

1. (000004) 已知方程 $x^2 + px + 4 = 0$ 的所有解组成的集合为 A , 方程 $x^2 + x + q = 0$ 的所有解组成的集合为 B , 且 $A \cap B = \{4\}$. 求集合 $A \cup B$ 的所有子集.
2. (000020) 设一元二次方程 $2x^2 - 6x - 3 = 0$ 的两个实根为 x_1, x_2 , 求下列各式的值:
 - (1) $(x_1 + 1)(x_2 + 1)$;
 - (2) $(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)$.
3. (000023) 若关于 x 的不等式 $(a+1)x - a < 0$ 的解集为 $(2, +\infty)$, 求实数 a 的值, 并求不等式 $(a-1)x + 3 - a > 0$ 的解集.
4. (000025) 试写出一个二次项系数为 1 的一元二次不等式, 使它的解集分别为:
 - (1) $(-\infty, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$;
 - (2) $[2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}]$.
5. (000028) 设关于 x 的不等式 $a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0$ 与 $a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0$ 的解集分别为 A, B , 试用集合运算表示下列不等式组的解集:
 - (1) $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0, \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0; \end{cases}$
 - (2) $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 \leq 0, \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0; \end{cases}$
 - (3) $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 \leq 0, \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 \leq 0. \end{cases}$
6. (000033) 已知一元二次方程 $x^2 + px + p = 0$ 的两个实根分别为 α, β , 且 $\alpha^2 + \beta^2 = 3$, 求实数 p 的值.
7. (000034) 已知一元二次方程 $2x^2 - 4x + m + 3 = 0$ 有两个同号实根, 求实数 m 的取值范围.
8. (000035) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 已知关于 x 的不等式 $(a+b)x + (b-2a) < 0$ 的解集为 $(1, +\infty)$, 求不等式 $(a-b)x + 3b - a > 0$ 的解集.
9. (000047) 方程 $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$ 的三个根 1、2、3 将数轴划分为四个区间, 即 $(-\infty, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 3)$, $(3, +\infty)$. 试在这四个区间上分别考察 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 的符号, 从而得出不等式 $(x-1)(x-2)(x-3) > 0$ 与 $(x-1)(x-2)(x-3) < 0$ 的解集.
一般地, 对 $x_1, x_2, x_3 \in \mathbf{R}$, 且 $x_1 \leq x_2 \leq x_3$, 试分别求不等式 $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) > 0$ 与 $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) < 0$ 的解集 (提示: x_1, x_2, x_3 相互之间可能相等, 需要分情况讨论).
10. (000378) 不等式 $\frac{x+1}{x+2} < 0$ 的解集为_____.
11. (000389) 不等式 $x|x-1| > 0$ 的解集为_____.
12. (000407) 若关于 x 的不等式 $\frac{x-a}{x-b} > 0 (a, b \in \mathbf{R})$ 的解集为 $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$, 则 $a+b =$ _____.

13. (000415) 已知 x, y 满足曲线方程 $x^2 + \frac{1}{y^2} = 2$, 则 $x^2 + y^2$ 的取值范围是_____.

14. (000459) 不等式 $\frac{x+2}{x+1} > 1$ 的解集为_____.

15. (000540) 不等式 $\frac{1}{|x-1|} \geq 1$ 的解集为_____.

16. (000586) 不等式 $\frac{x}{x+1} \leq 0$ 的解集为_____.

17. (000639) 若方程组
$$\begin{cases} ax + 2y = 3, \\ 2x + ay = 2 \end{cases}$$
 无解, 则实数 $a =$ _____.

18. (000647) 若关于 x, y 的方程组
$$\begin{cases} ax + y - 1 = 0, \\ 4x + ay - 2 = 0 \end{cases}$$
 有无数多组解, 则实数 $a =$ _____.

19. (000757) 不等式 $|1-x| > 1$ 的解集是_____.

20. (000797) 不等式 $\frac{x}{x-1} < 0$ 的解集为_____.

21. (000816) 不等式 $|x-3| < 2$ 的解集为_____.

22. (000976) 在下列各命题的右边写出其否定形式 (否定命题).

(1) $2 \times 2 = 5$; _____.

(2) $\sqrt{3-\pi}$ 有意义; _____.

(3) a 不是非负数; _____.

(4) \sqrt{a} 不是无理数; _____.(本小题中已知 $a \geq 0$)

(5) $x = 1$ 不是方程 $x(x+1) = 0$ 的根; _____.

23. (000977) 下列各组命题是否互为否定形式? (\checkmark or \times).

_____(1) 所有直角三角形都不是等边三角形; / 所有直角三角形都是等边三角形.

_____(2) 对一切实数 $x, x^2 + 1 \neq 0$; / 存在实数 x , 使得 $x^2 + 1 = 0$.

_____(3) 所有一元二次方程都没有实数根; / 有些一元二次方程没有实数根.

_____(4) 所有自然数都不是 0; / 所有自然数都是 0.

_____(5) 存在实数 x , 使得 $x^2 - 5x + 6 = 0$; / 所有实数 x , 都使得 $x^2 - 5x + 6 \neq 0$.

_____(6) 对于一些实数 $x, x^3 + 1 = 0$; / 对于一些实数 $x, x^3 + 1 \neq 0$.

_____(7) 有些三角形两边的平方和等于第三边的平方; / 所有三角形两边的平方和不等第三边的平方.

_____(8) 对于某些实数 $x, x = x + 1$; / 对于任意实数 $x, x \neq x + 1$.

_____(9) 负实数没有平方根; / 负实数有平方根.

24. (000987) 已知实数 $t \neq 0$. 证明: “ $x = t$ 是方程 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 的根” 的充分必要条件是 “ $x = \frac{1}{t}$ 是方程 $dx^3 + cx^2 + bx + a = 0$ 的根”.

25. (000990) 用描述法或列举法 (自行择其一种) 表示下列集合.

(1) 大于 0 且小于 3 的实数的全体.

(2) 方程 $x^3 - x = 0$ 的解的全体.

(3) 一次函数 $y = 2x + 1$ 图像上所有点的全体.

(4) 被 3 除余 2 的整数的全体.

26. (001040) 解方程: $x + \sqrt{2+x} = 0$.

27. (001041) 解方程: $\frac{3}{4x^2 + 20x + 25} = \frac{5}{4x^2 + 8x - 5} - \frac{2}{4x^2 - 4x + 1}$.

28. (001042) 设常数 $b \geq 0$, 求证: 方程 $\sqrt{f(x)} = b$ 与方程 $f(x) = b^2$ 同解.

29. (001043) 解方程: $\sqrt{1+x} = \sqrt{2x-5} + 1$.

30. (001044) (1) 求证: 方程 “ $\sqrt{f(x)}\sqrt{g(x)} = h(x)$ ” 与 “ $f(x)g(x) = (h(x))^2$ 且 $h(x) \geq 0$ 且 $f(x) \geq 0$ 且 $g(x) \geq 0$ ” 同解.

(2) 试举一例并分析, 说明: 方程 “ $\sqrt{f(x)}\sqrt{g(x)} = h(x)$ ” 和 “ $f(x)g(x) = (h(x))^2$ 且 $h(x) \geq 0$ 且 $f(x) \geq 0$ ” 有时会不同解.

31. (001045) (1) 求证: 方程 “ $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = \sqrt{h(x)}$ ” 与方程 “ $f(x) + g(x) + 2\sqrt{f(x)}\sqrt{g(x)} = h(x)$ ” 同解.

(2) 试举一例并分析, 说明: 方程 “ $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = \sqrt{h(x)}$ ” 与方程 “ $f(x) + g(x) + 2\sqrt{f(x)}\sqrt{g(x)} = h(x)$ ” 有时会不同解.

32. (001046) 解方程: $111x^2 + 83x - 28 = 0$.

33. (001047) 解方程: $x^2 + x = \sqrt{5} + 5$.

34. (001048) 求实数 a, b , 使得关于 x 的方程 $x^2 + 2(1+a)x + (3a^2 + 4ab + 4b^2 + 2) = 0$ 有实根.

35. (001049) 解关于 x 的方程: $ax - 1 = x + ab$.

36. (001050) 解关于 x 的方程: $m^2(x-1) + m(x+3) = 6x + 2$.

37. (001051) 已知实数 $a, b, c \neq 0$. 解关于 x 的方程: $\frac{x-b-c}{a} + \frac{x-c-a}{b} + \frac{x-a-b}{c} = 3$.

38. (001052) 若关于 x 的方程 $2ax = (a+1)x + 6$ 的解集真包含于 \mathbf{Z}^+ , 求 a .

39. (001053) [选做] 解关于 x 的方程: $\frac{(x-a)^2}{(x-b)(x-c)} + \frac{(x-b)^2}{(x-c)(x-a)} + \frac{(x-c)^2}{(x-a)(x-b)} = 3$.

40. (001054) 解方程: $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$.

41. (001055) 解方程: $2x^5 - x^4 - 15x^3 + 9x^2 + 16x + 4 = 0$.

42. (001056) 解方程: $(9 - 16x^2)^3 + (16 - 9x^2)^3 + (25x^2 - 25)^3 = 0$.

43. (001057) 解方程: $2(x^2 + 6x + 1)^2 + 5(x^2 + 6x + 1)(x^2 + 1) + 2(x^2 + 1)^2 = 0$

44. (001058) 解方程: $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) = -12$.
45. (001059) 解方程: $6x^4 + 5x^3 - 38x^2 + 5x + 6 = 0$.
46. (001060) 解方程: $6x^4 - 25x^3 + 12x^2 + 25x + 6 = 0$.
47. (001061)[选做] 解方程: $x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 12 = 0$.
48. (001062) 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 的两个实根为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 =$ _____, $x_1 x_2 =$ _____.
49. (001063) 已知关于 x 的方程 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 有两个实根 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$, 则 $b =$ _____.
50. (001064) 已知关于 x 的方程 $x^2 + bx - 2 = 0$ 的一个实根为 2, 则另一实根为_____.
51. (001065) 已知关于 x 的方程 $-x^2 - 3x + 3 = 0$ 的两个实根为 x_1, x_2 , 则 $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} =$ _____.
52. (001066) 已知关于 x 的二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两实根为 x_1, x_2 , 则 $|x_1 - x_2| =$ _____.
53. (001067) 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2mx + 6 = 0$ 的两实根的倒数之和为 1, 则实数 $m =$ _____.
54. (001068) 关于 y 的方程 $4y^2 + (b^2 - 3b - 10)y + 4b = 0$ 的两个实根互为相反数, 则实数 $b =$ _____.
55. (001069) 若关于 x 的方程 $x^2 - mx + 2m - 2 = 0$ 的两实根的平方和为 1, 则实数 $m =$ _____.
56. (001070) 方程组 $\begin{cases} x + y + xy = 5, \\ x^2 y + xy^2 = 6 \end{cases}$ 的解为 $(x, y) =$ _____.
57. (001071) 方程组 $\begin{cases} x - y = 3, \\ xy = -2 \end{cases}$ 的解为 $(x, y) =$ _____.
58. (001072) 关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两个实根之比为 1 : 2, 判别式的值为 1, 求实数 p, q .
59. (001073) 已知 α, β 是关于 x 的二次方程 $x^2 + (p-2)x + 1 = 0$ 的两根. 试求 $(1 + p\alpha + \alpha^2)(1 + p\beta + \beta^2)$ 的值.
60. (001074) 设 α, β 是方程 $2x^2 + x - 7 = 0$ 的两根, 试以 $\frac{1}{\alpha^2 - 1}, \frac{1}{\beta^2 - 1}$ 为根作一个新的二次方程.
61. (001075) 设常数 $k \in \mathbb{N}$, 若关于 x 的方程 $x^2 = 2(k+1)x - (k^2 + 4k - 3)$ 的两个实根符号相反, 求 k 的值, 并解此方程.
62. (001076) 设常数 $a > 0, m > 0$, 若方程组 $\begin{cases} y^2 = 4a(x+a), \\ x+y+m=0 \end{cases}$ 有两组不同的解 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$,
- (1) 求 a, m 所满足的条件;
- (2) 用 a, m 表示 $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.
63. (001077)[选做] 解方程组: $\begin{cases} x + y + z = 15, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 83, \\ x^3 + y^3 + z^3 = 495. \end{cases}$

64. (001078) 解方程: $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}} = 2$.

65. (001079) 解方程: $\frac{x^4 - (x-1)^2}{(x^2+1)^2 - x^2} + \frac{x^2 - (x^2-1)^2}{x^2(x+1)^2 - 1} + \frac{x^2(x-1)^2 - 1}{x^4 - (x+1)^2} = x^2$.

66. (001080)[选做] 解方程: $\frac{1}{(x-5)(x-4)} + \frac{1}{(x-4)(x-3)} + \cdots + \frac{1}{(x+4)(x+5)} = \frac{10}{11}$.

67. (001081) 解方程: $\sqrt[3]{3 - \sqrt{x+1}} + \sqrt[3]{2} = 0$.

68. (001082) 解方程: $\sqrt{3x+4} + 2 = 3\sqrt[4]{3x+4}$.

69. (001083) 已知 $a > b$, $a, b \in \mathbf{R}$. 解关于 y 的方程: $\sqrt{a-y} + \sqrt{y-b} = \sqrt{a-b}$.

70. (001084)[选做] 解方程: $\sqrt[4]{97-x} + \sqrt[4]{x} = 5$.

71. (001101) 求不等式 $3x - 1 > 2 - \frac{x+1}{3} \geq 1 - \frac{2x-3}{2}$ 的解集.

72. (001105) 关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$, 求 $a : b : c$. 在你求出的这个比值下, 不等式的解集一定如题中所说吗? 为什么?

73. (001106) 解不等式组: $x^2 - 2x - 3 \leq 0 < x^2 - 3x + 2$.

74. (001115) 设 a, m 是实常数, 且关于 x 的不等式 $\sqrt{x} > ax + \frac{3}{2}$ 的解集为 $(4, m)$, 求 a, m 的值.

75. (001117) 已知关于 x 的不等式 $|ax+1| \leq b$ 的解集为 $[2, 3]$, 求实常数 a, b 的值.

76. (001118) 若关于 x 的不等式 $|x-1| - |x-2| < a$ 的解集为 \mathbf{R} , 求实数 a 的取值范围.

77. (001122) 在解不等式时, 有时我们可以用不等式的性质来求解. 例如解不等式 $x^2 + x + 1 \geq 0$, 我们可以利用不等式的基本性质, 得到 $x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} > 0$ 恒成立, 因此解集为 \mathbf{R} . 请你用基本不等式的观点解以下两个不等式:

(1) $x + \frac{1}{x} > 1$;

(2) $x + \frac{1}{x} > 2$.

78. (002703) 设全集 $U = \mathbf{R}$, 函数 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} . 设集合 $A = \{x | f(x) = 0\}$, $B = \{x | g(x) = 0\}$, $C = \{x | h(x) = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则方程 $\frac{f^2(x) + g^2(x)}{h(x)} = 0$ 的解集是_____ (用 A, B, C 表示).

79. (002739) 填空: (填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”)

(1) 对于实数 x, y, p : $xy > 1$ 且 $x + y > 2$ 是 q : $x > 1$ 且 $y > 1$ 的_____条件;

(2) 对于实数 x, y, p : $x + y \neq 8$ 是 q : $x \neq 2$ 或 $y \neq 6$ 的_____条件;

(3) 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, p : $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$ 是 q : $(x-1)(y-2) = 0$ 的_____条件;

*(4) 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则“ $x^2 + y^2 < 2$ ”是“ $|x| + |y| \leq \sqrt{2}$ ”的_____条件; 又是“ $|x| + |y| < 2$ ”的_____条件; 又是“ $|x| < \sqrt{2}$ 且 $|y| < \sqrt{2}$ ”的_____条件.

(5) 设 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ 均为非零实数, 方程 $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ 和方程 $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ 的实数解集分别为 M 和 N , 则 “ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ” 是 “ $M = N$ ” 的_____条件.

80. (002741) 已知关于 x 的实系数二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$), 分别求下列命题的一个充要条件:

(1) 方程有一正根, 一根是零;

(2) 两根都比 2 小.

81. (002747) 已知 m 是实常数. 命题甲: 关于 x 的方程 $x^2 + x + m = 0$ 有两个相异的负根; 命题乙: 关于 x 的方程 $4x^2 + x + m = 0$ 无实根, 若这两个命题有且只有一个是真命题, 求实数 m 的取值范围. *

82. (002770) 下列不等式中解集为 \mathbf{R} 的是 ().

A. $x^2 - 6x + 9 > 0$

B. $4x^2 + 12x + 9 < 0$

C. $3x^2 - x + 2 > 0$

D. $3x^2 - x + 2 < 0$

83. (002771) 不等式 $(x-1)^2(2-x) \leq 0$ 的解集是_____; $(x-1)^2(2-x) > 0$ 的解集是_____.

84. (002772) 已知关于 x 的不等式 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集为 $(-1, 2)$, 则 $a + b =$ _____.

85. (002773) 不等式 $-1 < x^2 + 2x - 1 \leq 2$ 的解集是_____.

86. (002775) 已知关于 x 的不等式 $ax^2 - bx + c > 0$ 的解集是 $(-\frac{1}{2}, 2)$, 对于 a, b, c 有以下结论: ① $a > 0$; ② $b > 0$; ③ $c > 0$; ④ $a + b + c > 0$; ⑤ $a - b + c > 0$. 其中正确的序号有_____.

87. (002777) 已知关于 x 的不等式 $(2a-b)x + a - 5b > 0$ 的解集是 $(-\infty, \frac{10}{7})$, 则关于 x 的不等式 $ax > b$ 的解集是_____.

88. (002778) 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\{x | 2 < x < 4\}$, 求关于 x 的不等式 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集.

89. (002781) 不等式 $-6x^2 - x + 2 \leq 0$ 的解集是_____.

90. (002784) 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-1, 2)$, 求关于 x 的不等式 $a(x^2 + 1) + b(x - 1) + c > 2ax$ 的解集.

91. (002785) 若关于 x 的不等式 $(a^2 - 4)x^2 + (a + 2)x - 1 \geq 0$ 的解集为 \emptyset , 求实数 a 的取值范围.

92. (002790) 不等式 $\frac{3x+4}{5-x} \geq 6$ 的解集是_____.

93. (002791) 若不等式 $\frac{2x+a}{x+b} \leq 1$ 的解集为 $\{x | 1 < x \leq 3\}$, 则 $a + b$ 的值是_____.

94. (002792) 不等式 $(x-1)^2(2-x)(x+1) \leq 0$ 的解集是_____.

95. (002793) 不等式 $2 < |x+1| < 3$ 的解集是_____.

96. (002794) 不等式 $|x-2| > 9x$ 的解集是_____.
97. (002795) 不等式 $4^{x-\frac{5}{x}+1} \leq 2$ 的解集是_____.
98. (002796) 不等式 $\log_{\frac{1}{4}} 4x^2 > \log_{\frac{1}{4}} (3-x)$ 的解集是_____.
99. (002798) (1) 关于 x 的不等式 $|x-1| - |x-2| < a^2 + a - 1$ 的解集是 \mathbf{R} , 求实数 a 取值范围;
(2) 关于 x 的不等式 $|x-1| - |x-2| < a^2 + a - 1$ 有实数解, 求实数 a 的取值范围.
100. (002799)* 设全集 $U = \mathbf{R}$, 已知关于 x 的不等式 $|x-1| + a - 1 > 0 (a \in \mathbf{R})$ 的解集为 A , 若 $\complement_U A \cap \mathbf{Z}$ 恰有 3 个元素, 求 a 的取值范围.
101. (002800) 不等式 $|\frac{x}{1+x}| > \frac{x}{1+x}$ 的解集是_____.
102. (002801) 不等式 $\frac{2x}{1-x} \leq 1$ 的解集是_____.
103. (002802) 不等式 $\frac{1+|x|}{|x|-1} \geq 3$ 的解集是_____.
104. (002804) 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 关于 x 的不等式 $a^x > \frac{1}{2}$ 的解集是 $(-\infty, 1)$, 则 $a =$ _____.
105. (002805) 关于 x 的不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(x - \frac{1}{x}) > 0$ 的解集是_____.
106. (002806) 若不等式 $|3x-b| < 4$ 的解集中的整数有且仅有 1, 2, 3, 则 b 的取值范围为_____.
107. (002807) 已知关于 x 的不等式 $\frac{ax-5}{x^2-a} < 0$ 的解集为 M .
(1) 当 $a = 5$ 时, 求集合 M ;
(2) 若 $2 \in M$ 且 $5 \notin M$, 求实数 a 的取值范围.
108. (002809) (1) 若关于 x 的不等式 $x^2 - kx + 1 > 0$ 的解集为 \mathbf{R} , 求实数 k 的取值范围;
(2) * 若关于 x 的不等式 $x^2 - kx + 1 > 0$ 在 $[1, 2]$ 上有解, 求实数 k 的取值范围.
109. (003675) 不等式 $\frac{x-1}{x} > 1$ 的解集为_____.
110. (003716) 若函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a > 0)$, 不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $\{x | -2 < x < 0\}$, 当 $0 < n < m$ 时, $f(n), f(m), f(\sqrt{mn}), f(\frac{m+n}{2})$ 这四个值中最大的一个是_____.
111. (003754) 定义区间 $(c, d), (c, d], [c, d), [c, d]$ 的长度均为 $d - c (d > c)$. 若 $a \neq 0$, 关于 x 的不等式 $x^2 - (2a + \frac{1}{a})x - 1 < 0$ 的非空解集 (用区间表示) 记为 $I(a)$, 则当区间 $I(a)$ 的长度取得最小值时, 实数 a 的值为_____.
112. (003758) 已知 $a \in \mathbf{R}$, 命题 P : “实系数一元二次方程 $x^2 + ax + 2 = 0$ 的两根都是虚数”; 命题 Q : “存在复数 z 同时满足 $|z| = 2$ 且 $|z+a| = 1$ ”. 是判断命题 P 和命题 Q 之间是否存在推出关系? 说明你的理由.
113. (003774) 已知集合 $A = \left\{ x \left| \frac{2x+1}{x+2} < 1, x \in \mathbf{R} \right. \right\}$, 函数 $f(x) = |mx+1| (m \in \mathbf{R})$. 函数 $g(x) = x^2 + ax + b (a, b \in \mathbf{R})$ 的值域为 $[0, +\infty)$.

- (1) 若不等式 $f(x) < 3$ 的解集为 A , 求 m 的值;
 (2) 在 (1) 的条件下, 若 $\left|f(x) - 2f\left(\frac{x}{2}\right)\right| \leq k$ 恒成立, 求 k 的取值范围;
 (3) 若关于 x 的不等式 $g(x) < c$ 的解集为 $(m, m+6)$, 求实数 c 的值.

114. (003777) 若存在实数 a , 使得关于 x 的不等式 $ax + b > x + 1$ 的解集为 $\{x|x < 1\}$, 则实数 b 的取值范围为_____.

115. (003861) 设 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, 条件甲: A, B, C 是以 C 为直角顶点的三角形的三个顶点; 条件乙: C 的坐标是方程 $x^2 + y^2 = 1$ 的解, 则甲是乙的_____.

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

116. (004125) 关于 x 的不等式 $\frac{1}{x} > 1$ 的解集为_____.

117. (004249) 不等式 $\frac{1}{x-1} > 1$ 的解集为_____.

118. (004312) 不等式 $|1-x| > 1$ 的解集是_____.

119. (004409) 不等式 $\frac{1}{x} \leq 3$ 的解集是_____.

120. (004422) 已知 a_1, a_2 与 b_1, b_2 是 4 个不同的实数, 关于 x 的方程 $|x-a_1| + |x-a_2| = |x-b_1| + |x-b_2|$ 的解集为 A , 则集合 A 中元素的个数为 ().

- A. 1 个 B. 0 个或 1 个或 2 个
 C. 0 个或 1 个或 2 个或无限个 D. 1 个或无限个

121. (004469) 不等式 $\frac{1}{x-1} > 1$ 的解集为_____.

122. (004502) 已知两条直线 l_1, l_2 的方程分别为 $l_1: ax + y - 1 = 0$ 和 $l_2: x - y + 1 = 0$, 则 “ $a = 1$ ” 是 “直线 $l_1 \perp l_2$ ” 的 ().

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

123. (004554) 不等式 $|x+1| < 5$ 的解集为_____.

124. (004557) 已知二元线性方程组 $\begin{cases} 2x + 2y = -1, \\ 4x + a^2y = a \end{cases}$ 有无穷多解, 则实数 $a =$ _____.

125. (004636) 已知 a 是常数, 设函数 $f(x) = (a-2)x^2 + 2(a-2)x - 4$.

- (1) 解不等式: $f(x) > -4$;
 (2) 求实数 a 的取值范围, 使得 $f(x) < 0$ 对任意 $x \in [1, 3]$ 恒成立;

126. (004650) 已知常数 $k, b, t \in \mathbf{R}$ 直线 $f(x) = kx + b$ 与曲线 $g(x) = \frac{t^2}{x}$ 交于点 $M(m, -1)$, $N(n, 2)$, 则不等式 $f^{-1}(x) \geq g^{-1}(x)$ 的解集为_____.

127. (004697) 已知非空集合 A, B 满足: $A \cup B = R, A \cap B = \varnothing$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in A, \\ 2x - 1, & x \in B. \end{cases}$ 对于下列两个命题: ① 存在唯一的非空集合对 (A, B) , 使得 $f(x)$ 为偶函数; ② 存在无穷多非空集合对 (A, B) , 使得方程 $f(x) = 2$ 无解. 下面判断正确的是 ().
- A. ① 正确, ② 错误 B. ① 错误, ② 正确 C. ①、② 都正确 D. ①、② 都错误
128. (004772) 在 “① 难解的题目, ② 方程 $x^2 + 1 = 0$ 在实数集内的解, ③ 直角坐标平面内第四象限的一些点, ④ 很多多项式” 中, 能够组成集合的是 ().
- A. ② B. ①③ C. ②④ D. ①②④
129. (004775) 方程组 $\begin{cases} 2x + y = 0, \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$ 的解集是 ().
- A. $\{-1, 2\}$ B. $(-1, 2)$ C. $\{(-1, 2)\}$ D. $\{(x, y) | x = -1, y = 2\}$
130. (004777) 用列举法表示下列各集合.
- (1) 不大于 6 的非负数整数所组成的集合: _____;
- (2) 方程 $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$ 的解所组成的集合: _____;
- (3) $\{y | y = x^2 - 1, |x| \leq 2, x \in \mathbf{Z}\}$: _____;
- (4) $\{(x, y) | y = x^2 - 1, |x| \leq 2, x \in \mathbf{Z}\}$: _____;
- (5) $\{(x, y) | x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{Z}\}$: _____.
131. (004818) 设集合 $M = \{x | a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0\}$, $N = \{x | a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0\}$, 方程 $(a_1x^2 + b_1x + c_1)(a_2x^2 + b_2x + c_2) = 0$ 的解集是 ().
132. (004830) 设方程 $x^2 + px - 12 = 0$ 的解集为 A , 方程 $x^2 + qx + r = 0$ 的解集为 B , 且 $A \neq B, A \cup B = \{-3, 4\}$, $A \cap B = \{-3\}$, 求 p, q, r 的值.
133. (004843) 下列语句哪些不是命题? 哪些是命题? 如果是命题, 那么它们是真命题还是假命题? 为什么?
- (1) 你到过北京吗?
- (2) 当 $x = 4$ 时, $2x < 0$;
- (3) 若 $x \in \mathbf{R}$, 则方程 $x^2 - x + 1 = 0$ 无实数根;
- (4) $1 + 2 = 5$ 或 $3 \geq 3$;
- (5) $x < -2$ 或 $x > 2$;
134. (004848) 已知命题 α : 方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个相异负实数根, 命题 β : $4x^2 + 4(m - 2)x + 1 = 0$ 无实数根, 命题 α, β 有且只有一个为真命题, 求实数 m 的取值范围.
135. (004865) 已知 $\alpha: |a - 1| < 2, \beta$: 方程 $x^2 + (a + 2)x + 1 = 0 (x \in \mathbf{R})$ 没有正根, 求实数 a 的取值范围, 使 α, β 有且只有一个为真命题.

A. $x^2 \geq 2$ 的解集是 $\{x|x \geq \pm\sqrt{2}\}$

B. $(x-1)^2 < 2$ 的解集是 $\{x|1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2}\}$

C. $x^2 - 9 < 0$ 的解集是 $\{x|x < 3\}$

D. 设 x_1, x_2 为 $ax^2+bx+c=0$ 的两个实根, 且 $x_1 > x_2$, 则 $ax^2+bx+c > 0$ 的解集是 $\{x|x_2 < x < x_1\}$

147. (004926) 在① $x^2 - 2x - 3 < 0$ 与 $\frac{x^2 - 2x}{x-1} < \frac{3}{x-1}$; ② $x^2 + 3x - 4 > 0$ 与 $x^2 + 3x + \sqrt{x} > 4 + \sqrt{x}$; ③ $\frac{(x+2)(x^2-1)}{x+2} > 0$ 与 $x^2 - 1 > 0$ 三组不等式中, 解集相同的组数是 ().

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

148. (004928) 直接写出下列不等式的解集:

(1) $(x-1)^2 > 0$: _____;

(2) $(2-x)(3x+1) > 0$: _____;

(3) $1 - 3x^2 > 2x$: _____;

(4) $1 - 2x - x^2 \geq 0$: _____;

(5) $x + \sqrt{x} - 6 < 0$: _____.

149. (004929) 直接写出下列不等式的解集:

(1) $\frac{3x+4}{x-2} \geq 0$: _____;

(2) $\frac{4-2x}{1+3x} > 0$: _____;

(3) $\frac{1}{x} > x$: _____;

(4) $x^2 - 2|x| - 3 > 0$: _____;

(5) $x^2 - x - 5 > |2x - 1|$: _____.

150. (004933) 不等式 $4 \leq x^2 - 3x < 18$ 的整数解集是_____.

151. (004935) 已知 $a > b$, 直接写出下列不等式的解集:

(1) $\frac{x-a}{x-b} \geq 0$: _____;

(2) $\frac{x-a}{x-b} < 0$: _____;

(3) $x^2 - (a-b)x + ab > 0$: _____;

(4) $x^2 - (a-b)x + ab < 0$: _____.

152. (004936) 若关于 x 的方程 $2kx^2 + (8k+1)x + 8k = 0$ 有两个不等实根, 则实数 k 的取值范围是_____.

153. (004938) 不等式 $\frac{x-1}{2x} \leq 1$ 的解集是 ().

A. $\{x|x \geq -1\}$

B. $\{x|x \leq -1\}$

C. $\{x|-1 \leq x < 0\}$

D. $\{x|x \leq -1 \text{ 或 } x > 0\}$

154. (004939) 若关于 x 的二次不等式 $mx^2 + 8mx + 21 < 0$ 的解集是 $\{x|-1 < x < -1\}$, 则实数 m 的值等于 ().

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

155. (004940) 若关于 x 的不等式 $(a^2 - 3)x^2 + 5x - 2 > 0$ 的解集是 $\{x | \frac{1}{2} < x < 2\}$, 则实数 a 的值等于 ().
- A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 0
156. (004941) 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c < 0 (a \neq 0)$ 的解集是空集, 则 ().
- A. $a < 0$ 且 $b^2 - 4ac > 0$ B. $a < 0$ 且 $b^2 - 4ac \leq 0$ C. $a > 0$ 且 $b^2 - 4ac \leq 0$ D. $a > 0$ 且 $b^2 - 4ac > 0$
157. (004944) 若关于 x 的二次方程 $2(k+1)x^2 + 4kx + 3k - 2 = 0$ 的两根同号, 则 k 的取值范围是 ().
- A. $-2 < k < 1$ B. $-2 \leq k < -1$ 或 $\frac{2}{3} < k \leq 1$
 C. $k < -1$ 或 $k > \frac{2}{3}$ D. $-2 < k < 1$ 或 $\frac{2}{3} < k < 1$
158. (004945) 已知关于 x 的方程 $(m+3)x^2 - 4mx + 2m - 1 = 0$ 的两根异号, 且负根的绝对值比正根大, 那么实数 m 的取值范围是 ().
- A. $-3 < m < 0$ B. $0 < m < 3$ C. $m < -3$ 或 $m > 0$ D. $m < 0$ 或 $m > 3$
159. (004946) 若 α, β 是关于 x 的方程 $x^2 - (k-2)x + k^2 + 3k + 5 = 0 (k \text{ 为实数})$ 的两个实根, 则 $\alpha^2 + \beta^2$ 的最大值等于 ().
- A. 19 B. 18 C. $\frac{50}{9}$ D. -6
160. (004948) 在三个关于 x 的方程 $x^2 - ax + 4 = 0$, $x^2 + (a-1)x + 16 = 0$ 和 $x^2 + 2ax + 3a + 10 = 0$ 中, 已知至少有一个方程有实根, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $-4 \leq a \leq 4$ B. $-2 < a < 4$ C. $a \leq -2$ 或 $a \geq 4$ D. $a < 0$
161. (004949) 若关于 x 的二次方程 $x^2 - 2mx + 4x + 2m^2 - 4m - 2 = 0$ 有实根, 则其两根之积的最大值等于_____.
162. (004950) 使关于 x 的方程 $x^2 - kx + 2k - 3 = 0$ 的两实根的平方和取最小值, 实数 k 的值等于_____.
163. (004951) 若关于 x 的不等式 $x^2 - mx + n \leq 0$ 的解集是 $\{x | -5 \leq x \leq 1\}$, 则实数 $m =$ _____,
 $n =$ _____.
164. (004952) 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + 1 \geq 0$ 的解集是 $\{x | -5 \leq x \leq 1\}$, 则实数 $a =$ _____, $b =$ _____.
165. (004953) 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集是 $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\}$, 则实数 $a =$ _____, $b =$ _____.
166. (004954) 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx - 6 > 0$ 的解集是 $\{x | 2 < x < 3\}$, 则实数 $a =$ _____, $b =$ _____.
167. (004955) 若关于 x 的不等式 $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 的解集是 $\{x | x > 3\}$, 则不等式 $(a-3b)x + b - 2a > 0$ 的解集是_____.
168. (004956) 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是 $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > -\frac{1}{2}\}$, 则关于 x 的不等式 $ax^2 - bx + c > 0$ 的解集是_____.
169. (004957) 解不等式 $x^4 - 2x^2 + 1 > x^2 - 1$.

170. (004958) 已知关于 x 的不等式 $kx^2 - 2x + 6k < 0 (k \neq 0)$.
- (1) 若不等式的解集是 $\{x|x < -3 \text{ 或 } x > -2\}$, 求实数 k 的值;
 - (2) 若不等式的解集是 $\{x|x \neq \frac{1}{k}\}$, 求实数 k 的值;
 - (3) 若不等式的解集是实数集, 求实数 k 的值.
171. (004959) 已知关于 x 的方程 $m(x-1) = 3(x+2)$ 的解是正实数, 求实数 m 的取值范围.
172. (004960) 已知关于 x 的方程 $\frac{1}{4}x^2 - kx + 5k - 6 = 0$ 无实数解, 求实数 k 的取值范围.
173. (004961) 已知关于 x 的方程 $kx^2 - (3k-1)x + k = 0$ 有两个正实数根, 求实数 k 的取值范围.
174. (004968) 已知关于 x 的不等式 $(a^2-4)x^2 + (a+2)x - 1 \geq 0$ 的解集是空集, 求实数 a 的取值范围.
175. (004969) 若关于 x 的不等式 $\frac{x^2 - 8x + 20}{mx^2 + 2(m+1)x + 9m + 4} < 0$ 的解集为 \mathbf{R} , 求实数 m 的取值范围.
176. (004971) 既要使关于 x 的不等式 $x^2 + (m - \frac{1}{2})x - \frac{7}{16} \leq 0$ 有实数解, 又要使关于 x 的方程 $(2m+3)x^2 + mx + \frac{m-2}{4} = 0$ 有实数解, 求实数 m 的取值范围.
177. (005079) 已知 $\tan \alpha, \tan \beta$ 是关于 x 的方程 $mx^2 + (2m-3)x + (m-2) = 0 (m \neq 0)$ 的两根, 求证: $\tan(\alpha + \beta) \geq -\frac{3}{4}$.
178. (005102) 若 $a > 0, b > 0$, 且 $a^3 + b^3 = 2$, 试分别利用 $x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz (x, y, z \geq 0)$ 构造方程, 并利用判别式以及反证法证明: $a + b \leq 2$.
179. (005139) 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是 $\{x|\alpha < x < \beta\}$, 其中 $0 < \alpha < \beta$, 求 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集.
180. (005140) 解不等式 $(x+1)^2(x-1)(x-4)^3 > 0$.
181. (005141) 解不等式 $\frac{3x^2 - 14x + 14}{x^2 - 6x + 8} \geq 1$.
182. (005142) 解不等式 $\sqrt{x^2 - 3x + 2} > x - 3$.
183. (005143) 解不等式 $\sqrt{2x-1} < x-2$.
184. (005144) 解不等式 $|x^2 - 4| \leq x + 2$.
185. (005145) 解不等式 $|x^2 - \frac{1}{2}| > 2x$.
186. (005147) 若关于 x 的不等式 $2x - 1 > a(x - 2)$ 的解集是 \mathbf{R} , 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $a > 2$ B. $a = 2$ C. $a < 2$ D. a 不存在
187. (005148) 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx - 2 > 0$ 的解集是 $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$, 则 ab 等于 ().
- A. -24 B. 24 C. 14 D. -14

188. (005150) 若 $q < 0 < p$, 则不等式 $q < \frac{1}{x} < p$ 的解集为 ().
- A. $\{x | \frac{1}{q} < x < \frac{1}{p}, x \neq 0\}$ B. $\{x | x < \frac{1}{q} \text{ 或 } x > \frac{1}{p}\}$
 C. $\{x | -\frac{1}{p} < x < -\frac{1}{q}, x \neq 0\}$ D. $\{x | \frac{1}{p} < x < -\frac{1}{q}\}$
189. (005151) 若关于 x 的不等式 $(a+b)x + 2a - 3b < 0$ 的解集是 $\{x | x < -\frac{1}{3}\}$, 则 $(a-3b)x + b - 2a > 0$ 的解集是_____.
190. (005153) 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是 $\{x | 3 < x < 5\}$, 则不等式 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集是_____.
191. (005154) 若关于 x 的不等式 $\frac{x-a}{x^2-3x+2} \geq 0$ 的解集是 $\{x | 1 < x \leq a \text{ 或 } x > 2\}$, 则实数 a 的取值范围是_____.
192. (005155) 不等式 $(x+2)(x+1)^2(x-1)^3(x-3) > 0$ 的解集为:_____.
193. (005156) 不等式 $\frac{(x-1)^2(x+2)}{(x-3)(x-4)} \leq 0$ 的解集为:_____.
194. (005157) 不等式 $x+1 \leq \frac{4}{x+1}$ 的解集为:_____.
195. (005158) 若不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集为 $[1, 2]$, 不等式 $g(x) \geq 0$ 的解集为 \emptyset , 则不等式 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 的解集是 ().
- A. \emptyset B. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ C. $[1, 2)$ D. \mathbf{R}
196. (005159) 若关于 x 的不等式 $ax^2 - bx + c < 0$ 的解集为 $(-\infty, \alpha) \cup (\beta, +\infty)$, 其中 $\alpha < \beta < 0$, 则不等式 $cx^2 + bx + a > 0$ 的解集为 ().
- A. $(\frac{1}{\beta}, \frac{1}{\alpha})$ B. $(\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta})$ C. $(-\frac{1}{\beta}, -\frac{1}{\alpha})$ D. $(-\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\beta})$
197. (005162) 已知关于 x 的不等式 $\sqrt{x} > ax + \frac{3}{2}$ 的解集是 $\{x | 4 < x < b\}$, 求 a, b 的值.
198. (005163) 已知 $x = 3$ 是不等式 $ax > b$ 解集中的元素, 求实数 a, b 应满足的条件.
199. (005168) 已知关于 x 的方程 $3x^2 + x \log_{\frac{1}{2}} a + 2 \log_{\frac{1}{2}} a = 0$ 的两根 x_1, x_2 满足条件 $-1 < x_1 < 0 < x_2 < 1$, 求实数 a 的取值范围.
200. (005169) 已知关于 x 的方程 $x^2 + (m^2 - 1)x + m - 2 = 0$ 的一个根比 -1 小, 另一个根比 1 大, 求参数 m 的取值范围.
201. (005171) 不等式 $\sqrt{x+3} > -1$ 的解集是 ().
- A. $\{x | x > -2\}$ B. $\{x | x \geq -3\}$ C. \emptyset D. \mathbf{R}
202. (005172) 不等式 $(x-1)\sqrt{x+2} \geq 0$ 的解集是 ().
- A. $\{x | x > 1\}$ B. $\{x | x \geq 1\}$ C. $\{x | x \geq 1 \text{ 或 } x = -2\}$ D. $\{x | x > 1 \text{ 或 } x = -2\}$
203. (005174) 解不等式: $\sqrt{x-5} + 4x - 3 > 3x + 1 + \sqrt{x-5}$.

204. (005175) 解不等式: $\sqrt{x^2+1} > \sqrt{x^2-x+3}$.

205. (005176) 解不等式: $(x-4)\sqrt{x^2-3x-4} \geq 0$.

206. (005177) 解不等式: $\frac{x+1}{x+4}\sqrt{\frac{x+3}{1-x}} < 0$.

207. (005178) 解不等式: $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-5} \geq \sqrt{5-x}$.

208. (005179) 解不等式: $\sqrt{x-6} + \sqrt{x-3} \geq \sqrt{3-x}$.

209. (005180) 解不等式: $\sqrt{2-x} < x$.

210. (005181) 解不等式: $\sqrt{4-x^2} < x+1$.

211. (005182) 解不等式: $\sqrt{3-2x} > x$.

212. (005183) 解不等式: $\sqrt{(x-1)(2-x)} > 4-3x$.

213. (005184) 不等式 $\sqrt{4-x^2} + \frac{|x|}{x} \geq 0$ 的解集是 ().

- A. $[-2, 2]$ B. $[-\sqrt{3}, 0) \cup (0, 2]$ C. $[-2, 0] \cup (0, 2]$ D. $[-\sqrt{3}, 0) \cup (0, \sqrt{3}]$

214. (005185) 已知关于 x 的不等式 $\sqrt{2x-x^2} > kx$ 的解集是 $\{x|0 < x \leq 2\}$, 则实数 k 的取值范围是 ().

- A. $k < 0$ B. $k \geq 0$ C. $0 < k < 2$ D. $-\frac{1}{2} < k < 0$

215. (005186) 解不等式: $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} < 1$.

216. (005187) 解不等式: $\sqrt{x^2-5x-6} < |x-3|$.

217. (005188) 解不等式: $|2\sqrt{x+3} - x + 1| < 1$.

218. (005223) 不等式 $|x| < \frac{1}{x}$ 的解集为 ().

- A. \emptyset B. $\{x|x < 0\}$ C. $\{x|0 < x < 1\}$ D. $\{x|x < 0 \text{ 或 } x \geq 1\}$

219. (005226) 不等式 $|\frac{x}{1+x}| > \frac{x}{1+x}$ 的解集是 ().

- A. $\{x|x \neq -1\}$ B. $\{x|x > -1\}$ C. $\{x|x < 0 \text{ 且 } x \neq -1\}$ D. $\{x|-1 < x < 0\}$

220. (005227) 解不等式: $x^2 + |x| - 6 < 0$.

221. (005228) 解不等式: $x^2 - 2|x| - 15 > 0$.

222. (005229) 解不等式: $4 < |1-3x| \leq 7$.

223. (005230) 解不等式: $|x-3| < x-1$

224. (005233) 解不等式: $|x^2-5x+10| > x^2-8$.

225. (005234) 解不等式: $|x^2-4| \leq x+2$.

226. (005235) 解不等式: $|x+1| < \frac{1}{x-1}$.
227. (005236) 解不等式: $|x+2| - |x-3| < 4$.
228. (005237) 解不等式: $|x+3| - |2x-1| < \frac{x}{2} + 1$.
229. (005239) 已知关于 x 的不等式 $|x-4| + |x-3| < a$ 在实数集 \mathbf{R} 上的解集不是空集, 求正数 a 的取值范围.
230. (005266) 解不等式: $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1-x^2}{1+x^2} > 0$.
231. (005269) 已知关于 x 的方程 $a \sin^2 x + \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2} - a = 0$ 在 $0 \leq x < 2\pi$ 内有两个相异的实根, 求实数 a 的取值范围.
232. (007684) 用适当的方法表示下列集合:
- (1) 方程 $x^2 - 2 = 0$ 的实数解组成的集合;
 - (2) 两直线 $y = 2x + 1$ 和 $y = x - 2$ 的交点组成的集合.
233. (007719) 判断下列命题的真假, 并在相应的横线上填入“真命题”或“假命题”.
- (1) 若 $A \cap B \neq \emptyset, B \subset C$, 则 $A \cap C \neq \emptyset$ _____;
 - (2) 方程 $(a+1)x + b = 0 (a, b \in \mathbf{R})$ 的解为 $x = -\frac{b}{a+1}$ _____;
 - (3) 若命题 α, β, γ 满足 $\alpha \Rightarrow \beta, \beta \Rightarrow \gamma, \gamma \Rightarrow \alpha$, 则 $\alpha \Leftrightarrow \gamma$ _____.
234. (007739) 如果命题 $p: m < -3$, 命题 $q: \text{方程 } x^2 - x - m = 0 \text{ 无实数根}$, 那么 p 是 q 的什么条件?
235. (007742) 已知 a 为实数, 写出关于 x 的方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个实数根的一个充要条件、一个充分条件、一个必要条件.
236. (007750) 若方程 $x^2 + px + 4 = 0$ 的解集为 A , 方程 $x^2 + x + q = 0$ 的解集为 B , 且 $A \cap B = \{4\}$, 则集合 $A \cup B$ 的所有子集是_____.
237. (007762) 解不等式: $2(x+1) - 3(x-2) > 8$.
238. (007763) 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x - 2(5 - 3x) > 8, \\ 2x \leq 2(2x + 3). \end{cases}$$
239. (007774) 已知 $a > 2$, 解关于 x 的方程 $ax + 4 < 2x + a^2$.
240. (007775) 已知 $m < 1$, 解关于 x 的方程 $mx + 1 < x + m^3$.
241. (007776) 已知 $p \neq q$, 解关于 x 的方程 $(p-q)x < p^2 - q^2$.
242. (007777) 解关于 x 的方程 $mx + 4 < m^2 + 2x$.
243. (007782) 解不等式: $2x^2 - 3x + 1 < 0$.
244. (007783) 解不等式: $(x+1)^2 - 6 > 0$.

245. (007784) 解不等式: $x(x-1) < x(2x-3) + 1$.

246. (007785) 解不等式: $-x^2 + 2x + 35 > 0$.

247. (007786) 解不等式: $(x-2)(3-x) \leq 0$.

248. (007787) 解不等式: $2x - 1 \geq x^2$.

249. (007790) 写出一个解集只含一个元素的一元二次不等式.

250. (007791) 解不等式组:
$$\begin{cases} 6 - x - x^2 \leq 0, \\ x^2 + 3x - 4 < 0. \end{cases}.$$

251. (007792) 解不等式组:
$$\begin{cases} 4x^2 - 27x + 18 > 0, \\ x^2 - 6x + 4 < 0. \end{cases}.$$

252. (007794) 已知不等式 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集为 $(-3, -1)$, 求实数 a 、 b 的值.

253. (007795) 已知关于 x 的二次方程 $2x^2 + ax + 1 = 0$ 无实数解, 求实数 a 的取值范围.

254. (007798) 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x^2 + x - 2 \geq 0, \\ 4x^2 - 15x + 9 > 0. \end{cases}$$

255. (007801) 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是 $\{x | x > 2 \text{ 或 } x < \frac{1}{2}\}$, 求关于 x 的不等式 $ax^2 - bx + c \leq 0$ 的解集.

256. (007803) 解不等式: $\frac{1}{x} < 1$.

257. (007804) 解不等式: $\frac{4x+3}{x-1} > 5$.

258. (007805) 解不等式: $\frac{2}{x} < \frac{2}{x-3}$.

259. (007806) 解不等式: $\frac{1}{x-4} \leq 1 - \frac{x}{4-x}$.

260. (007807) 求当 k 为何值时, 关于 x 的方程 $\frac{4k-3x}{k+2} = 2x$ 的解分别是:

(1) 正数;

(2) 负数.

261. (007808) 解不等式: $|x^2 - 3| < 2$.

262. (007809) 解不等式: $|\frac{1}{2-x}| \geq 2$.

263. (007810) 解不等式: $|x^2 - 3x + 2| \leq 0$.

264. (007811) 解不等式: $|\frac{x}{x+1}| > \frac{x}{x+1}$.

265. (007812) 解不等式: $|x-3| < x-1$.

266. (007813) 若 $a < b < 0$, 则不等式 $\frac{x+a}{x+b} > 0$ 的解集是_____.

267. (007814) 解不等式: $4 \leq |x^2 - 4x| < 5$.

268. (007815) 解不等式: $\frac{1}{|x|} > x$.

269. (007816) 已知不等式 $|ax+1| \leq b$ 的解集是 $[-1, 3]$, 求 a 、 b 的值.

270. (007836) 不等式 $1 + |x+1| < 0$ 的解集是 ().

A. $(-\infty, -2)$

B. $(-2, 0)$

C. \mathbf{R}

D. \emptyset

271. (007840) 解不等式: $2(x+1)(x+2) > (x+3)(x+4)$.

272. (007841) 解不等式: $-3x^2 5x - 4 < 0$.

273. (007842) 解不等式: $4x^2 - 20x + 25 \leq 0$.

274. (007843) 解不等式: $x^2 - 16x + 64 > 0$.

275. (007844) 解不等式组:
$$\begin{cases} x^2 - 16 < 0, \\ x^2 - 4x + 3 \geq 0. \end{cases}$$

276. (007845) 解不等式组: $4 < x^2 - x - 2 < 10$.

277. (007846) 解不等式: $|\frac{3x-9}{2}| \leq 6$.

278. (007847) 解不等式: $3 < |x-2| < 5$.

279. (007848) 解不等式: $|\frac{1}{x}| < \frac{4}{5}$.

280. (007849) 下列四对不等式 (组) 中, 哪几对具有相同的解集?

(1) $-\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{27}{2} > 0$ 与 $x^2 - 6x - 27 > 0$;

(2) $4 < x^2 - x + 2 < 10$ 与 $\begin{cases} x^2 - x + 2 < 10, \\ x^2 - x + 2 > 4; \end{cases}$

(3) $|2x+1| < 5$ 与 $2x+1 < 5$ 或 $2x+1 > -5$;

(4) $\frac{x-1}{x+1} < 2$ 与 $x-1 < 2(x+1)$.

281. (007850) 已知关于 x 的不等式 $2x^2 - 2(a-1)x + (a+3) > 0$ 的解集是 \mathbf{R} , 求实数 a 的取值范围.

282. (007852) 当 k 是什么实数时, 关于 x 的方程 $2x + k(x+3) = 4$ 的解是正数?

283. (007857) 当 k 为什么实数时, 方程组 $\begin{cases} 3x - 6y = 1, \\ 5x - ky = 2 \end{cases}$ 的解满足 $x < 0$ 且 $y < 0$ 的条件?

284. (007858) 当 k 为什么实数时, 方程组 $\begin{cases} 4x + 3y = 60, \\ kx + (k+2)y = 60 \end{cases}$ 的解满足 $x > y > 0$ 的条件?

285. (007859) 已知 $m < n$, 试写出一个形如 $ax^2 + bx + c > 0$ 的一元二次不等式, 使它的解集分别为:

(1) $(-\infty, m) \cup (n, +\infty)$;

(2) (m, n) .

286. (007991) 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + 3ax - 2 < 0$ 的解集为 \mathbf{R} , 求实数 a 的取值范围.

287. (009445) 设 $a \in \mathbf{R}$, 求关于 x 的方程 $ax = a^2 + x - 1$ 的解集.

288. (009446) 设 $k \in \mathbf{R}$, 求关于 x 与 y 的二元一次方程组
$$\begin{cases} y = kx + 1, \\ y = 2kx + 3 \end{cases}$$
 的解集.

289. (009447) 求一元二次方程 $ax^2 - 4x + 2 = 0 (a \neq 0)$ 的解集.

290. (009448) 已知方程 $2x^2 + 4x - 3 = 0$ 的两个根为 x_1, x_2 , 求下列各式的值:

(1) $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$;

(2) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;

(3) $x_1^2 + x_2^2$;

(4) $x_1^3 + x_2^3$.

291. (009454) 填空题:

(1) $(x - 2)(x + 3) < 0$ 的解集是_____;

(2) $(2 - x)(x + 3) < 0$ 的解集是_____;

(3) $(x - 2)(x + 3) \geq 0$ 的解集是_____.

292. (009455) 求下列不等式的解集:

(1) $-8x \leq 3x^2 + 4$;

(2) $-x^2 < 2x - 4$.

293. (009457) 写出一个一元二次不等式, 使它的解集分别为:

(1) $(3 - \sqrt{2}, 3 + \sqrt{2})$;

(2) $(-\infty, 3 - \sqrt{2}] \cup [3 + \sqrt{2}, +\infty)$;

(3) \mathbf{R} ;

(4) \emptyset .

294. (009458) 求下列不等式组的解集:

(1)
$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0, \\ x - 1 > 0; \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} x^2 - 2x - 15 \geq 0, \\ x^2 - 4x - 12 < 0. \end{cases}$$

295. (009459) 若关于 x 的不等式 $x^2 - x + m < 0$ 的解集为 \emptyset , 求实数 m 的取值范围.

296. (009460) 已知一元二次不等式 $x^2 - ax - b < 0$ 的解集为 $(2, 3)$, 求实数 a 、 b 的值及不等式 $bx^2 - ax - 1 > 0$ 的解集.
297. (010036) 判断下列命题的真假, 并说明理由:
 (1) 若 $A \cap B = \emptyset$, $C \subset B$, 则 $A \cap C = \emptyset$;
 (2) 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则关于 x 的方程 $(a+1)x + b = 0$ 的解为 $x = -\frac{b}{a+1}$.
298. (010037) 已知 a 为实数. 写出关于 x 的方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个实根的一个充要条件、一个充分非必要条件和一個必要非充分条件.
299. (010040) 设 $a \in \mathbf{R}$, 求关于 x 的方程 $ax = 2$ 的解集.
300. (010041) 设 $k \in \mathbf{R}$, 求关于 x 与 y 的二元一次方程组
$$\begin{cases} y = -2x + 1, \\ y = kx - 3 \end{cases}$$
 的解集.
301. (010042) 设 $a \in \mathbf{R}$, 求一元二次方程 $x^2 - 2ax + a^2 - 4 = 0$ 的解集.
302. (010044) 已知一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两实根为 x_1, x_2 , 求证: $|x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$.
303. (010045) 已知一元二次方程 $x^2 + 3x - 3 = 0$ 的两个实根分别为 x_1, x_2 , 求作二次项系数是 1, 且分别以下列数值为根的一元二次方程:
 (1) $-x_1, -x_2$;
 (2) $2x_1 + 1, 2x_2 + 1$;
 (3) $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$;
 (4) x_1^2, x_2^2 .
304. (010057) 设 a 为实数, 求关于 x 的方程 $2x + a^2 = ax + 4$ 的解集.
305. (010058) 设 m 为实数, 求关于 x 的方程 $(m+1)x^2 + 6mx + 9m = 1$ 的解集.
306. (010060) 对一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$, 证明: $ac < 0$ 是该方程有两个异号实根的充要条件.
307. (010061) 已知一元二次方程 $2x^2 + x - 3 = 0$ 的两个实根分别为 x_1, x_2 , 求作二次项系数是 1, 且分别以下列数值为根的一元二次方程:
 (1) $x_1 + x_2, x_1x_2$;
 (2) $2x_1^2 + 1, 2x_2^2 + 1$;
 (3) $\frac{x_2}{x_1}, \frac{x_1}{x_2}$;
 (4) x_1^4, x_2^4 .
308. (010062) 已知一元二次方程 $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ 的两实根为 x_1, x_2 , 且 $x_1^2 + x_2^2 = 4$. 求实数 m 的值.
309. (010070) 已知下列关于 x 的方程有两个不同实根, 求实数 k 的取值范围:
 (1) $x^2 + (k+3)x + k^2 = 0$;
 (2) $3x^2 + 2kx + k = 0$.

310. (010071) 若下列关于 x 的方程有实数解, 求实数 k 的取值范围:

(1) $x^2 + kx - k + 3 = 0$;

(2) $x^2 + 2\sqrt{2}x + k(k-1) = 0$.

311. (010074) 已知关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + ax + 1 = 0$ 无实数解, 求实数 a 的取值范围.

312. (010075) 已知关于 x 的一元二次不等式 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集为 $(-3, -1)$, 求实数 a 及 b 的值.

313. (010078) 当关于 x 的方程 $4k - 3x = 2(k+2)x$ 的解分别满足以下条件时, 求实数 k 的取值范围.

(1) 正数;

(2) 负数.

314. (010083) 已知关于 x 的不等式 $x^2 + bx + c > 0$ 的解集是 $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$, 求实数 b 及 c 的值, 并求 $x^2 - bx + c \leq 0$ 的解集.

315. (010096) 设 $x \in \mathbf{R}$, 求方程 $|x-2| + |2x-3| = |3x-5|$ 的解集.

316. (020001) 判断下列各组对象能否组成集合, 若能组成集合, 指出是有限集还是无限集.

(1) 上海市控江中学 2022 年入学的全体高一年级新生;

(2) 中国现有各省的名称;

(3) 太阳、2、上海市;

(4) 大于 10 且小于 15 的有理数;

(5) 末位是 3 的自然数;

(6) 影响力比较大的中国数学家;

(7) 方程 $x^2 + x + 3 = 0$ 的所有实数解;

(8) 函数 $y = \frac{1}{x}$ 图像上所有的点;

(9) 在平面直角坐标系中, 到定点 $(0, 0)$ 的距离等于 1 的所有点;

(10) 不等式 $3x - 10 < 0$ 的所有正整数解;

(11) 所有的平面四边形.

317. (020004) 已知关于 x 的方程 $\sqrt{x^2 + 4x + a} = x + 2$, 若以该方程的所有解为元素组成的集合是无限集, 求实数 a 满足的条件.

318. (020007) 用区间表示下列集合:

(1) $\{x | -2 < x < 7\}$;

(2) $\{x | -2 \leq x \leq 7\}$;

(3) $\{x | -2 \leq x < 7\}$;

(4) 不等式 $2x < 5$ 的解集;

(5) 不等式 $-x < 5$ 的解集;

(6) 非负实数集.

319. (020008) 用适当的方法表示下列集合:

- (1) 能被 10 整除的所有正整数组成的集合;
- (2) 能整除 10 的所有正整数组成的集合;
- (3) 方程 $x^2 + 2 = 0$ 的实数解组成的集合;
- (4) 方程组
$$\begin{cases} 2x + y = 0, \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$$
 的所有解组成的集合;
- (5) 两直线 $y = 2x + 1$ 和 $y = x - 2$ 的交点组成的集合.

320. (020071) 判断下列命题的真假, 并在相应的括号内填入“真”或“假”.

- (1) $2\sqrt{3} > 3\sqrt{2}$ 或 $1 \leq 1$; _____;
- (2) $2\sqrt{3} > 3\sqrt{2}$ 且 $1 \leq 1$; _____;
- (3) 如果 a 、 b 都是奇数, 那么 ab 也是奇数; _____;
- (4) $\{1\}$ 是 $\{0, 1, 2\}$ 的真子集; _____;
- (5) 1 是 $\{0, 1, 2\}$ 的真子集; _____;
- (6) 若 $x < -2$ 或 $x > 2$, 则 $x^2 > 1$; _____;
- (7) 如果 $|a| < 2$, 那么 $a < 2$; _____;
- (8) 对任意实数 a, b , 方程 $(a+1)x + b = 0$ 的解为 $x = -\frac{b}{a+1}$; _____;
- (9) 若命题 α 、 β 、 γ 满足 $\alpha \Rightarrow \beta$, $\beta \Rightarrow \gamma$, $\gamma \Rightarrow \alpha$, 则 $\alpha \Leftrightarrow \gamma$; _____;
- (10) 若关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两实数根之积是正数, 则 $ac > 0$; _____;
- (11) 若某个整数不是偶数, 则这个数不能被 4 整除; _____;
- (12) 合数一定是偶数; _____;
- (13) 所有的偶数都是素数或合数; _____;
- (14) 所有的偶数都是素数或所有的偶数都是合数; _____;
- (15) 如果 $A \subset B$, $B \supset C$, 那么 $A = C$; _____;
- (16) 空集是任何集合的真子集; _____;
- (17) 若 $x \in \mathbf{R}$, 则方程 $x^2 - x + 1 = 0$ 不成立; _____;
- (18) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, $B \subset C$, 则 $A \cap C \neq \emptyset$; _____;
- (19) 存在一个三角形, 它的任意两边的平方和小于第三边的平方; _____;
- (20) 对于任意一个三角形, 存在一组两边的平方和不等第三边的平方; _____.

321. (020075) 已知 a 是常数, 命题 $\alpha: -1 < a < 3$, β : 关于 x 的方程 $x + a = 0 (x \in \mathbf{R})$ 没有正根, 若命题 α 、 β 有且只有一个是真命题, 求实数 a 的取值范围.

322. (020080) 关于 x 的方程 $ax^2 = 0$ 至少有一个实数根的一个充要条件是_____.

323. (020085) 设 α, β 是方程 $x^2 - ax + b = 0$ 的两个实数根. 试分析 $a > 2$ 且 $b > 1$ 是“两个实数根 α, β 均大于 1”的什么条件? 并证明你的结论.

324. (020088) 在横线上写出下列命题的否定形式, 并判断命题真假, 在相应的位置中填入“真”或“假”.

- (1) π 是无理数; ____; ____;
- (2) $2 + 1 = 4$; ____; ____;
- (3) 任何实数是正数或负数; ____; ____;
- (4) 任何实数是正数或任何实数是负数; ____; ____;
- (5) 对一切实数 $x, x^3 + 1 = 0$; ____; ____;
- (6) 存在实数 $x, x^3 + 1 = 0$; ____; ____;
- (7) 对于任意实数 k , 关于 x 的方程 $x^2 + x + k = 0$ 都有实数根; ____; ____;
- ____;
- (8) 任何三角形中至多有一个钝角; ____; ____;
- (9) 若 $a > 1, b > 1$, 则 $ab > 1$; ____; ____;
- (10) 能被 2 整除的整数是质数; ____; ____.