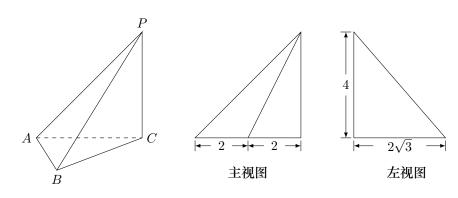
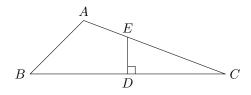
- 1. 已知复数 z 满足  $\frac{\sqrt{3}+\mathrm{i}}{z}=\mathrm{i},\,\mathrm{i}$  为虚数单位, 则 z=\_\_\_\_\_\_.
- 2. 若双曲线方程为  $x^2 \frac{y^2}{16} = 1$ , 则该双曲线的渐近线方程为\_\_\_\_\_\_.
- 3. 在  $(1+2x)^6$  的二项展开式中,  $x^5$  项的系数为\_\_\_\_\_\_.
- 4.  $\lim_{n \to \infty} \frac{2^{n+1} + 3^n}{2^n + 3^{n+1}} = \underline{\qquad}.$
- 5. 若关于 x,y 的方程组  $\begin{cases} x+my-1=0,\\ (m,n\in\mathbf{R}) \text{ 有无穷多组解}, 则 \ mn \ \mathbf{0}$  的值为\_\_\_\_\_\_.
- 6. 某学生在上学的路上要经过 2 个路口,假设在各路口是否遇到红灯是相互独立的,遇到红灯概率都是  $\frac{1}{3}$ ,则这名学生在上学路上到第二个路口时第一次遇到红灯的概率是\_\_\_\_\_\_\_.
- 7. 若等差数列  $\{x_n\}$  的公差 3, 则  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$  的方差为\_\_\_\_\_\_.
- 8. 三棱锥 P-ABC 中, 底面 ABC 是锐角三角形, PC 垂直平面 ABC, 若其三视图中主视图和左视图如图所示, 则棱 PB 的长为\_\_\_\_\_\_.



- 9. 设变量 x、y 满足条件  $\begin{cases} x \ge 1, \\ x y + 2 \le 0, & \text{则 } z = -2x + y \text{ 的取值范围为} \\ x + y 7 \le 0, \end{cases}$
- 10. 如图所示在  $\triangle ABC$  中, BC 边上的中垂线分别交 BC、AC 于点 D、E, 若  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BC} = 6$ ,  $|\overrightarrow{AB}| = 2$ , 则  $|\overrightarrow{AC}| =$ \_\_\_\_\_\_.



11. 设  $y = f^{-1}(x)$  是函数  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{8} \sin x + \frac{\pi}{8}, x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  的反函数, 则函数  $y = f(x) + f^{-1}(x)$  的最小值等于\_\_\_\_\_\_.

- 12. 函数  $f(x)=x, g(x)=x^2-x+2$ . 若存在  $x_1, x_2, \cdots, x_n \in [0, \frac{9}{2}]$ , 使得  $f(x_1)+f(x_2)+\ldots+f(x_{n-1})+g(x_n)=1$  $g(x_1) + g(x_2) + ... + g(x_{n-1}) + f(x_n)$ , 则 n 的最大值为\_
- 13. 下列函数中既是奇函数, 又在区间  $(0, +\infty)$  上单调递减的函数为 ( ).

- C.  $y = -x^3$  D.  $y = x + \frac{1}{x}$
- 14. 参数方程  $\begin{cases} x=3t^2+4,\\ &(t\ \textbf{为参数},\ \textbf{且}.\ 0\leq t\leq 3)\ \textbf{所表示的曲线为}\ (&). \end{cases}$ 
  - A. 直线

C. 线段

- 15. 将函数  $y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$  图像上的点  $P(\frac{\pi}{4},t)$  向左平移 s(s>0) 个单位长度得到点 P', 若 P' 位于函数  $y = \sin 2x$  的图像上,则(
  - A.  $t = \frac{1}{2}$ , s 的最小值为  $\frac{\pi}{6}$

C.  $t=\frac{1}{2}$ , s 的最小值为  $\frac{\pi}{3}$ 

B.  $t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , s 的最小值为  $\frac{\pi}{6}$ D.  $t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , s 的最小值为  $\frac{\pi}{3}$ 

16. 已知以下三个陈述句:

p: 存在  $a \in \mathbb{R}$  且  $a \neq 0$ , 对任意的  $x \in \mathbb{R}$ , 均有  $f(2^{x+a}) < f(2^x) + f(a)$  恒成立;

 $q_1$ : 函数 y = f(x) 是定义域为 R 的减函数, 且对任意的  $x \in \mathbf{R}$ , 都有 f(x) > 0;

 $q_2$ : 函数 y = f(x) 是定义域为 R 的增函数, 存在  $x_0 < 0$ , 使得  $f(x_0) = 0$ ;

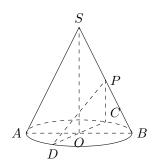
用这三个陈述句组成两个命题, 命题 S: "若  $q_1$ , 则 p"; 命题 T: "若  $q_2$ , 则 p". 关于 S, T 以下说法正确的是 ( ).

A. 只有命题 S 是真命题

B. 只有命题 T 是真命题

C. 两个命题 S,T 都是真命题

- D. 两个命题 S,T 都不是真命题
- 17. 如图, S 是圆锥的顶点, O 是底面圆的圆心, AB、CD 是底面圆的两条直径, 且  $AB \perp CD$ , SO = 4, OB = 2, P 为 SB 的中点.



- (1) 求圆锥的体积;
- (2) 求异面直线 SA 与 PD 所成角的大小 (结果用反三角函数值表示).
- 18. 已知函数  $f(x) = \cos x(\sin x + \cos x) \frac{1}{2}$ .
  - (1) 若  $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ , 且  $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 求  $f(\alpha)$  的值;
  - (2) 求函数 f(x) 的最小正周期, 及函数 f(x) 在  $[0,\frac{\pi}{2}]$  上的递减区间

- 19. 新冠肺炎疫情造成医用防护服紧缺, 某地政府决定为防护服生产企业 A 公司扩大生产提供  $x(x \in [0,10])$ (万元) 的专项补贴, 并以每套 80 元的价格收购其生产的全部防护服. A 公司在收到政府 x(万元) 补贴后, 防护服产量将增加到  $t = k \cdot (6 \frac{12}{x+4})(万套)$ , 其中 k 为工厂工人的复工率  $(k \in [0.5,1])$ . A 公司生产 t 万件防护服还需投入成本 20 + 8x + 50t(万元).
  - (1) 将 A 公司生产防护服的利润 y(万元) 表示为补贴 x(万元) 的函数 (利润不包含政府补贴);
  - (2) 若对任意的  $x \in [0, 10]$ (万元), A 公司都不会产生亏损, 求复工率 k 的取值范围.
- 20. 已知抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为 F, 直线 l 交抛物线于不同的  $A \setminus B$  两点.
  - (1) 若直线 l 的方程为 y = x 1, 求线段 AB 的长;
  - (2) 若直线 l 经过点 P(-1,0), 点 A 关于 x 轴的对称点为 A', 求证: A'、F、B 三点共线;
  - (3) 若直线 l 经过点 M(8,-4), 抛物线上是否存在定点 N, 使得以线段 AB 为直径的圆恒过点 N? 若存在, 求出点 N 的坐标, 若不存在, 请说明理由.
- 21. 无穷数列  $\{a_n\}(n\in \mathbf{N}^*)$ ,若存在正整数 t,使得该数列由 t 个互不相同的实数组成,且对于任意的正整数 n, $a_{n+1},a_{n+2},\cdots,a_{n+t}$  中至少有一个等于  $a_n$ ,则称数列  $\{a_n\}$  具有性质 T,集合  $P=\{p|p=a_n,\ n\in \mathbf{N}^*\}$ .
  - (1) 若  $a_n = (-1)^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , 判断数列  $\{a_n\}$  是否具有性质 T;
  - (2) 数列  $\{a_n\}$  具有性质 T, 且  $a_1=1$ ,  $a_4=3$ ,  $a_8=2$ ,  $P=\{1,2,3\}$ , 求  $a_{11}$  与  $a_{14}$  的值;
  - (3) 数列  $\{a_n\}$  具有性质 T, 记集合  $B = \{m|a_m = a_1, m \in \mathbb{N}^*\}$ , 将集合 B 中的所有元素按从小到大的顺序排列, 得到数列  $\{i_n\}$ , 记  $b_n = i_{n+1} i_n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . 证明: 若数列  $\{b_n\}$  具有性质 T, 则数列  $\{b_n\}$  是常数列.