1. (000077) 判断下列函数 $y=f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由:

(1) $f(x)=|\frac{1}{2}x-3|+|\frac{1}{2}x+3|$;

(2) $f(x)=x^3+\frac{2}{x}$;

(3) $f(x)=x^2$, $x\in(k,2)$(其中常数 $k<2$).

2. (000078) 已知 m、n 是常数, 而函数 $y=(m-1)x^2+3x+(2-n)$ 为奇函数. 求 m、n 的值.

3. (000085) 已知 $y=f(x)$ 是奇函数, 其定义域为 $\mathbf{R}$; 而 $y=g(x)$ 是偶函数, 其定义域为 D. 判断函数 $y=f(x)g(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

4. (000089) 已知 $y=f(x)$ 是定义在 $(-1,1)$ 上的奇函数, 在区间 $[0,1)$ 上是严格减函数, 且 $f(1-a)+f(1-a^2)<0$, 求实数 a 的取值范围.

5. (000093) 已知函数 $y=f(x)$ 为偶函数, $y=g(x)$ 为奇函数, 且 $f(x)+g(x)=x^2+2|x-1|+3$. 求 $y=f(x)$ 及 $y=g(x)$ 的表达式.

6. (000094) 设函数 $y=f(x)$, $x\in\mathbf{R}$ 的反函数是 $y=f^{-1}(x)$.

(1) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, 那么 $y=f^{-1}(x)$ 的奇偶性如何?

(2) 如果 $y=f(x)$ 在定义域上是严格增函数, 那么 $y=f^{-1}(x)$ 的单调性如何?

7. (000344) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $y=f(x)$, 当 $x\geq 0$ 时, $f(x)=\lg(x^2-3x+3)$, 则 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的零点个数为__________ 个.

8. (000355) 有以下命题:

① 若函数 $f(x)$ 既是奇函数又是偶函数, 则 $f(x)$ 的值域为 $\{0\}$;

② 若函数 $f(x)$ 是偶函数, 则 $f(|x|)=f(x)$;

③ 若函数 $f(x)$ 在其定义域内不是单调函数, 则 $f(x)$ 不存在反函数;

④ 若函数 $f(x)$ 存在反函数 $f^{-1}(x)$, 且 $f^{-1}(x)$ 与 $f(x)$ 不完全相同, 则 $f(x)$ 与 $f^{-1}(x)$ 图像的公共点必在直线 $y=x$ 上;

其中真命题的序号是__________(写出所有真命题的序号).

9. (000361) 设 $m\in\mathbf{R}$, 若 $f(x)=(m+1)x^{\frac{2}{3}}+mx+1$ 是偶函数, 则 $f(x)$ 的单调递增区间是__________.

10. (000445) 已知奇函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的增函数, 数列 $\{x_n\}$ 是一个公差为 2 的等差数列, 满足 $f(x_7)+f(x_8)=0$, 则 x_{2017} 的值为__________.

11. (000474) 已知函数 $y=f(x)$ 是奇函数, 当 $x<0$ 时, $f(x)=2^x-ax$, 且 $f(2)=2$, 则 $a=$__________.

12. (000487) 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 则 $f(-1)+f(0)+f(1)=$__________.

13. (000594) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上且周期为 4 的偶函数. 当 $x\in[2,4]$ 时, $f(x)=\left|\log_4(x-\frac{3}{2})\right|$, 则 $f(\frac{1}{2})$ 的值为__________.

14. (000655) 若将函数 $f(x)=|\sin(\omega x-\frac{\pi}{8})|$ $(\omega>0)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位后, 所得图像对应的函数为偶函数, 则 ω 的最小值是__________.

15. (000660) 设 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数. 当 $x\geq 0$ 时, $f(x)=2^x+2x+b$(b 为常数), 则 $f(-1)$ 的值为__________.

16. (000702) 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x>0$ 时,$f(x)=2^x-3$. 则不等式 $f(x)<-5$ 的解为__________.

17. (000715) 设奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 当 $x>0$ 时,$f(x)=x+\frac{m^2}{x}-1$(这里 m 为正常数). 若 $f(x)\leq m-2$ 对一切 $x\leq 0$ 成立, 则 m 的取值范围为__________.

18. (000724) 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上以 2 为周期的偶函数, 当 $x\in[0,1]$ 时, $f(x)=\log_2(x+1)$, 则函数 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上的解析式是__________.

19. (000734) 给出下列函数: ① $y=x+\frac{1}{x}$; ② $y=x^2+x$; ③ $y=2^{|x|}$; ④ $y=x^{\frac{2}{3}}$; ⑤ $y=\tan x$; ⑥ $y=\sin(\arccos x)$; ⑦ $y=\lg(x+\sqrt{x^2+4})-\lg 2$. 从这 7 个函数中任取两个函数, 则其中一个是奇函数另一个是偶函数的概率是__________.

20. (000758) 若函数 $f(x)=\sqrt{8-ax-2x^2}$ 是偶函数, 则该函数的定义域是__________.

21. (000807) 若函数 $f(x)=\frac{1}{x-2m+1}$ 是奇函数, 则实数 $m=$__________.

22. (000824) 已知 $f(x)$ 是定义在 $[-2,2]$ 上的奇函数, 当 $x\in(0,2]$ 时,$f(x)=2^x-1$, 函数 $g(x)=x^2-2x+m$. 如果对于任意的 $x_1\in[-2,2]$, 总存在 $x_2\in[-2,2]$, 使得 $f(x_1)\leq g(x_2)$, 则实数 m 的取值范围是__________.

23. (000863) 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $y=f(x)$, 当 $x>0$ 时, $f(x)=2^x-4$, 则不等式 $f(x)\leq 0$ 的解集是__________.

24. (000913) 若函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且满足 $f(x+2)=-f(x)$, 则 $f(2016)=$__________.

25. (000961) 已知函数 $f(x)=2^x-a\cdot 2^{-x}$ 的反函数是 $f^{-1}(x)$, $f^{-1}(x)$ 在定义域上是奇函数, 则正实数 $a=$__________.

26. (001204) 奇函数的图像是否都过原点? 偶函数的图像是否一定和 y 轴相交? 为什么?

27. (001205) 判断下列函数的奇偶性 (既奇又偶, 奇非偶, 偶非奇, 非奇非偶), 并说明理由.

(1) $f(x)=\frac{3}{4}-\frac{4}{3}x^2$;

(2) $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$;

(3) $f(x)=x^{\frac{3}{2}}$;

(4) $f(x)=x^3+2|x|$;

(5) $f(x)=\begin{cases}-x+x^2, & x>0,\\ x^2+x, & x\leq 0.\end{cases}$

28. (001206) 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 当 $x\in[0,+\infty)$ 时 $f(x)=x(1+x^4)$.

(1) 求 $f(-2)$;

(2) 当 $x<0$ 时, 求 $f(x)$.

29. (001207) 已知 $y=f(x), y=g(x)$ 的定义域均关于原点对称且交集非空, 且 f 与 g 一奇一偶, 证明: $y=f(x)g(x)$ 是奇函数.

30. (001208) 已知 $f(x)=x^2+bx+c$ 是偶函数, 求 b,c 应满足的条件, 并说明理由.

31. (001209) 已知 $a>0$ 且 $a\neq 1$, $f_a(x)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{a^x-1}$, $x\in\mathbf{Z}^+\cup\mathbf{Z}^-$. 对于每一个 a 分析 $f_a(x)$ 的奇偶性.

32. (001213) 已知函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$.

____(1) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, 那么 $y=|f(x)|$ 是偶函数;

____(2) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, 那么 $y=\sqrt[3]{f(x)}$ 是奇函数;

____(3) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, 那么 $y=f(|x|)$ 是奇函数;

____(4) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, 那么 $y=f(|x|)$ 是偶函数;

____(5) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, $y=g(x)$ 是偶函数, 那么 $y=f(x)g(x)$ 是奇函数;

____(6) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, $y=g(x)$ 不是偶函数, 那么 $y=f(x)+2g(x)$ 既非奇函数又非偶函数;

____(7) 如果 $y=f(x)$ 不是奇函数, $y=g(x)$ 也不是奇函数, 那么 $y=f(x)-g(x)$ 也不是奇函数;

____(8) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, $y=g(x)$ 不是偶函数, 那么 $y=f(x)+g(x)$ 不是偶函数;

____(9) 如果 $y=f(x)-g(x)$ 是奇函数, $y=g(x)$ 是奇函数, 那么 $y=f(x)$ 也是奇函数;

____(10) 如果 $y=(f(x))^2$ 是偶函数, 那么 $y=f(x)$ 是偶函数或者是奇函数;

____(11) 如果 $y=(f(x))^2$ 是奇函数, 那么 $y=f(x)$ 恒等于零, 因此是奇函数也是偶函数;

____(12) 如果 $y=(f(x))^3$ 是奇函数, 那么 $y=f(x)$ 是奇函数.

33. (001214) 已知函数 $y=f(x),\ x\in D_f$ 与 $y=g(x),\ x\in D_g$ 的定义域交集非空.

____(1) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, $y=g(x)$ 是奇函数, 那么 $y=f(x)+x^2g(x)$ 是奇函数;

____(2) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, $y=g(x)$ 是偶函数, 而且它们都不恒等于零, 那么 $y=f(x)+g(x)$ 既不是奇函数又不是偶函数;

____(3) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, $y=g(x)$ 是偶函数, 而且它们在 $D_f\cap D_g$ 上都不恒等于零, 那么 $y=f(x)+g(x)$ 既不是奇函数又不是偶函数;

____(4) 如果 $y=f(x)$ 不是奇函数, $y=g(x)$ 也不是奇函数, 那么 $y=f(x)-g(x)$ 也不是奇函数;

____(5) 如果 $y=|f(x)|$ 是奇函数, 那么 $f(x)$ 恒等于零;

____(6) 如果 $y=f(x)$ 不是奇函数, 那么 $y=|f(x)|$ 不是偶函数;

____(7) 如果 $y=f(x)$ 是偶函数, 且 $y=f(x)+g(x)$ 也是偶函数, 那么 $y=g(x)$ 也是偶函数.

34. (001215) 已知 $y=f(x),\ x\in D$ 是偶函数.

____(1) $y=(f(x))^3+f(x)$ 是偶函数;

____(2) $y=f(2x)$ 是偶函数;

____(3) $y=f(x-1)$ 的图像关于直线 $x=-1$ 对称;

____(4) $y=f(x-1)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称;

____(5) $y=f(3x+1)$ 的图像关于直线 $x=-\dfrac{1}{3}$ 对称;

____(6) $y=f(3x+1)$ 的图像关于直线 $x=-1$ 对称;

____(7) $y=f(x^3+1)$ 是偶函数;

____(8) $y=f(x^3+x)$ 是偶函数.

35. (001216) 已知 $y=f(x)$ 是奇函数.

____(1) $y=f(3x)$ 是奇函数;

____(2) $y=f(x-1)+2$ 的图像关于点 $(1,2)$ 对称;

____(3) $y=3f(2x-1)+6$ 的图像关于点 $(1,6)$ 对称;

____(4) $y=3f(2x-1)+6$ 的图像关于点 $(\frac{1}{2},6)$ 对称;

____(5) $y=3f(2x-1)+6$ 的图像关于点 $(\frac{1}{2},2)$ 对称;

____(6) $y=f(x^2)$ 是偶函数;

____(7) $y=f^{-1}(x)$ 一定存在;

____(8) $y=f^{-1}(x)$ 如果存在, 则必定是奇函数.

36. (001219) 设 a,b 是实常数, 已知函数 $f(x)=ax^4+bx^3+1, x\in[a,a+2]$ 是偶函数, 求 a,b 的值.

37. (001220) 将 $f(x)=|x+1|$ 表示为一个奇函数与一个偶函数的和的形式.

38. (001221) 判断下列函数的奇偶性, 并说明理由.

(1) $f(x)=|1+x|+|1-x|$;

(2) $f(x)=(1-x)\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$;

(3) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}+x-1}{\sqrt{x^2+1}+x+1}$;

39. (001222) 是非题, 在每个命题之前的横线上写上 "T" 或 "F" 即可, 不用写任何原因.

已知 $y=f(x)$ 是定义在区间 $[-1,1]$ 上的函数.

____(1) 如果 $f(x)$ 是奇函数, 则 $f(x)$ 要么是增函数, 要么是减函数;

____(2) 如果 $f(x)$ 是偶函数, 则 $f(x)$ 既不是增函数, 又不是减函数;

____(3) 如果 $f(x)$ 是奇函数, 且在 $[0,1]$ 上递增, 那么 $f(x)$ 在 $[-1,0]$ 上也递增;

____(4) 如果 $f(x)$ 是奇函数, 且在 $[0,1]$ 上递增, 那么 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上也递增;

____(5) 如果 $f(x)$ 在 $[-1,0),[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}],(0,1]$ 上都是递增的, 那么 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上也递增.

40. (001223) 是非题, 在每个命题之前的横线上写上 "T" 或 "F" 即可, 不用写任何原因.

已知 $y=f(x)$ 是定义在 $[-1,1]$ 上的偶函数, 在 $[0,1]$ 上递增.

____(1) $f(\frac{1}{2})>f(-\frac{1}{3})$;

____(2) $f(a)>f(b)$ 当且仅当 $a>b$;

____(3) $f(a)>f(b)$ 当且仅当 $|a|>|b|$;

____(4) $f(a)>f(b)$ 当且仅当 $1\geq|a|>|b|$.

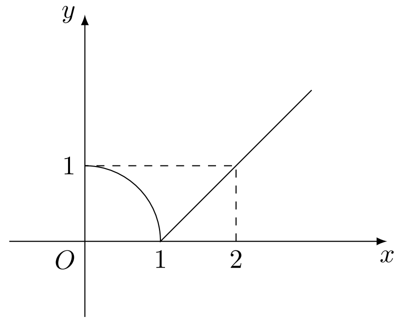
41. (001293)(1) 求证: 当 $a>0$ 时, $f(x)=\dfrac{a^x-a^{-x}}{2}$ 是奇函数;

(2) 求证: 当 $a>0$ 时, $f(x)=x\cdot\dfrac{a^x-1}{a^x+1}$ 是偶函数.

42. (001336)(1) 写出函数 $y=x^{-\frac{4}{3}}$ 的定义域, 奇偶性, 单调区间;

(2) 写出函数 $y=x^{-\frac{3}{4}}$ 的定义域, 奇偶性, 单调区间.

43. (002827) 已知 $y=f(x)$ 为偶函数, 且 $y=f(x)$ 的图像在 $x\in[0,1]$ 时的部分是半径为 1 的圆弧, 在 $x\in[1,+\infty)$ 时的部分是过点 $(2,1)$ 的射线, 如图.



(1) 写出函数 $y=f(x)$ 在 $x<0$ 时的单调性:__________;

(2) 写出 $f(f(-2))$ 的值:__________;

(3) 写出方程 $f(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 的解集:__________.

44. (002842) 给定六个函数: ① $y=\dfrac{1}{x}$; ② $y=x^2+1$; ③ $y=x^{-\frac{1}{3}}$; ④ $y=2^x$; ⑤ $y=\log_2 x$; ⑥ $y=\sqrt{x^2-1}+\sqrt{1-x^2}$.

在这六个函数中, 是奇函数但不是偶函数的是__________, 是偶函数但不是奇函数的是__________, 既不是奇函数也不是偶函数的是__________, 既是奇函数又是偶函数的是__________.

45. (002843) 设常数 a、$b\in\mathbf{R}$. 若定义在 $[a-2,2a]$ 上的 $f(x)=ax^2+bx$ 是偶函数, 则 $a=$__________, $b=$__________.

46. (002844) 设常数 a、$b\in\mathbf{R}$. 若定义在 $[a-1,a+1]$ 上的 $f(x)=ax^2+x+b$ 是奇函数, 则 $a=$__________, $b=$__________.

47. (002845) 若函数 $f(x)=\dfrac{(x+1)(x+a)}{x}$ 为奇函数, 则实数 $f(x)$__________.

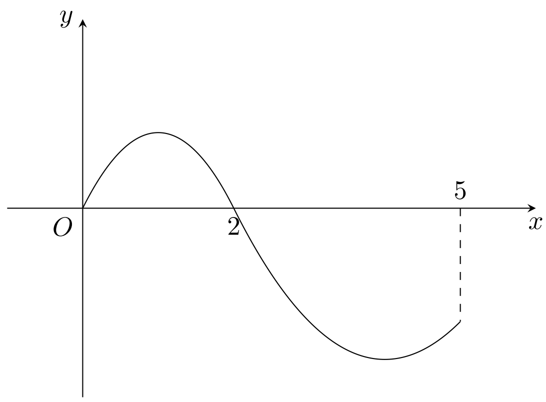
48. (002846) 设函数 $y=f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 则命题: "$f(-1)\neq f(1)$ 且 $f(-1)\neq -f(1)$" 是命题 "$y=f(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数" 的__________ 条件 (填 "充分不必要"、"必要不充分"、"充要"、"既不充分也不必要" 之中一个).

49. (002847) 设 $y=f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 当 $x\geq 0$ 时, $f(x)=x^2-2x$.

(1) 当 $y=f(x)$ 为奇函数时, 则当 $x<0$ 时, $f(x)$=__________;

(2) 当 $y=f(x)$ 为偶函数时, 则当 $x<0$ 时, $f(x)$=__________.

50. (002848) 设奇函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[-5,5]$. 若当 $x\in[0,5]$ 时, $y=f(x)$ 的图像如图, 则不等式 $xf(x)<0$ 的解是__________.



51. (002849) 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的两个函数 $y=f(x)$、$y=g(x)$ 均为奇函数. 设 $F(x)=af(x)+bg(x)+1$.

(1) 若 $F(-2)=10$, 则 $F(2)=$__________;

(2) 若函数 $y=F(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上存在最大值 4, 则 $y=F(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上的最小值为__________.

52. (002850) 判断下列函数 $y=f(x)$ 的奇偶性:

(1) $f(x)=(x-1)\cdot\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$;

(2)$f(x)=\begin{cases}x(1-x), & x<0,\\ x(1+x), & x>0.\end{cases}$.

53. (002851) 已知函数 $f(x)=x^2-2a|x-1|$, $x\in\mathbf{R}$, 常数 $a\in\mathbf{R}$.

(1) 求证: 函数 $y=f(x)$ 不是奇函数;

(2) 若函数 $y=f(x)$ 是偶函数, 求实数 $f(x)=\log_3|2x+a|$ 的值.

54. (002852) 判断下列函数 $y=f(x)$ 的奇偶性:

(1) $f(x)=\dfrac{1}{a^x-1}+\dfrac{1}{2}$(常数 $a>0$ 且 $a\neq 1$);

(2) $f(x)=\dfrac{ax}{x^2-a}$(常数 $a\in\mathbf{R}$).

55. (002853) 设 $y=f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 则下列叙述正确的是 (　　).

A. $y=f(x)f(-x)$ 是奇函数　　B. $y=f(x)|f(-x)|$ 是奇函数

C. $y=f(x)-f(-x)$ 是偶函数　　D. $y=f(x)+f(-x)$ 是偶函数

56. (002854) 设函数 $y=f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 则 “$f(0)\neq 0$” 是 “函数 $y=f(x)$ 不是奇函数” 的 (　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既不是充分条件, 也不是必要条件

57. (002855) 设 $y=f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x<0$ 时, $f(x)=\lg(2-x)$, 则 $x\in\mathbf{R}$ 时, $f(x)$=__________.

58. (002856) 判断下列函数 $y=f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由:

(1) $f(x)=x^3-\dfrac{1}{x}$;

(2) $f(x)=\dfrac{|x+3|-3}{\sqrt{4-x^2}}$.

59. (002857) 根据常数 a 的不同取值, 讨论下列函数 $y=f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由:

(1) $f(a)\geq f(0)$;

(2) $f(x)=x|x-a|$.

60. (002858) 设函数 $y=f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数. 若 $x>0$ 时, $f(x)=\lg x$.

(1) 求方程 $f(x)=0$ 的解集;

(2) 求不等式 $f(x)>-1$ 的解集.

61. (002859) 是否存在实数 b, 使得函数 $g(x)=\dfrac{2^x}{4^x-b}$ 是奇函数? 若存在, 求 b 的值; 若不存在, 说明理由.

62. (002860) 常数 $a\in\mathbf{R}$. 若函数 $f(x)=\lg(10^x+1)+ax$ 是偶函数, 则 $a=$__________.

63. (002861) 已知 $y=f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, $y=g(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且任意 $x\in\mathbf{R}$, 都有 $f(x)=g(x)+\dfrac{1}{x^2+x+1}$, 则 $f(1)+g(1)=$__________.

64. (002862) 设常数 $a\neq 0$. 若函数 $f(x)=\lg\dfrac{x+1-2a}{x+1+3a}$. 是否存在实数 a, 使函数 $y=f(x)$ 为奇函数或偶函数? 若存在, 求出 a 的值, 并判断相应的 $y=f(x)$ 的奇偶性; 若不存在, 说明理由.

65. (002872) 设函数 $y=f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且对于任意 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x+2)=-f(x)$.

(1) 求证: 函数 $y=f(x)$ 为周期函数;

(2) 对于任意 $x\in\mathbf{R}$, 求证: $f(1+x)=f(1-x)$;

(3) 设 $0\leq x\leq 1$ 时, $f(x)=\dfrac{1}{2}x$. 求函数 $y=f(x)+\dfrac{1}{2}$ 在 $-4\leq x\leq 4$ 时的所有零点;

(4) 设 $-1\leq x\leq 1$ 时, $f(x)=\sin x$.

① 写出 $1\leq x\leq 5$ 时, $y=f(x)$ 的解析式;

② 求 $y=f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的解析式.

66. (002879) 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $y=f(x)$ 是偶函数, 并且其图像关于直线 $x=1$ 对称.

(1) 若 $f(0)=1$, $f(1)=2$, 求 $f(15)+2f(20)$ 的值;

(2) 设 $x\in[0,1]$ 时, $f(x)=x^3$.

① $1<x\leq 2$ 时, 求 $y=f(x)$ 的解析式;

② $-2\leq x<0$ 时, 求 $y=f(x)$ 的解析式;

③ 求函数 $y=f(x)-\dfrac{1}{8}$ 在 $[-2,2]$ 上的所有零点;

④ 求 $y=f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的解析式.

67. (002880) 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty,+\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x)=f(1+x)$. 若 $f(1)=2$, 则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(50)=($ $)$.

A. -50 B. 0 C. 2 D. 50

68. (002881) 已知函数 $y=f(x)$ 对一切 $u,v\in\mathbf{R}$, 都有 $f(u+v)=f(u)+f(v)$.

(1) 求证: $y=f(x)$ 是奇函数;

(2) 若 $f(-3)=a$, 用 a 表示 $f(6)$ 以及 $f(300)$.

69. (002882) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y=f(x)$ 是奇函数, 且 $y=f(x)$ 也是以 4 为周期的一个周期函数.

(1) 若 $f(1)=1$, 则 $f(-1)+f(0)=$________; $f(10)+f(11)=$________;

(2) * 若 $f(1)=0$, 则在区间 $[-3,3]$ 上的零点的个数的最小值为________.

70. (002883)* 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y=f(x)$ 的满足: 对于任意 $x\in\mathbf{R}$, 恒有 $f(-x+1)=-f(x+1)$ 且 $f(-x-1)=-f(x-1)$. 则下面命题中, 正确的命题的序号是________.

① 函数 $y=f(x)$ 是偶函数; ② 2 是 $y=f(x)$ 的周期; ③ 函数 $y=f(x)$ 图像关于 $(1,0)$ 对称; ④ 函数 $y=f(x)$ 图像关于 $(3,0)$ 对称.

71. (002892) 若 $y=f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且在 $(-\infty,0)$ 上是减函数, 又 $f(-2)=0$, 则 $f(x)\leq 0$ 的解集为________.

72. (002896) 已知定义在区间 $(-1,1)$ 上的函数 $y=f(x)$ 是奇函数, 也是减函数. 若 $f(1-a)+f(1-a^2)<0$, 求实数 a 的取值范围.

73. (002899) 已知 $y=f(x)$ 是偶函数, 且在区间 $[0,4]$ 上递减. 记 $a=f(2)$, $b=f(-3)$, $c=f(-4)$, 则将 a,b,c 按从小到大的顺序排列是 ________.

74. (002903) 设常数 $a,b\in\mathbf{R}$. 已知 $f(x)=\dfrac{ax^2+1}{x+b}$ 是奇函数, $f(1)=5$.

(1) 求 a,b 的值;

(2) 求证: $y=f(x)$ 在区间 $(0,\dfrac{1}{2}]$ 上是减函数.

75. (002904) 求证: 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-\lg\dfrac{1+x}{1-x}$ 是奇函数, 且在区间 $(0,1)$ 上递减.

76. (002906) 已知定义 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y=f(x)$ 满足下面两个条件:

(I) 对于任意 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$, 都有 $f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)$; (II) 当 $x>0$ 时, $f(x)>0$, 且 $f(1)=1$.

(1) 求证: $y=f(x)$ 是奇函数;

(2) 求证: $y=f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数;

(3) * 解不等式 $f(x^2-1)<2$.

77. (002908) 下列命题中, 正确的命题的序号是________.

① 当 $\alpha=0$ 时, 函数 $y=x^\alpha$ 的图像是一条直线;

② 幂函数的图像都经过 $(0,0)$ 和 $(1,1)$ 点;

③ 当 $\alpha<0$ 且 $y=x^\alpha$ 是奇函数时, 它也是减函数;

④ 第四象限不可能有幂函数的图像.

78. (002922) 设 $\alpha\in\{-3,-\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{3},1,\dfrac{3}{2},2\}$. 已知幂函数 $y=x^\alpha$ 是奇函数, 且在区间 $(0,+\infty)$ 上是减函数, 则满足条件的 α 的值是________.

79. (002923) 下列关于幂函数图像及性质的叙述中, 正确的叙述的序号是________.

① 对于一个确定的幂函数, 第二、三象限不可能同时有该幂函数的图像上的点;

② 若某个幂函数图像过 $(-1,-1)$, 则该幂函数是奇函数;

③ 若某个幂函数在定义域上递增, 则该幂函数图像必经过原点;

④ 幂函数图像不会经过点 $(-\frac{1}{2},8)$ 以及 $(-8,-4)$.

80. (002937) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y=f(x)$ 是奇函数, 且有反函数 $y=f^{-1}(x)$. 若 a,b 是两个实数, 则下列点中, 必在 $y=f^{-1}(x)$ 的图像上的点的序号是________.

① $(-f(a),a)$; ② $(-f(a),-a)$;③ $(-b,-f(b))$; ④ $(b,-f^{-1}(-b))$.

81. (002942) 已知函数 $y=f(x)$ 是奇函数, 且 $y=g(x)$ 是 $y=f(x)$ 的反函数. 若 $x\geq 0$ 时, $f(x)=3^x-1$, 则 $g(-8)$=________.

82. (002962) 设常数 $a\in\mathbf{R}$. 若函数 $f(x)=\dfrac{1}{2^x-1}+a$ 为奇函数, 则 a=________.

83. (002969) 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $y=f(x)$ 为奇函数, 且满足 $f(x+2)=-f(x)$. 当 $x\in[0,1]$ 时, $f(x)=2^x-1$.

(1) 求 $y=f(x)$ 在区间 $[-1,0)$ 上的解析式;

(2) 求 $f(\log_{\frac{1}{2}}24)$ 的值.

84. (002973) 设常数 $a\in\mathbf{R}$. 若二次函数 $f(x)=a(x-a^2)(x+a)$ 为偶函数, 则 $a=$________.

85. (003000) 已知函数 $f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2+1}),\ a>1$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域和值域;

(2) 求 $f^{-1}(x)$;

(3) 判断 $f^{-1}(x)$ 的奇偶性、单调性;

(4) 若实数 m 满足 $f^{-1}(1-m)+f^{-1}(1-m^2)<0$, 求 m 的范围.

86. (003601) 下列函数中, 既是奇函数又是减函数的是 (　　).

A. $y=-3x$　　B. $y=x^3$　　C. $y=\log_3^x$　　D. $y=3^x$

87. (003680) 定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数 $y=f(x)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$. 若 $g(x)=\begin{cases}3^x-1, & x\leq 0,\\ f(x), & x>0\end{cases}$ 为奇函数, 则 $f^{-1}(x)=2$ 的解为________.

88. (003726) 若函数 $f(x)=\dfrac{k-2^x}{1+k\cdot 2^x}$, $(k\neq 1,\ k\in\mathbf{R})$ 在定义域内为奇函数, 则 $k=$________.

89. (003783)(理科) 已知 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, $g(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 若函数 $f(x)+g(x)$ 的值域为 $[1,3)$, 则 $f(x)-g(x)$ 的值域为________.

(文科) 已知 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, $g(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 若函数 $f(x)+g(x)$ 的值域为 $[1,3)$, 则 $f(-x)+g(x)$ 的值域为________.

90. (003801) 下列函数中, 既是偶函数, 又是在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减的函数为______.

A. $y=\lg\dfrac{1}{|x|}$　　B. $y=x^3$　　C. $y=3^{|x|}$　　D. $y=x^2$

91. (003889) 已知函数 $f(x)=\begin{cases} ax^2-2x-1, & x\geq 0, \\ x^2+bx+c, & x<0 \end{cases}$ 是偶函数, 直线 $y=t$ 与函数 $y=f(x)$ 的图像自左向右依次交于四个不同点 A,B,C,D. 若 $AB=BC$, 则实数 t 的值为__________.

92. (003892) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 上的偶函数, 当 $x>0$ 时, $f(x)=\begin{cases} 2^{|x-1|}-1, & 0<x\leq 2, \\ \dfrac{1}{2}f(x-2), & x>2, \end{cases}$ 则函数 $g(x)=4f(x)-1$ 的零点的个数为______.

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10

93. (003966)(理科) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的单调递减函数且为奇函数, 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_{1007}>0$, 则 $f(a_1)+f(a_2)+f(a_3)+\cdots+f(a_{2012})+f(a_{2013})$ 的值______.

A. 恒为正数　　B. 恒为负数　　C. 恒为 0　　D. 可正可负

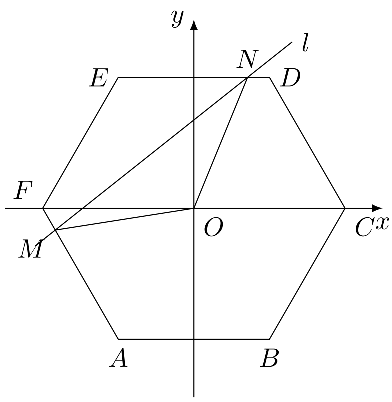
94. (003980)(理科) 在极坐标系中, "点 P 是极点" 是 "点 P 的极坐标是 $(0,0)$" 成立的______.

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

(文科) $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ 为非零向量, "函数 $f(x)=(x\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})^2$ 为偶函数" 是 "$\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b}$" 的______.

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

95. (004074) 如图, 在直角坐标平面内有一个边长为 a, 中心在原点 O 的正六边形 $ABCDEF$, $AB\parallel Ox$. 直线 $l: y=kx+t$ (k 是常数) 与正六边形交于 M、N 两点, 记 $\triangle OMN$ 的面积为 S, 则函数 $S=f(t)$ 的奇偶性为 (　　).



A. 偶函数　　B. 奇函数

C. 不是奇函数, 也不是偶函数　　D. 奇偶性与 k 有关

96. (004094) 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 对任意两个不相等的正数 x_1, x_2 都有 $\dfrac{x_2f(x_1)-x_1f(x_2)}{x_1-x_2}<0$, 则函数 $g(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)}{x}, & x\neq 0, \\ 0, & x=0 \end{cases}$ (　　).

A. 是偶函数, 且在 $(0,+\infty)$ 上单调递减　　B. 是偶函数, 且在 $(0,+\infty)$ 上单调递增

C. 是奇函数, 且单调递减　　D. 是奇函数, 且单调递增

97. (004097) 已知函数 $f(x)=1-\dfrac{6}{a^{x+1}+a}(a>0,\ a\neq 1)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数.

(1) 求实数 a 的值及函数 $f(x)$ 的值域;

(2) 若不等式 $t\cdot f(x)\geq 3^x-3$ 在 $x\in[1,2]$ 上恒成立, 求实数 t 的取值范围.

98. (004108) 已知函数 $f(x)=g(x)+|2x-1|$ 为奇函数, 若 $g(-2)=7$, 则 $g(2)=$__________.

99. (004130) 已知常数 $b,c\in\mathbf{R}$. 若函数 $f(x)=(x^2+x-2)(x^2+bx+c)$ 为偶函数, 则 $b+c=$__________.

100. (004203) 已知函数 $f(x)=ax+\log_2(2^x+1)$, 其中 $a\in\mathbf{R}$.

(1) 根据 a 的不同取值, 讨论 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(2) 已知 $a>0$, 函数 $f(x)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 若函数 $y=f(x)+f^{-1}(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最小值为 $1+\log_2 3$, 求函数 $f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最大值.

101. (004224) 对于两个定义域相同的函数 $f(x)$、$g(x)$, 若存在实数 m、n, 使 $h(x)=mf(x)+ng(x)$, 则称函数 $h(x)$ 是由 “基函数 $f(x)$、$g(x)$” 生成的.

(1) $f(x)=x^2+3x$ 和 $g(x)=3x+4$ 生成一个偶函数 $h(x)$, 求 $h(2)$ 的值;

(2) 若 $h(x)=2x^2+3x-1$ 由 $f(x)=x^2+ax$, $g(x)=x+b(a,b\in\mathbf{R}$ 且 $ab\neq 0)$ 生成, 求 $a+2b$ 的取值范围.

102. (004256) 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x>0$ 时, $f(x)=a^x+b(0<a<1,\ b\in\mathbf{R})$, 若 $f(x)$ 存在反函数, 则 b 的取值范围是__________.

103. (004276) 若函数 $f(x)=\log_2(2^x+1)+kx$ 是偶函数, 则 $k=$__________.

104. (004286) 已知函数 $f(x)=a-\dfrac{4}{3^x+1}$(a 为实常数).

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(2) 当 $f(x)$ 为奇函数时, 对任意的 $x\in[1,5]$, 不等式 $f(x)\geq\dfrac{u}{3^x}$ 恒成立, 求实数 u 的最大值.

105. (004305) 定义 $F(a,b)=\begin{cases}a, & a\leq b,\\ b, & a>b,\end{cases}$, 已知函数 $f(x)$、$g(x)$ 定义域都是 $\mathbf{R}$, 给出下列命题:

(1) 若 $f(x)$、$g(x)$ 都是奇函数, 则函数 $F(f(x),g(x))$ 为奇函数;

(2) 若 $f(x)$、$g(x)$ 都是减函数, 则函数 $F(f(x),g(x))$ 为减函数;

(3) 若 $f_{\min}(x)=m$, $g_{\min}(x)=n$, 则 $F_{\min}(f(x),g(x))=F(m,n)$;

(4) 若 $f(x)$、$g(x)$ 都是周期函数, 则函数 $F(f(x),g(x))$ 是周期函数.

其中正确命题的个数为 (　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

106. (004313) 设 $a\in\mathbf{R}$. 若 a 使得函数 $f(x)=\sqrt{8-ax-2x^2}$ 是偶函数, 则函数 $y=f(x)$ 的定义域是__________.

107. (004320) 设 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $y=f(x)$ 是奇函数, 且 $x>0$ 时, $f(x)=a(x-1)+1$. 若 $y=f(x)$ 是单调增函数, 则 a 取值范围为________.

108. (004339) 已知偶函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且当 $x \geq 0$ 时, $f(x)=x-4$, 则不等式 $xf(x) \leq 5$ 的解为________.

109. (004362) 已知常数 $b, c \in \mathbf{R}$. 若函数 $f(x)=(x^2+x-2)(x^2+bx+c)$ 为偶函数, 则 $b+c=$________.

110. (004373) 已知函数 $f(x)=x|x-a|$, 其中 a 为常数.

(1) 当 $a=1$ 时, 解不等式 $f(x)<2$;

(2) 已知 $g(x)$ 是以 2 为周期的偶函数, 且当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 有 $g(x)=f(x)$. 若 $a<0$, 且 $g(\frac{3}{2})=\frac{5}{4}$, 求函数 $y=g(x)(x \in[1,2])$ 的反函数;

(3) 若在 $[0,2]$ 上存在 n 个不同的点 $x_i(i=1,2,\cdots,n,\ n \geq 3)$, $x_1<x_2<\cdots<x_n$, 使得 $|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{n-1})-f(x_n)|=8$, 求实数 a 的取值范围.

111. (004375) 已知常数 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x)=x^2(-1 \leq x \leq a)$ 是偶函数, 则 $a=$________.

112. (004386) 已知常数 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x)=ax^2+\lg \frac{1+x}{1-x}$.

(1) 若 $a=0$, 判断 $f(x)$ 的单调性并证明;

(2) 问: 是否存在 a, 使得 $f(x)$ 为奇函数? 若存在, 求出所有 a 的值; 若不存在, 说明理由.

113. (004395)$f(x)$ 是偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x)=2^x-1$, 则不等式 $f(x)>1$ 的解集为________.

114. (004407) 已知函数 $f(x)=\frac{ax^2+1}{bx+c}$ 是奇函数, a, b, c 为常数.

(1) 求实数 c 的值;

(2) 若 $a, b \in \mathbf{Z}$, 且 $f(1)=2$, $f(2)<3$, 求 $f(x)$ 的解析式;

(3) 已知 $b>0$, 若 $f(x) \geq f(1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立, 且 $\{x \mid f[f(x)] \geq x\} \cap[1,2] \neq \varnothing$, 求 b 的取值范围.

115. (004436) 若定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称, 且当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x)=x^{\frac{1}{3}}$, 则方程 $f(x)=\frac{1}{3}$ 在区间 $(-4,10)$ 内的所有实根之和为________.

116. (004457) 定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=1+\sqrt{2f(x)-f^2(x)}$, 则 $f(\frac{2019}{2})=$________.

117. (004464) 已知 a 是实常数, 函数 $f(x)=a\lg(1-x)-\lg(1+x)$.

(1) 若 $a=1$, 求证: 函数 $y=f(x)$ 是减函数;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

118. (004525) 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\text{为无理数}, \\ x, & x\text{为有理数}, \end{cases}$ 则以下 4 个命题: ① $f(x)$ 是偶函数; ② $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数; ③ $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$; ④ 对于任意的正有理数 a, $g(x)=f(x)-a$ 存在奇数个零点. 其中正确命题的个数为 (　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

119. (004540) 已知 $y=f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且当 $x\geq 0$ 时, $f(x)=-\dfrac{1}{4^x}+\dfrac{1}{2^x}$, 则此函数的值域为__________.

120. (004544) 设函数 $f(x)=\begin{cases}1, & x\in\mathbf{Q},\\ \pi, & x\notin\mathbf{Q}.\end{cases}$ 下列结论不正确的是 ( ).

A. $f(x)$ 是偶函数

B. $f(x)$ 是周期函数

C. 该函数有最大值也有最小值

D. 方程 $f(f(x))=1$ 的解集为 $\{1\}$

121. (004622) 若 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x\geq 0$ 时, $f(x)=x^2+x$, 则当 $x<0$ 时, $f(x)=$__________.

122. (004671) 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 且满足 $f(1)=0$. 若 $y=f(x)+a\cdot 2^x$ 是奇函数, $y=f(x)+3^x$ 是偶函数, 则 a 的值为__________.

123. (004680) 已知函数 $f(x)=2^x+\dfrac{a}{2^x}$, a 为实常数.

(1) 若函数 $f(x)$ 为奇函数, 求 a 的值;

(2) 若 $x\in[0,1]$ 时 $f(x)$ 的最小值为 2, 求 a 的值;

(3) 若方程 $f(x)=6$ 有两个不等的实根 x_1,x_2, 且 $|x_1-x_2|\leq 1$, 求 a 的取值范围.

124. (004697) 已知非空集合 A,B 满足: $A\cup B=R$, $A\cap B=\varnothing$, 函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\in A,\\ 2x-1, & x\in B.\end{cases}$ 对于下列两个命题: ① 存在唯一的非空集合对 (A,B), 使得 $f(x)$ 为偶函数; ② 存在无穷多非空集合对 (A,B), 使得方程 $f(x)=2$ 无解. 下面判断正确的是 ( ).

A. ① 正确, ② 错误　　B. ① 错误, ② 正确　　C. ①、② 都正确　　D. ①、② 都错误

125. (004731) 已知集合 $A=\{-2,-1,-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{2},1,2,3\}$, 从集合 A 中任取一个元素 a, 使函数 $y=x^a$ 是奇函数且在 $(0,+\infty)$ 上递增的概率为__________.

126. (004757) 下列函数中既是奇函数, 又在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减的函数为 ( ).

A. $y=\sqrt{x}$　　B. $y=\log_{\frac{1}{2}}x$　　C. $y=-x^3$　　D. $y=x+\dfrac{1}{x}$

127. (005360) 已知奇函数 $y=f(x)$ 在 $x<0$ 时是减函数, 求证: $y=f(x)$ 在 $x>0$ 时也是减函数.

128. (005361) 已知 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x>0$ 时 $f(x)=x(1-x)$, 求 $f(x)$ 在 $x<0$ 时的表达式.

129. (005491) 若 $f(x)=(m-1)x^2+3mx+3$ 为偶函数, 则 $f(x)$ 在区间 $(-4,2)$ 上 ( ).

A. 是增函数

B. 是减函数

C. 先是增函数后是减函数

D. 先是减函数后是增函数

130. (005492) 函数 $f(x)=\begin{cases}1-x, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ 1+x, & x<0,\end{cases}$ 则该函数 ( ).

A. 是奇函数, 但不是偶函数

B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既是奇函数, 也是偶函数

D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

131. (005493) 下列函数中既是奇函数, 又在定义域上为增函数的是 (　　).

A. $f(x)=3x+1$　B. $f(x)=\frac{1}{x}$　C. $f(x)=1-\frac{1}{x}$　D. $f(x)=x^3$

132. (005494) 若 $f(x)$ 为定义在区间 $[-6,6]$ 上的偶函数, 且满足 $f(3)>f(1)$, 则恒成立的是 (　　).

A. $f(-1)<f(3)$　B. $f(0)<f(6)$　C. $f(3)>f(2)$　D. $f(2)>f(0)$

133. (005495) 函数 $f(x)=\frac{\sqrt{1-x^2}}{2-|x+2|}$(　　).

A. 是奇函数, 但不是偶函数

B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既是奇函数, 又是偶函数

D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

134. (005496) 已知 $f(x)$ 是奇函数, 则下列各点中在函数 $y=f(x)$ 的图像上的点的是 (　　).

A. $(a,f(-a))$　B. $(-a,-f(a))$　C. $(\frac{1}{a},-f(\frac{1}{a}))$　D. $(-\sin a,-f(-\sin a))$

135. (005497) 若 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且当 $x<0$ 时, $f(x)=2x-3$, 则当 $x>0$ 时, $f(x)=$__________.

136. (005498) 若奇函数 $f(x)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$, 则 $f(0)=$__________.

137. (005499) 若奇函数 $f(x)$ 在区间 $[-3,-1]$ 上是增函数, 且有最大值 -2, 则 $f(x)$ 在 $[1,3]$ 上是__________ 函数 (填 "增" 或 "减"), 且最小值等于__________.

138. (005500) 设 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数, 则 $f(-4)$, $f(-2)$, $f(3)$ 由小到大的排列顺序为__________.

139. (005502) 设 $f(x)$ 在 R 上是奇函数, 且当 $x\in[0,+\infty)$ 时, $f(x)=x(1+\sqrt[3]{x})$, 那么当 $x\in(-\infty,0)$ 时, $f(x)=$(　　).

A. $-x(1+\sqrt[3]{x})$　B. $x(1+\sqrt[3]{x})$　C. $-x(1-\sqrt[3]{x})$　D. $x(1-\sqrt[3]{x})$

140. (005504) 函数 $f(x)=x|x|-2x$ 是 (　　).

A. 偶函数, 且在 (-1, 1) 上是增函数

B. 奇函数, 且在 (-1, 1) 上是减函数

C. 偶函数, 且在 (-1, 1) 上是减函数

D. 奇函数, 且在 (-1, 1) 上是增函数

141. (005505) 若函数 $y=f(x)$ 是偶函数, 其图像与 x 轴有四个交点, 则方程 $f(x)=0$ 的所有实数根之和为 (　　).

A. 4　B. 2　C. 1　D. 0

142. (005506) 函数 $f(x)=\frac{x}{2^{1+x}+2^{1-x}}$(　　).

A. 是奇函数, 但不是偶函数

B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既是奇函数, 又是偶函数

D. 既不是奇函数, 也不是偶函数

143. (005507) 已知奇函数 $f(x)$ 在 $x>0$ 时的表达式为 $f(x)=2x-\frac{1}{2}$, 则当 $x\le -\frac{1}{4}$ 时, 恒有 ( ).

A. $f(x)>0$ B. $f(x)<0$ C. $f(x)-f(-x)\le 0$ D. $f(x)-f(-x)>0$

144. (005509) 已知 $f(x),g(x)$ 都是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数, 且 $f(x)\cdot g(x)$ 恒不为 0, 判断下列函数的奇偶性: $(1)f(x)+g(x)$:__________; $(2)f(x)\cdot g(x)$:__________; $(3)f[f(x)]$:__________; $(4)f[g(x)]$:__________; $(5)g[f(x)]$:__________; $(6)g[g(x)]$:__________.

145. (005510) 判断函数 $f(x)=5$ 的奇偶性:__________.

146. (005511) 判断函数 $f(x)=\sqrt{x^2-1}+\sqrt{1-x^2}$ 的奇偶性:__________.

147. (005512) 判断函数 $f(x)=x^2-2x^2+3$ 的奇偶性:__________.

148. (005513) 判断函数 $x\in[-4,4)$ 的奇偶性:__________.

149. (005514) 判断函数 $f(x)=|3x+2|-|3x-2|$ 的奇偶性:__________.

150. (005515) 判断函数 $f(x)=\dfrac{x^2(x-1)}{x-1}$ 的奇偶性:__________.

151. (005516) 判断函数 $f(x)=\frac{1}{2}[g(x)-g(-x)]$ 的奇偶性:__________.

152. (005517) 求证: 函数 $f(x)=\dfrac{x+1+\sqrt{1+x^2}}{x-1+\sqrt{1+x^2}}$ 是奇函数.

153. (005518) 求证: 函数 $f(x)=\begin{cases}x(1-x), & x>0,\\ x(1+x), & x<0\end{cases}$ 是奇函数.

154. (005519) 已知奇函数 $f(x)$ 在定义域 $(-l,l)$ 上是减函数, 求满足 $f(1-m)+f(1-m^2)<0$ 的实数 m 的取值范围.

155. (005520) 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数. 求不等式 $f(2x+5)<f(x^2+2)$ 的解集.

156. (005521) 是否存在既是奇函数又是偶函数的函数? 说明理由

157. (005522) 求证: 定义域为 $(-l,l)$ 的任何函数都能表示成一个奇函数与一个偶函数之和.

158. (005544) 若幂函数 $f(x)$ 是奇函数, 则 $f^{-1}(1)=$__________, $f^{-1}(-1)=$__________.

159. (005594) 若 $f(x)=a+\dfrac{1}{4^x+1}$ 是奇函数, 求常数 a 的值.

160. (005595) 若 $f(x)=x^2(\dfrac{1}{a^x-1}+m)(a>0$ 且 $a\ne 1)$ 为奇函数, 求常数 m 的值.

161. (005596) 已知函数 $f(x)=(\dfrac{1}{2^x-1}+\dfrac{1}{2})x^3$.

(1) 求函数的定义域;

(2) 讨论 $f(x)$ 的奇偶性;

(3) 求证: $f(x)>0$.

162. (005597) 已知 $f(x)=\dfrac{a^x-1}{a^x+1}(a>1)$.

(1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) 求函数 $f(x)$ 的值域;

(3) 求证: $f(x)$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数.

163. (005691) 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的偶函数, 且它在 $[0,+\infty)$ 上是增函数, 记 $a=f(-\log_{\sqrt{2}}\sqrt{3})$, $b=f(-\log_{\sqrt{3}}\sqrt{2})$, $c=f(-2)$, 则 a,b,c 的大小关系是 ( ).

A. $a>b>c$ B. $b>c>a$ C. $c>a>b$ D. $c>b>a$

164. (005713) 函数 $y=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$( ).

A. 是奇函数, 且在 $(-1,1)$ 是增函数 B. 是奇函数, 且在 $(-1,1)$ 上是减函数

C. 是偶函数, 且在 $(-1,1)$ 是增函数 D. 是偶函数, 且在 $(-1,1)$ 上是减函数

165. (005714) 函数 $f(x)=\ln(\mathrm{e}^x+1)-\dfrac{x}{2}$( ).

A. 是奇函数, 但不是偶函数 B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 既是奇函数, 又是偶函数 D. 没有奇偶性

166. (005742) 实数 a 为何值时, 函数 $f(x)=2^x-2^{-x}\lg a$ 为奇函数?

167. (005750) 已知函数 $f(x)=\log_a\dfrac{x+b}{x-b}(a>0,\ b>0$ 且 $a\neq 1)$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 讨论 $f(x)$ 的奇偶性;

(3) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(4) 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$.

168. (005830) 已知 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 对于任何实数 x,y 都成立.

(1) 求证: $f(2x)=2f(x)$;

(2) 求 $f(0)$ 的值;

(3) 求证: $f(x)$ 为奇函数.

169. (005831) 已知函数 $f(x)$ 对任何实数 x,y 满足 $f(x+y)+f(x-y)=2f(x)f(y)$, 且 $f(0)\neq 0$, 求证: $f(x)$ 是偶函数.

170. (005832) 已知函数 $f(x)(x\neq 0)$ 满足 $f(xy)=f(x)+f(y)$. (1) 求证: $f(1)=f(-1)=0$;

(2) 求证: $f(x)$ 为偶函数;

(3) 若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数, 解不等式 $f(x)+f(x-\dfrac{1}{2})\leq 0$.

171. (005847) 已知函数 $f(2x+1)$ 是偶函数, 求函数 $f(2x)$ 的图像的对称轴.

172. (005855) 已知 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有单调性, 且满足 $f(1)=2$ 和 $f(x+y)=f(x)+f(y)$.

(1) 求证: $f(x)$ 为奇函数;

(2) 若 $f(x)$ 满足 $f(k\log_2 t)+f(\log_2 t-\log_2^2 t-2)<0$, 求实数 k 的取值范围.

173. (007892) 若函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则 $y=f(x)$ 为奇函数的充要条件为 ( ).

A. $f(0)=0$

B. 对任意 $x\in\mathbf{R}, f(x)=0$

C. 存在某个 $x_0\in\mathbf{R}$, 使得 $f(x_0)+f(-x_0)=0$

D. 对任意的 $x\in\mathbf{R}$, $f(x)+f(-x)=0$ 都成立

174. (007893) 求证函数 $f(x)=x^{-3}$ 是奇函数.

175. (007894) 求证函数 $f(x)=\dfrac{x}{1-x^2}$ 是奇函数.

176. (007895) 判断函数 $f(x)=2x+\sqrt[3]{x}$ 的奇偶性.

177. (007896) 判断函数 $f(x)=2x^4-x^2$ 的奇偶性.

178. (007897) 判断函数 $f(x)=x^2-x$ 的奇偶性.

179. (007898) 判断函数 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$ 的奇偶性.

180. (007903) 当函数 $f(x)=$__________ 时, 函数 $f(x)$ 同时满足条件: ① 函数 $f(x)$ 不是偶函数; ② 在区间 $(-\infty,-1)$ 上是减函数; ③ 在区间 $(0,1)$ 上是增函数 (写出一个你认为正确的函数解析式).

181. (007911) 画出函数 $y=x^2-2|x|$ 的图像, 并写出它的定义域、奇偶性、单调区间、最小值.

182. (007912) 研究函数 $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ 的定义域、奇偶性、单调性、最大值.

183. (007914) 已知函数 $f(x)=x^2+ax+1, x\in[b,2]$ 是偶函数, 求 a、b 的值.

184. (007915) 已知函数 $f(x)$ 为偶函数, $g(x)$ 为奇函数, 且 $f(x)+g(x)=x^2+2x+3$, 求 $y=f(x)$、$y=g(x)$ 的解析式.

185. (007923) 研究函数 $f(x)=x+\dfrac{a}{x}(a>0)$ 的定义域、奇偶性、单调性.

186. (007925) 判断函数 $f(x)=|\dfrac{1}{2}x-3|+|\dfrac{1}{2}x+3|$ 的奇偶性.

187. (007926) 判断函数 $f(x)=x^3+\dfrac{2}{x}$ 的奇偶性.

188. (007927) 判断函数 $f(x)=x^2$, $x\in(k,2)$ 的奇偶性.

189. (007928) 已知 $y=f(x)$ 是奇函数, 定义域为 $\mathbf{R}$, $y=g(x)$ 是偶函数, 定义域为 D. 设 $F(x)=f(x)\cdot g(x)$, 判断 $y=F(x)$ 奇偶性.

190. (007929) 已知函数 $f(x)=(m-1)x^2+3x+(2-n)$, 且此函数为奇函数, 求 m、n 的值.

191. (007939) 已知 $y=f(x)$ 是定义在 $(-1,1)$ 上的奇函数, 在区间 $[0,1)$ 上是减函数, 且 $f(1-a)+f(1-a^2)<0$, 求实数 a 的取值范围.

192. (007941) 已知函数 $y=f(x)$ 具有如下性质:

① 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数; ② 在 $(-\infty,0)$ 上为增函数; ③ $f(0)=1$; ④ $f(-2)=-7$; ⑤ 不是二次函数.

求 $y=f(x)$ 的一个可能的解析式.

193. (007945) 研究幂函数 $f(x)=x^{\frac{2}{5}}$ 的定义域、奇偶性、单调性、值域.

194. (007948) 在下列函数中, 哪一个既是奇函数, 又在区间 $(+\infty,0)$ 内是减函数?

① $y=x^{\frac{1}{2}}$; ② $y=x^{\frac{1}{3}}$; ③ $y=x^{\frac{2}{3}}$; ④ $y=x^{-\frac{1}{3}}$.

195. (007956) 求证: $f(x)=\dfrac{a^x-a^{-x}}{2}(a>0,\ a\neq 1)$ 是奇函数.

196. (007957) 求证: $f(x)=\dfrac{(a^x-1)\cdot x}{a^x+1}(a>0,\ a\neq 1)$ 是偶函数.

197. (007964) 判断并证明函数 $y=\dfrac{10^x-10^{-x}}{10^x+10^{-x}}$ 的奇偶性.

198. (007965) 判断并证明函数 $y=x(\dfrac{1}{2^x-1}+\dfrac{1}{2})$ 的奇偶性.

199. (008034) 判断题: (正确的在括号内用“✓”表示, 错误的用“×”表示)

(1) 存在反函数的函数一定是单调函数.____;

(2) 偶函数存在反函数.____;

(3) 奇函数必存在反函数.____.

200. (008051) 判断函数 $y=\lg\dfrac{x+1}{x-1}$ 的奇偶性.

201. (008089) 已知函数 $f(x)=\log_a\dfrac{1+x}{1-x}(a>0,\ a\neq 1)$. (1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 判断 $f(x)$ 的奇偶性, 并加以证明;

(3) 当 $a>1$ 时, 求使 $f(x)>0$ 的 x 的取值范围.

202. (008392) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数, 且 $f(\dfrac{1}{2})=0$, 则满足 $f(\log_{\frac{1}{4}}x)>0$ 的 x 的值范围是__________.

203. (008394) 已知函数 $f(x)=\log_a\dfrac{x+b}{x-b}(a>0,b>0,a\neq 1)$.

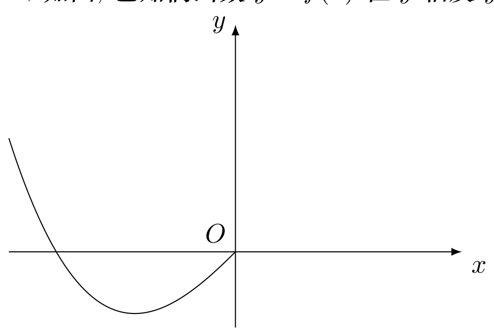
(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 判断 $f(x)$ 的奇偶性;

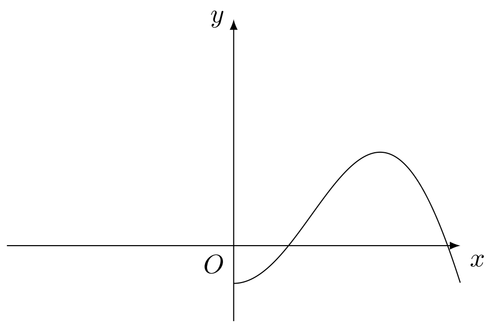
(3) 求函数 $y=f^{-1}(x)$ 的解析式.

204. (009512) 奇函数的图像是不是一定通过原点? 偶函数的图像是不是一定与 y 轴相交? 请说明理由.

205. (009513) 如图, 已知偶函数 $y=f(x)$ 在 y 轴及 y 轴一侧的部分图像, 作出 $y=f(x)$ 的大致图像.



(1)



(2)

206. (009514) 证明下列函数是奇函数:

(1) $y = 2^x - 2^{-x}$;

(2) $y = \log_2(1+x) - \log_2(1-x)$.

207. (009515) 判断下列函数的奇偶性, 并说明理由:

(1) $y = |x|$;

(2) $y = \dfrac{1}{1+x} - \dfrac{1}{1-x}$;

(3) $y = x^3 - x$, $x \in [-3, 3)$;

(4) $y = 0$, $x \in [-1, 1]$.

208. (009516) 已知 a 是实数, 而定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y = f(x)$ 的表达式为 $f(x) = |x - a|$.

(1) 是否存在实数 a, 使得 $y = f(x)$ 是奇函数? 说明理由;

(2) 是否存在实数 a, 使得 $y = f(x)$ 是偶函数? 说明理由.

209. (009522) 设 $y = f(x)$ 是奇函数, 且它在区间 $(-3, 0]$ 上是严格增函数.

(1) 求证: 它在区间 $[0, 3)$ 上是严格增函数;

(2) $y = f(x)$ 是否在区间 $(-3, 3)$ 上是严格增函数? 说明理由.

210. (009536) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数存在反函数吗? 说明理由.

211. (009991) 设 a 是常数, 若函数 $f(x) = \begin{cases} a^2x - 1, & x < 0, \\ x + a, & x > 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 为奇函数, 则 a 的值为________.

212. (010173) 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则 $y = f(x)$ 为奇函数的一个充要条件为 (　　).

A. $f(0) = 0$

B. 对任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) = 0$ 都成立

C. 存在某个 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x_0) + f(-x_0) = 0$

D. 对任意给定的 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) + f(-x) = 0$ 都成立

213. (010174) 证明下列函数 $y = f(x)$ 为偶函数:

(1) $f(x) = x^2 + x^{-2}$;

(2) $f(x) = \dfrac{x(2^x - 1)}{2^x + 1}$.

214. (010175) 证明下列函数 $y=f(x)$ 为奇函数:

(1) $f(x)=x^{-3}$;

(2) $f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{2}$

215. (010176) 判断下列函数 $y=f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由:

(1) $f(x)=2x+\sqrt[3]{x}$;

(2) $f(x)=2x^4-x^2$;

(3) $f(x)=x^2-x$;

(4) $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$;

(5) $f(x)=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$.

216. (010182) 已知实数 $b<2$, 而函数 $y=x^2+ax+1$, $x\in[b,2]$ 是偶函数. 求实数 a、b 的值.

217. (010183) 判断下列函数 $y=f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由:

(1) $f(x)=\dfrac{10^x-10^{-x}}{10^x+10^{-x}}$;

(2) $f(x)=x(\dfrac{1}{2^x-1}+\dfrac{1}{2})$.

218. (010184) 当表达式 $f(x)=$__________ 时, 函数 $y=f(x)$ 同时满足以下条件:

① 不是偶函数;

② 在区间 $(-\infty,-1)$ 上是严格减函数;

③ 在区间 $(0,1)$ 上是严格增函数.

219. (010185) 作出函数 $y=x^2-2|x|$ 的大致图像, 并分别写出它的定义域、奇偶性、单调区间及最小值.

220. (010186) 研究函数 $y=\dfrac{1}{1+x^2}$ 的定义域、奇偶性、单调性及最大值.