

1. 用适当符号 (\in , \notin , $=$, \subseteq , \subsetneq) 填空: π \mathbf{Q} ; $\{x|x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$ $\{x|x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$; $\{3.14\}$ \mathbf{Q} ; $\{y|y = x^2\}$ $\{x|y = x^2\}$.
2. 已知 $P = \{y = x^2 + 1\}$, $Q = \{y|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $E = \{x|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $F = \{(x, y)|y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $G = \{x|x \geq 1\}$, $H = \{x|x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则各集合间关系正确的有 . (答案可能不唯一)
(A) $P = F$ (B) $Q = E$ (C) $E = F$ (D) $Q \subseteq G$ (E) $H \subsetneq P$
3. 设全集是实数集 \mathbf{R} , $M = \{x|-2 \leq x \leq 2\}$, $N = \{x|x < 1\}$, 则 $\complement_U M \cap N =$.
4. 设 $A = \{x|-4 < x < 4, x \in \mathbf{R}\}$, $B = (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$, 则 $\{x|x \in A, x \notin A \cap B\} =$.
5. 设 $A = \{x|x = \sqrt{k}, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x|x \leq 3, x \in \mathbf{Q}\}$, 则 $A \cap B =$.
6. 设全集 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, 集合 $A = \{|2a - 1|, 2\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 则实数 $a =$.
7. (1) 设 $M = \{y|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x|x = t, t \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N =$.
(2) 设 $M = \{(x, y)|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{(t, x)|x = t, t \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N =$.
8. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $\complement_U A \cap B = \{3\}$, $A \cap \complement_U B = \{2\}$, $\complement_U A \cup \complement_U B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\complement_U A \cap \complement_U B =$.
9. 集合 $C = \{x|x = \frac{k}{2} \pm \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, $D = \{x|x = \frac{k}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, 试判断 C 与 D 的关系, 并证明.
10. 集合 $A = \{x|x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x|x^2 + 2(a + 1)x + a^2 - 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$.
(1) 若 $A \cap B = A$, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.
11. 若集合 $A = [2, 3]$, 集合 $B = [a, 2a + 1]$.
(1) 若 $A \subsetneq B$, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.
12. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x|f(x) = 0\}$, $B = \{x|g(x) = 0\}$, $C = \{x|h(x) = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则方程 $\frac{f^2(x) + g^2(x)}{h(x)} = 0$ 的解集是 (用 U, A, B, C 表示).
13. (1) 已知集合 $A = \{y|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y|y = 4 - x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$.
(2) 已知集合 $A = \{(x, y)|y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y)|y = 4 - x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$.
14. 设 $m \in \mathbf{R}$, 已知 $A = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x|mx + 1 = 0\}$, 且 $B \subsetneq A$, 则 $m =$.
15. (1) 集合 A 满足 $\{1\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$, 则满足条件的集合 A 有 个. (2) 若 $A \cup B = \{1, 2\}$, 将满足条件的集合 A, B 写成有序集合对 (A, B) , 则有序集合对 (A, B) 有 个.
16. 已知 $A = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x|x^2 - ax + a = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $B \subsetneq A$, 求满足题意的实数 a .
17. 设集合 $A = \{x|x^2 + px + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$. 求实数 p 的取值范围.

18. 设函数 $f(x) = \lg(\frac{2}{x+1} - 1)$ 的定义域为集合 A , 函数 $g(x) = \sqrt{1 - |x+a|}$ 的定义域为集合 B .

(1) 当 $a = 1$ 时, 求集合 B .

(2) 问: $a \geq 2$ 是 $A \cap B = \emptyset$ 的什么条件 (在 “充分非必要条件、必要非充分条件、充要条件、既非充分也非必要条件” 中选一)? 并证明你的结论.

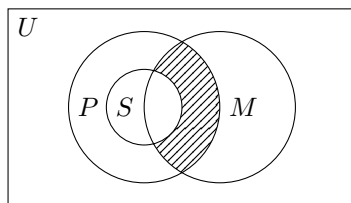
19. 如图, U 为全集, M, P, S 是 U 的三个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ().

A. $(M \cap P) \cap S$

B. $(M \cap P) \cup S$

C. $(M \cap P) \cap \complement_U S$

D. $(M \cap P) \cup \complement_U S$



20. 设集合 $A = \{5, \log_2(a+3)\}$, $B = \{a, b\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

21. 设集合 $A \cap \{-2, 0, 1\} = \{0, 1\}$, $A \cup \{-2, 0, 2\} = \{-2, 0, 1, 2\}$, 则满足上述条件的集合 A 的个数为_____个.

22. 若集合 $A = \{x | x \leq 2\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 满足 $A \cap B = \{2\}$, 则实数 $a =$ _____.

23. 若集合 $M = [a-1, a+1]$, $N = (-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$, 且 $M \cap N = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为_____.

24. 集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 25\}$, $B = \{(x, y) | x = 3y = 4\}$, 则 $A \cap B$ 的子集个数是_____个.

25. 已知集合 $M = \{x | x = 3m + 1, m \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{y | y = 3m + 2, m \in \mathbf{Z}\}$, 若 $x_0 \in M$, $y_0 \in N$, 则 $x_0 y_0$ 与集合 M, N 的关系是 ().

A. $x_0 y_0 \in M$ 但 $x_0 y_0 \notin N$

B. $x_0 y_0 \in N$ 但 $x_0 y_0 \notin M$

C. $x_0 y_0 \notin M$ 且 $x_0 y_0 \notin N$

D. $x_0 y_0 \in M$ 且 $x_0 y_0 \in N$

26. 若 $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 4m, m \in \mathbf{Z}\}$, 求证: $B \subsetneq A$.

27. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | \frac{3-2x}{x-1} + 1 \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | 2ax < a + x, x \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.

28. 设常数 $m \in \mathbf{R}$, $A = \{(x, y) | x^2 + mx - y + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | x - y + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$.

(1) 若 $M = \mathbf{R}$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $M = (\frac{1}{3}, 2]$, 求实数 m 的取值范围.

29. 设常数 $k \in \mathbf{R}$, 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0, \\ 2x^2 + (2k+5)x + 5k < 0 \end{cases}$ 整数解的集合为 $\{-2\}$, 求实数 k 的取值范围.

30. 设 $A = \{(x, y) | y = -4x + 6, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | y = 5x - 3, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

31. 已知 $M = \{a | \frac{6}{5-a} \in \mathbf{N}, a \in \mathbf{Z}\}$, 则用列举法表示 $M =$ _____.
32. 定义集合运算: $A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$, 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3\}$, 则集合 $A \odot B$ 的所有元素之和为_____.
33. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{-1\}$, $B = \{x | \lg(x^2 - 2) = \lg x\}$, 则 ()
 A. $A \subseteq B$ B. $A \cup B = \emptyset$ C. $A \supseteq B$ D. $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$
34. 集合 $A = \{(x, y) | y = |x| + 1\}$, $B = \{(x, y) | y = \frac{1}{2}x + a\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 a 的取值范围是_____.
35. 调查某班 50 名学生, 音乐爱好者有 40 人, 体育爱好者有 24 人, 则两方面都爱好的人数最少_____人, 最多_____人.
36. 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0\}$ 至多有一个元素, 则 a 的取值范围是_____; 若至少有一个元素, 则 a 的取值范围是_____.
37. 设含有三个实数的集合既可以表示为 $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$, 又可以表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$, 那么 $a+b =$ _____.
38. 设 $f(x) = x^2 - 12x + 36$, $A = \{a | 1 \leq a \leq 10, a \in \mathbf{N}\}$, $B = \{b | b = f(a), a \in A\}$, 又设 $C = A \cap B$. 求集合 C .
39. 设常数 $m \in \mathbf{R}$, $A = \{(x, y) | y = -x^2 + mx - 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | x + y = 3, x \in M\}$, 且 $A \cap B$ 的子集有两个.
 (1) 若 $M = \mathbf{R}$, 求实数 m 的值;
 (2) 若 $M = [0, 3]$, 求实数 m 的取值范围.
40. 填写下列命题的否定形式:
 (1) $m \leq 0$ 或 $n > 0$: _____;
 (2) 空间三条直线 l, m, n 两两相交: _____;
 (3) 复数 z_1, z_2, z_3 中至多一个为纯虚数: _____.
41. 已知 a, b 是整数, 写出命题“若 ab 为偶数, 则 $a+b$ 为偶数”的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断所写命题的真假.
 逆命题: _____, 真假: _____;
 否命题: _____, 真假: _____;
 逆否命题: _____, 真假: _____.
42. 设甲是乙的充分非必要条件, 乙是丙的充要条件, 丁是丙的必要非充分条件, 则丁是甲的 ()
 A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
43. 若 A 是 B 的必要非充分条件, 则 \bar{A} 是 \bar{B} 的_____条件.

44. 下列各组命题中互为等价命题的是 ().

A. $A \subseteq B$ 与 $A \cup B = B$

B. $x \in A$ 且 $x \in B$ 与 $x \in A \cup B$

C. $a \in A \cap B$ 与 $a \in A$ 或 $a \in B$

D. $m \in A \cap B$ 与 $m \in A \cup B$

45. 填空 (在“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”中选一种作答):

(1) “ $\alpha \neq \beta$ ” 是 $\cos \alpha \neq \cos \beta$ 的_____条件;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A = B$ ” 是 “ $\sin A = \sin B$ ” 的_____条件.

46. “ $a > 0$ 且 $b > 0$ ” 的一个必要非充分条件是 ().

A. $a > 0$

B. $b > 0$

C. $a > 0$ 且 $b > 0$

D. $a, b \in \mathbf{R}$

47. “函数 $f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 存在反函数” 是 “函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上为增函数” 的 ().

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

48. 填空: (填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”)

(1) 对于实数 x, y, p : $xy > 1$ 且 $x + y > 2$ 是 q : $x > 1$ 且 $y > 1$ 的_____条件;

(2) 对于实数 x, y, p : $x + y \neq 8$ 是 q : $x \neq 2$ 或 $y \neq 6$ 的_____条件;

(3) 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, p : $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$ 是 q : $(x-1)(y-2) = 0$ 的_____条件;

* (4) 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 “ $x^2 + y^2 < 2$ ” 是 “ $|x| + |y| \leq \sqrt{2}$ ” 的_____条件; 又是 “ $|x| + |y| < 2$ ” 的_____条件; 又是 “ $|x| < \sqrt{2}$ 且 $|y| < \sqrt{2}$ ” 的_____条件.

(5) 设 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ 均为非零实数, 方程 $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ 和方程 $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ 的实数解集分别为 M 和 N , 则 “ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ” 是 “ $M = N$ ” 的_____条件.

49. (1) 是否存在实数 m , 使得 $2x + m < 0$ 是 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的充分条件? 说明理由.

(2) 是否存在实数 m , 使得 $2x + m < 0$ 是 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的必要条件? 说明理由.

50. 已知关于 x 的实系数二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$), 分别求下列命题的一个充要条件:

(1) 方程有一正根, 一根是零;

(2) 两根都比 2 小.

51. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 写出命题 “若 $a + b > 0$ 且 $ab > 0$, 则 $a > 0$ 且 $b > 0$ ” 的逆否命题.

52. 填空 (填“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”):

(1) 若 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 $x^2 + y^2 \neq 0$ 是 “ x, y 不全为零” 的_____条件;

(2) 若 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 “ $xy > 0, x + y > 0$ ” 是 “ $x > 0, y > 0$ ” 的_____条件;

(3) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 “ $|a| + |b| = |a + b|$ ” 是 “ $ab = 0$ ” 的_____条件;

(4) 若 a, b, c 是常数, 则 “ $a > 0$ 且 $b^2 - 4ac < 0$ ” 是 “对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $ax^2 + bx + c > 0$ ” 的_____条件;

(5) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $b = \tan a$ 是 $a = \arctan b$ 的_____条件.

53. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 有如下四个命题: ① $x^2 + y^2 < 1$; ② $|x| + |y| < 1$; ③ $|x| < 1$ 且 $|y| < 1$; ④ $|x + y| < 1$. 则_____是_____的充分非必要条件 (答案可能不唯一).

54. 使不等式 $2x^2 - 5x - 3 \geq 0$ 成立的一个充分不必要条件是 ().

A. $x < 0$

B. $x \geq 0$

C. $x \in \{-1, 3, 5\}$

D. $x \leq \frac{1}{2}$ 或 $x \geq 3$

55. 已知 $\alpha: "x \geq a"$, $\beta: "|x - 1| \leq 1"$, 若 α 是 β 的必要非充分条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

56. 命题甲: 关于 x 的方程 $x^2 + x + m = 0$ 有两个相异的负根; 命题乙: 关于 x 的方程 $4x^2 + x + m = 0$ 无实根, 若这两个命题有且只有一个是真命题, 求实数 m 的取值范围. *

57. 已知 $P = \{x | x^2 - 8x - 20 \leq 0\}$, $S = \{x | |x - a| \leq m\}$, 求实数 a, m 的值, 使得 " $x \in P$ " 是 " $x \in S$ " 的充要条件. *

58. 设 $f(x) = ax^2 + x + a$, 写出一个 a 的值,

(1) 使 $f(x) > 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 恒成立;

(2) 使 $f(x) > 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 恒不成立;

(3) 使 $f(x) > 0$ ($x \in \mathbf{R}$) 不恒成立.

59. 命题 (1) $a > b \Rightarrow ac^2 > bc^2$; (2) $ac^2 > bc^2 \Rightarrow a > b$; (3) $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; (4) $a < b < 0, c < d < 0 \Rightarrow ac > bd$;

(5) $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \Rightarrow a > b$ ($n \in \mathbf{N}^*$); (6) $a + c < b + d \Leftrightarrow \begin{cases} a < b, \\ c < d; \end{cases}$ (7) $a < b < 0 \Rightarrow a^2 > ab > b^2$. 其中真命题的序号是_____.

60. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $ab(a - b) < 0$ 成立的一个充要条件是 ().

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 0$

B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C. $0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

D. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

61. " $\begin{cases} 2 < x + y < 4, \\ 0 < xy < 3 \end{cases}$ " 是 " $\begin{cases} 2 < x < 3, \\ 0 < y < 1 \end{cases}$ " 的_____条件.

62. 下列函数中, 最小值为 2 的函数有_____.

(1) $y = x + \frac{1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$; (2) $y = x + \frac{1}{x}$, $x \in (1, +\infty)$; (3) $y = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}}$; (4) $y = \log_3 x + \log_x 3$.

63. $z = (x + y)(\frac{1}{x} + \frac{1}{4y})$, ($x, y > 0$) 的最小值是_____.

64. 若正实数 a, b 满足 $a + b = 1$, 则 ().

A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最大值是 4

B. ab 的最小值是 $\frac{1}{4}$

C. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 有最大值 $\sqrt{2}$

D. $a^2 + b^2$ 有最小值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

65. 如果 $0 < a < b, t > 0$, 设 $M = \frac{a}{b}$, $N = \frac{a+t}{b+t}$, 那么 ().

A. $M > N$

B. $M < N$

C. $M = N$

D. M 与 N 的大小随 t 的变化而变化

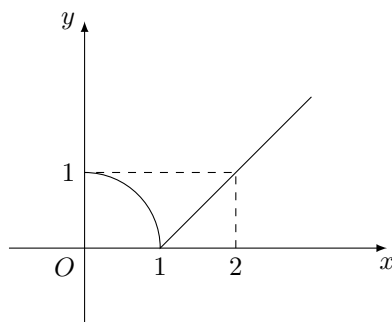
66. 将一根铁丝切割成三段做一个面积为 2 平方米、形状为直角三角形的框架, 则至少需要_____米的铁丝 (不计损失, 精确到 0.1 米).

67. (1) 比较 $1+a^2$ 与 $\frac{1}{1-a}$ 的大小;
 (2) 设 $a > 0$, $a \neq 1$, $t > 0$, 比较 $\frac{1}{2} \log_a t$ 和 $\log_a \frac{t+1}{2}$ 的大小, 证明你的结论.
68. 已知 $x, y \in \mathbf{R}^+$ 且 $x+y=4$, 求 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$ 的最小值. 某学生给出如下解法: 由 $x+y=4$ 得, $4 \geq 2\sqrt{xy}$ ①, 即 $\frac{1}{\sqrt{xy}} \geq \frac{1}{2}$ ②, 又因为 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} \geq 2\sqrt{\frac{2}{xy}}$ ③, 由②③得 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} \geq \sqrt{2}$ ④, 即所求最小值为 $\sqrt{2}$ ⑤. 请指出这位同学错误的步骤, 并给出正确的解法.
69. 已知 $x, y \in \mathbf{R}^+$, $xy = x + y + 1$, 求 $x + y$ 的取值范围 (试用两种方法求解).
70. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 若 $a - |b| > 0$, 则下列不等式中正确的是 ().
 A. $b - a > 0$ B. $a^3 + b^3 < 0$ C. $b + a > 0$ D. $a^2 - b^2 < 0$
71. 已知 $0 < x < y < a < 1$, 则 ().
 A. $\log_a(xy) < 0$ B. $0 < \log_a(xy) < 1$ C. $1 < \log_a(xy) < 2$ D. $\log_a(xy) > 2$
72. 设 $a > 1 > b > -1$, 则下列不等式中恒成立的是 ().
 A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $a > b^2$ D. $a^2 > 2b$
73. 若 $1 < a < 3$, $-4 < b < 2$, 则 $\frac{1}{2}a - b$ 的取值范围是_____.
74. 已知 $x, y \in \mathbf{R}^+$, 且 $x + 4y = 1$, 则 $x \cdot y$ 的最大值为_____.
75. 函数 $y = \log_a(x+3) - 1$ ($a > 0$, $a \neq 1$) 的图像恒过定点 A , 若点 A 在直线 $mx + ny + 1 = 0$ 上, 其中 $mn > 0$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$ 的最小值为_____.
76. * 如果正数 a, b, c, d 满足 $a + b = cd = 4$, 那么 ().
 A. $ab \leq c + d$ 且等号成立时, $abcd$ 的取值唯一
 B. $ab \geq c + d$ 且等号成立时, $abcd$ 的取值唯一
 C. $ab \leq c + d$ 且等号成立时, $abcd$ 的取值不唯一
 D. $ab \geq c + d$ 且等号成立时, $abcd$ 的取值不唯一
77. (1) 设 $x < 2$, 则 $2x + \frac{8}{x-2}$ 有最_____值是_____, 此时 $x =$ _____;
 (2) 设 $0 < x < \sqrt{2}$, 则 $x\sqrt{4-2x^2}$ 的最大值是_____, 此时 $x =$ _____.
78. 在等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中, $a_1 = b_1 > 0$, $a_3 = b_3 > 0$, $a_1 \neq a_3$, 试比较 a_5 与 b_5 的大小.
79. 下列不等式中解集为 \mathbf{R} 的是 ().
 A. $x^2 - 6x + 9 > 0$ B. $4x^2 + 12x + 9 < 0$ C. $3x^2 - x + 2 > 0$ D. $3x^2 - x + 2 < 0$
80. 不等式 $(x-1)^2(2-x) \leq 0$ 的解集是_____; $(x-1)^2(2-x) > 0$ 的解集是_____.
81. 已知关于 x 的不等式 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集为 $(-1, 2)$, 则 $a + b =$ _____.

82. 不等式 $-1 < x^2 + 2x - 1 \leq 2$ 的解集是_____.
83. 用一根长为 100 米的绳子能否围成一个面积大于 600 平方米的矩形?_____ (用“能”或“不能”填空).
84. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 - bx + c > 0$ 的解集是 $(-\frac{1}{2}, 2)$, 对于 a, b, c 有以下结论: ① $a > 0$; ② $b > 0$; ③ $c > 0$; ④ $a + b + c > 0$; ⑤ $a - b + c > 0$. 其中正确的序号有_____.
85. 若关于 x 的不等式 $(a - 2)x^2 + 2(a - 2)x - 4 < 0$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 成立, 则实数 a 的取值范围是_____.
86. 已知关于 x 的不等式 $(2a - b)x + a - 5b > 0$ 的解集是 $(-\infty, \frac{10}{7})$, 则关于 x 的不等式 $ax > b$ 的解集是_____.
87. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\{x | 2 < x < 4\}$, 求关于 x 的不等式 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集.
88. 解关于 x 的不等式: $(ax + 4)(x - 1) > 0 (a \in \mathbf{R})$.
89. 已知 $f(x) = x^2 + 2(a - 2)x + 4$.
- (1) 如果对一切 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 如果对 $x \in [-3, 1]$, $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.
90. 不等式 $-6x^2 - x + 2 \leq 0$ 的解集是_____.
91. 解关于 x 的不等式 $x^2 - 3(a + 1)x + 2(3a + 1) \leq 0 (a \in \mathbf{R})$.
92. 解关于 x 的不等式组:
$$\begin{cases} ax > -1, \\ x + a > 0 \end{cases} \quad (a \in \mathbf{R}).$$
93. 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-1, 2)$, 求关于 x 的不等式 $a(x^2 + 1) + b(x - 1) + c > 2ax$ 的解集.
94. 若关于 x 的不等式 $(a^2 - 4)x^2 + (a + 2)x - 1 \geq 0$ 的解集为 \emptyset , 求实数 a 的取值范围.
95. 若关于 x 的不等式 $(a^2 - 4)x^2 + (a + 2)x + 1 \geq 0$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 均成立, 求实数 a 的取值范围.
96. * 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增, 且满足 $f(-a^2 + 2a - 5) < f(2a^2 + a + 1)$, 求实数 a 的取值范围.
97. * 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 - (a + 1)x + a \leq 0\}$.
- (1) 若 $A \subsetneq B$, 求 a 的取值范围;
- (2) 若 $B \subseteq A$, 求 a 的取值范围.
98. 下列不等式中, 与 $x^2 > 2$ 同解的不等式的序号为_____.
- (1) $x^2 + \frac{1}{x - 3} > 2 + \frac{1}{x - 3}$; (2) $x^2 + \sqrt{x - 4} > 2 + \sqrt{x - 4}$; (3) $x^2 - (x - 1) > 2 - (x - 1)$; (4) $x^2(x - 2) > 2(x - 2)$.
99. 不等式 $\frac{3x + 4}{5 - x} \geq 6$ 的解集是_____.

100. 若不等式 $\frac{2x+a}{x+b} \leq 1$ 的解集为 $\{x|1 < x \leq 3\}$, 则 $a+b$ 的值是_____.
101. 不等式 $(x-1)^2(2-x)(x+1) \leq 0$ 的解集是_____.
102. 不等式 $2 < |x+1| < 3$ 的解集是_____.
103. 不等式 $|x-2| > 9x$ 的解集是_____.
104. 不等式 $4^{x-\frac{5}{x}+1} \leq 2$ 的解集是_____.
105. 不等式 $\log_{\frac{1}{4}} 4x^2 > \log_{\frac{1}{4}}(3-x)$ 的解集是_____.
106. 解下列不等式:
- (1) $|x-5| - |2x+3| < 1$;
 - (2) $\frac{2x^2+x-3}{x^2+x+1} \geq 1$;
 - (3) $4^{2x} - 2^{2x+2} + 3 < 0$;
 - (4) $\log_2(x-1) < \log_4(2-x) + 1$.
107. (1) 关于 x 的不等式 $|x-1| - |x-2| < a^2 + a - 1$ 的解集是 \mathbf{R} , 求实数 a 取值范围;
 (2) 关于 x 的不等式 $|x-1| - |x-2| < a^2 + a - 1$ 有实数解, 求实数 a 的取值范围.
108. * 设全集 $U = \mathbf{R}$, 已知关于 x 的不等式 $|x-1| + a - 1 > 0 (a \in \mathbf{R})$ 的解集为 A , 若 $\complement_U A \cap \mathbf{Z}$ 恰有 3 个元素, 求 a 的取值范围.
109. 不等式 $|\frac{x}{1+x}| > \frac{x}{1+x}$ 的解集是_____.
110. 不等式 $\frac{2x}{1-x} \leq 1$ 的解集是_____.
111. 不等式 $\frac{1+|x|}{|x|-1} \geq 3$ 的解集是_____.
112. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - 1, & x \leq 0, \\ x^{\frac{1}{2}}, & x > 0, \end{cases}$ 若 $f(x_0) > 1$, 则 x_0 的取值范围是_____.
113. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 关于 x 的不等式 $a^x > \frac{1}{2}$ 的解集是 $(-\infty, 1)$, 则 $a =$ _____.
114. 关于 x 的不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(x - \frac{1}{x}) > 0$ 的解集是_____.
115. 若不等式 $|3x-b| < 4$ 的解集中的整数有且仅有 1, 2, 3, 则 b 的取值范围为_____.
116. 已知关于 x 的不等式 $\frac{ax-5}{x^2-a} < 0$ 的解集为 M .
- (1) 当 $a = 5$ 时, 求集合 M ;
 - (2) 若 $2 \in M$ 且 $5 \notin M$, 求实数 a 的取值范围.
117. (1) 对任意实数 x , $|x-1| - |x+3| > a$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;
 (2) * 对任意实数 x , $|x-1| - |x+3| > a$ 恒不成立, 求实数 a 的取值范围.

118. (1) 若关于 x 的不等式 $x^2 - kx + 1 > 0$ 的解集为 \mathbf{R} , 求实数 k 的取值范围;
 (2) * 若关于 x 的不等式 $x^2 - kx + 1 > 0$ 在 $[1, 2]$ 上有解, 求实数 k 的取值范围.
119. 已知 $a, b \in \mathbf{R}^+$, 求证: $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
120. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 求证: $x^2 + y^2 + 1 \geq x + y + xy$.
121. 已知 $a, b \in \mathbf{R}^+$ 且 $a \neq b$, 求证: $|a^3 + b^3 - 2ab\sqrt{ab}| > |a^2b + ab^2 - 2ab\sqrt{ab}|$.
122. 已知 $0 < a < 1, 0 < b < 1, 0 < c < 1$, 求证: $(1-a)b, (1-b)c, (1-c)a$ 中至少有一个小于等于 $\frac{1}{4}$.
123. a, b, c 是互不相等的正数, 则下列不等式中不正确的序号是_____.
 (1) $|a-b| \leq |a-c| + |c-b|$; (2) $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq a + \frac{1}{a}$; (3) $|a-b| + \frac{1}{a-b} \geq 2$; (4) $\sqrt{a+3} - \sqrt{a+1} \leq \sqrt{a+2} - \sqrt{a}$.
124. 已知 $a > b > c > 0$, 试比较 $\frac{a-c}{b}$ 与 $\frac{b-c}{a}$ 的大小.
125. 已知 $a > 0$, 试比较 a 与 $\frac{1}{a}$ 的大小.
126. 若 x, y, m, n 均为正数, 求证: $\sqrt{(m+n)(x+y)} \geq \sqrt{mx} + \sqrt{ny}$.
127. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}^+$, 求证: $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq a^2bc + ab^2c + abc^2$.
128. 设 $f(x) = \sqrt{1+x} (x > 0)$. 若 $x_1 \neq x_2$, 求证: $|f(x_1) - f(x_2)| < |x_1 - x_2|$.
129. 若实数 x, y, m 满足 $|x-m| > |y-m|$, 则称 x 比 y 远离 m .
 (1) 若 $x^2 - 1$ 比 1 远离 0, 求 x 的取值范围;
 (2) 定义: 在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 等于 x^2 和 $x+2$ 中远离 0 的那个值. 求证: $f(x) \geq 1$ 在 \mathbf{R} 上恒成立.
130. 函数 $y = \frac{\sqrt{2x+1}}{x-3} + (x-1)^0$ 的定义域为_____.
131. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[-2, 4]$, 则函数 $g(x) = f(x) + f(-x)$ 的定义域是_____.
132. 下列各组中, 两个函数是同一个函数的组的序号是_____.
 (1) $y = \lg x$ 与 $y = \frac{1}{2} \lg x^2$; (2) $f(x) = 2^x, D = \{0, 1, 2, 3\}$ 与 $g(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{6}x + 1, D = \{0, 1, 2, 3\}$;
 (3) $f(x) = x^2 - 2x - 1, g(t) = t^2 - 2t - 1$; (4) $y = \sqrt{x^2} - 1, y = \sqrt[3]{x^3} - 1$.
133. 已知函数 $f(x) = 6 + 5x - x^2$, 函数 $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 5x - 6}}$, 则 $f(x) \cdot g(x) =$ _____.
134. 函数 $y = f(x)$ 满足对于任意 $x > 0$, 恒有 $f(x+1) = \lg x$, 则 $y = f(x)$ 在 $x > 1$ 时的解析式为_____.
135. 函数 $y = f(x)$ 满足对于任意 $x \neq 0$, 恒有 $f(x - \frac{1}{x}) = x^3 - \frac{1}{x^3}$. 若存在 x_0 使得 $f(x_0) = 0$, 则 $x_0 =$ _____.
136. 已知 $y = f(x)$ 为偶函数, 且 $y = f(x)$ 的图像在 $x \in [0, 1]$ 时的部分是半径为 1 的圆弧, 在 $x \in [1, +\infty)$ 时的部分是过点 $(2, 1)$ 的射线, 如图.



(1) 写出函数 $y = f(x)$ 在 $x < 0$ 时的单调性:_____;

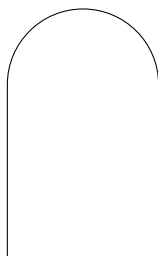
(2) 写出 $f(f(-2))$ 的值:_____;

(3) 写出方程 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的解集:_____.

137. 某工厂生产一种仪器的元件, 由于受生产能力和技术水平等因素的限制, 会产生较多次品, 根据经验知道, 次品数 p (万件) 与日产量 x (万件) 之间满足关系: $p = \begin{cases} \frac{x^2}{6}, & 1 \leq x < 4, \\ x + \frac{3}{x} - \frac{25}{12}, & x \geq 4. \end{cases}$ 已知每生产 1 万件合格的元件可以盈利 20 万元, 但每产生 1 万件次品将亏损 10 万元. (实际利润 = 合格产品的盈利 - 生产次品的亏损), 试将该工厂每天生产这种元件所获得的实际利润 T (万元) 表示为日产量 x (万件) 的函数.

138. 设常数 a, b 满足 $1 < a < b$, 函数 $f(x) = \lg(a^x - b^x)$, 求函数 $y = f(x)$ 的定义域.

139. 如图, 用长为 l 的铁丝弯成下部为矩形, 上部为半圆形的空心框架, 若矩形底边长为 $2x$, 试用解析式将此框架围成的面积 y 表示 x 的函数.



140. 已知函数 $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$.

(1) 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若函数 $y = f(x)$ 的值域为 $[0, +\infty)$, 求实数 a 的取值范围.

141. 已知函数 $f(x) = \sqrt{x}$, 函数 $g(x) = \sqrt{1-x} - \sqrt{x}$, 则函数 $y = f(x) + g(x)$ 的定义域为_____.

142. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[1, 4]$, 则函数 $y = \frac{f(2x)}{x-2}$ 的定义域是_____.

143. (1) 设函数 $D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbf{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbf{Q}. \end{cases}$ 令 $F(x) = D(\sqrt{2}x)$, 则 $F(1) =$ _____;

(2) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2-x, & x < -2, \\ x^2, & -2 \leq x < 1, \\ x, & x \geq 1. \end{cases}$ 若 $f(x) = 2$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

144. 已知 $f(x) = \begin{cases} x-2, & x > 8, \\ f(x+3), & x \leq 8, \end{cases}$ 则 $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

145. 设常数 $a \in \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} x+a, & x < a, \\ \frac{1}{x}+a, & x \geq a. \end{cases}$ 若 $f(2) = 2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

146. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x > 1, \\ x, & x \leq 1, \end{cases}$ 函数 $g(x) = 1 - \sqrt{x}$. 求函数 $y = f(x) + g(x)$ 的解析式及定义域.

147. * 设 D 是含数 1 的有限实数集, $f(x)$ 是定义在 D 上的函数, 若 $f(x)$ 的图像绕原点逆时针旋转 $\frac{\pi}{6}$ 后与原图像重合, 则在以下各项中, $f(1)$ 的可能取值只能是 ()

A. $\sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. 0

148. 设常数 $p \in \mathbf{R}$, 设函数 $f(x) = \log_2 \frac{x+1}{x-1} + \log_2(x-1) + \log_2(p-x)$.

(1) 求 p 的取值范围以及函数 $y = f(x)$ 的定义域;

(2) 若 $y = f(x)$ 存在最大值, 求 p 的取值范围, 并求出最大值.

149. 已知 $xy < 0$, 且 $4x^2 - 9y^2 = 36$. 问: 能否由此条件将 y 表示成 x 的函数? 若能, 求出该函数的解析式; 若不能, 说明理由.

150. 已知常数 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $g(x) = \frac{x}{x+2}$, 函数 $h(x) = \frac{1}{x+a}$. 设函数 $F(x) = g(x) \cdot h(x)$, D_F 是其定义域; $f(x) = g(x) - h(x)$, D_f 是其定义域.

(1) 设 $a = 2$, 求函数 $F(x)$ 的值域;

(2) 对于给定的常数 a , 是否存在实数 t , 使得 $f(t) = 0$ 成立? 若存在, 求出这样的所有 t 的值; 若不存在, 说明理由;

(3) * 是否存在常数 a 的值, 使得对于任意 $x \in D_f \cap \mathbf{R}^+$, 有 $f(x) \geq 0$ 恒成立? 若存在, 求出所有这样的 a 的值; 若不存在, 说明理由.

151. 给定六个函数: ① $y = \frac{1}{x}$; ② $y = x^2 + 1$; ③ $y = x^{-\frac{1}{3}}$; ④ $y = 2^x$; ⑤ $y = \log_2 x$; ⑥ $y = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{1 - x^2}$.

在这六个函数中, 是奇函数但不是偶函数的是 , 是偶函数但不是奇函数的是 , 既不是奇函数也不是偶函数的是 , 既是奇函数又是偶函数的是 .

152. 设常数 $a, b \in \mathbf{R}$. 若定义在 $[a-2, 2a]$ 上的 $f(x) = ax^2 + bx$ 是偶函数, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

153. 设常数 $a, b \in \mathbf{R}$. 若定义在 $[a-1, a+1]$ 上的 $f(x) = ax^2 + x + b$ 是奇函数, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

154. 若函数 $f(x) = \frac{(x+1)(x+a)}{x}$ 为奇函数, 则实数 $f(x)$ _____.

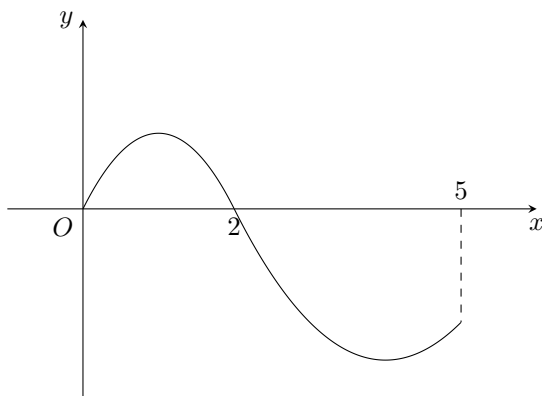
155. 设函数 $y = f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的函数, 则命题: “ $f(-1) \neq f(1)$ 且 $f(-1) \neq -f(1)$ ” 是命题 “ $y = f(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数” 的_____条件 (填 “充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要” 之中一个).

156. 设 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x$.

(1) 当 $y = f(x)$ 为奇函数时, 则当 $x < 0$ 时, $f(x)$ = _____;

(2) 当 $y = f(x)$ 为偶函数时, 则当 $x < 0$ 时, $f(x)$ = _____.

157. 设奇函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[-5, 5]$. 若当 $x \in [0, 5]$ 时, $y = f(x)$ 的图像如图, 则不等式 $xf(x) < 0$ 的解是_____.



158. 若定义在 \mathbf{R} 上的两个函数 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ 均为奇函数. 设 $F(x) = af(x) + bg(x) + 1$.

(1) 若 $F(-2) = 10$, 则 $F(2) =$ _____;

(2) 若函数 $y = F(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上存在最大值 4, 则 $y = F(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上的最小值为_____.

159. 判断下列函数 $y = f(x)$ 的奇偶性:

(1) $f(x) = (x-1) \cdot \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$;

(2) $f(x) = \begin{cases} x(1-x), & x < 0, \\ x(1+x), & x > 0. \end{cases}$

160. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2a|x-1|$, $x \in \mathbf{R}$, 常数 $a \in \mathbf{R}$.

(1) 求证: 函数 $y = f(x)$ 不是奇函数;

(2) 若函数 $y = f(x)$ 是偶函数, 求实数 $f(x) = \log_3 |2x + a|$ 的值.

161. 判断下列函数 $y = f(x)$ 的奇偶性:

(1) $f(x) = \frac{1}{a^x - 1} + \frac{1}{2}$ (常数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$);

(2) $f(x) = \frac{ax}{x^2 - a}$ (常数 $a \in \mathbf{R}$).

162. 设 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 则下列叙述正确的是 ().

A. $y = f(x)f(-x)$ 是奇函数

B. $y = f(x)|f(-x)|$ 是奇函数

C. $y = f(x) - f(-x)$ 是偶函数

D. $y = f(x) + f(-x)$ 是偶函数

163. 设函数 $y = f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的函数, 则 “ $f(0) \neq 0$ ” 是 “函数 $y = f(x)$ 不是奇函数” 的 ().

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 既不是充分条件, 也不是必要条件

164. 设 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = \lg(2 - x)$, 则 $x \in \mathbf{R}$ 时, $f(x) =$ _____.

165. 判断下列函数 $y = f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由:

(1) $f(x) = x^3 - \frac{1}{x}$;

(2) $f(x) = \frac{|x+3| - 3}{\sqrt{4-x^2}}$.

166. 根据常数 a 的不同取值, 讨论下列函数 $y = f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由:

(1) $f(a) \geq f(0)$;

(2) $f(x) = x|x - a|$.

167. 设函数 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数. 若 $x > 0$ 时, $f(x) = \lg x$.

(1) 求方程 $f(x) = 0$ 的解集;

(2) 求不等式 $f(x) > -1$ 的解集.

168. 是否存在实数 b , 使得函数 $g(x) = \frac{2^x}{4^x - b}$ 是奇函数? 若存在, 求 b 的值; 若不存在, 说明理由.

169. 常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $f(x) = \lg(10^x + 1) + ax$ 是偶函数, 则 $a =$ _____.

170. 已知 $y = f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, $y = g(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) = g(x) + \frac{1}{x^2 + x + 1}$, 则 $f(1) + g(1) =$ _____.

171. 设常数 $a \neq 0$. 若函数 $f(x) = \lg \frac{x+1-2a}{x+1+3a}$. 是否存在实数 a , 使函数 $y = f(x)$ 为奇函数或偶函数? 若存在, 求出 a 的值, 并判断相应的 $y = f(x)$ 的奇偶性; 若不存在, 说明理由.

172. 函数 $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 5}$ 的图像关于 ().

A. y 轴对称

B. 原点对称

C. 直线 $x = 2$ 对称

D. 点 $(2, 1)$ 对称

173. 函数 $y = x + \frac{1}{x-1}$ 的图像关于 ().

A. 点 $(1, 1)$ 对称

B. 点 $(-1, 1)$ 对称

C. 点 $(1, -1)$ 对称

D. 点 $(-1, -1)$ 对称

174. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x-1) = -f(3-x)$, 则 $y = f(x)$ 的图像关于 ().

A. 原点中心对称

B. 点 $(1, 0)$ 中心对称

C. 点 $(2, 0)$ 中心对称

D. 点 $(4, 0)$ 中心对称

175. 设常数 $a, b \in \mathbf{R}$. 若函数 $y = x^2 + ax$ 在区间 $[a, b]$ 上的图像关于直线 $x = 1$ 对称, 则 $b =$ _____.

176. 已知函数 $y = f(x)$ 满足: 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+1) = -f(x)$. 若 $f(1) = 1$, 则 $f(4) =$ _____;
 $f(2015) =$ _____.

177. 已知函数 $y = f(x)$ 图像关于 $(1, 0)$ 对称. 若 $x \leq 1$ 时, $f(x) = x^2 - 1$, 则 $f(x) =$ _____.
178. 已知函数 $y = f(x)$ 满足: 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+3) = f(x)$. 若 $x \in [0, 3)$ 时, $f(x) = x - 1$, 则 $x \in [6, 9)$ 时, $f(x) =$ _____.
179. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 已知函数 $y = f(x)$ 满足: 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x-1) = f(1-x)$. 若函数 $y = f(x)$ 图像总是关于直线 $x = a$ 对称, 则 $a =$ _____.
180. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若直线 $x = 2$ 是函数 $f(x) = \log_3 |2x + a|$ 的图像的一条对称轴, 则 $a =$ _____.
181. 设函数 $y = f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的奇函数, 且对于任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+2) = -f(x)$.
- (1) 求证: 函数 $y = f(x)$ 为周期函数;
 - (2) 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 求证: $f(1+x) = f(1-x)$;
 - (3) 设 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = \frac{1}{2}x$. 求函数 $y = f(x) + \frac{1}{2}$ 在 $-4 \leq x \leq 4$ 时的所有零点;
 - (4) 设 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = \sin x$.
- ① 写出 $1 \leq x \leq 5$ 时, $y = f(x)$ 的解析式;
 - ② 求 $y = f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的解析式.
182. 常数 $a, b \in \mathbf{R}$. 函数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{x+a} + b$ 的图像关于点 $(1, 2)$ 对称.
- (1) 求 $y = f(x)$ 的解析式;
 - (2) * 若 $y = f(x)$ 的图像关于某一条直线对称, 写出这样的一条对称轴直线的方程 (无需证明).
183. 函数 $y = \log_2 \frac{2-x}{2+x}$ 的图像关于 ().
- A. 原点对称 B. y 轴对称 C. 直线 $y = x$ 对称 D. 直线 $y = -x$ 对称
184. 函数 $y = \log_2(2 - 2^x)$ 的图像关于 ().
- A. 原点对称 B. y 轴对称 C. 直线 $y = x$ 对称 D. 直线 $y = -x$ 对称
185. 设常数 $a, b \in \mathbf{R}$. 若二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + 1$ 满足: 对任意 $t \in \mathbf{R}$, $f(2+t) = f(2-t)$, 则 $\frac{b}{a} =$ _____.
186. 设定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称. 若 $x \geq 1$ 时, $f(x) = 1 - 3^{x-1}$, 则 $x < 1$ 时, $f(x) =$ _____.
187. 设函数 $y = \log_2(x+3)$ 的图像与函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称. ① $f(1) =$ _____; ② 若 $f(a)$ 有意义, 则 $f(a) =$ _____ (结果用 a 的表达式表示).
188. 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $y = f(x)$ 是偶函数, 并且其图像关于直线 $x = 1$ 对称.
- (1) 若 $f(0) = 1, f(1) = 2$, 求 $f(15) + 2f(20)$ 的值;
 - (2) 设 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x^3$.
- ① $1 < x \leq 2$ 时, 求 $y = f(x)$ 的解析式;
 - ② $-2 \leq x < 0$ 时, 求 $y = f(x)$ 的解析式;

③ 求函数 $y = f(x) - \frac{1}{8}$ 在 $[-2, 2]$ 上的所有零点;

④ 求 $y = f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的解析式.

189. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$. 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(50) =$ ().

A. -50

B. 0

C. 2

D. 50

190. 已知函数 $y = f(x)$ 对一切 $u, v \in \mathbf{R}$, 都有 $f(u+v) = f(u) + f(v)$.

(1) 求证: $y = f(x)$ 是奇函数;

(2) 若 $f(-3) = a$, 用 a 表示 $f(6)$ 以及 $f(300)$.

191. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 是奇函数, 且 $y = f(x)$ 也是以 4 为周期的一个周期函数.

(1) 若 $f(1) = 1$, 则 $f(-1) + f(0) =$ _____; $f(10) + f(11) =$ _____;

(2) * 若 $f(1) = 0$, 则在区间 $[-3, 3]$ 上的零点的个数的最小值为 _____.

192. * 设定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 的满足: 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 恒有 $f(-x+1) = -f(x+1)$ 且 $f(-x-1) = -f(x-1)$. 则下面命题中, 正确的命题的序号是 _____.

① 函数 $y = f(x)$ 是偶函数; ② 2 是 $y = f(x)$ 的周期; ③ 函数 $y = f(x)$ 图像关于 $(1, 0)$ 对称; ④ 函数 $y = f(x)$ 图像关于 $(3, 0)$ 对称.

193. 下列函数中, 在其定义域上是单调函数的序号为 _____.

① $y = \frac{2-x}{x}$; ② $y = x - \frac{1}{x}$; ③ $y = 3^{x-1}$; ④ $y = \ln \frac{1}{x}$; ⑤ $y = \tan x$.

194. 函数 $y = |x-1|$ 递减区间的是 _____.

195. 函数 $y = x + \frac{2}{x} (x > 0)$ 的递减区间是 _____.

196. 函数 $y = (\frac{1}{2})^{x^2}$ 的递减区间是 _____.

197. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+2x-3}}$ 的递增区间是 _____.

198. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若 $y = \frac{ax}{x+1}$ 在区间 $(-1, +\infty)$ 上递增, 则 a 的取值范围是 _____.

199. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $y = x^2 + ax + 1$ 在 $(-\infty, 2]$ 上递减, 则 a 的取值范围是 _____.

200. 若函数 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 均为 \mathbf{R} 上增函数, 则下列命题中, 正确的命题的序号是 _____.

① $y = f(x) + g(x)$ 为增函数; ② $y = f(x) \cdot g(x)$ 为增函数; ③ $y = f(g(x))$ 为增函数.

201. 若 $y = f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数, 又 $f(-2) = 0$, 则 $f(x) \leq 0$ 的解集为 _____.

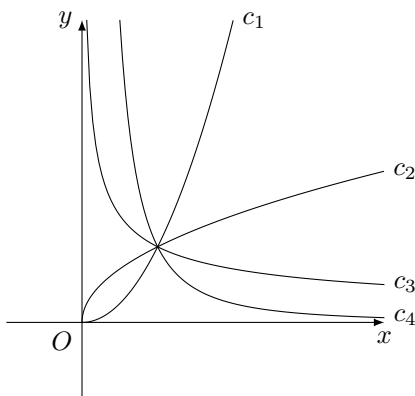
202. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x+a, & x < 1, \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$ 在 \mathbf{R} 上递增, 则 a 的取值范围为 _____.

216. 函数 $y = x^{-\frac{3}{2}}$ 的定义域为_____.

217. 下列命题中, 正确的命题的序号是_____.

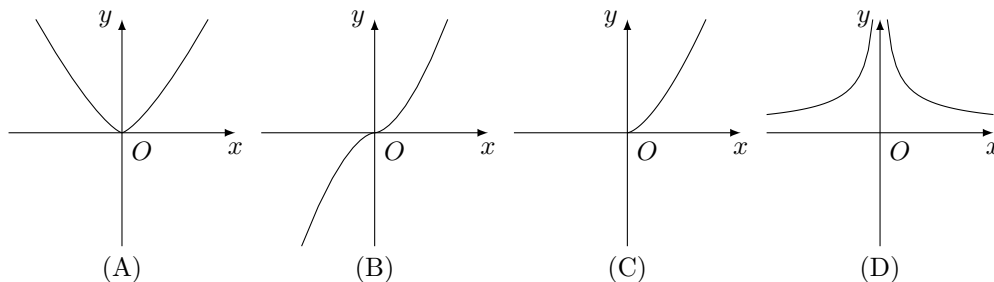
- ① 当 $\alpha = 0$ 时, 函数 $y = x^\alpha$ 的图像是一条直线;
- ② 幂函数的图像都经过 $(0, 0)$ 和 $(1, 1)$ 点;
- ③ 当 $\alpha < 0$ 且 $y = x^\alpha$ 是奇函数时, 它也是减函数;
- ④ 第四象限不可能有幂函数的图像.

218. 图中曲线是幂函数 $y = x^n$ 在第一象限的图像, 已知 n 取 $\pm 2, \pm \frac{1}{2}$ 四个值, 则相应于曲线 c_1, c_2, c_3, c_4 的 n 依次为 ().



- A. $-2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2$ B. $2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -2$ C. $-\frac{1}{2}, -2, 2, \frac{1}{2}$ D. $2, \frac{1}{2}, -2, -\frac{1}{2}$

219. 下列函数的图像为 (A)、(B)、(C)、(D) 之一, 试将正确的字母标号填在相应函数后面的横线上.



(1) $y = x^{\frac{3}{2}}$ _____; (2) $y = x^{\frac{4}{3}}$ _____; (3) $y = x^{\frac{5}{3}}$ _____; (4) $y = x^{-\frac{2}{3}}$ _____.

220. 已知 $\alpha \in \{-2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$, 若幂函数 $f(x) = x^\alpha$ 为奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上递减, 则 $\alpha =$ _____.

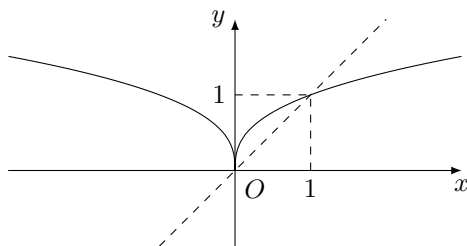
221. 函数 $y = f(x)$ 满足两个条件: ① $y = f(x)$ 是两个幂函数的和函数; ② $y = f(x)$ 的最小值为 2, 则 $y = f(x)$ 的解析式可以是_____.

222. 若集合 $A = \{y | y = x^{\frac{1}{3}}, -1 \leq x \leq 1\}$, $B = \{y | y = x^{-\frac{1}{2}}\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ().

- A. $(0, 1]$ B. $[-1, 1]$ C. $\{1\}$ D. $\{0, 1\}$

223. 设常数 $m \in \mathbf{R}$. 若幂函数 $y = (m^2 - m - 1)x^{m^2 - 2m - 1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 则 m 的值为_____.

224. 设常数 $n \in \mathbf{Z}$. 若函数 $y = x^{n^2-2n-3}$ 的图像与两条坐标轴都无公共点, 且图像关于 y 轴对称, 则 n 的值为_____.
225. 函数 $y = 1 - (x+2)^{-2}$ 可以先将幂函数 $y = x^{-2}$ 的图像向_____ 平移 2 个单位, 再以_____ 轴为对称轴作对称变换, 最后向_____ 平移 1 个单位.
226. 在 $f(x) = (2m^2 - 7m - 9)x^{m^2-9m+19}$ 中, 当实数 m 为何值时,
 (1) $y = f(x)$ 是正比例函数, 且它的图像的倾斜角为钝角?
 (2) $y = f(x)$ 是反比例函数, 且它的图像在第一, 三象限?
227. 设常数 $t \in \mathbf{Z}$. 已知幂函数 $y = (t^3 - t + 1)x^{\frac{1}{3}(1+2t-t^2)}$ 是偶函数, 且在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 求整数 t 的值, 并作出相应的幂函数的大致图像.
228. 设 $a \in \mathbf{R}$.
 (1) 若 $(a+2)^{\frac{2}{3}} > (1-2a)^{\frac{2}{3}}$, 求 a 的取值范围;
 (2) 若 $(a+2)^{-\frac{1}{3}} > (1-2a)^{-\frac{1}{3}}$, 求 a 的取值范围.
229. 已知函数: ① $y = \frac{1}{x}$; ② $y = x^{\frac{1}{2}}$; ③ $y = x^{-\frac{1}{2}}$; ④ $y = x^{\frac{2}{3}}$; ⑤ $y = x^{-\frac{2}{3}}$, 填写分别具有下列性质的函数序号:
 (1) 图像与 x 轴有公共点的:_____;
 (2) 图像关于原点对称的:_____;
 (3) 定义域内递减的:_____;
 (4) 在定义域内有反函数的:_____.
230. 函数 $y = -(x+1)^{-3}$ 的图像可以先将幂函数 $y = x^{-3}$ 的图像向_____ 平移 1 个单位, 再以_____ 轴为对称轴作对称变换.
231. 设 $\alpha \in \{-3, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1, \frac{3}{2}, 2\}$. 已知幂函数 $y = x^\alpha$ 是奇函数, 且在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 则满足条件的 α 的值是_____.
232. 下列关于幂函数图像及性质的叙述中, 正确的叙述的序号是_____.
 ① 对于一个确定的幂函数, 第二、三象限不可能同时有该幂函数的图像上的点;
 ② 若某个幂函数图像过 $(-1, -1)$, 则该幂函数是奇函数;
 ③ 若某个幂函数在定义域上递增, 则该幂函数图像必经过原点;
 ④ 幂函数图像不会经过点 $(-\frac{1}{2}, 8)$ 以及 $(-8, -4)$.
233. 设 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 是两个不同的幂函数, 集合 $M = \{x | f(x) = g(x)\}$, 则集合 M 中的元素是 ().
 A. 1 或 2 B. 1 或 3 C. 1 或 2 或 3 D. 1 或 2 或 3 或 4
234. 已知幂函数 $y = x^{\frac{q}{p}}$ ($p \in \mathbf{N}^*$, $q \in \mathbf{N}^*$, p, q 互质) 的图像如图所示, 则 ().



A. p, q 均为奇数

B. p 是奇数, q 是偶数, 且 $0 < \frac{q}{p} < 1$

C. p 是偶数, q 是奇数

D. p 是奇数, q 是偶数, 且 $\frac{q}{p} > 1$

235. 若 $(x+1)^{-\frac{1}{3}} < (3-2x)^{-\frac{1}{3}}$, 求实数 x 的取值范围.

236. 设常数 a, b 满足 $a > b > 0$. 已知函数 $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$. (1) 写出函数 $y = f(x)$ 的单调性;
(2) 写出函数 $y = f(x)$ 图像的一个对称中心的坐标.

237. 已知函数 $f(x) = \frac{x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}}}{5}$, $g(x) = \frac{x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}}}{5}$.

(1) 分别计算 $f(4) - 5f(2)g(2)$ 和 $f(9) - 5f(3)g(3)$ 的值;

(2) 由 (1) 概括出涉及函数 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的, 对所有不等于零的实数 x 都成立的一个等式, 并加以证明.

238. * 设常数 a, b 满足 $a > b > 0$. 已知函数 $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$. 证明: 该函数图像的对称中心是唯一的.

239. 函数 $y = \log_2 \frac{1}{x-1}$ 的反函数是_____.

240. 函数 $y = x^2 (x \leq 0)$ 的反函数是_____.

241. 函数 $y = \frac{2^x}{2^x - 1} (x > 0)$ 的反函数是_____.

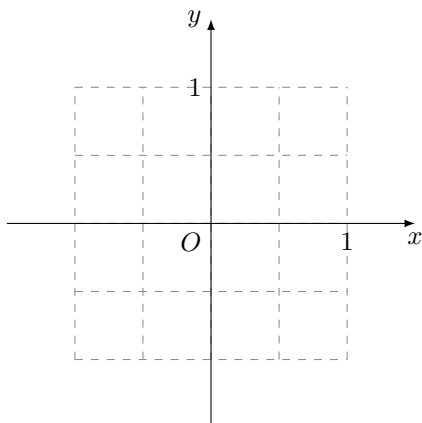
242. 已知函数 $y = f(x)$ 的反函数是 $f^{-1}(x) = \frac{4x+3}{2x-1}$, 则 $f(x) =$ _____.

243. 记 $y = f^{-1}(x)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数. 若函数 $f(x) = \log_3 x$, 则 $f^{-1}(-\log_9 2) =$ _____.

244. 若命题“函数 $y = x + \frac{a}{x}$ 在区间 $[1, 2]$ 上存在反函数”为真命题, 则在下列值中, 能作为实数 a 的值的序号是_____.

① $a = -1$; ② $a = 1$; ③ $a = \sqrt{2}$; ④ $a = \sqrt{5}$.

245. 若函数 $f(x) = 1 - \sqrt{1-x^2} (-1 \leq x \leq 0)$, 请画出函数 $y = f^{-1}(x)$ 的大致图像.



246. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 是奇函数, 且有反函数 $y = f^{-1}(x)$. 若 a, b 是两个实数, 则下列点中, 必在 $y = f^{-1}(x)$ 的图像上的点的序号是_____.

① $(-f(a), a)$; ② $(-f(a), -a)$; ③ $(-b, -f(b))$; ④ $(b, -f^{-1}(-b))$.

247. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$ 的反函数为 $y = f^{-1}(x)$. 若 $y = f(x+1)$ 的图像过点 $(-\frac{1}{2}, 1)$, 则 $y = f^{-1}(x+1)$ 的图像必过 ().

A. $(1, -\frac{1}{2})$

B. $(1, \frac{1}{2})$

C. $(0, -\frac{1}{2})$

D. $(0, \frac{1}{2})$

248. 设常数 $a \neq 0$. 若函数 $f(x) = \frac{1-ax}{1+ax}$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 求实数 a 的值以及 $y = f(x)$ 的反函数 $y = f^{-1}(x)$.

249. 记 $y = f^{-1}(x)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数.

(1) 若函数 $f(x+1) = \frac{x}{x+1}$, 求函数 $y = f^{-1}(x+1)$ 的解析式;

(2) 设函数 $f(x) = \frac{1-2x}{1+x}$. 若 $y = g(x)$ 的图像与 $y = f^{-1}(x+1)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 求 $y = g(x)$ 的解析式.

250. (1) 函数 $y = x^2 + 2x - 3$ ($x \geq 0$) 的反函数为_____;

(2) 函数 $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ 的反函数为_____;

(3) 函数 $y = x|x|$ 的反函数为_____.

251. 已知函数 $y = f(x)$ 是奇函数, 且 $y = g(x)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数. 若 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 3^x - 1$, 则 $g(-8) =$ _____.

252. 设常数 $a \in \mathbf{R}$. 若函数 $y = x + \frac{a}{x}$ 在区间 $[1, 2]$ 上存在反函数, 求 a 的取值范围.

253. 求函数 $y = \begin{cases} x^2 - 2x + 2, & x \leq 1, \\ (\frac{1}{2})^x, & x > 1 \end{cases}$ 的反函数.

254. 设常数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$. 求函数 $f(x) = \log_a(x + \sqrt{x^2 - 1})$ 的反函数.

255. 已知函数 $y = f(x)$ 的图像经过点 $(0, -1)$. 若函数 $y = f(x+4)$ 存在反函数 $y = g(x)$, 则 $y = g(x)$ 的图像总经过的定点的坐标为_____.

256. 设 $y = f^{-1}(x)$, $y = g^{-1}(x)$ 分别是定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 的反函数. 若函数 $y = f(x-1)$ 和 $y = g^{-1}(x-3)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 且 $g(5) = 2018$, 则 $f(4)$ 的值为_____.

257. 设 $a > 0$, 函数 $f(x) = \frac{1}{1+a \cdot 2^x}$.

(1) 若 $a = 1$, 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$;

(2) 求函数 $y = f(x) \cdot f(-x)$ 的最大值 (用 a 表示);

(3) * 设 $g(x) = f(x) - f(x-1)$. 若对任意 $x \in (-\infty, 0]$, $g(x) \geq g(0)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

258. 已知函数 $y = f^{-1}(x)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数. 定义: 若对给定的实数 $a(a \neq 0)$, 函数 $y = f(x+a)$ 与 $y = f^{-1}(x+a)$ 互为反函数, 则称 $y = f(x)$ 满足 “ a 和性质”.

(1) 判断函数 $g(x) = x^2 + 1 (x > 0)$ 是否满足 “1 和性质”, 并说明理由;

(2) * 求所有满足 “2 和性质” 的一次函数.