

1. (001211) 求下列各函数的单调区间, 并证明.
 - (1) $f(x) = 2x + 3$;
 - (2) $f(x) = \frac{1}{x}$;
 - (3) $f(x) = x^2 + 2x$;
 - (4) $f(x) = x - \frac{1}{x}$;
 - (5) $f(x) = ax + \frac{b}{x}$, 其中 $a > 0$, $b > 0$;
2. (009518) 证明: 函数 $y = \frac{2}{x^3}$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是严格减函数.
3. (001218) 判断下列各函数的单调性, 并证明.
 - (1) $f(x) = \sqrt{1+x}$;
 - (2) $f(x) = x + x^5, x \in [0, +\infty)$;
 - (3) $f(x) = (\sqrt{x} + 1)(x^2 + 1)$;
4. (010178) 证明: 函数 $y = \lg(1-x)$ 在其定义域上是严格减函数.
5. (009521) 判断函数 $y = |x+1|, x \in [-2, 2]$ 的单调性, 并求出其单调区间.
6. (002894) 设函数 $f(x) = e^x + \frac{1}{e^x}$.
 - (1) 求证: $y = f(x)$ 在 \mathbf{R} 上不是增函数;
 - (2) 求证: $y = f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数.
7. (000092) 作出函数 $y = (x^2 - 1)^2 - 1$ 的大致图像, 写出它的单调区间, 并证明你的结论.
8. (002884) 下列函数中, 在其定义域上是单调函数的序号为_____.

① $y = \frac{2-x}{x}$; ② $y = x - \frac{1}{x}$; ③ $y = 3^{x-1}$; ④ $y = \ln \frac{1}{x}$; ⑤ $y = \tan x$.
9. (002885) 函数 $y = |x-1|$ 递减区间的是_____.
10. (007911) 画出函数 $y = x^2 - 2|x|$ 的图像, 并写出它的定义域、奇偶性、单调区间、最小值.
11. (007931) 作出函数 $y = |x^2 - 4x|$ 的图像, 并指出其单调区间.
12. (007932) 作出函数 $y = 2|x| - 3$ 的图像, 并指出其单调区间.
13. (007941) 已知函数 $y = f(x)$ 具有如下性质:
 - ① 定义在 \mathbf{R} 上的偶函数; ② 在 $(-\infty, 0)$ 上为增函数; ③ $f(0) = 1$; ④ $f(-2) = -7$; ⑤ 不是二次函数.
 求 $y = f(x)$ 的一个可能的解析式.
14. (007950) 已知函数 $f(x) = \frac{ax+1}{x+2}, a \in \mathbf{Z}$. 是否存在整数 a , 使函数 $f(x)$ 在 $x \in [-1, +\infty)$ 上递减, 并且 $f(x)$ 不恒为负? 若存在, 找出一个满足条件的 a ; 若不存在, 请说出理由.
15. (009517) 小明说: “如果当 $x > 0$ 时, 总有 $f(x) > f(0)$, 那么函数 $y = f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上是严格增函数.” 他的说法是否正确? 说明理由.

16. (010187) 如果函数 $y = x^2 - 2mx + 1$ 在区间 $(-\infty, 2]$ 上是严格减函数, 那么实数 m 的取值范围为_____.
17. (002895) 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - ax + 2)$ 在 $[-1, +\infty)$ 上是减函数, 求 a 的取值范围.
18. (001270) 写出下列函数的单调减区间:
- (1) $y = x^2$; _____
 - (2) $y = x^2 + 2x + 3$; _____
 - (3) $y = -x^2 + 2x + 3$; _____
 - (4) $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$. _____
19. (002887) 函数 $y = (\frac{1}{2})^{x^2}$ 的递减区间是_____.
20. (002888) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}$ 的递增区间是_____.
21. (002977) 若函数 $f(x) = x + \frac{4}{x} (1 \leq x \leq 5)$, 则函数 $y = f(x)$ 的递减区间是_____, 递增区间是_____, 最小值是_____, 最大值是_____.
22. (002982) 函数 $y = 2x + \frac{1}{x} (x < 0)$ 的递增区间是_____.
23. (004265) 已知 a 为实数, 函数 $f(x) = x|x - a| - a, x \in \mathbf{R}$.
- (1) 当 $a = 2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;
 - (2) 若对任意 $x \in (0, 1), f(x) < 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.
24. (001278) 试分析函数 $y = x + \sqrt{4 - x^2}$ 的单调性. (提示, 分 $x \leq 0$ 和 $x \geq 0$ 讨论, 有一部分比较容易)
25. (001331) 函数 $y = \log_{x^2 + x - 1} 2$ 的递增区间是_____.
26. (002889) 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若 $y = \frac{ax}{x + 1}$ 在区间 $(-1, +\infty)$ 上递增, 则 a 的取值范围是_____.
27. (002893) 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x + a, & x < 1, \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$ 在 \mathbf{R} 上递增, 则 a 的取值范围为_____.
28. (007939) 已知 $y = f(x)$ 是定义在 $(-1, 1)$ 上的奇函数, 在区间 $[0, 1)$ 上是减函数, 且 $f(1 - a) + f(1 - a^2) < 0$, 求实数 a 的取值范围.
29. (008392) 定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 且 $f(\frac{1}{2}) = 0$, 则满足 $f(\log_{\frac{1}{4}} x) > 0$ 的 x 的值范围是_____.
30. (009522) 设 $y = f(x)$ 是奇函数, 且它在区间 $(-3, 0]$ 上是严格增函数.
- (1) 求证: 它在区间 $[0, 3)$ 上是严格增函数;
 - (2) $y = f(x)$ 是否在区间 $(-3, 3)$ 上是严格增函数? 说明理由.
31. (002899) 已知 $y = f(x)$ 是偶函数, 且在区间 $[0, 4]$ 上递减. 记 $a = f(2), b = f(-3), c = f(-4)$, 则将 a, b, c 按从小到大的顺序排列是_____.