1. 在下列各组的两个角中, 终边不重合的一组是 (　　).

A. -43° 与 677°　　B. 900° 与 -1260°　　C. -120° 与 960°　　D. 150° 与 630°

2. 在平面直角坐标系中, 下列结论正确的是 (　　).

A. 小于 $\frac{\pi}{2}$ 的角一定是锐角

B. 第二象限的角一定是钝角

C. 始边相同且相等的角的终边一定重合

D. 始边相同且终边重合的角一定相等

3. 如果 α 是锐角, 那么 2α 是 (　　).

A. 第一象限的角　　B. 第二象限的角　　C. 小于 180° 的正角　　D. 钝角

4. 找出与下列各角的终边重合的角 $\alpha(0^\circ \leq \alpha < 360^\circ)$, 并判别下列各角是第几象限的角:

(1) -1441°;

(2) 890°.

5. 把下列各角度化为弧度, 并判断它们是第几象限的角:

(1) 225°;

(2) 1500°;

(3) $-22^\circ 30'$;

(4) -216°.

6. 已知扇形的弧长为 $\frac{5\pi}{3}$, 半径为 2. 求该扇形的圆心角 α 及面积 S.

7. 已知角 α 的终边分别经过以下各点, 求角 α 的正弦、余弦、正切和余切值:

(1) $(3, -4)$;

(2) $(-1, -\sqrt{3})$.

8. 不用计算器, 根据角所属的象限, 判断下列各式的符号:

(1) $\sin 237^\circ \cos 390^\circ$;

(2) $\tan 135^\circ \cos 275^\circ$;

(3) $\dfrac{\cos \frac{5\pi}{6} \tan \frac{11\pi}{6}}{\sin \frac{2\pi}{3}}$.

9. 根据下列条件, 确定角 θ 所属的象限:

(1) $\sin\theta < 0$ 且 $\cos\theta > 0$;

(2) $\dfrac{\sin\theta}{\tan\theta} > 0$.

10. 分别求 $\dfrac{2\pi}{3}$ 及 $\dfrac{7\pi}{6}$ 的正弦、余弦及正切值.

11. 已知 $\sin\alpha = -\dfrac{2}{3}$, 且 α 是第四象限的角. 求 $\cos\alpha$ 及 $\tan\alpha$.

12. 已知 $\tan\alpha = -\dfrac{1}{2}$, 求 $\sin\alpha$ 及 $\cos\alpha$.

13. 证明下列恒等式:

(1) $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha$;

(2) $\tan\alpha - \cot\alpha = \dfrac{1 - 2\cos^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}$.

14. 已知 $\tan\alpha = 2$, 求 $\dfrac{\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha}$ 的值.

15. 若 $\sin\alpha - \cos\alpha = \dfrac{1}{2}$, 求 $\sin\alpha\cos\alpha$ 的值.

16. 用诱导公式求值:

(1) $\sin 1110^\circ$;

(2) $\cos\dfrac{7\pi}{4}$;

(3) $\cos(-600^\circ)$;

(4) $\tan(-\dfrac{7\pi}{6})$.

17. 利用诱导公式, 分别求角 $\dfrac{23\pi}{3}$ 和 $-\dfrac{87\pi}{4}$ 的正弦、余弦及正切值.

18. 化简下列各式:

(1) $\cos(90^\circ + \alpha) + \sin(180^\circ - \alpha) - \sin(180^\circ + \alpha) + \sin(-\alpha)$;

(2) $\dfrac{\sin(\pi - \alpha)}{\tan(\pi + \alpha)} \cdot \dfrac{\cot(\dfrac{\pi}{2} - \alpha)}{\tan(\dfrac{\pi}{2} + \alpha)} \cdot \dfrac{\cos(-\alpha)}{\sin(2\pi - \alpha)}$;

(3) $\dfrac{\sin(\alpha - \pi)\cot(\alpha - 2\pi)}{\cos(\alpha - \pi)\tan(\alpha - 2\pi)}$;

(4) $\dfrac{\tan(\pi + \alpha)\cos(-\pi)\cos(2\pi - \alpha)}{\cot(\pi - \alpha)\sin(3\pi + \alpha)}$.

19. 写出与下列各角的终边重合的所有角组成的集合 S, 并写出 S 中适合不等式 $-360^\circ \le \alpha < 720^\circ$ 的元素 α:

(1) 60°;

(2) -21°.

20. 已知 $0^\circ < \beta < 180^\circ$, 若将角 β 的终边顺时针旋转 120° 所得的角的终边与角 β 的 5 倍角的终边重合. 求角 β.

21. 已知一个扇形的周长是 16, 面积是 12. 求其圆心角的大小.

22. 写出终边在直线 $y=x$ 上的所有角组成的集合. (分别用角度制和弧度制来表示)

23. 若 α 为第二象限的角, 则 $2\pi-\alpha$ 为第__________ 象限的角.

24. 若角 α 的终边与角 β 的终边关于 x 轴对称, 则 α 与 β 的关系是__________.

25. 若角 α 与 β 满足关系 $\alpha=(2k+1)\pi-\beta(k\in\mathbf{Z})$, 则角 α 与 β 的终边关于__________ 对称.

26. 已知一个扇形的周长为 20cm, 当圆心角等于多少时, 这个扇形的面积最大, 并求该最大值.

27. 已知 α 为第二象限的角, 其终边上有一点 $P(x,\sqrt{5})$, 且 $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{4}x$. 求 $\tan\alpha$.

28. 证明下列恒等式:

(1) $\sin^2\alpha+\sin^2\beta-\sin^2\alpha\sin^2\beta+\cos^2\alpha\cos^2\beta=1$;

(2) $2(1-\sin\alpha)(1+\cos\alpha)=(1-\sin\alpha+\cos\alpha)^2$.

29. 已知 α 是第二象限的角, 化简: $\sqrt{\dfrac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}+\sqrt{\dfrac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}$.

30. 已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{1}{5}$, $\alpha\in(0,\pi)$. 求 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$.

31. 已知 $\sin\alpha$ 及 $\cos\alpha$ 是关于 x 的方程 $2x^2+4kx+3k=0$ 的两个实根, 求实数 k.

32. 根据下列条件, 求角 x:

(1) $\tan x=\sqrt{3}$, 且 x 是第三象限的角;

(2) $\cos x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $x\in[0,2\pi)$;

(3) $\sin x=-\dfrac{1}{2}$;

(4) $2\cos(2x+\dfrac{\pi}{8})=1$.

33. 利用两角和与差的相应公式, 分别求下列各值:

(1) $\cos 105^\circ$;

(2) $\sin 165^\circ$;

(3) $\tan\dfrac{5\pi}{12}$.

34. 化简下列各式:

(1) $\cos(\alpha+\beta)\cos\beta+\sin(\alpha+\beta)\sin\beta$;

(2) $\sin(\theta+105^\circ)\cos(\theta-15^\circ)-\cos(\theta+105^\circ)\sin(\theta-15^\circ)$;

(3) $\cos(\theta+\dfrac{\pi}{4})+\sin(\dfrac{\pi}{4}+\theta)$;

(4) $\dfrac{\tan(\alpha-\beta)+\tan\beta}{1-\tan(\alpha-\beta)\tan\beta}$.

35. 已知 $\sin\alpha=\dfrac{8}{17}$, $\cos\beta=-\dfrac{5}{13}$, 且 α、$\beta\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$. 求 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值.

36. 已知 $\sin\alpha=\dfrac{5}{13}$, $\cos\beta=-\dfrac{3}{5}$, 且 α、β 都是第二象限的角. 求 $\sin(\alpha-\beta)$, $\cos(\alpha-\beta)$ 和 $\tan(\alpha-\beta)$ 的值.

37. 已知 $\tan\alpha=2$, $\tan\beta=3$, 其中 α 及 β 均为锐角. 求 $\alpha+\beta$ 的值.

38. 已知 $\sin\theta=-\dfrac{7}{25}$, $\theta\in(\pi,\dfrac{3\pi}{2})$. 求 $\tan(\theta-\dfrac{\pi}{4})$ 的值.

39. 证明下列恒等式:

(1) $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}=\tan\alpha+\tan\beta$;

(2) $\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\alpha+\sin\beta\cos\beta$.

40. 已知 $\cos\varphi=-\dfrac{1}{3}$, 且 $\pi<\varphi<\dfrac{3\pi}{2}$. 求 $\sin 2\varphi$, $\cos 2\varphi$ 和 $\tan 2\varphi$ 的值.

41. 已知等腰三角形的底角的正弦值等于 $\dfrac{4}{5}$, 求这个三角形的顶角的正弦、余弦和正切值.

42. 证明下列恒等式:

(1) $1+\sin\alpha=(\sin\dfrac{\alpha}{2}+\cos\dfrac{\alpha}{2})^2$;

(2) $8\sin^4\alpha=\cos^4\alpha-4\cos 2\alpha+3$;

(3) $\dfrac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{1+\tan\dfrac{\alpha}{2}}{1-\tan\dfrac{\alpha}{2}}$;

(4) $\tan\alpha+\cot\alpha=\dfrac{2}{\sin 2\alpha}$.

43. 已知 $\sin\alpha-\sin\beta=-\dfrac{1}{3}$, $\cos\alpha-\cos\beta=\dfrac{1}{2}$. 求 $\cos(\alpha-\beta)$.

44. 已知锐角 α、β 满足 $\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$ 及 $\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{3}{5}$, 求 $\sin\beta$.

45. 已知 $\tan(\dfrac{\pi}{4}+\alpha)=2$, $\tan\beta=\dfrac{1}{2}$. 求下列各式的值:

(1) $\tan\alpha$;

(2) $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)-2\sin\alpha\cos\beta}{2\sin\alpha\sin\beta+\cos(\alpha+\beta)}$.

46. 已知 $\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{1}{2}$, $\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{1}{3}$. 求 $\tan\alpha\tan\beta$ 的值.

47. 已知 $\sin\alpha=-\dfrac{1}{4}$, $\alpha\in(\pi,\dfrac{3\pi}{2})$, $\cos\beta=\dfrac{4}{5}$, $\beta\in(\dfrac{3\pi}{2},2\pi)$. 判断 $\alpha+\beta$ 是第几象限的角.

48. 用 $\cot\alpha$ 和 $\cot\beta$ 表示 $\cot(\alpha+\beta)$.

49. 把下列各式化成 $A\sin(\alpha+\varphi)(A>0)$ 的形式:

(1) $\sqrt{3}\sin\alpha+\cos\alpha$;

(2) $5\sin\alpha-12\cos\alpha$.

50. 设点 P 是以原点为圆心的单位圆上的一个动点, 它从初始位置 $P_0(1,0)$ 出发, 沿单位圆按逆时针方向转动角 $\alpha(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$ 后到达点 P_1, 然后继续沿单位圆按逆时针方向转动角 $\frac{\pi}{4}$ 到达点 P_2. 若点 P_2 的横坐标为 $-\frac{3}{5}$, 求点 P_1 的坐标.

51. 若 $\sin\alpha=\frac{8}{5}\sin\frac{\alpha}{2}$, 求 $\cos\alpha$.

52. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A=120^\circ$, $B=45^\circ$, $AC=2$. 求 BC.

53. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $b=40$, $c=32$, $A=60^\circ$. 求 a.

54. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a=7$, $b=8$, $\cos C=\frac{13}{14}$. 求最大角的余弦值.

55. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 3, $a=3$, $b=2\sqrt{2}$. 求 c.

56. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $b=2$, $c=\sqrt{2}$, $B=45^\circ$. 求 C、a 及 A.

57. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $c=2$, $C=\frac{\pi}{3}$, 且其面积为 $\sqrt{3}$, 求 a 及 b.

58. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 AD 是 $\angle BAC$ 的内角平分线. 求证: $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$.

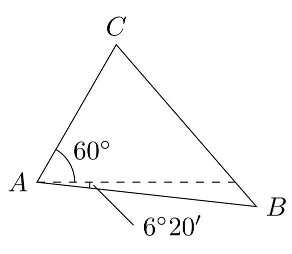
59. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB=\sqrt{3}$, $BC=3$, $AC=4$. 求边 AC 上的中线 BD 的长.

60. 根据下列条件, 分别判断三角形 ABC 的形状:

(1) $a=2b\cos C$;

(2) $\tan B=\frac{\cos(B-C)}{\sin A-\sin(B-C)}$.

61. 如图, 自动卸货汽车采用液压机构, 设计时需要计算油泵顶杆 BC 的长度. 已知车厢的最大仰角为 60°, 油泵顶点 B 与车厢支点 A 之间的距离为 1.95m, AB 与水平线之间的夹角为 $6^\circ20'$, AC 的长为 1.4m. 计算 BC 的长. (结果精确到 0.01m)



62. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sqrt{3}a=2b\sin A$, 求 B.

63. 已知 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{b^2+c^2-a^2}{4}$, 求 A.

64. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=13$, $b=14$, $c=15$.

(1) 求 $\cos A$;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积 S.

65. 已知三角形两边之和为 8, 其夹角为 60°. 分别求这个三角形周长的最小值和面积的最大值, 并指出面积最大时三角形的形状.

66. 求分别满足下列条件的角:

(1) $\sin x=\dfrac{2}{5}$, $x\in[0,\pi]$;

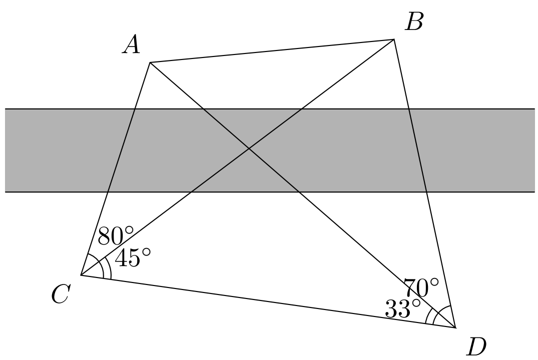
(2) $\cos x=-\dfrac{2}{3}$, $x\in[0,2\pi]$;

(3) $\tan x=-\dfrac{1}{2}$, $x\in\mathbf{R}$.

67. 在 $\triangle ABC$ 中, $A=60^\circ$, $b=1$, 且其面积为 $\sqrt{3}$. 求 a.

68. 某船在海面 A 处测得灯塔 C 在北偏东 30° 方向, 与 A 相距 $10\sqrt{3}$ 海里, 且测得灯塔 B 在北偏西 75° 方向, 与 A 相距 $15\sqrt{6}$ 海里. 船由 A 向正北方向航行到 D 处, 测得灯塔 B 在南偏西 60° 方向. 这时灯塔 C 与 D 相距多少海里? C 在 D 的什么方向?

69. 如图, 为了测定对岸 A、B 两点之间的距离, 在河的一岸定一条基线 CD, 测得 $CD=100\text{m}$, $\angle ACD=80^\circ$, $\angle BCD=45^\circ$, $\angle BDC=70^\circ$, $\angle ADC=33^\circ$. 求 A、B 间的距离. (结果精确到 0.01m)



70. 在 $\triangle ABC$ 中, 求证:

(1) $\dfrac{\cos 2A}{a^2}-\dfrac{\cos 2B}{b^2}=\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{b^2}$;

(2) $(a^2-b^2-c^2)\tan A+(a^2-b^2+c^2)\tan B=0$.

71. 作出下列函数的大致图像:

(1) $y=1+\sin x$, $x\in[0,2\pi]$;

(2) $y=|\sin x|$, $x\in\mathbf{R}$.

72. 求下列函数的最小正周期:

(1) $y = 1 + \sin\frac{2}{7}x$, $x \in \mathbf{R}$;

(2) $y = \frac{1}{3}\sin(-3x + \frac{\pi}{3})$, $x \in \mathbf{R}$.

73. 已知函数 $y = 2\sin(2\omega x - \frac{\pi}{4})$(其中常数 $\omega \neq 0$) 的最小正周期为 2, 求 ω 的值.

74. 求下列函数的最大值和最小值, 并指出使其取得最大值和最小值时的所有 x 值的集合:

(1) $y = 2 - 3\sin x$, $x \in \mathbf{R}$;

(2) $y = -\sin^2 x + 2\sin x + 2$, $x \in \mathbf{R}$;

(3) $y = 2\sin x - 5$, $x \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}]$;

(4) $y = \cos^2 x - \sin x$, $x \in \mathbf{R}$.

75. 判断下列函数的奇偶性, 并说明理由:

(1) $y = -2\sin x$;

(2) $y = \frac{\sin x}{x}$;

(3) $y = \frac{x}{1 + \sin x}$.

76. 利用函数的单调性, 比较下列各组数的大小:

(1) $\sin\frac{3\pi}{1}1$ 与 $\sin\frac{5\pi}{1}2$;

(2) $\sin(-\frac{76\pi}{11})$ 与 $\sin\frac{85\pi}{12}$.

77. 求下列函数的单调区间:

(1) $y = 2 - \sin x$;

(2) $y = 3\sin(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4})$.

78. 求下列函数的值域:

(1) $y = 3\sin x + \sqrt{3}\cos x$;

(2) $y = \sin^2 x + 4\sin x$.

79. 求函数 $y = 2\sin x - 1$ 的零点.

80. 可以利用正弦函数 $y = \sin x$ 和 $y = \frac{1}{2}$ 的图像, 并结合正弦函数的周期性来求解不等式 $\sin x \geq \frac{1}{2}$. 请根据上述方法求函数 $y = \sqrt{2\sin x - 1}$ 的定义域.

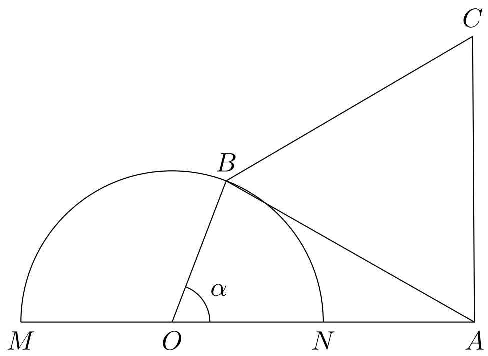
81. 求函数 $y = \sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}$ 的单调减区间.

82. 已知函数 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2kx+\cos^2 kx$(其中常数 $k>0$) 的最小正周期为 π, 求 k 的值.

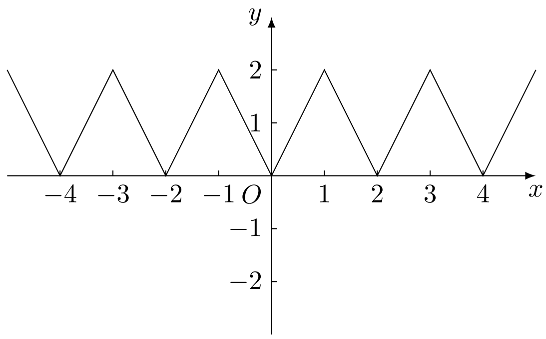
83. 求函数 $y=\sin(x+\dfrac{\pi}{6})$, $x\in[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}]$ 的值域.

84. 求函数 $y=\sin^4 x+\cos^4 x$ 的最小正周期与最值.

85. 设半圆 O 的直径为 2, 而 A 为直径延长线上的一点, 且 $OA=2$. 对半圆上任意给定的一点 B, 以 AB 为一边作等边三角形 ABC, 使 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABO$ 在 AB 的两侧 (如图所示). 求四边形 $OACB$ 面积的最大值, 并求使四边形 $OACB$ 面积取得最大值时的 $\angle AOB$ 的大小.



86. 如图, 函数 $y=f(x)(x\in\mathbf{R})$ 的图像由折线段组成, 且当 x 取偶数时, 对应的 y 的值为 0; 而当 x 取奇数时, 对应的 y 的值为 2.



(1) 写出函数 $y=f(x)$ 的最小正周期;

(2) 作出函数 $y=f(x-1)$ 的图像.

87. 作出下列函数的大致图像:

(1) $y=2\cos x-1$, $x\in[0,2\pi]$;

(2) $y=|\cos x|$, $x\in\mathbf{R}$.

88. 求下列函数的最小正周期:

(1) $y=\cos\dfrac{x}{3}$;

(2) $y = 2\cos(-2x + \frac{\pi}{6})$.

89. 求下列函数的最大值和最小值, 并指出使其取得最大值和最小值时 x 的集合:

(1) $y = 3^{\cos 2x}$, $x \in \mathbf{R}$;

(2) $y = \cos x - \sin^2 x$, $x \in \mathbf{R}$.

90. 判断下列函数的奇偶性, 并说明理由:

(1) $y = \sin^2 x + \cos x$;

(2) $y = 2\sin x + \cos 2x$;

(3) $y = \dfrac{x}{1 + \cos x}$.

91. 求函数 $y = \cos 2x$, $x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}]$ 的单调区间和值域.

92. 函数 $y = 1 - 2\sin^2(x - \frac{\pi}{4})$ 是 (　　).

A. 最小正周期为 π 的奇函数　　B. 最小正周期为 π 的偶函数

C. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的奇函数　　D. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的偶函数

93. 设函数 $y = \sin(\frac{x}{2} + \varphi)$(其中常数 $\varphi \in [0, \pi]$) 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 求 φ 的值.

94. 已知 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 的图像的连续三个交点 A、B、C 构成 $\triangle ABC$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

95. 当函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)(A > 0, \omega > 0)$ 中的常数 A、ω、φ 分别取下列各组值时, 在同一平面直角坐标系中分别作出它们的图像:

(1) $A = \frac{1}{2}$, $\omega = 1$, $\varphi = 0$;

(2) $A = 1$, $\omega = \frac{1}{2}$, $\varphi = 0$;

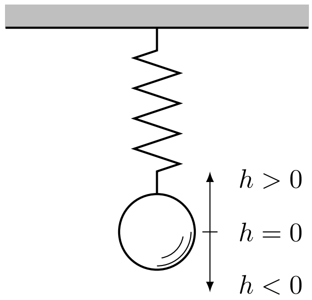
(3) $A = 1$, $\omega = 1$, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$.

96. 求函数 $y = \sqrt{2}\sin(30\pi x - \frac{\pi}{12})$ 的振幅、频率和初始相位.

97. 已知某交流电流 I(A) 随时间 t(s) 的变化规律可以用函数 $I = 8\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$, $t \in [0, +\infty)$ 表示. 求这种交流电流在 0.5s 内往复运行的次数.

98. 作出函数 $y = 2\sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6})$ 的大致图像.

99. 如图, 弹簧挂着的小球上下振动. 设小球相对于平衡位置 (即静止时的位置) 的距离 h(cm) 与时间 t(s) 之间的函数表达式是 $h = 2\sin(\pi t + \frac{\pi}{4})$, $t \geq 0$, 作出这个函数的大致图像, 并回答下列问题:



(1) 小球开始振动 (即 $t=0$) 时的位置在哪里?

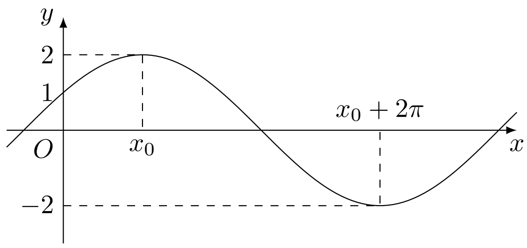
(2) 小球最高点和最低点与平衡位置的距离分别是多少?

(3) 经过多少时间小球往复振动一次?

(4) 每秒钟小球往复振动多少次?

100. 作出函数 $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ 的大致图像.

101. 如图, 已知函数 $y=A\cos(\omega x+\varphi)(A>0,\ \omega>0,\ 0<\varphi<2\pi)$ 的图像与 y 轴的交点为 $(0,1)$, 并已知其在 y 轴右侧的第一个最高点和第一个最低点的坐标分别为 $(x_0,2)$ 和 $(x_0+2\pi,-2)$. 求此函数的表达式.



102. 三相交流电的插座上有四个插孔, 其电压分别为 $U_0=0$, $U_1=A\sin\omega t$, $U_2=A\sin(\omega t+\dfrac{2\pi}{3})$, $U_3=A\sin(\omega t+\dfrac{4\pi}{3})$, 其中 $\omega=100\pi\text{rad/s}$, $A=220\sqrt{2}\text{V}$. 记 U_2-U_1, U_3-U_2, U_1-U_3 的最大值分别为 Y_1、Y_2、Y_3, 试计算三相交流电的线电压的有效值 $\dfrac{Y_1}{\sqrt{2}}$、$\dfrac{Y_2}{\sqrt{2}}$ 及 $\dfrac{Y_3}{\sqrt{2}}$.

103. 求下列函数的最小正周期:

(1) $y=\tan(-\dfrac{1}{2}x)$;

(2) $y=\tan(3x+\dfrac{\pi}{3})$.

104. 求函数 $y=\tan(ax+b)$(a、b 为常数, 且 $a\neq 0$) 的最小正周期.

105. 求函数 $y=\tan x$, $x\in[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{4}]$ 的最大值和最小值, 并指出使其取得最大值和最小值时所有 x 的值.

106. 判断下列函数的奇偶性, 并说明理由:

(1) $y=\tan 2x$;

(2) $y = |\tan x|$;

(3) $y = \dfrac{1}{\tan x}$;

(4) $y = \dfrac{\tan x}{x}$.

107. 求函数 $y = 2\tan(3x - \dfrac{\pi}{6})$ 的定义域和单调区间.

108. 求正切函数 $y = \tan x$ 的零点.

109. 对于函数 $y = f(x)$, 其中 $f(x) = a\sin 2x + b\tan x + 3$, 已知 $f(-2) = 1$. 求 $f(\pi + 2)$ 的值.

110. 求函数 $y = \tan^2 x - \tan x$, $x \in [-\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4}]$ 的最大值与最小值.

111. 如果把平面上所有的单位向量的起点都平移到同一点, 那么它们的终点构成的图形是什么?

112. 在平面直角坐标系中, 作出表示下列向量的有向线段:

(1) 向量 $\overrightarrow{a}$ 的起点在坐标原点, 与 x 轴正方向的夹角为 $120°$ 且 $|\overrightarrow{a}| = 3$;

(2) 向量 $\overrightarrow{b}$ 的模为 4, 方向与 y 轴的正方向反向;

(3) 向量 $\overrightarrow{c}$ 的方向与 y 轴的正方向同向, 模为 2.

113. 判断下列命题的真假, 并说明理由:

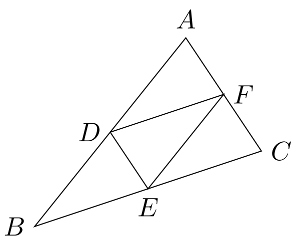
(1) 长度相等的向量均为相等向量;

(2) 给定向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$, 若 $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{c}$, 则 $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{c}$;

(3) 若 $ABCD$ 为平行四边形, 则必有 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$;

(4) 若平面上四点 A、B、C、D 使 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, 则 $AB \parallel CD$.

114. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E、F 分别是 AB、BC、CA 的中点, 根据下列条件, 写出相应的向量:

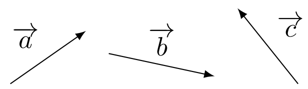


(1) 与向量 $\overrightarrow{AD}$ 相等的向量;

(2) 向量 $\overrightarrow{DE}$ 的负向量;

(3) 与向量 $\overrightarrow{EF}$ 平行的向量.

115. 如图, 已知向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$, 作出下列向量:



(1) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{c}$;

(2) $(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})+\overrightarrow{c}$ 和 $\overrightarrow{a}+(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c})$.

116. 化简下列向量运算:

(1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}$;

(2) $(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})+(\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD})$;

(3) $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MB})+(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DM})$.

117. 设向量 $\overrightarrow{a}$ 表示 "向东走 2km"; 向量 $\overrightarrow{b}$ 表示 "向西走 1km"; 向量 $\overrightarrow{c}$ 表示 "向南走 2km"; 向量 $\overrightarrow{d}$ 表示 "向北走 1km". 试说明下列向量所表示的意义:

(1) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{a}$;

(2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{c}$;

(3) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{d}$;

(4) $\overrightarrow{c}+\overrightarrow{d}+\overrightarrow{c}$.

118. 设向量 $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{b}$, 且 $|\overrightarrow{OA}|=12,|\overrightarrow{OB}|=4$, $\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$. 求 $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|$.

119. 运用作图的方法, 验证下列等式:

(1) $\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})+\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})=\overrightarrow{a}$;

(2) $\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})-\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})=\overrightarrow{b}$.

120. 化简下列向量运算:

(1) $4(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})-3(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})-8\overrightarrow{b}$;

(2) $3(\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c})+4(\overrightarrow{c}-\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})$;

(3) $\dfrac{1}{3}[\dfrac{1}{2}(2\overrightarrow{a}+8\overrightarrow{b})-(4\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b})]$.

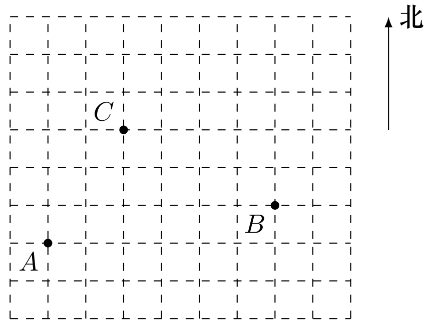
121. 已知四边形 $ABCD$ 和点 O 在同一平面上, 设向量 $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{d}$, 且 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{d}$. 求证: $ABCD$ 是平行四边形.

122. 已知平行四边形 $ABCD$, 设向量 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{b}$. 试用 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 表示下列向量:

(1) $\overrightarrow{AB}$;

(2) $\overrightarrow{BC}$.

123. 如图是由边长为 1 的小正方形组成的网格. 按要求, 分别以 A、B、C 为向量的起点, 在图中画出下列向量:



(1) 正北方向且模为 2 的向量 $\overrightarrow{AE}$;

(2) 模为 $2\sqrt{2}$、方向为北偏西 45° 的向量 $\overrightarrow{BF}$;

(3) (2) 中向量 BF 的负向量.

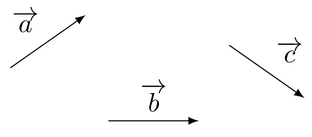
124. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 求:

(1) $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}|$;

(2) $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{AC}|$;

(3) $|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}|$.

125. 如图, 已知向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$, 作出下列向量:



(1) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{c}-\overrightarrow{b}$ 和 $\overrightarrow{a}+(\overrightarrow{c}-\overrightarrow{b})$;

(2) $\overrightarrow{a}-(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c})$ 和 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{c}-\overrightarrow{b}$.

126. 试用作图法验证下列不等式:

(1) $|\overrightarrow{a}|-|\overrightarrow{b}|\le|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|\le|\overrightarrow{a}|+|\overrightarrow{b}|$;

(2) $|\overrightarrow{a}|-|\overrightarrow{b}|\le|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|\le|\overrightarrow{a}|+|\overrightarrow{b}|$.

127. 判断下列命题的真假, 并说明理由:

(1) 若存在一个 $\lambda\in\mathbf{R}$ 使 $\lambda\overrightarrow{a}=\lambda\overrightarrow{b}$, 则 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{b}$;

(2) 对于任意给定的实数 λ 和向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$, 均有 $\lambda(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})=\lambda\overrightarrow{a}-\lambda\overrightarrow{b}$;

(3) 对于任意给定的实数 λ、μ 和向量 $\overrightarrow{a}$, 均有 $(\lambda-\mu)\overrightarrow{a}=\lambda\overrightarrow{a}-\mu\overrightarrow{a}$.

128. 设 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 是两个不平行的向量, 求证: 若实数 λ、μ 使得 $\lambda\overrightarrow{a}+\mu\overrightarrow{b}=0$, 则 $\lambda=\mu=0$.

129. 已知 $\overrightarrow{e_1}$、$\overrightarrow{e_2}$ 是两个不平行的向量, 而向量 $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{e_1}-2\overrightarrow{e_2}$, $\overrightarrow{BC}=-2\overrightarrow{e_1}+4\overrightarrow{e_2}$, $\overrightarrow{CD}=-2\overrightarrow{e_1}-4\overrightarrow{e_2}$. 求证: A、C、D 三点共线.

130. 已知 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, D、E、F 分别为 AB、AC、BC 中点. 求证: $\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{GF}=\overrightarrow{0}$.

131. 设向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 满足 $|\overrightarrow{a}|=6$, $|\overrightarrow{b}|=3$, 且 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-12$, 则向量 $\overrightarrow{a}$ 在向量 $\overrightarrow{b}$ 方向上的投影是__________.

132. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $|ABC|=3$, $|AC|=2$, $|BC|=\sqrt{10}$, 则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$__________.

133. 已知向量 $\overrightarrow{a}$ 与 $\overrightarrow{b}$ 的夹角为 45°, 且 $|\overrightarrow{a}|=1$, $|2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=\sqrt{10}$, 则 $|\overrightarrow{b}|=$__________.

134. 在菱形 $ABCD$ 中, $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})=$__________.

135. 设向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 满足 $|\overrightarrow{a}|=1$, $|\overrightarrow{b}|=\sqrt{2}$, 向量 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 与 $\overrightarrow{a}$ 垂直. 求 $\langle\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}\rangle$.

136. 设向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 满足 $\langle\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}\rangle=60^\circ$, $|\overrightarrow{a}|=3$, $|\overrightarrow{b}|=3$. 求 $(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})^2$.

137. 在 $\triangle ABC$ 中, $|AB|=|AC|=4$, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=8$. 判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由.

138. 设向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 满足 $|\overrightarrow{a}|=4$, $|\overrightarrow{b}|=5$, $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=\sqrt{21}$. 分别求下列各式的值:

(1) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$;

(2) $(2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})\cdot(\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b})$.

139. 设 $\overrightarrow{e_1}$、$\overrightarrow{e_2}$ 是互相垂直的单位向量, 向量 $\overrightarrow{a}=2\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2}$, $\overrightarrow{b}=-3\overrightarrow{e_1}+2\overrightarrow{e_2}$. 求 $(\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b})\cdot(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})$.

140. 设向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 满足 $|\overrightarrow{a}|=1$, $(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})\cdot(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})=\frac{1}{2}$.

(1) 求 $|\overrightarrow{b}|$;

(2) 设 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\frac{1}{2}$, 求 $\langle\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}\rangle$.

141. 设向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$ 满足 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{0}$, 且 $|\overrightarrow{a}|=4$, $|\overrightarrow{b}|=3$, $|\overrightarrow{c}|=5$. 求下列各式的值:

(1) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}$;

(2) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}+\overrightarrow{c}\cdot\overrightarrow{a}$.

142. 在 $\triangle ABC$ 中, $C=\frac{\pi}{2}$, $|AC|=1$. 求 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}$.

143. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $|AB|=2$, $|AC|=3$, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=1$, 则 $|BC|=$__________.

144. 设向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 满足 $|\overrightarrow{a}|=2$, $|\overrightarrow{b}|=1$, $\langle\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}\rangle=\dfrac{2\pi}{3}$. 求 $|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|$.

145. 在 $\triangle ABC$ 中, $|BC|=3$, $|AC|=1$, $\angle BCA=30^\circ$. 求 $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}$.

146. 在直角三角形 ABC 中, 若 D 是斜边 AB 的中点, P 为线段 CD 的中点, 则 $\dfrac{|\overrightarrow{PA}|^2+|\overrightarrow{PB}|^2}{|\overrightarrow{PC}|^2}=$__________.

147. 在 $\triangle ABC$ 中, 设 M 是 BC 的中点, 且 $|AM|=3$, $|BC|=10$, 则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$__________.

148. 已知 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 都是非零向量, 且 $\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}$ 与 $7\overrightarrow{a}-5\overrightarrow{b}$ 垂直, $\overrightarrow{a}-4\overrightarrow{b}$ 与 $7\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}$ 垂直. 求 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 的夹角.

149. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A、B、C 的对边依次为 a、b、c. 求证: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\dfrac{1}{2}(b^2+c^2-a^2)$.

150. 在四边形 $ABCD$ 中, 设向量 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{d}$, 且 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}=\overrightarrow{c}\cdot\overrightarrow{d}=\overrightarrow{d}\cdot\overrightarrow{a}$. 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形.