1. (000056) 设 $\log_{0.2} a > 0$, $\log_{0.2} b > 0$, 且 $\log_{0.2} a \cdot \log_{0.2} b = 1$, 求 $\log_{0.2}(ab)$ 的最小值.

2. (000067) 设常数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 若函数 $y = \log_a(x+1)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值为 1, 最小值为 0, 求实数 a 的值.

3. (000082) 已知 k 是常数, 设 α、β 是二次方程 $x^2 - 2kx + k + 20 = 0$ 的两个实根. 问: 当 k 为何值时, $(\alpha+1)^2 + (\beta+1)^2$ 取到最小值?

4. (000087) 已知函数 $y = -x^2 + 2ax + 1 - a$, $x \in [0,1]$ 的最大值为 2. 求实数 a 的值.

5. (000090) 已知 $f(x) = 2 - x^2$ 及 $g(x) = x$. 定义 $h(x)$ 如下: 当 $f(x) \geq g(x)$ 时, $h(x) = g(x)$; 而当 $f(x) < g(x)$ 时, $h(x) = f(x)$. 求函数 $y = h(x)$ 的最大值.

6. (000344) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $y = f(x)$, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \lg(x^2 - 3x + 3)$, 则 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的零点个数为__________ 个.

7. (000555) 已知函数 $f(x) = x|2x - a| - 1$ 有三个零点, 则实数 a 的取值范围为__________.

8. (000565) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2(x+a), & x \leq 0, \\ x^2 - 3ax + a, & x > 0 \end{cases}$ 有三个不同的零点, 则实数 a 的取值范围是__________.

9. (000604) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & 0 < x < 2, \\ (\dfrac{2}{3})^x + \dfrac{5}{9}, & x \geq 2. \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f(x) - k$ 有两个不同的零点, 则实数 k 的取值范围是__________.

10. (000622) 若函数 $f(x) = 2^x(x+a) - 1$ 在区间 $[0,1]$ 上有零点, 则实数 a 的取值范围是__________.

11. (000655) 若将函数 $f(x) = |\sin(\omega x - \dfrac{\pi}{8})|$ $(\omega > 0)$ 的图像向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位后, 所得图像对应的函数为偶函数, 则 ω 的最小值是__________.

12. (000665) 若适合不等式 $|x^2 - 4x + k| + |x - 3| \leq 5$ 的 x 的最大值为 3, 则实数 k 的值为__________.

13. (000769) 函数 $y = x + \dfrac{9}{x}$, $x \in (0, +\infty)$ 的最小值是__________.

14. (000808) 若函数 $f(x) = \sqrt{2x+3}$ 的反函数为 $g(x)$, 则函数 $g(x)$ 的零点为__________.

15. (000826) 函数 $y = \lg x - 1$ 的零点是__________.

16. (000884) 函数 $y = \sqrt{x^2+2} + \dfrac{1}{\sqrt{x^2+2}}$ 的最小值为__________.

17. (000926) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x + a, & x \geq 0, \\ x^2 - ax, & x < 0. \end{cases}$ 若 $f(x)$ 的最小值是 a, 则 $a =$__________.

18. (001226)(1) 函数 $y=1-x^2,\ x\in[-1,1]$ 的最大值为__________, 最小值为__________, 最大值点为__________, 最小值点为__________;

(2) 函数 $y=2x^2-8x,\ x\in[-1,4]$ 的最大值为__________, 最小值为__________, 最大值点为__________, 最小值点为__________;

(3) 函数 $y=6x-x^2,\ x\in[-3,0]$ 的最大值为__________, 最小值为__________, 最大值点为__________, 最小值点为__________;

(4) 函数 $y=2x^2-4x+5,\ x\in[2,4]$ 的最大值为__________, 最小值为__________, 最大值点为__________, 最小值点为__________.

19. (001227)(1) 函数 $y=x+\dfrac{4}{x},\ x\in[1,5]$ 的最大值为__________, 最小值为__________, 最大值点为__________, 最小值点为__________;

(2) 函数 $y=x-\dfrac{4}{x},\ x\in[1,5]$ 的最大值为__________, 最小值为__________, 最大值点为__________, 最小值点为__________;

(3) 函数 $y=\dfrac{x-5}{3x+2},\ x\in[0,3]$ 的最大值为__________, 最小值为__________, 最大值点为__________, 最小值点为__________;

(4) 函数 $y=x^2+\dfrac{16}{x},\ x\in[1,4]$ 的最大值为__________, 最小值为__________, 最大值点为__________, 最小值点为__________.

20. (001228) 函数 $y=\max\{|x-4|,|2x-3|\}$ 的最小值为__________.

21. (001229) 某植物园要建形状为直角梯形的苗圃, 其中的两邻边用夹角为 135° 的两面墙, 另两边总长为 30 米. 以其与两底垂直的腰长 x(单位: 米) 为自变量建立面积 S(单位: 平方米) 与 x 的函数关系, 并求苗圃面积的最大值.

22. (001230) 设 x,y 是关于 m 的方程 $m^2-2am+a+6=0$ 的两个实根, 求点 (x,y) 到点 $(1,1)$ 的距离的最小值.

23. (001231) 已知函数 $y=\dfrac{1}{2}x^2-x+\dfrac{3}{2}$ 的定义域为 $[1,b]$, 最大值为 b, 最小值为 1. 求 b.

24. (001232) 已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2+2x+a}{x},\ x\in[1,+\infty)$.

(1) 当 $a=4$ 时, 求函数的最小值;

(2) 如果对一切定义域中的 x, $f(x)$ 均为正数, 求实数 a 的取值范围.

25. (001233) 求下列函数零点的集合, 并说明理由.

(1) 函数 $f(x)=x^3+3x+1, x\in\mathbf{Z}$;

(2) 函数 $f(x)=x^3-3x+1, x\in\mathbf{Z}$.

26. (001234) 求函数 $y=x^3+x+1$ 的所有零点 (精确到 0.01, 需要给出理由, 包括为什么零点取该 (这些) 近似值以及为什么没有其他零点).

27. (001235) 求函数 $y=4(x-1)(x-2)(x-3)+1$ 的所有零点 (精确到 0.01, 需要给出理由, 包括为什么零点取该 (这些) 近似值以及为什么没有其他零点).

28. (001236) 函数 $f(x)=2x^3-3x^2-18x+28$ 在区间 $(1,2)$ 内的零点为________.(精确到 0.1)

试给出理由, 包括为什么零点取该 (这些) 近似值以及为什么没有其他零点.

29. (001269)(1) 求函数 $f(x)=\dfrac{3+2x}{3-2x}$, $x\in[-1,1]$ 的最大值和最小值;

(2) 已知 $a>b>0$, 求函数 $f(x)=\dfrac{a+bx}{a-bx}$, $x\in[-1,1]$ 的最大值和最小值.

30. (001276) 已知 a 是实数, 函数 $y=-x^2+2ax+1-a$, $x\in[0,1]$ 的最大值为 2. 求 a.

31. (001277) 已知 a,b 是实数, 函数 $y=ax^2-2ax+2+b$ 在 $[2,3]$ 上的最大值和最小值分别为 5 和 2, 求 a,b.

32. (001282) 若函数 $f(x)=3ax-2a+1$ 在 $[-1,1]$ 上存在一个零点, 则实数 a 的取值范围为__________.

33. (001323) 已知 $f(x)=-9^x-6a\cdot 3^x+(2a-a^2)$ 在 $[1,2]$ 上的最大值为 -3, 求实数 a.

34. (002839) 设常数 $p\in\mathbf{R}$, 设函数 $f(x)=\log_2\dfrac{x+1}{x-1}+\log_2(x-1)+\log_2(p-x)$.

(1) 求 p 的取值范围以及函数 $y=f(x)$ 的定义域;

(2) 若 $y=f(x)$ 存在最大值, 求 p 的取值范围, 并求出最大值.

35. (002849) 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的两个函数 $y=f(x)$、$y=g(x)$ 均为奇函数. 设 $F(x)=af(x)+bg(x)+1$.

(1) 若 $F(-2)=10$, 则 $F(2)=$__________;

(2) 若函数 $y=F(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上存在最大值 4, 则 $y=F(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上的最小值为__________.

36. (002872) 设函数 $y=f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且对于任意 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x+2)=-f(x)$.

(1) 求证: 函数 $y=f(x)$ 为周期函数;

(2) 对于任意 $x\in\mathbf{R}$, 求证: $f(1+x)=f(1-x)$;

(3) 设 $0\le x\le 1$ 时, $f(x)=\dfrac{1}{2}x$. 求函数 $y=f(x)+\dfrac{1}{2}$ 在 $-4\le x\le 4$ 时的所有零点;

(4) 设 $-1\le x\le 1$ 时, $f(x)=\sin x$.

① 写出 $1\le x\le 5$ 时, $y=f(x)$ 的解析式;

② 求 $y=f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的解析式.

37. (002879) 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $y=f(x)$ 是偶函数, 并且其图像关于直线 $x=1$ 对称.

(1) 若 $f(0)=1$, $f(1)=2$, 求 $f(15)+2f(20)$ 的值;

(2) 设 $x\in[0,1]$ 时, $f(x)=x^3$.

① $1<x\le 2$ 时, 求 $y=f(x)$ 的解析式;

② $-2\le x<0$ 时, 求 $y=f(x)$ 的解析式;

③ 求函数 $y=f(x)-\dfrac{1}{8}$ 在 $[-2,2]$ 上的所有零点;

④ 求 $y=f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的解析式.

38. (002882) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y=f(x)$ 是奇函数, 且 $y=f(x)$ 也是以 4 为周期的一个周期函数.

(1) 若 $f(1)=1$, 则 $f(-1)+f(0)=$__________; $f(10)+f(11)=$__________;

(2) * 若 $f(1)=0$, 则在区间 $[-3,3]$ 上的零点的个数的最小值为__________.

39. (002912) 函数 $y=f(x)$ 满足两个条件: ① $y=f(x)$ 是两个幂函数的和函数; ② $y=f(x)$ 的最小值为 2, 则 $y=f(x)$ 的解析式可以是__________.

40. (002948) 设 $a>0$, 函数 $f(x)=\dfrac{1}{1+a\cdot 2^x}$.

(1) 若 $a=1$, 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$;

(2) 求函数 $y=f(x)\cdot f(-x)$ 的最大值 (用 a 表示);

(3) * 设 $g(x)=f(x)-f(x-1)$. 若对任意 $x\in(-\infty,0]$, $g(x)\geq g(0)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

41. (002955) 设常数 $a>0$, $a\neq 1$. 函数 $f(x)=a^x$ 在 $[0,1]$ 上的最大值和最小值之和为 a^2, 则 $a=$__________.

42. (002959) 已知函数 $y=(\log_2\dfrac{x}{2^a})(\log_2\dfrac{x}{4})$, $x\in[\sqrt{2},4]$, 试求该函数的最大值 $g(a)$.

43. (002966)* 已知常数 $a>1$, 函数 $y=|\log_a x|$ 的定义域为区间 $[m,n]$, 值域为区间 $[0,1]$. 若 $n-m$ 的最小值为 $\dfrac{5}{6}$, 则 a=__________.

44. (002975) 设常数 $a\in\mathbf{R}$. 若函数 $y=-x^2+2ax(0\leq x\leq 1)$ 的最小值用 $g(a)$ 表示, 则 $g(a)=$__________.

45. (002976) 设常数 $m>0$. 若二次函数 $f(x)=x^2-2x$ 在区间 $[0,m]$ 上的最大值为 0、最小值为 -1, 则 m 的取值范围为__________.

46. (002977) 若函数 $f(x)=x+\dfrac{4}{x}(1\leq x\leq 5)$, 则函数 $y=f(x)$ 的递减区间是__________, 递增区间是__________, 最小值是__________, 最大值是__________.

47. (002978) 已知 $g(x)=-x^2-3$, $y=f(x)$ 是二次函数, 且 $y=f(x)+g(x)$ 为正比例函数.

(1) 若 $0\leq x\leq 1$ 时, $y=f(x)$ 的最大值为 6, 则 $y=f(x)$ 的表达式是__________;

(2) 若 $0\leq x\leq 1$ 时, $y=f(x)$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$, 则 $y=f(x)$ 的表达式是__________.

48. (002980) 已知函数 $y=x+\dfrac{a}{x}$ 有如下性质: 如果常数 $a>0$, 那么该函数在 $(0,\sqrt{a}]$ 上是减函数, 在 $[\sqrt{a},+\infty)$ 上是增函数.

(1) 设常数 $c\in[1,+\infty)$, 求函数 $f(x)=x+\dfrac{c}{x}$ $(1\leq x\leq 2)$ 的最大值和最小值;

(2) * 设常数 $c>0$. 当 n 是正整数时, 研究函数 $g(x)=x^n+\dfrac{c}{x^n}$ 的单调性, 并说明理由.

49. (002983) 设 $x<1$, 则 $\dfrac{2x^2-2x+1}{x-1}$ 的最大值为__________.

50. (002984) 函数 $y=(x-3)(x-1)(x+1)(x+3)$ 的最小值为__________.

51. (002986) 设常数 $m\in\mathbf{R}$. 若函数 $f(x)=x^2-(m-2)x+m-4$ 的图像与 x 轴交于 A, B 两点, 且 $|AB|=2$, 则函数 $y=f(x)$ 的最小值为__________.

52. (002989) 设常数 $a\in\mathbf{R}$. 已知函数 $f(x)=x^2-2ax+1(1\leq x\leq 3)$ 存在反函数. 若函数 $y=f(x)$ 的最大值为 4, 求实数 a 的值.

53. (002991) 设常数 $a\in\mathbf{R}$, 并将函数 $f(x)=1-2a-2a\cos x-2\sin^2 x$ 的最小值记为 $g(a)$.

(1) 写出 $g(a)$ 的表达式;

(2) 是否存在 a 的值, 使得 $g(a)=\dfrac{1}{2}$? 若存在, 求出 a 的值以及此时函数 $y=f(x)$ 的最大值; 若不存在, 说明理由.

54. (002992) 函数 $y=\dfrac{1}{x^2-2x+3}$ 的最大值是__________.

55. (002996)(1) 函数 $y=x^2+\dfrac{8}{x^2+1}(1\le x\le 7)$ 的最小值是__________, 此时 x=__________;

(2) 函数 $y=\dfrac{3x}{x^2+4}$ 的值域是__________;

(3) 函数 $y=x+\dfrac{m}{x+3}$, $x\in[0,+\infty)$ 的最小值为__________;

(4) 设常数 $m\in\mathbf{R}$. 若函数 $y=\dfrac{mx}{x^2+1}$ 的最大值为 1, 则 m 的值为__________.

56. (002997)(1) 函数 $y=x-\sqrt{1-2x}$ 的最大值为__________, 此时 x=__________;

(2) 函数 $y=2x+\sqrt{1-2x}$ 的值域是__________.

57. (003007) 设 $x,y\in\mathbf{R}$, 且 $2x+3y=1$. 若 $x^2+y^2\ge t$ 恒成立, 则实数 t 的最大值是__________.

58. (003008) 设 $x,y\in[0,+\infty)$, $2x+y=6$, 求 $z=5x^2-y^2-2x+13y+35$ 的最值.

59. (003011) 记 $\max\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 为 $a_1,\cdots,a_n$ 中的最大值. 已知 $f(x)=\max\{x,x^2\}(-1\le x\le 3)$.

(1) 求函数 $y=f(x)$ 的值域;

(2) 设 PAB 三点的坐标分别为 $(x,f(x))$, $(0,-1)$, $(2,0)$, 且 PAB 三点可以构成三角形, 求 $\triangle PAB$ 的面积的取值范围.

60. (003013) 函数 $f(x)=3ax-2a+1$ 在 $[-1,1]$ 上存在一个零点, 则实数 a 的取值范围是__________.

61. (003023) 设常数 $m\in\mathbf{R}$. 已知函数 $f(x)=x^2+mx+2$.

(1) 若函数 $y=f(x)$ 在区间 $(0,2)$ 上有且仅有一个零点, 求 m 的取值范围;

(2) 在区间 $[0,2]$ 上, 函数 $y=f(x)$ 是否存在两个不同的零点? 若存在, 求出 m 的取值范围, 若不存在, 说明理由.

62. (003032) 设常数 $a\in\mathbf{R}$. 已知函数 $f(x)=4^x-a\cdot 2^x+a+3$.

(1) 若函数 $y=f(x)$ 有且仅有一个零点, 求 a 的取值范围;

(2) 若函数 $y=f(x)$ 有零点, 求 a 的取值范围.

63. (003033) 设常数 $m\in\mathbf{R}$. 已知 $f(x)=x^2+(m-1)x-m^2+1$.

(1) 若函数 $y=f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内有两个不同的零点, 求 m 的取值范围;

(2) 若函数 $y=f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内有零点, 求 m 的取值范围;

(3) 若函数 $y=f(x)$ 在区间 $(0,3)$ 内有零点, 求 m 的取值范围.

64. (003628) 在研究某市交通情况时, 道路密度是指该路段上一定时间内通过的车辆数除以时间, 车辆密度是该路段一定时间内通过的车辆数除以该路段的长度, 现定义交通流量为 $v=\dfrac{q}{x}$, x 为道路密度, q 为车辆密度,

$$v=f(x)=\begin{cases}100-135(\dfrac{1}{3})^{\frac{80}{x}}, & 0<x<40,\\ -k(x-40)+85, & 40\le x\le 80,\end{cases}\quad k>0.$$

(1) 若交通流量 $v>95$, 求道路密度 x 的取值范围;

(2) 若道路密度 $x=80$ 时, 测得交通流量 $v=50$, 求车辆密度 q 的最大值.

65. (003648) 已知 $f(x)=ax+\dfrac{1}{x+1}$, $a\in\mathbf{R}$.

(1) 已知 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x)+1<f(x+1)$ 的解集;

(2) 若 $f(x)$ 在 $x\in[1,2]$ 时有零点, 求 a 的取值范围.

66. (003693) 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足: 对于任意的 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$, 当 $x_1<x_2$ 时, 都有 $f(x_1)\le f(x_2)$.

(1) 若 $f(x)=ax^3+1$, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $f(x)$ 是周期函数, 证明: $f(x)$ 是常值函数;

(3) 设 $f(x)$ 恒大于零. $g(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的、恒大于零的周期函数, M 是 $g(x)$ 的最大值. 函数 $h(x)=f(x)g(x)$. 证明: "$h(x)$ 是周期函数" 的充要条件是 "$f(x)$ 是常值函数".

67. (003694) 已知函数 $f(x)=\log_a x+x-b(a>0$ 且 $a\neq 1)$. 当 $2<a<3<b<4$ 时, 函数 $f(x)$ 的零点 $x_0\in(n,n+1)$, $n\in\mathbf{N}^*$, 则 $n=$__________.

68. (003697) 函数 $f(x)=\sin x$, 对于 $x_1<x_2<x_3<\cdots<x_n$ 且 $x_1,x_2,\cdots,x_n\in[0,8\pi]$ $(n\geq 10,\ n\in\mathbf{N})$, 记 $M=|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+|f(x_3)-f(x_4)|+\cdots+|f(x_{n-1})-f(x_n)|$, 则 M 的最大值等于__________.

69. (003716) 若函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a>0)$, 不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集为 $\{x|-2<x<0\}$, 当 $0<n<m$ 时, $f(n),f(m),f(\sqrt{mn}),f\left(\dfrac{m+n}{2}\right)$ 这四个值中最大的一个是__________.

70. (003754) 定义区间 $(c,d),(c,d],[c,d),[c,d]$ 的长度均为 $d-c$ $(d>c)$. 若 $a\neq 0$, 关于 x 的不等式 $x^2-\left(2a+\dfrac{1}{a}\right)x-1<0$ 的非空解集 (用区间表示) 记为 $I(a)$, 则当区间 $I(a)$ 的长度取得最小值时, 实数 a 的值为__________.

71. (003770) 函数 $f(x)=2^x+x^3-2$ 在区间 $(0,1)$ 内的零点的个数是______.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

72. (003778) 已知函数 $f(x)=4^x-k\cdot 2^{x+1}+4$ 在 $[0,2]$ 上存在零点, 则实数 $k\in$__________.

73. (003881) 要使 $y=x^2+4x$ $(x\geq a)$ 有反函数, 则 a 的最小值为__________.

74. (003892) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 上的偶函数, 当 $x>0$ 时, $f(x)=\begin{cases}2^{|x-1|}-1, & 0<x\leq 2,\\ \dfrac{1}{2}f(x-2), & x>2,\end{cases}$ 则函数 $g(x)=4f(x)-1$ 的零点的个数为______.

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10

75. (003921) 已知函数 $f(x)=\dfrac{x}{1+|x|}$ $(x\in\mathbf{R})$ 时, 则下列结论不正确的是______.

A. 任意 $x \in \mathbf{R}$, 等式 $f(-x)+f(x)=0$ 恒成立

B. 存在 $m \in (0,1)$, 使得方程 $|f(x)|=m$ 有两个不等实数根

C. 对任意 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 若 $x_1 \neq x_2$, 则一定有 $f(x_1) \neq f(x_2)$

D. 存在 $k \in (1,+\infty)$, 使得函数 $g(x)=f(x)-kx$ 在 $\mathbf{R}$ 上三个零点

76. (004002) 从桥上将一小球掷向空中, 小球相对于地面的高度 h(单位: m) 和时间 t(单位: s) 近似满足函数关系 $h=-5t^2+15t+12$. 问:

(1) 小球的初始高度是多少?

(2) 小球在 $t=0$ 到 $t=1$ 这段时间内的平均速度是多少?

(3) 小球在 $t=1$ 时的瞬时速度是多少?

(4) 小球所能达到的最大高度是多少? 何时达到?

77. (004006) 借助求导数的结果, 求下列函数 $y=f(x)$ 在给定区间上的最大值和最小值, 其中:

(1) $f(x)=\frac{2}{3}x-1,\ x \in [0,3]$;

(2) $f(x)=2+x-x^2,\ x \in [-1,1]$;

(3) $f(x)=x^3+x^2-8x+7,\ x \in [-3,3]$.

78. (004010) 某种型号的汽车在匀速行驶中每小时的耗油量 y(单位: L) 关于行驶速度 x(单位: km/h) 满足函数关系 $y=\frac{1}{128000}x^3-\frac{3}{80}x+8\ (0<x \leq 120)$. 已知甲、乙两地相距 100km. 问: 当汽车保持怎样的速度匀速行驶时, 从甲地到乙地的耗油量最小?

79. (004012) 已知某厂生产一种产品的总成本 C(单位: 万元) 与产品件数 x 满足函数关系 $C=1200+\frac{2}{75}x^3$, 产品单价 P(单位: 万元) 和产品件数 x 满足函数关系 $P^2=\frac{250000}{x}$. 问: 产量为多少件时, 总利润最大?

80. (004079) 已知函数 $f(x)=\log_2 x$.

(1) 若 $f(x)$ 的反函数是 $f^{-1}(x)$, 解方程: $f^{-1}(2x+1)=3f^{-1}(x)-1$;

(2) 当 $x \in (3m,3m+3](m \in \mathbf{N})$ 时, 定义 $g(x)=f(x-3m)$. 设 $a_n=n \cdot g(n)$, 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 求 a_1、a_2、a_3、a_4 和 S_{3n};

(3) 对于任意 a、b、$c \in [M,+\infty)$, 且 $a \geq b \geq c$. 当 a、b、c 能作为一个三角形的三边长时, $f(a)$、$f(b)$、$f(c)$ 也总能作为某个三角形的三边长, 试探究 M 的最小值.

81. (004089)$[x]$ 是不超过 x 的最大整数, 则方程 $(2^x)^2-\frac{7}{4}\cdot[2^x]-\frac{1}{4}=0$ 满足 $x<1$ 的所有实数解是__________.

82. (004090) 在直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=\frac{\pi}{2}$, $AB=1$, $AC=2$, M 是 $\triangle ABC$ 内一点, 且 $AM=\frac{1}{2}$, 若 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda+2\mu$ 的最大值为__________.

83. (004118) 已知 $f(x)=ax+\frac{x^2}{x^2+1}$, a 为实常数.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x)+f(\frac{1}{x})<x$ 的解集;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 中有零点, 求 a 的取值范围.

84. (004149) 若函数 $f(x)=2^x(x+a)-1$ 在区间 $[0,1]$ 上有零点, 则实数 a 的取值范围是__________.

85. (004175) 已知实数 a、b 使得不等式 $|ax^2+bx+a|\le x$ 对任意 $x\in[1,2]$ 都成立, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 (a,b) 形成的区域记为 Ω, 若圆 $x^2+y^2=r^2$ 上的任一点都在 Ω 中, 则 r 的最大值为__________

86. (004179) 已知定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=\dfrac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f^2(x)}$, 则 $f(0)+f(2021)$ 的最小值与最大值的和为 (　　).

A. 2　　B. 3　　C. $\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\dfrac{5}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

87. (004184) 设 m 为给定的实常数, 若函数 $y=f(x)$ 在其定义域内存在实数 x_0, 使得 $f(x_0+m)=f(x_0)+f(m)$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 为 “$G(m)$ 函数”.

(1) 若函数 $f(x)=2^x$ 为 “$G(2)$ 函数”, 求实数 x_0 的值;

(2) 若函数 $f(x)=\lg\dfrac{a}{x^2+1}$ 为 “$G(1)$ 函数”, 求实数 a 的取值范围;

(3) 已知 $f(x)=x+b(b\in\mathbf{R})$ 为 “$G(0)$ 函数”, 设 $g(x)=x|x-4|$. 若对任意的 $x_1,x_2\in[0,t]$, 当 $x_1\ne x_2$ 时, 都有 $\dfrac{g(x_1)-g(x_2)}{f(x_1)-f(x_2)}>2$ 成立, 求实数 t 的最大值.

88. (004203) 已知函数 $f(x)=ax+\log_2(2^x+1)$, 其中 $a\in\mathbf{R}$.

(1) 根据 a 的不同取值, 讨论 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(2) 已知 $a>0$, 函数 $f(x)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 若函数 $y=f(x)+f^{-1}(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最小值为 $1+\log_2 3$, 求函数 $f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最大值.

89. (004217) 已知函数 $f(x)$ 满足: ① 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 恒有 $f(2x)=2f(x)$ 成立; ② $x\in(1,2]$ 时, $f(x)=2-x$; 若 $f(a)=f(2020)$, 则满足条件的最小的正实数 a 是__________.

90. (004235) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c, 如果对任意的实数 λ, $|\overrightarrow{BA}-\lambda\overrightarrow{BC}|\ge|\overrightarrow{BC}|$ 恒成立, 则 $\dfrac{c}{b}+\dfrac{b}{c}$ 的最大值是__________.

91. (004247) 设函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上有定义, 实数 a 和 b 满足 $1\le a<b$, 若 $f(x)$ 在区间 $(a,b]$ 上不存在最小值, 则称 $f(x)$ 在区间 $(a,b]$ 上具有性质 P.

(1) 当 $f(x)=x^2+cx$, 且 $f(x)$ 在区间 $(1,2]$ 上具有性质 P, 求实数 c 的取值范围;

(2) 已知 $f(x+1)=f(x)+1(x\ge1)$, 且当 $1\le x<2$ 时, $f(x)=1-x$, 判别 $f(x)$ 在区间 $(1,4]$ 上是否具有性质 P;

(3) 若对于满足 $1\le a<b$ 的任意实数 a 和 b, $f(x)$ 在区间 $(a,b]$ 上具有性质 P, 且对于任意 $n\in\mathbf{N}^*$, 当 $x\in(n,n+1)$ 时, 有 $|f(n)-f(x)|+|f(x)-f(n+1)|=|f(n)-f(n+1)|$, 证明: 当 $x\ge1$ 时, $f(2x)>f(x)$.

92. (004259) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=2f(x)+1$, 当 $x\in[0,1)$ 时, $f(x)=x^3$. 设 $f(x)$ 在区间 $[n,n+1)(n\in\mathbf{N}^*)$ 上的最小值为 a_n, 若存在 $n\in\mathbf{N}^*$, 使得 $\lambda(a_n+1)<2n-7$ 成立, 则实数 λ 的取值范围是__________.

93. (004286) 已知函数 $f(x)=a-\dfrac{4}{3^x+1}$(a 为实常数).

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(2) 当 $f(x)$ 为奇函数时, 对任意的 $x\in[1,5]$, 不等式 $f(x)\ge\dfrac{u}{3^x}$ 恒成立, 求实数 u 的最大值.

94. (004289) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 D, 若存在实常数 λ 及 $a(a \neq 0)$, 对任意 $x \in D$, 当 $x+a \in D$ 且 $x-a \in D$ 时, 都有 $f(x+a)+f(x-a)=\lambda f(x)$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 具有性质 $M(\lambda, a)$.

(1) 判断函数 $f(x)=x^2$ 是否具有性质 $M(\lambda, a)$, 并说明理由;

(2) 若函数 $g(x)=\sin 2x+\sin x$ 具有性质 $M(\lambda, a)$, 求 λ 及 a 应满足的条件;

(3) 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $y=h(x)$ 不存在零点, 且具有性质 $M(t+\dfrac{1}{t}, t)$(其中 $t>0$, $t \neq 1$), 记 $a_n=h(n)(n \in \mathbf{N}^*)$, 求证: 数列 $\{a_n\}$ 为等比数列的充要条件是 $\dfrac{a_2}{a_1}=t$ 或 $\dfrac{a_2}{a_1}=\dfrac{1}{t}$.

95. (004293) 函数 $y=x+\dfrac{9}{x}$, $x \in (0,+\infty)$ 的最小值是__________.

96. (004368) 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, 满足对任意 $x \in (0,+\infty)$, 恒有 $f[f(x)-\dfrac{1}{x}]=4$. 若函数 $y=f(x)-4$ 的零点个数为有限的 $n(n \in \mathbf{N}^*)$ 个, 则 n 的最大值为 (　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

97. (004387) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, 若对任意 $x \in (0,+\infty)$, 恒有 $f(2x)=2f(x)$, 则称 $f(x)$ 为 “2 阶缩放函数”.

(1) 已知函数 $f(x)$ 为 “2 阶缩放函数”, 当 $x \in (1,2]$ 时, $f(x)=1-\log_2 x$, 求 $f(2\sqrt{2})$ 的值;

(2) 已知函数 $f(x)$ 为 “2 阶缩放函数”, 当 $x \in (1,2]$ 时, $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$, 求证: 函数 $y=f(x)-x$ 在 $(1,+\infty)$ 上无零点.

98. (004424) 设 $\mu(x)$ 表示不小于 x 的最小整数, 例如 $\mu(0.3)=1$, $\mu(-2.5)=2$.

(1) 解方程 $\mu(x-1)=3$;

(2) 设 $f(x)=\mu(x \cdot \mu(x))$, $n \in \mathbf{N}^*$, 试分别求出 $f(x)$ 在区间 $(0,1]$、$(1,2]$ 以及 $(2,3]$ 上的值域; 若 $f(x)$ 在区间 $(0,n]$ 上的值域为 M_n, 求集合 M_n 中的元素的个数;

(3) 设实数 $a>0$, $g(x)=x+a \cdot \dfrac{\mu(x)}{x}-2$, $h(x)=\dfrac{\sin(\pi x)+2}{x^2-5x+7}$, 若对于任意 $x_1, x_2 \in (2,4]$ 都有 $g(x_1)>h(x_2)$, 求实数 a 的取值范围.

99. (004439) 函数 $f(x)=|x^2-a|$ 在区间 $[-1,1]$ 上的最大值是 a, 那么实数 a 的取值范围是 (　　).

A. $[0,+\infty)$　　B. $[\dfrac{1}{2},1]$　　C. $[\dfrac{1}{2},+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

100. (004444) 定义区间 (m,n)、$[m,n]$、$(m,n]$、$[m,n)$ 的长度均为 $n-m$, 已知不等式 $\dfrac{7}{6-x} \geq 1$ 的解集为 A.

(1) 求 A 的长度;

(2) 函数 $f(x)=\dfrac{(a^2+a)x-1}{a^2x}(a \in \mathbf{R},\ a \neq 0)$ 的定义域与值域都是 $[m,n](n>m)$, 求区间 $[m,n]$ 的最大长度;

(3) 关于 x 的不等式 $\log_2 x+\log_2(tx+3t)<2$ 的解集为 B, 若 $A \cap B$ 的长度为 6, 求实数 t 的取值范围.

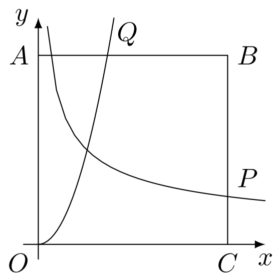
101. (004466) 对于定义在 D 上的函数 $y=f(x)$, 如果存在两条平行直线 $l_1: y=kx+b_1$ 于 $l_2: y=kx+b_2(b_1 \neq b_2)$, 使得对于任意 $x \in D$, 都有 $kx+b_1 \leq f(x) \leq kx+b_2$ 恒成立, 那么称函数 $y=f(x)$ 是带状函数, 若 l_1, l_2 之间的最小距离 d 存在, 则称 d 为带宽.

(1) 判断函数 $f(x)=\sin x+\cos x$ 是不是带状函数? 如果是, 指出带宽 (不用证明); 如果不是, 说明理由;

(2) 求证: 函数 $g(x)=\sqrt{x^2-1}(x\geq 1)$ 是带状函数;

(3) 求证: 函数 $h(x)=a|x-x_1|+b|x-x_2|(x_1<x_2)$ 为带状函数的充要条件是 $a+b=0$.

102. (004483) 如图, 正方形 $OABC$ 的边长为 $a(a>1)$, 函数 $y=3x^2$ 交 AB 于点 Q, 函数 $y=x^{-\frac{1}{2}}$ 与 BC 交于点 P, 当 $|AQ|+|CP|$ 最小时, a 的值为__________.



103. (004486) 某温室大棚规定: 一天中, 从中午 12 点到第二天上午 8 点为保温时段, 其余 4 小时为工人作业时段. 从中午 12 点连续测量 20 小时, 得出此温室大棚的温度 y(单位: 度) 与时间 t(单位: 小时, $t\in[0,20]$) 近似地满足函数 $y=|t-13|+\dfrac{b}{t+2}$ 关系, 其中, b 为大棚内一天中保温时段的通风量.

(1) 若一天中保温时段的通风量保持 100 个单位不变, 求大棚一天中保温时段的最低温度 (精确到 $0.1^\circ\mathrm{C}$);

(2) 若要保持大棚一天中保温时段的最低温度不小于 $17^\circ\mathrm{C}$, 求大棚一天中保温时段通风量的最小值.

104. (004500) 对于定义域为 D 的函数 $f(x)$, 若存在 $x_1,x_2\in D$ 且 $x_1\neq x_2$, 使得 $f(x_1^2)=f(x_2^2)=2f(x_1+x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 具有性质 M. 若函数 $g(x)=|\log_2 x-1|$, $x\in(0,a]$ 具有性质 M, 则实数 a 的最小值为__________.

105. (004525) 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\text{为无理数},\\ x, & x\text{为有理数},\end{cases}$ 则以下 4 个命题: ① $f(x)$ 是偶函数; ② $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数; ③ $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$; ④ 对于任意的正有理数 a, $g(x)=f(x)-a$ 存在奇数个零点. 其中正确命题的个数为 (　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

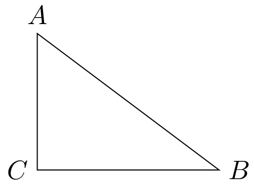
106. (004542) 已知 p 是实数, 函数 $f(x)=10^x$. 若存在实数 m,n, 使得 $f(m+n)=f(m)+f(n)$ 与 $f(m+n+p)=f(m)+f(n)+f(p)$ 均成立, 则 p 的最大值等于__________.

107. (004544) 设函数 $f(x)=\begin{cases}1, & x\in\mathbf{Q},\\ \pi, & x\notin\mathbf{Q}.\end{cases}$ 下列结论不正确的是 (　　).

A. $f(x)$ 是偶函数　　B. $f(x)$ 是周期函数

C. 该函数有最大值也有最小值　　D. 方程 $f(f(x))=1$ 的解集为 $\{1\}$

108. (004658) 如图, A、B、C 三地有直道相通, $AB=5$ 千米, $AC=3$ 千米, $BC=4$ 千米, 现甲、乙两警员同时从 A 地出发匀速前往 B 地, 经过 t 小时, 他们之间的距离为 $f(t)$(单位: 千米), 甲的路线是 AB, 速度为 5 千米/小时, 乙的路线是 ACB, 速度为 8 千米/小时, 乙到 B 地后在原地等待, 设 $t=t_1$ 时乙到达 C 地.



(1) 求 t_1 及 $f(t_1)$ 的值;

(2) 已知警员的对讲机的有效通话距离是 3 千米, 当 $t_1 \leq t \leq 1$ 时, 求 $f(t)$ 的表达式, 并判断 $f(t)$ 在 $[t_1, 1]$ 上的最大值是否超过 3? 说明理由.

109. (004667) 若函数 $f(x) = \sqrt{2x+1}$ 的反函数为 $g(x)$, 则函数 $g(x)$ 的零点为__________.

110. (004679) 为实现 "碳达峰", 减少污染, 某化工企业开发了一个废料回收项目. 经测算, 该项目日回收成本 p(元) 与日回收量 x(吨)($x \in [0, 50]$) 的函数关系可表示为 $p = \begin{cases} 20x, & 0 \leq x \leq 30, \\ x^2 + 16x - 780, & 30 < x \leq 50, \end{cases}$ 且每回收 1 吨废料, 转化成其他产品可收入 80 元.

(1) 设日纯收益为 y 元, 写出函数 $y = f(x)$ 的解析式 (纯收益 = 收入 − 成本);

(2) 该公司每日回收废料多少吨时, 获得纯收益最大?

111. (004680) 已知函数 $f(x) = 2^x + \dfrac{a}{2^x}$, a 为实常数.

(1) 若函数 $f(x)$ 为奇函数, 求 a 的值;

(2) 若 $x \in [0, 1]$ 时 $f(x)$ 的最小值为 2, 求 a 的值;

(3) 若方程 $f(x) = 6$ 有两个不等的实根 x_1, x_2, 且 $|x_1 - x_2| \leq 1$, 求 a 的取值范围.

112. (004702) 给定区间 I 和正常数 a, 如果定义在 $\mathbf{R}$ 上的两个函数 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 满足: 对一切 $x \in I$, 均有 $|f(x) - g(x)| \leq a$, 称函数 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 具有性质 $P(I, a)$.

(1) 已知 $I = (0, +\infty)$, 判断下列两组函数是否具有性质 $P(I, 2)$? ① $f_1(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$, $g_1(x) = 2$; ② $f_2(x) = x^2 + x + 1$, $g_2(x) = x^2 - x + 1$;(不需要说明理由)

(2) 已知 $f(x) = 0$, $y = g(x)$ 是周期函数, 且对任意的 $a > 0$, 均存在区间 $I = (M, +\infty)$, 使得函数 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 具有性质 $P(I, a)$, 求证: $g(x) = 0$;

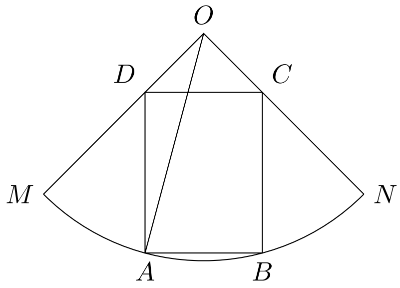
(3) 已知 $I = [1, m]$, $f(x) = x^2$, 若存在一次函数 $y = g(x)$ 与 $y = f(x)$ 具有性质 $P(I, 1)$, 求实数 m 的最大值.

113. (004720) 已知函数 $f(x) = x^2 + mx + 3$, 其中 $m \in \mathbf{R}$.

(1) 若不等式 $f(x) < 5$ 的解集是 $(-1, 2)$, 求 m 的值;

(2) 若函数 $y = f(x)$ 在区间 $[0, 3]$ 上有且仅有一个零点, 求 m 的取值范围.

114. (004721) 如图, 有一块扇形草地 OMN, 已知半径为 4, $\angle MON = \dfrac{\pi}{2}$, 现要在其中圈出一块举行场地 $ABCD$ 作为儿童乐园使用, 其中点 A、B 在弧 $\overset{\frown}{MN}$ 上, 且线段 AB 平行于线段 MN.



(1) 若点 A 为弧 $\overset{\frown}{MN}$ 的一个三等分点, 求矩形 $ABCD$ 的面积 S;

(2) 当 A 在何处时, 矩形 $ABCD$ 的面积 S 最大? 最大值为多少?

115. (004755) 设 $y=f^{-1}(x)$ 是函数 $f(x)=\frac{x}{2}+\frac{\pi}{8}\sin x+\frac{\pi}{8}$, $x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 的反函数, 则函数 $y=f(x)+f^{-1}(x)$ 的最小值等于________.

116. (004756) 函数 $f(x)=x$, $g(x)=x^2-x+2$. 若存在 $x_1,x_2,\cdots,x_n\in[0,\frac{9}{2}]$, 使得 $f(x_1)+f(x_2)+...+f(x_{n-1})+g(x_n)=g(x_1)+g(x_2)+...+g(x_{n-1})+f(x_n)$, 则 n 的最大值为________.

117. (004995) 从半径为 R 的圆形铁片里剪去一个扇形, 然后把剩下部分卷成一个圆锥形漏斗, 要使漏斗有最大容量, 剪去扇形的圆心角 θ 应是多少弧度?

118. (005012) 若 $a>1$, $b>1$, $c>1$, 则 $\log_a b+\log_b a$ 的最小值为________, $\log_a b+\log_b c+\log_c a$ 的最小值为________.

119. (005014) 若 $a>1$, $0<b<1$, 则 $\log_a b+\log_b a$ 的最大值为________.

120. (005103) 下列函数中, 最小值为 2 的是 (　　).

A. $x+\frac{1}{x}$　　B. $\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}}$

C. $\log_a x+\log_x a(a>0,\ x>0,\ a\neq1,\ x\neq1)$　　D. $3^x+3^{-x}(x>0)$

121. (005104) 若 $\log_{\sqrt{2}}x+\log_{\sqrt{2}}y=4$, 则 $x+y$ 的最小值是 (　　).

A. 8　　B. $4\sqrt{2}$　　C. 4　　D. 2

122. (005105) 若 a,b 均为大于 1 的正数, 且 $ab=100$, 则 $\lg a\cdot\lg b$ 的最大值是 (　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. $\frac{5}{2}$

123. (005110) 若 $x+2y=2\sqrt{2}a(x>0,\ y>0,\ a>1)$, 则 $\log_a x+\log_a y$ 的最大值是________.

124. (005118) 若正数 x,y,z 满足 $5x+2y+z=100$, 则 $\lg x+\lg y+\lg z$ 的最大值是________.

125. (005124) 求函数 $y=\frac{x^4+3x^2+3}{x^2+1}$ 的最小值.

126. (005125) 求 $f(x)=4x^2+\frac{16}{(x^2+1)^2}$ 的最小值.

127. (005126) 求 $f(x)=x^2-3x-2-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}(x>0)$ 的最小值.

128. (005132) 已知函数 $f(x)=\dfrac{2^{x+3}}{4^x+8}$.

(1) 求 $f(x)$ 的最大值;

(2) 对于任意实数 a,b, 求证: $f(a)<b^2-4b+\dfrac{11}{2}$.

129. (005136) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$, $\angle ACB=\theta$. 现将 $\triangle ABC$ 分别以 BC,CA,AB 所在直线为轴旋转一周, 设所得三个旋转体的体积依次为 V_1,V_2,V_3.

(1) 设 $T=\dfrac{V_3}{V_1+V_2}$, 试用 a,b,c 表示 T;

(2) 若 θ 为定值, 并令 $\dfrac{a+b}{c}=x$, 将 $T=\dfrac{V_3}{V_1+V_2}$ 表示为 x 的函数, 写出这个函数的定义域, 并求这个函数的最大值 M;

(3) 若 $\theta\in[\dfrac{\pi}{3},\pi)$, 求 (2) 中 M 的最大值.

130. (005218) 已知 x 满足不等式 $(\dfrac{1}{2})^{2x-4}-(\dfrac{1}{2})^{x}-(\dfrac{1}{2})^{x-2}+\dfrac{1}{4}\leq 0$, 且 $y=\log_{\frac{1}{a}}(a^2x)\cdot\log_{\frac{1}{a^2}}(ax)$ 的最大值是 0, 最小值是 $-\dfrac{1}{8}$, 求实数 a 的值.

131. (005243) 求函数 $f(x)=|x-\dfrac{1}{2}|-|x+\dfrac{1}{2}|$ 的最大值.

132. (005278) 已知函数 $y=f(x)=x^2+ax+3$ 在区间 $x\in[-1,1]$ 上的最小值为 -3, 求实数 a 的值.

133. (005332) 若 $2x^2-3x\leq 0$, 则函数 $f(x)=x^2+x+1($　　$)$.

A. 有最小值 $\dfrac{3}{4}$, 但无最大值　　B. 有最小值 $\dfrac{3}{4}$, 有最大值 1

C. 有最小值 1 有最大值 $\dfrac{19}{4}$　　D. 既无最小值, 也无最大值

134. (005344) 已知函数 $f(x)=x^2-2x+3$ 在 $[0,m]$ 上有最大值 3, 最小值 2, 求正数 m 的取值范围.

135. (005345) 已知函数 $y=x^2+mx-1$ 在区间 $[0,3]$ 上有最小值 -2, 求实数 m 的值.

136. (005346) 当 $x\geq 0$ 时, 求函数 $f(x)=x^2+2ax$ 的最小值.

137. (005357) 将进货单价为 40 元的商品按每件 50 元出售时, 每月能卖出 500 个, 已知这批商品在销售单价的基础上每涨价 1 元, 其月销售数就减少 10 个, 为了每月赚取最大利润, 销售单价应定为多少?

138. (005358) 飞机飞行 1 小时的耗费由两部分组成: 固定部分 4900 元, 变动部分 P 与飞机飞行速度 v(千米/时) 的函数关系是 $P=0.01v^2$. 已知甲、乙两地相距为一常数 a(千米), 试写出飞机从甲地飞到乙地的总耗费 y 与飞机速度 v 的函数关系式, 并写出耗费最小时飞机的飞行速度.

139. (005499) 若奇函数 $f(x)$ 在区间 $[-3,-1]$ 上是增函数, 且有最大值 -2, 则 $f(x)$ 在 $[1,3]$ 上是________ 函数 (填 "增" 或 "减"), 且最小值等于________.

140. (005531) 已知函数 $y=-\sqrt{1-x^2}$ 的反函数是 $y=-\sqrt{1-x^2}$, 则原函数的定义域 "最大" 可以是________.

141. (005560) 求函数 $y=9^x-m\cdot 3^x+1$ 的最小值.

142. (005585) 若 $1\leq x\leq 2$, 则函数 $y=(\dfrac{1}{2})^{x^2-6x+10}$ 的最大值为________.

143. (005586) 函数 $f(x)=a^{2x}-3a^x+2(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的最小值为__________.

144. (005587) 对于函数 $y=a^{x^2-4}(a>0$ 且 $a\neq 1)$:

(1) 若 $0<a<1$, 则 y 有最大值__________;

(2) 若 $a>1$, 则 y 有最小值__________.

145. (005598) 若 $0\leq x\leq 2$, 求函数 $y=4^{x-\frac{1}{2}}-3\cdot 2^x+5$ 的最大值和最小值.

146. (005599) 若函数 $f(x)=a^{2x}+2a^x-1(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 在 $[-1,1]$ 上的最大值为 14, 求实数 a 的值.

147. (005644) 已知函数 $f(x)=x^2\lg a+2x+4\lg a$ 的最大值为 3, 求实数 a 的值.

148. (005733) 若 $-3\leq \log_{\frac{1}{2}}x\leq -\dfrac{1}{2}$, 求 $y=(\log_2\dfrac{x}{2})(\log_2\dfrac{x}{4})$ 的最大 (小) 值及其相应的 x 值,

149. (005734) 已知 a,b 是两个不相等的正数, 且 $\log_m\dfrac{x}{a}\cdot\log_m\dfrac{x}{b}$ 的最小值是 $-\dfrac{1}{4}(m>0$ 且 $m\neq 1)$, 求 m 的值.

150. (005735) 已知实数 x,y 满足 $(\log_4 y)^2=\log_{\frac{1}{2}}x$, 求 $u=\dfrac{x}{y}$ 的最大值及其相应的 x,y 的值.

151. (005740) 若二次函数 $f(x)=(\lg a)x^2+2x+4\lg a$ 有最小值 -3, 求实数 a 的值.

152. (005751) 已知函数 $f(x)=\lg\dfrac{x+1}{x-1}+\lg(x-1)+\lg(a-x)(a>1)$.

(1) 是否存在一个实数 a 使得函数 $y=f(x)$ 的图像关于某一条垂直于 x 轴的直线对称? 若存在, 求出这个实数 a; 若不存在, 说明理由;

(2) 当 $f(x)$ 的最大值为 2 时, 求实数 a 的值.

153. (005812) 已知函数 $f(x)=x^2\lg a+2x+4\lg a$ 的最大值是 3, 求实数 a 的值.

154. (005834)(1) 求函数 $y=2x+\sqrt{1-2x}$ 的最大值. (2) 求函数 $y=2x+\sqrt{1-x^2}$ 的值域. (3) 求函数 $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x+2}$ 的值域.

155. (005838) 已知函数 $f(x)=x^2-2mx+m+6$.

(1) 若对任意实数 x 都有 $f(x)>0$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若实数 α,β 满足 $f(\alpha)=f(\beta)=0$, 求 $\alpha^2+\beta^2$ 的最小值.

156. (005840) 已知 $f(x)=-9x^2-6ax+2a-a^2$ 在 $-\dfrac{1}{3}\leq x\leq\dfrac{1}{3}$ 内有最大值 -3, 求实数 a 的值.

157. (005850) 已知函数 $f(x)=\log_3(x^2-4mx+4m^2+m+\dfrac{1}{m-1})$, 集合 $M=\{m|m>1,m\in\mathbf{R}\}$.

(1) 求证: 当 $m\in M$ 时, $f(x)$ 的定义域为 $x\in\mathbf{R}$; 反之, 若 $f(x)$ 对一切实数 x 都有意义, 则 $m\in M$;

(2) 当 $m\in M$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值;

(3) 求证: 对每一个 $m\in M$, $f(x)$ 的最小值都不小于 1.

158. (007904) 求函数 $f(x)=x^2-4x-2$ 的最小值, 并求出取最值时相应的自变量 x 的值.

159. (007905) 求函数 $f(x)=6x-3x^2$ 的最小值, 并求出取最值时相应的自变量 x 的值.

160. (007906) 求函数 $f(x)=-x^2-4x-3,x\in[-3,1]$ 的最小值, 并求出取最值时相应的自变量 x 的值.

161. (007907) 求函数 $f(x)=x^2-2x-3, x\in[-2,0]$ 的最小值, 并求出取最值时相应的自变量 x 的值.

162. (007908) 已知 p、q 分别是函数 $f(x)=-2x+3$ 在 $[-2,2]$ 上的最大值和最小值, 求函数 $g(x)=2x^2-px+q$ 在 $[-2,2]$ 上的最大值和最小值.

163. (007909) 求函数 $y=\dfrac{2}{x-1}(2\le x\le 6)$ 的最大值与最小值.

164. (007910) 求函数 $f(x)=x^3+x^2+x-1$ 在区间 $(0,1)$ 内的零点 (精确到 0.1).

165. (007911) 画出函数 $y=x^2-2|x|$ 的图像, 并写出它的定义域、奇偶性、单调区间、最小值.

166. (007912) 研究函数 $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ 的定义域、奇偶性、单调性、最大值.

167. (007917) 已知 α,β 是方程 $4x^2-4mx+m+2=0$ 的两个实数根, 当 m 为何值时, $\alpha^2+\beta^2$ 有最小值? 并求出这个最小值.

168. (007918) 求函数 $y=x^2-4x+1$ 在 $x\in[t,4]$ 上的最小值和最大值, 其中 $t<4$.

169. (007919) 已知集合 $A=\{x|1\le x\le 4\}$, $f(x)=x^2+px+q$ 和 $g(x)=x+\dfrac{4}{x}$ 是定义在 A 上的函数, 且在 x_0 处同时取到最小值, 并满足 $f(x_0)=g(x_0)$, 求 $f(x)$ 在 A 上的最大值.

170. (007920) 已知某气垫船的最大船速是 48 海里/时, 船每小时使用的燃料费用和船速的平方成正比, 若船速为 30 海里/时, 则船每小时的燃料费用为 600 元. 其余费用 (不论船速为多少) 都是每小时 864 元. 甲乙两地相距 100 海里, 船从甲地行驶到乙地.

(1) 试把船每小时使用的燃料费用 P(元) 表示成船速 v(海里/时) 的函数;

(2) 试把船从甲地到乙地所需的总费用 y 表示成船速 v(海里/时) 的函数;

(3) 当船速为每小时多少海里时, 船从甲地到乙地所需的总费用最少?

171. (007921) 已知函数 $y=f(x)$, 定义 $F(x)=f(x+1)-f(x)$. 某公司每月最多生产 100 台报警系统装置, 生产 x 台 $(x>0)$ 的收入函数为 $R(x)=3000x-20x^2$(单位: 元), 其成本函数为 $G(x)=5000x+4000$(单位: 元), 利润是收入与成本之差.

(1) 求利润函数 $y=f(x)$ 及相应的 $y=F(x)$;

(2) 利润函数 $y=f(x)$ 与 $y=F(x)$ 是否具有相等的最大值?

172. (007935) 设 α,β 是二次方程 $x^2-2kx+k+20=0$ 的两个实数根, 当 k 为何值时, $(\alpha+1)^2+(\beta+1)^2$ 有最小值?

173. (007938) 已知函数 $f(x)=-x^2+2ax+1-a$ 在 $[0,1]$ 上有最大值 2, 求实数 a 的值.

174. (007940) 已知函数 $f(x)=2-x^2$, 函数 $g(x)=x$, 定义函数 $F(x)$ 如下: 当 $f(x)\ge g(x)$ 时, $F(x)=g(x)$; 当 $f(x)<g(x)$ 时, $F(x)=f(x)$. 求 $F(x)$ 的最大值.

175. (007947) 已知函数 $f(x)=x^3-3x$.

(1) 试求函数 $y=f(x)$ 的零点;

(2) 求证: 函数 $f(x)=x^3-3x$ 在 $[1,+\infty)$ 上是增函数;

(3) 是否存在自然数 n, 使 $f(n)=1000$? 若存在, 求出一个满足条件的 n; 若不存在, 请问明理由.

176. (007989) 已知函数 $f(x)=a^x(a>0,a\neq 1)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最大值比最小值大 $\frac{1}{4}$, 求实数 a 的值.

177. (007994) 若 $2x+y=1$, 求 4^x+2^y 的最小值.

178. (007998) 甲乙两地的高速公路全长 166 千米, 在高速公路上最高行驶时速不得高于 120 千米/时, 假设汽车从甲地进入该高速公路以不低于 70 千米/时的速度匀速行驶到乙地, 已知汽车每小时的运输成本 (以元为单位) 由可变部分和固定部分组成: 可变部分与速度 v(千米/时) 的平方成正比, 比例系数为 0.02; 固定部分为 220 元.

(1) 把全程运输成本 y(元) 表示为速度 v(千米/时) 的函数, 并指出这个函数的定义域;

(2) 汽车应以多大速度行驶才能使全程运输成本最小? 最小运输成本约为多少元?

179. (008054) 求函数 $y=\log_{\frac{1}{5}}(x^2-6x+10)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最大值.

180. (008086) 已知 $\lg x+\lg y=2$, 求 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 的最小值.

181. (009497) 已知指数函数 $y=a^x(0<a<1)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最大值比最小值大 $\frac{a}{3}$, 求实数 a 的值.

182. (009523) 求函数 $y=(\frac{1}{2})^x$, $x\in[1,3]$ 的最大值与最小值.

183. (009524) 求下列函数的最大值与最小值:

(1) $y=1-x^2$;

(2) $y=1-x^2$, $x\in[-1,2]$;

(3) $y=2x^2-8x$;

(4) $y=2x^2-8x$, $x\in[0,1]$.

184. (009525) 已知 $a>-2$, 求函数 $y=x^2+1$, $x\in[-2,a]$ 的最大值.

185. (009530) 用函数的观点解不等式: $2^x+\log_2 x>2$.

186. (009531) 对于在区间 $[a,b]$ 上的图像是一段连续曲线的函数 $y=f(x)$, 如果 $f(a)\cdot f(b)>0$, 那么是否该函数在区间 (a,b) 上一定无零点? 说明理由.

187. (009532) 已知函数 $y=2x^3-3x^2-18x+28$ 在区间 $(1,2)$ 上有且仅有一个零点. 试用二分法求出该零点的近似值. (结果精确到 0.1)

188. (009922) 判断下列说法是否正确, 并说明理由:

(1) 函数在某区间上的极大值不会小于它的极小值;

(2) 函数在某区间上的最大值不会小于它的最小值;

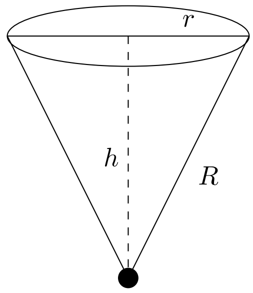
(3) 函数在某区间上的极大值就是它在该区间上的最大值;

(4) 函数在某区间上的最大值就是它在该区间上的极大值.

189. (009924) 求函数 $y=x^3-3x$ 在区间 $[-\frac{3}{2},0]$ 上的最大值与最小值.

190. (009925) 商品的成本 C 和产量 q 满足函数关系 $C=50000+200q$, 该商品的销售单价 p 和产量 q 满足函数关系 $p=24200-\frac{1}{5}q^2$. 问: 要使利润最大, 应如何确定产量?

191. (009926) 采矿、采石或取土时, 常用炸药包进行爆破, 部分爆破呈圆锥漏斗形状 (如图), 已知圆锥的母线长是炸药包的爆破半径 R, 它的值是固定的. 问: 炸药包埋多深可使爆破体积最大?



192. (010147) 已知指数函数 $y=a^x(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最大值与最小值之和等于 6, 求实数 a 的值.

193. (010161) 已知对数函数 $y=\log_a x(a>1)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最大值比最小值大 1, 求 a 的值.

194. (010179) 求下列函数的最大值与最小值, 并写出取最值时相应自变量的值:

(1) $y=x^2-4x-2$;

(2) $y=6x-3x^2$;

(3) $y=-x^2-4x-3$, $x\in[-3,1]$;

(4) $y=x^2-2x-3$, $x\in[-2,0]$.

195. (010180) 求函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+2)$, $x\in[2,6]$ 的最大值与最小值.

196. (010181) 已知 $y=x^2+px+q$ 和 $y=x+\frac{4}{x}$ 都是定义在 $[1,4]$ 上的函数, 且在 x_0 处同时取到相同的最小值. 求 $y=x^2+px+q$ 的最大值.

197. (010185) 作出函数 $y=x^2-2|x|$ 的大致图像, 并分别写出它的定义域、奇偶性、单调区间及最小值.

198. (010186) 研究函数 $y=\frac{1}{1+x^2}$ 的定义域、奇偶性、单调性及最大值.

199. (010188) 设 t 是实数, 且 $t<4$. 求函数 $y=|2^{x+1}-8|$, $x\in[t,4]$ 的最小值.

200. (010191) 求函数 $y=\sqrt{2x+1}-x+1$ 的零点.

201. (010192) 已知函数 $y=x^3+x^2+x-1$ 在区间 $(0,1)$ 上有且仅有一个零点, 用二分法求该零点的近似值. (结果精确到 0.1)

202. (010193) 已知某气垫船的最大船速是 48 海里/时, 船每小时使用的燃料费用和船速的平方成正比. 当船速为 30 海里/时时, 船每小时的燃料费用为 600 元, 而其余费用 (不论船速为多少) 都是每小时 864 元. 船从甲地行

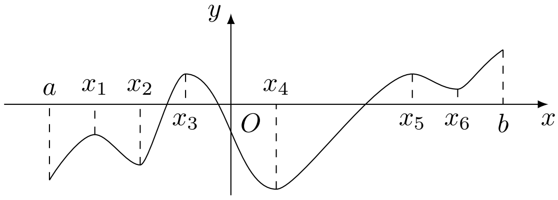
驶到乙地, 甲乙两地相距 100 海里.

(1) 试把船每小时使用的燃料费用 P(单位: 元) 表示成船速 v(单位: 海里/时) 的函数;

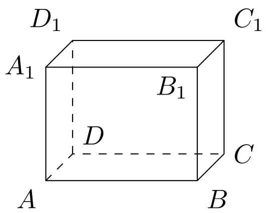
(2) 试把船从甲地到乙地所需的总费用 y(单位: 元) 表示成船速 v(单位: 海里/时) 的函数;

(3) 当船速为多少时, 船从甲地到乙地所需的总费用最少?

203. (010821) 某函数图像如图所示, 它在 $[a,b]$ 上哪一点处取得最大值? 它是极大值点吗? 在哪一点处取得最小值? 它是极小值点吗?



204. (010829) 用长为 18m 的钢条制作一个如图所示的长方体框架. 已知长方体的长宽比为 $2:1$, 问: 该长方体的长、宽、高各为多少时, 其体积最大? 最大体积是多少?



205. (010830) 某分公司经销一品牌产品, 每件产品的成本为 4 元, 且每件产品需向总公司交 3 元的管理费, 预计当每件产品的售价为 x 元 $(8\le x\le 11)$ 时, 一年的销售量为 $(12-x)^2$ 万件. 问: 当每件产品的售价为多少元时, 该分公司一年的利润㼆最大? (结果精确到 1 元)