
  - (1) 求函数  $y = f(x^2)$  的定义域;
  - (2) 求函数  $g(x) = [f(x)]^2 + f(x^2)$  的值域.
16. (009508) 下列四组函数中, 同组的两个函数是相同函数的是 ( ).
 

A. $y =  x $ 与 $y = (\sqrt{x})^2$	B. $y = x$ 与 $y = e^{\ln x}$
C. $y = x$ 与 $y = \sqrt[5]{x^5}$	D. $y = x$ 与 $y = (\frac{1}{x})^{-1}$

17. (005300) 在①  $y = x$  与  $y = \sqrt{x^2}$ ; ②  $y = \sqrt{x^2}$  与  $y = (\sqrt{x})^2$ ; ③  $y = |x|$  与  $y = \frac{x^2}{x}$ ; ④  $y = |x|$  与  $y = \sqrt{x^2}$ ; ⑤  $y = x^0$  与  $y = 1$  这五组函数中, 表示同一函数的组数是 ( ).

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

18. (000342) 若函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0, \\ -x^2 + m, & x > 0 \end{cases}$  的值域为  $(-\infty, 1]$ , 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

19. (001165)(1) 函数  $f(x) = x^2, x \in [0, 1]$  的值域为\_\_\_\_\_;

(2) 函数  $f(x) = -x, x \in [-1, 0)$  的值域为\_\_\_\_\_;

(3) 函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ -x, & -1 \leq x < 0. \end{cases}$  的值域为\_\_\_\_\_.

20. (001238) 函数  $y = x^2 - 3x + 1, x \in [1, 4]$  的值域为\_\_\_\_\_.

21. (001239) 函数  $y = \frac{2x+3}{x-1}$  的值域为\_\_\_\_\_.

22. (001242) 函数  $y = \sqrt{1+x} + 2x$  的值域为\_\_\_\_\_.

23. (001243) 函数  $y = |x-3| - |x-10|$  的值域为\_\_\_\_\_.

24. (001244) 函数  $y = |x-3| + |x-10| + |x+1| + |x+2|$  的值域为\_\_\_\_\_.

25. (001245) 函数  $y = ||x-3| + x|$  的值域为\_\_\_\_\_.

26. (001250) 函数  $y = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{x^2 + 64}}}}$  的值域为\_\_\_\_\_.

27. (001252) 函数  $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$  的值域为\_\_\_\_\_.

28. (001266) 写出下列函数的值域.

(1)  $y = 3x + 1, x \in [-2, 5]$ ; \_\_\_\_\_

(2)  $y = |2x + 1|, x \in [-1, 3]$ ; \_\_\_\_\_

(3)  $y = \frac{x-1}{2x+3}$ ; \_\_\_\_\_

(4)  $y = \frac{|x|+1}{|x|-1}$ ; \_\_\_\_\_

(5)  $y = \frac{|x+3|}{x-4}, x \in [-4, 0]$ ; \_\_\_\_\_

(6)  $y = \frac{2x+1}{|x+1|-|x|}$ ; \_\_\_\_\_

29. (001275) 已知  $k$  是实数, 函数  $y = \sqrt{kx^2 + 2(k+2)x + 3(4k-1)}$  的值域为  $[0, +\infty)$ , 则  $k$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

30. (002987) 函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  与函数  $g(x) = cx^2 + bx + a (ac \neq 0, a \neq c)$  的值域分别为  $M$ 、 $N$ , 则下列结论正确的是\_\_\_\_\_.

A.  $M = N$

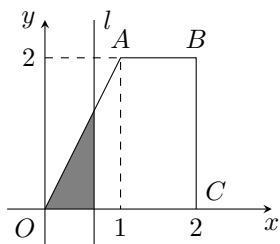
B.  $M \subseteq N$

C.  $M \supseteq N$

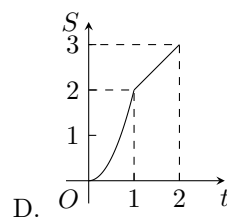
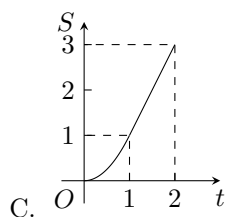
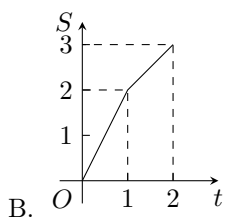
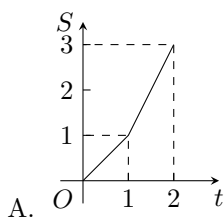
D.  $M \cap N \neq \emptyset$

31. (002994) 函数  $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 2x + 3)$  的值域是\_\_\_\_\_.

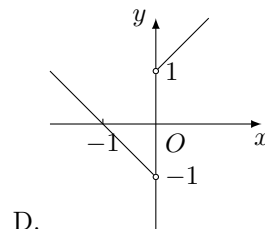
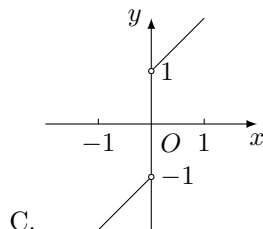
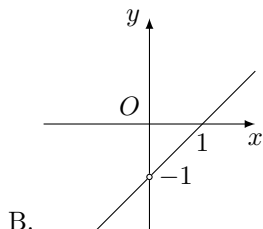
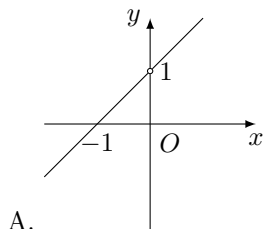
32. (003862) 如图, 直角梯形  $OABC$  中,  $AB \parallel OC$ ,  $AB = 1$ ,  $OC = BC = 2$ , 直线  $l: x = t$  截此梯形所得位于  $l$  左方图形面积为  $S$ ,



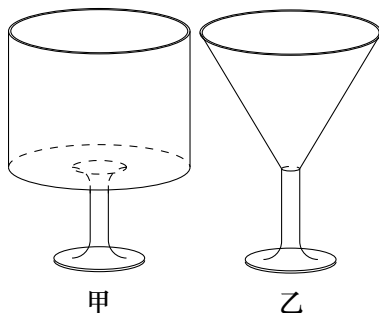
则函数  $S = f(t)$  的图像大致为\_\_\_\_\_.



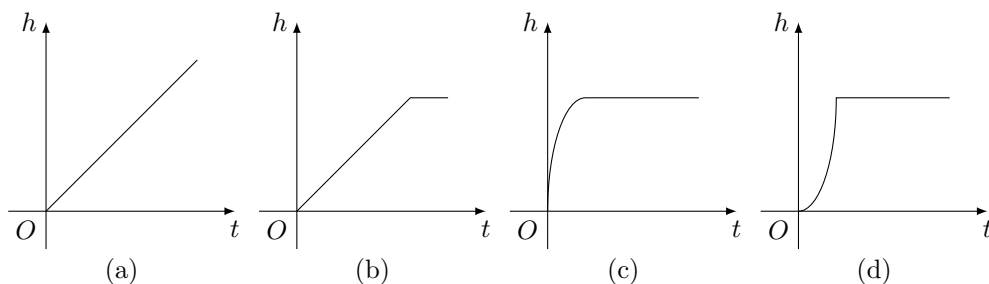
33. (001176) 求证: 函数  $y = x^3$  的图像不是一条直线 (本题不能使用斜率的概念).
34. (003884) 已知函数  $y = f(x)$  的定义域为  $\{x | -3 \leq x \leq 8, x \neq 5\}$ , 值域为  $\{y | -1 \leq y \leq 2, y \neq 0\}$ . 下列关于函数  $y = f(x)$  的说法: ① 当  $x = -3$  时,  $y = -1$ ; ② 将  $y = f(x)$  的图像补上  $(5, 0)$ , 得到的图像必定是一条连续的曲线; ③  $y = f(x)$  是  $[-3, 5)$  上的单调函数; ④  $y = f(x)$  的图像与坐标轴只有一个交点. 其中正确的命题是\_\_\_\_\_.
35. (005303) 函数  $y = x + \frac{|x|}{x}$  的图像是 ( ).



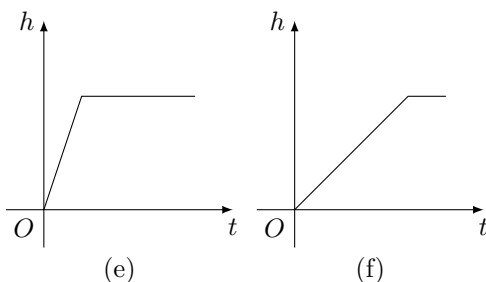
36. (007942) 打开水龙头, 让水均匀地注入一个杯子内, 随着时间的增加, 杯中水面的高度不断增加, 直至水满溢出. 在这个过程中, 杯中水面的高度  $h$  关于注水时间  $t$  的函数为  $h = f(t)$ .



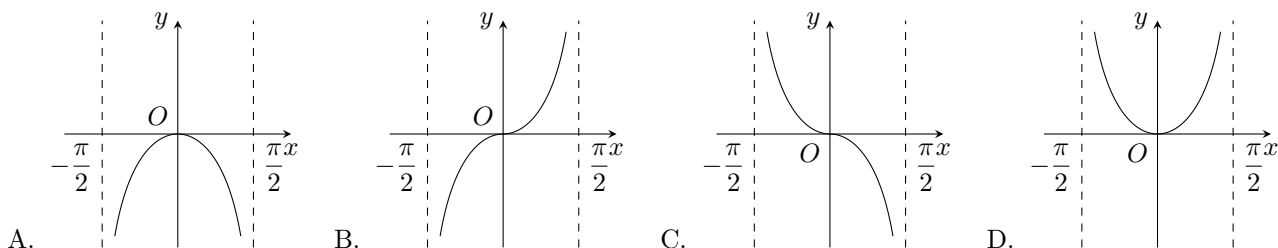
(1) 如果甲杯、乙杯的形状分别如图所示, 那么下列草图中, 甲杯相应函数  $h = f(t)$  的图像是\_\_\_\_\_, 乙杯相应函数  $h = f(t)$  的图像是\_\_\_\_\_. (只有杯子的圆柱和圆锥形部分可以盛水)



(2) 下列是两个杯子相应函数  $h = f(t)$  的图像, 试说明这两个杯子形状有何差别.



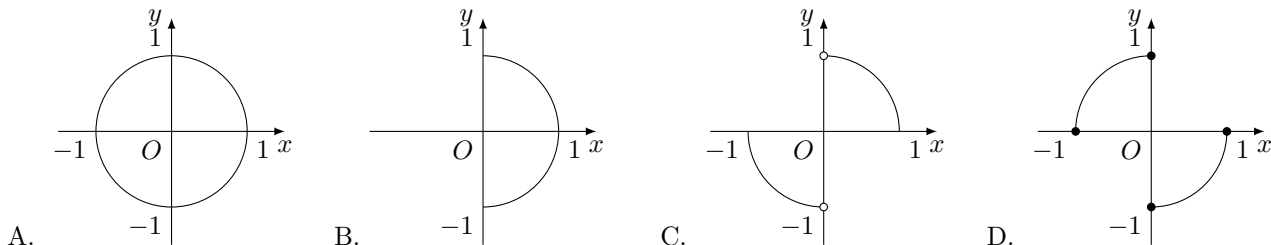
37. (003936) 函数  $y = \ln(\cos x)$   $\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$  的大致图像是\_\_\_\_\_.



38. (002838)\* 设  $D$  是含数 1 的有限实数集,  $f(x)$  是定义在  $D$  上的函数, 若  $f(x)$  的图像绕原点逆时针旋转  $\frac{\pi}{6}$  后与原图像重合, 则在以下各项中,  $f(1)$  的可能取值只能是 ( )

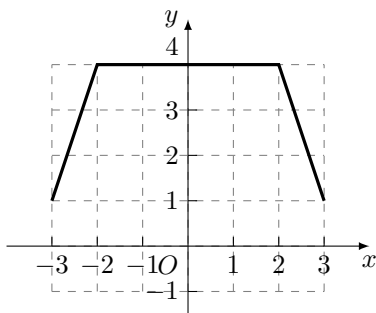
- A.  $\sqrt{3}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D. 0

39. (007984) 下列图形中, 能作为某个函数的图像的只能是 ( ).



40. (000083) 邮局规定: 当邮件质量不超过 100g 时, 每 20g 邮费 0.8 元, 且不足 20g 时按 20g 计算; 超过 100g 时, 超过 100g 的部分按每 100g 邮费 2 元计算, 且不足 100g 按 100g 计算; 同时规定邮件总质量不得超过 2000g. 请写出邮费关于邮件质量的函数表达式, 并计算 50g 和 500g 的邮件分别收多少邮费.

41. (009511) 根据下图的函数图像, 用解析法表示  $y$  关于  $x$  的函数.



42. (011383) 在某种计算机语言中, 有一种函数  $y = \text{INT}(x)$  叫做取整函数 (也叫高斯函数), 它表示  $y$  等于不超过  $x$  的最大整数, 如  $\text{INT}(0.9) = 0$ ,  $\text{INT}(3.14) = 3$ . 已知  $a_n = \text{INT}(\frac{2}{7} \times 10^n)$ ,  $b_1 = a_1$ ,  $b_n = a_n - 10a_{n-1}$  ( $n \in \mathbf{N}^*$  且  $n \geq 2$ ), 则  $b_{2018}$  等于 ( ).
- A. 2                                      B. 5                                      C. 7                                      D. 8
43. (011126) 符号  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 如  $[\pi] = 3$ ,  $[-1.08] = -2$ , 定义函数  $\{x\} = x - [x]$ , 那么下列命题中正确的序号是 ( ).
- ① 函数  $\{x\}$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 值域为  $[0, 1]$ ; ② 方程  $\{x\} = \frac{1}{2}$  有无数解; ③ 函数  $\{x\}$  是周期函数; ④ 函数  $\{x\}$  是增函数.
- A. ①②                                      B. ③③                                      C. ③④                                      D. ④①
44. (002863) 函数  $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 5}$  的图像关于 ( ).
- A.  $y$  轴对称                                      B. 原点对称                                      C. 直线  $x = 2$  对称                                      D. 点  $(2, 1)$  对称
45. (007949) 已知幂函数  $f(x)$  的定义域是  $(+\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ , 且它的图像关于  $y$  轴对称, 写出一个满足要求的幂函数  $f(x)$ .
46. (005508)  $f(x) + f(2-x) + 2 = 0$  对任何实数  $x$  都成立, 则  $f(x)$  的图像 ( ).
- A. 关于直线  $x = 1$  成轴对称图形                                      B. 关于直线  $x = 2$  成轴对称图形
- C. 关于点  $(1, -1)$  成中心对称图形                                      D. 关于点  $(-1, 1)$  成中心对称图形
47. (002879) 已知定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $y = f(x)$  是偶函数, 并且其图像关于直线  $x = 1$  对称.
- (1) 若  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 2$ , 求  $f(15) + 2f(20)$  的值;
- (2) 设  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) = x^3$ .
- ①  $1 < x \leq 2$  时, 求  $y = f(x)$  的解析式;
- ②  $-2 \leq x < 0$  时, 求  $y = f(x)$  的解析式;
- ③ 求函数  $y = f(x) - \frac{1}{8}$  在  $[-2, 2]$  上的所有零点;
- ④ 求  $y = f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上的解析式.
48. (000734) 给出下列函数: ①  $y = x + \frac{1}{x}$ ; ②  $y = x^2 + x$ ; ③  $y = 2^{|x|}$ ; ④  $y = x^{\frac{2}{3}}$ ; ⑤  $y = \tan x$ ; ⑥  $y = \sin(\arccos x)$ ; ⑦  $y = \lg(x + \sqrt{x^2 + 4}) - \lg 2$ . 从这 7 个函数中任取两个函数, 则其中一个是奇函数另一个是偶函数的概率是\_\_\_\_\_.

49. (001221) 判断下列函数的奇偶性, 并说明理由.

(1)  $f(x) = |1+x| + |1-x|$ ;

(2)  $f(x) = (1-x)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ ;

(3)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}+x-1}{\sqrt{x^2+1}+x+1}$ ;

50. (002842) 给定六个函数: ①  $y = \frac{1}{x}$ ; ②  $y = x^2 + 1$ ; ③  $y = x^{-\frac{1}{3}}$ ; ④  $y = 2^x$ ; ⑤  $y = \log_2 x$ ; ⑥  $y = \sqrt{x^2-1} + \sqrt{1-x^2}$ .

在这六个函数中, 是奇函数但不是偶函数的是\_\_\_\_\_, 是偶函数但不是奇函数的是\_\_\_\_\_, 既不是奇函数也不是偶函数的是\_\_\_\_\_, 既是奇函数又是偶函数的是\_\_\_\_\_.

51. (002856) 判断下列函数  $y = f(x)$  的奇偶性, 并说明理由:

(1)  $f(x) = x^3 - \frac{1}{x}$ ;

(2)  $f(x) = \frac{|x+3| - 3}{\sqrt{4-x^2}}$ .

52. (000474) 已知函数  $y = f(x)$  是奇函数, 当  $x < 0$  时,  $f(x) = 2^x - ax$ , 且  $f(2) = 2$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

53. (000863) 设定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $y = f(x)$ , 当  $x > 0$  时,  $f(x) = 2^x - 4$ , 则不等式  $f(x) \leq 0$  的解集是\_\_\_\_\_.

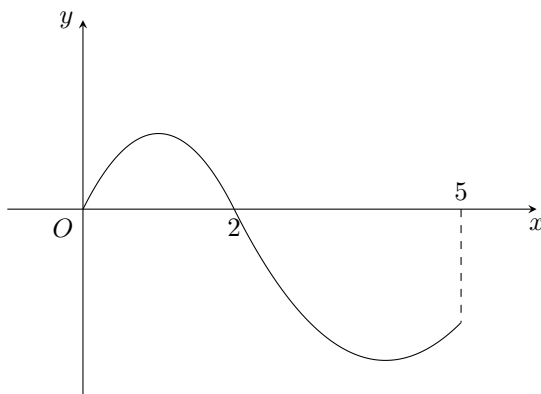
54. (002843) 设常数  $a, b \in \mathbf{R}$ . 若定义在  $[a-2, 2a]$  上的  $f(x) = ax^2 + bx$  是偶函数, 则  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.

55. (002847) 设  $y = f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的函数, 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = x^2 - 2x$ .

(1) 当  $y = f(x)$  为奇函数时, 则当  $x < 0$  时,  $f(x) =$ \_\_\_\_\_;

(2) 当  $y = f(x)$  为偶函数时, 则当  $x < 0$  时,  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

56. (002848) 设奇函数  $y = f(x)$  的定义域为  $[-5, 5]$ . 若当  $x \in [0, 5]$  时,  $y = f(x)$  的图像如图, 则不等式  $xf(x) < 0$  的解是\_\_\_\_\_.



57. (002849) 若定义在  $\mathbf{R}$  上的两个函数  $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$  均为奇函数. 设  $F(x) = af(x) + bg(x) + 1$ .

(1) 若  $F(-2) = 10$ , 则  $F(2) =$ \_\_\_\_\_;

(2) 若函数  $y = F(x)$  在  $(0, +\infty)$  上存在最大值 4, 则  $y = F(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上的最小值为\_\_\_\_\_.

58. (002851) 已知函数  $f(x) = x^2 - 2a|x - 1|$ ,  $x \in \mathbf{R}$ , 常数  $a \in \mathbf{R}$ .

(1) 求证: 函数  $y = f(x)$  不是奇函数;

(2) 若函数  $y = f(x)$  是偶函数, 求实数  $f(x) = \log_3 |2x + a|$  的值.

59. (002853) 设  $y = f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的函数, 则下列叙述正确的是 ( ).

A.  $y = f(x)f(-x)$  是奇函数

B.  $y = f(x)|f(-x)|$  是奇函数

C.  $y = f(x) - f(-x)$  是偶函数

D.  $y = f(x) + f(-x)$  是偶函数

60. (002859) 是否存在实数  $b$ , 使得函数  $g(x) = \frac{2^x}{4^x - b}$  是奇函数? 若存在, 求  $b$  的值; 若不存在, 说明理由.

61. (002860) 常数  $a \in \mathbf{R}$ . 若函数  $f(x) = \lg(10^x + 1) + ax$  是偶函数, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.