

- 用适当符号 ($\in, \notin, =, \subseteq$) 填空: π $\underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; $\{x|x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$ $\underline{\hspace{1cm}} \{x|x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$; $\{3.14\}$ $\underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; $\{y|y = x^2\}$ $\underline{\hspace{1cm}} \{x|y = x^2\}$.
- 已知 $P = \{y = x^2 + 1\}$, $Q = \{y|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $E = \{x|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $F = \{(x, y)|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $G = \{x|x \geq 1\}$, $H = \{x|x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则各集合间关系正确的有 . (答案可能不唯一)
(A) $P = F$ (B) $Q = E$ (C) $E = F$ (D) $Q \subseteq G$ (E) $H \subsetneq P$
- 设全集是实数集 \mathbf{R} , $M = \{x|-2 \leq x \leq 2\}$, $N = \{x|x < 1\}$, 则 $\complement_U M \cap N =$.
- 设 $A = \{x|-4 < x < 4, x \in \mathbf{R}\}$, $B = (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$, 则 $\{x|x \in A, x \notin A \cap B\} =$.
- 设 $A = \{x|x = \sqrt{k}, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x|x \leq 3, x \in \mathbf{Q}\}$, 则 $A \cap B =$.
- 设全集 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, 集合 $A = \{|2a - 1|, 2\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 则实数 $a =$.
- (1) 设 $M = \{y|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x|x = t, t \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N =$.
(2) 设 $M = \{(x, y)|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{(t, x)|x = t, t \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N =$.
- 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $\complement_U A \cap B = \{3\}$, $A \cap \complement_U B = \{2\}$, $\complement_U A \cup \complement_U B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\complement_U A \cap \complement_U B =$.
- 集合 $C = \{x|x = \frac{k}{2} \pm \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, $D = \{x|x = \frac{k}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, 试判断 C 与 D 的关系, 并证明.
- 集合 $A = \{x|x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x|x^2 + 2(a + 1)x + a^2 - 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$.
(1) 若 $A \cap B = A$, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.
- 若集合 $A = [2, 3]$, 集合 $B = [a, 2a + 1]$.
(1) 若 $A \subsetneq B$, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.
- 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x|f(x) = 0\}$, $B = \{x|g(x) = 0\}$, $C = \{x|h(x) = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则方程 $\frac{f^2(x) + g^2(x)}{h(x)} = 0$ 的解集是 (用 U, A, B, C 表示).
- (1) 已知集合 $A = \{y|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y|y = 4 - x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$.
(2) 已知集合 $A = \{(x, y)|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y)|y = 4 - x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$.
- 设 $m \in \mathbf{R}$, 已知 $A = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x|mx + 1 = 0\}$, 且 $B \subsetneq A$, 则 $m =$.
- (1) 集合 A 满足 $\{1\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$, 则满足条件的集合 A 有 个. (2) 若 $A \cup B = \{1, 2\}$, 将满足条件的集合 A, B 写成有序集合对 (A, B) , 则有序集合对 (A, B) 有 个.
- 已知 $A = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x|x^2 - ax + a = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $B \subsetneq A$, 求满足题意的实数 a .
- 设集合 $A = \{x|x^2 + px + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$. 求实数 p 的取值范围.

18. 设函数 $f(x) = \lg(\frac{2}{x+1} - 1)$ 的定义域为集合 A , 函数 $g(x) = \sqrt{1 - |x+a|}$ 的定义域为集合 B .

(1) 当 $a = 1$ 时, 求集合 B .

(2) 问: $a \geq 2$ 是 $A \cap B = \emptyset$ 的什么条件 (在 “充分非必要条件、必要非充分条件、充要条件、既非充分也非必要条件” 中选一)? 并证明你的结论.

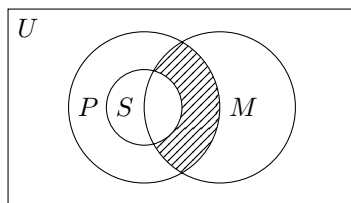
19. 如图, U 为全集, M, P, S 是 U 的三个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ().

A. $(M \cap P) \cap S$

B. $(M \cap P) \cup S$

C. $(M \cap P) \cap \complement_U S$

D. $(M \cap P) \cup \complement_U S$



20. 设集合 $A = \{5, \log_2(a+3)\}$, $B = \{a, b\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

21. 设集合 $A \cap \{-2, 0, 1\} = \{0, 1\}$, $A \cup \{-2, 0, 2\} = \{-2, 0, 1, 2\}$, 则满足上述条件的集合 A 的个数为_____个.

22. 若集合 $A = \{x | x \leq 2\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 满足 $A \cap B = \{2\}$, 则实数 $a =$ _____.

23. 若集合 $M = [a-1, a+1]$, $N = (-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$, 且 $M \cap N = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为_____.

24. 集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 25\}$, $B = \{(x, y) | x = 3y = 4\}$, 则 $A \cap B$ 的子集个数是_____个.

25. 已知集合 $M = \{x | x = 3m + 1, m \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{y | y = 3m + 2, m \in \mathbf{Z}\}$, 若 $x_0 \in M$, $y_0 \in N$, 则 $x_0 y_0$ 与集合 M, N 的关系是 ().

A. $x_0 y_0 \in M$ 但 $x_0 y_0 \notin N$

B. $x_0 y_0 \in N$ 但 $x_0 y_0 \notin M$

C. $x_0 y_0 \notin M$ 且 $x_0 y_0 \notin N$

D. $x_0 y_0 \in M$ 且 $x_0 y_0 \in N$

26. 若 $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 4m, m \in \mathbf{Z}\}$, 求证: $B \subsetneq A$.

27. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | \frac{3-2x}{x-1} + 1 \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | 2ax < a + x, x \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.

28. 设常数 $m \in \mathbf{R}$, $A = \{(x, y) | x^2 + mx - y + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | x - y + 1 = 0, x \in M\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$.

(1) 若 $M = \mathbf{R}$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $M = (\frac{1}{3}, 2]$, 求实数 m 的取值范围.

29. 设常数 $k \in \mathbf{R}$, 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0, \\ 2x^2 + (2k+5)x + 5k < 0 \end{cases}$ 整数解的集合为 $\{-2\}$, 求实数 k 的取值范围.

30. 设 $A = \{(x, y) | y = -4x + 6, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | y = 5x - 3, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

31. 已知 $M = \{a | \frac{6}{5-a} \in \mathbf{N}, a \in \mathbf{Z}\}$, 则用列举法表示 $M =$ _____.
32. 定义集合运算: $A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$, 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3\}$, 则集合 $A \odot B$ 的所有元素之和为_____.
33. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{-1\}$, $B = \{x | \lg(x^2 - 2) = \lg x\}$, 则 ()
- A. $A \subseteq B$ B. $A \cup B = \emptyset$ C. $A \supseteq B$ D. $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$
34. 集合 $A = \{(x, y) | y = |x| + 1\}$, $B = \{(x, y) | y = \frac{1}{2}x + a\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 a 的取值范围是_____.
35. 调查某班 50 名学生, 音乐爱好者有 40 人, 体育爱好者有 24 人, 则两方面都爱好的人数最少_____人, 最多_____人.
36. 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0\}$ 至多有一个元素, 则 a 的取值范围是_____; 若至少有一个元素, 则 a 的取值范围是_____.
37. 设含有三个实数的集合既可以表示为 $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$, 又可以表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$, 那么 $a+b =$ _____.
38. 设 $f(x) = x^2 - 12x + 36$, $A = \{a | 1 \leq a \leq 10, a \in \mathbf{N}\}$, $B = \{b | b = f(a), a \in A\}$, 又设 $C = A \cap B$. 求集合 C .
39. 设常数 $m \in \mathbf{R}$, $A = \{(x, y) | y = -x^2 + mx - 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | x + y = 3, x \in M\}$, 且 $A \cap B$ 的子集有两个.
- (1) 若 $M = \mathbf{R}$, 求实数 m 的值;
- (2) 若 $M = [0, 3]$, 求实数 m 的取值范围.
40. 填写下列命题的否定形式:
- (1) $m \leq 0$ 或 $n > 0$: _____;
- (2) 空间三条直线 l, m, n 两两相交: _____;
- (3) 复数 z_1, z_2, z_3 中至多一个为纯虚数: _____.
41. 已知 a, b 是整数, 写出命题“若 ab 为偶数, 则 $a+b$ 为偶数”的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断所写命题的真假.
- 逆命题: _____, 真假: _____;
- 否命题: _____, 真假: _____;
- 逆否命题: _____, 真假: _____.
42. 设甲是乙的充分非必要条件, 乙是丙的充要条件, 丁是丙的必要非充分条件, 则丁是甲的 ()
- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
- C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
43. 若 A 是 B 的必要非充分条件, 则 \bar{A} 是 \bar{B} 的_____条件.

44. 下列各组命题中互为等价命题的是 ().

A. $A \subseteq B$ 与 $A \cup B = B$

B. $x \in A$ 且 $x \in B$ 与 $x \in A \cup B$

C. $a \in A \cap B$ 与 $a \in A$ 或 $a \in B$

D. $m \in A \cap B$ 与 $m \in A \cup B$

45. 填空 (在“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”中选一种作答):

(1) “ $\alpha \neq \beta$ ” 是 “ $\cos \alpha \neq \cos \beta$ ” 的_____条件;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A = B$ ” 是 “ $\sin A = \sin B$ ” 的_____条件.

46. “ $a > 0$ 且 $b > 0$ ” 的一个必要非充分条件是 ().

A. $a > 0$

B. $b > 0$

C. $a > 0$ 且 $b > 0$

D. $a, b \in \mathbf{R}$

47. “函数 $f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 存在反函数” 是 “函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上为增函数” 的 ().

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

48. 填空: (填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”)

(1) 对于实数 x, y, p : $xy > 1$ 且 $x + y > 2$ 是 q : $x > 1$ 且 $y > 1$ 的_____条件;

(2) 对于实数 x, y, p : $x + y \neq 8$ 是 q : $x \neq 2$ 或 $y \neq 6$ 的_____条件;

(3) 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, p : $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$ 是 q : $(x-1)(y-2) = 0$ 的_____条件;

* (4) 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 “ $x^2 + y^2 < 2$ ” 是 “ $|x| + |y| \leq \sqrt{2}$ ” 的_____条件; 又是 “ $|x| + |y| < 2$ ” 的_____条件; 又是 “ $|x| < \sqrt{2}$ 且 $|y| < \sqrt{2}$ ” 的_____条件.

(5) 设 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ 均为非零实数, 方程 $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ 和方程 $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ 的实数解集分别为 M 和 N , 则 “ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ” 是 “ $M = N$ ” 的_____条件.

49. (1) 是否存在实数 m , 使得 $2x + m < 0$ 是 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的充分条件? 说明理由.

(2) 是否存在实数 m , 使得 $2x + m < 0$ 是 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的必要条件? 说明理由.

50. 已知关于 x 的实系数二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$), 分别求下列命题的一个充要条件:

(1) 方程有一正根, 一根是零;

(2) 两根都比 2 小.

51. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 写出命题 “若 $a + b > 0$ 且 $ab > 0$, 则 $a > 0$ 且 $b > 0$ ” 的逆否命题.

52. 填空 (填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”):

(1) 若 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 $x^2 + y^2 \neq 0$ 是 “ x, y 不全为零” 的_____条件;

(2) 若 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 “ $xy > 0, x + y > 0$ ” 是 “ $x > 0, y > 0$ ” 的_____条件;

(3) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 “ $|a| + |b| = |a + b|$ ” 是 “ $ab = 0$ ” 的_____条件;

(4) 若 a, b, c 是常数, 则 “ $a > 0$ 且 $b^2 - 4ac < 0$ ” 是 “对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $ax^2 + bx + c > 0$ ” 的_____条件;

(5) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $b = \tan a$ 是 $a = \arctan b$ 的_____条件.

53. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 有如下四个命题: ① $x^2 + y^2 < 1$; ② $|x| + |y| < 1$; ③ $|x| < 1$ 且 $|y| < 1$; ④ $|x + y| < 1$. 则_____是_____的充分非必要条件 (答案可能不唯一).

54. 使不等式 $2x^2 - 5x - 3 \geq 0$ 成立的一个充分不必要条件是 ().

A. $x < 0$

B. $x \geq 0$

C. $x \in \{-1, 3, 5\}$

D. $x \leq \frac{1}{2}$ 或 $x \geq 3$

55. 已知 $\alpha: "x \geq a"$, $\beta: "|x - 1| \leq 1"$, 若 α 是 β 的必要非充分条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

56. 命题甲: 关于 x 的方程 $x^2 + x + m = 0$ 有两个相异的负根; 命题乙: 关于 x 的方程 $4x^2 + x + m = 0$ 无实根, 若这两个命题有且只有一个是真命题, 求实数 m 的取值范围. *

57. 已知 $P = \{x | x^2 - 8x - 20 \leq 0\}$, $S = \{x | |x - a| \leq m\}$, 求实数 a, m 的值, 使得 " $x \in P$ " 是 " $x \in S$ " 的充要条件. *

58. 设 $f(x) = ax^2 + x + a$, 写出一个 a 的值,

(1) 使 $f(x) > 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 恒成立;

(2) 使 $f(x) > 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 恒不成立;

(3) 使 $f(x) > 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 不恒成立.