

赋能正确率小于 0.75 的题目

1,10,0.512 若双曲线的一条渐近线为  $x + 2y = 0$ , 且双曲线与抛物线  $y = x^2$  的准线仅有一个公共点, 则此双曲线的标准方程为\_\_\_\_\_.

2,7,0.488 若函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0, \\ -x^2 + m, & x > 0 \end{cases}$  的值域为  $(-\infty, 1]$ , 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

3,10,0.605 有以下命题:

- ① 若函数  $f(x)$  既是奇函数又是偶函数, 则  $f(x)$  的值域为  $\{0\}$ ;
- ② 若函数  $f(x)$  是偶函数, 则  $f(|x|) = f(x)$ ;
- ③ 若函数  $f(x)$  在其定义域内不是单调函数, 则  $f(x)$  不存在反函数;
- ④ 若函数  $f(x)$  存在反函数  $f^{-1}(x)$ , 且  $f^{-1}(x)$  与  $f(x)$  不完全相同, 则  $f(x)$  与  $f^{-1}(x)$  图像的公共点必在直线  $y = x$  上;

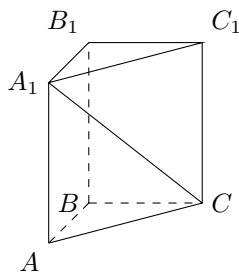
其中真命题的序号是\_\_\_\_\_ (写出所有真命题的序号).

4,4,0.523 若  $(1+x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_5x^5$ , 则  $a_1 + a_2 + \cdots + a_5 =$ \_\_\_\_\_.

4,5,0.750 设  $k \in \mathbf{R}$ ,  $\frac{y^2}{k} - \frac{x^2}{k-2} = 1$  表示焦点在  $y$  轴上的双曲线, 则半焦距的取值范围是\_\_\_\_\_.

4,8,0.727 已知圆  $C: x^2 + y^2 + 2kx + 2y + k^2 = 0 (k \in \mathbf{R})$  和定点  $P(1, -1)$ , 若过  $P$  可以作两条直线与圆  $C$  相切, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

4,9,0.750 如图, 在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = BC = 1$ , 若  $A_1C$  与平面  $B_1BCC_1$  所成的角为  $\frac{\pi}{6}$ , 则三棱锥  $A_1 - ABC$  的体积为\_\_\_\_\_.



8,8,0.705 已知数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = n^2 + bn$ , 若数列  $\{a_n\}$  是单调递增数列, 则实数  $b$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

13,10,0.545 若  $a_n$  是  $(2+x)^n (n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2, x \in \mathbf{R})$  展开式中  $x^2$  项的二项式系数, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_n}) =$ \_\_\_\_\_.

14,9,0.674 已知抛物线  $C$  的顶点为坐标原点, 双曲线  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$  的右焦点是  $C$  的焦点  $F$ . 若斜率为  $-1$ , 且过  $F$  的直线与  $C$  交于  $A, B$  两点, 则  $|AB| =$ \_\_\_\_\_.

14,10,0.744 直角坐标系  $xOy$  内有点  $P(-2, -1), Q(0, -2)$ , 将  $\triangle POQ$  绕  $x$  轴旋转一周, 则所得几何体的体积为\_\_\_\_\_.

18,6,0.595 过点  $P(-2, 1)$  作圆  $x^2 + y^2 = 5$  的切线, 则该切线的点法向式方程是\_\_\_\_\_.

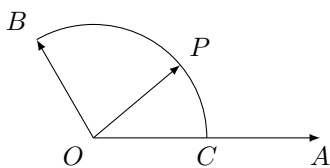
18,9,0.619 已知  $\triangle ABC$  的三个内角  $A, B, C$  所对边长分别为  $a, b, c$ , 记  $\triangle ABC$  的面积为  $S$ , 若  $S = a^2 - (b-c)^2$ , 则内角  $A =$ \_\_\_\_\_ (结果用反三角函数值表示).

18,10,0.381 已知函数  $f(x) = \left| \frac{1}{|x|-1} \right|$ , 关于  $x$  的方程  $f^2(x) + bf(x) + c = 0$  有 7 个不同实数根, 则实数  $b, c$  满足的关系式是\_\_\_\_\_.

19,8,0.721 已知点  $A(2, 3)$ 、点  $B(-2, \sqrt{3})$ , 直线  $l$  过点  $P(-1, 0)$ , 若直线  $l$  与线段  $AB$  相交, 则直线  $l$  的倾斜角的取值范围是\_\_\_\_\_.

19,10,0.581 向量  $\vec{i}, \vec{j}$  是平面直角坐标系  $x$  轴、 $y$  轴的基本单位向量, 且  $|\vec{a} - \vec{i}| + |\vec{a} - 2\vec{j}| = \sqrt{5}$ , 则  $|\vec{a} + 2\vec{i}|$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

21,10,0.750 如图, 向量  $\vec{OA}$  与  $\vec{OB}$  的夹角为  $120^\circ$ ,  $|\vec{OA}| = 2$ ,  $|\vec{OB}| = 1$ ,  $P$  是以  $O$  为圆心、 $|\vec{OB}|$  为半径的弧  $\widehat{BC}$  上的动点, 若  $\vec{OP} = \lambda\vec{OA} + \mu\vec{OB}$ , 则  $\lambda\mu$  的最大值是\_\_\_\_\_.



23,10,0.568 已知函数  $f(x) = x|2x - a| - 1$  有三个零点, 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

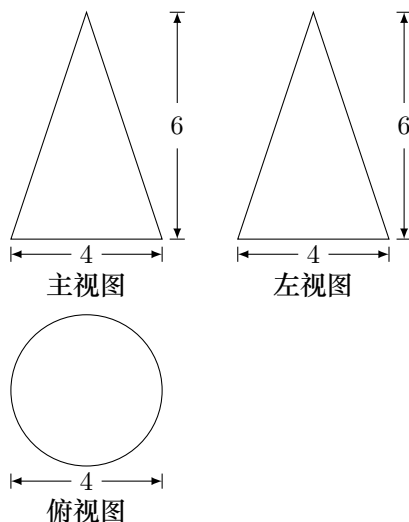
24,9,0.682 同时掷两枚质地均匀的骰子, 则两个点数之积不小于 4 的概率为\_\_\_\_\_.

25,10,0.605 若不等式  $(-1)^n \cdot a < 3 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$  对任意正整数  $n$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

26,10,0.535 已知函数  $f(x) = \cos x(\sin x + \sqrt{3}\cos x) - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $x \in \mathbf{R}$ . 设  $\alpha > 0$ , 若函数  $g(x) = f(x + \alpha)$  为奇函数, 则  $\alpha$  的值为\_\_\_\_\_.

30,5,0.698 若  $(x + 2)^n = x^n + ax^{n-1} + \dots + bx + c$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ,  $n \geq 3$ ), 且  $b = 4c$ , 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

30,6,0.558 某空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的侧面积是\_\_\_\_\_.



30,10,0.744 已知椭圆  $x^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $0 < b < 1$ ), 其左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ,  $|F_1F_2| = 2c$ . 若此椭圆上存在点  $P$ , 使  $P$  到直线  $x = \frac{1}{c}$  的距离是  $|PF_1|$  与  $|PF_2|$  的等差中项, 则  $b$  的最大值为\_\_\_\_\_.

31,10,0.721 甲与其四位朋友各有一辆私家车, 甲的车牌尾数是 0, 其四位朋友的车牌尾数分别是 0, 2, 1, 5, 为遵守当地 4 月 1 日至 5 日 5 天的限行规定 (奇数日车牌尾数为奇数的车通行, 偶数日车牌尾数为偶数的车通行), 五人商议拼车出行, 每天任选一辆符合规定的车, 但甲的车最多只能用一天, 则不同的用车方案总数为\_\_\_\_\_.

33,9,0.524 若从正八边形的 8 个顶点中随机选取 3 个顶点, 则以它们作为顶点的三角形是直角三角形的概率是\_\_\_\_\_.

34,7,0.558 各项均不为零的数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ . 对任意  $n \in \mathbf{N}^*$ ,  $\overrightarrow{m_n} = (a_{n+1} - a_n, 2a_{n+1})$  都是直线  $y = kx$  的法向量. 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  存在, 则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

38,9,0.721 小明和小红各自掷一颗均匀的正方体骰子, 两人相互独立地进行. 则小明掷出的点数不大于 2 或小红掷出的点数不小于 3 的概率为\_\_\_\_\_.

39,10,0.512 设奇函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 当  $x > 0$  时,  $f(x) = x + \frac{m^2}{x} - 1$  (这里  $m$  为正常数). 若  $f(x) \leq m - 2$  对一切  $x \leq 0$  成立, 则  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

40,10,0.721 已知  $x, y \in \mathbf{R}$ , 且满足 
$$\begin{cases} \sqrt{3}x + y \leq 4\sqrt{3}, \\ \sqrt{3}x - y \geq 0, \\ y \geq 0. \end{cases}$$
 若存在  $\theta \in \mathbf{R}$  使得  $x \cos \theta + y \sin \theta + 1 = 0$  成立, 则点  $P(x, y)$  构成的区域面积为\_\_\_\_\_.

43,1,0.744 已知  $A = (-\infty, a]$ ,  $B = [1, 2]$ , 且  $A \cap B \neq \emptyset$ , 则实数  $a$  的范围是\_\_\_\_\_.

43,4,0.674 长方体的对角线与过同一个顶点的三个表面所成的角分别为  $\alpha, \beta, \gamma$ , 则  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma =$ \_\_\_\_\_.

45,10,0.581 平面上三条直线  $x - 2y + 1 = 0$ ,  $x - 1 = 0$ ,  $x + ky = 0$ , 如果这三条直线将平面划分为六个部分, 则实数  $k$  的取值组成的集合  $A =$ \_\_\_\_\_.

47,10,0.744 若函数  $f(x) = \log_a(x^2 - ax + 1)$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) 没有最小值, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

49,10,0.605 设变量  $x, y$  满足条件 
$$\begin{cases} x - y \geq 0, \\ 2x + y \leq 2, \\ y \geq 0, \\ x + y \leq m, \end{cases}$$
 若该条件表示的平面区域是三角形, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

50,4,0.721 已知两个不同向量  $\overrightarrow{OA} = (1, m)$ ,  $\overrightarrow{OB} = (m - 1, 2)$ , 若  $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{AB}$ , 则实数  $m =$ \_\_\_\_\_.

53,9,0.395 已知四面体  $ABCD$  中,  $AB = CD = 2$ ,  $E, F$  分别为  $BC, AD$  的中点, 且异面直线  $AB$  与  $CD$  所成的角为  $\frac{\pi}{3}$ , 则  $EF =$ \_\_\_\_\_.

54,9,0.558 曲线  $\begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{5}}{5}t, \\ y = -1 + \frac{2\sqrt{5}}{5}t, \end{cases}$  ( $t$  为参数) 与曲线  $\begin{cases} x = \sin \theta \cdot \cos \theta, \\ y = \sin \theta + \cos \theta, \end{cases}$  ( $\theta$  为参数) 的公共点的坐标为\_\_\_\_\_.