

1. 用适当符号 ( $\in$ ,  $\notin$ ,  $=$ ,  $\subseteq$ ,  $\subsetneq$ ) 填空:  $\pi$        $\mathbf{Q}$ ;  $\{x|x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$        $\{x|x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$ ;  $\{3.14\}$        $\mathbf{Q}$ ;  $\{y|y = x^2\}$        $\{x|y = x^2\}$ .
2. 已知  $P = \{y = x^2 + 1\}$ ,  $Q = \{y|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $E = \{x|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $F = \{(x, y)|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $G = \{x|x \geq 1\}$ ,  $H = \{x|x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 则各集合间关系正确的有                 . (答案可能不唯一)  
(A)  $P = F$  (B)  $Q = E$  (C)  $E = F$  (D)  $Q \subseteq G$  (E)  $H \subsetneq P$
3. 设全集是实数集  $\mathbf{R}$ ,  $M = \{x|-2 \leq x \leq 2\}$ ,  $N = \{x|x < 1\}$ , 则  $\complement_U M \cap N =$                  .
4. 设  $A = \{x|-4 < x < 4, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$ , 则  $\{x|x \in A, x \notin A \cap B\} =$                  .
5. 设  $A = \{x|x = \sqrt{k}, k \in \mathbf{N}\}$ ,  $B = \{x|x \leq 3, x \in \mathbf{Q}\}$ , 则  $A \cap B =$                  .
6. 设全集  $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$ , 集合  $A = \{|2a - 1|, 2\}$ ,  $\complement_U A = \{5\}$ , 则实数  $a =$                  .
7. (1) 设  $M = \{y|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $N = \{x|x = t, t \in \mathbf{R}\}$ , 则  $M \cap N =$                  .  
(2) 设  $M = \{(x, y)|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $N = \{(t, x)|x = t, t \in \mathbf{R}\}$ , 则  $M \cap N =$                  .
8. 设全集  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $\complement_U A \cap B = \{3\}$ ,  $A \cap \complement_U B = \{2\}$ ,  $\complement_U A \cup \complement_U B = \{2, 3, 4\}$ , 则  $\complement_U A \cap \complement_U B =$                  .
9. 集合  $C = \{x|x = \frac{k}{2} \pm \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $D = \{x|x = \frac{k}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$ , 试判断  $C$  与  $D$  的关系, 并证明.
10. 集合  $A = \{x|x^2 + 4x = 0\}$ ,  $B = \{x|x^2 + 2(a + 1)x + a^2 - 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ .  
(1) 若  $A \cap B = A$ , 求实数  $a$  的取值范围;  
(2) 若  $A \cup B = A$ , 求实数  $a$  的取值范围.
11. 若集合  $A = [2, 3]$ , 集合  $B = [a, 2a + 1]$ .  
(1) 若  $A \subsetneq B$ , 求实数  $a$  的取值范围;  
(2) 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.
12. 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x|f(x) = 0\}$ ,  $B = \{x|g(x) = 0\}$ ,  $C = \{x|h(x) = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 则方程  $\frac{f^2(x) + g^2(x)}{h(x)} = 0$  的解集是                  (用  $U, A, B, C$  表示).
13. (1) 已知集合  $A = \{y|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{y|y = 4 - x^2, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A \cap B =$                  .  
(2) 已知集合  $A = \{(x, y)|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{(x, y)|y = 4 - x^2, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A \cap B =$                  .
14. 设  $m \in \mathbf{R}$ , 已知  $A = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x|mx + 1 = 0\}$ , 且  $B \subsetneq A$ , 则  $m =$                  .
15. (1) 集合  $A$  满足  $\{1\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$ , 则满足条件的集合  $A$  有                  个. (2) 若  $A \cup B = \{1, 2\}$ , 将满足条件的集合  $A, B$  写成有序集合对  $(A, B)$ , 则有序集合对  $(A, B)$  有                  个.
16. 已知  $A = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x|x^2 - ax + a = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 若  $B \subsetneq A$ , 求满足题意的实数  $a$ .
17. 设集合  $A = \{x|x^2 + px + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 若  $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$ . 求实数  $p$  的取值范围.

18. 设函数  $f(x) = \lg(\frac{2}{x+1} - 1)$  的定义域为集合  $A$ , 函数  $g(x) = \sqrt{1 - |x+a|}$  的定义域为集合  $B$ .

(1) 当  $a = 1$  时, 求集合  $B$ .

(2) 问:  $a \geq 2$  是  $A \cap B = \emptyset$  的什么条件 (在 “充分非必要条件、必要非充分条件、充要条件、既非充分也非必要条件” 中选一)? 并证明你的结论.

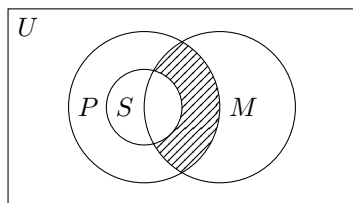
19. 如图,  $U$  为全集,  $M, P, S$  是  $U$  的三个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ( ).

A.  $(M \cap P) \cap S$

B.  $(M \cap P) \cup S$

C.  $(M \cap P) \cap \complement_U S$

D.  $(M \cap P) \cup \complement_U S$



20. 设集合  $A = \{5, \log_2(a+3)\}$ ,  $B = \{a, b\}$ , 若  $A \cap B = \{2\}$ , 则  $A \cup B =$ \_\_\_\_\_.

21. 设集合  $A \cap \{-2, 0, 1\} = \{0, 1\}$ ,  $A \cup \{-2, 0, 2\} = \{-2, 0, 1, 2\}$ , 则满足上述条件的集合  $A$  的个数为\_\_\_\_\_个.

22. 若集合  $A = \{x | x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | x \geq a\}$ , 满足  $A \cap B = \{2\}$ , 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.

23. 若集合  $M = [a-1, a+1]$ ,  $N = (-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$ , 且  $M \cap N = \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

24. 集合  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 25\}$ ,  $B = \{(x, y) | x = 3y = 4\}$ , 则  $A \cap B$  的子集个数是\_\_\_\_\_个.

25. 已知集合  $M = \{x | x = 3m + 1, m \in \mathbf{Z}\}$ ,  $N = \{y | y = 3m + 2, m \in \mathbf{Z}\}$ , 若  $x_0 \in M$ ,  $y_0 \in N$ , 则  $x_0 y_0$  与集合  $M, N$  的关系是 ( ).

A.  $x_0 y_0 \in M$  但  $x_0 y_0 \notin N$

B.  $x_0 y_0 \in N$  但  $x_0 y_0 \notin M$

C.  $x_0 y_0 \notin M$  且  $x_0 y_0 \notin N$

D.  $x_0 y_0 \in M$  且  $x_0 y_0 \in N$

26. 若  $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{x | x = 4m, m \in \mathbf{Z}\}$ , 求证:  $B \subsetneq A$ .

27. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | \frac{3-2x}{x-1} + 1 \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{x | 2ax < a + x, x \in \mathbf{R}\}$ . 若  $A \cup B = B$ , 求  $a$  的取值范围.

28. 设常数  $m \in \mathbf{R}$ ,  $A = \{(x, y) | x^2 + mx - y + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{(x, y) | x - y + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 且  $A \cap B \neq \emptyset$ .

(1) 若  $M = \mathbf{R}$ , 求实数  $m$  的取值范围;

(2) 若  $M = (\frac{1}{3}, 2]$ , 求实数  $m$  的取值范围.

29. 设常数  $k \in \mathbf{R}$ , 关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0, \\ 2x^2 + (2k+5)x + 5k < 0 \end{cases}$  整数解的集合为  $\{-2\}$ , 求实数  $k$  的取值范围.

30. 设  $A = \{(x, y) | y = -4x + 6, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = 5x - 3, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_.

31. 已知  $M = \{a | \frac{6}{5-a} \in \mathbf{N}, a \in \mathbf{Z}\}$ , 则用列举法表示  $M =$ \_\_\_\_\_.
32. 定义集合运算:  $A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$ , 设集合  $A = \{0, 1\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ , 则集合  $A \odot B$  的所有元素之和为\_\_\_\_\_.
33. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{-1\}$ ,  $B = \{x | \lg(x^2 - 2) = \lg x\}$ , 则 ( )  
 A.  $A \subseteq B$                       B.  $A \cup B = \emptyset$                       C.  $A \supseteq B$                       D.  $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$
34. 集合  $A = \{(x, y) | y = |x| + 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = \frac{1}{2}x + a\}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ , 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
35. 调查某班 50 名学生, 音乐爱好者有 40 人, 体育爱好者有 24 人, 则两方面都爱好的人数最少\_\_\_\_\_人, 最多\_\_\_\_\_人.
36. 已知集合  $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0\}$  至多有一个元素, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_; 若至少有一个元素, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
37. 设含有三个实数的集合既可以表示为  $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$ , 又可以表示为  $\{a^2, a+b, 0\}$ , 那么  $a+b =$ \_\_\_\_\_.
38. 设  $f(x) = x^2 - 12x + 36$ ,  $A = \{a | 1 \leq a \leq 10, a \in \mathbf{N}\}$ ,  $B = \{b | b = f(a), a \in A\}$ , 又设  $C = A \cap B$ . 求集合  $C$ .
39. 设常数  $m \in \mathbf{R}$ ,  $A = \{(x, y) | y = -x^2 + mx - 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{(x, y) | x + y = 3, x \in M\}$ , 且  $A \cap B$  的子集有两个.  
 (1) 若  $M = \mathbf{R}$ , 求实数  $m$  的值;  
 (2) 若  $M = [0, 3]$ , 求实数  $m$  的取值范围.
40. 填写下列命题的否定形式:  
 (1)  $m \leq 0$  或  $n > 0$ : \_\_\_\_\_;  
 (2) 空间三条直线  $l, m, n$  两两相交: \_\_\_\_\_;  
 (3) 复数  $z_1, z_2, z_3$  中至多一个为纯虚数: \_\_\_\_\_.
41. 已知  $a, b$  是整数, 写出命题“若  $ab$  为偶数, 则  $a+b$  为偶数”的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断所写命题的真假.  
 逆命题: \_\_\_\_\_, 真假: \_\_\_\_\_;  
 否命题: \_\_\_\_\_, 真假: \_\_\_\_\_;  
 逆否命题: \_\_\_\_\_, 真假: \_\_\_\_\_.
42. 设甲是乙的充分非必要条件, 乙是丙的充要条件, 丁是丙的必要非充分条件, 则丁是甲的 ( )  
 A. 充分非必要条件                      B. 必要非充分条件  
 C. 充要条件                              D. 既非充分又非必要条件
43. 若  $A$  是  $B$  的必要非充分条件, 则  $\bar{A}$  是  $\bar{B}$  的\_\_\_\_\_条件.

44. 下列各组命题中互为等价命题的是 ( ).

A.  $A \subseteq B$  与  $A \cup B = B$

B.  $x \in A$  且  $x \in B$  与  $x \in A \cup B$

C.  $a \in A \cap B$  与  $a \in A$  或  $a \in B$

D.  $m \in A \cap B$  与  $m \in A \cup B$

45. 填空 (在“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”中选一种作答):

(1) “ $\alpha \neq \beta$ ” 是  $\cos \alpha \neq \cos \beta$  的\_\_\_\_\_条件;

(2) 在  $\triangle ABC$  中, “ $A = B$ ” 是 “ $\sin A = \sin B$ ” 的\_\_\_\_\_条件.

46. “ $a > 0$  且  $b > 0$ ” 的一个必要非充分条件是 ( ).

A.  $a > 0$

B.  $b > 0$

C.  $a > 0$  且  $b > 0$

D.  $a, b \in \mathbf{R}$

47. “函数  $f(x)$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 存在反函数” 是 “函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上为增函数” 的 ( ).

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

48. 填空: (填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”)

(1) 对于实数  $x, y, p$ :  $xy > 1$  且  $x + y > 2$  是  $q$ :  $x > 1$  且  $y > 1$  的\_\_\_\_\_条件;

(2) 对于实数  $x, y, p$ :  $x + y \neq 8$  是  $q$ :  $x \neq 2$  或  $y \neq 6$  的\_\_\_\_\_条件;

(3) 已知  $x, y \in \mathbf{R}$ ,  $p$ :  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$  是  $q$ :  $(x-1)(y-2) = 0$  的\_\_\_\_\_条件;

\* (4) 设  $x, y \in \mathbf{R}$ , 则 “ $x^2 + y^2 < 2$ ” 是 “ $|x| + |y| \leq \sqrt{2}$ ” 的\_\_\_\_\_条件; 又是 “ $|x| + |y| < 2$ ” 的\_\_\_\_\_条件; 又是 “ $|x| < \sqrt{2}$  且  $|y| < \sqrt{2}$ ” 的\_\_\_\_\_条件.

(5) 设  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$  均为非零实数, 方程  $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$  和方程  $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$  的实数解集分别为  $M$  和  $N$ , 则 “ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ” 是 “ $M = N$ ” 的\_\_\_\_\_条件.

49. (1) 是否存在实数  $m$ , 使得  $2x + m < 0$  是  $x^2 - 2x - 3 > 0$  的充分条件? 说明理由.

(2) 是否存在实数  $m$ , 使得  $2x + m < 0$  是  $x^2 - 2x - 3 > 0$  的必要条件? 说明理由.

50. 已知关于  $x$  的实系数二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a > 0$ ), 分别求下列命题的一个充要条件:

(1) 方程有一正根, 一根是零;

(2) 两根都比 2 小.

51. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 写出命题 “若  $a + b > 0$  且  $ab > 0$ , 则  $a > 0$  且  $b > 0$ ” 的逆否命题.

52. 填空 (填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”):

(1) 若  $x, y \in \mathbf{R}$ , 则  $x^2 + y^2 \neq 0$  是 “ $x, y$  不全为零” 的\_\_\_\_\_条件;

(2) 若  $x, y \in \mathbf{R}$ , 则 “ $xy > 0, x + y > 0$ ” 是 “ $x > 0, y > 0$ ” 的\_\_\_\_\_条件;

(3) 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则 “ $|a| + |b| = |a + b|$ ” 是 “ $ab = 0$ ” 的\_\_\_\_\_条件;

(4) 若  $a, b, c$  是常数, 则 “ $a > 0$  且  $b^2 - 4ac < 0$ ” 是 “对任意  $x \in \mathbf{R}$ , 有  $ax^2 + bx + c > 0$ ” 的\_\_\_\_\_条件;

(5) 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则  $b = \tan a$  是  $a = \arctan b$  的\_\_\_\_\_条件.

53. 已知  $x, y \in \mathbf{R}$ , 有如下四个命题: ①  $x^2 + y^2 < 1$ ; ②  $|x| + |y| < 1$ ; ③  $|x| < 1$  且  $|y| < 1$ ; ④  $|x + y| < 1$ . 则\_\_\_\_\_是\_\_\_\_\_的充分非必要条件 (答案可能不唯一).

54. 使不等式  $2x^2 - 5x - 3 \geq 0$  成立的一个充分不必要条件是 ( ).

A.  $x < 0$

B.  $x \geq 0$

C.  $x \in \{-1, 3, 5\}$

D.  $x \leq \frac{1}{2}$  或  $x \geq 3$

55. 已知  $\alpha: "x \geq a"$ ,  $\beta: "|x - 1| \leq 1"$ , 若  $\alpha$  是  $\beta$  的必要非充分条件, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

56. 命题甲: 关于  $x$  的方程  $x^2 + x + m = 0$  有两个相异的负根; 命题乙: 关于  $x$  的方程  $4x^2 + x + m = 0$  无实根, 若这两个命题有且只有一个是真命题, 求实数  $m$  的取值范围. \*

57. 已知  $P = \{x | x^2 - 8x - 20 \leq 0\}$ ,  $S = \{x | |x - a| \leq m\}$ , 求实数  $a, m$  的值, 使得 " $x \in P$ " 是 " $x \in S$ " 的充要条件. \*

58. 设  $f(x) = ax^2 + x + a$ , 写出一个  $a$  的值,

(1) 使  $f(x) > 0$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 恒成立;

(2) 使  $f(x) > 0$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 恒不成立;

(3) 使  $f(x) > 0$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 不恒成立.

59. 命题 (1)  $a > b \Rightarrow ac^2 > bc^2$ ; (2)  $ac^2 > bc^2 \Rightarrow a > b$ ; (3)  $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ; (4)  $a < b < 0, c < d < 0 \Rightarrow ac > bd$ ;

(5)  $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \Rightarrow a > b$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ); (6)  $a + c < b + d \Leftrightarrow \begin{cases} a < b, \\ c < d; \end{cases}$  (7)  $a < b < 0 \Rightarrow a^2 > ab > b^2$ . 其中真命题的序号是\_\_\_\_\_.

60. 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则  $ab(a - b) < 0$  成立的一个充要条件是 ( ).

A.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 0$

B.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C.  $0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

D.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

61. " $\begin{cases} 2 < x + y < 4, \\ 0 < xy < 3 \end{cases}$ " 是 " $\begin{cases} 2 < x < 3, \\ 0 < y < 1 \end{cases}$ " 的\_\_\_\_\_条件.

62. 下列函数中, 最小值为 2 的函数有\_\_\_\_\_.

(1)  $y = x + \frac{1}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ ; (2)  $y = x + \frac{1}{x}$ ,  $x \in (1, +\infty)$ ; (3)  $y = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}}$ ; (4)  $y = \log_3 x + \log_x 3$ .

63.  $z = (x + y)(\frac{1}{x} + \frac{1}{4y})$ , ( $x, y > 0$ ) 的最小值是\_\_\_\_\_.

64. 若正实数  $a, b$  满足  $a + b = 1$ , 则 ( ).

A.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  的最大值是 4

B.  $ab$  的最小值是  $\frac{1}{4}$

C.  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  有最大值  $\sqrt{2}$

D.  $a^2 + b^2$  有最小值  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

65. 如果  $0 < a < b, t > 0$ , 设  $M = \frac{a}{b}$ ,  $N = \frac{a+t}{b+t}$ , 那么 ( ).

A.  $M > N$

B.  $M < N$

C.  $M = N$

D.  $M$  与  $N$  的大小随  $t$  的变化而变化

66. 将一根铁丝切割成三段做一个面积为 2 平方米、形状为直角三角形的框架, 则至少需要\_\_\_\_\_米的铁丝 (不计损失, 精确到 0.1 米).

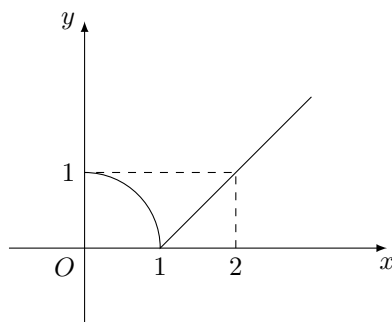
67. (1) 比较  $1+a^2$  与  $\frac{1}{1-a}$  的大小;  
 (2) 设  $a > 0, a \neq 1, t > 0$ , 比较  $\frac{1}{2} \log_a t$  和  $\log_a \frac{t+1}{2}$  的大小, 证明你的结论.
68. 已知  $x, y \in \mathbf{R}^+$  且  $x+y=4$ , 求  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$  的最小值. 某学生给出如下解法: 由  $x+y=4$  得,  $4 \geq 2\sqrt{xy}$ ①, 即  $\frac{1}{\sqrt{xy}} \geq \frac{1}{2}$ ②, 又因为  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} \geq 2\sqrt{\frac{2}{xy}}$ ③, 由②③得  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} \geq \sqrt{2}$ ④, 即所求最小值为  $\sqrt{2}$ ⑤. 请指出这位同学错误的步骤, 并给出正确的解法.
69. 已知  $x, y \in \mathbf{R}^+$ ,  $xy = x + y + 1$ , 求  $x + y$  的取值范围 (试用两种方法求解).
70. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 若  $a - |b| > 0$ , 则下列不等式中正确的是 ( ).  
 A.  $b - a > 0$                       B.  $a^3 + b^3 < 0$                       C.  $b + a > 0$                       D.  $a^2 - b^2 < 0$
71. 已知  $0 < x < y < a < 1$ , 则 ( ).  
 A.  $\log_a(xy) < 0$                       B.  $0 < \log_a(xy) < 1$                       C.  $1 < \log_a(xy) < 2$                       D.  $\log_a(xy) > 2$
72. 设  $a > 1 > b > -1$ , 则下列不等式中恒成立的是 ( ).  
 A.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$                       B.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$                       C.  $a > b^2$                       D.  $a^2 > 2b$
73. 若  $1 < a < 3, -4 < b < 2$ , 则  $\frac{1}{2}a - b$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
74. 已知  $x, y \in \mathbf{R}^+$ , 且  $x + 4y = 1$ , 则  $x \cdot y$  的最大值为\_\_\_\_\_.
75. 函数  $y = \log_a(x+3) - 1$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 的图像恒过定点  $A$ , 若点  $A$  在直线  $mx + ny + 1 = 0$  上, 其中  $mn > 0$ , 则  $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$  的最小值为\_\_\_\_\_.
76. \* 如果正数  $a, b, c, d$  满足  $a + b = cd = 4$ , 那么 ( ).  
 A.  $ab \leq c + d$  且等号成立时,  $abcd$  的取值唯一  
 B.  $ab \geq c + d$  且等号成立时,  $abcd$  的取值唯一  
 C.  $ab \leq c + d$  且等号成立时,  $abcd$  的取值不唯一  
 D.  $ab \geq c + d$  且等号成立时,  $abcd$  的取值不唯一
77. (1) 设  $x < 2$ , 则  $2x + \frac{8}{x-2}$  有最\_\_\_\_\_值是\_\_\_\_\_, 此时  $x =$ \_\_\_\_\_;  
 (2) 设  $0 < x < \sqrt{2}$ , 则  $x\sqrt{4-2x^2}$  的最大值是\_\_\_\_\_, 此时  $x =$ \_\_\_\_\_.
78. 在等差数列  $\{a_n\}$  和等比数列  $\{b_n\}$  中,  $a_1 = b_1 > 0, a_3 = b_3 > 0, a_1 \neq a_3$ , 试比较  $a_5$  与  $b_5$  的大小.
79. 下列不等式中解集为  $\mathbf{R}$  的是 ( ).  
 A.  $x^2 - 6x + 9 > 0$                       B.  $4x^2 + 12x + 9 < 0$                       C.  $3x^2 - x + 2 > 0$                       D.  $3x^2 - x + 2 < 0$
80. 不等式  $(x-1)^2(2-x) \leq 0$  的解集是\_\_\_\_\_;  $(x-1)^2(2-x) > 0$  的解集是\_\_\_\_\_.
81. 已知关于  $x$  的不等式  $x^2 + ax + b < 0$  的解集为  $(-1, 2)$ , 则  $a + b =$ \_\_\_\_\_.

82. 不等式  $-1 < x^2 + 2x - 1 \leq 2$  的解集是\_\_\_\_\_.
83. 用一根长为 100 米的绳子能否围成一个面积大于 600 平方米的矩形?\_\_\_\_\_ (用“能”或“不能”填空).
84. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 - bx + c > 0$  的解集是  $(-\frac{1}{2}, 2)$ , 对于  $a, b, c$  有以下结论: ①  $a > 0$ ; ②  $b > 0$ ; ③  $c > 0$ ; ④  $a + b + c > 0$ ; ⑤  $a - b + c > 0$ . 其中正确的序号有\_\_\_\_\_.
85. 若关于  $x$  的不等式  $(a - 2)x^2 + 2(a - 2)x - 4 < 0$  对一切  $x \in \mathbf{R}$  成立, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
86. 已知关于  $x$  的不等式  $(2a - b)x + a - 5b > 0$  的解集是  $(-\infty, \frac{10}{7})$ , 则关于  $x$  的不等式  $ax > b$  的解集是\_\_\_\_\_.
87. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集为  $\{x | 2 < x < 4\}$ , 求关于  $x$  的不等式  $cx^2 + bx + a < 0$  的解集.
88. 解关于  $x$  的不等式:  $(ax + 4)(x - 1) > 0 (a \in \mathbf{R})$ .
89. 已知  $f(x) = x^2 + 2(a - 2)x + 4$ .
- (1) 如果对一切  $x \in \mathbf{R}$ ,  $f(x) > 0$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围;
- (2) 如果对  $x \in [-3, 1]$ ,  $f(x) > 0$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.
90. 不等式  $-6x^2 - x + 2 \leq 0$  的解集是\_\_\_\_\_.
91. 解关于  $x$  的不等式  $x^2 - 3(a + 1)x + 2(3a + 1) \leq 0 (a \in \mathbf{R})$ .
92. 解关于  $x$  的不等式组: 
$$\begin{cases} ax > -1, \\ x + a > 0 \end{cases} \quad (a \in \mathbf{R}).$$
93. 若关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集为  $(-1, 2)$ , 求关于  $x$  的不等式  $a(x^2 + 1) + b(x - 1) + c > 2ax$  的解集.
94. 若关于  $x$  的不等式  $(a^2 - 4)x^2 + (a + 2)x - 1 \geq 0$  的解集为  $\emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.
95. 若关于  $x$  的不等式  $(a^2 - 4)x^2 + (a + 2)x + 1 \geq 0$  对一切  $x \in \mathbf{R}$  均成立, 求实数  $a$  的取值范围.
96. \* 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递增, 且满足  $f(-a^2 + 2a - 5) < f(2a^2 + a + 1)$ , 求实数  $a$  的取值范围.
97. \* 已知  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - (a + 1)x + a \leq 0\}$ .
- (1) 若  $A \subsetneq B$ , 求  $a$  的取值范围;
- (2) 若  $B \subseteq A$ , 求  $a$  的取值范围.
98. 下列不等式中, 与  $x^2 > 2$  同解的不等式的序号为\_\_\_\_\_.
- (1)  $x^2 + \frac{1}{x - 3} > 2 + \frac{1}{x - 3}$ ; (2)  $x^2 + \sqrt{x - 4} > 2 + \sqrt{x - 4}$ ; (3)  $x^2 - (x - 1) > 2 - (x - 1)$ ; (4)  $x^2(x - 2) > 2(x - 2)$ .
99. 不等式  $\frac{3x + 4}{5 - x} \geq 6$  的解集是\_\_\_\_\_.

100. 若不等式  $\frac{2x+a}{x+b} \leq 1$  的解集为  $\{x|1 < x \leq 3\}$ , 则  $a+b$  的值是\_\_\_\_\_.
101. 不等式  $(x-1)^2(2-x)(x+1) \leq 0$  的解集是\_\_\_\_\_.
102. 不等式  $2 < |x+1| < 3$  的解集是\_\_\_\_\_.
103. 不等式  $|x-2| > 9x$  的解集是\_\_\_\_\_.
104. 不等式  $4^{x-\frac{5}{x}+1} \leq 2$  的解集是\_\_\_\_\_.
105. 不等式  $\log_{\frac{1}{4}} 4x^2 > \log_{\frac{1}{4}}(3-x)$  的解集是\_\_\_\_\_.
106. 解下列不等式:
- (1)  $|x-5| - |2x+3| < 1$ ;
  - (2)  $\frac{2x^2+x-3}{x^2+x+1} \geq 1$ ;
  - (3)  $4^{2x} - 2^{2x+2} + 3 < 0$ ;
  - (4)  $\log_2(x-1) < \log_4(2-x) + 1$ .
107. (1) 关于  $x$  的不等式  $|x-1| - |x-2| < a^2 + a - 1$  的解集是  $\mathbf{R}$ , 求实数  $a$  取值范围;  
 (2) 关于  $x$  的不等式  $|x-1| - |x-2| < a^2 + a - 1$  有实数解, 求实数  $a$  的取值范围.
108. \* 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 已知关于  $x$  的不等式  $|x-1| + a - 1 > 0 (a \in \mathbf{R})$  的解集为  $A$ , 若  $\complement_U A \cap \mathbf{Z}$  恰有 3 个元素, 求  $a$  的取值范围.
109. 不等式  $|\frac{x}{1+x}| > \frac{x}{1+x}$  的解集是\_\_\_\_\_.
110. 不等式  $\frac{2x}{1-x} \leq 1$  的解集是\_\_\_\_\_.
111. 不等式  $\frac{1+|x|}{|x|-1} \geq 3$  的解集是\_\_\_\_\_.
112. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - 1, & x \leq 0, \\ x^{\frac{1}{2}}, & x > 0, \end{cases}$  若  $f(x_0) > 1$ , 则  $x_0$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
113. 已知  $a > 0$  且  $a \neq 1$ , 关于  $x$  的不等式  $a^x > \frac{1}{2}$  的解集是  $(-\infty, 1)$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.
114. 关于  $x$  的不等式  $\log_{\frac{1}{2}}(x - \frac{1}{x}) > 0$  的解集是\_\_\_\_\_.
115. 若不等式  $|3x-b| < 4$  的解集中的整数有且仅有 1, 2, 3, 则  $b$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
116. 已知关于  $x$  的不等式  $\frac{ax-5}{x^2-a} < 0$  的解集为  $M$ .
- (1) 当  $a = 5$  时, 求集合  $M$ ;
  - (2) 若  $2 \in M$  且  $5 \notin M$ , 求实数  $a$  的取值范围.
117. (1) 对任意实数  $x$ ,  $|x-1| - |x+3| > a$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围;  
 (2) \* 对任意实数  $x$ ,  $|x-1| - |x+3| > a$  恒不成立, 求实数  $a$  的取值范围.



118. (1) 若关于  $x$  的不等式  $x^2 - kx + 1 > 0$  的解集为  $\mathbf{R}$ , 求实数  $k$  的取值范围;  
 (2) \* 若关于  $x$  的不等式  $x^2 - kx + 1 > 0$  在  $[1, 2]$  上有解, 求实数  $k$  的取值范围.
119. 已知  $a, b \in \mathbf{R}^+$ , 求证:  $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ .
120. 已知  $x, y \in \mathbf{R}$ , 求证:  $x^2 + y^2 + 1 \geq x + y + xy$ .
121. 已知  $a, b \in \mathbf{R}^+$  且  $a \neq b$ , 求证:  $|a^3 + b^3 - 2ab\sqrt{ab}| > |a^2b + ab^2 - 2ab\sqrt{ab}|$ .
122. 已知  $0 < a < 1, 0 < b < 1, 0 < c < 1$ , 求证:  $(1-a)b, (1-b)c, (1-c)a$  中至少有一个小于等于  $\frac{1}{4}$ .
123.  $a, b, c$  是互不相等的正数, 则下列不等式中不正确的序号是\_\_\_\_\_.
- (1)  $|a-b| \leq |a-c| + |c-b|$ ; (2)  $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq a + \frac{1}{a}$ ; (3)  $|a-b| + \frac{1}{a-b} \geq 2$ ; (4)  $\sqrt{a+3} - \sqrt{a+1} \leq \sqrt{a+2} - \sqrt{a}$ .
124. 已知  $a > b > c > 0$ , 试比较  $\frac{a-c}{b}$  与  $\frac{b-c}{a}$  的大小.
125. 已知  $a > 0$ , 试比较  $a$  与  $\frac{1}{a}$  的大小.
126. 若  $x, y, m, n$  均为正数, 求证:  $\sqrt{(m+n)(x+y)} \geq \sqrt{mx} + \sqrt{ny}$ .
127. 已知  $a, b, c \in \mathbf{R}^+$ , 求证:  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq a^2bc + ab^2c + abc^2$ .
128. 设  $f(x) = \sqrt{1+x} (x > 0)$ . 若  $x_1 \neq x_2$ , 求证:  $|f(x_1) - f(x_2)| < |x_1 - x_2|$ .
129. 若实数  $x, y, m$  满足  $|x-m| > |y-m|$ , 则称  $x$  比  $y$  远离  $m$ .
- (1) 若  $x^2 - 1$  比 1 远离 0, 求  $x$  的取值范围;  
 (2) 定义: 在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  等于  $x^2$  和  $x+2$  中远离 0 的那个值. 求证:  $f(x) \geq 1$  在  $\mathbf{R}$  上恒成立.
130. 函数  $y = \frac{\sqrt{2x+1}}{x-3} + (x-1)^0$  的定义域为\_\_\_\_\_.
131. 若函数  $y = f(x)$  的定义域是  $[-2, 4]$ , 则函数  $g(x) = f(x) + f(-x)$  的定义域是\_\_\_\_\_.
132. 下列各组中, 两个函数是同一个函数的组的序号是\_\_\_\_\_.
- (1)  $y = \lg x$  与  $y = \frac{1}{2} \lg x^2$ ; (2)  $f(x) = 2^x, D = \{0, 1, 2, 3\}$  与  $g(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{6}x + 1, D = \{0, 1, 2, 3\}$ ;  
 (3)  $f(x) = x^2 - 2x - 1, g(t) = t^2 - 2t - 1$ ; (4)  $y = \sqrt{x^2 - 1}, y = \sqrt[3]{x^3 - 1}$ .
133. 已知函数  $f(x) = 6 + 5x - x^2$ , 函数  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 5x - 6}}$ , 则  $f(x) \cdot g(x) =$ \_\_\_\_\_.
134. 函数  $y = f(x)$  满足对于任意  $x > 0$ , 恒有  $f(x+1) = \lg x$ , 则  $y = f(x)$  在  $x > 1$  时的解析式为\_\_\_\_\_.
135. 函数  $y = f(x)$  满足对于任意  $x \neq 0$ , 恒有  $f(x - \frac{1}{x}) = x^3 - \frac{1}{x^3}$ . 若存在  $x_0$  使得  $f(x_0) = 0$ , 则  $x_0 =$ \_\_\_\_\_.
136. 已知  $y = f(x)$  为偶函数, 且  $y = f(x)$  的图像在  $x \in [0, 1]$  时的部分是半径为 1 的圆弧, 在  $x \in [1, +\infty)$  时的部分是过点  $(2, 1)$  的射线, 如图.



(1) 写出函数  $y = f(x)$  在  $x < 0$  时的单调性:\_\_\_\_\_;

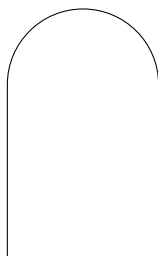
(2) 写出  $f(f(-2))$  的值:\_\_\_\_\_;

(3) 写出方程  $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  的解集:\_\_\_\_\_.

137. 某工厂生产一种仪器的元件, 由于受生产能力和技术水平等因素的限制, 会产生较多次品, 根据经验知道, 次品数  $p$ (万件) 与日产量  $x$ (万件) 之间满足关系:  $p = \begin{cases} \frac{x^2}{6}, & 1 \leq x < 4, \\ x + \frac{3}{x} - \frac{25}{12}, & x \geq 4. \end{cases}$  已知每生产 1 万件合格的元件可以盈利 20 万元, 但每产生 1 万件次品将亏损 10 万元. (实际利润 = 合格产品的盈利 - 生产次品的亏损), 试将该工厂每天生产这种元件所获得的实际利润  $T$ (万元) 表示为日产量  $x$ (万件) 的函数.

138. 设常数  $a, b$  满足  $1 < a < b$ , 函数  $f(x) = \lg(a^x - b^x)$ , 求函数  $y = f(x)$  的定义域.

139. 如图, 用长为  $l$  的铁丝弯成下部为矩形, 上部为半圆形的空心框架, 若矩形底边长为  $2x$ , 试用解析式将此框架围成的面积  $y$  表示  $x$  的函数.



140. 已知函数  $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$ .

(1) 若函数  $y = f(x)$  的定义域为  $(-\infty, +\infty)$ , 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若函数  $y = f(x)$  的值域为  $[0, +\infty)$ , 求实数  $a$  的取值范围.

141. 已知函数  $f(x) = \sqrt{x}$ , 函数  $g(x) = \sqrt{1-x} - \sqrt{x}$ , 则函数  $y = f(x) + g(x)$  的定义域为\_\_\_\_\_.

142. 已知函数  $y = f(x)$  的定义域为  $[1, 4]$ , 则函数  $y = \frac{f(2x)}{x-2}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

143. (1) 设函数  $D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbf{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbf{Q}. \end{cases}$  令  $F(x) = D(\sqrt{2}x)$ , 则  $F(1) =$ \_\_\_\_\_;

(2) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2-x, & x < -2, \\ x^2, & -2 \leq x < 1, \\ x, & x \geq 1. \end{cases}$  若  $f(x) = 2$ , 则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

144. 已知  $f(x) = \begin{cases} x-2, & x > 8, \\ f(x+3), & x \leq 8, \end{cases}$  则  $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

145. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x+a, & x < a, \\ \frac{1}{x}+a, & x \geq a. \end{cases}$  若  $f(2) = 2$ , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

146. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x > 1, \\ x, & x \leq 1, \end{cases}$  函数  $g(x) = 1 - \sqrt{x}$ . 求函数  $y = f(x) + g(x)$  的解析式及定义域.

147. \* 设  $D$  是含数 1 的有限实数集,  $f(x)$  是定义在  $D$  上的函数, 若  $f(x)$  的图像绕原点逆时针旋转  $\frac{\pi}{6}$  后与原图像重合, 则在以下各项中,  $f(1)$  的可能取值只能是 ( )

A.  $\sqrt{3}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. 0

148. 设常数  $p \in \mathbf{R}$ , 设函数  $f(x) = \log_2 \frac{x+1}{x-1} + \log_2(x-1) + \log_2(p-x)$ .

(1) 求  $p$  的取值范围以及函数  $y = f(x)$  的定义域;

(2) 若  $y = f(x)$  存在最大值, 求  $p$  的取值范围, 并求出最大值.

149. 已知  $xy < 0$ , 且  $4x^2 - 9y^2 = 36$ . 问: 能否由此条件将  $y$  表示成  $x$  的函数? 若能, 求出该函数的解析式; 若不能, 说明理由.

150. 已知常数  $a \in \mathbf{R}$ , 函数  $g(x) = \frac{x}{x+2}$ , 函数  $h(x) = \frac{1}{x+a}$ . 设函数  $F(x) = g(x) \cdot h(x)$ ,  $D_F$  是其定义域;  $f(x) = g(x) - h(x)$ ,  $D_f$  是其定义域.

(1) 设  $a = 2$ , 求函数  $F(x)$  的值域;

(2) 对于给定的常数  $a$ , 是否存在实数  $t$ , 使得  $f(t) = 0$  成立? 若存在, 求出这样的所有  $t$  的值; 若不存在, 说明理由;

(3) \* 是否存在常数  $a$  的值, 使得对于任意  $x \in D_f \cap \mathbf{R}^+$ , 有  $f(x) \geq 0$  恒成立? 若存在, 求出所有这样的  $a$  的值; 若不存在, 说明理由.

151. 给定六个函数: ①  $y = \frac{1}{x}$ ; ②  $y = x^2 + 1$ ; ③  $y = x^{-\frac{1}{3}}$ ; ④  $y = 2^x$ ; ⑤  $y = \log_2 x$ ; ⑥  $y = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{1 - x^2}$ .

在这六个函数中, 是奇函数但不是偶函数的是                     , 是偶函数但不是奇函数的是                     , 既不是奇函数也不是偶函数的是                     , 既是奇函数又是偶函数的是                     .

152. 设常数  $a, b \in \mathbf{R}$ . 若定义在  $[a-2, 2a]$  上的  $f(x) = ax^2 + bx$  是偶函数, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

153. 设常数  $a, b \in \mathbf{R}$ . 若定义在  $[a-1, a+1]$  上的  $f(x) = ax^2 + x + b$  是奇函数, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

154. 若函数  $f(x) = \frac{(x+1)(x+a)}{x}$  为奇函数, 则实数  $f(x)$ \_\_\_\_\_.

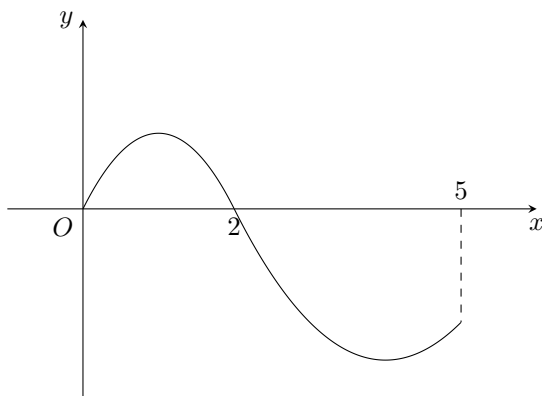
155. 设函数  $y = f(x)$  为定义在  $\mathbf{R}$  上的函数, 则命题: “ $f(-1) \neq f(1)$  且  $f(-1) \neq -f(1)$ ” 是命题 “ $y = f(x)$  既不是奇函数也不是偶函数” 的\_\_\_\_\_条件 (填 “充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要” 之中一个).

156. 设  $y = f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的函数, 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = x^2 - 2x$ .

(1) 当  $y = f(x)$  为奇函数时, 则当  $x < 0$  时,  $f(x)$  = \_\_\_\_\_;

(2) 当  $y = f(x)$  为偶函数时, 则当  $x < 0$  时,  $f(x)$  = \_\_\_\_\_.

157. 设奇函数  $y = f(x)$  的定义域为  $[-5, 5]$ . 若当  $x \in [0, 5]$  时,  $y = f(x)$  的图像如图, 则不等式  $xf(x) < 0$  的解是\_\_\_\_\_.



158. 若定义在  $\mathbf{R}$  上的两个函数  $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$  均为奇函数. 设  $F(x) = af(x) + bg(x) + 1$ .

(1) 若  $F(-2) = 10$ , 则  $F(2) =$  \_\_\_\_\_;

(2) 若函数  $y = F(x)$  在  $(0, +\infty)$  上存在最大值 4, 则  $y = F(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上的最小值为\_\_\_\_\_.

159. 判断下列函数  $y = f(x)$  的奇偶性:

(1)  $f(x) = (x-1) \cdot \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ ;

(2)  $f(x) = \begin{cases} x(1-x), & x < 0, \\ x(1+x), & x > 0. \end{cases}$

160. 已知函数  $f(x) = x^2 - 2a|x-1|$ ,  $x \in \mathbf{R}$ , 常数  $a \in \mathbf{R}$ .

(1) 求证: 函数  $y = f(x)$  不是奇函数;

(2) 若函数  $y = f(x)$  是偶函数, 求实数  $f(x) = \log_3 |2x+a|$  的值.

161. 判断下列函数  $y = f(x)$  的奇偶性:

(1)  $f(x) = \frac{1}{a^x - 1} + \frac{1}{2}$  (常数  $a > 0$  且  $a \neq 1$ );

(2)  $f(x) = \frac{ax}{x^2 - a}$  (常数  $a \in \mathbf{R}$ ).

162. 设  $y = f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的函数, 则下列叙述正确的是 ( ).

A.  $y = f(x)f(-x)$  是奇函数

B.  $y = f(x)|f(-x)|$  是奇函数

C.  $y = f(x) - f(-x)$  是偶函数

D.  $y = f(x) + f(-x)$  是偶函数

163. 设函数  $y = f(x)$  为定义在  $\mathbf{R}$  上的函数, 则 “ $f(0) \neq 0$ ” 是 “函数  $y = f(x)$  不是奇函数” 的 ( ).

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 既不是充分条件, 也不是必要条件

164. 设  $y = f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 当  $x < 0$  时,  $f(x) = \lg(2 - x)$ , 则  $x \in \mathbf{R}$  时,  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

165. 判断下列函数  $y = f(x)$  的奇偶性, 并说明理由:

(1)  $f(x) = x^3 - \frac{1}{x}$ ;

(2)  $f(x) = \frac{|x+3| - 3}{\sqrt{4-x^2}}$ .

166. 根据常数  $a$  的不同取值, 讨论下列函数  $y = f(x)$  的奇偶性, 并说明理由:

(1)  $f(a) \geq f(0)$ ;

(2)  $f(x) = x|x - a|$ .

167. 设函数  $y = f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数. 若  $x > 0$  时,  $f(x) = \lg x$ .

(1) 求方程  $f(x) = 0$  的解集;

(2) 求不等式  $f(x) > -1$  的解集.

168. 是否存在实数  $b$ , 使得函数  $g(x) = \frac{2^x}{4^x - b}$  是奇函数? 若存在, 求  $b$  的值; 若不存在, 说明理由.

169. 常数  $a \in \mathbf{R}$ . 若函数  $f(x) = \lg(10^x + 1) + ax$  是偶函数, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

170. 已知  $y = f(x)$  为定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数,  $y = g(x)$  为定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且任意  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(x) = g(x) + \frac{1}{x^2 + x + 1}$ , 则  $f(1) + g(1) =$ \_\_\_\_\_.

171. 设常数  $a \neq 0$ . 若函数  $f(x) = \lg \frac{x+1-2a}{x+1+3a}$ . 是否存在实数  $a$ , 使函数  $y = f(x)$  为奇函数或偶函数? 若存在, 求出  $a$  的值, 并判断相应的  $y = f(x)$  的奇偶性; 若不存在, 说明理由.

172. 函数  $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 5}$  的图像关于 ( ).

A.  $y$  轴对称

B. 原点对称

C. 直线  $x = 2$  对称

D. 点  $(2, 1)$  对称

173. 函数  $y = x + \frac{1}{x-1}$  的图像关于 ( ).

A. 点  $(1, 1)$  对称

B. 点  $(-1, 1)$  对称

C. 点  $(1, -1)$  对称

D. 点  $(-1, -1)$  对称

174. 若函数  $y = f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(x-1) = -f(3-x)$ , 则  $y = f(x)$  的图像关于 ( ).

A. 原点中心对称

B. 点  $(1, 0)$  中心对称

C. 点  $(2, 0)$  中心对称

D. 点  $(4, 0)$  中心对称

175. 设常数  $a, b \in \mathbf{R}$ . 若函数  $y = x^2 + ax$  在区间  $[a, b]$  上的图像关于直线  $x = 1$  对称, 则  $b =$ \_\_\_\_\_.

176. 已知函数  $y = f(x)$  满足: 对于任意  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(x+1) = -f(x)$ . 若  $f(1) = 1$ , 则  $f(4) =$ \_\_\_\_\_;  
 $f(2015) =$ \_\_\_\_\_.

177. 已知函数  $y = f(x)$  图像关于  $(1, 0)$  对称. 若  $x \leq 1$  时,  $f(x) = x^2 - 1$ , 则  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.
178. 已知函数  $y = f(x)$  满足: 对于任意  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(x+3) = f(x)$ . 若  $x \in [0, 3)$  时,  $f(x) = x - 1$ , 则  $x \in [6, 9)$  时,  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.
179. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ . 已知函数  $y = f(x)$  满足: 对于任意  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(x-1) = f(1-x)$ . 若函数  $y = f(x)$  图像总是关于直线  $x = a$  对称, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.
180. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ . 若直线  $x = 2$  是函数  $f(x) = \log_3 |2x + a|$  的图像的一条对称轴, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.
181. 设函数  $y = f(x)$  为  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 且对于任意  $x \in \mathbf{R}$  都有  $f(x+2) = -f(x)$ .
- (1) 求证: 函数  $y = f(x)$  为周期函数;
  - (2) 对于任意  $x \in \mathbf{R}$ , 求证:  $f(1+x) = f(1-x)$ ;
  - (3) 设  $0 \leq x \leq 1$  时,  $f(x) = \frac{1}{2}x$ . 求函数  $y = f(x) + \frac{1}{2}$  在  $-4 \leq x \leq 4$  时的所有零点;
  - (4) 设  $-1 \leq x \leq 1$  时,  $f(x) = \sin x$ .
- ① 写出  $1 \leq x \leq 5$  时,  $y = f(x)$  的解析式;
  - ② 求  $y = f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上的解析式.
182. 常数  $a, b \in \mathbf{R}$ . 函数  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{x+a} + b$  的图像关于点  $(1, 2)$  对称.
- (1) 求  $y = f(x)$  的解析式;
  - (2) \* 若  $y = f(x)$  的图像关于某一条直线对称, 写出这样的一条对称轴直线的方程 (无需证明).
183. 函数  $y = \log_2 \frac{2-x}{2+x}$  的图像关于 ( ).
- A. 原点对称                      B.  $y$  轴对称                      C. 直线  $y = x$  对称                      D. 直线  $y = -x$  对称
184. 函数  $y = \log_2(2 - 2^x)$  的图像关于 ( ).
- A. 原点对称                      B.  $y$  轴对称                      C. 直线  $y = x$  对称                      D. 直线  $y = -x$  对称
185. 设常数  $a, b \in \mathbf{R}$ . 若二次函数  $f(x) = ax^2 + bx + 1$  满足: 对任意  $t \in \mathbf{R}$ ,  $f(2+t) = f(2-t)$ , 则  $\frac{b}{a} =$ \_\_\_\_\_.
186. 设定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y = f(x)$  的图像关于直线  $x = 1$  对称. 若  $x \geq 1$  时,  $f(x) = 1 - 3^{x-1}$ , 则  $x < 1$  时,  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.
187. 设函数  $y = \log_2(x+3)$  的图像与函数  $y = f(x)$  的图像关于直线  $x = 1$  对称. ①  $f(1) =$ \_\_\_\_\_; ② 若  $f(a)$  有意义, 则  $f(a) =$ \_\_\_\_\_ (结果用  $a$  的表达式表示).
188. 已知定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $y = f(x)$  是偶函数, 并且其图像关于直线  $x = 1$  对称.
- (1) 若  $f(0) = 1, f(1) = 2$ , 求  $f(15) + 2f(20)$  的值;
  - (2) 设  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) = x^3$ .
- ①  $1 < x \leq 2$  时, 求  $y = f(x)$  的解析式;
  - ②  $-2 \leq x < 0$  时, 求  $y = f(x)$  的解析式;

③ 求函数  $y = f(x) - \frac{1}{8}$  在  $[-2, 2]$  上的所有零点;

④ 求  $y = f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上的解析式.

189. 已知  $f(x)$  是定义域为  $(-\infty, +\infty)$  的奇函数, 满足  $f(1-x) = f(1+x)$ . 若  $f(1) = 2$ , 则  $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(50) =$  ( ).

A. -50

B. 0

C. 2

D. 50

190. 已知函数  $y = f(x)$  对一切  $u, v \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(u+v) = f(u) + f(v)$ .

(1) 求证:  $y = f(x)$  是奇函数;

(2) 若  $f(-3) = a$ , 用  $a$  表示  $f(6)$  以及  $f(300)$ .

191. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y = f(x)$  是奇函数, 且  $y = f(x)$  也是以 4 为周期的一个周期函数.

(1) 若  $f(1) = 1$ , 则  $f(-1) + f(0) =$  \_\_\_\_\_;  $f(10) + f(11) =$  \_\_\_\_\_;

(2) \* 若  $f(1) = 0$ , 则在区间  $[-3, 3]$  上的零点的个数的最小值为 \_\_\_\_\_.

192. \* 设定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y = f(x)$  的满足: 对于任意  $x \in \mathbf{R}$ , 恒有  $f(-x+1) = -f(x+1)$  且  $f(-x-1) = -f(x-1)$ . 则下面命题中, 正确的命题的序号是 \_\_\_\_\_.

① 函数  $y = f(x)$  是偶函数; ② 2 是  $y = f(x)$  的周期; ③ 函数  $y = f(x)$  图像关于  $(1, 0)$  对称; ④ 函数  $y = f(x)$  图像关于  $(3, 0)$  对称.

193. 下列函数中, 在其定义域上是单调函数的序号为 \_\_\_\_\_.

①  $y = \frac{2-x}{x}$ ; ②  $y = x - \frac{1}{x}$ ; ③  $y = 3^{x-1}$ ; ④  $y = \ln \frac{1}{x}$ ; ⑤  $y = \tan x$ .

194. 函数  $y = |x-1|$  递减区间的是 \_\_\_\_\_.

195. 函数  $y = x + \frac{2}{x} (x > 0)$  的递减区间是 \_\_\_\_\_.

196. 函数  $y = (\frac{1}{2})^{x^2}$  的递减区间是 \_\_\_\_\_.

197. 函数  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+2x-3}}$  的递增区间是 \_\_\_\_\_.

198. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ . 若  $y = \frac{ax}{x+1}$  在区间  $(-1, +\infty)$  上递增, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

199. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ . 若函数  $y = x^2 + ax + 1$  在  $(-\infty, 2]$  上递减, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

200. 若函数  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  均为  $\mathbf{R}$  上增函数, 则下列命题中, 正确的命题的序号是 \_\_\_\_\_.

①  $y = f(x) + g(x)$  为增函数; ②  $y = f(x) \cdot g(x)$  为增函数; ③  $y = f(g(x))$  为增函数.

201. 若  $y = f(x)$  为  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 且在  $(-\infty, 0)$  上是减函数, 又  $f(-2) = 0$ , 则  $f(x) \leq 0$  的解集为 \_\_\_\_\_.

202. 设常数  $a \in \mathbf{R}$ . 若函数  $f(x) = \begin{cases} x+a, & x < 1, \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$  在  $\mathbf{R}$  上递增, 则  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.



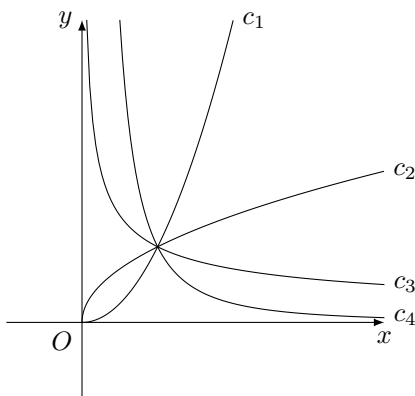


216. 函数  $y = x^{-\frac{3}{2}}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

217. 下列命题中, 正确的命题的序号是\_\_\_\_\_.

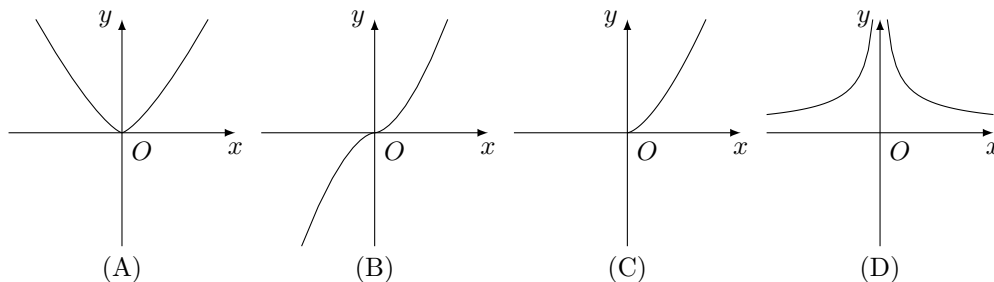
- ① 当  $\alpha = 0$  时, 函数  $y = x^\alpha$  的图像是一条直线;
- ② 幂函数的图像都经过  $(0, 0)$  和  $(1, 1)$  点;
- ③ 当  $\alpha < 0$  且  $y = x^\alpha$  是奇函数时, 它也是减函数;
- ④ 第四象限不可能有幂函数的图像.

218. 图中曲线是幂函数  $y = x^n$  在第一象限的图像, 已知  $n$  取  $\pm 2, \pm \frac{1}{2}$  四个值, 则相应于曲线  $c_1, c_2, c_3, c_4$  的  $n$  依次为 ( ).



- A.  $-2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2$       B.  $2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -2$       C.  $-\frac{1}{2}, -2, 2, \frac{1}{2}$       D.  $2, \frac{1}{2}, -2, -\frac{1}{2}$

219. 下列函数的图像为 (A)、(B)、(C)、(D) 之一, 试将正确的字母标号填在相应函数后面的横线上.



(1)  $y = x^{\frac{3}{2}}$  \_\_\_\_\_; (2)  $y = x^{\frac{4}{3}}$  \_\_\_\_\_; (3)  $y = x^{\frac{5}{3}}$  \_\_\_\_\_; (4)  $y = x^{-\frac{2}{3}}$  \_\_\_\_\_.

220. 已知  $\alpha \in \{-2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$ , 若幂函数  $f(x) = x^\alpha$  为奇函数, 且在  $(0, +\infty)$  上递减, 则  $\alpha =$ \_\_\_\_\_.

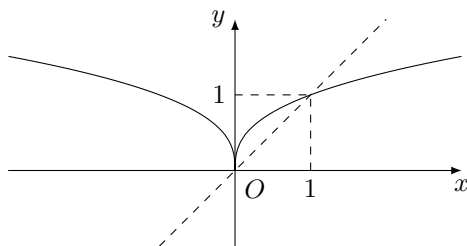
221. 函数  $y = f(x)$  满足两个条件: ①  $y = f(x)$  是两个幂函数的和函数; ②  $y = f(x)$  的最小值为 2, 则  $y = f(x)$  的解析式可以是\_\_\_\_\_.

222. 若集合  $A = \{y | y = x^{\frac{1}{3}}, -1 \leq x \leq 1\}$ ,  $B = \{y | y = x^{-\frac{1}{2}}\}$ , 则  $A \cap B$  等于 ( ).

- A.  $(0, 1]$       B.  $[-1, 1]$       C.  $\{1\}$       D.  $\{0, 1\}$

223. 设常数  $m \in \mathbf{R}$ . 若幂函数  $y = (m^2 - m - 1)x^{m^2 - 2m - 1}$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

224. 设常数  $n \in \mathbf{Z}$ . 若函数  $y = x^{n^2-2n-3}$  的图像与两条坐标轴都无公共点, 且图像关于  $y$  轴对称, 则  $n$  的值为\_\_\_\_\_.
225. 函数  $y = 1 - (x+2)^{-2}$  可以先将幂函数  $y = x^{-2}$  的图像向\_\_\_\_\_ 平移 2 个单位, 再以\_\_\_\_\_ 轴为对称轴作对称变换, 最后向\_\_\_\_\_ 平移 1 个单位.
226. 在  $f(x) = (2m^2 - 7m - 9)x^{m^2-9m+19}$  中, 当实数  $m$  为何值时,  
 (1)  $y = f(x)$  是正比例函数, 且它的图像的倾斜角为钝角?  
 (2)  $y = f(x)$  是反比例函数, 且它的图像在第一, 三象限?
227. 设常数  $t \in \mathbf{Z}$ . 已知幂函数  $y = (t^3 - t + 1)x^{\frac{1}{3}(1+2t-t^2)}$  是偶函数, 且在区间  $(0, +\infty)$  上是增函数, 求整数  $t$  的值, 并作出相应的幂函数的大致图像.
228. 设  $a \in \mathbf{R}$ .  
 (1) 若  $(a+2)^{\frac{2}{3}} > (1-2a)^{\frac{2}{3}}$ , 求  $a$  的取值范围;  
 (2) 若  $(a+2)^{-\frac{1}{3}} > (1-2a)^{-\frac{1}{3}}$ , 求  $a$  的取值范围.
229. 已知函数: ①  $y = \frac{1}{x}$ ; ②  $y = x^{\frac{1}{2}}$ ; ③  $y = x^{-\frac{1}{2}}$ ; ④  $y = x^{\frac{2}{3}}$ ; ⑤  $y = x^{-\frac{2}{3}}$ , 填写分别具有下列性质的函数序号:  
 (1) 图像与  $x$  轴有公共点的:\_\_\_\_\_;  
 (2) 图像关于原点对称的:\_\_\_\_\_;  
 (3) 定义域内递减的:\_\_\_\_\_;  
 (4) 在定义域内有反函数的:\_\_\_\_\_.
230. 函数  $y = -(x+1)^{-3}$  的图像可以先将幂函数  $y = x^{-3}$  的图像向\_\_\_\_\_ 平移 1 个单位, 再以\_\_\_\_\_ 轴为对称轴作对称变换.
231. 设  $\alpha \in \{-3, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1, \frac{3}{2}, 2\}$ . 已知幂函数  $y = x^\alpha$  是奇函数, 且在区间  $(0, +\infty)$  上是减函数, 则满足条件的  $\alpha$  的值是\_\_\_\_\_.
232. 下列关于幂函数图像及性质的叙述中, 正确的叙述的序号是\_\_\_\_\_.  
 ① 对于一个确定的幂函数, 第二、三象限不可能同时有该幂函数的图像上的点;  
 ② 若某个幂函数图像过  $(-1, -1)$ , 则该幂函数是奇函数;  
 ③ 若某个幂函数在定义域上递增, 则该幂函数图像必经过原点;  
 ④ 幂函数图像不会经过点  $(-\frac{1}{2}, 8)$  以及  $(-8, -4)$ .
233. 设  $y = f(x)$  与  $y = g(x)$  是两个不同的幂函数, 集合  $M = \{x | f(x) = g(x)\}$ , 则集合  $M$  中的元素是 ( ).  
 A. 1 或 2                      B. 1 或 3                      C. 1 或 2 或 3                      D. 1 或 2 或 3 或 4
234. 已知幂函数  $y = x^{\frac{q}{p}}$  ( $p \in \mathbf{N}^*$ ,  $q \in \mathbf{N}^*$ ,  $p, q$  互质) 的图像如图所示, 则 ( ).



A.  $p, q$  均为奇数

B.  $p$  是奇数,  $q$  是偶数, 且

C.  $p$  是偶数,  $q$  是奇数

D.  $p$  是奇数,  $q$  是偶数, 且

$$0 < \frac{q}{p} < 1$$

$$\frac{q}{p} > 1$$

235. 若  $(x+1)^{-\frac{1}{3}} < (3-2x)^{-\frac{1}{3}}$ , 求实数  $x$  的取值范围.

236. 设常数  $a, b$  满足  $a > b > 0$ . 已知函数  $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$ . (1) 写出函数  $y = f(x)$  的单调性;

(2) 写出函数  $y = f(x)$  图像的一个对称中心的坐标.

237. 已知函数  $f(x) = \frac{x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}}}{5}$ ,  $g(x) = \frac{x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}}}{5}$ .

(1) 分别计算  $f(4) - 5f(2)g(2)$  和  $f(9) - 5f(3)g(3)$  的值;

(2) 由 (1) 概括出涉及函数  $y = f(x)$  和  $y = g(x)$  的, 对所有不等于零的实数  $x$  都成立的一个等式, 并加以证明.

238. \* 证明第 8 题中的对称中心是唯一的.