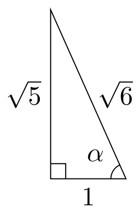
1. 已知 $\cos\alpha=\dfrac{24}{25}$, 求 $\sin\alpha$. 解答在这里利用 “勾股数”, 若 α 在第一象限, 则 $\sin\alpha=\dfrac{7}{25}$; 若 α 在第四象限, 则 $\sin\alpha=-\dfrac{7}{25}$.

2. 已知 $\tan\alpha=-\sqrt{5}$, 求 $\cos\alpha$. 解答在这里如图, 若 α 在第二象限, 则 $\cos\alpha=\dfrac{-1}{\sqrt{6}}=-\dfrac{\sqrt{6}}{6}$; 若 α 在第四象限, 则 $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.



3. 已知 $\cos\alpha=m(m\neq 0,\, m\neq\pm 1)$, 求 α 的其他三角函数值.

解答在这里因为 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, 故可按 $\sin\alpha$ 的符号划分象限. (1) 若 α 在第一、二象限, 则 $\sec\alpha=\dfrac{1}{m}$(倒), $\sin\alpha=\sqrt{1-m^2}$(平), $\csc\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{1-m^2}}$(倒), $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{\sqrt{1-m^2}}{m}$(商), $\cot\alpha=\dfrac{m}{\sqrt{1-m^2}}$(倒). (2) 若 α 在第二、四象限, 则 $\sec\alpha=\dfrac{1}{m}$, $\sin\alpha=-\sqrt{1-m^2}$, $\csc\alpha=-\dfrac{1}{\sqrt{1-m^2}}$, $\tan\alpha=-\dfrac{\sqrt{1-m^2}}{m}$, $\cot\alpha=-\dfrac{m}{\sqrt{1-m^2}}$.

4. 求证: $\dfrac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}=\cos^2 x-\sin^2 x$.

解答在这里因为 $\dfrac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}=\dfrac{1-\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{1+\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}=\dfrac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\cos^2 x+\sin^2 x}=\cos^2 x-\sin^2 x$, 左边 $=$ 右边, 所以原式成立.

5. 求证: $\dfrac{\tan\alpha}{\tan\alpha-\tan\beta}=\dfrac{\cot\beta}{\cot\beta-\cot\alpha}$.

解答在这里因为 $\dfrac{\cot\beta}{\cot\beta-\cot\alpha}=\dfrac{\cot\beta(\tan\alpha\tan\beta)}{(\cot\beta-\cot\alpha)(\tan\alpha\tan\beta)}=\dfrac{\tan\alpha(\cot\beta\tan\beta)}{\tan\alpha(\cot\beta\tan\beta)-(\cot\alpha\tan\alpha)\tan\beta}=\dfrac{\tan\alpha}{\tan\alpha-\tan\beta}$, 左边 $=$ 右边, 所以原式成立.

6. 求证: $\sin^2 1^\circ+\sin^2 2^\circ+\cdots+\sin^2 89^\circ=\dfrac{89}{2}$.

解答在这里因为 $\sin^2 89^\circ=\cos^2 1^\circ$, $\sin^2 88^\circ=\cos^2 2^\circ$, $\cdots$, $\sin^2 46^\circ=\cos^2 44^\circ$, 所以左边 $=(\sin^2 1^\circ+\cos^2 1^\circ)+(\sin^2 2^\circ+\cos^2 2^\circ)+\cdots+(\sin^2 44^\circ+\cos^2 44^\circ)+\sin^2 45^\circ=44+\dfrac{1}{2}=\dfrac{89}{2}$. 所以原式成立.

7. 求证 $\dfrac{1+2\sin\alpha\cos\alpha\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\frac{1}{+}\tan\alpha}{1-\tan\alpha}$.

解答在这里因为左边 $=\dfrac{\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\frac{(}{\cos}\alpha+\sin\alpha)^2}{(\cos\alpha+\sin\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)}=\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=\dfrac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha}$, 所以原式成立.

8. 求证 $\dfrac{1+\sec\alpha+\tan\alpha}{1+\sec\alpha-\tan\alpha}=\dfrac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}$. 解答在这里因为 $\dfrac{1+\sec\alpha+\tan\alpha}{1+\sec\alpha-\tan\alpha}=\dfrac{(\sec^2\alpha-\tan^2\alpha)+(\sec\alpha+\tan\alpha)}{\sec\alpha+1-\tan\alpha}=\dfrac{(\sec\alpha+\tan\alpha)(\sec\alpha-\tan\alpha)+(\sec\alpha+\tan\alpha)}{\sec\alpha+1-\tan\alpha}=\dfrac{(\sec\alpha+\tan\alpha)(\sec\alpha-\tan\alpha+1)}{\sec\alpha+1-\tan\alpha}=\sec\alpha+\tan\alpha=\dfrac{1}{\cos\alpha}+\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}$, 所以原式成立.

9. 已知 $\tan\theta=-3$, 求下列各式的值:

(1) $3\sin\theta+\cos\theta$;

(2)$\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+1$.

解答在这里 (1)$3\sin\theta+\cos\theta=\cos\theta(3\tan\theta+1)=\pm\frac{1}{\sqrt{10}}(-9+1)=\pm\frac{8}{\sqrt{10}}=\pm\frac{4}{5}\sqrt{10}$. (2)$\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+1=\frac{2\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\frac{2\tan^2\theta-2\tan\theta+1}{\tan^2\theta+1}=\frac{18+6+1}{9+1}=\frac{5}{2}$.

10. 在① 160°, ② 480°, ③ -960°, ④ -1600° 这四个角中, 属于第二象限的角有 (　　).

A. ①　　B. ①②　　C. ①②③　　D. ①②③④

11. 集合 $M=\{\alpha|\alpha=k\cdot 90^\circ,\ k\in\mathbf{N}\}$ 中各角的终边都在 (　　).

A. x 轴的正半轴上　　B. y 轴的正半轴上

C. x 轴或 y 轴上　　D. x 轴正半轴或 y 轴的正半轴上

12. 若 α 是第四象限的角, 则 $\pi-\alpha$ 是 (　　).

A. 第一象限的角　　B. 第二象限的角　　C. 第三象限的角　　D. 第四象限的角

13. 若一圆弧长等于其所在圆的内接正三角形的边长, 则其圆心角的弧度数为 (　　).

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{2}{3}\pi$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

14. 若 α 和 β 的终边关于 y 轴对称, 则必有 (　　).

A. $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$　　B. $\alpha+\beta=(2k+\frac{1}{2})\pi(k\in\mathbf{Z})$

C. $\alpha+\beta=2k\pi(k\in\mathbf{Z})$　　D. $\alpha+\beta=(2k+1)\pi(k\in\mathbf{Z})$

15. 若 $-\frac{\pi}{2}<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$, 则 $\alpha-\beta$ 的取值范围是 (　　).

A. $(-\frac{\pi}{2},0)$　　B. $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$　　C. $(-\pi,0)$　　D. $(-\pi,\pi)$

16. 集合 $M=\{x|x=\frac{k\pi}{2}\pm\frac{\pi}{4},\ k\in\mathbf{Z}\}$ 与 $P=\{x|x=\frac{k\pi}{4},\ k\in\mathbf{Z}\}$ 之间的关系是 (　　).

A. $M\subset P$　　B. $M\supset P$　　C. $M=P$　　D. $M\cap P=\varnothing$

17. 与 -45° 角终边相同的角的集合是__________.

18. 若 α 是第四象限的角, 则 α 的取值范围是__________.

19. 终边落在 x 轴负半轴上的角的集合为__________.

20. 终边落在第一、三象限角平分线上的角的集合为__________.

21. 若角 α 与 β 的终边是互为反向延长线, 则 α,β 之间满足关系式是__________.

22. 若角 α 的终边和函数 $y=-|x|$ 的图像重合, 则 α 的集合是__________.

23. 若 α 是第二象限的角, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第__________ 象限的角, 2α 是第__________ 象限的角.

24. 若 $\alpha=-4$, 则 α 是第__________ 象限的角.

25. 在 $-720°$ 与 $720°$ 之间, 与 $60°$ 角终边相同的角是__________.

26. 设角 α 的终边与 $\frac{7}{5}\pi$ 的终边关于 y 轴对称, 且 $\alpha\in(-2\pi,2\pi)$, 则 $\alpha=$__________.

27. 在扇形 OAB 中, 已知半径 $OA=8\text{cm}$, $\overset{\frown}{AB}=12\text{cm}$, 则圆心角 $\angle AOB=$ __________ 弧度, 扇形 OAB 的面积为__________cm^2.

28. 若 3 弧度的圆心角所对的弧长为 9cm, 则此圆心角所夹的扇形面积为__________cm^2.

29. 若圆中的一条弦长等于其半径 r, 则此弦和劣弧所组成的弓形的面积等于__________.

30. 若 1 弧度的圆心角所对的弦长为 2, 则此圆心角所夹的扇形的面积等于__________.

31. 若集合 $A=\{x|k\pi+\frac{\pi}{3}\le x<k\pi+\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}\}$, $B=\{x|4-x^2\ge 0\}$, 则 $A\cap B=$__________.

32. 已知扇形的周长为 30cm, 当它的半径和圆心角各取什么值时, 扇形的面积最大? 最大面积是多少?

33. 已知一扇形的圆心角是 $120°$, 求此扇形面积与其内切圆面积之比.

34. 在 1 时 15 分时, 时针和分针所成的最小正角是多少弧度?

35. 若角 α 的终边落在直线 $y=2x$ 上, 则 $\sin\alpha$ 的值等于 (　　).

A. $\pm\frac{1}{5}$　　B. $\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\pm\frac{2}{5}\sqrt{5}$　　D. $\pm\frac{1}{2}$

36. 若点 $P(3,y)$ 在角 α 的终边上, 且满足 $y<0$, $\cos\alpha=\frac{3}{5}$, 则 $\tan\alpha$ 的值等于 (　　).

A. $-\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $-\frac{4}{3}$

37. 若三角形的两内角 α,β 满足 $\sin\alpha\cdot\cos\beta<0$, 则此三角形的形状 (　　).

A. 是锐角三角形　　B. 是钝角三角形　　C. 是直角三角形　　D. 不能确定

38. 若 α 是第三象限角, 则下列各式中不成立的是 (　　).

A. $\sin\alpha+\cos\alpha<0$　　B. $\tan\alpha-\sin\alpha<0$　　C. $\cos\alpha-\cot\alpha<0$　　D. $\cot\alpha\cdot\csc\alpha<0$

39. 下列四个命题中, 正确的是 (　　).

A. 终边相同的角的三角函数值相等

B. $\{\alpha|\alpha=k\pi+\frac{\pi}{6},\ k\in\mathbf{Z}\}\ne\{\beta|\beta=-k\pi+\frac{\pi}{6},\ k\in\mathbf{Z}\}$

C. 若 α 是第二象限角, 则 $\sin 2\alpha<0$

D. 第四象限的角可表示为 $\{\alpha|2k\pi+\frac{3}{2}\pi<\alpha<2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$

40. 若 θ 是第三象限角. 且 $\cos\frac{\theta}{2}<0$. 则 θ 是 (　　).

A. 第一象限角　　B. 第二象限角　　C. 第二象限角　　D. 第四象限角

41. 若 $(\frac{1}{2})^{\sin 2\theta} < 1$, 则 θ 是 (　　).

A. 第一或第二象限角　　B. 第二或第四象限角　　C. 第一或第三象限角　　D. 第二或第三象限角

42. 直角坐标平面内, 终边过点 $(1, -\sqrt{3})$ 的所有角组成的集合可表示成__________.

43. 若角 α 的终边上有一点 $P(-3, a)$, 且 $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $a =$__________.

44. 若点 $P(-\sqrt{3}, m)$ 是角 θ 终边上一点, 且 $\sin\theta = \frac{\sqrt{13}}{13}$, 则 $m =$__________.

45. 若点 $P(-\sqrt{2}, -\sqrt{3})$ 在角 α 的终边上, 则 $\sin\alpha - \cos\alpha =$__________.

46. $\frac{\sin x}{|\sin x|} + \frac{|\cos x|}{\cos x} + \frac{\tan x}{|\tan x|} + \frac{|\cot x|}{\cot x}$ 的取值范围是__________.

47. 若 $\sin\alpha \cdot \cos\alpha > 0$, 则 α 的取值范围 (用区间表示) 是__________.

48. 若 x 为三角形的内角, 则当 $x =$__________ 时, $\frac{\sin\frac{x}{2}}{1 - \tan x}$ 无意义.

49. 若函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 则 $f(\sin x)$ 的定义域是__________.

50. 函数 $y = \sqrt{\cos x}$ 的定义域是__________.

51. 函数 $y = \sqrt{-\cot x} + \lg\cos x$ 的定义域是__________.

52. 函数 $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{-\tan x}$ 的定义域是__________.

53. 若实数 α, β 满足 $|\cos\alpha - \cos\beta| = |\cos\alpha| + |\cos\beta|$, 且 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则化简 $\sqrt{(\cos\alpha - \cos\beta)^2}$ 结果是 (　　).

A. $\cos\alpha - \cos\beta$　　B. $|\cos\alpha| - |\cos\beta|$　　C. $\cos\beta - \cos\alpha$　　D. $|\cos\beta| - |\cos\alpha|$

54. 已知角 α 终边上—点 P 的坐标是 $(5a, 12a)(a < 0)$, 求角 α 的各三角函数值. 已知角 α 终边上一点 P 与 x 轴的距离和与轴的距离之比为 $4:3$, 且 $\cos\alpha < 0$. 求 $\sin\alpha$ 和 $\tan\alpha$.

55. 求函数 $y = \sqrt{\sin(\cos x)}$ 的定义域.

56. 求函数 $y = \sqrt{\cos(\sin x)}$ 的定义域.

57. 下列四个命题中. 能够成立的是 (　　).

A. $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ 且 $\cos\alpha = \frac{1}{2}$　　B. $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ 且 $\csc\alpha = 2$

C. $\sin\alpha = 0$ 且 $\cos\alpha = -1$　　D. $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ 且 $\sec\alpha = -2$

58. 已知 $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, 且 α 是第二象限的角, 那么 $\tan\alpha$ 的值等于 (　　).

A. $-\frac{3}{4}$　　B. $-\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

59. 若 $1 + \sin\theta\sqrt{1 - \cos^2\theta} + \cos\theta\sqrt{1 - \sin^2\theta} = 0$. 则 θ 的取值范围是 (　　).

A. 第三象限角　　B. 第四象限角

C. $2k\pi \le \theta \le 2k\pi + \frac{3}{2}\pi (k \in \mathbf{Z})$　　D. $2k\pi + \frac{3}{2}\pi \le \theta \le 2k\pi + 2\pi (k \in \mathbf{Z})$

60. 若 α 是二角形的一个内角, 且 $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$, 则这个三角形的形状是 (　　).

A. 锐角三角形　　B. 钝角三角形　　C. 不等腰的直角三角形　　D. 等腰直角三角形

61. 化简 $(\dfrac{1}{\sin\alpha}+\dfrac{1}{\tan\alpha})(1-\cos\alpha)$ 的结果是 (　　).

A. $\sin\alpha$　　B. $\cos\alpha$　　C. $1+\sin\alpha$　　D. $1+\cos\alpha$

62. 若 $\theta\neq\dfrac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$, 则 $\dfrac{\sin\theta+\tan\theta}{\cos\theta+\cot\theta}$(　　).

A. 恒取正值　　B. 恒取负值　　C. 恒取非正值　　D. 恒取非负值

63. 若 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$, 且 $\lg(1+\cos\alpha)=m$, $\lg\dfrac{1}{1-\cos\alpha}=n$, 则 $\lg\sin\alpha=$ 的值等于 (　　).

A. $m+\dfrac{1}{n}$　　B. $m-n$　　C. $\dfrac{1}{2}(m+\dfrac{1}{n})$　　D. $\dfrac{1}{2}(m-n)$

64. 若 $\dfrac{\sin^2\theta+4}{\cos\theta+1}=2$, 则 $(\cos\theta+3)(\sin\theta+1)$ 的值是 (　　).

A. 6　　B. 4　　C. 2　　D. 0

65. 若 $\sin\theta\cdot\cos\theta<0$, $|\cos\theta|=\cos\theta$, 则点 $P(\tan\theta,\sec\theta)$—定在 (　　).

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

66. 若 $\sqrt{\dfrac{1-\sin x}{1+\sin x}}=\tan x-\sec x$, 则 x 的取值范围是 (　　).

A. $2k\pi+\dfrac{\pi}{2}<x<2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$　　B. $k\pi+\dfrac{\pi}{2}<x<k\pi+\dfrac{3\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$

C. $2k\pi<x<2k\pi+\pi(k\in\mathbf{Z})$　　D. $2k\pi-\dfrac{\pi}{2}<x<2k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$

67. 若 $\alpha\in(0,2\pi)$, 则适合 $\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}-\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=2\cot\alpha$ 的角 α 的集合是 (　　).

A. $\{\alpha|0<\alpha<\pi\}$　　B. $\{\alpha|0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}\}$

C. $\{\alpha|0<\alpha<\pi\alpha=\dfrac{3\pi}{2}\}$　　D. $\{\alpha|0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi\}$

68. 若角 α 的终边过点 $(1,\tan\theta)$, 且 $\theta\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$, 则 $\sin\alpha=$__________.

69. 若 $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$, 则 $\sin\alpha\cos\alpha=$__________.

70. 化简 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\sin^2\beta+\cos^2\alpha\cos^2\beta=$__________.

71. 化简 $\sin^2\alpha+\sin^2\beta-\sin^2\alpha\sin^2\beta+\cos^2\alpha\cos^2\beta=$__________.

72. 化简 $\sin^6\alpha+\cos^6\alpha+3\sin^2\alpha\cos^2\alpha=$__________.

73. 若 θ 是第二象限角, 且 $\sin\theta=\dfrac{m-3}{m+5}$, $\cos\theta=\dfrac{1-2m}{m+5}$, 则 $m=$__________.

74. 计算: $\tan\alpha(1-\cot^2\alpha)+\cot\alpha(1-\tan^2\alpha)=$__________.

75. 计算: $(\sec^2\beta-1)(1-\csc^2\beta)+\tan\beta\cot\beta=$__________.

76. 计算: $(\sec\alpha-\cos\alpha)(\csc\alpha-\sin\alpha)(\tan\alpha+\cot\alpha)$=__________.

77. 若 $\alpha\in(-\frac{4}{3}\pi-\frac{5}{4}\pi)$, 则 $\frac{\sin\alpha}{|\sin\alpha|}+\frac{|\cos\alpha|}{\cos\alpha}+\tan\alpha|\cot\alpha|=$__________.

78. 若 θ 是第四象限的角, 则 $\frac{1}{\cos\theta\sqrt{1+\tan^2\theta}}+\frac{2\cot\theta}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2\theta}-1}}=$__________.

79. 若 $\cot\theta+\csc\theta=5$, 则 $\sin\theta=$__________.

80. 若 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\tan\alpha+\cot\alpha=$__________.

81. 若 $\cot\alpha+\tan\alpha=\frac{25}{12}$, 则 $\tan\alpha-\cot\alpha=$__________.

82. 若 $\tan x=2$, 则 $\frac{1}{1-\sin x}+\frac{1}{1+\sin x}=$__________; $\frac{1}{(\sin x-3\cos x)(\cos x-\sin x)}=$__________; $\frac{1}{4}\sin^2 x+\frac{2}{3}\cos^2 x=$__________.

83. 若 $\frac{2\sin^2\alpha-3\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=-4$, 则 $\tan\alpha=$__________.

84. 若 $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\frac{8}{5}$, 则 $\tan\alpha=$__________.

85. 若 $\tan\alpha$ 和 $\tan\beta$ 是关于 x 的方程 $x^2-px+q=0$ 的两根, $\cot\alpha$ 和 $\cot\beta$ 是关于 x 的方程 $x^2-rx+s=0$ 的两根, 则 rs 等于 (　　).

A. pq　　B. $\frac{1}{pq}$　　C. $\frac{p}{q^2}$　　D. $\frac{q}{p^2}$

86. 若 $\sin x=\frac{a-b}{a+b}(0<a<b)$, 则 $\sqrt{\cot^2 x-\cos^2 x}$ 的结果是 (　　).

A. $\frac{4ab}{a^2-b^2}$　　B. $-\frac{4ab}{a^2-b^2}$　　C. $\frac{4ab}{a^2+b^2}$　　D. $-\frac{4ab}{a^2+b^2}$

87. 若 α 在第一象限, 且 $\frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha}=3+2\sqrt{2}$, 则 $\cos\alpha$ 的值是 (　　).

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

88. 求 $(1+\cot\alpha-\csc\alpha)(1+\tan\alpha+\sec\alpha)$ 的值.

89. 求 $\frac{1-\sin^6\alpha-\cos^6\alpha}{\sin^2\alpha-\sin^4\alpha}$ 的值.

90. 求 $\frac{1-\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}{1-\sin^6\alpha-\cos^6\alpha}$ 的值.

91. 求证: $\frac{\tan\alpha-\cot\alpha}{\sec\alpha-\csc\alpha}=\sin\alpha+\cos\alpha$.

92. 求证: $\frac{\sin^2\alpha}{1+\cot\alpha}+\frac{\cos^2\alpha}{1+\tan\alpha}=1-\sin\alpha\cos\alpha$.

93. 求证: $(\frac{\sin\theta+\tan\theta}{\csc\theta+\cot\theta})^2=\frac{\sin^2\theta+\tan^2\theta}{\csc^2+\cot^2\theta}$.

94. 利用 “1” 的代换证明: $\frac{1-2\cos^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=\tan\alpha-\cot\alpha$.

95. 利用 “1” 的代换证明: $\dfrac{\cot\alpha+\csc\alpha-1}{\cot\alpha-\csc\alpha+1}=\cot\alpha+\csc\alpha$.

96. 利用 “1” 的代换证明: $\tan\alpha\cdot\dfrac{1-\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\cot\alpha\cdot\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\sin\alpha}$.

97. 已知 $\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}$, 求 $\sin\theta-\cos\theta$ 的值.

98. 已知 $\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{3}(0<\theta<\dfrac{\pi}{2})$, 求 $\sin\theta+\cos\theta$ 的值.

99. 已知 $\sin\theta+m\cos\theta=n$, 求 $m\sin\theta-\cos\theta$ 的值.

100. 已知 $\sin\theta+\sin^2\theta=1$, 求 $\cos^2\theta+\cos^4\theta=1$ 的值.

101. 已知 $\cos A=\cos\theta\cdot\sin C$, $\cos B=\sin\theta\cdot\sin C(C\neq k\pi,\ k\in\mathbf{Z})$, 求 $\sin^2 A+\sin^2 B+\sin^2 C$ 的值.

102. 已知 $\tan\theta=\sqrt{\dfrac{1-a}{a}}(0<a<1)$, 求 $\dfrac{\sin^2\theta}{a+\cos\theta}+\dfrac{\sin^2\theta}{a-\cos\theta}$ 的值.

103. 已知锐角 θ 满足 $\log_{(\tan\theta+\cot\theta)}\sin\theta=-\dfrac{3}{4}$, 求 $\log_{\tan\theta}\cos\theta$ 的值.

104. 若 $\sin(\pi+\alpha)=-\dfrac{3}{5}$, 则 (　　).

A. $\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$　　B. $\tan\alpha=\dfrac{3}{4}$　　C. $\sec\alpha=-\dfrac{5}{4}$　　D. $\sin(\pi-\alpha)=\dfrac{3}{5}$

105. 若 $4\pi<\alpha<5\pi$, $\cos\alpha=-\dfrac{1}{3}$, 则 $\tan\alpha$ 的值为 (　　).

A. $-2\sqrt{2}$　　B. $\pm2\sqrt{2}$　　C. $\pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

106. 下列各式正确的是 (　　).

A. $\cos^3(-\alpha-\pi)=\cos^3\alpha$　　B. $\sin(\alpha-3\pi)=\sin\alpha$

C. $\sec(3\pi-\alpha)=\dfrac{1}{\cos\alpha}$　　D. $-\cot(5\pi-2\alpha)=\cot 2\alpha$

107. 若 α,β,γ 是一个三角形的三个内角, 则在① $\sin(\alpha+\beta)-\sin\gamma$, ② $\cos(\alpha+\beta)+\cos\gamma$, ③ $\tan\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\tan\dfrac{\gamma}{2}$, ④ $\tan(\alpha+\beta)-\tan\gamma$ 这四个式子中, 其值为常数的有 (　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

108. 函数 $y=\cos(\tan x)$(　　).

A. 是奇函数, 但不是偶函数　　B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既不是奇函数, 也不是偶函数　　D. 奇偶性无法确定

109. 若函数 $f(x)=a\sin x+b\tan x+1$ 满足 $f(5)=7$, 则 $f(-5)$ 的值等于 (　　).

A. 5　　B. -5　　C. 6　　D. -6

110. 化简 $\tan(\dfrac{k\pi}{2}+\alpha)(k\in\mathbf{Z})$ 的结果是 (　　).

A. $\tan\alpha$　　B. $\pm\tan\alpha$　　C. $\tan\alpha$ 或 $-\cot\alpha$　　D. $\tan\alpha$ 或 $\cot\alpha$

111. 计算: $\sin^2 20^\circ+\sin^2 70^\circ-\cos^2 20^\circ\cdot\cot^2 70^\circ\cdot\csc^2 20^\circ=$__________.

112. 计算: $\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdot \cdots \cdot \tan 87^\circ \cdot \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ =$__________.

113. 计算: $\sin^2(42^\circ+\alpha)+\cot(25^\circ+\beta)\cdot\cot(\beta-65^\circ)+\sin^2(48^\circ-\alpha)=$__________.

114. 计算: $\log_4 \sin\frac{3}{4}\pi+\log_9\tan(-\frac{5\pi}{6})=$__________.

115. 计算: $\tan\frac{\pi}{5}+\tan\frac{2\pi}{5}+\tan\frac{3\pi}{5}+\tan\frac{4\pi}{5}=$__________.

116. 若锐角 α 终边上一点 A 的坐标为 $(2\sin 3, -2\cos 3)$, 则角 α 的弧度数为__________.

117. 化简: $\dfrac{\sin(\pi+\alpha)\cos(\pi-\alpha)\tan(-\alpha+3\pi)}{\sin(5\pi-\alpha)\tan(8\pi-\alpha)\cot(\alpha-3\pi)}$__________.

118. 化简: $\dfrac{\sin(\theta-\pi)\cos(\theta-\frac{3}{2}\pi)\cot(-\theta-\pi)}{\tan(\theta+3\pi)\sec(-\theta-2\pi)\csc(\frac{\pi}{2}-\theta)}$__________.

119. 若三角形中的两内角 α,β 满足 $\sin 2\alpha=\sin 2\beta$, 则这个三角形的形状 (　　).

A. 只可能是等腰三角形. 不可能是直角三角形　　B. 只可能是直角三角形, 不可能是等腰三角形

C. 只可能是等腰直角三角形　　D. 既可能是等腰三角形, 也可能是直角三角形

120. 若函数 $f(x)$ 满足, $f(\cos x)=\frac{x}{2}(0\le x\le\pi)$, 则 $f(-\frac{1}{2})$ 等于 (　　).

A. $\cos\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

121. 若函数 $f(x)=a\sin(\pi x+\alpha)+b\cos(\pi x+\beta)$, 其中 a,b,α,β 都是非零实数, 且满足 $f(1997)=-1$, 则 $f(1998)$ 等于 (　　).

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

122. 已知 $\cos(\frac{\pi}{6}-\theta)=a(|a|\le 1)$, 求 $\cos(\frac{5\pi}{6}+\theta)$ 和 $\sin(\frac{2\pi}{3}-\theta)$ 的值.

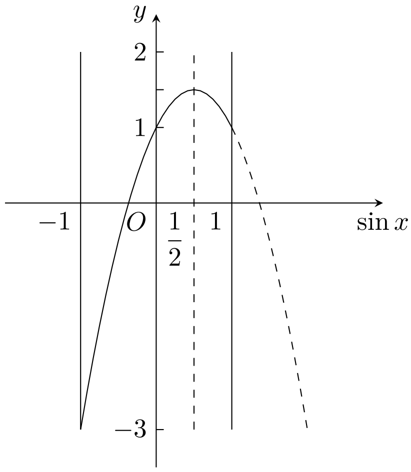
123. 已知 $\tan(\pi-\alpha)=a^2$, $|\cos(\pi-\alpha)|=-\cos\alpha$, 求 $\sec(\pi+\alpha)$ 的值.

124. 求满足 $\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\alpha\in(0,2\pi)$ 的角 α.

125. 求 $\dfrac{\sin(k\pi-x)}{\sin x}-\dfrac{\cos x}{\cos(k\pi-x)}+\dfrac{\tan(k\pi-x)}{\tan x}-\dfrac{\cot x}{\cot(k\pi-x)}(k\in\mathbf{Z})$ 的取值范围.

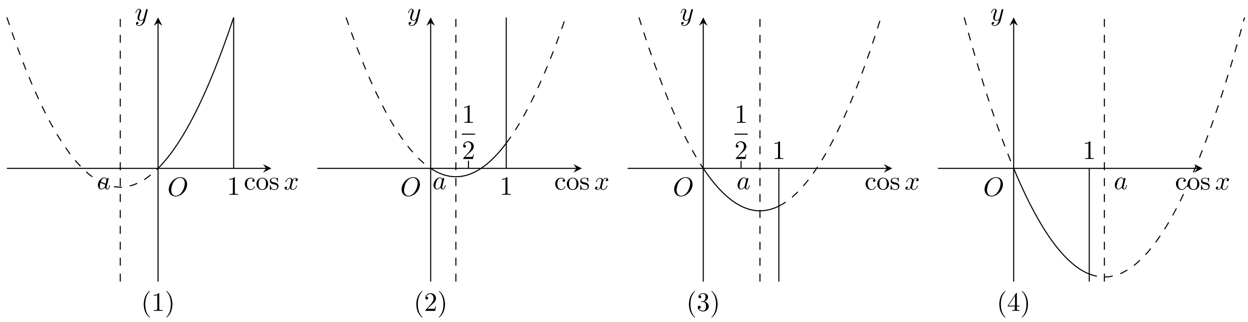
126. 求函数 $y=-2\sin^2 x+2\sin x+1$ 的值域.

解答在这里 $y=-2(\sin x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{2}$. 考虑到 $-1\le\sin x\le 1$, 因此, 若以 $\sin x$ 为横轴, 则函数图像应是抛物线夹在两直线 $\sin x=\pm 1$ 之间的一段 (如图). 观察图像易知 $y_{\max}=\frac{3}{2}$, $y_{\min}=-3$ 所以函数的值域是 $-3\le y\le\frac{3}{2}$.



127. 已知 $0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}$, 求函数 $y = \cos^2 x - 2a\cos x$ 的最大值 $M(a)$ 与最小值 $m(a)$.

解答在这里函数 $y = f(\cos x) = (\cos x - a)^2 - a^2$, 又 $0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}$, 所以 $0 \le \cos x \le 1$, 画出函数的图像如下:



(1) 如图 (1), 此时 $a < 0$, $m(a) = f(0) = 0$, $M(a) = f(1) = 1 - 2a$.

(2) 如图 (2), 此时 $0 \le a \le \dfrac{1}{2}$, $m(a) = f(a) = -a^2$, $M(a) = f(1) = 1 - 2a$.

(3) 如图 (3), 此时 $\dfrac{1}{2} \le a < 1$, $m(a) = f(a) = -a^2$, $M(a) = f(a) = 0$.

(4) 如图 (4), 此时 $a \ge 1$, $m(a) = f(1) = 1 - 2a$, $M(a) = f(0) = 0$.

综上所述, 可得 $M(a) = \begin{cases} 1 - 2a, & a < \dfrac{1}{2}, \\ 0, & a \ge \dfrac{1}{2}, \end{cases}$ $m(a) = \begin{cases} 0, & a < 0, \\ -a^2, & 0 \le a < 1, \\ 1 - 2a, & a \ge 1. \end{cases}$

128. 求函数 $y = \dfrac{2\sin x - 1}{\sin x + 3}$ 的值域.

解答在这里由已知, 得 $\sin x = \dfrac{3y+1}{2-y}$, 而 $|\sin x| \le 1$, 故 $|\dfrac{3y+1}{2-y}| \le 1$, 即 $8y^2+10y-3 \le 0$, $(4y-1)(2y+3) \le 0$. 所以函数的值域是 $[-\dfrac{3}{2}, \dfrac{1}{4}]$.

129. 求函数 $y = \dfrac{\sec^2 x - \tan x}{\sec^2 x + \tan x}$ 的值域.

解答在这里因为 $\sec^2 x = \tan^2 x + 1$, 故原式时变形为 $(y-1)\tan^2 x + (y+1)\tan x + (y-1) = 0$.

(1) 若 $y = 1$, 则 $\tan x = 0$.

(2) 若 $y \ne 1$, 则 $\tan x \in \mathbf{R}$, 得 $\triangle = (y+1)^2 - 4(y-1)^2 \ge 0$, 于是 $\dfrac{1}{3} \le y \le 3$ 且 $y \ne 1$.

综含 (1), (2) 知, 函数的值域是 $[\frac{1}{3},3]$.

130. 解不等式 $\sin x \leq \frac{1}{2}$.

解答在这里在单位圆内绘出 $\sin x = \frac{1}{2}$ 的正弦线 *****(如图 4), 并结合 $y = \sin x$ 的单调性, 可得 $2k\pi - \frac{7\pi}{6} \leq x \leq 2k\pi + \frac{\pi}{6}(k \in \mathbf{Z})$. __________(图 4)__________(图 5)

131. 解不等式 $|\cos 2x| \leq \frac{1}{2}$. 解原不等式为 $-\frac{1}{2} \leq \cos 2x \leq \frac{1}{2}$. 由图 5, 可得 $k\pi + \frac{\pi}{3} \leq 2x \leq k\pi + \frac{2\pi}{3}$, 于是 $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}(k \in \mathbf{Z})$.

132. 解不等式 $\tan \frac{x}{2} \geq \sqrt{3}$. 解由图 6, 可得 $k\pi + \frac{\pi}{3} \leq \frac{x}{2} \leq k\pi + \frac{\pi}{2}$, 所以 $2k\pi + \frac{2\pi}{3} \leq x < 2k\pi + \pi(k \in \mathbf{Z})$. (图 6) 注意有关 $\sin x, \cos x, \tan x$ 等的简单不等式, 通常可在单位圆中利用三角函数线的知识求解.

133. 函数图像的 "平移" 和坐标的 "伸缩" (1) 图像的 "平移". 容易证明, 函数 $y = f(x-m)(m>0)$ 的图像可由函数 $y = f(x)$ 的图像向右平移 m 个单位长度得到, 而函数 $y = f(x+m)(m>0)$ 的图像可由函数 $y = f(x)$ 的图像向左平移 m 个单位长度得到.

134. 在同一个坐标系内, 为了得到 $y = 3\sin(2x + \frac{\pi}{4})$ 的图像, 只需将 $y = 3\cos 2x$ 的图像 ( ).

A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$　　B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$　　C. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$　　D. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$

解令 $f(x) = 3\cos 2x$, 则 $\begin{cases} f(x-m) = 3\cos 2(x-m) = 3\cos(2x-2m) = 3\cos(2m-2x) = 3\sin[\frac{\pi}{2} - (2m-2x)] \\ = 3\sin(2x + \frac{\pi}{2} - 2m). \end{cases}$

按题意应有 $3\sin(2x + \frac{\pi}{2} - 2m) = 3\sin(2x + \frac{\pi}{4})$. 令 $\frac{\pi}{2} - 2m = \frac{\pi}{4}$, 得 $m = \frac{\pi}{8}$, 故选 D. 也可以这样解: 因为 $f(x) = 3\sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 3\cos[(2x + \frac{\pi}{4}) - \frac{\pi}{2}]$ __________$= 3\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 3\cos[2(x - \frac{\pi}{8})] = f(x - \frac{\pi}{8})$, 所以选 D. (2) 坐标的 "伸缩". 容易证明, 函数 $y = f(\frac{x}{k})(k>0)$ 的图像, 可由将 $y = f(x)$ 图像上每—点的横坐标伸长到原来的 k 倍 (纵坐标不变) 而得到.

135. 将函数 $y = \cos x$ 图像上每一点的纵坐标保持不变, 横坐标缩小为原来的一半, 再将所得图像沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 则与所得新图像对应的函数的解析式为 ( ).

A. $y = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$　　B. $y = \cos(2x - \frac{\pi}{4})$　　C. $y = \sin 2x$　　D. $y = -\sin 2x$

解横坐标缩小为原来的一半, 可理解为伸长到原来的 $\frac{1}{2}$, 故先得到函数 $y = \cos \frac{x}{\frac{1}{2}} = \cos 2x$. 再向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 后, 得 $y = \cos 2(x + \frac{\pi}{4})$, 即 $y = \cos(2x + \frac{\pi}{2}) = -\sin 2x$, 故选 D.

136. 函数 $y = 3\sin x$ 的图像经过怎样的变换后, 可得到 $y = 3\sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4})$ 的图像? 解法一先 "伸缩", 后 "平移". 第一步: 将函数 $y = 3\sin x$ 的图像上的每一点, 纵坐标保持不变, 横坐标伸长到原来的 2 倍. 得到函数 $y = 3\sin \frac{x}{2}$ 的图像. 第二步: 将函数 $y = 3\sin \frac{x}{2}$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度, 便得到函数 $y = 3\sin \frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{2}) = 3\sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4})$ 的图像. 解法二先 "平移", 后 "伸缩". 第一步: 将函数 $y = 3\sin x$ 的图像, 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 得到函数 $y = 3\sin(x - \frac{\pi}{4})$ 的图像. 第二步: 将函数 $y = 3\sin(x - \frac{\pi}{4})$ 的每一点, 纵坐标保持不变, 横坐标伸长到原来的 2 倍, 得到函数 $y = 3\sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4})$ 的图像.

137. 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)=\pm1(A\neq0)$ 的对称轴. 观察图 7, 易求出 $\sin(\omega x+\varphi)=\pm1$ 的解 x_0, 则直线 $x=x_0$ 便是函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图像的对称轴. (图 7)

138. 函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$ 图像的一条对称轴是直线 (　　).

A. $x=\frac{3\pi}{4}$　B. $x=-\frac{3\pi}{4}$　C. $x=\frac{3\pi}{8}$　D. $x=-\frac{3\pi}{8}$

解以 $x=-\frac{3\pi}{8}$ 代入, 得 $\sin[1(-\frac{3\pi}{8})+\frac{\pi}{4}]=\sin(-\frac{\pi}{2})=-1$, 故选 D. 注意若令 $\sin(2x+\frac{\pi}{4})=\pm1$, 可得 $2x+\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}$, 即得 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8}(k\in\mathbf{Z})$, 故函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$ 图像的对称轴直线的一般形式是 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8}(k\in\mathbf{Z})$. 请读者思考: 若函数 $f(x)=3\cos(2x+\varphi)$ 是偶函数, 则 φ 的值应取什么? 【训练题】(一) 正弦函数、余弦函数的图像和性质

139. 若 MP, OM, AT 分别是 60° 角的正弦线、余弦线和正切线, 则 (　　).

A. $MP<OM<AT$　B. $OM<MP<AT$　C. $AT<OM<MP$　D. $OM<AT<MP$

140. 在同一坐标系内, 曲线 $y=\sin x$ 与 $y=\cos x$ 的交点坐标是 (　　).

A. $(2k\pi+\frac{\pi}{2},1)$　B. $(k\pi+\frac{\pi}{2},(-1)^k)$　C. $(k\pi+\frac{\pi}{4},\frac{(-1)^k}{\sqrt{2}})$　D. $(k\pi,0)(k\in\mathbf{Z})$

141. 函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(\sin 2x)$ 为减函数的区间是 (　　).

A. $(k\pi,k\pi+\frac{\pi}{4}]$, $k\in\mathbf{Z}$　B. $(k\pi,k\pi+\frac{\pi}{2}]$, $k\in\mathbf{Z}$　C. $(2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{4}]$, $k\in\mathbf{Z}$　D. $(2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2}]$, $k\in\mathbf{Z}$

142. 函数 $y=\lg(1-\sin x)-\lg(1+\sin x)(.)$

A. 是奇函数, 但非偶函数　B. 是偶函数, 但非奇函数　C. 既不是奇函数, 也不是偶函数　D. 奇偶性无法确定

143. 若 $0<x<\frac{1}{2}$, 则下列各式不成立的是 (　　).

A. $\sin(1+x)>\sin x$　B. $\cos(1+x)<\cos x$　C. $(1+x)^x>x^x$　D. $\log_x(1+x)>\log_x x$

144. 若函数 $y=\cos(\sin x)$, 则下列结论正确的是 (　　).

A. 它的定义域是 [-1, 1]　B. 它是奇函数　C. 它的值域是 $[\cos 1,1]$　D. 它不是周期函数

145. 下列四个函数中, 是偶函数且在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上为增函数, 但不是周期函数的函数是 (　　).

A. $y=|\sin x|(x\in\mathbf{R})$　B. $y=|\cos x|(x\in\mathbf{R})$　C. $y=\sin|x|(x\in\mathbf{R})$　D. $y=|\sin x|+|\cos x|(x\in\mathbf{R})$

146. 下列函数中, 既在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上是增函数, 又是以 π 为最小正周期的偶函数是 (　　).

A. $y=x^2|\cos x|$　B. $y=\cos 2x$　C. $y=|\sin x|$　D. $y=|\sin 2x|$

147. 要使 $\sqrt{(1+2\sin\theta)^2}=-(1+2\sin\theta)$, 则 θ 的取值范围是 (　　).

A. 第三、四象限　B. $[2k\pi-\frac{5\pi}{6},2k\pi-\frac{\pi}{6}]$　C. $[2k\pi-\frac{\pi}{6},2k\pi+\frac{7\pi}{6}]$　D. $[2k\pi-\frac{7\pi}{6},2k\pi-\frac{\pi}{6}](k\in\mathbf{Z})$

148. (1) 设 $\cos^2 x+4\sin x-a=0(a,x\in\mathbf{R})$, 则 a 的取值范围是__________. (2) 函数 $y=1-2\sin x+3\cos^2 x$ 的值域是__________. (3) 函数 $y=\sin^2 x+2\cos x(-\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{2}{3}\pi)$ 的值域是__________. (4) 函数 $y=\dfrac{3\cos x+1}{\cos x+2}$ 的值域是__________. (5) 函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(2\sin x)$ 的最小值是__________.

149. 将下列各数由小到大排列: (1)$\sin 46°,\cos 46°,\cos 36°$:__________. (2)$\sin 2,\cos 2,\tan 2$:__________. (3)$\log_x\sin\frac{x}{2},\log_x\cos\frac{x}{2}$ $x<1)$:__________. (4)$\cos 1°,\sin 1°,\cos 1,\sin 1$:__________.

150. (1) 在 $[0,2\pi]$ 中, 满足 $\sin x\ge\frac{1}{2}$ 的 x 的取值范围是__________. (2) 不等式 $\sin x\le\frac{1}{2}$ 的解为__________. (3) 不等式 $|\cos 2x|\le\frac{1}{2}$ 的解为__________. (4) 若集合 $M=\{\theta|\sin\theta\ge\frac{1}{2},0\le\theta\le\pi\}$, $P=\{\theta|\cos\theta\le\frac{1}{2},0<\theta\le\pi\}$, 则 $M\cap P=$__________. (5) 若 $-\pi\le x\le\pi$, 则不等式 $\log_2(1+2\cos x)<1$ 的解为__________.

151. 若锐角 α,β 满足 $\sin\alpha<\cos\beta$ 则 (　　).

A. $\alpha>\beta$　　B. $\alpha<\beta$　　C. $\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$　　D. $\alpha+\beta>\frac{\pi}{2}$

152. 方程 $2^x=\cos x$ 的解有 (　　).

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 无穷多个

153. 函数 $f(x)=(\sin\alpha)^{|\log_{\sin\alpha}x|}(2k\pi<\alpha<2k\pi+\pi$ 且 $\alpha\ne 2k\pi+\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbf{Z})$ 的图像是 (　　). __________

A.　　B.　　C.　　D.

154. 设 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$, 则下列各式中正确的是 (　　).

A. $\sin(\sin x)<\cos x<\cos(\cos x)$　　B. $\sin(\cos x)<\cos x<\cos(\sin x)$　　C. $\cos(\sin x)<\cos x<\sin(\cos x)$　　D. $\cos(\cos x)<\cos x<\sin(\sin x)$

155. 求下列函数的定义域: (1)$y=\log_{\sin x}(2\cos x+1)$. (2)$y=\sqrt{1-2\cos x}+\lg(2\sin x-\sqrt{2})$. (3)$y=\sqrt{\sin x}+\dfrac{1}{\sqrt{16-x^2}}$.

156. 画出下列函数的图像: (1)$y=|\sin x|$. (2)$y=|\cos x|+\cos x$. (3)$y=(\sin\alpha)^{|\log_{\sin\alpha}x|}$($\alpha$ 为锐角). (4)$y=\dfrac{|\sin x|}{\sin x}$. (5)$y=f(\sin x)$, 其中 $f(x)=\begin{cases}2(x\ge 0),\\-1(x<0).\end{cases}$

157. (1) 若 $0<\alpha<\frac{\pi}{4}$, 且 $\lg\sin\alpha+\log\cos\alpha+\lg 9=\lg\tan\alpha+\lg\cot\alpha+\frac{1}{2}\lg 8$, 求 $\sin\alpha-\cos\alpha$ 的值. (2) 设 x 是第二象限角, 且满足 $\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}=-\frac{\sqrt{5}}{2}$, 求 $\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}$ 的值.

158. 若 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$, 比较 $M=\log_{\sin\theta}\cos\theta$ 与 $N=\log_{\cos\theta}\sin\theta$ 的大小.

159. 若 α,β 是关于 x 的二次方程 $x^2+2(\cos\theta+1)x+\cos^2\theta=0$ 的两实根, 且 $|\alpha-\beta|\le 2\sqrt{2}$, 求 θ 的范围.

160. (1) 求函数 $f(x)=a\sin x-\sin^2 x$ 的最大值 $g(a)$, 并画出 $g(a)$ 的图像. (2) 若函数 $f(x)=\cos^2 x-a\sin x+b$ 的最大值为 0, 最小值为-4, 实数 $a>0$, 求 a,b 的值. (二) 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像

161. 函数 $y=3\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ 的图像的一条对称轴是直线 (　　).

A. $x=0$　　B. $x=\frac{\pi}{6}$　　C. $x=-\frac{\pi}{6}$　　D. $x=\frac{\pi}{3}$

162. 先将函数 $y=\sin 2x$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再将所得图像作关于 y 轴的对称变换, 则与最后所得图像对应的函数的解析式是 (　　).

A. $y=\sin(-2x+\frac{\pi}{3})$　　B. $y=\sin(-2x-\frac{\pi}{3})$　　C. $y=\sin(-2x+\frac{2}{3}\pi)$　　D. $y=\sin(-2x-\frac{2}{3}\pi)$

163. 将函数 $y=\sin x$ 的图像上所有点向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把所得图像上各点横坐标伸长到原来的 2 倍, 则与最后得到的图像对应的函数的解析式为 (　　).

A. $y=\sin(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{3})$　　B. $y=\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6})$　　C. $y=\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3})$　　D. $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$

164. 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\ \omega>0,\ |\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的图像如图所示, 则 y 的表达式是 (　　).

A. $2\sin(\frac{10}{11}x+\frac{\pi}{6})$　　B. $2\sin(\frac{10}{11}x-\frac{\pi}{6})$　　C. $2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$　　D. $2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$

(第 91 题)

165. 函数 $y=2\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3})$ 在一个周期内的简图是 (　　). __________

A. 　__________　　B. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$　　C. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$　　D. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$

__________(C)__________(D)

166. 要得到函数 $y=\sin(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6})$ 的图像. 只需将函数 $y=\sin\frac{x}{2}$ 的图像 (　　).

(A) 向右平移 $\frac{\pi}{6}$

167. (1)$f(x)=\log_{\frac{\pi}{4}}\cos(2x+\frac{\pi}{4})$ 为增函数的区间是__________. (2) 函数 $f(x)=2\sin(3-2x)$ 为增喊数的区间是__________. (3) 函数 $y=\cos(2x-\frac{\pi}{5})$ 为减函数的区间是__________.

168. (1) 函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图像可由 $y=\sin 2x$ 的图像向__________ 平移__________ 个单位长度得到. (2) 将奇函数 $y=f(x)(x\in\mathbf{R})$ 的图像沿 x 轴正向平移 1 个单位长度后, 所得的图像为 C', 而图像 C' 与 C 关于原点对称, 那么 C 所对应的函数应为__________. (3) 先将函数 $f(x)=\sin x$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位长度, 再改变各点的横坐标 (纵坐标不变), 得到最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$ 的函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$ 的图像, 则 $\omega=$__________, $\varphi=$__________.

169. 若函数 $f(x)=2\cos(\frac{k}{4}x+\frac{\pi}{3})-5$ 的最小正周期不大于 2, 则正整数 k 的最小值为 (　　).

A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 13

170. (1) 若函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)(-\pi<\varphi<0)$ 是偶函数, 则 $\varphi=$__________. (2) 若函数 $f(x)=\cos(x+\varphi)$ 的图像关于坐标原点对称, 则 $\varphi=$__________.

171. 根据周期涵数的定义, 求函数 $y=2\cos(4x-\frac{\pi}{3})$ 的最小正周期.

172. (1) 若奇函数 $f(x)$ 是姑小正周期为 3 的周期函数, 且 $f(1)=-1$, 则 $f(101)=$__________. (2) 若偶函数 $y=f(x)$ 是最小正周期为 2 的周期函数. 且 $2\leq x\leq 3$ 时, $f(x)=x$, 则当 $-2\leq x\leq 0$ 时, $f(x)$ 的表达式为__________.

173. (1) 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\ \omega>0)$ 在同一周期内, 当 $x=\dfrac{\pi}{9}$ 时取得最大值 $\dfrac{1}{2}$, 当 $x=\dfrac{4\pi}{9}$ 时取得最小值 $-\dfrac{1}{2}$, 求此函数的解析式. (2) 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\ \omega>0)$ 的图像上一个最高点的坐标为 $(2,\sqrt{2})$, 由这个最高点到其相邻的最低点间, 图像与 x 轴交于点 $(6,0)$, 求此函数的解析式. (三) 正切函数、余切函数的图像和性质

174. 函数 $y=\tan 3\pi x$ 的最小正周期为 (　　).

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. $\dfrac{6}{\pi}$　　D. $\dfrac{3}{\pi}$

175. 下列函数中, 以 π 为最小正周期的偶函数是 (　　).

A. $y=\sin x\cdot\cos x$　　B. $y=\cot x$　　C. $y=\cos\dfrac{x}{2}$　　D. $y=\cos^2 x$

176. 若 $a=\sin\dfrac{3}{4}$, $b=\cos\dfrac{3}{4}$, $c=\cot\dfrac{3}{4}$, 则 a,b,c 之间的大小关系是 (　　).

A. $a>b>c$　　B. $b>c>a$　　C. $c>a>b$　　D. $c>b>a$

177. 若 $\tan(2x-\dfrac{\pi}{3})\leq 1$, 则 x 的取值范围是 (　　).

A. $\dfrac{k\pi 2-\dfrac{\pi}{12}\leq x\leq\dfrac{k}{\pi}}{2}+\dfrac{7}{24}\pi(k\in\mathbf{Z})$　　B. $k\pi-\dfrac{\pi}{12}\leq x<k\pi+\dfrac{7}{24}\pi(k\in\mathbf{Z})$　　C. $\dfrac{k\pi 2-\dfrac{\pi}{12}<x\leq\dfrac{k}{\pi}}{2}+\dfrac{7}{24}\pi(k\in\mathbf{Z})$　　D. $k\pi-\dfrac{\pi}{12}<x<k\pi+\dfrac{7}{24}\pi(k\in\mathbf{Z})$

178. 下列函数中, 同时满足条件 "① 在 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ 为增函数, ② 为奇函数, ③ 以 π 为最小正周期" 的函数是 (　　).

A. $y=\tan x$　　B. $y=\cot x$　　C. $y=\tan\dfrac{x}{2}$　　D. $y=|\sin x|$

179. 函数 $y=\cot x(-\dfrac{\pi}{4}\leq x\leq\dfrac{\pi}{4})$ 的值域是 (　　).

A. [-1.1]　　B. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$　　C. $(-\infty,-1]$　　D. $[1,+\infty)$

180. 根据要求, 求 x 的取值范围: (1)$\tan\dfrac{x}{2}\geq\sqrt{3}$:__________. (2)$\cot 2x\leq-\sqrt{3}$:__________. (3)$|\sin x|\leq|\cos x|$:__________. (4)$\log_x\tan x>0$:__________. (5)$\log_{\sqrt{3}}\sin\dfrac{x}{2}-\log_{\sqrt{3}}\cos\dfrac{x}{2}>-1$, 且 $-2\pi<x<2\pi$:__________.

181. 将下列各题中的数由小到大排列: (1)$\tan 1,\tan 2,\tan 3$:__________. (2)$1,\sin 1,\cos 1,\tan 1$:__________.

182. 在 "① $y=|\sin 2x|$, ② $y=|\cos x|$, ③ $y=|\tan 2x|$, ④ $y=|\tan x|+|\cot x|$" 这四个函数中, 最小正周期为 $\dfrac{\pi}{2}$ 的偶函数有 (　　).

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

183. $\sin\dfrac{2\pi}{3},\cos 1,\tan 2,\cot 3$ 的大小关系为 (　　).

A. $\sin\frac{2\pi}{3} > \cos 1 > \cot 3 > \tan 2$　B. $\sin\frac{2\pi}{3} > \cos 1 > \tan 2 > \cot 3$　C. $\cos 1 > \sin\frac{2\pi}{3} > \tan 2 > \cot 3$　D. $\cos 1 > \sin\frac{2\pi}{3} > \cot 3 > \tan 2$

184. 若 $0<\alpha<2\pi$, 且满足 $\sin\alpha<\cos\alpha<\cot\alpha<\tan\alpha$, 则有 (　　).

A. $0<\alpha<\frac{\pi}{4}$　B. $\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{\pi}{2}$　C. $\pi<\alpha<\frac{5}{4}\pi$　D. $\frac{5\pi}{4}<\alpha<\frac{3\pi}{2}$

185. 求下列函数的定义域: (1)$y=\sqrt{\sqrt{3}-\cot\frac{x}{2}}$. (2)$y=\frac{\lg(\tan x-1)}{\sqrt{1-2\sin x}}$. (3)$y=\lg(\tan x-1)+\sqrt{\sin 2x}$.

186. (1) 求函数 $y=\frac{\sec^2 x+\tan x}{\sec^2 x-\tan x}$ 的值域. (2) 已知 $\theta\in[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}]$, 求函数 $y=\sec^2\theta+2\tan\theta+1$ 的最大值与最小值.

187. 根据条件比较下列各组数的大小: (1) 已知 $\frac{\pi}{3}<\theta<\frac{\pi}{2}$, 比较 $\sin\theta,\cot\theta,\cos\theta$ 的大小. (2) 已知 $0<\alpha<\frac{\pi}{4}$, 比较 $\sin\alpha,\sin(\sin\alpha),\sin(\tan\alpha)$ 的大小. (3) 已知 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$, 比较 $\cos\theta,\sin(\cos\theta),\cos(\sin\theta)$ 的大小.

188. 利用锐角三角函数的定义解下列各题: (1) 若 $\alpha,\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$, 且 $17\cos\alpha+13\cos\beta=17$, $17\sin\alpha=13\sin\beta$, 求 $\frac{\alpha}{2}+\beta$. (2) 设 $x\in[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}]$, 求证: $\csc x-\cot x\geq\sqrt{2}-1$.

189. 已知 $a\cos\alpha+b\sin\alpha=c$, $a\cos\beta+b\sin\beta=c(0<\alpha,\beta<\pi,\ \alpha\neq\beta)$, 且 $\cos\alpha+\cos\beta=\cos\alpha\cdot\cos\beta$, 求证: $c^2-b^2=2ac$.

190. 已知函数 $f(x)$ 满足 $af(\sin x)+bf(-\sin x)=c\sin x\cos x(-\frac{\pi}{2}\leq x\leq\frac{\pi}{2},a^2-b^2\neq 0)$, 求 $f(x)$ 的解析式.

191. (1) 设 $\frac{\sin\alpha}{a^2-1}=\frac{\cos\alpha}{2a\sin 2\beta}=\frac{1}{1+2a\cos 2\beta+a^2}$, 求证: $\sin\alpha=\frac{a^2-1}{a^2+1}$. (2) 已知 $a\sec^2\alpha-b\cos\alpha=2a$, $b\cos^2\alpha-a\sec\alpha=2b$, 求 a,b 的关系式. (3) 已知 $a\sin^2\theta+b\cos^2\theta=m$, $b\sin^2\varphi+a\cos^2\varphi=n$, $a\tan\theta=b\tan\varphi(a,b,m,n$ 互不相等), 求证: $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.

192. 利用单位圆和三角函数线证明: (1) 若 α 为锐角, 则① $\sin\alpha+\cos\alpha>1$; ② $\sin\alpha<\alpha<\tan\alpha$; ③ $\alpha\cdot\sin\alpha+\cos\alpha>1$. (2) 若 $0<\beta<\alpha<\frac{\pi}{2}$, 则 $\sin\alpha-\sin\beta<\alpha-\beta<\tan\alpha-\tan\beta$.

193. 若 α 是锐角, 求证: $\cos(\sin\alpha)>\sin(\cos\alpha)$.

194. (1) 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+a)=\frac{1-f(x)}{1+f(x)}$($a$ 为常数, 且 $a\neq 0$), 求证: $f(x)$ 是一个以 $2a$ 为周期的周期函数. (2) 已知 $f(x)$ 为偶函数, 其图像关于直线 $x=a(a\neq 0)$ 对称, 求证: $f(x)$ 是一个以 $2a$ 为周期的周期函数.

195. 已知 $f(x)$, $g(x)$ 是定义在 R 上的两个函数, 且 $g(x)$ 为奇函数. 并满足: ① $f(0)=1$; ② 对任何 $x,y\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x-y)=f(x)f(y)+g(x)g(y)$. 求证: (1) 对任何 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f^2(x)+g^2(x)=1$. (2)$f(x)$ 是偶函数. (3) 若存在非零实数 a 满足 $f(a)=1$, 则 $f(x)$ 是周期函数.

196. 利用图像求方程 $\sin x=\tan\frac{x}{2}$ 在区间 $[0,8\pi]$ 上解的个数.

197. 设 $0\leq x\leq\pi$, $f_1(x)=\sin(\cos x)$, $f_2(x)=\cos(\sin x)$. (1) 求 $f_1(x)$, $f_2(x)$ 的最大值和最小值. (2) 比较 $f_1(x)$ 与 $f_2(x)$ 的大小.