

1. 设  $A = \{x | x^2 - 6x + 5 \leq 0\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_.
2. 已知函数  $f(x) = \lg(x+1)$  的反函数为  $y = f^{-1}(x)$ , 则  $f^{-1}(2) =$ \_\_\_\_\_.
3. 设  $i$  是虚数单位, 若  $z + 2\bar{z} = 3 + 4i$ , 则  $2z + \bar{z} =$ \_\_\_\_\_.
4. 若  $f(x)$  是奇函数, 且当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = x^2 + x$ , 则当  $x < 0$  时,  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.
5. 设  $A, B, C$  是三角形的三个内角, 若  $(\sin A + \sin B)^2 - \sin^2 C = 3 \sin A \sin B$ , 则  $C =$ \_\_\_\_\_.
6. 若一组数据  $2, 3, a, b, 7, 9$  的中位数为  $8$ , 则  $a + b$  的最小值为\_\_\_\_\_.
7.  $(2+x)^6$  的二项展开式中, 系数最大的项的系数为\_\_\_\_\_.
8. 设  $A, B$  是一条斜率为  $4$  的直线与抛物线  $y^2 = x$  的两个交点, 则线段  $AB$  的中点的坐标可能是\_\_\_\_\_ (写出一个可能的点的坐标).
9. 等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_{20} < 0$ ,  $a_{21} > 0$ , 且  $a_{20} + a_{21} > 0$ . 设  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $S_k > 0$ , 则正整数  $k$  的最小值为\_\_\_\_\_.
10. 过点  $P(2, 3)$  的直线  $l$  分别交  $x$  轴、 $y$  轴的正半轴于  $A, B$  两点, 则当  $|PA| \cdot |PB|$  取到最小值时,  $l$  的方程为\_\_\_\_\_.
11. 已知实数  $r > 0$ , 圆  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = r^2$  上有且仅有两点到直线  $3x - 4y - 2 = 0$  的距离为  $1$ , 则半径  $r$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
12. 已知集合  $A = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbf{N}^*\}$ ,  $B = \{x | x = 2^k, k \in \mathbf{N}^*\}$ . 将  $A \cup B$  的所有元素从小到大依次排列构成一个数列  $\{a_n\}$ . 记  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 则使得  $a_n \in A$  与  $S_{n-1} > 100a_n$  同时成立的正整数  $n$  的最小值为\_\_\_\_\_.
13. “函数  $y = f(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$  是增函数”是“函数  $y = 2 - f(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$  是减函数”的 ( ).  
 A. 充分非必要条件      B. 必要非充分条件      C. 充要条件      D. 既非充分又非必要条件
14. 银行一年定期的年利率为  $r$ , 五年定期的年利率为  $q$ , 银行为吸收长期资金, 鼓励储户存五年定期的存款, 那么  $q$  的值应略大于 ( ).  
 A.  $\sqrt[5]{(1+r)^5 - 1}$       B.  $\frac{1}{5}((1+r)^5 - 1)$       C.  $(1+r)^5 - 1$       D.  $r$
15. 设  $m$  是正实数, 若椭圆  $mx^2 + (m+1)y^2 = 1$  的两焦点的距离为  $3$ , 则  $m$  的值为 ( ).  
 A.  $\frac{\sqrt{13}-3}{6}$       B.  $\frac{\sqrt{21}-3}{6}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{33}-3}{6}$
16. 已知  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{e}$  是平面向量,  $\bar{e}$  是单位向量. 若非零向量  $\bar{a}$  与  $\bar{e}$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ , 向量  $\bar{b}$  满足  $\bar{b}^2 - 4\bar{e} \cdot \bar{b} + 3 = 0$ , 则  $|\bar{a} - \bar{b}|$  的最小值为 ( ).  
 A.  $\sqrt{3} - 1$       B.  $\sqrt{3} + 1$       C.  $2$       D.  $2 - \sqrt{3}$



28. 已知  $x, y$  为实数, 行列式  $\begin{vmatrix} 1 & y & 7 \\ 1 & 5 & \frac{1}{x-1} \\ -1 & 6 & 1 \end{vmatrix}$  中元素  $y$  的代数余子式的值大于 0, 则  $x$  的范围是\_\_\_\_\_.

29. 甲、乙、丙三位同学各自在周六、周日两天中任选一天参加公益活动, 则周六、周日都有同学参加公益活动的概率是\_\_\_\_\_.

30. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $C$  的方程为  $x^2 + y^2 - 8x + 15 = 0$ , 若直线  $y = kx - 2$  上至少存在一点, 使得以该点为圆心, 1 为半径的圆与圆  $C$  有公共点, 则  $k$  的最大值是\_\_\_\_\_.

31. 已知  $f(x) = m(x - 2m)(x + m + 3)$ ,  $g(x) = 2^x - 2$ , 满足对于任意的  $x \in \mathbf{R}$ ,  $f(x) < 0$  或  $g(x) < 0$ , 则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

32. 已知常数  $k, b, t \in \mathbf{R}$  直线  $f(x) = kx + b$  与曲线  $g(x) = \frac{t^2}{x}$  交于点  $M(m, -1)$ ,  $N(n, 2)$ , 则不等式  $f^{-1}(x) \geq g^{-1}(x)$  的解集为\_\_\_\_\_.

33. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $a_n + a_{n+1} = \frac{1}{2^n}$ , 若数列  $\{S_n\}$  收敛于常数  $A$ , 则首项  $a_1$  取值的集合为\_\_\_\_\_.

34. 设  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面, 直线  $m$  在平面  $\alpha$ , 则 “ $m \parallel \beta$ ” 是 “ $\alpha \parallel \beta$ ” 的 ( ).

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

35. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_{10} < 0$ ,  $a_{11} > 0$  且  $a_{11} > |a_{10}|$ , 则在  $S_n$  中最大的负数为 ( ).

A.  $S_{17}$

B.  $S_{18}$

C.  $S_{19}$

D.  $S_{20}$

36. 已知点  $O$  是坐标原点, 点  $A(0, 2)$  点  $P$  是抛物线  $y = 4x^2$  上的点, 则使得  $OPA$  是等腰三角形的点  $P$  为 ( ).

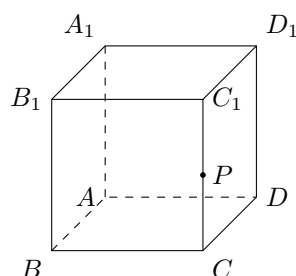
A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

37. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ , 点  $P$  是棱  $CC_1$  的中点, 设直线  $AB$  为  $a$ , 直线  $A_1D_1$  为  $b$ . 对于下列两个命题: ① 过点  $P$  有且只有一条直线  $l$  与  $a$ 、 $b$  都相交; ② 过点  $P$  有且只有一条直线  $l$  与  $a$ 、 $b$  都成  $45^\circ$  角. 以下判断正确的是 ( ).



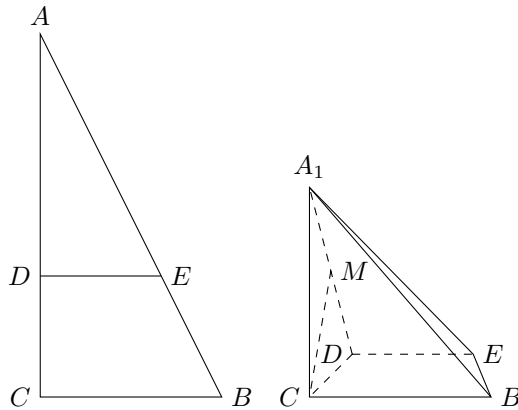
A. ① 为真命题, ② 为真命题

B. ① 为真命题, ② 为假命题

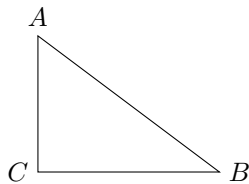
C. ① 为假命题, ② 为真命题

D. ① 为假命题, ② 为假命题

38. 如左图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $BC = 3$ ,  $AC = 6$ ,  $D$ 、 $E$  分别为  $AC$ 、 $AB$  上的点, 且  $DE \parallel BC$ ,  $DE = 2$ , 将  $\triangle ADE$  沿  $DE$  折起到  $\triangle A_1DE$  的位置, 使  $A_1C \perp CD$ , 如右图.



- (1) 求证:  $A_1C \perp$  平面  $BCDE$ ;
  - (2) 若  $M$  是  $A_1D$  的中点, 求  $CM$  与平面  $A_1BE$  所成角的大小.
39. 在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别是角  $A, B, C$  的对边, 且  $8\sin^2 \frac{B+C}{2} - 2\cos 2A = 7$ .
- (1) 求角  $A$  的大小;
  - (2) 若  $a = \sqrt{3}$ ,  $b+c = 3$ , 求  $b$  和  $c$  的值.
40. 如图,  $A, B, C$  三地有直道相通,  $AB = 5$  千米,  $AC = 3$  千米,  $BC = 4$  千米, 现甲、乙两警员同时从  $A$  地出发匀速前往  $B$  地, 经过  $t$  小时, 他们之间的距离为  $f(t)$  (单位: 千米), 甲的路线是  $AB$ , 速度为 5 千米/小时, 乙的路线是  $ACB$ , 速度为 8 千米/小时, 乙到  $B$  地后在原地等待, 设  $t = t_1$  时乙到达  $C$  地.



- (1) 求  $t_1$  及  $f(t_1)$  的值;
  - (2) 已知警员的对讲机的有效通话距离是 3 千米, 当  $t_1 \leq t \leq 1$  时, 求  $f(t)$  的表达式, 并判断  $f(t)$  在  $[t_1, 1]$  上的最大值是否超过 3? 说明理由.
41. 已知双曲线  $\Gamma: \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$  的右顶点为  $A$ , 点  $B$  的坐标为  $(1, \sqrt{2})$ .
- (1) 设双曲线  $\Gamma$  的两条渐近线的夹角为  $\theta$ , 求  $\cos \theta$ ;
  - (2) 设点  $D$  是双曲线  $\Gamma$  上的动点, 若点  $N$  满足  $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{ND}$ , 求点  $N$  的轨迹方程;
  - (3) 过点  $B$  的动直线  $l$  交双曲线  $\Gamma$  于  $PQ$  两个不同的点,  $M$  为线段  $PQ$  的中点, 求直线  $AM$  的斜率的取值范围.
42. 记无穷数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项中最大值为  $M_n$ , 最小值为  $m_n$ , 令  $b_n = \frac{M_n + m_n}{2}$ .
- (1) 若  $a_n = 2^n - 3n$ , 写出  $b_1, b_2, b_3, b_4$  的值;

- (2) 设  $a_n = 2^n - \lambda n$ , 若  $b_3 = -3$ , 求  $\lambda$  的值, 及  $n \geq 4$  时数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ ;
- (3) 求证:“数列  $\{a_n\}$  是等差数列” 的充要条件是 “数列  $\{b_n\}$  是等差数列”.