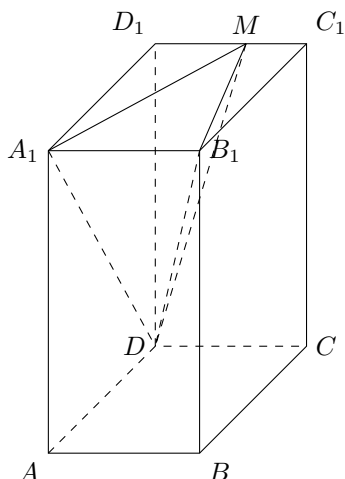
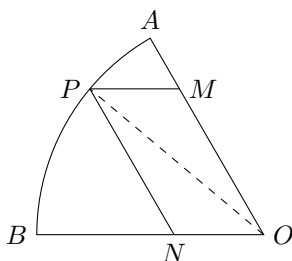


1. 已知全集 $U = \{x|x < 2\}$, 集合 $A = \{x|x < 1\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
2. 设集合 $A = \{x||x-2| < 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x|\frac{x-3}{x-1} \geq 0\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
3. 若函数 $f(x) = 2^x - 3$, 则 $f^{-1}(1) =$ _____.
4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - 1, & x \leq 0, \\ x^{\frac{1}{2}}, & x > 0, \end{cases}$ 若 $f(x_0) > 1$, 则 x_0 的取值范围是_____.
5. 已知 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则方程 $\begin{vmatrix} 2\sin x & 1 \\ 1 & 2\cos x \end{vmatrix} = 0$ 的解集是_____.
6. 关于 x 的不等式 $x^2 + ax + 1 > 0$ 有解, 则实数 a 的取值范围是_____.
7. 已知 $f(x) = x^2 + 2(a-2)x + 4$, 对 $x \in [-3, 1]$, $f(x) > 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.
8. 设正数 a, b , 当 $(a+b)^2 + \frac{1}{4ab}$ 取最小值时, a 的值为_____.
9. 设椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$ 的左顶点为 A , 过点 A 的直线 l 与 Γ 相交于另一点 B , 与 y 轴相交于点 C . 若 $|OA| = |OC|$, $|AB| = |BC|$, 则 $a =$ _____.
10. 已知常数 $b, c \in \mathbf{R}$. 若函数 $f(x) = (x^2 + x - 2)(x^2 + bx + c)$ 为偶函数, 则 $b + c =$ _____.
11. 记 a, b, c, d, e, f 为 $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 的任意一个排列, 则使得 $(a+b)(c+d)(e+f)$ 为奇数的排列共有_____个.
12. 已知函数 $f(x) = |x + \frac{1}{x} + a|$, 若对任意实数 a , 关于 x 的不等式 $f(x) \geq m$ 在区间 $[\frac{1}{2}, 3]$ 上总有解, 则实数 m 的取值范围为_____.
13. 已知 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x > 0$ ”是“ $x > 1$ ”的 ().
 A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
14. 已知 a, b, c 是互不相等的正数, 则下列不等式中正确的是 ().
 A. $|a-b| < |a-c| + |c-b|$ B. $a^2 + \frac{1}{a^2} \leq a + \frac{1}{a}$
 C. $|a-b| + \frac{1}{a-b} \geq 2$ D. $\sqrt{a+3} - \sqrt{a+1} \leq \sqrt{a+2} - \sqrt{a}$
15. 设 a, b, c 表示三条互不重合的直线, α, β 表示两个不重合的平面, 则使得“ $a \parallel b$ ”成立的一个充分条件为 ().
 A. $a \perp c, b \perp c$ B. $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$
 C. $a \parallel \alpha, a \parallel \beta, \alpha \cap \beta = b$ D. $b \perp \alpha, c \parallel \alpha, a \perp c$
16. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 满足对任意 $x \in (0, +\infty)$, 恒有 $f[f(x) - \frac{1}{x}] = 4$. 若函数 $y = f(x) - 4$ 的零点个数为有限的 $n (n \in \mathbf{N}^*)$ 个, 则 n 的最大值为 ().
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

17. 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $2AB = BC = AA_1$, 点 M 为棱 C_1D_1 上的动点.



- (1) 求三棱锥 $D - A_1B_1M$ 与长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的体积比;
 (2) 若 M 为棱 C_1D_1 的中点, 求直线 DB_1 与平面 DA_1M 所成角的大小.
18. 已知常数 $a \in \mathbf{R}^+$, 函数 $f(x) = 3^x + a^2 \cdot 3^{-x}$.
- (1) 若 $a = \sqrt{3}$, 解关于 x 的不等式 $f(x) < 4$;
 (2) 若 $f(x)$ 在 $[3, +\infty)$ 上为增函数, 求 a 的取值范围.
19. 某居民小区为缓解业主停车难的问题, 拟对小区内一块扇形空地 AOB 进行改建. 如图所示, 平行四边形 $OMPN$ 区域为停车场, 其余部分建成绿地, 点 P 在围墙 \widehat{AB} 上, 点 M 和 N 分别在道路 OA 和道路 OB 上, 且 $OA = 60\text{m}$, $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$. 设 $\angle POB = \theta$.



- (1) 求停车场面积 S (单位: m^2) 关于 θ 的函数关系式, 并写出 θ 的取值范围;
 (2) 求停车场面积 S 的最大值以及相应 θ 的值.
20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $\Gamma: y^2 = 4x$, 点 $C(1, 0)$. A, B 为 Γ 上的两点, A 在第一象限, 满足 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -4$.
- (1) 求证: 直线 AB 过定点, 并求定点坐标;
 (2) 设 P 为 Γ 上的动点, 求 $\frac{|OP|}{|CP|}$ 的取值范围;
 (3) 记 $\triangle AOB$ 的面积为 S_1 , $\triangle BOC$ 的面积为 S_2 , 求 $S_1 + S_2$ 的最小值.

21. 已知函数 $f(x) = x|x - a|$, 其中 a 为常数.

(1) 当 $a = 1$ 时, 解不等式 $f(x) < 2$;

(2) 已知 $g(x)$ 是以 2 为周期的偶函数, 且当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 有 $g(x) = f(x)$. 若 $a < 0$, 且 $g(\frac{3}{2}) = \frac{5}{4}$, 求函数 $y = g(x) (x \in [1, 2])$ 的反函数;

(3) 若在 $[0, 2]$ 上存在 n 个不同的点 $x_i (i = 1, 2, \dots, n, n \geq 3)$, $x_1 < x_2 < \dots < x_n$, 使得 $|f(x_1) - f(x_2)| + |f(x_2) - f(x_3)| + \dots + |f(x_{n-1}) - f(x_n)| = 8$, 求实数 a 的取值范围.

22. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x | x < 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

23. 已知常数 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = x^2 (-1 \leq x \leq a)$ 是偶函数, 则 $a =$ _____.

24. 设函数 $f(x) = \lg(x+1)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 则 $f^{-1}(1) =$ _____.

25. 函数 $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$ 的定义域为_____.

26. 已知常数 $a \in \mathbf{R}$, 设 $p: 1 \leq x < 2$, $q: x < a$. 若 p 是 q 的充分条件, 则 a 的取值范围为_____.

27. 关于 x 的方程 $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$ 的解为_____.

28. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 满足对任意 $x \in \mathbf{R}$, 恒有 $f(x) + f(x+2) = 4$. 若 $f(1) + f(2) = 1$, 则 $f(2021) - f(2020) =$ _____.

29. 已知常数 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = a \cdot 4^x + 2^x + 1$ 在 $[3, +\infty)$ 上单调递减, 则 a 的取值范围为_____.

30. 已知常数 $m, n \in \mathbf{Z}$, 若对任意 $x \in [0, +\infty)$, 不等式 $(mx - 2)(x^2 - 2n) \geq 0$ 恒成立, 则 $m + n$ 的取值集合为_____.

31. 已知常数 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = x^2 - 4x + a$, $g(x) = ax^2 - 8x + 4$. 若存在 $x_0 \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x_0)$ 与 $g(x_0)$ 都不是正数, 则 a 的取值范围为_____.

32. 对任意的非零实数 a, b , 下列不等式恒成立的是 ().

A. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$

B. $(a + b)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) \geq 4$

C. $\frac{|a+b|}{2} \geq 2\sqrt{|ab|}$

D. $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a + b}{2}\right)^2$

33. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(x)$ 满足对任意 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 当 $x_1 \neq x_2$ 时, 恒有 $|f(x_1) - f(x_2)| > 2|x_1 - x_2|$. 对于命题: ① $f(x)$ 的解析式可以是 $f(x) = x^3 + 2021x$; ② $f(x)$ 的解析式可以是 $f(x) = 2021^{-x}$, 下列判断正确的是 ().

A. ①、②均为真命题

B. ①、②均为假命题

C. ①为真命题、②为假命题

D. ①为假命题、②为真命题

34. 已知常数 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = ax^2 + \lg \frac{1+x}{1-x}$.

(1) 若 $a = 0$, 判断 $f(x)$ 的单调性并证明;

(2) 问: 是否存在 a , 使得 $f(x)$ 为奇函数? 若存在, 求出所有 a 的值; 若不存在, 说明理由.

35. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 若对任意 $x \in (0, +\infty)$, 恒有 $f(2x) = 2f(x)$, 则称 $f(x)$ 为“2 阶缩放函数”.

(1) 已知函数 $f(x)$ 为“2 阶缩放函数”, 当 $x \in (1, 2]$ 时, $f(x) = 1 - \log_2 x$, 求 $f(2\sqrt{2})$ 的值;

(2) 已知函数 $f(x)$ 为“2 阶缩放函数”, 当 $x \in (1, 2]$ 时, $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$, 求证: 函数 $y = f(x) - x$ 在 $(1, +\infty)$ 上无零点.

36. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = (-\infty, 3)$, 则 $\complement_U A =$ _____.

37. 函数 $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$ 的定义域为_____.

38. 已知函数 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x) = \log_2 x$, 则 $f(-1) =$ _____.

39. 已知球的半径为 2, 则它的体积为_____.

40. 已知 $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, 则 $\sin(\alpha + \frac{3\pi}{2}) =$ _____.

41. 已知圆锥的底面半径为 1cm, 侧面积为 $2\pi\text{cm}^2$, 则母线与底面所成角的大小为_____.

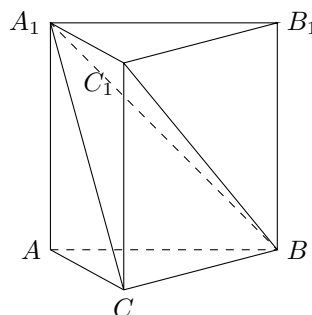
42. 已知 $(x^2 + \frac{2}{x})^n$ 的二项展开式中, 所有二项式系数的和为 512, 则展开式中的常数项为_____ (结果用数值表示).

43. $f(x)$ 是偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 2^x - 1$, 则不等式 $f(x) > 1$ 的解集为_____.

44. 方程 $1 + \log_2 x = \log_2(x^2 - 3)$ 的解为_____.

45. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + (4a - 3)x + 3a, & x < 0, \\ \log_a(x + 1) + 1, & x \geq 0, \end{cases}$ ($a > 0, a \neq 1$) 在 \mathbf{R} 上单调递减, 且关于 x 的方程 $|f(x)| = 2 - x$ 恰好有两个不相等的实数解, 则 a 的取值范围是_____.

46. 我国古代数学名著《九章算术》中记载了有关特殊几何体的定义: 阳马指底面为矩形, 一侧棱垂直于底面的四棱锥, 堑堵指底面是直角三角形, 且侧棱垂直于底面的三棱柱. 某堑堵 $ABC - A_1B_1C_1$, $AC \perp BC$, 若 $A_1A = AB = 2$, 当阳马 $B - AA_1C_1C$ 的体积最大时, 二面角 $C - A_1B - C_1$ 的大小为_____.



47. 对于全集 \mathbf{R} 的子集 A , 定义函数 $f_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A, \\ 0, & x \in \complement_{\mathbf{R}} A \end{cases}$ 为 A 的特征函数, 设 A, B 为全集 \mathbf{R} 的子集,

① 若 $A \subseteq B$, 则 $f_A(x) \leq f_B(x)$; ② $f_{\complement_{\mathbf{R}} A}(x) = 1 - f_A(x)$;

③ $f_{A \cap B}(x) = f_A(x) \cdot f_B(x)$; ④ $f_{A \cup B}(x) = f_A(x) + f_B(x)$;

⑤ $f_{A \cap \mathbb{C}_{\mathbb{R}} B}(x) = f_A(x) - f_B(x)$; ⑥ 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 若 $f_A(x) \cdot f_B(x) = 0$ 恒成立, 则 $A \cap B = \emptyset$.

其中正确的命题为_____ (填所有正确命题的序号).

48. 已知实数 a, b 满足 $a > b$, 则下列不等式中恒成立的是 ().

- A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ C. $|a| > |b|$ D. $2^a > 2^b$

49. 下列函数中, 值域为 $(0, +\infty)$ 的是 ().

- A. $y = x^2$ B. $y = \frac{2}{x}$ C. $y = 2^x$ D. $y = |\log_2 x|$

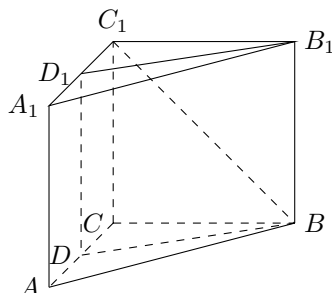
50. 从正方体的 8 个顶点中选取 4 个作为顶点, 可得到四面体的个数为 ().

- A. $C_8^4 - 12$ B. $C_8^4 - 8$ C. $C_8^4 - 6$ D. $C_8^4 - 4$

51. 设集合 $A = \{y | y = a^x, x > 0\}$ (其中常数 $a > 0, a \neq 1$), $B = \{y | y = x^k, x \in A\}$ (其中常数 $k \in \mathbf{Q}$), 则“ $k < 0$ ”是“ $A \cap B = \emptyset$ ”的 ().

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充分必要条件 D. 既非充分又非必要条件

52. 如图所示, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 底面是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, $CA = CB = CC_1 = 2$. 点 D, D_1 分别是棱 AC, A_1C_1 的中点.

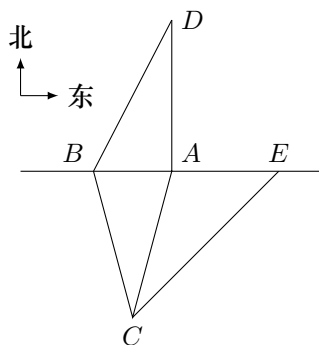


- (1) 求四棱锥 $C - AA_1B_1B$ 的体积;
(2) 求直线 BC_1 与平面 DBB_1D_1 所成角的大小.

53. 设常数 $k \in \mathbf{R}$, $f(x) = k \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x, x \in \mathbf{R}$.

- (1) 若 $\tan \alpha = 2$ 且 $f(\alpha) = \sqrt{3}$, 求实数 k 的值;
(2) 设 $k = 1$, $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $f(A) = 1, a = \sqrt{7}, b = 3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

54. 东西向的铁路上有两个道口 AB , 铁路两侧的公路分布如图, C 位于 A 的南偏西 15° , 且位于 B 的南偏东 15° 方向, D 位于 A 的正北方向, $AC = AD = 2\text{km}$, C 处一辆救护车欲通过道口前往 D 处的医院送病人, 发现北偏东 45° 方向的 E 处 (火车头位置) 有一列火车自东向西驶来, 若火车通过每个道口都需要 1 分钟, 救护车和火车的速度均为 60km/h .



(1) 判断救护车通过道口 A 是否会受火车影响, 并说明理由;

(2) 为了尽快将病人送到医院, 救护车应选择 AB 中的哪个道口? 通过计算说明.

55. 已知函数 $f(x) = \frac{ax^2 + 1}{bx + c}$ 是奇函数, a, b, c 为常数.

(1) 求实数 c 的值;

(2) 若 $a, b \in \mathbf{Z}$, 且 $f(1) = 2, f(2) < 3$, 求 $f(x)$ 的解析式;

(3) 已知 $b > 0$, 若 $f(x) \geq f(1)$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 且 $\{x | f[f(x)] \geq x\} \cap [1, 2] \neq \emptyset$, 求 b 的取值范围.

56. 记函数 $f(x)$ 的定义域为 D . 如果存在实数 a, b 使得 $f(a-x) + f(a+x) = b$ 对任意满足 $a-x \in D$ 且 $a+x \in D$ 的 x 恒成立, 则称 $f(x)$ 为 Ψ 函数.

(1) 设函数 $f(x) = \frac{1}{x} - 1$, 试判断 $f(x)$ 是否为 Ψ 函数, 若是求出 a, b , 若不是请说明理由;

(2) 设函数 $g(x) = \frac{1}{2^x + t}$, 其中常数 $t \neq 0$, 证明: $g(x)$ 是 Ψ 函数;

(3) 若 $h(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的 Ψ 函数, 且函数 $h(x)$ 的图像关于直线 $x = m$ (m 为常数) 对称, 试判断 $h(x)$ 是否为周期函数? 并证明你的结论.

57. 不等式 $\frac{1}{x} \leq 3$ 的解集是_____.

58. 若函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$, 则它的最小正周期 $T =$ _____.

59. 若函数 $y = \log_2(x - m) + 1$ 的反函数的图像经过点 $(1, 3)$, 则实数 $m =$ _____.

60. 函数 $f(x) = x + \frac{1}{x-2}$ 的值域是_____.

61. 已知函数 $f(x)$ 的周期为 2, 且当 $0 < x \leq 1$ 时, $f(x) = \log_4 x$, 那么 $f(\frac{9}{2}) =$ _____.

62. 已知集合 $M = \{y | y = 3 \sin x, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x | |x| < a\}$, 若 $M \subseteq N$, 则实数 a 的取值范围是_____.

63. 函数 $f(x) = |x^2 - 1| + |x - 2|$ 的最小值是_____.

64. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x, & x \leq a, \\ -x + 2, & x > a, \end{cases}$ 若存在实数 x_0 , 使得对于任意的实数 x 都有 $f(x) \leq f(x_0)$ 成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

65. 函数 $f(x) = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3}$ 图像的对称中心的坐标是_____.

66. 若 $f(x) = |x+1| + |x+2| + \cdots + |x+2020| + |x-1| + |x-2| + \cdots + |x-2020|$, $x \in \mathbf{R}$, 且 $f(a^2 - 3a + 2) = f(a - 1)$, 则满足条件的所有整数 a 的和是_____.

67. 王昌龄《从军行》中两句诗“黄沙百战穿金甲，不破楼兰终不还”，其中后一句中“攻破楼兰”是“返回家乡”的()条件.

- A. 充分 B. 必要 C. 充要 D. 既不充分也不必要

68. 为了得到函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图像, 可将函数 $y = \sin x$ 的图像().

- A. 左移 $\frac{\pi}{3}$ 个长度 B. 右移 $\frac{\pi}{3}$ 个长度 C. 左移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度 D. 右移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度

69. 已知 $M, N, P \subseteq \mathbf{R}$, $M = \{x | f(x) = 0\}$, $N = \{x | g(x) = 0\}$, $P = \{x | f(x)g(x) = 0\}$, 则集合 P 恒满足的关系为().

- A. $P = M \cup N$ B. $P \neq \emptyset$ C. $P = \emptyset$ D. $P \subseteq (M \cup N)$

70. 已知 a_1, a_2 与 b_1, b_2 是 4 个不同的实数, 关于 x 的方程 $|x - a_1| + |x - a_2| = |x - b_1| + |x - b_2|$ 的解集为 A , 则集合 A 中元素的个数为().

- A. 1 个 B. 0 个或 1 个或 2 个
C. 0 个或 1 个或 2 个或无限个 D. 1 个或无限个

71. 设函数 $f(x)$ 是定义在 $[a, b]$ 上的函数, 若存在 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f(x)$ 在 $[a, x_0]$ 上单调递增, 在 $[x_0, b]$ 上单调递减, 则称 $f(x)$ 为 $[a, b]$ 上的单峰函数, x_0 称为峰点.

(1) 判断下列函数中, 哪些是 $[0, 2]$ 上的单峰函数? 若是, 指出峰点; 若不是, 说出原因;

① $f_1(x) = 3x - x^2$; ② $f_2(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$;

(2) 若函数 $f(x)$ 是区间 $[0, 1]$ 上的单峰函数, 证明: 对任意的 $x_1, x_2 \in (0, 1)$, $x_1 < x_2$, 若 $f(x_1) \geq f(x_2)$, 则峰点在区间 $(0, x_2)$ 内; 若 $f(x_1) \leq f(x_2)$, 则峰点在区间 $(x_1, 1)$ 内.

72. 设 $\mu(x)$ 表示不小于 x 的最小整数, 例如 $\mu(0.3) = 1$, $\mu(-2.5) = 2$.

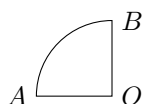
(1) 解方程 $\mu(x - 1) = 3$;

(2) 设 $f(x) = \mu(x \cdot \mu(x))$, $n \in \mathbf{N}^*$, 试分别求出 $f(x)$ 在区间 $(0, 1]$ 、 $(1, 2]$ 以及 $(2, 3]$ 上的值域; 若 $f(x)$ 在区间 $(0, n]$ 上的值域为 M_n , 求集合 M_n 中的元素的个数;

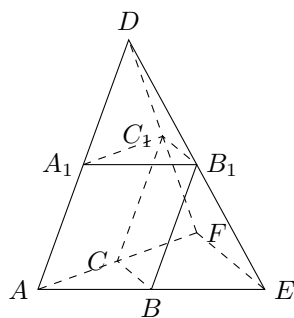
(3) 设实数 $a > 0$, $g(x) = x + a \cdot \frac{\mu(x)}{x} - 2$, $h(x) = \frac{\sin(\pi x) + 2}{x^2 - 5x + 7}$, 若对于任意 $x_1, x_2 \in (2, 4]$ 都有 $g(x_1) > h(x_2)$, 求实数 a 的取值范围.

73. 函数 $y = \log_2(4 - x^2)$ 的定义域是_____.

74. 如图所示, 弧长为 $\frac{\pi}{2}$, 半径为 1 的扇形 (及其内部) 绕 OB 所在的直线旋转一周, 所形成的几何体的表面积为_____.



75. 函数 $f(x) = 1 - 3\sin^2(x + \frac{\pi}{4})$ 的最小正周期为_____.
76. 从 5 名志愿者中选出 3 名, 分别从事布置、迎宾、策划三项不同的工作, 每人承担一项工作, 则不同的选派方案有_____种 (用数值作答).
77. 已知函数 $f(x) = a \cdot 2^x + 3 - a (a \in \mathbf{R} \text{ 且 } a \neq 0)$ 的反函数为 $y = f^{-1}(x)$, 则函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图像经过的定点的坐标为_____.
78. 在 $(x - a)^{10}$ 的展开式中, x^7 的系数是 15, 则实数 $a =$ _____.
79. 已知 $\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(\frac{\pi}{2} - 2\alpha) =$ _____.
80. 集合 $\{x | \cos(\pi \cos x) = 0, x \in [0, \pi]\}$ = _____ (用列举法表示).
81. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 面积为 S , 且 $4S = (a + b)^2 - c^2$, 则 $\cos C =$ _____.
82. 如图, 在三棱锥 $D - AEF$ 中, A_1, B_1, C_1 分别是 DA, DE, DF 的中点, B, C 分别是 AE, AF 的中点, 设三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积为 V_1 , 三棱锥 $D - AEF$ 的体积为 V_2 , 则 $V_1 : V_2 =$ _____.



83. 集合 $A = \{y|y = \log_{\frac{1}{2}} x - x, 1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x|x^2 - 5tx + 1 \leq 0\}$, 若 $A \cap B = A$, 则实数 t 的取值范围是_____.
84. 若定义在实数集 \mathbf{R} 上的奇函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称, 且当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$, 则方程 $f(x) = \frac{1}{3}$ 在区间 $(-4, 10)$ 内的所有实根之和为_____.
85. 若空间中三条不同的直线 l_1 、 l_2 、 l_3 , 满足 $l_1 \perp l_2$, $l_2 \parallel l_3$, 则下列结论一定正确的是 ().
- A. $l_1 \perp l_3$ B. $l_1 \parallel l_3$
C. l_1 、 l_3 既不平行也不垂直 D. l_1 、 l_3 相交且垂直
86. 若 $a > b > 0$, $c < d < 0$, 则一定有 ().
- A. $ad > bc$ B. $ad < bc$ C. $ac < bd$ D. $ac > bd$
87. 函数 $f(x) = |x^2 - a|$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最大值是 a , 那么实数 a 的取值范围是 ().
- A. $[0, +\infty)$ B. $[\frac{1}{2}, 1]$ C. $[\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

88. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(1-x), & -1 \leq x \leq n, \\ 2^{2-|x-1|} - 3, & n < x \leq m, \end{cases}$ ($n < m$) 的值域是 $[-1, 1]$, 有下列结论: ① 当 $n = 0$ 时, m 的取值范围为 $(0, 2]$; ② 当 $n = \frac{1}{2}$ 时, m 的取值范围为 $(\frac{1}{2}, 2]$; ③ 当 $n \in [0, \frac{1}{2})$ 时, m 的取值范围为 $[1, 2]$; ④ 当 $n \in [0, \frac{1}{2})$ 时, m 的取值范围为 $(n, 2]$; 其中结论正确的所有的序号是 ().

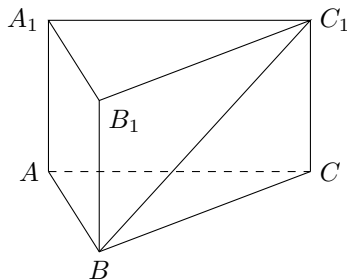
A. ①②

B. ③④

C. ②③

D. ②④

89. 如图, 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 = 4$, 异面直线 BC_1 与 AA_1 所成角的大小为 $\frac{\pi}{3}$.



(1) 求正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积;

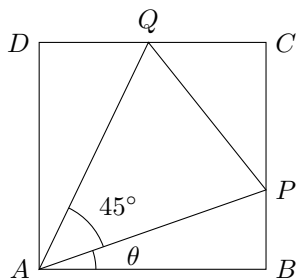
(2) 求直线 BC_1 与平面 AA_1C_1C 所成角的大小.

90. 已知函数 $f(x) = \frac{3}{2} \sin \omega x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega x$ (其中 $\omega > 0$).

(1) 若 $\omega = 2$, $0 < \alpha < \pi$, 且 $f(\alpha) = \frac{3}{2}$, 求 α 的值;

(2) 若函数 $f(x)$ 的最小正周期为 3π , 求 ω 的值, 并求函数 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间.

91. 如图, 有一块边长为 1 的正方形区域 $ABCD$, 在点 A 处有一个可转动的探照灯, 其照射角 $\angle PAQ$ 始终为 45° (其中点 P 、 Q 分别在边 BC 、 CD 上), 设 $\angle PAB = \theta$, $\tan \theta = t$.



(1) 当三点 C 、 P 、 Q 不共线时, 求直角 $\triangle CPQ$ 的周长;

(2) 设探照灯照射在正方形 $ABCD$ 内部区域 $PAQC$ 的面积为 S , 试求 S 的最大值.

92. 定义区间 (m, n) 、 $[m, n]$ 、 $(m, n]$ 、 $[m, n)$ 的长度均为 $n - m$, 已知不等式 $\frac{7}{6-x} \geq 1$ 的解集为 A .

(1) 求 A 的长度;

(2) 函数 $f(x) = \frac{(a^2 + a)x - 1}{a^2 x}$ ($a \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$) 的定义域与值域都是 $[m, n]$ ($n > m$), 求区间 $[m, n]$ 的最大长度;

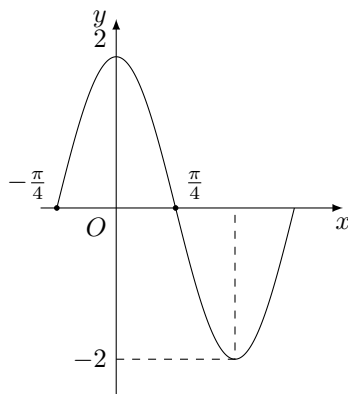
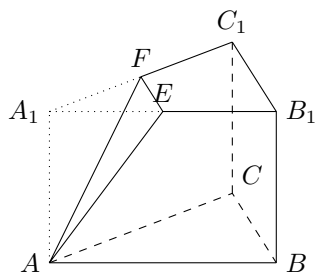
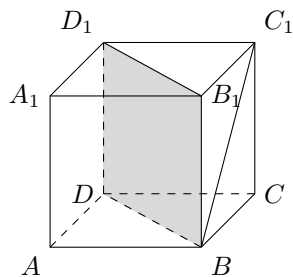
(3) 关于 x 的不等式 $\log_2 x + \log_2(tx + 3t) < 2$ 的解集为 B , 若 $A \cap B$ 的长度为 6, 求实数 t 的取值范围.

93. 对于函数 $y = f(x) (x \in D)$, 如果存在实数 $a, b (a \neq 0, \text{且 } a = 1, b = 0 \text{ 不同时成立})$, 使得 $f(x) = f(ax + b)$ 对 $x \in D$ 恒成立, 则称函数 $f(x)$ 为 “ (a, b) 映像函数”.

(1) 判断函数 $f(x) = x^2 - 2$ 是否是 “ (a, b) 映像函数”, 如果是, 请求出相应的 a, b 的值, 若不是, 请说明理由;

(2) 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 $[0, +\infty)$ 上的 “ $(2, 1)$ 映像函数”, 且当 $x \in [0, 1)$ 时, $f(x) = 2^x$, 求函数 $y = f(x) (x \in [3, 7))$ 的反函数;

(3) 在 (2) 的条件下, 试构造一个数列 $\{a_n\}$, 使得当 $x \in [a_n, a_{n+1}) (n \in \mathbf{N}^*)$ 时, $2x + 1$ 的取值范围为 $[a_{n+1}, a_{n+2})$, 并求 $x \in [a_n, a_{n+1}) (n \in \mathbf{N}^*)$ 时, 函数 $y = f(x)$ 的解析式, 及 $y = f(x) (x \in [0, +\infty))$ 的值域.



94. 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+4}{5n+1} =$.

95. 设全集 $U = \mathbf{R}$ 集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | x \geq 0\}$, 则 $A \cap \complement_U B =$ _____.

96. 不等式 $\frac{1}{x-1} > 1$ 的解集为_____.

97. 若一个球的体积为 36π , 则它的表面积为_____.

98. 设复数 z 满足 $z + 2\bar{z} = 3 - i$ (i 为虚数单位), 则 $z =$ _____.

99. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = (\frac{2}{3})^n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 则数列 $\{a_n\}$ 所有项的和为_____.

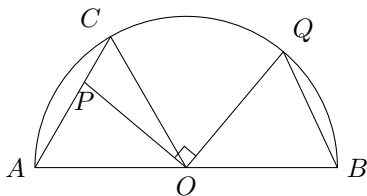
100. 某班级要从 5 名男生和 3 名女生中选出 3 人参加公益活动, 则在选出的 3 人中男、女生均有的概率为_____ (结果用最简分数表示).

101. 已知 $\omega, t > 0$, 函数 $f(x) = \begin{vmatrix} \sqrt{3} & \sin \omega x \\ 1 & \cos \omega x \end{vmatrix}$ 的最小正周期为 2π , 将 $f(x)$ 的图像向左平移 t 个单位, 所得图像对应的函数为偶函数, 则 t 的最小值为_____.

102. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^6, & x \geq 1, \\ -2x - 1, & x \leq -1, \end{cases}$ 则当 $x \leq -1$ 时, 则 $f[f(x)]$ 表达式的展开式中含 x^2 项的系数是_____.

103. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $S_n = \frac{3}{2}a_n + n$ (其中 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和), 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是_____.

104. 如图, 已知半圆 O 的直径 $AB = 4$, $\triangle OAC$ 是等边三角形, 若点 P 是边 AC (包含端点 A, C) 上的动点, 点 Q 在弧 \widehat{BC} 上, 且满足 $OQ \perp OP$, 则 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{BQ}$ 的最小值为_____.



105. 如果一个数列由有限个连续的正整数组成 (数列的项数大于 2), 且所有项之和为 N , 那么称该数列为 N 型标准数列, 例如, 数列 2, 3, 4, 5, 6 为 20 型标准数列, 则 2668 型标准数列的个数为_____.

106. 设 α, β 为两个不同平面, 已知直线 l 在平面 α 内, 则 “ $\alpha \perp \beta$ ” 是 “ $l \perp \beta$ ” 的 ().

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

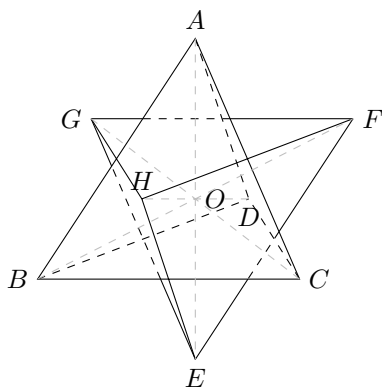
107. 某中学的高一、高二、高三共有学生 1350 人, 其中高一 500 人, 高三比高二少 50 人, 为了解该校学生健康状况, 现采用分层抽样方法进行调查, 在抽取的样本中有高一学生 120 人, 则该样本中的高二学生人数为 ().

A. 80 B. 96 C. 108 D. 110

108. 已知 \vec{a}, \vec{b} 均为单位向量, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. 若 $|\vec{c} - 4\vec{a}| + |\vec{c} - 3\vec{b}| = 5$, 则 $|\vec{c} + \vec{a}|$ 的取值范围是 ().

A. $[3, \sqrt{10}]$ B. $[3, 5]$ C. $[3, 4]$ D. $[\sqrt{10}, 5]$

109. 正四面体 $ABCD$ 的体积为 1, O 为其中心, 正四面体 $EFGH$ 与正四面体 $ABCD$ 关于点 O 对称, 则这两个正四面体的公共部分的体积为 ().



110.

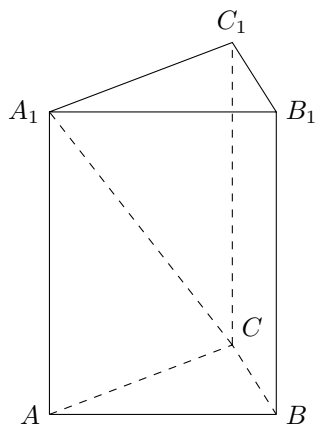
A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{4}$

111. 如图, 已知正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的底面积为 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$, 侧面积为 36.



(1) 求正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积;

(2) 求异面直线 A_1C 与 AB 所成的角的大小;

112. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 且 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = S$.

(1) 求 $\sin A, \cos A, \tan 2A$ 的值;

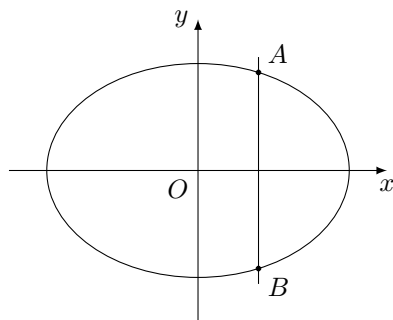
(2) 若 $B = \frac{\pi}{4}$, $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}| = 6$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

113. 某温室大棚规定: 一天中, 从中午 12 点到第二天上午 8 点为保温时段, 其余 4 小时为工人作业时段. 从中午 12 点连续测量 20 小时, 得出此温室大棚的温度 y (单位: 度) 与时间 t (单位: 小时, $t \in [0, 20]$) 近似地满足函数 $y = |t - 13| + \frac{b}{t + 2}$ 关系, 其中, b 为大棚内一天中保温时段的通风量.

(1) 若一天中保温时段的通风量保持 100 个单位不变, 求大棚一天中保温时段的最低温度 (精确到 0.1°C);

(2) 若要保持大棚一天中保温时段的最低温度不小于 17°C , 求大棚一天中保温时段通风量的最小值.

114. 已知直线 $l: x = t (0 < t < 2)$ 与椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 相交于 A, B 两点, 其中 A 在第一象限, M 是椭圆上一点.



- (1) 记 F_1, F_2 是椭圆 Γ 的左右焦点, 若直线 AB 过 F_2 , 当 M 到 F_1 的距离与到直线 AB 的距离相等时, 求点 M 的横坐标;
- (2) 若点 M, A 关于 y 轴对称, 当 $\triangle MAB$ 的面积最大时, 求直线 MB 的方程;
- (3) 设直线 MA 和 MB 与 x 轴分别交于 PQ , 证明: $|OP| \cdot |OQ|$ 为定值.

115. 已知无穷数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 其前 n 项和为 S_n , $a_1 = 4$.

- (1) 如果 $a_2 = 2$, 且对于一切正整数 n , 均有 $a_n \cdot a_{n+2} = a_{n+1}^2$, 求 S_n ;
- (2) 如果对于一切正整数 n , 均有 $a_n \cdot a_{n+1} = S_n$, 求 S_n ;
- (3) 如果对于一切正整数 n , 均有 $a_n + a_{n+1} = 3S_n$, 证明: a_{3n-1} 能被 8 整除. '□