1. 求经过下列两点的直线的斜率和倾斜角:

(1) $P(-2,2)$、$Q(2,-2)$;

(2) $P(5,\sqrt{3})$、$Q(2,2\sqrt{3})$.

2. 在平面直角坐标系中有一个边长为 1 的正方形 $OABC$, 其中 O 为坐标原点, 点 A、C 分别在 x 轴和 y 轴上, 点 B 在第一象限. 求直线 OB 和 AC 的斜率.

3. 证明: 在平面直角坐标系中, 如果两条直线平行, 那么它们的倾斜角相等.

4. 求经过点 $P(-2,3)$ 且斜率为 -1 的直线 l 的点斜式方程.

5. 求倾斜角是 $\dfrac{5\pi}{6}$ 且在 x 轴上的截距为 -1 的直线 l 的点斜式方程.

6. 求经过点 $A(2,3)$ 且垂直于 x 轴的直线 l 的方程.

7. 已知直线 l 经过点 $M(-2,-1)$ 且在 x 轴、y 轴上截距相等, 求 l 的方程.

8. 求经过点 $A(-2,3)$、$B(0,6)$ 的直线 l 的两点式方程.

9. 已知三个不同的点 $A(3,1)$、$B(a+1,3)$、$C(2a-1,3-a)$ 都在一条直线 l 上, 求实数 a 的值和直线 l 的方程.

10. 在平面直角坐标系中, O 是坐标原点. 已知 A、B 两点的坐标分别为 $(4,0)$、$(0,3)$, 分别求 $\triangle ABO$ 的三条边上的中线所在直线的方程.

11. 求下列方程所表示直线的斜率与倾斜角:

(1) $x=1$;

(2) $x+y-1=0$;

(3) $x+2y-1=0$;

(4) $y=1$.

12. 求证: 无论实数 m 取何值, 直线 $l: x+(m+1)y+1=0$ 都经过一个定点.

13. 已知直线 $l: kx+2y+3-k=0$ 经过平面直角坐标系的第二、第三与第四象限, 求实数 k 的取值范围.

14. 写出下列直线的一个法向量:

(1) $2x-3y+1=0$;

(2) $3x+2y+1=0$;

(3) $x+3=0$;

(4) $y=\dfrac{1}{2}x-3$.

15. 已知直线 l 的方程是 $(a-3)x+(2a+1)y-3=0$, 它的一个法向量是 $\overrightarrow{n}=(3,2)$. 求实数 a 的值.

16. 根据下列条件, 求直线 l 的方程:

(1) l 在 x 轴上的截距为 -1, 且 l 的一个法向量是 $\overrightarrow{n}=(-1,2)$;

(2) l 经过点 $(2,3)$, 且 l 上的任何向量都与向量 $\overrightarrow{a}=(1,2)$ 平行.

17. 判断下列两条直线的位置关系. 若相交, 求交点坐标.

(1) $l_1: x+3y+1=0$, $l_2: 3x+4=0$;

(2)$l_1: x-3y+1=0$, $l_2: y=\dfrac{1}{3}x+4$.

18. 已知直线 $l_1:(a+1)x+y+a=0$, $l_2: x+(a+1)y-2=0$. 若 $l_1 \parallel l_2$, 求实数 a 的值.

19. 求经过直线 $l_1: x-y-4=0$ 与 $l_2: 2x-3y-7=0$ 的交点, 且与直线 $l_3: 2x+y+1=0$ 平行的直线 l 的方程.

20. 已知直线 $l_1:(a-2)x+ay-2=0$ 与 $l_2:(1-a)x+(a+1)y+1=0$ 互相垂直, 求实数 a 的值.

21. 求过点 $(-1,-1)$ 且分别与下列直线垂直的直线方程:

(1) $y=2$;

(2) $y=x$;

(3) $2x+y+2=0$;

(4) $x\cos\theta+y\sin\theta=1$, θ 为给定的实数.

22. 根据下列方程, 求直线 l_1 与 l_2 的夹角的大小:

(1) $l_1: 3x-5y+1=0$ 与 $l_2: 2x+y=3$;

(2) $l_1: y=5x-3$ 与 $l_2: y=-3x+2$.

23. 已知直线 $l1: \sqrt{3}x-y+3=0$ 与直线 $l_2: y=kx+3$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{4}$, 求实数 k 的值.

24. 求经过点 $A(4,-3)$ 且与直线 $l: x+y-3=0$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$ 的直线 l' 的方程.

25. 根据下列条件, 求点 $M(-2,-1)$ 到直线 l 的距离 d:

(1) $l: x=3$;

(2) $l: y=3$;

(3) $l: x+y=3$;

(4) $l: y=3x-5$.

26. 在直角三角形 ABC 中, $\angle A=\dfrac{\pi}{2}$, $|AB|=6$, $|AC|=8$. 求三角形的重心 G 到斜边 BC 所在直线的距离.

27. 求以 $C(3,4)$ 为圆心, 且过点 $M(1,-3)$ 的圆的方程.

28. 求以 $C(-1,2)$ 为圆心, 且与直线 $2x-3y-5=0$ 相切的圆的方程.

29. 一个圆与 y 轴相切于点 $(0,4)$, 且在 x 轴正半轴上截得长为 6 的弦. 求此圆的方程.

30. 求经过 $A(3,2)$、$B(1,1)$、$C(2,-1)$ 三点的圆的方程.

31. 讨论方程 $x^2+y^2-2y+\lambda(x^2+y^2-2x)=0$($\lambda$ 为实数) 所表示的曲线.

32. 已知两点 $A(-5,0)$、$B(5,0)$, 动点 P 到点 A 的距离是它到点 B 的距离的 3 倍. 求点 P 的轨迹方程.

33. (1) 求经过点 $(-3,4)$ 且与圆 $x^2+y^2=25$ 相切的直线的方程;

(2) 求经过点 $(2,4)$ 且与圆 $x^2+y^2=4$ 相切的直线的方程.

34. 当 a 为何值时, 直线 $x+y-a=0$ 与圆 $x^2+y^2=2$ 分别有如下位置关系:

(1) 相交;

(2) 相切;

(3) 相离.

35. 已知直线 l 经过点 $P(6,-4)$ 且被圆 $x^2+y^2=20$ 截得长为 $6\sqrt{2}$ 的弦, 求 l 的方程.

36. 已知圆 $C_1:(x-2)^2+(y-2)^2=1$ 和圆 $C2:x^2+(y-m)^2=m^2(m>0)$, 当 m 为何值时, 圆 C_1 与圆 $C2$ 分别内切、相交?

37. 求与圆 $x^2+y^2=25$ 外切于点 $P(4,-3)$ 且半径为 1 的圆的方程.

38. 已知圆 $x^2+y^2-2x+2y-3=0$ 和圆 $x^2+y^2+4x-1=0$ 相交于 A、B 两点, 求公共弦 AB 的长.

39. 分别写出满足下列条件的动点 P 的轨迹方程:

(1) 点 P 到点 $F_1(-3,0)$、$F_2(3,0)$ 的距离之和为 10;

(2) 点 P 到点 $F_1(0,-2)$、$F_2(0,2)$ 的距离之和为 12;

(3) 点 P 到点 $F_1(-4,0)$、$F_2(4,0)$ 的距离之和为 8.

40. 分别写出满足下列条件的椭圆的标准方程:

(1) 焦点在 y 轴上, 焦距为 $2\sqrt{15}$, 且经过点 $(0,-4)$;

(2) 焦距为 4, 且经过点 $(\sqrt{5},0)$.

41. 已知下列椭圆的方程, 分别求椭圆的长轴长、短轴长、焦点坐标和顶点坐标:

(1) $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$;

(2) $25x^2+4y^2=100$.

42. 用离心率作为指标衡量, 下列每组两个椭圆中哪一个更接近圆?

(1) $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 与 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$;

(2) $x^2+9y^2=36$ 与 $5x^2+3y^2=30$.

43. 若一椭圆以原点为中心, 一个焦点的坐标为 $(\sqrt{2},0)$, 且长轴长是短轴长的 $\sqrt{3}$ 倍. 求该椭圆的标准方程.

44. 已知 P 是椭圆 $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{20}=1$ 上一个动点, F_1 是椭圆的左焦点. 求 $|PF_1|$ 的最大值和最小值.

45. 点 P 在焦点为 F_1、F_2 的椭圆 $\dfrac{x^2}{45}+\dfrac{y^2}{20}=1$ 上, 且 $\angle F_1PF_2=90^\circ$. 求 $|PF1|\cdot|PF_2|$ 的值.

46. 已知直线 $l:y=mx-2$ 与椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 相交于两个不同的点, 求实数 m 的取值范围.

47. 已知 $F_1(-5,0)$、$F_2(5,0)$ 两点, 根据下列条件, 写出动点 M 的轨迹方程:

(1) $|MF_1|-|MF_2|=10$;

(2) $|MF_1| - |MF_2| = 8$;

(3) $|MF_1| - |MF_2| = 6$.

48. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{m} = 1$ 的焦点在 x 轴上, 焦距为 10. 求实数 m 的值.

49. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ 的两个焦点分别为 F_1、F_2, P 为双曲线上一点, 且 $\angle F_1PF_2 = \dfrac{\pi}{2}$. 求 $\triangle PF_1F_2$ 的面积.

50. 分别写出下列双曲线的实半轴长、虚半轴长、离心率、焦点坐标、顶点坐标和渐近线方程:

(1) $9x^2 - 16y^2 = 144$;

(2) $\dfrac{y^2}{4} - \dfrac{x^2}{3} = 1$.

51. 在下列双曲线中, 以 $y = \pm\dfrac{1}{2}x$ 为渐近线的是 (　　).

A. $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{4} = 1$　　B. $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{16} = 1$　　C. $\dfrac{x^2}{2} - y^2 = 1$　　D. $x^2 - \dfrac{y^2}{2} = 1$

52. 判断双曲线 $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{5} = 1$ 与双曲线 $\dfrac{y^2}{5} - \dfrac{x^2}{4} = 1$ 的四个焦点是否共圆.

53. 求适合下列条件的双曲线的标准方程:

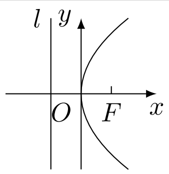
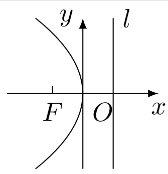
(1) 顶点在 x 轴上, 两顶点间的距离是 10, 且经过点 $(10, 3)$;

(2) 一个焦点的坐标为 $(5, 0)$, 一条渐近线方程为 $3x - 4y = 0$.

54. 给定一对直线 $y = \pm\dfrac{b}{a}x(a > 0, b > 0)$, 写出所有以这对直线为渐近线的、实轴在 x 轴上的双曲线的方程.

55. 联系双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的性质, 讨论并叙述双曲线 $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{x^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的性质 (不要求推理过程).

56. 填写下表:

图示				
标准方程	$y^2 = 2px(p > 0)$		$x^2 = 2py(p > 0)$	
焦点坐标	$(\frac{p}{2}, 0)$			$(0, -\frac{p}{2})$
准线方程	$x = -\frac{p}{2}$			$y = \frac{p}{2}$

57. 分别写出满足下列条件的抛物线的标准方程:

(1) 焦点是 $F(-2, 0)$;

(2) 准线方程是 $y = 1$.

58. 求抛物线 $y^2 = 4x$ 上到焦点的距离等于 9 的点的坐标.

59. 过点 $P(2,4)$ 且与抛物线 $y2=8x$ 有且只有一个公共点的直线有 (　　).

A. 1 条　　B. 2 条　　C. 3 条　　D. 4 条

60. 求抛物线 $y^2=4x$ 上的点到直线 $4x+3y+7=0$ 的最短距离.

61. 由抛物线的标准方程知, 函数 $y=\sqrt{x}$ 的图像是某条抛物线的一部分. 求这条抛物线的焦点坐标和准线方程.

62. 判断下列各组两个方程是否表示相同的曲线:

(1) $y=x$, $\dfrac{y}{x}=1$;

(2) $y=x$, $y=\sqrt{x^2}$;

(3) $|x|=|y|$, $x^2-y^2=0$.

63. 已知 $\triangle ABC$ 的周长为 18, 且 $BC=8$. 建立适当的平面直角坐标系, 求顶点 A 的轨迹方程.

64. 当点 A 在曲线 $y=x^2+3$ 上运动时, 连接点 A 与定点 $B(6,0)$. 求 AB 的中点 P 的轨迹方程.

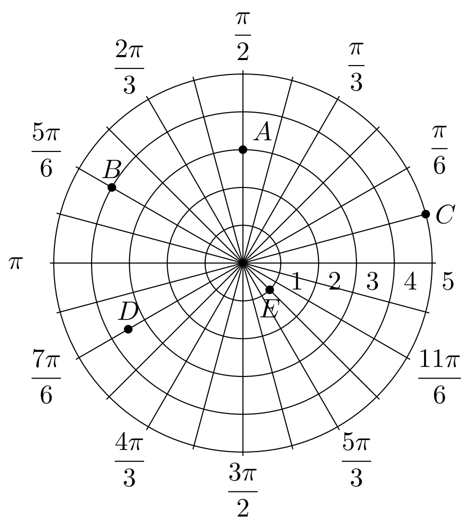
65. 设 a、b 是非零常数, 参数方程 $\begin{cases} x=a\cos\alpha, \\ y=b\tan\alpha \end{cases}$ $(\alpha\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z})$ 表示的是什么曲线?

66. 以原点为圆心、1 为半径作一个圆. 设定点 A 的坐标为 $(2,0)$, B 为圆上任意一点, M 为线段 AB 的中点. 求点 M 轨迹的参数方程.

67. 动点 M 作匀速直线运动, 它在 x 轴和 y 轴方向的分速度分别为 9 和 12, 运动开始时, 点 M 位于 $A(1,1)$. 求点 M 的轨迹的参数方程.

68. (1) 若约定 $\rho>0$, $0\le\theta<2\pi$, 试写出图中 A、B、C、D、E 各点的极坐标 (ρ,θ);

(2) 若约定 $\rho<0$, $0\le\theta<2\pi$, 试写出图中 A、B、C、D、E 各点的极坐标 (ρ,θ).



69. 在极坐标系中, 画出点 $A(3,\dfrac{\pi}{4})$、$B(3,-\dfrac{\pi}{4})$、$C(3,\dfrac{5\pi}{4})$, 并说明 A 和 B、C 有怎样的位置关系.

70. 求经过点 $A(a,0)$ 且和极轴垂直的直线 l 的极坐标方程.

71. (1) 求圆心在极点 O、半径为 a 的圆的极坐标方程;

(2) 求圆心在 $(a, \dfrac{\pi}{2})$、半径为 a 的圆的极坐标方程.

72. 分别画出下列极坐标方程和直角坐标方程的曲线:

(1) 极坐标方程 $\rho = 2$, 直角坐标方程 $x = 2$;

(2) 极坐标方程 $\theta = \dfrac{\pi}{4}$, 直角坐标方程 $x = \dfrac{\pi}{4}$.

73. (1) 把点 M 的极坐标 $(2, \pi 6)$ 化成直角坐标;

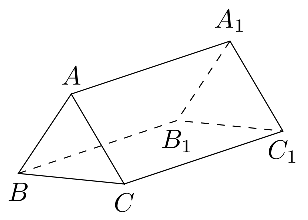
(2) 把点 P 的直角坐标 $(-1, \sqrt{3})$ 化成极坐标.

74. 化直角坐标方程 $x^2 + y^2 - 2ay = 0$ 为极坐标方程.

75. 化极坐标方程 $\rho = \sin\theta + \cos\theta$ 为直角坐标方程.

76. 空间中有异面向量的概念吗? 为什么?

77. 如图, 请在图中找出三个不共面的向量.

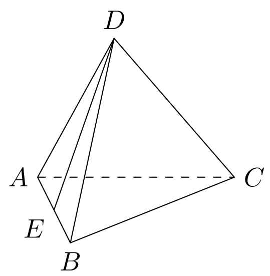


78. 化简下列算式:

(1) $3(2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} - 4\overrightarrow{c}) - 4(\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b} + 3\overrightarrow{c})$;

(2) $\overrightarrow{OA} - [\overrightarrow{OB} - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})]$.

79. 如图, 棱长为 a 的正四面体 $ABCD$ 中, E 为棱 AB 的中点. 求 $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DE}$ 与 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DE}$.



80. 设 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$ 是三个空间向量, 求证: $\overrightarrow{a} \cdot (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c}$.

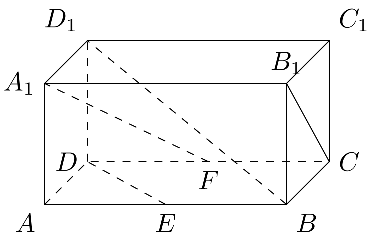
81. 下列命题是否为真命题? 如果是, 请说明理由; 如果不是, 请举出反例.

(1) 设 A、B、C、D 是空间中的四个不同的点, 直线 AB 与 CD 是异面直线, 则向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 不共面;

(2) 如果 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 是平面 α 上的互不平行的向量, 点 C、D 不在平面 α 上, 那么向量 $\overrightarrow{CD}$ 与向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 不共面;

(3) 如果 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 是平面 α 上的互不平行的向量, 点 C 在平面 α 上, 点 D 不在平面 α 上, 那么向量 $\overrightarrow{CD}$ 与向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 不共面.

82. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB:AA_1:AD=2:1:1$, E 与 F 分别是棱 AB 与 DC 的中点. 设 $\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{a}, \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{c}$.



(1) 用向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$ 表示 $\overrightarrow{BD_1}$、$\overrightarrow{A_1F}$;

(2) 求 $\overrightarrow{A_1F}\cdot\overrightarrow{B_1C}$;

(3) 判断 $\overrightarrow{A_1F}$ 与 $\overrightarrow{DE}$ 是否垂直.

83. 讨论满足下列条件的点 P 的坐标 (x,y,z) 的特征: (1) 点 P 在坐标平面上; (2) 点 P 在坐标轴上.

84. 求向量 $\overrightarrow{a}=(0,1,0)$ 与 $\overrightarrow{b}=(1,-1,0)$ 的夹角的大小.

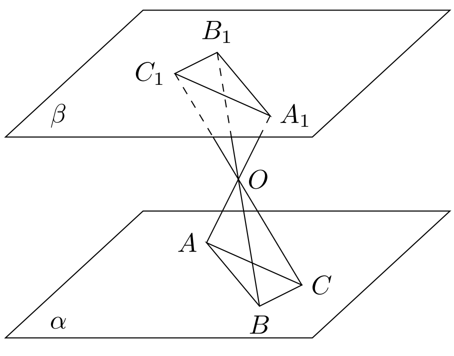
85. 已知向量 $\overrightarrow{a}=(-m,1,3)$ 平行于向量 $\overrightarrow{b}=(2,n,1)$, 求 m、n.

86. 试证明:

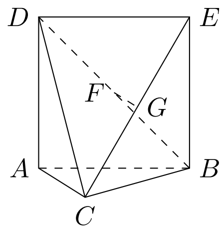
(1) 两个平面垂直的充要条件是它们的法向量垂直;

(2) 两个平面平行的充要条件是它们的法向量平行.

87. 如图, 在平面 α 与平面 β 上分别有不共线的三点 A、B、C 与 A_1、B_1、C_1, 假设 AA_1、BB_1 与 CC_1 交于一点 O, 且 $|AO|=|OA_1|$, $|BO|=|OB_1|$, $|CO|=|OC_1|$. 求证: 平面 $\alpha\parallel$ 平面 β.



88. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AC=BC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AB$, 平面 $ABED\perp$ 平面 ABC, $ABED$ 是边长为 1 的正方形, G、F 分别是 EC、BD 的中点. 求证:

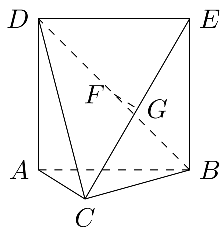


(1) $FG \parallel$ 平面 ABC;

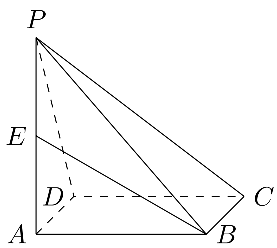
(2) $AC \perp$ 平面 EBC.

89. 已知三棱锥 $ABCD$ 的三条侧棱 AB、AC、AD 两两垂直, 且 $|AB| = 1$, $|AC| = 2$, $|AD| = 3$. 求顶点 A 到平面 BCD 的距离.

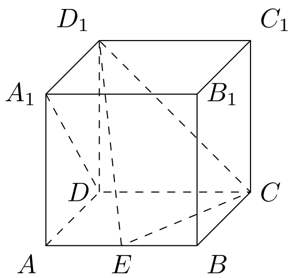
90. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AC = BC = \dfrac{\sqrt{2}}{2}AB$, 平面 $ABED \perp$ 平面 ABC, $ABED$ 是边长为 1 的正方形, G、F 分别是 EC、BD 的中点, 求直线 FG 与平面 ABC 的距离.



91. 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, E 是线段 PA 的中点. 已知 $|PA| = 2$, $|AB| = \sqrt{3}$, $|BC| = 1$. 求异面直线 BE 与 PC 所成角的大小.



92. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是棱 AB 上的动点.

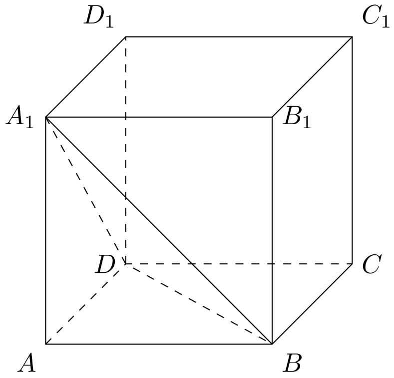


(1) 求证: $DA_1 \perp ED_1$;

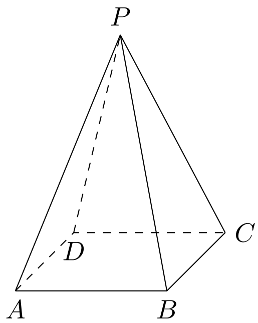
(2) 确定点 E 的位置, 使得直线 DA_1 与平面 CED_1 所成的角是 $45°$.

93. 在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, E、F 分别是 BC、CD 的中点. 求二面角 $B-B'E-F$ 的大小.

94. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 求平面 DA_1B 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成二面角的正弦值.



95. 如图, 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面边长为 2, 高为 3. 求二面角 $A-PB-C$ 的大小.



96. 下列数列中成等差数列的是 (　　).

A. $0,1,3,5,7$　　B. $1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9}$　　C. $1,\sqrt{2},\sqrt{3},2,\sqrt{5}$　　D. $1,\frac{1}{3},-\frac{1}{3},-1,-\frac{5}{3}$

97. 设数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 其公差为 d.

(1) 已知 $a_1=-1$, $d=4$, 求 a_8;

(2) 已知 $a_7=8$, $d=-13$, 求 a_1;

(3) 已知 $a_1=9$, $d=-2$, $a_n=-15$, 求 n.

98. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 正整数 m、n、p、q 满足 $m+n=p+q$. 求证: $a_m+a_n=a_p+a_q$.

99. 计算 $\sum\limits_{i=1}^{n} 2i$.

100. 设数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 其前 n 项和为 S_n.

(1) 已知 $a_1=-4$, $a_8=-18$, 求 S_8;

(2) 已知 $a_1=-4$, $a_{12}=18$, 求 S_{15}.

101. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2-3n$, 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列.

102. 下列数列中成等比数列的是 (　　).

A. $1,\frac{1}{4},\frac{1}{9},\frac{1}{16}$　　B. $1,1,-1,-1$　　C. $1,\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{1}{2},2,\frac{1}{2},2$

103. 设数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, 其公比为 q.

(1) 已知 $a_1=-3$, $q=2$, 求 a_5;

(2) 已知 $a_1=1$, $q=2$, $a_n=16$, 求 n;

(3) 已知 $a_1=\dfrac{1}{3}$, $a_7=9$, 求 q;

(4) 已知 $q=-\dfrac{3}{2}$, $a_4=-27$, 求 a_1.

104. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 正整数 m、n、s、t 满足 $m+n=s+t$. 求证: $a_m\cdot a_n=a_s\cdot a_t$.

105. 设数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, 其前 n 项和为 S_n.

(1) 已知 $a_1=3$, 公比 $q=2$, 求 S_6;

(2) 已知 $a_1=-2.7$, 公比 $q=-\dfrac{1}{3}$, $a_n=\dfrac{1}{90}$, 求 S_n.

106. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项和为 10, 前 10 项和为 50. 求这个数列的前 15 项和.

107. 中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题: “三百七十八里关, 初行健步不为难, 次日脚痛减一半, 六朝才得到其关, 要见次日行里数, 请公仔细算相还.” 其意思为: 有一个人要走 378 里路, 第一天健步行走, 从第二天起因为脚痛, 每天走的路程为前一天的一半, 走了 6 天后到达目的地. 请问第二天走了多少里.

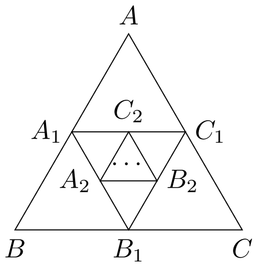
108. 计算 $\displaystyle\sum_{i=1}^{\infty}(\frac{1}{3})^i$.

109. 化下列循环小数为分数:

(1) $0.\dot{1}\dot{3}$;

(2) $1.3\dot{3}\dot{2}$.

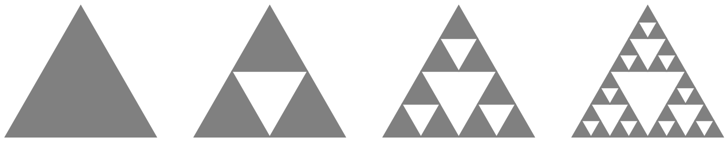
110. 如图, 已知等边三角形 ABC 的面积等于 1, 连接这个三角形各边的中点得到一个小的三角形 $A_1B_1C_1$, 又连接三角形 $A_1B_1C_1$ 各边的中点得到一个更小的三角形 $A_2B_2C_2$, 这样的过程可以无限继续下去. 求所有三角形 $A_iB_iC_i(i=1,2,3,\cdots)$ 的面积的和.



111. 根据数列 $\{a_n\}$ 的通项公式填表:

n	1	2	$\cdots$	5	$\cdots$		$\cdots$	n	$\cdots$
a_n			$\cdots$		$\cdots$	156	$\cdots$	$n(n+1)$	$\cdots$

112. 图中的三角形图案称为谢宾斯基三角形. 在下图四个三角形图案中, 着色的小三角形的个数依次排列成一个数列的前四项, 请写出其前四项, 并给出这个数列的一个通项公式.



113. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=|2n-7|$. 试问: 该数列是否有最小项? 若有, 指出第几项最小; 若没有, 试说明理由.

114. 已知数列 $\{a_n\}$ 对任意正整数 n, 均满足 $a_1a_2\cdots a_n=n^2$.

(1) 写出数列 $\{a_n\}$ 的前五项;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

115. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2$, 且 $a_n=a_{n-1}+\lg\dfrac{n}{n-1}(n\geq 2)$. 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

116. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_n=2a_{n-1}+3(n\geq 2)$.

(1) 求证: 数列 $\{a_n+3\}$ 为等比数列;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

117. 请指出下列各题用数学归纳法证明过程中的错误.

(1) 设 n 为正整数, 求证: $2+4+6+\cdots+2n=n^2+n+1$.

证明: 假设当 $n=k$(k 为正整数) 时等式成立, 即有 $2+4+6+\cdots+2k=k^2+k+1$. 那么当 $n=k+1$ 时, 就有 $2+4+6+\cdots+2k+2(k+1)=k^2+k+1+2(k+1)=(k+1)^2+(k+1)+1$. 因此, 对于任意正整数 n 等式都成立.

(2) 设 n 为正整数, 求证: $1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}=2^n-1$.

证明: ① 当 $n=1$ 时, 左边 $=1$, 右边 $=1$, 等式成立.

② 假设当 $n=k$(k 为正整数) 时, 等式成立, 即有 $1+2+2^2+\cdots+2^{k-1}=2^k-1$. 那么当 $n=k+1$ 时, 由等比数列求和公式, 就有 $1+2+2^2+\cdots+2^{k-1}+2^k=\dfrac{1\times(1-2^{k+1})}{1-2}=2^{k+1}-1$, 等式也成立.

根据①和②, 由数学归纳法可以断定 $1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}=2^n-1$ 对任意正整数 n 都成立.

118. 用数学归纳法证明: $-1+3-5+\cdots+(-1)^n(2n-1)=(-1)^n n$($n$ 为正整数).

119. 用数学归纳法证明: $1\times 2+2\times 3+3\times 4+\cdots+n(n+1)=\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$($n$ 为正整数).

120. 已知数列: $\dfrac{1}{1\times 2},\dfrac{1}{2\times 3},\dfrac{1}{3\times 4},\cdots,\dfrac{1}{n(n+1)},\cdots$, 设 S_n 为该数列的前 n 项和. 计算 S_1,S_2,S_3,S_4 的值; 根据计算的结果, 猜想 S_n 的表达式, 并用数学归纳法加以证明.

121. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_n+1=\dfrac{3a_n}{a_n+3}$, $a_n\neq 0$.

(1) 求 a_2, a_3, a_4;

(2) 猜想数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 并用数学归纳法加以证明.

122. 是否存在常数 a、b, 使等式 $1^2+3^2+5^2+\cdots+(2n-1)^2=an^3+bn$ 对任意正整数 n 都成立? 证明你的结论.

123. 在计算 $\sqrt{2}$ 的巴比伦算法中, 若选取初值 $x_1=-2$, 通过计算器操作, 写出迭代序列的前 5 项.

124. 选取初值 $x_1 = -2$, 利用递推公式 $x_{n+1} = 1 + \dfrac{1}{x_n + 1}$, 通过计算器操作, 写出迭代序列的前 8 项.

125. 仿照计算 $\sqrt{2}$ 的巴比伦算法, 构造计算 $\sqrt{3}$ 的迭代算法的递推公式, 并选取初值 $x_1 = 1$, 通过计算器操作, 列出该迭代序列的前 5 项.