2022 届高三冲刺题

1. 已知函数 $f(x)=\log_a x+x-b(a>0$ 且 $a\neq 1)$. 当 $2<a<3<b<4$ 时, 函数 $f(x)$ 的零点 $x_0\in(n,n+1)$, $n\in\mathbf{N}^*$, 则 $n=$__________.

2. 设实数 a,b,c 满足: $ac\neq 0$ 且 $a\neq c$, 集合 $A=\{y|y=ax^2+bx+c,\ x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{y|y=cx^2+bx+a\}$, 以下结论一定正确的是 (　　).

A. $A\subseteq B$　　B. $B\subseteq A$　　C. $A\cup B=\mathbf{R}$　　D. $A\cap B\neq\varnothing$

3. 对于无穷数列 $\{a_n\}$, 定义数列 $b_n=|a_{n+1}-a_n|$, 记 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 若 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n$ 存在, 则称数列 $\{a_n\}$ 为 "好数列".

(1) 若 $a_n=\dfrac{1}{n}$, 判断数列 $\{a_n\}$ 是否为 "好数列"? 并说明理由;

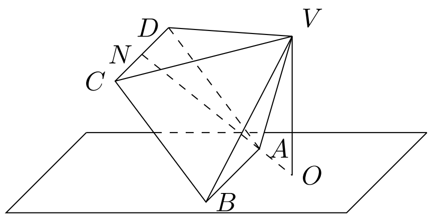
(2) 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_{n+1}=qa_n\ (q\neq 0)$, 且 $\{a_n\}$ 是 "好数列", 求 q 的取值范围;

(3) 若递增数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $\{T_n\}$, 则 "$\{a_n\}$ 为 '好数列"' 是 "$\{T_n\}$ 为 '好数列"' 的什么条件? 判断并说明理由.

4. 函数 $f(x)=\sin x$, 对于 $x_1<x_2<x_3<\cdots<x_n$ 且 $x_1,x_2,\cdots,x_n\in[0,8\pi]$ $(n\geq 10,\ n\in\mathbf{N})$, 记 $M=|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+|f(x_3)-f(x_4)|+\cdots+|f(x_{n-1})-f(x_n)|$, 则 M 的最大值等于__________.

5. 设 $\alpha_1,\alpha_2\in\mathbf{R}$, 且 $\dfrac{1}{2+\sin\alpha_1}+\dfrac{1}{2+\sin(2\alpha_2)}=2$, 则 $|10\pi-\alpha_1-\alpha_2|$ 的最小值等于__________.

6. 正四棱锥 $V-ABCD$ 的表面积为 12, $AB=2$, N 为棱 CD 的中点, 直线 AB 在平面 α 内. 将该正四棱锥绕直线 AB 任意旋转, 旋转过程中, 设 V 在 α 内的射影为 O, 则线段 ON 长的最大值为__________.



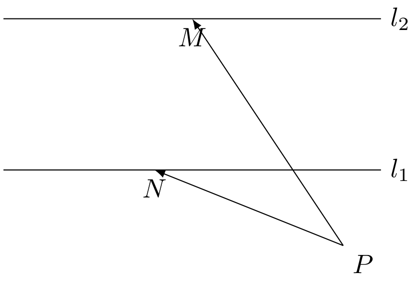
7. 已知 a,b 为空间两条互相垂直的直线, 等腰 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 AC 所在直线与 a,b 都垂直, 斜边 AB 以直线 AC 为旋转轴旋转. 有下列结论: ① 当直线 AB 与 a 所成的角为 60° 时, AB 与 b 所成的角为 30°; ② 直线 AB 与 a 所成角的最小值为 45°; ③ 直线 AB 与 a 所成角的最大值为 60°. 其中所有真命题的序号为__________.

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: ① $a_1=0$; ② 对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$, 都有 $a_{n+1}>a_n$ 成立. 函数 $f_n(x)=|\sin\dfrac{1}{n}(x-a_n)|$, $x\in[a_n,a_{n+1}]$ 满足: 对于任意的实数 $m\in[0,1)$, $f_n(x)=m$ 总是有且仅有两个不同的根, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

9. 设 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 是平面上的向量, $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{c}|=4$, 且 $\vec{b}\cdot\vec{c}=0$, 实数 λ 满足 $0\leq\lambda\leq 1$. 若 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 及 λ, 使得 $s=|\vec{a}-\lambda\vec{b}-(1-\lambda)\vec{c}|$ 是正整数, 则 s 的值的集合是__________.

10. 如图, 在平面内, l_1, l_2 是两条平行直线, 它们之间的距离为 2, 点 P 位于 l_1, l_2 的下方, 它到 l_1 的距离为 1, 动点 N, M 分别在 l_1, l_2 上, 满足 $|\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}|=6$, 则 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的最大值为 (　　).

A. 6　　B. 8　　C. 12　　D. 15



11. 已知过原点 O 的直线与椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 交于 A, B 两点, 点 A 到 y 的距离 d 满足 $d\in[1,2)$, 点 D 在椭圆 C 上, 且 $AD\perp AB$, 直线 BD 与 x 轴、y 轴分别交于 M, N 两点.

(1) 设直线 BD, AM 的斜率分别为 k_1, k_2, 求 $k_1\cdot k_2$ 的取值范围; (2) 求 $\triangle OMN$ 面积的最大值.

12. 已知点 $A(0,\dfrac{2}{n}), B(0,-\dfrac{2}{n}), C(4+\dfrac{2}{n},0)$, 其中 n 为正整数, 设 S_n 表示 $\triangle ABC$ 外接圆的面积, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$__________.

13. 如图所示: 矩形 $A_nB_nP_nQ_n$ 的一边 A_nB_n 在 x 轴上, 另两个顶点 P_n, Q_n 在函数 $f(x)=\dfrac{2x}{1+x^2}$ 的图像上 (其中点 B_n 的坐标为 $(n,0)$ $(n\geq 2,\ n\in\mathbf{N}^*)$), 矩形 $A_nB_nP_nQ_n$ 的面积记为 S_n, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$__________.