1. 判断下列命题是否正确:

(1) 终边重合的两个角相等;

(2) 锐角是第一象限的角;

(3) 第二象限的角是钝角;

(4) 小于 $90^\circ$ 的角都是锐角.

2. 分别用集合的形式表示终边位于第三象限的所有角和终边位于 $y$ 轴正半轴上的所有角.

3. 在 $0^\circ - 360^\circ$ 范围内, 分别找出终边与下列各角的终边重合的角, 并判断它们是第几象限的角:

(1) $-315^\circ$

(2) $905.3^\circ$;

(3) $-1090^\circ$;

(4) $530^\circ$.

4. 分别将下列角度化为弧度:

(1) $15^\circ$;

(2) $-108^\circ$;

(3) $22^\circ 30'$.

5. 分别将下列弧度化为角度: (1) $\dfrac{11}{12}\pi$;

(2) $-\dfrac{2}{5}\pi$;

(3) $-3$(结果精确到 $0.01^\circ$).

6. 已知扇形的弧所对的圆心角为 $54^\circ$, 且半径为 10cm. 求该扇形的弧长和面积.

7. 如果 $\alpha$ 是第三象限的角, 判断 $\dfrac{\alpha}{2}$ 是哪个象限的角.

8. 已知角 $\alpha$ 的终边过点 $P(2a,-3a)(a<0)$, 求角 $\alpha$ 的正弦、余弦、正切及余切值.

9. 已知角 $\alpha$ 的终边过点 $P(0,-3)$, 则下列值不存在的是 (　　).

A. $\sin\alpha$　　B. $\cos\alpha$　　C. $\tan\alpha$　　D. $\cot\alpha$

10. 根据下列条件, 分别判断角 $\theta$ 属于第几象限:

(1) $\sin\theta = -\dfrac{1}{2}$ 且 $\cos\theta = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

(2) $\sin\theta < 0$ 且 $\tan\theta > 0$.

11. 求角 $\dfrac{5}{3}\pi$ 的正弦、余弦、正切及余切值.

12. 分别求 $\sin k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 和 $\cos k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 的值.

13. 已知 $\alpha$ 为第三象限的角, $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. 求 $\sin\alpha$、$\tan\alpha$ 及 $\cot\alpha$.

14. 已知 $\cot\alpha = \dfrac{1}{3}$, 求 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$ 及 $\tan\alpha$.

15. 已知 $\tan\alpha = 3$, 求 $\dfrac{2\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}$ 的值.

16. 化简:

(1) $\sin^2\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\cos^4\alpha$;

(2) $\sin\alpha\cos\alpha(\tan\alpha+\cot\alpha)$.

17. 证明: $\cot^2\alpha-\cos^2\alpha=\cot^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$.

18. 证明:

(1) $\sin(2\pi-\alpha)=-\sin\alpha$;

(2) $\cos(2\pi-\alpha)=\cos\alpha$;

(3) $\tan(2\pi-\alpha)=-\tan\alpha$;

(4) $\cot(2\pi-\alpha)=-\cot\alpha$.

19. 利用诱导公式求值:

(1) $\sin\dfrac{11}{4}\pi$;

(2) $\cos(-\dfrac{5}{6}\pi)$;

(3) $\tan(-\dfrac{14}{3}\pi)$.

20. 化简:

(1) $\dfrac{\sin(180^\circ-\alpha)}{\sin(180^\circ+\alpha)}+\dfrac{\cos(360^\circ-\alpha)}{\cos(180^\circ+\alpha)}+\dfrac{\tan(180^\circ+\alpha)}{\tan(-\alpha)}$;

(2) $\dfrac{\sin(\pi-\alpha)}{\cos(\pi+\alpha)}\cdot\dfrac{\sin(2\pi-\alpha)}{\tan(\pi+\alpha)}$.

21. 证明:

(1) $\sin(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=-\cos\alpha$;

(2) $\cos(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=-\sin\alpha$;

(3) $\tan(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=\cot\alpha$;

(4) $\cot(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=\tan\alpha$.

22. 化简: $\dfrac{\sin(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)\cot(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)\cos(3\pi+\alpha)}{\cot(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)\cos(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha)\cot(\pi-\alpha)}$.

23. 已知点 $A$ 的坐标为 $(3,4)$, 将 $OA$ 绕坐标原点 $O$ 顺时针旋转 $\dfrac{\pi}{2}$ 至 $OA'$. 求点 $A'$ 的坐标.

24. 根据下列条件, 分别求角 $x$:

(1) 已知 $\sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

(2) 已知 $\cos x=-\dfrac{1}{2}$;

(3) 已知 $\tan x=-\sqrt{3}$.

25. 分别求满足下列条件的角 $x$ 的集合:

(1) $2\sin(x+\dfrac{\pi}{3})=1$, $x\in[0,2\pi]$;

(2) $\cos(2x+\frac{\pi}{4})=-\frac{1}{2}$;

(3) $\tan(3x+\frac{\pi}{4})=-1$.

26. 化简:

(1) $\cos(22^\circ-x)\cos(23^\circ+x)-\sin(22^\circ-x)\sin(23^\circ+x)$;

(2) $\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha)\cos\alpha+\sin(\frac{\pi}{6}+\alpha)\sin\alpha$.

27. 已知 $\sin\theta=-\frac{5}{13}$, $\theta\in(\pi,\frac{3}{2}\pi)$. 求 $\cos(\theta+\frac{\pi}{4})$ 的值.

28. 证明:

(1) $\dfrac{2\cos A\cos B-\cos(A-B)}{\cos(A-B)-2\sin A\sin B}=1$;

(2) $\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\beta-\sin^2\alpha$.

29. 求下列各式的值:

(1) $\sin\frac{5\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}-\cos\frac{5\pi}{12}\sin\frac{\pi}{12}$; (2) $\dfrac{1+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ}$.

30. 已知 $\cos\theta=-\frac{3}{5}$, $\theta\in(0,\pi)$. 求 $\sin(\theta+\frac{\pi}{4})$ 和 $\tan(\theta-\frac{\pi}{4})$ 的值.

31. 证明下列恒等式:

(1) $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}{\cos^2\alpha\cos^2\beta}=\tan^2\alpha-\tan^2\beta$;

(2) $\tan(\theta+\frac{\pi}{4})=\dfrac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}$.

32. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\cos A=\frac{12}{13}$, $\cos B=\frac{8}{17}$. 求 $\sin C$ 和 $\cos C$ 的值.

33. 已知 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$, $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$, $\sin\beta=\frac{12}{13}$, $\beta\in(\frac{\pi}{2},\pi)$. 求 $\sin(\alpha+\beta)$ 和 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值, 并判断 $\alpha+\beta$ 是第几象限的角.

34. 把下列各式化为 $A\sin(\alpha+\varphi)(A>0)$ 的形式:

(1) $\sin\alpha+\cos\alpha$;

(2) $-\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha$.

35. 利用二倍角公式, 求下列各式的值:

(1) $\sin\frac{5\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}$;

(2) $\cos^2 22.5^\circ-\sin^2 22.5^\circ$;

(3) $\dfrac{\tan 15^\circ}{1-\tan^2 15^\circ}$.

36. 已知 $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$. 求 $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ 和 $\tan 2\alpha$ 的值.

37. 证明下列恒等式:

(1) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=1+\sin 2\alpha$;

(2) $\cos^4\alpha-\sin^4\alpha=\cos 2\alpha$;

(3) $\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$.

38. 证明: $\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$.

39. 证明: $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$.

40. 证明: $\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

41. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=7$, $B=30°$, $C=85°$. 求 $c$. (结果精确到 0.01)

42. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=5$, $A=40°$, $B=80°$. 求 $b$、$c$ 和面积 $S$. (结果精确到 0.01)

43. 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $\sin^2 A+\sin^2 B=\sin^2 C$, 试判断该三角形的形状. 练习 6. 3(2)

44. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=3$, $b=4$, $C=60°$. 求 $c$.

45. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A=45°$, $a=2\sqrt{6}$, $b=2\sqrt{3}$. 求 $B$、$C$ 及 $c$.

46. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知三边之比为 $2:3:4$. 求该三角形的最大角的余弦值.

47. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=4$, $B=60°$, 其面积为 $5\sqrt{3}$. 求 $b$.

48. 证明: 平行四边形中, 四边平方和等于对角线平方和.

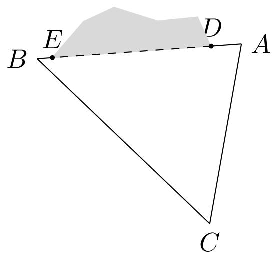
49. 在 $\triangle ABC$ 中, 求证:
(1) $\frac{a^2+b^2}{c^2}=\frac{\sin^2 A+\sin^2 B}{\sin^2 C}$;
(2) $a^2+b^2+c^2=2(bc\cos A+ac\cos B+ab\cos C)$.

50. 分别求满足下列条件的角.
(1) $\sin x=\frac{3}{5}$, $x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$;
(2) $\cos x=-\frac{2}{3}$, $x\in[0,\pi]$;
(3) $\tan x=-2$, $x\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$;
(4) $\sin x=-\frac{2}{3}$, $x\in\mathbf{R}$.

51. 某货轮在 $A$ 处看灯塔 $S$ 在北偏东 $30°$ 方向. 它以每小时 18 海里的速度向正北方向航行, 经过 40 分钟航行到 $B$ 处, 看灯塔 $S$ 在北偏东 $75°$ 方向. 求此时货轮到灯塔 $S$ 的距离.

52. 我缉私船发现位于正北方向的走私船以每小时 30 海里的速度向北偏东 $45°$ 方向的公海逃窜, 已知缉私船的最大时速是 45 海里, 为了及时截住走私船, 缉私船应以什么方向追击走私船? (结果精确到 $0.01°$)

53. 修建铁路时要在一个山体上开挖一隧道, 需要测量隧道口 $D$、$E$ 之间的距离. 测量人员在山的一侧选取点 $C$, 因有障碍物, 无法直接测得 $CE$ 及 $DE$ 的距离. 现测得 $CA=482.80\text{m}$, $CB=631.50\text{m}$, $\angle ACB=56.3°$; 又测得 $A$ 及 $B$ 两点到隧道口的距离分别是 80.13m 及 40.24m($A$、$D$、$E$、$B$ 在同一直线上). 求隧道 $DE$ 的长. (结果精确到 1m)




54. 作出函数 $y = \sin x$, $x \in [-\pi, \pi]$ 的大致图像.

55. 作出函数 $y = \dfrac{1}{2} - \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的大致图像, 并分别写出使得 $y > 0$ 和 $y < 0$ 的 $x$ 的取值范围.

56. 在同一平面直角坐标系中作出 $y = \sin x$ 和 $y = \sin x + 2$ 的大致图像, 并说明它们之间的关系.

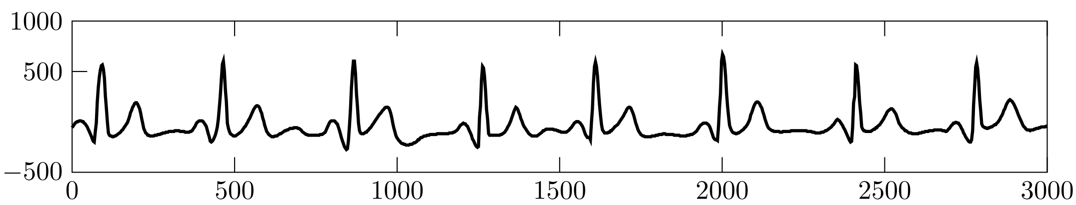
57. 求下列函数的最小正周期:

(1) $y = -\dfrac{1}{3}\sin x + 1$;

(2) $y = 3\sin(3x - \dfrac{\pi}{6})$.

58. 当 $x = 2k\pi + \dfrac{4\pi}{3}(k \in \mathbf{Z})$ 时, $\sin(x + \dfrac{\pi}{3}) = \sin x$ 是否成立? 如果成立, 那么 $\dfrac{\pi}{3}$ 是不是 $y = \sin x$ 的周期? 为什么?

59. 现实生活中常碰到类似于周期的现象. 根据图中标出的尺度估算下列心电图的周期. (其中横轴的单位是 2ms, 1s = 1000ms; 纵轴的单位是 mV)




60. 求下列函数的定义域和值域:

(1) $y = \sin(x + \dfrac{\pi}{2})$;

(2) $y = 2\sin x$.

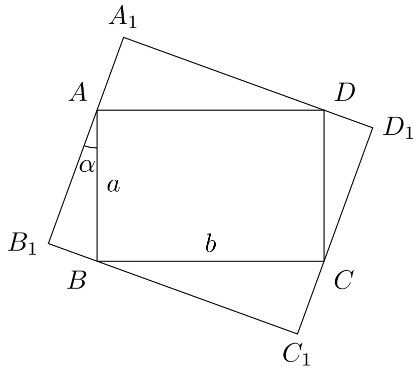
61. 求下列函数的最大值与最小值:

(1) $y = -5 + \sin(2x + \dfrac{\pi}{4})$;

(2) $y = \cos 2x + 2\sin x$;

(3) $y = 2\sin x \cdot \cos x - \sqrt{3}\cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x$.

62. 如图, 矩形 $ABCD$ 的四个顶点分别在矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 的四条边上, $AB = a$, $BC = b$. 如果 $AB$ 与 $A_1B_1$ 的夹角为 $\alpha$, 那么当 $\alpha$ 取何值时, 矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 的周长最大?




63. 判断下列函数的奇偶性, 并说明理由:

(1) $y=\sin 3x$;

(2) $y=|\sin x|$;

(3) $y=x\sin x$;

(4) $y=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$.

64. 比较下列各组数的大小:

(1) $\sin(-\frac{\pi}{16})$ 和 $\sin(-\frac{\pi}{13})$;

(2) $\sin 715°$ 和 $\sin(-724°)$.

65. 求下列函数的单调区间:

(1) $y=\sin x-1$;

(2) $y=-\sin x$;

(3) $y=\sin(3x-\frac{\pi}{4})$.

66. 已知函数 $y=\cos(\omega x+\frac{\pi}{5})$(其中常数 $\omega>0$) 的最小正周期为 $4\pi$, 求 $\omega$ 的值.

67. 判断下列函数的奇偶性, 并说明理由:

(1) $y=x\cos x$;

(2) $y=\dfrac{\sin x}{1-\cos x}$;

(3) $y=\dfrac{\cos x}{1-\sin x}$.

68. 求函数 $y=2\cos(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6})$ 的最小正周期及单调区间.

69. 作出下列函数的大致图像:

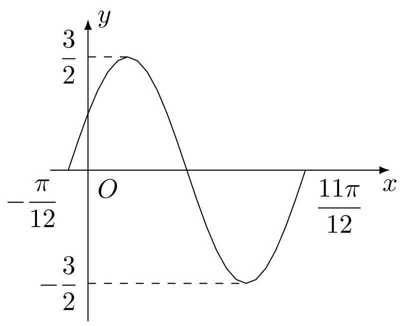
(1) $y=\sin(x+\frac{\pi}{6})$;

(2) $y=3\sin(2x-\frac{\pi}{3})$.

70. 下列函数中, 与函数 $y=5\sin(3x+\frac{\pi}{4})$ 的图像形状相同的是 (　　).

A. $y=8\sin(3x+\frac{\pi}{4})$　　B. $y=3\sin(5x+\frac{\pi}{4})$　　C. $y=5\sin 2(x+\frac{\pi}{4})$　　D. $y=5\sin 3(x+\frac{\pi}{4})$

71. 下图是函数 y=$A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像, 请根据图中的信息, 写出该图像的一个函数表达式.




72. 写出满足 $\tan\alpha=\sqrt{3}$ 的所有 $\alpha$ 的集合.

73. 比较下列各组数的大小, 并说明理由:

(1) $\tan(-\frac{2}{7}\pi)$ 与 $\tan(-\frac{2}{5}\pi)$;

(2) $\cot 231^\circ$ 与 $\cot 237^\circ$;

(3) $\tan(k\pi-\frac{\pi}{3})$ 与 $\tan(k\pi+\frac{\pi}{3})$, $k\in\mathbf{Z}$.

74. 求函数 $y=\tan(3x+\frac{\pi}{4})$ 的定义域, 并写出其单调区间.

75. 指出下列各种量中的向量:

(1) 密度;

(2) 体积;

(3) 速度;

(4) 能量;

(5) 电阻;

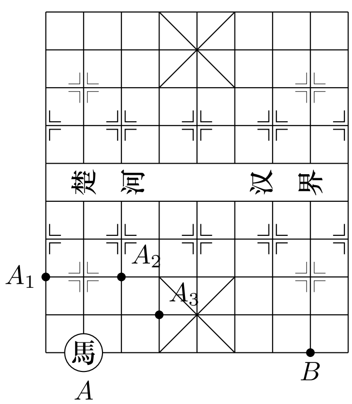
(6) 加速度;

(7) 功;

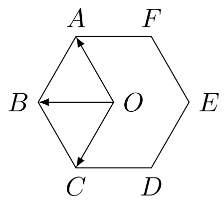
(8) 力矩.

你能找出更多向量的例子吗?

76. 中国象棋中的“马”走“日”. 如图是一个棋盘, 当“马”自点 $A$ 走“一步”后的落点可以为点 $A_1$、$A_2$ 或 $A_3$, 表示该“马”走“一步”的向量为 $\overrightarrow{AA_1}$、$\overrightarrow{A_A2}$ 或 $\overrightarrow{AA_3}$, 它们是相等的向量吗? 在图中分别用向量表示当“马”在点 $B$ 处各走“一步”的情形.



77. 如图, 点 $O$ 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心, 分别写出图中




(1) 与 $\overrightarrow{OA}$ 相等的向量;

(2) 与 $\overrightarrow{OB}$ 平行的向量;

(3) 与 $\overrightarrow{OC}$ 模相等的向量;

(4) $\overrightarrow{OB}$ 的负向量.

78. 在 $\triangle ABC$ 中, 化简: (1) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=$__________;

(2) $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}=$__________.

79. 已知 $A$、$B$、$C$、$D$、$E$ 是平面上任意五个点, 求证: $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}$. 这个结果可以推广到更多点的情况吗?

80. 试说明, 如果三个首尾相接的向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 和 $\overrightarrow{c}$ 所在的线段能拼接成三角形, 那么一定满足条件 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}=0$. 反过来, 如果 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}=0$, 那么三向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 和 $\overrightarrow{c}$ 所在的线段一定能拼接成三角形吗? 说明理由.

81. 化简下列向量线性运算:

(1) $4(2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})+3(3\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b})$;

(2) $\dfrac{1}{4}(\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b})-\dfrac{1}{6}(5\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b})+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{b}$;

(3) $2(3\overrightarrow{a}-4\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c})-3(2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}-3\overrightarrow{c})$.

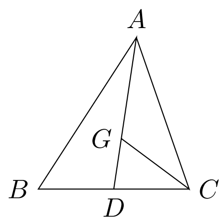
82. 根据下列条件, 求向量 $\overrightarrow{x}$:

(1) $2\overrightarrow{x}+3(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{x})=0$;

(2) $2\overrightarrow{a}+5(\overrightarrow{b}-\overrightarrow{x})=0$;

(3) $\dfrac{1}{3}(\overrightarrow{x}-\overrightarrow{a})-\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{b}-2\overrightarrow{x}+\overrightarrow{x})+\overrightarrow{b}=0$.

83. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $D$ 是 $BC$ 的中点, $G$ 是 $\triangle ABC$ 的重心. 设向量 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{a}$, 向量 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{b}$. 试用向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 分别表示向量 $\overrightarrow{AD}$、$\overrightarrow{AG}$、$\overrightarrow{GC}$.




84. 设 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 是两个向量, 其中 $\overrightarrow{a}\neq 0$, $\overrightarrow{b}$ 在 $\overrightarrow{a}$ 方向上的投影是 $\overrightarrow{b'}$. 又设 $\lambda\in\mathbf{R}$. 分 $\lambda\geq 0$ 与 $\lambda<0$ 两种情况, 证明 $\lambda\overrightarrow{b}$ 在 $\overrightarrow{a}$ 方向上的投影是 $\lambda\overrightarrow{b'}$.

85. 若 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 求下列各角:

(1) $\langle \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB} \rangle$;

(2) $\langle \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC} \rangle$;

(3) $\langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \rangle$.

86. 已知 $|\overrightarrow{a}| = 5$, $|\overrightarrow{b}| = 6$, $\sin\langle \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \rangle = 0.6$. 求 $\overrightarrow{b}$ 在 $\overrightarrow{a}$ 方向上的投影与数量投影.

87. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$. 判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由.

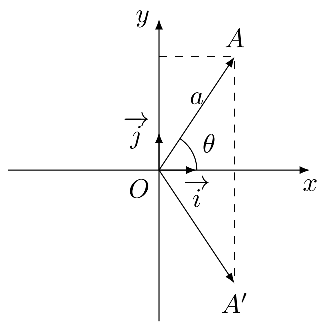
88. 填空题:

(1) 设向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 满足 $|\overrightarrow{a}| = 4$, $|\overrightarrow{b}| = 9$, $\langle \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \rangle = \dfrac{\pi}{6}$, 则 $\overrightarrow{a} \cdot (\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}) =$__________;

(2) 设向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 满足 $|\overrightarrow{a}| = 5$, $|\overrightarrow{b}| = 6$, $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{b} = 21$, 则 $\langle \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \rangle =$__________.

89. 设向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 满足 $|\overrightarrow{a}| = 2$, $|\overrightarrow{b}| = 3$, 且 $\langle \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \rangle = 120^\circ$. 求 $|\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}|$.

90. 如图, $\overrightarrow{i}$ 与 $\overrightarrow{j}$ 分别是平面直角坐标系中 $x$ 轴与 $y$ 轴正方向上的单位向量, 点 $A$ 在第一象限内, 与坐标原点 $O$ 的距离为 $a$, $\overrightarrow{OA}$ 与 $x$ 轴的夹角为 $\theta$ . 又设 $A'$ 是 $A$ 关于 $x$ 轴的对称点. 把向量 $\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OA'}$ 表示成向量 $\overrightarrow{i}$ 与 $\overrightarrow{j}$ 的线性组合.




91. 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线交于点 $O$, 且 $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$. 把向量 $\overrightarrow{OC}$、$\overrightarrow{OD}$、$\overrightarrow{DC}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 表示成 $\overrightarrow{a}$ 与 $\overrightarrow{b}$ 的线性组合.

92. 设 $G$ 为 $\triangle ABC$ 的重心, 用向量 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{a}$ 与 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{b}$ 的线性组合来表示向量 $\overrightarrow{AG}$、$\overrightarrow{BG}$ 与 $\overrightarrow{CG}$.

93. 已知向量 $\overrightarrow{a} = (-2, 3)$, $\overrightarrow{b} = (2, -5)$. 求 $3\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$ 的坐标及 $|3\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}|$.

94. 求向量 $\overrightarrow{a} = (3, -4)$ 的单位向量的坐标.

95. 已知平面上 $A$、$B$、$C$ 三点的坐标分别为 $(0, 1)$、$(1, 2)$、$(3, 4)$, 求 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{BC}$、$\overrightarrow{AC}$ 的坐标, 并证明 $A$、$B$、$C$ 三点共线.

96. 已知向量 $\overrightarrow{a} = (2, 3)$, $\overrightarrow{b} = (-2, 4)$, $\overrightarrow{c} = (-1, -2)$. 求 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c} \cdot (\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b})$.

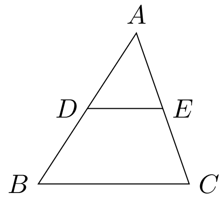
97. 已知向量 $\overrightarrow{a} = (-3, 4)$, $\overrightarrow{b} = (5, 12)$. 求 $|\overrightarrow{a}|$、$|\overrightarrow{b}|$ 以及 $\langle \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \rangle$.

98. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A$、$B$、$C$ 三点的坐标分别为 $(-2, 3)$、$(0, -1)$、$(1, k)$, 且 $\angle C$ 为直角. 求实数 $k$ 的值.

99. 已知向量 $\overrightarrow{a}=(1,2)$, $\overrightarrow{b}=(3,1)$, $\overrightarrow{c}=\overrightarrow{b}-k\overrightarrow{a}$, 且 $\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{c}$. 求实数 $k$ 的值及向量 $\overrightarrow{c}$ 的坐标.

100. 已知坐标平面上三个点 $A(1,1)$、$B(4,2)$ 与 $C(-2,-6)$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

101. 如图, 已知 $\triangle ABC$, $D$、$E$ 分别是 $AB$、$AC$ 的中点. 求证: $DE \parallel BC$.




102. 已知平面上 $A$、$B$ 两点的坐标分别是 $(2,5)$、$(3,0)$, $P$ 是直线 $AB$ 上的一点, 且 $\overrightarrow{AP}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{PB}$. 求点 $P$ 的坐标.

103. 已知两个力 (单位: N)$\overrightarrow{f_1}$ 与 $\overrightarrow{f_2}$ 的夹角为 $60^\circ$, 其中 $\overrightarrow{f_1}=(2,0)$. 某质点在这两个力的共同作用下, 由点 $A(1,1)$ 移动至点 $B(6,6)$(单位: m).

(1) 求 $\overrightarrow{f_2}$;

(2) 求 $\overrightarrow{f_1}$ 与 $\overrightarrow{f_2}$ 的合力对质点所做的功.

104. 已知平面上三点 $A$、$B$、$C$ 的坐标分别是 $(1,7)$、$(2,2)$、$(0,1)$, $P$ 为直线 $AC$ 上的一动点. 问: $P$ 在什么位置时, $|\overrightarrow{BP}|$ 取到最小值?

105. 已知 $(x+2y)+(5x-y)\mathrm{i}=9+\mathrm{i}$, 其中 $x$、$y\in\mathbf{R}$. 求 $x$、$y$ 的值.

106. 计算:

(1) $(-1+3\mathrm{i})+(2+6\mathrm{i})$;

(2) $(3-2\mathrm{i})-(4+\mathrm{i})$;

(3) $(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i})(\sqrt{3}+\mathrm{i})$;

(4) $(1+\mathrm{i})^6$;

(5) $\frac{2}{1-\mathrm{i}}$;

(6) $\frac{-1+2\mathrm{i}}{-1-2\mathrm{i}}$.

107. 对复数 $z_1$、$z_2\in\mathbf{C}$, 验证: $\overline{z_1+z_2}=\overline{z_1}+\overline{z_2}$, $\overline{z_1-z_2}=\overline{z_1}0-\overline{z_2}$.

108. 在下列复数中, 哪些是实数? 哪些是虚数? 哪些是纯虚数? 各数的实部和虚部分别是什么?
$-5+6\mathrm{i}$、$\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{i}$、$-\sqrt{3}$、$\mathrm{i}$、$0$、$\cos\frac{\pi}{5}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{5}$.

109. 下列关于复数 $z$ 和 $\overline{z}$ 的命题是真命题还是假命题? 请给出结论并说明理由.

(1) $z+\overline{z}$ 一定是实数;

(2) $z-\overline{z}$ 一定是纯虚数;

(3) $z-\overline{z}=0$, 则 $z$ 是实数;

(4) 若 $z+\overline{z}=0$, 则 z 是纯虚数.

110. 求实数 $m$ 的值或取值范围, 使得复数 $z=(m+2)+(m-1)\mathrm{i}$ 分别是:

(1) 实数;

(2) 虚数;

(3) 纯虚数.

111. 当复数 $z$ 满足下列条件时, 分别指出 $z$ 在复平面上所对应的点 $Z$ 的位置:

(1) $z$ 是正实数;

(2) $z$ 是负实数;

(3) $z$ 是实部小于零、虚部大于零的虚数;

(4) $z$ 是虚部小于零的纯虚数.

112. 如果复数 $z=(m-2)+(m^2-16)\mathrm{i}(m\in\mathbf{R})$ 在复平面上所对应的点在第四象限, 求 $m$ 的取值范围.

113. 设复数 $3-4\mathrm{i}$ $5-6\mathrm{i}$ 在复平面上所对应的向量分别为 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$($O$ 为坐标原点), 求向量 $\overrightarrow{AB}$ 及 $\overrightarrow{BA}$ 所对应的复数.

114. 已知复平面上有点 $C(2,4)$ 和点 $D$, 使得向量 $CD$ 所对应的复数是 $-3-\mathrm{i}$. 求点 $D$ 的坐标.

115. 计算下列复数的模:

(1) $(4-3\mathrm{i})+(-12-5\mathrm{i})$;

(2) $(2-\sqrt{3}\mathrm{i})(\sqrt{6}-\mathrm{i})^2$;

(3) $\dfrac{7+\mathrm{i}}{(3-4\mathrm{i})^2}$.

116. 设复数 $z_1=6+8\mathrm{i}$ 与 $z_2=9-4\mathrm{i}$ 在复平面上所对应的点为 $Z_1$ 与 $Z_2$, 试指出 $Z_1$、$Z_2$ 与以原点为圆心、10 为半径的圆 $C$ 的位置关系.

117. 设复平面上平行四边形 $OMNP$ 的顶点 $O$、$M$、$P$ 的坐标分别为 $(0,0)$、$(3,4)$、$(-2,-3)$, 求 $ON$ 的长度.

118. 求复数 $8+5\mathrm{i}$ 与 $4-2\mathrm{i}$ 在复平面上所对应的点之间的距离.

119. 已知 $k$ 是一个实常数, 而关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2-2kx-k=0$ 有两个虚根. 求 $k$ 的取值范围.

120. 在复数范围内解方程:

(1) $x^2+2=0$;

(2) $x^2+2x+3=0$;

(3) $2(x^2+4)=5x$.

121. 若 $x_1$ 和 $x_2$ 是方程 $2x^2+x+3=0$ 的两个根, 求 $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}$ 的值.

122. 下列复数是否用三角形式来表示的? 为什么?

(1) $3\pi(\cos 0.5+\mathrm{i}\sin 0.5)$;

(2) $2(\sin 1+\mathrm{i}\cos 1)$;

(3) $\cos 131\pi+\mathrm{i}\sin 131\pi$;

(4) $\sqrt{2}(\cos 0.3\pi + \mathrm{i}\sin 0.2\pi)$;

(5) $-2(\cos\frac{\pi}{4} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{4})$;

(6) $3(\cos\frac{\pi}{5} - \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{5})$.

123. 把下列复数用三角形式表示 (用辐角主值):

(1) $3$;

(2) $-2\mathrm{i}$;

(3) $1 + \mathrm{i}$;

(4) $-1 + \sqrt{3}\mathrm{i}$.

124. 计算:

(1) $8(\cos\frac{\pi}{6} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{6}) \cdot 2(\cos\frac{\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{3})$;

(2) $\dfrac{6(\cos\frac{3\pi}{5} + \mathrm{i}\sin\frac{3\pi}{5})}{2(\cos\frac{\pi}{10} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{10})}$;

(3) $\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{6} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{6})$.

125. 求 1 的所有四次方根.