

1. (000010) 证明: 若梯形的对角线不相等, 则该梯形不是等腰梯形.

关联目标:

K0107003B|D01002B| 了解反证法的思想以及表达方式, 能正确使用反证法证明一些简单的数学命题.

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 教材复习题

2. (000017) 证明:  $\sqrt[3]{2}$  是无理数.

关联目标:

K0107003B|D01002B| 了解反证法的思想以及表达方式, 能正确使用反证法证明一些简单的数学命题.

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 教材复习题

3. (000038) 证明: 若  $x > -1$ , 则  $x + \frac{1}{x+1} \geq 1$ , 并指出等号成立的条件.

关联目标:

K0118003B|D01003B| 能运用平均值不等式比较大小、证明一些简单的不等式.

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 教材复习题

4. (000982) 模仿讲义中的真值表, 列出下列每组逻辑运算的真值表并回答各问题:

(1) “非 ( $P$  且  $Q$ )” 与 “( $\neg P$ ) 或 ( $\neg Q$ )” (De Morgan 律之一);

$P$	$Q$	$P$ 且 $Q$	非 ( $P$ 且 $Q$ )	非 $P$	非 $Q$	(非 $P$ ) 或 (非 $Q$ )
T	T					
T	F					
F	T					
F	F					

(2) “ $P$  且 ( $Q$  且  $R$ )” 与 “( $P$  且  $Q$ ) 且  $R$ ”(模仿 (1) 完成); 你的结论是什么? 如果把两个运算中的 “且” 都换成 “或”, 结论 (毋需证明) 又是什么?

(3) “ $P$  且 ( $Q$  或  $R$ )” 与 “( $P$  且  $Q$ ) 或 ( $P$  且  $R$ )”(模仿 (1) 完成); 你的结论是什么? 如果把两个运算中的 “且” 都换成 “或”, 同时把 “或” 都换成 “且”, 结论 (毋须证明) 又是什么?

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.821 0.718 0.615

2016 届 12 班 0.897 0.487 0.436

出处: 2016 届创新班作业 1101-命题及其运算

5. (000983) 用反证法证明如下命题:

(1) 已知  $n$  是整数. 如果 3 整除  $n^3$ , 则 3 整除  $n$ (提示: 讨论  $n = 3k, 3k + 1, 3k + 2$ , 其中  $k$  是整数);

(2) 如果实数  $x$  满足  $x^{101} - 4x^2 + 8x - 1 = 0$ , 则  $x > 0$ ;

(3)  $\sqrt[3]{3}$  是无理数 (提示: 可借鉴讲义上  $\sqrt{6}$  是无理数的证明方法);

(4\*)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  是无理数.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.538 0.821 0.667 0.795

2016 届 12 班 0.667 0.923 0.538 0.821

出处: 2016 届创新班作业 1102-反证法

6. (000987) 已知实数  $t \neq 0$ . 证明: “ $x = t$  是方程  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  的根” 的充分必要条件是 “ $x = \frac{1}{t}$  是方程  $dx^3 + cx^2 + bx + a = 0$  的根”.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.769

2016 届 12 班 0.744

出处: 2016 届创新班作业 1103-假言命题的四种形式及充分必要条件

7. (000988) 已知  $a, b, c$  均为实数. 证明: 这三个数中 “任意两数之和大于第三个数” 的充分必要条件是 “任意两数之差小于第三个数”.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.308

2016 届 12 班 0.333

出处: 2016 届创新班作业 1103-假言命题的四种形式及充分必要条件

8. (001000) 设  $A = \{n \mid n = 3k + 1, k \in \mathbf{Z}^+\}$ ,  $B = \{n \mid n = 3k - 2, k \in \mathbf{Z}^+\}$ .

(1) 集合  $A$  与集合  $B$  是相等的还是有真包含关系还是没有任何包含关系?

(2) 证明你的结论.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 1.000 0.821

2016 届 12 班 0.974 0.763

出处: 2016 届创新班作业 1105-集合的关系

9. (001001) 证明或否定:  $\{y|y \geq 0\} = \{y|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.615

2016 届 12 班 0.553

出处: 2016 届创新班作业 1105-集合的关系

10. (001002) 设  $a$  是一个实数, 集合  $A = \{x| x < 2\}$ ,  $B = \{x| x \leq a\}$ , 且  $A \subseteq B$ .

(1) 实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_;

(2) 试证明 (1) 的结论.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.974 0.205

2016 届 12 班 1.000 0.000

出处: 2016 届创新班作业 1105-集合的关系

11. (001017) 设  $A, B$  是两个集合, 求证: “ $A \cap B = A$ ” 当且仅当 “ $A \subseteq B$ ”.(用文氏图画一下并不算证明)

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.256

2016 届 12 班 0.179

出处: 2016 届创新班作业 1106-集合的运算

12. (001087) 证明: 若  $a > b$ ,  $c \in \mathbf{R}$ ,  $d < 0$ , 则  $(a - c)d < (b - c)d$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.974

2016 届 12 班 1.000

出处: 2016 届创新班作业 1117-不等式的性质

13. (001088) 证明: 若  $a_1 > b_1 > 0$ ,  $a_2 > b_2 > 0$ ,  $a_3 > b_3 > 0$ , 则  $a_1 a_2 a_3 > b_1 b_2 b_3$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.795

2016 届 12 班 0.897

出处: 2016 届创新班作业 1117-不等式的性质

14. (001089) 证明: 若  $a > b > 0, c > d > 0$ , 则  $\frac{1}{ac} < \frac{1}{bd}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.846

2016 届 12 班 0.872

出处: 2016 届创新班作业 1117-不等式的性质

15. (001091) 证明:

(1) 若  $a > b$ , 则  $a^3 > b^3$ ;

(2)(选做) 若  $a > b$ , 则  $a^5 > b^5$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.718 0.256

2016 届 12 班 0.667 0.385

出处: 2016 届创新班作业 1117-不等式的性质

16. (001094)(1) 证明或否定: “ $|f(x)| > g(x)$ ” 和 “ $f(x) > g(x)$  且  $-f(x) > g(x)$ ” 等价;

(2) 证明或否定: “ $|f(x)| < g(x)$ ” 和 “ $f(x) < g(x)$  且  $-f(x) < g(x)$ ” 等价.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.949 0.615

2016 届 12 班 0.769 0.513

出处: 2016 届创新班作业 1118-不等式的同解变形

17. (001095) 证明或否定: “ $\sqrt{f(x)} > g(x)$ ” 和 “ $\begin{cases} f(x) > g^2(x), \\ g(x) \geq 0, \end{cases}$  或  $\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) < 0 \end{cases}$ ” 同解.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.897

2016 届 12 班 0.897

出处: 2016 届创新班作业 1118-不等式的同解变形

18. (001096) 利用绝对值的三角不等式  $|a + b| \leq |a| + |b|$ , 证明:

(1) 对任意  $x, y \in \mathbf{R}$ ,  $|x - y| \geq |x| - |y|$ ;

(2) 对任意  $x, y \in \mathbf{R}$ ,  $|x - y| \geq ||x| - |y||$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.718 0.385

2016 届 12 班 0.641 0.436

出处: 2016 届创新班作业 1119-含有绝对值的不等式基本性质

19. (001099) 已知常数  $\varepsilon > 0$ , 证明存在实常数  $N$ , 使得当正整数  $n > N$  时,  $\left| \frac{n}{2n+3} - \frac{1}{2} \right| < \varepsilon$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.564

2016 届 12 班 0.359

出处: 2016 届创新班作业 1119-含有绝对值的不等式基本性质

20. (001123) 试确定实常数  $k$  使得  $a^2 + b^2 + c^2 \geq k(a + b + c)^2 \geq ab + bc + ca$  对任意的  $a, b, c \in \mathbf{R}$  成立, 并证明该不等式.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.895

2016 届 12 班 0.889

出处: 2016 届创新班作业 1125-基本不等式及其推广

21. (001124) 设  $a, b, c, d > 0$ .
- (1) 利用三元的基本不等式 “ $x, y, z > 0$  时,  $x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz$ ”, 证明:  $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 \geq abc + bcd + cda + dab$ ;
- (2) 该不等式能否加强为  $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 \geq k(abc + bcd + cda + dab)$ , 其中  $k = 1.0001$ ? 为什么?
- (3) 利用三元的基本不等式 “ $x, y, z > 0$  时,  $x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz$ ”, 证明:  $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 \geq \frac{3\sqrt[3]{2}}{2}(abc + bcd)$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.974 0.974 0.816

2016 届 12 班 0.944 0.944 0.667

出处: 2016 届创新班作业 1125-基本不等式及其推广



22. (001134) 已知  $x, y \in \mathbf{R}$ , 用比较法证明:  $x^2 + y^2 \geq 4(x + y) - 8$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.974

2016 届 12 班 1.000

出处: 2016 届创新班作业 1127-不等式的证明 [1]

23. (001135) 已知  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ , 利用比较法证明:

(1) 若  $a > b \geq 1$ , 证明:  $f(a) > f(b)$ ;

(2) 若  $0 < a < b \leq 1$ , 证明:  $f(a) > f(b)$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.974 0.974

2016 届 12 班 0.947 0.974

出处: 2016 届创新班作业 1127-不等式的证明 [1]

24. (001136) 已知  $a < b < 0$ , 用分析法证明:  $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} < \frac{a + b}{a - b}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.795

2016 届 12 班 0.921

出处: 2016 届创新班作业 1127-不等式的证明 [1]

25. (001137) 已知  $a, b, c \in \mathbf{R}^+$ , 证明:  $a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) \geq 6abc$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.974

2016 届 12 班 0.974

出处: 2016 届创新班作业 1127-不等式的证明 [1]

26. (001138) 已知  $a, b, c$  是不全相等的正数. 证明:  $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} > 6$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.897

2016 届 12 班 0.658

出处: 2016 届创新班作业 1127-不等式的证明 [1]

27. (001139) 已知  $x, y \in \mathbf{R}^+$  且  $x+y > 2$ , 用反证法证明:  $\frac{1+y}{x}$  与  $\frac{1+x}{y}$  中至少有一个小于 2.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.846

2016 届 12 班 0.868

出处: 2016 届创新班作业 1127-不等式的证明 [1]

28. (001141) 已知  $x, y \in \mathbf{R}$ , 证明:  $x^2 + 5y^2 + 4xy + 5 \geq 2x + 8y$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.872

2016 届 12 班 1.000

出处: 2016 届创新班作业 1128-不等式的证明 [2]

29. (001142) 已知  $g(x) = x^3 - 3x$ .

(1) 若  $a > b \geq 1$ , 证明:  $g(a) > g(b)$ ;

(2) 若  $-1 \leq a < b \leq 1$ , 证明:  $g(a) > g(b)$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.923 0.590

2016 届 12 班 0.895 0.526

出处: 2016 届创新班作业 1128-不等式的证明 [2]

30. (001147) 已知  $n \in \mathbf{Z}$ ,  $n \geq 3$ . 证明:  $3^n + 4^n + 5^n \leq 6^n$ , 并求出等号成立的条件.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.513

2016 届 12 班 0.500

出处: 2016 届创新班作业 1128-不等式的证明 [2]

31. (001148) 已知  $a, b, c \in \mathbf{R}^+$ ,  $a + b + c = 3$ . 证明:

(1)  $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$ ;

(2)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3$ ;

(3)  $a^4 + b^4 + c^4 \geq 3$ ;

(4) (选做) 对一切  $n \in \mathbf{N}$ ,  $a^{2^n} + b^{2^n} + c^{2^n} \geq 3$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.872 0.744 0.667 0.256

2016 届 12 班 0.895 0.842 0.632 0.316

出处: 2016 届创新班作业 1128-不等式的证明 [2]

32. (001150)(1) 设  $a + b + c = 6$ , 且  $a, b, c \in (0, 3)$ , 证明:  $(3 - a)(3 - b)(3 - c) \leq 1$ ;

(2) 已知三角形的面积可以用 Heron 公式  $S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$  来计算, 其中  $p$  是半周长, 即  $p = \frac{a + b + c}{2}$ . 据此求周长为 6 的三角形的面积的最大值.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

2016 届 11 班 0.821 0.590

2016 届 12 班 0.842 0.553

出处: 2016 届创新班作业 1129-不等式的应用

33. (002700) 集合  $C = \{x|x = \frac{k}{2} \pm \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}, D = \{x|x = \frac{k}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$ , 试判断  $C$  与  $D$  的关系, 并证明.

关联目标:

K0103003B|D01001B| 能在简单的情境中, 证明集合间的子集关系.

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2022 届高三第一轮复习讲义

34. (002709) 设函数  $f(x) = \lg(\frac{2}{x+1} - 1)$  的定义域为集合  $A$ , 函数  $g(x) = \sqrt{1 - |x+a|}$  的定义域为集合  $B$ .

(1) 当  $a = 1$  时, 求集合  $B$ .

(2) 问:  $a \geq 2$  是  $A \cap B = \emptyset$  的什么条件 (在 “充分非必要条件、必要非充分条件、充要条件、既非充分也非必要条件” 中选一)? 并证明你的结论.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2022 届高三第一轮复习讲义

35. (002758)(1) 比较  $1 + a^2$  与  $\frac{1}{1-a}$  的大小;  
(2) 设  $a > 0, a \neq 1, t > 0$ , 比较  $\frac{1}{2} \log_a t$  和  $\log_a \frac{t+1}{2}$  的大小, 证明你的结论.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2022 届高三第一轮复习讲义

36. (004997) 用比较法证明以下各题:

- (1) 已知  $a > 0, b > 0$ , 求证:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{\sqrt{ab}}$ ;  
(2) 已知  $a > 0, b > 0$ , 求证:  $\frac{b}{\sqrt{a}} + \frac{a}{\sqrt{b}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ;  
(3) 已知  $a > 0, b > 0$ , 求证:  $a^2 + b^2 \geq (a+b)\sqrt{ab}$ ;  
(4) 已知  $0 < x < 1$ , 求证:  $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{1-x} \geq (a+b)^2$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

37. (005034) 利用  $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$  ( $a, b, c \in \mathbf{R}$ ), 证明: 若  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 则  $\frac{a^2}{b^2} + b^2c^2 + c^2a^2a + b + c \geq abc$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

38. (005035) 利用  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$  ( $a, b, c \in \mathbf{R}$ ), 证明: 若半径为 1 的圆内接  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{1}{4}$ , 二边长分别为  $a, b, c$ , 则

- (1)  $abc = 1$ ;  
(2)  $\sqrt{b} + \sqrt{c} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

39. (005036) 利用  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca (a, b, c \in \mathbf{R})$ , 证明: 若  $a, b, c > 0, n \in \mathbf{N}, f(n) = \lg \frac{a^n + b^n + c^n}{3}$ , 则  $2f(n) \leq f(2n)$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元 | 第二单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

40. (005037) 利用放缩法并结合公式  $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$ , 证明:  $\lg 9 \cdot \lg 11 < 1$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

41. (005038) 利用放缩法并结合公式  $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$ , 证明:  $\log_a(a-1) \cdot \log_a(a+1) < 1 (a > 1)$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元 | 第二单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

42. (005039) 利用放缩法并结合公式  $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$ , 证明: 若  $a > b > c$ , 则  $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{4}{c-a} \geq 0$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

43. (005040) 利用放缩法证明:  $\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+4} + \cdots + \frac{1}{n^2} > 1 (n \in \mathbf{N}, n \geq 2)$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

44. (005041) 利用放缩法证明:  $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} < 1 (n \in \mathbf{N})$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式



45. (005042) 利用放缩法证明: 已知  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 且  $a^2 + b^2 = c^2$ , 求证:  $a^n + b^n < c^n (n \geq 3, n \in \mathbf{N})$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

46. (005043) 利用拆项法证明: 若  $x > y, xy = 1$ , 则  $\frac{x^2 + y^2}{x - y} \geq 2\sqrt{2}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

47. (005044) 利用拆项法证明:  $\frac{1}{2}(a^2 + b^2) + 1 \geq \sqrt{a^2 + 1} \cdot \sqrt{b^2 + 1}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

48. (005045) 利用拆项法证明: 若  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 则  $2(\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}) \leq 3(\frac{a+b+c}{3} - \sqrt[3]{abc})$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

49. (005046) 利用拆项法证明:  $2(\sqrt{n+1}-1) < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n} (n \in \mathbf{N})$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

50. (005047) 利用迭代法证明: 若正数  $x, y$  满足  $x + 2y = 1$ , 则  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 3 + 2\sqrt{2}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

51. (005048) 利用迭代法证明:  $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{3}{\cos^2 \alpha} \geq 4 + 2\sqrt{3}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元 | 第三单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

52. (005049) 利用迭代法证明: 若  $x, y > 0$ ,  $a, b$  为正常数, 且  $\frac{a}{x} + \frac{a}{y} = 1$ , 则  $x + y \geq (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

53. (005050) 利用判别式法证明:  $\frac{1}{3} \leq \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \leq 3$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

54. (005051) 利用判别式法证明: 若关于  $x$  的不等式  $(a^2 - 1)x^2 - (a - 1)x - 1 < 0 (a \in \mathbf{R})$  对任意实数  $x$  恒成立, 则  $-\frac{3}{5} < a \leq 1$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

55. (005052) 利用函数的单调性证明: 若  $x > 0, y > 0, x + y = 1$ , 则  $(x + \frac{1}{x})(y + \frac{1}{y}) \geq \frac{25}{4}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元 | 第二单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

56. (005053) 利用函数的单调性证明: 若  $0 < a < \frac{1}{k} (k \geq 2, k \in \mathbf{N})$ , 且  $a^2 < a - b$ , 则  $b < \frac{1}{k+1}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元 | 第二单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

57. (005054) 利用三角换元法证明: 若  $a^2 + b^2 = 1$ , 则  $a \sin x + b \cos x \leq 1$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元 | 第三单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

58. (005055) 利用三角换元法证明: 若  $|a| < 1, |b| < 1$ , 则  $|ab \pm \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}| \leq 1$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元 | 第三单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

59. (005056) 利用三角换元法证明: 若  $x^2 + y^2 \leq 1$ , 则  $-\sqrt{2} \leq x^2 + 2xy - y^2 \leq \sqrt{2}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元 | 第三单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

60. (005057) 利用三角换元法证明: 若  $|x| \leq 1$ , 则  $(1+x)^n + (1-x)^n \leq 2^n$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元 | 第三单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

61. (005058) 利用三角换元法证明: 若  $a > 0, b > 0$ , 且  $a - b = 1$ , 则  $0 < \frac{1}{a}(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}})(\sqrt{b} + \frac{1}{\sqrt{b}}) < 1$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元 | 第三单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

62. (005059) 利用三角换元法证明:  $0 < \sqrt{1+x} - \sqrt{x} \leq 1$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元 | 第三单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

63. (005060) 试构造几何图形证明: 若  $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ ,  $x > b > 0$ , 则  $|f(a) - f(b)| < |a - b|$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

64. (005061) 试构造几何图形证明: 若  $x, y, z > 0$ , 则  $\sqrt{x^2 + y^2 + xy} + \sqrt{y^2 + z^2 + yz} > \sqrt{z^2 + x^2 + zx}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

65. (005062) 利用均值换元证明: 若  $a > 0, b > 0$ , 且  $a + b = 1$ , 则  $\frac{4}{3} \leq \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} < \frac{3}{2}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

66. (005063) 利用均值换元证明: 若  $a + b + c = 1$ , 则  $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

67. (005064) 利用设差换元证明: 若  $x \geq y \geq 0$ , 则  $\sqrt{2xy - y^2} + \sqrt{x^2 - y^2} \geq x$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

68. (005098) 利用反证法证明: 若  $0 < a < 1$ ,  $0 < b < 1$ ,  $0 < c < 1$ , 则  $(1-a)b$ ,  $(1-b)c$ ,  $(1-c)a$  不能都大于  $\frac{1}{4}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

69. (005099) 利用反证法证明: 若  $0 < a < 2$ ,  $0 < b < 2$ ,  $0 < c < 2$ , 则  $a(2-b)$ ,  $b(2-c)$ ,  $c(2-a)$  不可能都大于 1.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

70. (005100) 利用反证法证明: 若  $x, y > 0$ , 且  $x + y > 2$ , 则  $\frac{1+y}{x}$  和  $\frac{1+x}{y}$  中至少有一个小于 2.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式



71. (005101) 利用反证法证明: 若  $0 < a < 1$ ,  $b > 0$ , 且  $a^b = b^a$ , 则  $a = b$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

72. (005102) 若  $a > 0$ ,  $b > 0$ , 且  $a^3 + b^3 = 2$ , 试分别利用  $x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz (x, y, z \geq 0)$  构造方程, 并利用判别式以及反证法证明:  $a + b \leq 2$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 代数精编第二章不等式

73. (007768) 证明: 如果  $a > b$ ,  $c < 0$ , 那么  $(a - b)c < 0$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 二期课改练习册高一第一学期

74. (007769) 证明: 如果  $a < b < 0$ , 那么  $0 > \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 二期课改练习册高一第一学期

75. (007818) 设  $ab \neq 0$ , 利用基本不等式有如下证明:  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b^2 + a^2}{ab} \geq \frac{2ab}{ab} = 2$ . 试判断这个证明过程是否正确. 若正确, 请说明每一步的依据; 若不正确, 请说明理由.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 二期课改练习册高一第一学期

76. (007837) 证明: 如果  $a > b > 0$ ,  $c > d > 0$ , 那么  $a^2c > b^2d$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 二期课改练习册高一第一学期

77. (007838) 证明:  $a^2 + b^2 + 2 \geq 2(a + b)$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 二期课改练习册高一第一学期

78. (007839) 证明: 如果  $a$ 、 $b$ 、 $c$  都是正数, 那么  $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 二期课改练习册高一第一学期

79. (009442) 设  $n \in \mathbf{Z}$ . 证明: 若  $n^3$  是奇数, 则  $n$  是奇数.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 新教材必修第一册课堂练习

80. (009443) 证明: 对于三个实数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 若  $a \neq c$ , 则  $a \neq b$  或  $b \neq c$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 新教材必修第一册课堂练习

81. (009464) 证明: 若  $x < 0$ , 则  $x + \frac{1}{x} \leq -2$ , 并指出等号成立的条件.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 新教材必修第一册课堂练习

82. (009468) 已知实数  $a$ 、 $b$  满足  $|a| < \frac{1}{2}$ ,  $|b| < \frac{1}{2}$ . 证明下列各式:

(1)  $|a + b| < 1$ ;

(2)  $|a - b| < 1$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 新教材必修第一册课堂练习

83. (010027) 已知集合  $A = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{x | x = 4n - 1, n \in \mathbf{Z}\}$ . 判断集合  $A$  与  $B$  的包含关系, 并证明你的结论.

关联目标:

K0103001B|D01001B| 理解集合之间包含的概念, 能识别给定集合的子集.

K0103003B|D01001B| 能在简单的情境中, 证明集合间的子集关系.

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 新教材必修第一册习题

84. (010035) 证明: “四边形  $ABCD$  是平行四边形” 是 “四边形  $ABCD$  的对角线互相平分” 的充要条件.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 新教材必修第一册习题

85. (010050) 证明: “ $a > 0$  且  $b > 0$ ” 是 “ $a + b > 0$  且  $ab > 0$ ” 的充要条件.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 新教材必修第一册习题

86. (010060) 对一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ , 证明:  $ac < 0$  是该方程有两个异号实根的充要条件.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 新教材必修第一册习题

87. (010064) 设  $s = a + b$ ,  $p = ab$  ( $a, b \in \mathbf{R}$ ), 写出 “ $a > 1$  且  $b > 1$ ” 用  $s$ 、 $p$  表示的一个充要条件, 并证明.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 新教材必修第一册习题

88. (010065) 原有酒精溶液  $a$  (单位: g), 其中含有酒精  $b$  (单位: g), 其酒精浓度为  $\frac{b}{a}$ . 为增加酒精浓度, 在原溶液中加入酒精  $x$  (单位: g), 新溶液的浓度变为  $\frac{b+x}{a+x}$ . 根据这一事实, 可提炼出如下关于不等式的命题: 若  $a > b > 0$ ,  $x > 0$ , 则  $\frac{b}{a} < \frac{b+x}{a+x} < 1$ . 试加以证明.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 新教材必修第一册习题

89. (010101) 证明: 对于正数  $h$ , 如果  $|x - a| < \frac{h}{2}$ ,  $|y - a| < \frac{h}{2}$ , 那么  $|x - y| < h$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 新教材必修第一册习题

90. (010104) 证明:  $|x+2| - |x-1| \geq -3$ , 对所有实数  $x$  均成立, 并求等号成立时  $x$  的取值范围.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 新教材必修第一册习题

91. (020014) 已知集合  $A = \{x|x = a + \sqrt{2}b, a, b \in \mathbf{Z}\}$ , 若  $x_1, x_2 \in A$ , 证明:  $x_1x_2 \in A$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2025 届高一校本作业必修第一章

92. (020024) 证明: 集合  $A = \{1, 2, 3\}$  是集合  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  的子集.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2025 届高一校本作业必修第一章

93. (020026) 证明集合  $A = \{n | n = 2k - 1, k \in \mathbf{N}\}$  不是集合  $B = \{n | n = 2m + 1, m \in \mathbf{N}\}$  的子集, 且集合  $A$  真包含集合  $B$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2025 届高一校本作业必修第一章

94. (020030) 设常数  $a \in \mathbf{R}$ . 若集合  $A = (-\infty, 5)$  与  $B = (-\infty, a]$  满足  $A \subseteq B$ , 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

证明: 1° 当  $a$  \_\_\_\_\_ 时, 任取  $x \in A$ , 则 \_\_\_\_\_, 所以  $x \in B$ , 即  $A \subseteq B$ .

2° 当  $a$  \_\_\_\_\_ 时, 取  $x_1 =$  \_\_\_\_\_, 则 \_\_\_\_\_, 所以  $x_1 \in A$  且  $x_1 \notin B$ .

由 1°、2° 可得结论.

关联目标:

K0103001B|D01001B| 理解集合之间包含的概念, 能识别给定集合的子集.

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2025 届高一校本作业必修第一章

95. (020035) 证明: 集合  $A = \{x | x = 6n - 1, n \in \mathbf{Z}\}$  是  $B = \{x | x = 3n + 2, n \in \mathbf{Z}\}$  的真子集.

关联目标:

K0103005B|D01001B| 理解真子集的概念, 能在具体的例子中证明给定集合间的真子集关系.

标签: 第一单元

答案: 暂无答案



解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2025 届高一校本作业必修第一章

96. (020041) 已知  $A = \{x | x = a + \sqrt{2}b, a, b \in \mathbf{N}\}$ , 若集合  $B = \{x | x = \sqrt{2}x_1, x_1 \in A\}$ , 证明  $B \subset A$ .

关联目标:

K0103005B|D01001B| 理解真子集的概念, 能在具体的例子中证明给定集合间的真子集关系.

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2025 届高一校本作业必修第一章

97. (020083) 证明:  $x_1 > 2$  且  $x_2 > 2$  是  $x_1 + x_2 > 4$  且  $x_1 \cdot x_2 > 4$  的充分非必要条件.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2025 届高一校本作业必修第一章

98. (020085) 设  $\alpha, \beta$  是方程  $x^2 - ax + b = 0$  的两个实数根. 试分析  $a > 2$  且  $b > 1$  是“两个实数根  $\alpha, \beta$  均大于 1”的什么条件? 并证明你的结论.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2025 届高一校本作业必修第一章

99. (020092) 证明: 若  $x + 2y + z > 0$ , 则  $x, y, z$  中至少有一个大于 0.

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2025 届高一校本作业必修第一章

100. (020093) 证明: 对于三个实数  $a, b, c$ , 若  $a \neq c$ , 则  $a \neq b$  或  $b \neq c$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2025 届高一校本作业必修第一章

101. (020095) 证明: 若  $x^2 \neq y^2$ , 则  $x \neq y$  或  $x \neq -y$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2025 届高一校本作业必修第一章

102. (020096) 若  $a^3 + b^3 = 2$ , 证明:  $a + b \leq 2$ .

关联目标:

暂未关联目标

标签: 第一单元

答案: 暂无答案

解答或提示: 暂无解答与提示

使用记录:

暂无使用记录

出处: 2025 届高一校本作业必修第一章