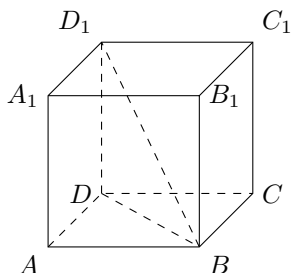


1. 函数 $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$ 的定义域是_____.
2. 集合 $A = \{-1, 2m - 1\}$, $B = \{m^2\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.
3. $(1 + 2x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$, 则 $a_3 =$ _____.
4. 如图, 若正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长为 3, 高为 4, 则直线 BD_1 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为_____.



5. 方程 $\lg(x + 2) = 2 \lg x$ 的解为_____.
6. 若 $\arccos x > \frac{\pi}{3}$, 则 x 的取值范围为_____.
7. 若函数 $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ 的反函数为 $g(x)$, 则函数 $g(x)$ 的零点为_____.
8. 已知函数 $y = \sin(\omega x - \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 图像的一条对称轴为 $x = \frac{\pi}{6}$, 则 ω 的最小值为_____.
9. 已知圆锥的底面半径为 1, 其侧面展开图为一个半圆, 则该圆锥的母线长为_____.
10. 7 人排成一行, 甲、乙相邻且丙不排两端的排法有_____ 种 (用数字作答).
11. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 且满足 $f(1) = 0$. 若 $y = f(x) + a \cdot 2^x$ 是奇函数, $y = f(x) + 3^x$ 是偶函数, 则 a 的值为_____.
12. 在 $\triangle ABC$ 中, $b = 2, c = 1, \angle B - \angle C = \frac{\pi}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为_____.
13. 下列是 “ $a > b$ ” 的充分不必要条件的是 ().
 A. $a > b + 1$ B. $\frac{a}{b} > 1$ C. $a^2 > b^2$ D. $a^3 > b^3$
14. 下列函数中, 既是奇函数, 又是减函数的是 ().
 A. $y = x^{-1}$ B. $y = -\arcsin x$ C. $y = \log_2 x$ D. $y = 2^x$
15. 已知 $f(x) = \sin x$, 对任意 $x_1 \in [0, \frac{\pi}{2}]$, 都存在 $x_2 \in [0, \frac{\pi}{2}]$, 使得 $f(x_1) - 2f(x_2 + \theta) = -1$ 成立, 则下列 θ 取值可能的是 ().
 A. $\frac{3\pi}{13}$ B. $\frac{5\pi}{13}$ C. $\frac{7\pi}{13}$ D. $\frac{9\pi}{13}$

16. 非空集合 $A \subseteq \mathbf{R}$, 且满足如下性质: 性质一: 若 $a, b \in A$, 则 $a + b \in A$; 性质二: 若 $a \in A$, 则 $-a \in A$, 则称集合 A 为一个“群”. 以下叙述:

① 若 A 为一个“群”, 则 A 必为无限集; ② 若 A 为一个“群”, 且 $a, b \in A$, 则 $a - b \in A$; ③ 若 A, B 都是“群”, 则 $A \cap B$ 必定是“群”; ④ 若 A, B 都是“群”, 且 $A \cup B \neq A, A \cup B \neq B$, 则 $A \cup B$ 必定不是“群”.

中, 正确的个数为 ().

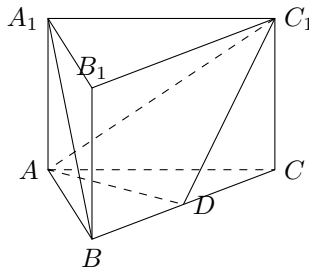
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

17. 如图, 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 = 2, AB = 3$, 点 D 为 BC 的中点.



(1) 求证: 直线 A_1B 与 C_1D 为异面直线;

(2) 求三棱锥 $B - AC_1D$ 的体积.

18. 已知代数式 $(\frac{2}{m} + \frac{m}{x})^n (m > 0, x > 0)$.

(1) 当 $m = 2, n = 6$ 时, 求二项展开式中二项式系数最大的项;

(2) 若 $(\frac{2}{m} + \frac{m}{x})^{10} = a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \cdots + \frac{a_{10}}{x^{10}}$, 且 $a_2 = 180$, 求 $a_i (0 \leq i \leq 10, i \in \mathbf{N})$ 的最大值.

19. 为实现“碳达峰”, 减少污染, 某化工企业开发了一个废料回收项目. 经测算, 该项目日回收成本 p (元) 与日回收量 x (吨) ($x \in [0, 50]$) 的函数关系可表示为 $p = \begin{cases} 20x, & 0 \leq x \leq 30, \\ x^2 + 16x - 780, & 30 < x \leq 50, \end{cases}$ 且每回收 1 吨废料, 转化成其他产品可收入 80 元.

(1) 设日纯收益为 y 元, 写出函数 $y = f(x)$ 的解析式 (纯收益 = 收入 - 成本);

(2) 该公司每日回收废料多少吨时, 获得纯收益最大?

20. 已知函数 $f(x) = 2^x + \frac{a}{2^x}$, a 为实常数.

(1) 若函数 $f(x)$ 为奇函数, 求 a 的值;

(2) 若 $x \in [0, 1]$ 时 $f(x)$ 的最小值为 2, 求 a 的值;

(3) 若方程 $f(x) = 6$ 有两个不等的实根 x_1, x_2 , 且 $|x_1 - x_2| \leq 1$, 求 a 的取值范围.

21. 若实数 $x, y \in [0, 2\pi]$, 且满足 $\cos(x + y) = \cos x + \cos y$, 则称 x 与 y 是“余弦相关”的.

(1) 若 $x = \frac{\pi}{2}$, 求出所有与之“余弦相关”的实数 y ;

(2) 若存在实数 y , 与 x “余弦相关”, 求 x 的取值范围;

(3) 若不相等的两个实数 x 与 y 是“余弦相关”的, 求证: 存在实数 z , 使得 x 与 z 为“余弦相关”的, y 与 z 也为“余弦相关”的.