1. 已知全集 $U=\{x|x<2\}$, 集合 $A=\{x|x<1\}$, 则 $\complement_U A=$__________.

2. 设集合 $A=\{x||x-2|<1,\ x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x|\dfrac{x-3}{x-1}\geq 0\}$, 则 $A\cup B=$__________.

3. 若函数 $f(x)=2^x-3$, 则 $f^{-1}(1)=$__________.

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}-1, & x\leq 0,\\ x^{\frac{1}{2}}, & x>0,\end{cases}$ 若 $f(x_0)>1$, 则 x_0 的取值范围是__________.

5. 已知 $x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$, 则方程 $\begin{vmatrix}2\sin x & 1\\ 1 & 2\cos x\end{vmatrix}=0$ 的解集是__________.

6. 关于 x 的不等式 $^2+ax+1>0$ 有解, 则实数 a 的取值范围是__________.

7. 已知 $f(x)=x^2+2(a-2)x+4$, 对 $x\in[-3,1]$, $f(x)>0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是__________.

8. 设正数 a,b, 当 $(a+b)^2+\dfrac{1}{4ab}$ 取最小值时, a 的值为__________.

9. 设椭圆 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$ 的左顶点为 A, 过点 A 的直线 l 与 Γ 相交于另一点 B, 与 y 轴相交于点 C. 若 $|OA|=|OC|$, $|AB|=|BC|$, 则 $a=$__________.

10. 已知常数 $b,c\in\mathbf{R}$. 若函数 $f(x)=(x^2+x-2)(x^2+bx+c)$ 为偶函数, 则 $b+c=$__________.

11. 记 a,b,c,d,e,f 为 $1,2,3,4,5,6$ 的任意一个排列, 则使得 $(a+b)(c+d)(e+f)$ 为奇数的排列共有__________个.

12. 已知函数 $f(x)=|x+\dfrac{1}{x}+a|$, 若对任意实数 a, 关于 x 的不等式 $f(x)\geq m$ 在区间 $[\dfrac{1}{2},3]$ 上总有解, 则实数 m 的取值范围为__________.

13. 已知 $x\in\mathbf{R}$, 则"$x>0$" 是"$x>1$" 的 (　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件　　C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

14. 已知 a,b,c 是互不相等的正数, 则下列不等式中正确的是 (　　).

A. $|a-b|<|a-c|+|c-b|$　　B. $a^2+\dfrac{1}{a^2}\leq a+\dfrac{1}{a}$

C. $|a-b|+\dfrac{1}{a-b}\geq 2$　　D. $\sqrt{a+3}-\sqrt{a+1}\leq\sqrt{a+2}-\sqrt{a}$

15. 设 a,b,c 表示三条互不重合的直线, α,β 表示两个不重合的平面, 则使得 "$a\parallel b$" 成立的一个充分条件为 (　　).

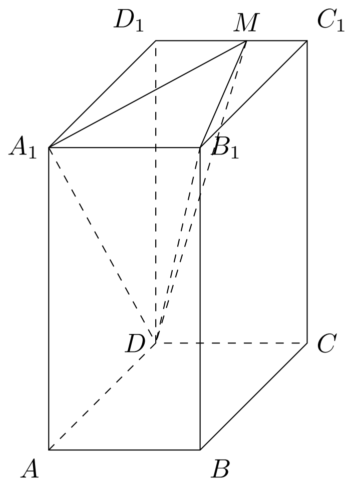
A. $a\perp c$, $b\perp c$　　B. $a\parallel\alpha$, $b\parallel\alpha$

C. $a\parallel\alpha$, $a\parallel\beta$, $\alpha\cap\beta=b$　　D. $b\perp\alpha$, $c\parallel\alpha$, $a\perp c$

16. 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, 满足对任意 $x\in(0,+\infty)$, 恒有 $f[f(x)-\dfrac{1}{x}]=4$. 若函数 $y=f(x)-4$ 的零点个数为有限的 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 个, 则 n 的最大值为 (　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

17. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $2AB=BC=AA_1$, 点 M 为棱 C_1D_1 上的动点.



(1) 求三棱锥 $D-A_1B_1M$ 与长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积比;

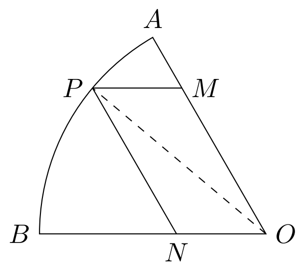
(2) 若 M 为棱 C_1D_1 的中点, 求直线 DB_1 与平面 DA_1M 所成角的大小.

18. 已知常数 $a\in\mathbf{R}^+$, 函数 $f(x)=3^x+a^2\cdot 3^{-x}$.

(1) 若 $a=\sqrt{3}$, 解关于 x 的不等式 $f(x)<4$;

(2) 若 $f(x)$ 在 $[3,+\infty)$ 上为增函数, 求 a 的取值范围.

19. 某居民小区为缓解业主停车难的问题, 拟对小区内一块扇形空地 AOB 进行改建. 如图所示, 平行四边形 $OMPN$ 区域为停车场, 其余部分建成绿地, 点 P 在围墙 $\overset{\frown}{AB}$ 上, 点 M 和 N 分别在道路 OA 和道路 OB 上, 且 $OA=60\text{m}$, $\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$. 设 $\angle POB=\theta$.



(1) 求停车场面积 S(单位: m^2) 关于 θ 的函数关系式, 并写出 θ 的取值范围;

(2) 求停车场面积 S 的最大值以及相应 θ 的值.

20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $\Gamma: y^2=4x$, 点 $C(1,0)$. A,B 为 Γ 上的两点, A 在第一象限, 满足 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-4$.

(1) 求证: 直线 AB 过定点, 并求定点坐标;

(2) 设 P 为 Γ 上的动点, 求 $\dfrac{|OP|}{|CP|}$ 的取值范围;

(3) 记 $\triangle AOB$ 的面积为 S_1, $\triangle BOC$ 的面积为 S_2, 求 S_1+S_2 的最小值.

21. 已知函数 $f(x)=x|x-a|$, 其中 a 为常数.

(1) 当 $a=1$ 时, 解不等式 $f(x)<2$;

(2) 已知 $g(x)$ 是以 2 为周期的偶函数, 且当 $0\le x\le 1$ 时, 有 $g(x)=f(x)$. 若 $a<0$, 且 $g(\frac{3}{2})=\frac{5}{4}$, 求函数 $y=g(x)(x\in[1,2])$ 的反函数;

(3) 若在 $[0,2]$ 上存在 n 个不同的点 $x_i(i=1,2,\cdots,n,\ n\ge 3)$, $x_1<x_2<\cdots<x_n$, 使得 $|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{n-1})-f(x_n)|=8$, 求实数 a 的取值范围.

22. 设集合 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x|x<3\}$, 则 $A\cap B=$__________.

23. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=x^2(-1\le x\le a)$ 是偶函数, 则 $a=$__________.

24. 设函数 $f(x)=\lg(x+1)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 则 $f^{-1}(1)=$__________.

25. 函数 $f(x)=\sqrt{\dfrac{1-x}{x}}$ 的定义域为__________.

26. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 设 $p:1\le x<2$, $q:x<a$. 若 p 是 q 的充分条件, 则 a 的取值范围为__________.

27. 关于 x 的方程 $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$ 的解为__________.

28. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 满足对任意 $x\in\mathbf{R}$, 恒有 $f(x)+f(x+2)=4$. 若 $f(1)+f(2)=1$, 则 $f(2021)-f(2020)=$__________.

29. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=a\cdot 4^x+2^x+1$ 在 $[3,+\infty)$ 上单调递减, 则 a 的取值范围为__________.

30. 已知常数 $m,n\in\mathbf{Z}$, 若对任意 $x\in[0,+\infty)$, 不等式 $(mx-2)(x^2-2n)\ge 0$ 恒成立, 则 $m+n$ 的取值集合为__________.

31. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=x^2-4x+a$, $g(x)=ax^2-8x+4$. 若存在 $x_0\in(0,+\infty)$, 使得 $f(x_0)$ 与 $g(x_0)$ 都不是正数, 则 a 的取值范围为__________.

32. 对任意的非零实数 a,b, 下列不等式恒成立的是 (　　).

A. $\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}\ge 2$

B. $(a+b)(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b})\ge 4$

C. $\dfrac{|a+b|}{2}\ge 2\sqrt{|ab|}$

D. $\dfrac{a^2+b^2}{2}\ge(\dfrac{a+b}{2})^2$

33. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(x)$ 满足对任意 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$, 当 $x_1\ne x_2$ 时, 恒有 $|f(x_1)-f(x_2)|>2|x_1-x_2|$. 对于命题: ① $f(x)$ 的解析式可以是 $f(x)=x^3+2021x$; ② $f(x)$ 的解析式可以是 $f(x)=2021^{-x}$, 下列判断正确的是 (　　).

A. ①、②均为真命题

B. ①、②均为假命题

C. ①为真命题、②为假命题

D. ①为假命题、②为真命题

34. 已知常数 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=ax^2+\lg\dfrac{1+x}{1-x}$.

(1) 若 $a=0$, 判断 $f(x)$ 的单调性并证明;

(2) 问: 是否存在 a, 使得 $f(x)$ 为奇函数? 若存在, 求出所有 a 的值; 若不存在, 说明理由.

35. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, 若对任意 $x\in(0,+\infty)$, 恒有 $f(2x)=2f(x)$, 则称 $f(x)$ 为 "2 阶缩放函数".

(1) 已知函数 $f(x)$ 为 "2 阶缩放函数", 当 $x\in(1,2]$ 时, $f(x)=1-\log_2 x$, 求 $f(2\sqrt{2})$ 的值;

(2) 已知函数 $f(x)$ 为 "2 阶缩放函数", 当 $x\in(1,2]$ 时, $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$, 求证: 函数 $y=f(x)-x$ 在 $(1,+\infty)$ 上无零点.

36. 设全集 $U=\mathbf{R}$, $A=(-\infty,3)$, 则 $\complement_U A=$__________.

37. 函数 $f(x)=x^{-\frac{1}{2}}$ 的定义域为__________.

38. 已知函数 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)=\log_2 x$, 则 $f(-1)=$__________.

39. 已知球的半径为 2, 则它的体积为__________.

40. 已知 $\sin\alpha=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\alpha\in(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2})$, 则 $\sin(\alpha+\dfrac{3\pi}{2})=$__________.

41. 已知圆锥的底面半径为 1cm, 侧面积为 $2\pi\mathrm{cm}^2$, 则母线与底面所成角的大小为__________.

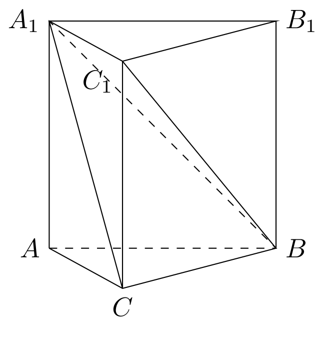
42. 已知 $(x^2+\dfrac{2}{x})^n$ 的二项展开式中, 所有二项式系数的和为 512, 则展开式中的常数项为__________(结果用数值表示).

43. $f(x)$ 是偶函数, 当 $x\geq 0$ 时, $f(x)=2^x-1$, 则不等式 $f(x)>1$ 的解集为__________.

44. 方程 $1+\log_2 x=\log_2(x^2-3)$ 的解为__________.

45. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+(4a-3)x+3a, & x<0,\\ \log_a(x+1)+1, & x\geq 0,\end{cases}$ $(a>0,\ a\neq 1)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, 且关于 x 的方程 $|f(x)|=2-x$ 恰好有两个不相等的实数解, 则 a 的取值范围是__________.

46. 我国古代数学名著《九章算术》中记载了有关特殊几何体的定义: 阳马指底面为矩形, 一侧棱垂直于底面的四棱锥, 堑堵指底面是直角三角形, 且侧棱垂直于底面的三棱柱. 某堑堵 $ABC-A_1B_1C_1$, $AC\perp BC$, 若 $A_1A=AB=2$, 当阳马 $B-AA_1C_1C$ 的体积最大时, 二面角 $C-A_1B-C_1$ 的大小为__________.



47. 对于全集 $\mathbf{R}$ 的子集 A, 定义函数 $f_A(x)=\begin{cases}1, & x\in A,\\ 0, & x\in\complement_{\mathbf{R}}A\end{cases}$ 为 A 的特征函数, 设 A,B 为全集 $\mathbf{R}$ 的子集,

① 若 $A\subseteq B$, 则 $f_A(x)\leq f_B(x)$; ② $f_{\complement_{\mathbf{R}}A}(x)=1-f_A(x)$;

③ $f_{A\cap B}(x)=f_A(x)\cdot f_B(x)$; ④ $f_{A\cup B}(x)=f_A(x)+f_B(x)$;

⑤ $f_{A\cap\complement_{\mathbf{R}}B}(x)=f_A(x)-f_B(x)$; ⑥ 对于任意 $x\in\mathbf{R}$, 若 $f_A(x)\cdot f_B(x)=0$ 恒成立, 则 $A\cap B=\varnothing$.

其中正确的命题为__________(填所有正确命题的序号).

48. 已知实数 a,b 满足 $a>b$, 则下列不等式中恒成立的是 (　　)。

A. $a^2>b^2$　　B. $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$　　C. $|a|>|b|$　　D. $2^a>2^b$

49. 下列函数中, 值域为 $(0,+\infty)$ 的是 (　　).

A. $y=x^2$　　B. $y=\dfrac{2}{x}$　　C. $y=2^x$　　D. $y=|\log_2 x|$

50. 从正方体的 8 个顶点中选取 4 个作为顶点, 可得到四面体的个数为 (　　).

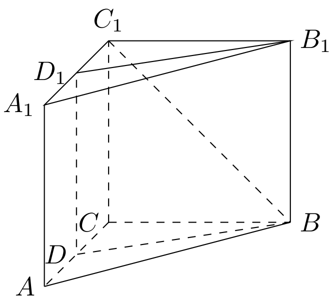
A. C_8^4-12　　B. C_8^4-8　　C. C_8^4-6　　D. C_8^4-4

51. 设集合 $A=\{y|y=a^x,\ x>0\}$(其中常数 $a>0,\ a\neq 1$), $B=\{y|y=x^k,\ x\in A\}$(其中常数 $k\in\mathbf{Q}$), 则 “$k<0$” 是 “$A\cap B=\varnothing$” 的 (　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既非充分又非必要条件

52. 如图所示, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面是等腰直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$, $CA=CB=CC_1=2$. 点 D,D_1 分别是棱 AC,A_1C_1 的中点.



(1) 求四棱锥 $C-AA_1B_1B$ 的体积;

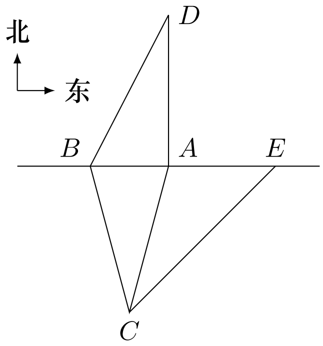
(2) 求直线 BC_1 与平面 DBB_1D_1 所成角的大小.

53. 设常数 $k\in\mathbf{R}$, $f(x)=k\cos^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x$, $x\in\mathbf{R}$.

(1) 若 $\tan\alpha=2$ 且 $f(\alpha)=\sqrt{3}$, 求实数 k 的值;

(2) 设 $k=1$, $\triangle ABC$ 中, 内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 若 $f(A)=1$, $a=\sqrt{7}$, $b=3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S.

54. 东西向的铁路上有两个道口 AB, 铁路两侧的公路分布如图, C 位于 A 的南偏西 15°, 且位于 B 的南偏东 15° 方向, D 位于 A 的正北方向, $AC=AD=2km$, C 处一辆救护车欲通过道口前往 D 处的医院送病人, 发现北偏东 45° 方向的 E 处 (火车头位置) 有一列火车自东向西驶来, 若火车通过每个道口都需要 1 分钟, 救护车和火车的速度均为 60km/h.



(1) 判断救护车通过道口 A 是否会受火车影响, 并说明理由;

(2) 为了尽快将病人送到医院, 救护车应选择 AB 中的哪个道口? 通过计算说明.

55. 已知函数 $f(x)=\dfrac{ax^2+1}{bx+c}$ 是奇函数, a,b,c 为常数.

(1) 求实数 c 的值;

(2) 若 $a,b\in\mathbf{Z}$, 且 $f(1)=2$, $f(2)<3$, 求 $f(x)$ 的解析式;

(3) 已知 $b>0$, 若 $f(x)\geq f(1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立, 且 $\{x|f[f(x)]\geq x\}\cap[1,2]\neq\varnothing$, 求 b 的取值范围.

56. 记函数 $f(x)$ 的定义域为 D. 如果存在实数 a、b 使得 $f(a-x)+f(a+x)=b$ 对任意满足 $a-x\in D$ 且 $a+x\in D$ 的 x 恒成立, 则称 $f(x)$ 为 Ψ 函数.

(1) 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-1$, 试判断 $f(x)$ 是否为 Ψ 函数, 若是求出 a,b, 若不是请说明理由;

(2) 设函数 $g(x)=\dfrac{1}{2^x+t}$, 其中常数 $t\neq0$, 证明: $g(x)$ 是 Ψ 函数;

(3) 若 $h(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的 Ψ 函数, 且函数 $h(x)$ 的图像关于直线 $x=m$(m 为常数) 对称, 试判断 $h(x)$ 是否为周期函数? 并证明你的结论.

57. 不等式 $\dfrac{1}{x}\leq3$ 的解集是__________.

58. 若函数 $y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})$, 则它的最小正周期 $T=$__________.

59. 若函数 $y=\log_2(x-m)+1$ 的反函数的图像经过点 $(1,3)$, 则实数 $m=$__________.

60. 函数 $f(x)=x+\dfrac{1}{x-2}$ 的值域是__________.

61. 已知函数 $f(x)$ 的周期为 2, 且当 $0<x\leq1$ 时, $f(x)=\log_4 x$, 那么 $f(\dfrac{9}{2})=$__________

62. 已知集合 $M=\{y|y=3\sin x,x\in\mathbf{R}\}$, $N=\{x||x|<a\}$, 若 $M\subseteq N$, 则实数 a 的取值范围是__________.

63. 函数 $f(x)=|x^2-1|+|x-2|$ 的最小值是__________.

64. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2x, & x\leq a,\\ -x+2, & x>a,\end{cases}$ 若存在实数 x_0, 使得对于任意的实数 x 都有 $f(x)\leq f(x_0)$ 成立, 则实数 a 的取值范围是__________.

65. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}$ 图像的对称中心的坐标是__________.

66. 若 $f(x)=|x+1|+|x+2|+\cdots+|x+2020|+|x-1|+|x-2|+\cdots+|x-2020|$, $x\in\mathbf{R}$, 且 $f(a^2-3a+2)=f(a-1)$, 则满足条件的所有整数 a 的和是__________.

67. 王昌龄《从军行》中两句诗“黄沙百战穿金甲, 不破楼兰终不还”, 其中后一句中“攻破楼兰”是“返回家乡”的 (   ) 条件.

A. 充分　　B. 必要　　C. 充要　　D. 既不充分也不必要

68. 为了得到函数 $y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$ 的图像, 可将函数 $y=\sin x$ 的图像 (   ).

A. 左移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个长度　　B. 右移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个长度　　C. 左移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个长度　　D. 右移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个长度

69. 已知 M、N、$P\subseteq\mathbf{R}$, $M=\{x|f(x)=0\}$, $N=\{x|g(x)=0\}$, $P=\{x|f(x)g(x)=0\}$, 则集合 P 恒满足的关系为 (   ).

A. $P=M\cup N$　　B. $P\neq\varnothing$　　C. $P=\varnothing$　　D. $P\subseteq(M\cup N)$

70. 已知 a_1、a_2 与 b_1、b_2 是 4 个不同的实数, 关于 x 的方程 $|x-a_1|+|x-a_2|=|x-b_1|+|x-b_2|$ 的解集为 A, 则集合 A 中元素的个数为 (   ).

A. 1 个　　B. 0 个或 1 个或 2 个

C. 0 个或 1 个或 2 个或无限个　　D. 1 个或无限个

71. 设函数 $f(x)$ 是定义在 $[a,b]$ 上的函数, 若存在 $x_0\in(a,b)$, 使得 $f(x)$ 在 $[a,x_0]$ 上单调递增, 在 $[x_0,b]$ 上单调递减, 则称 $f(x)$ 为 $[a,b]$ 上的单峰函数, x_0 称为峰点.

(1) 判断下列函数中, 哪些是 $[0,2]$ 上的单峰函数? 若是, 指出峰点; 若不是, 说出原因;

① $f_1(x)=3x-x^2$; ② $f_2(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$;

(2) 若函数 $f(x)$ 是区间 $[0,1]$ 上的单峰函数, 证明: 对任意的 x_1、$x_2\in(0,1)$, $x_1<x_2$, 若 $f(x_1)\geq f(x_2)$, 则峰点在区间 $(0,x_2)$ 内; 若 $f(x_1)\leq f(x_2)$, 则峰点在区间 $(x_1,1)$ 内.

72. 设 $\mu(x)$ 表示不小于 x 的最小整数, 例如 $\mu(0.3)=1$, $\mu(-2.5)=2$.

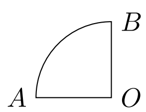
(1) 解方程 $\mu(x-1)=3$;

(2) 设 $f(x)=\mu(x\cdot\mu(x))$, $n\in\mathbf{N}^*$, 试分别求出 $f(x)$ 在区间 $(0,1]$、$(1,2]$ 以及 $(2,3]$ 上的值域; 若 $f(x)$ 在区间 $(0,n]$ 上的值域为 M_n, 求集合 M_n 中的元素的个数;

(3) 设实数 $a>0$, $g(x)=x+a\cdot\dfrac{\mu(x)}{x}-2$, $h(x)=\dfrac{\sin(\pi x)+2}{x^2-5x+7}$, 若对于任意 $x_1,x_2\in(2,4]$ 都有 $g(x_1)>h(x_2)$, 求实数 a 的取值范围.

73. 函数 $y=\log_2(4-x^2)$ 的定义域是__________.

74. 如图所示, 弧长为 $\dfrac{\pi}{2}$, 半径为 1 的扇形 (及其内部) 绕 OB 所在的直线旋转一周, 所形成的几何体的表面积为__________.



75. 函数 $f(x)=1-3\sin^2(x+\dfrac{\pi}{4})$ 的最小正周期为__________.

76. 从 5 名志愿者中选出 3 名, 分别从事布置、迎宾、策划三项不同的工作, 每人承担一项工作, 则不同的选派方案有__________ 种 (用数值作答).

77. 已知函数 $f(x)=a\cdot 2^x+3-a(a\in \mathbf{R}$ 且 $a\neq 0)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$, 则函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像经过的定点的坐标为__________.

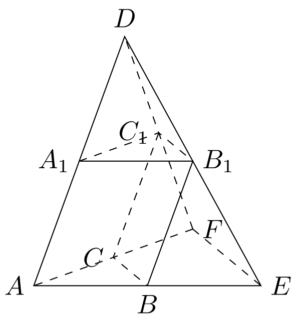
78. 在 $(x-a)^{10}$ 的展开式中, x^7 的系数是 15, 则实数 $a=$__________.

79. 已知 $\cos(\dfrac{\pi}{4}+\alpha)=\dfrac{1}{3}$, 则 $\cos(\dfrac{\pi}{2}-2\alpha)=$__________.

80. 集合 $\{x|\cos(\pi\cos x)=0,\ x\in[0,\pi]\}=$__________(用列举法表示).

81. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c, 面积为 S, 且 $4S=(a+b)^2-c^2$, 则 $\cos C=$__________.

82. 如图, 在三棱锥 $D-AEF$ 中, A_1,B_1,C_1 分别是 DA,DE,DF 的中点, B,C 分别是 AE,AF 的中点, 设三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 V_1, 三棱锥 $D-AEF$ 的体积为 V_2, 则 $V_1:V_2=$__________.



83. 集合 $A=\{y|y=\log_{\frac{1}{2}}x-x,1\leq x\leq 2\}$, $B=\{x|x^2-5tx+1\leq 0\}$, 若 $A\cap B=A$, 则实数 t 的取值范围是__________.

84. 若定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称, 且当 $0\leq x\leq 1$ 时, $f(x)=x^{\frac{1}{3}}$, 则方程 $f(x)=\dfrac{1}{3}$ 在区间 $(-4,10)$ 内的所有实根之和为__________.

85. 若空间中三条不同的直线 l_1、l_2、l_3, 满足 $l_1\perp l_2$, $l_2\parallel l_3$, 则下列结论一定正确的是 (　　).

A. $l_1\perp l_3$　　B. $l_1\parallel l_3$

C. l_1、l_3 既不平行也不垂直　　D. l_1、l_3 相交且垂直

86. 若 $a>b>0$, $c<d<0$, 则一定有 (　　).

A. $ad>bc$　　B. $ad<bc$　　C. $ac<bd$　　D. $ac>bd$

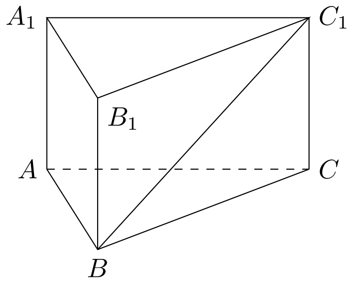
87. 函数 $f(x)=|x^2-a|$ 在区间 $[-1,1]$ 上的最大值是 a, 那么实数 a 的取值范围是 (　　).

A. $[0,+\infty)$　　B. $[\dfrac{1}{2},1]$　　C. $[\dfrac{1}{2},+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

88. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}(1-x), & -1\le x\le n,\\ 2^{2-|x-1|}-3, & n<x\le m,\end{cases}$ $(n<m)$ 的值域是 $[-1,1]$, 有下列结论: ① 当 $n=0$ 时, m 的取值范围为 $(0,2]$; ② 当 $n=\frac{1}{2}$ 时, m 的取值范围为 $(\frac{1}{2},2]$; ③ 当 $n\in[0,\frac{1}{2})$ 时, m 的取值范围为 $[1,2]$; ④ 当 $n\in[0,\frac{1}{2})$ 时, m 的取值范围为 $(n,2]$; 其中结论正确的所有的序号是 (　　).

A. ①②　　B. ③④　　C. ②③　　D. ②④

89. 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=4$, 异面直线 BC_1 与 AA_1 所成角的大小为 $\frac{\pi}{3}$.



(1) 求正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积;

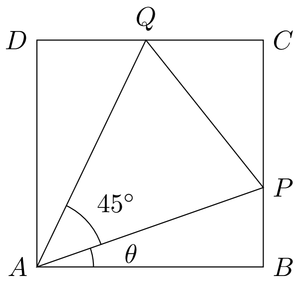
(2) 求直线 BC_1 与平面 AA_1C_1C 所成角的大小.

90. 已知函数 $f(x)=\frac{3}{2}\sin\omega x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega x$(其中 $\omega>0$).

(1) 若 $\omega=2$, $0<\alpha<\pi$, 且 $f(\alpha)=\frac{3}{2}$, 求 α 的值;

(2) 若函数 $f(x)$ 的最小正周期为 3π, 求 ω 的值, 并求函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的单调递增区间.

91. 如图, 有一块边长为 1 的正方形区域 $ABCD$, 在点 A 处有一个可转动的探照灯, 其照射角 $\angle PAQ$ 始终为 $45°$(其中点 P、Q 分别在边 BC、CD 上), 设 $\angle PAB=\theta$, $\tan\theta=t$.



(1) 当三点 C、P、Q 不共线时, 求直角 $\triangle CPQ$ 的周长;

(2) 设探照灯照射在正方形 $ABCD$ 内部区域 $PAQC$ 的面积为 S, 试求 S 的最大值.

92. 定义区间 (m,n)、$[m,n]$、$(m,n]$、$[m,n)$ 的长度均为 $n-m$, 已知不等式 $\frac{7}{6-x}\ge 1$ 的解集为 A.

(1) 求 A 的长度;

(2) 函数 $f(x)=\frac{(a^2+a)x-1}{a^2x}(a\in\mathbf{R},\ a\ne 0)$ 的定义域与值域都是 $[m,n](n>m)$, 求区间 $[m,n]$ 的最大长度;

(3) 关于 x 的不等式 $\log_2 x+\log_2(tx+3t)<2$ 的解集为 B, 若 $A\cap B$ 的长度为 6, 求实数 t 的取值范围.

93. 对于函数 $y=f(x)(x\in D)$, 如果存在实数 a、$b(a\neq 0$, 且 $a=1$, $b=0$ 不同时成立), 使得 $f(x)=f(ax+b)$ 对 $x\in D$ 恒成立, 则称函数 $f(x)$ 为 "(a,b) 映像函数".

(1) 判断函数 $f(x)=x^2-2$ 是否是 "(a,b) 映像函数", 如果是, 请求出相应的 a、b 的值, 若不是, 请说明理由;

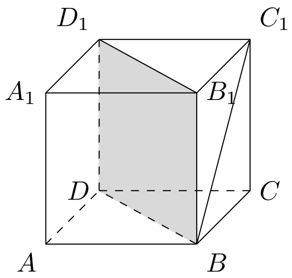
(2) 已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 $[0,+\infty)$ 上的 "$(2,1)$ 映像函数", 且当 $x\in[0,1)$ 时, $f(x)=2^x$, 求函数 $y=f(x)(x\in[3,7))$ 的反函数;

(3) 在 (2) 的条件下, 试构造一个数列 $\{a_n\}$, 使得当 $x\in[a_n,a_{n+1})(n\in\mathbf{N}^*)$ 时, $2x+1$ 的取值范围为 $[a_{n+1},a_{n+2})$, 并求 $x\in[a_n,a_{n+1})(n\in\mathbf{N}^*)$ 时, 函数 $y=f(x)$ 的解析式, 及 $y=f(x)(x\in[0,+\infty))$ 的值域.

94. 函数 $y=\sqrt{2+x}$ 的定义域为__________.

95. 方程 $\lg(2x+3)=2\lg x$ 的解为__________.

96. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 BC_1 与平面 BB_1D_1D 所成角的大小等于__________.



97. 已知角 α 的终边经过点 $P(-1,2)$(始边为 x 轴正半轴), 则 $\sin 2\alpha=$__________.

98. 在 $(x+\dfrac{1}{x})^{10}$ 的展开式中, 常数项等于__________.

99. 若 $x>0$, $y>0$, 且 $2x+y=1$, 则 xy 的最大值为__________.

100. 已知幂函数 $y=f(x)$ 的图像经过点 $P(4,2)$, 则它的反函数为 $f^{-1}(x)=$__________.

101. 从 $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ 中任取 5 个不同的数, 中位数为 4 的取法有__________ 种 (用数值表示).

102. 已知圆锥的侧面展开图是一个扇形, 若此扇形的圆心角为 $\dfrac{6\pi}{5}$, 面积为 15π, 则该圆锥的体积为__________.

103. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c, 若 $b=2$, $\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sqrt{3}\cos B}{b}$. 则 $\triangle ABC$ 的面积的最大值等于__________.

104. 在高中阶段, 我们学习过函数的概念、性质和图像, 以下两个结论是正确的: ① 偶函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b](a<b)$ 上的取值范围与在区间 $[-b,-a]$ 上的取值范围是相等的. ② 周期函数 $f(x)$ 在一个周期内的取值范围也就是 $f(x)$ 在定义域上的值域. 由此可求函数 $g(x)=2|\sin x|+19|\cos x|$ 的值域为__________.

105. 定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=1+\sqrt{2f(x)-f^2(x)}$, 则 $f(\dfrac{2019}{2})=$__________.

106. 已知 $x\in\mathbf{R}$, 则 "$\sin x=1$" 是 "$\cos x=0$" 的 (　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 非充分非必要条件

107. 某班有 20 名女生和 19 名男生, 从中选出 5 人组成一个垃圾分类宣传小组, 要求女生和男生均不少于 2 人的选法共有 (　　).

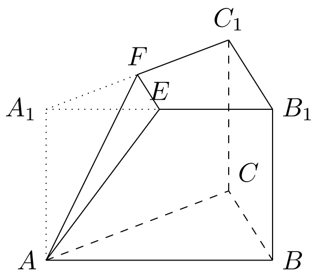
A. $C_{20}^{2}\cdot C_{19}^{2}\cdot C_{35}^{1}$　　B. $C_{39}^{5}-C_{20}^{5}-C_{19}^{5}$

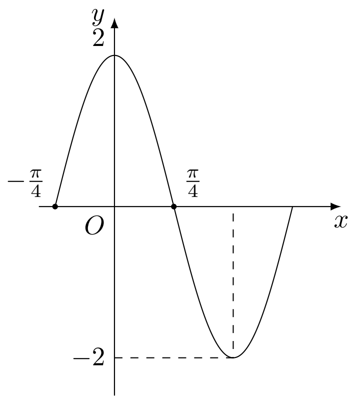
C. $C_{39}^{5}-C_{20}^{1}C_{19}^{4}-C_{20}^{4}C_{19}^{1}$　　D. $C_{20}^{2}C_{19}^{3}+C_{20}^{3}C_{19}^{2}$

108. 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 是直二面角, m 为直线, γ 为平面, 则下列命题中真命题为 (　　).

A. 若 $m\subsetneqq\alpha$, 则 $m\perp\beta$　　B. 若 $m\perp\alpha$, 则 $m\parallel\beta$

C. 若 $m\parallel\alpha$, 则 $m\perp\beta$　　D. 若 $\gamma\parallel\alpha$, 则 $\gamma\perp\beta$





109. 计算 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n+4}{5n+1}=$.

110. 设全集 $U=\mathbf{R}$ 集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$, $B=\{x|x\geq 0\}$, 则 $A\cap \complement_U B=$__________.

111. 不等式 $\dfrac{1}{x-1}\ >1$ 的解集为__________.

112. 若一个球的体积为 36π, 则它的表面积为__________.

113. 设复数 z 满足 $z+2\overline{z}=3-\mathrm{i}$(i 为虚数单位), 则 $z=$__________.

114. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=(\dfrac{2}{3})^n$, $n\in\mathbf{N}^*$, 则数列 $\{a_n\}$ 所有项的和为__________.

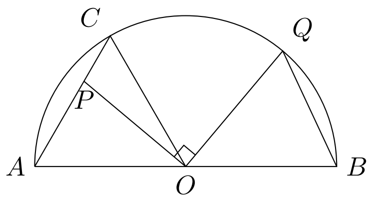
115. 某班级要从 5 名男生和 3 名女生中选出 3 人参加公益活动, 则在选出的 3 人中男、女生均有的概率为__________(结果用最简分数表示).

116. 已知 $\omega,t>0$, 函数 $f(x)=\begin{vmatrix}\sqrt{3} & \sin\omega x\\ 1 & \cos\omega x\end{vmatrix}$ 的最小正周期为 2π, 将 $f(x)$ 的图像向左平移 t 个单位, 所得图像对应的函数为偶函数, 则 t 的最小值为__________.

117. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^6, & x\geq 1,\\ -2x-1, & x\leq -1,\end{cases}$ 则当 $x\leq -1$ 时, 则 $f[f(x)]$ 表达式的展开式中含 x^2 项的系数是__________.

118. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $S_n=\dfrac{3}{2}a_n+n$(其中 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和), 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是__________.

119. 如图, 已知半圆 O 的直径 $AB=4$, $\triangle OAC$ 是等边三角形, 若点 P 是边 AC(包含端点 A,C) 上的动点, 点 Q 在弧 $\overset{\frown}{BC}$ 上, 且满足 $OQ\perp OP$, 则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BQ}$ 的最小值为__________.



120. 如果一个数列由有限个连续的正整数组成 (数列的项数大于 2), 且所有项之和为 N, 那么称该数列为 N 型标准数列, 例如, 数列 $2,3,4,5,6$ 为 20 型标准数列, 则 2668 型标准数列的个数为__________.

121. 设 $\alpha\beta$ 为两个不同平面, 已知直线 l 在平面 α 内, 则 "$\alpha\perp\beta$" 是 "$l\perp\beta$" 的 (　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

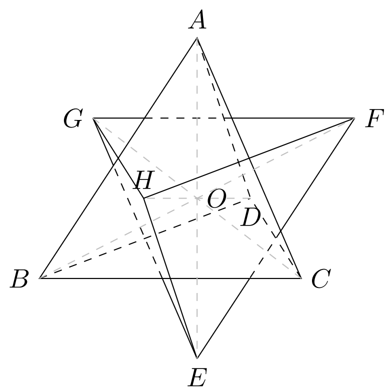
122. 某中学的高一、高二、高三共有学生 1350 人, 其中高一 500 人, 高三比高二少 50 人, 为了解该校学生健康状况, 现采用分层抽样方法进行调查, 在抽取的样本中有高一学生 120 人, 则该样本中的高二学生人数为 (　　).

A. 80　　B. 96　　C. 108　　D. 110

123. 已知 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 均为单位向量, 且 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$. 若 $|\overrightarrow{c}-4\overrightarrow{a}|+|\overrightarrow{c}-3\overrightarrow{b}|=5$, 则 $|\overrightarrow{c}+\overrightarrow{a}|$ 的取值范围是 (　　).

A. $[3,\sqrt{10}]$　　B. $[3,5]$　　C. $[3,4]$　　D. $[\sqrt{10},5]$

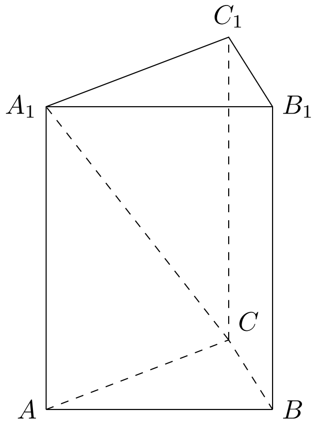
124. 正四面体 $ABCD$ 的体积为 1, O 为其中心, 正四面体 $EFGH$ 与正四面体 $ABCD$ 关于点 O 对称, 则这两个正四面体的公共部分的体积为 (　　).



125.

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

126. 如图, 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面积为 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$, 侧面积为 36.



(1) 求正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积;

(2) 求异面直线 A_1C 与 AB 所成的角的大小;

127. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 S, 且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=S$.

(1) 求 $\sin A,\cos A,\tan 2A$ 的值;

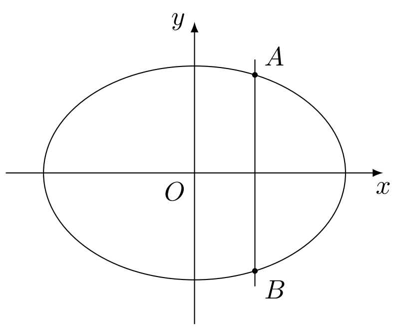
(2) 若 $B=\frac{\pi}{4}$, $|\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}|=6$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S.

128. 某温室大棚规定: 一天中, 从中午 12 点到第二天上午 8 点为保温时段, 其余 4 小时为工人作业时段. 从中午 12 点连续测量 20 小时, 得出此温室大棚的温度 y(单位: 度) 与时间 t(单位: 小时, $t\in[0,20]$) 近似地满足函数 $y=|t-13|+\frac{b}{t+2}$ 关系, 其中, b 为大棚内一天中保温时段的通风量.

(1) 若一天中保温时段的通风量保持 100 个单位不变, 求大棚一天中保温时段的最低温度 (精确到 0.1°C);

(2) 若要保持大棚一天中保温时段的最低温度不小于 17°C, 求大棚一天中保温时段通风量的最小值.

129. 已知直线 $l:x=t(0<t<2)$ 与椭圆 $\Gamma:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ 相交于 A, B 两点, 其中 A 在第一象限, M 是椭圆上一点.



(1) 记 F_1,F_2 是椭圆 Γ 的左右焦点, 若直线 AB 过 F_2, 当 M 到 F_1 的距离与到直线 AB 的距离相等时, 求点 M 的横坐标;

(2) 若点 M,A 关于 y 轴对称, 当 $\triangle MAB$ 的面积最大时, 求直线 MB 的方程;

(3) 设直线 MA 和 MB 与 x 轴分别交于 PQ, 证明: $|OP|\cdot|OQ|$ 为定值.

130. 已知无穷数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 其前 n 项和为 S_n, $a_1 = 4$.

(1) 如果 $a_2 = 2$, 且对于一切正整数 n, 均有 $a_n \cdot a_{n+2} = a_{n+1}^2$, 求 S_n;

(2) 如果对于一切正整数 n, 均有 $a_n \cdot a_{n+1} = S_n$, 求 S_n;

(3) 如果对于一切正整数 n, 均有 $a_n + a_{n+1} = 3S_n$, 证明: a_{3n-1} 能被 8 整除. '[]