

- 当  $a > b > 0$  时, 比较  $\frac{2a+b}{a+2b}$  和  $\frac{a}{b}$  的大小.
- 已知  $a > 0, a \neq 1, m > n > 0$ , 比较  $A = a^m + \frac{1}{a^m}$  和  $B = a^n + \frac{1}{a^n}$  的大小.
- 若  $a > b$ , 则下列各式中正确的是 ( ).  
 A.  $a \lg x > b \lg x (x > 0)$     B.  $ax^2 > bx^2$     C.  $a^2 > b^2$     D.  $2^x \cdot a > 2^x \cdot b$   
 item 设  $ab > 0$ , 且  $\frac{c}{a} > \frac{d}{b}$ , 则下列各式中, 恒成立的是 ( ).  
 A.  $bc < ad$     B.  $bc > ad$     C.  $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$     D.  $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$
- 下列命题中, 不正确的一个是 ( ).  
 A. 若  $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ , 则  $a > b$     B. 若  $a > b, c > d$ , 则  $a - d > b - c$   
 C. 若  $a > b > 0, c > d > 0$ , 则  $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$     D. 若  $a > b > 0, ac > bd$ , 则  $c > d$
- 若  $x < y < 0$ , 则有 ( ).  
 A.  $0 < x^2 < xy$     B.  $y^2 < xy < x^2$     C.  $xy < y^2 < x^2$     D.  $y^2 > x^2 > 0$
- 若  $a = \log_{0.2} 0.3, b = \log_{0.3} 0.2, c = 1$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是 ( ).  
 A.  $a > b > c$     B.  $b > a > c$     C.  $b > c > a$     D.  $c > b > a$
- 用不等号 (“>” 或 “<”) 填空:  
 (1) 若  $a \neq b$ , 则  $a^2 + 3b^2$  \_\_\_\_\_  $2b(a + b)$ ;  
 (2) 若  $c > 1$ , 则  $\sqrt{c+1} - \sqrt{c}$  \_\_\_\_\_  $\sqrt{c} - \sqrt{c-1}$ ;  
 (3) 若  $a > b, c > d$ , 且  $a$  与  $d$  都是负数, 则  $ac$  \_\_\_\_\_  $bd$ .
- 若 “ $a > b, a - \frac{1}{a} > b - \frac{1}{b}$ ” 同时成立, 则  $ab$  应满足的条件是\_\_\_\_\_.
- 已知  $a > 0, b > 0$ , 且  $a \neq b$ , 比较  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}$  与  $a + b$  的大小.
- 已知  $0 < \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ , 比较  $\frac{b}{a+b}$  与  $\frac{d}{c+d}$  的大小.
- 若  $x > y > 1, 0 < a < 1$ , 则下列各式中正确的一个是 ( ).  
 A.  $x^{-a} > y^{-a}$     B.  $(\sin a)^x > (\sin a)^y$     C.  $\log_{\frac{1}{a}} x < \log_{\frac{1}{a}} y$     D.  $1 + a^{x+y} > a^x + a^y$
- 已知  $a \in \mathbf{R}$ , 比较  $\frac{1}{1+a}$  与  $1 - a$  的大小.
- 设  $a > 0, a \neq 1, t > 0$ , 比较  $\frac{1}{2} \log_a t$  和  $\log_a \frac{t+1}{2}$  的大小.
- 已知  $x > y > 0$ , 比较  $\sqrt{\frac{y^2+1}{x^2+1}}$  与  $\frac{y}{x}$  的大小.
- 已知  $a, b, m, n$  都是正实数, 且  $m + n = 1$ , 比较  $\sqrt{ma + nb}$  和  $m\sqrt{a} + n\sqrt{b}$  的大小.

16. 解下列不等式:

(1)  $6x^2 - 5x - 1 > 0$ ;

(2)  $6x^2 - 5x - 1 < 0$ ;

(3)  $5x^2 - 2x + 3 > 0$ ;

(4)  $9x^2 + 6x + 1 > 0$ ;

(5)  $3x^2 - 4x + 5 < 0$ .

17. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c < 0$  的解集是  $\{x|x < -2 \text{ 或 } x > -\frac{1}{2}\}$ , 求  $ax^2 - bx + c > 0$  的解集.

18. 已知集合  $A = \{x|x^2 + (a-1)x - a > 0\}$ ,  $B = \{x|(x+a)(x+b) > 0\}$ ,  $a \neq b$ ,  $M = \{x|x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$ .

(1) 若  $\complement_U B = M$ , 求  $a, b$  的值;

(2) 若  $-1 < b < a < 1$ , 求  $A \cap B$ ;

(3) 若  $-3 < a < -1$ , 且  $a^2 - 1 \in \complement_U A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

19. 已知函数  $y = (k^2 + 4k - 5)x^2 + 4(1 - k)x + 3$  的图象都在  $x$  轴的上方, 求实数  $k$  的取值范围.

20. 已知  $a < b$ , 则下列各式中恒成立的是 ( ).

A.  $a^2 < b^2$

B.  $c - a > c - b$

C.  $|a| < |b|$

D.  $a - 1 > b - 2$

21. 若  $|x| > 2$ , 则 ( ).

A.  $x > 2$

B.  $x > \pm 2$

C.  $-2 < x < 2$

D.  $x > 2$  或  $x < -2$

22. 不等式  $|x| - 3 < 0$  的解集是 ( ).

A.  $\{x|x < \pm 3\}$

B.  $\{x|-3 < x < 3\}$

C.  $\{x|x > 3\}$

D.  $\{x|x < -3\}$

23. 已知集合  $M = \{x||x| > 2\}$ ,  $N = \{x|x < 3\}$ , 则下列结论正确的是 ( ).

A.  $M \cup N = M$

B.  $M \cap N = \{x|2 < x < 3\}$

C.  $M \cup N = R$

D.  $M \cap N = \{x|x < -2\}$

24. 已知集合  $M = \{x||x+1| \leq 2\}$ ,  $P = \{x|x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$ , 则  $M, P$  之间的关系是 ( ).

A.  $M \supseteq P$

B.  $M \supset P$

C.  $M \subseteq P$

D.  $M \subset P$

25. 已知  $|1 - x| + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 1$ , 则  $x$  的取值范围是 ( ).

A.  $1 \leq x \leq 2$

B.  $x \leq 1$

C.  $x < 1$  或  $x > 2$

D.  $x \geq 2$

26. 不等式  $2x + 3 - x^2 > 0$  的解集是 ( ).

A.  $\{x|-\frac{3}{2} \leq x < 1\}$

B.  $\{x|-1 < x < 3\}$

C.  $\{x|1 \leq x < 3\}$

D.  $\{x|-\frac{3}{2} \leq x < 3\}$

27. 不等式  $6x^2 + 5x < 4$  的解集是 ( ).

A.  $\{x|x < -\frac{4}{3} \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$

B.  $\{x|-\frac{4}{3} < x < \frac{1}{2}\}$ .

C.  $\{x|-\frac{1}{2} < x < \frac{4}{3}\}$ .

D.  $\{x|x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } x > \frac{4}{3}\}$

28. 当  $a < 0$  时, 关于  $x$  的不等式  $x^2 - 4ax - 5a^2 > 0$  的解集是 ( ).

- A.  $\{x|x > 5a \text{ 或 } x < -a\}$     B.  $\{x|x < 5a \text{ 或 } x > -a\}$     C.  $\{x|-a < x < 5a\}$     D.  $\{x|5a < x < -a\}$

29. 若  $x$  为实数, 则下列命题正确的是 ( ).

- A.  $x^2 \geq 2$  的解集是  $\{x|x \geq \pm\sqrt{2}\}$   
B.  $(x-1)^2 < 2$  的解集是  $\{x|1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2}\}$   
C.  $x^2 - 9 < 0$  的解集是  $\{x|x < 3\}$   
D. 设  $x_1, x_2$  为  $ax^2+bx+c=0$  的两个实根, 且  $x_1 > x_2$ , 则  $ax^2+bx+c > 0$  的解集是  $\{x|x_2 < x < x_1\}$

30. 在①  $x^2-2x-3 < 0$  与  $\frac{x^2-2x}{x-1} < \frac{3}{x-1}$ ; ②  $x^2+3x-4 > 0$  与  $x^2+3x+\sqrt{x} > 4+\sqrt{x}$ ; ③  $\frac{(x+2)(x^2-1)}{x+2} > 0$  与  $x^2-1 > 0$  三组不等式中, 解集相同的组数是 ( ).

- A. 0    B. 1    C. 2    D. 3

31. 若  $x^2+x < 0$ , 则  $x^2, x, -x^2, -x$  的大小关系是 ( ).

- A.  $x^2 > x > -x^2 > -x$     B.  $-x > x^2 > -x^2 > x$     C.  $-x > x^2 > x > -x^2$     D.  $x^2 > -x > x > -x^2$

32. 直接写出下列不等式的解集:

- (1)  $(x-1)^2 > 0$ : \_\_\_\_\_;  
(2)  $(2-x)(3x+1) > 0$ : \_\_\_\_\_;  
(3)  $1-3x^2 > 2x$ : \_\_\_\_\_;  
(4)  $1-2x-x^2 \geq 0$ : \_\_\_\_\_;  
(5)  $x+\sqrt{x}-6 < 0$ : \_\_\_\_\_.

33. 直接写出下列不等式的解集:

- (1)  $\frac{3x+4}{x-2} \geq 0$ : \_\_\_\_\_;  
(2)  $\frac{4-2x}{1+3x} > 0$ : \_\_\_\_\_;  
(3)  $\frac{1}{x} > x$ : \_\_\_\_\_;  
(4)  $x^2-2|x|-3 > 0$ : \_\_\_\_\_;  
(5)  $x^2-x-5 > |2x-1|$ : \_\_\_\_\_.

34. 若  $\sqrt{x^2-x-6} \in \mathbf{R}$ , 则  $x$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

35. 要使代数式  $\frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x^2-3x+2}}$  有意义, 实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

36. 若代数式  $6x^2+x-2$  的值恒取非负实数, 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

37. 不等式  $4 \leq x^2-3x < 18$  的整数解集是\_\_\_\_\_.

38. 已知实数  $x$  满足  $4x^2-4x-15 \leq 0$ , 化简  $\sqrt{x^2-8x+16}-|x-3|$ .

39. 已知  $a > b$ , 直接写出下列不等式的解集:

- (1)  $\frac{x-a}{x-b} \geq 0$ : \_\_\_\_\_;  
(2)  $\frac{x-a}{x-b} < 0$ : \_\_\_\_\_;  
(3)  $x^2 - (a-b)x + ab > 0$ : \_\_\_\_\_;  
(4)  $x^2 - (a-b)x + ab < 0$ : \_\_\_\_\_.

40. 若关于  $x$  的方程  $2kx^2 + (8k+1)x + 8k = 0$  有两个不等实根, 则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

41. 已知  $a \neq 0$ , 若关于  $x$  的不等式  $ax^2 - 2ax + 2a + 3 > 0$  无实数解, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

42. 不等式  $\frac{x-1}{2x} \leq 1$  的解集是 ( ).

- A.  $\{x|x \geq -1\}$       B.  $\{x|x \leq -1\}$       C.  $\{x|-1 \leq x < 0\}$       D.  $\{x|x \leq -1 \text{ 或 } x > 0\}$

43. 若关于  $x$  的二次不等式  $mx^2 + 8mx + 21 < 0$  的解集是  $\{x|-1 < x < -1\}$ , 则实数  $m$  的值等于 ( ).

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

44. 若关于  $x$  的不等式  $(a^2 - 3)x^2 + 5x - 2 > 0$  的解集是  $\{x|\frac{1}{2} < x < 2\}$ , 则实数  $a$  的值等于 ( ).

- A. 1      B. -1      C.  $\pm 1$       D. 0

45. 若关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c < 0 (a \neq 0)$  的解集是空集, 则 ( ).

- A.  $a < 0$  且  $b^2 - 4ac > 0$       B.  $a < 0$  且  $b^2 - 4ac \leq 0$       C.  $a > 0$  且  $b^2 - 4ac \leq 0$       D.  $a > 0$  且  $b^2 - 4ac > 0$

46. 若对任何实数  $x$ , 二次函数  $y = ax^2 - x + c$  的值恒为负, 则  $a, c$  应满足 ( ).

- A.  $\begin{cases} a > 0, \\ ac \leq \frac{1}{4} \end{cases}$       B.  $\begin{cases} a < 0, \\ ac < \frac{1}{4} \end{cases}$       C.  $\begin{cases} a < 0, \\ ac > \frac{1}{4} \end{cases}$       D.  $\begin{cases} a < 0, \\ ac < 0 \end{cases}$

47. 若对任意实数  $x$ , 不等式  $x^2 + 2(1+k)x + 3 + k > 0$  恒成立, 则  $k$  的取值范围是 ( ).

- A.  $-1 < k < 2$       B.  $-1 \leq k \leq 2$       C.  $-2 < k < 1$       D.  $-2 \leq k \leq 1$

48. 若关于  $x$  的二次方程  $2(k+1)x^2 + 4kx + 3k - 2 = 0$  的两根同号, 则  $k$  的取值范围是 ( ).

- A.  $-2 < k < 1$       B.  $-2 \leq k < -1$  或  $\frac{2}{3} < k \leq 1$   
C.  $k < -1$  或  $k > \frac{2}{3}$       D.  $-2 < k < 1$  或  $\frac{2}{3} < k < 1$

49. 已知关于  $x$  的方程  $(m+3)x^2 - 4mx + 2m - 1 = 0$  的两根异号, 且负根的绝对值比正根大, 那么实数  $m$  的取值范围是 ( ).

- A.  $-3 < m < 0$       B.  $0 < m < 3$       C.  $m < -3$  或  $m > 0$       D.  $m < 0$  或  $m > 3$

50. 若  $\alpha, \beta$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - (k-2)x + k^2 + 3k + 5 = 0 (k \text{ 为实数})$  的两个实根, 则  $\alpha^2 + \beta^2$  的最大值等于 ( ).

- A. 19      B. 18      C.  $\frac{50}{9}$       D. -6

51. 不等式  $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) > 120$  的解为 ( ).
- A.  $x > 6$                       B.  $x < -1$  或  $x > 6$                       C.  $x < -1$                       D.  $-1 < x < 6$
52. 在三个关于  $x$  的方程  $x^2 - ax + 4 = 0$ ,  $x^2 + (a-1)x + 16 = 0$  和  $x^2 + 2ax + 3a + 10 = 0$  中, 已知至少有一个方程有实根, 则实数  $a$  的取值范围是 ( ).
- A.  $-4 \leq a \leq 4$                       B.  $-2 < a < 4$                       C.  $a \leq -2$  或  $a \geq 4$                       D.  $a < 0$
53. 若关于  $x$  的二次方程  $x^2 - 2mx + 4x + 2m^2 - 4m - 2 = 0$  有实根, 则其两根之积的最大值等于\_\_\_\_\_.
54. 使关于  $x$  的方程  $x^2 - kx + 2k - 3 = 0$  的两实根的平方和取最小值, 实数  $k$  的值等于\_\_\_\_\_.
55. 若关于  $x$  的不等式  $x^2 - mx + n \leq 0$  的解集是  $\{x | -5 \leq x \leq 1\}$ , 则实数  $m =$ \_\_\_\_\_,  $n =$ \_\_\_\_\_.
56. 若关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + 1 \geq 0$  的解集是  $\{x | -5 \leq x \leq 1\}$ , 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.
57. 若关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + 2 > 0$  的解集是  $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\}$ , 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.
58. 若关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx - 6 > 0$  的解集是  $\{x | 2 < x < 3\}$ , 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.
59. 若关于  $x$  的不等式  $(a+b)x + (2a-3b) < 0$  的解集是  $\{x | x > 3\}$ , 则不等式  $(a-3b)x + b - 2a > 0$  的解集是\_\_\_\_\_.
60. 若关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c < 0$  的解集是  $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > -\frac{1}{2}\}$ , 则关于  $x$  的不等式  $ax^2 - bx + c > 0$  的解集是\_\_\_\_\_.
61. 解不等式  $x^4 - 2x^2 + 1 > x^2 - 1$ .
62. 已知关于  $x$  的不等式  $kx^2 - 2x + 6k < 0 (k \neq 0)$ .
- (1) 若不等式的解集是  $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > -2\}$ , 求实数  $k$  的值;
- (2) 若不等式的解集是  $\{x | x \neq \frac{1}{k}\}$ , 求实数  $k$  的值;
- (3) 若不等式的解集是实数集, 求实数  $k$  的值.
63. 已知关于  $x$  的方程  $m(x-1) = 3(x+2)$  的解是正实数, 求实数  $m$  的取值范围.
64. 已知关于  $x$  的方程  $\frac{1}{4}x^2 - kx + 5k - 6 = 0$  无实数解, 求实数  $k$  的取值范围.
65. 已知关于  $x$  的方程  $kx^2 - (3k-1)x + k = 0$  有两个正实数根, 求实数  $k$  的取值范围.
66. 已知集合  $M = \{x | x^2 - 7x + 10 \leq 0\}$ ,  $N = \{x | x^2 - (2-m)x + 5 - m \leq 0\}$ , 且  $N \subseteq M$ , 求实数  $m$  的取值范围.
67. 已知集合  $A = \{x | x^2 + 4x + p < 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 求实数  $p$  的取值范围.
68. 已知集合  $A = \{x | x^2 + ax + 1 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.
69. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 + px + q < 0\}$ , 且  $A \cap B = \{x | -1 \leq x < 2\}$ , 求实数  $p, q$  的关系式及其取值范围.

70. 已知集合  $A = \{x | -2 < x < -1 \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$ ,  $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$ , 且  $A \cup B = \{x | x + 2 > 0\}$ ,  $A \cap B = \{x | \frac{1}{2} < x \leq 3\}$ , 求  $a, b$  的值.
71. 要使代数式  $mx^2 + (m-1)x + (m-1)$  的值恒为负值, 求实数  $m$  的取值范围.
72. 已知关于  $x$  的不等式  $(a^2 - 4)x^2 + (a + 2)x - 1 \geq 0$  的解集是空集, 求实数  $a$  的取值范围.
73. 若关于  $x$  的不等式  $\frac{x^2 - 8x + 20}{mx^2 + 2(m+1)x + 9m + 4} < 0$  的解集为  $\mathbf{R}$ , 求实数  $m$  的取值范围.
74. 当  $0^\circ < \varphi < 90^\circ$  时, 要使  $\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + 2} = \sin \varphi$  恒成立, 求实数  $x$  的取值范围.
75. 既要使关于  $x$  的不等式  $x^2 + (m - \frac{1}{2})x - \frac{7}{16} \leq 0$  有实数解, 又要使关于  $x$  的方程  $(2m+3)x^2 + mx + \frac{m-2}{4} = 0$  有实数解, 求实数  $m$  的取值范围.
76. 为长 80cm、宽 60cm 的工作台做一块台布, 使台布的面积是台面面积的两倍以上, 并使台子四边垂下的长度相等, 问: 垂下的长度至少是多少 (精确到 0.1cm)?
77. 已知非零实数  $x, y, z$ , 满足  $x + y + z = xyz$ ,  $x^2 = yz$ , 求证:  $x^2 \geq 3$ .
78. 已知  $a + b \geq 0$ , 求证:  $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$ .
79. 设  $a, b \in \mathbf{R}^+$ , 且  $a \neq b$ , 求证:  $a^ab^b > a^bb^a$ .
80. 已知  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , 求证:  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ .
81. 已知  $a, b, c > 0$ , 求证: (1)  $(a+b)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) \geq 4$ ;  
(2)  $(a+b+c)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}) \geq 9$ .
82. 已知正数  $a, b$  满足  $a + b = 1$ , 求证:  $\sqrt{2a+1} + \sqrt{2b+1} \leq 2\sqrt{2}$ .
83. 已知  $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 且  $\alpha \neq \beta$ , 求证:  $\tan \alpha + \tan \beta > 2 \tan \frac{\alpha + \beta}{2}$ .
84. 记  $f(x) = x^2 + ax + b$ , 求证:  $|f(1)|, |f(2)|, |f(3)|$  中至少有一个不小于  $\frac{1}{2}$ .
85. 已知  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $n \geq 2$ ,  $n \in \mathbf{N}$ , 求证:  $(1-x)^n + (1+x)^n \leq 2^n$ .
86. 已知  $x + 2y + 3z = 12$ , 求证:  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 \geq 24$ .
87. 已知  $a, b, c \in \mathbf{R}^+$ , 求证:  $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$  (当且仅当  $a = b = c$  时取等号).
88. 已知  $a > 0$ , 求证:  $x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x + \frac{1}{x}} \geq \frac{5}{2}$ .
89. 已知实数  $a, b, c$  满足  $a + b + c = 0$  和  $abc = 2$ , 求证:  $a, b, c$  中至少有一个不小于 2.
90. 已知  $0 < a < 1$ ,  $0 < b < 1$ , 求证:  $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(a-1)^2 + b^2} + \sqrt{a^2 + (b-1)^2} + \sqrt{(a-1)^2 + (b-1)^2} \geq 2\sqrt{2}$ .
91. 已知实数  $x, y, z$  不全为零, 求证:  $\sqrt{x^2 + xy + y^2} + \sqrt{y^2 + yz + z^2} + \sqrt{z^2 + zx + x^2} > \frac{3}{2}(x + y + z)$ .

92. 已知  $x \geq 0, y \geq 0$ , 求证:  $\frac{1}{2}(x+y)^2 + \frac{1}{4}(x+y) \geq x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$ .
93. 求证:  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \cdots + \frac{1}{n^2} < \frac{7}{4} (n \in \mathbf{N}^*)$ .
94. 已知  $x > 0, y > 0, a, b$  是正常数, 且满足  $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1$ , 求证:  $x + y \geq (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ .
95. 已知正数  $a, b$  满足  $a^2b = 1$ , 求  $a + b$  的最小值.
96. 求  $\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$  的最小值.
97. 已知直角三角形的周长为定值  $l$ , 求它面积的最大值.
98. 已知圆柱的体积为定值  $V$ , 求圆柱全面积的最小值.
99. 从半径为  $R$  的圆形铁片里剪去一个扇形, 然后把剩下部分卷成一个圆锥形漏斗, 要使漏斗有最大容量, 剪去扇形的圆心角  $\theta$  应是多少弧度?
100. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中, 已知  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A, \angle B, \angle C$  的对边  $a, b, c$  满足  $a + b = cx$ . 设  $\triangle ABC$  绕直线  $AB$  旋转一周所得的旋转体的侧面积为  $S_1$ ,  $\triangle ABC$  的内切圆面积为  $S_2$ . 求:
- (1) 函数  $f(x) = \frac{S_1}{S_2}$  的解析式和定义域;
  - (2) 函数  $f(x)$  的最小值.
101. 用比较法证明以下各题:
- (1) 已知  $a > 0, b > 0$ , 求证:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{\sqrt{ab}}$ ;
  - (2) 已知  $a > 0, b > 0$ , 求证:  $\frac{b}{\sqrt{a}} + \frac{a}{\sqrt{b}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ;
  - (3) 已知  $a > 0, b > 0$ , 求证:  $a^2 + b^2 \geq (a+b)\sqrt{ab}$ ;
  - (4) 已知  $0 < x < 1$ , 求证:  $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{1-x} \geq (a+b)^2$ .
102. 已知  $a \geq 0, b \geq 0$ , 求证:  $a^3 + b^3 \geq a^2b + b^2a$ .
103. 已知  $x \in \mathbf{R}^+, y \in \mathbf{R}^+, n \in \mathbf{N}$ , 求证:  $x^{n+1} + y^{n+1} \geq x^n y + xy^n$ .
104. 已知  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 求证:  $a(b^2 + c^2) + b(c^2 + a^2) + c(a^2 + b^2) \geq 6abc$ .
105. 求证:  $a^5 + b^5 \geq \frac{1}{2}(a^3 + b^3)(a^2 + b^2) (a > 0, b > 0)$ .
106. 求证:  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca (a, b, c \text{ 是实数})$ .
107. 已知  $a > b > c$ , 求证:  $a^2b + b^2c + c^2a > ab^2 + bc^2 + ca^2$ .
108. 在  $\triangle ABC$  中, 记  $a, b, c$  分别是角  $A, B, C$  的对边,  $S$  是  $\triangle ABC$  的面积, 求证:  $c^2 - a^2 - b^2 + 4ab \geq 4\sqrt{3}S$ .
109. 设  $a, b \in \mathbf{N}$ , 则  $\sqrt{2}$  在  $\frac{b}{a}$  与  $\frac{2a+b}{a+b}$  之间.
110. 已知  $a, b, c$  都是正数, 求证:  $a^{2a}b^{2b} \geq a^{b+c}b^{c+a}c^{a+b}$ .

111. 下列命题中, 正确的一个是 ( ).

A. 若  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , 且  $a > b$ , 则  $ac^2 > bc^2$

B. 若  $a, b \in \mathbf{R}$ , 且  $a \cdot b \neq 0$ , 则  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

C. 若  $a, b \in \mathbf{R}$ , 且  $a > |b|$ , 则  $a^n > b^n (n \in \mathbf{N})$

D. 若  $a > b, c < d$ , 则  $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$

112. 下列各式中, 对任何实数  $x$  都成立的一个是 ( ).

A.  $\lg(x^2 + 1) \geq \lg 2x$

B.  $x^2 + 1 > 2x$

C.  $\frac{1}{x^2 + 1} \leq 1$

D.  $x + \frac{1}{x} \geq 2$

113. 已知,  $a, b \in \mathbf{R}$ , 且  $a, b \neq 0$ , 则在①  $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab$ ; ②  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$ ; ③  $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$ ; ④  $(\frac{a+b}{2})^2 \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$  这四个式子中, 恒成立的个数是 ( ).

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

114. 若  $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$ , 则  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$  的最小值为\_\_\_\_\_,  $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$  的最小值为\_\_\_\_\_,  $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c}$  的最小值为\_\_\_\_\_,  $(a+b)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$  的最小值为\_\_\_\_\_,  $(\frac{b}{a} + \frac{d}{c})(\frac{c}{b} + \frac{a}{d})$  的最小值为\_\_\_\_\_.

115. 若  $x > 0$ , 则  $x + \frac{1}{x}$  的最小值为\_\_\_\_\_; 若  $x < 0$ , 则  $(-x) + \frac{1}{-x}$  的最小值为\_\_\_\_\_,  $x + \frac{1}{x}$  的最大值为\_\_\_\_\_.

116. 若  $a > 1, b > 1, c > 1$ , 则  $\log_a b + \log_b a$  的最小值为\_\_\_\_\_,  $\log_a b + \log_b c + \log_c a$  的最小值为\_\_\_\_\_.

117. 若  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ , 则  $\log_a b + \log_b a$  的最小值为\_\_\_\_\_.

118. 若  $a > 1, 0 < b < 1$ , 则  $\log_a b + \log_b a$  的最大值为\_\_\_\_\_.

119. 设  $a, b$  为正数, 且  $a + b \leq 4$ , 则下列各式中, 一定正确的是 ( ).

A.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 1$

D.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 1$

120. 若  $a, b, c$  均大于 1, 且  $\log_a c \cdot \log_b c = 4$ , 则下列各式中, 一定正确的是 ( ).

A.  $ac \geq b$

B.  $ab \geq c$

C.  $bc \geq a$

D.  $ab \leq c$

121. 若  $a > 0, b > 0$ , 且  $a \neq b$ , 则下列各式恒成立的是 ( ).

A.  $\frac{2ab}{a+b} < \frac{a+b}{2} < \sqrt{ab}$

B.  $\sqrt{ab} < \frac{2ab}{a+b} < \frac{a+b}{2}$

C.  $\frac{2ab}{a+b} < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$

D.  $\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < \frac{2ab}{a+b}$

122. 利用公式  $a^2 + b^2 \geq 2ab$  或  $a + b \geq 2\sqrt{ab} (a, b \geq 0)$ , 求证: 若  $x > 0, y > 0$ , 则  $\sqrt{(1+x)(1+y)} \geq 1 + \sqrt{xy}$ .

123. 利用公式  $a^2 + b^2 \geq 2ab$  或  $a + b \geq 2\sqrt{ab} (a, b \geq 0)$ , 求证: 若  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 则  $ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a) \geq 6abc$ .

124. 利用公式  $a^2 + b^2 \geq 2ab$  或  $a + b \geq 2\sqrt{ab} (a, b \geq 0)$ , 求证: 若  $a > 0, b > 0$ , 则  $a + b + \frac{1}{\sqrt{ab}} \geq 2\sqrt{2}$ .

125. 利用公式  $a^2 + b^2 \geq 2ab$  或  $a + b \geq 2\sqrt{ab} (a, b \geq 0)$ , 求证: 若  $m = x\cos^2\theta + y\sin^2\theta, n = x\sin^2\theta + y\cos^2\theta$ , 则  $mn \geq xy$ .



126. 利用公式  $a^2 + b^2 \geq 2ab$  或  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$  ( $a, b \geq 0$ ), 求证: 若  $x + 3y - 1 = 0$ , 则  $2^x + 8^y \geq 2\sqrt{2}$ .
127. 利用公式  $a^2 + b^2 \geq 2ab$  或  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$  ( $a, b \geq 0$ ), 求证:  $\log_{0.5}(\frac{1}{4^a} + \frac{1}{4^b}) \leq a + b - 1$ .
128. 已知  $x > 0, y > 0, x + y = 1$ , 求证:
- (1)  $(1 + \frac{1}{x})(1 + \frac{1}{y}) \geq 9$ ;
  - (2)  $(\frac{1}{x^2} - 1)(\frac{1}{y^2} - 1) \geq 9$ .
129. 已知  $a > 0, b > 0, c > 0, a + b + c = 1$ , 求证:  $(1 - a)(1 - b)(1 - c) \geq 8abc$ .
130. 已知  $a > 0, b > 0, c > 0, a + b + c = 1$ , 求证:  $(\frac{1}{a} - 1)(\frac{1}{b} - 1)(\frac{1}{c} - 1) \geq 8$ .
131. 已知  $a > 0, b > 0, c > 0, a + b + c = 1$ , 求证:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$ .
132. 已知  $a > 0, b > 0, c > 0, a + b + c = 1$ , 求证:  $\frac{1}{abc} \geq 27$ .
133. 已知  $a > 0, b > 0, c > 0, a + b + c = 1$ , 求证:  $(1 + \frac{1}{a})(1 + \frac{1}{b})(1 + \frac{1}{c}) \geq 64$ .
134. 利用公式  $\frac{a+b+c}{3} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{3}}$ , 求证:  $\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{b^2+c^2} + \sqrt{c^2+a^2} \geq \sqrt{2}(a+b+c)$ .
135. 利用公式  $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ , 求证: 若  $a+b=1$  ( $a, b \geq 0$ ), 则  $\sqrt{2a+1} + \sqrt{2b+1} \leq 2\sqrt{2}$ .
136. 利用公式  $\frac{a+b+c}{3} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{3}}$ , 求证: 若  $a+b+c=1$  ( $a, b, c \geq 0$ ), 则  $\sqrt{13a+1} + \sqrt{13b+1} + \sqrt{13c+1} \leq 4\sqrt{3}$ .
137. 利用公式  $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ , 求证:  $a \cos \varphi + b \sin \varphi + c \leq \sqrt{2(a^2+b^2+c^2)}$ .
138. 利用  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$  ( $a, b, c \in \mathbf{R}$ ), 证明: 若  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 则  $\frac{a^2}{b^2} + b^2c^2 + c^2a^2a + b + c \geq abc$ .
139. 利用  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$  ( $a, b, c \in \mathbf{R}$ ), 证明: 若半径为 1 的圆内接  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{1}{4}$ , 二边长分别为  $a, b, c$ , 则
- (1)  $abc = 1$ ;
  - (2)  $\sqrt{b} + \sqrt{c} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ .
140. 利用  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$  ( $a, b, c \in \mathbf{R}$ ), 证明: 若  $a, b, c > 0, n \in \mathbf{N}$ ,  $f(n) = \lg \frac{a^n + b^n + c^n}{3}$ , 则  $2f(n) \leq f(2n)$ .
141. 利用放缩法并结合公式  $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$ , 证明:  $\lg 9 \cdot \lg 11 < 1$ .
142. 利用放缩法并结合公式  $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$ , 证明:  $\log_a(a-1) \cdot \log_a(a+1) < 1$  ( $a > 1$ ).
143. 利用放缩法并结合公式  $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$ , 证明: 若  $a > b > c$ , 则  $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{4}{c-a} \geq 0$ .
144. 利用放缩法证明:  $\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+4} + \cdots + \frac{1}{n^2} > 1$  ( $n \in \mathbf{N}, n \geq 2$ ).

145. 利用放缩法证明:  $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} < 1 (n \in \mathbf{N})$ .
146. 利用放缩法证明: 已知  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 且  $a^2 + b^2 = c^2$ , 求证:  $a^n + b^n < c^n (n \geq 3, n \in \mathbf{N})$ .
147. 利用拆项法证明: 若  $x > y, xy = 1$ , 则  $\frac{x^2 + y^2}{x - y} \geq 2\sqrt{2}$ .
148. 利用拆项法证明:  $\frac{1}{2}(a^2 + b^2) + 1 \geq \sqrt{a^2 + 1} \cdot \sqrt{b^2 + 1}$ .
149. 利用拆项法证明: 若  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 则  $2(\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}) \leq 3(\frac{a+b+c}{3} - \sqrt[3]{abc})$ .
150. 利用拆项法证明:  $2(\sqrt{n+1} - 1) < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n} (n \in \mathbf{N})$ .
151. 利用迭代法证明: 若正数  $x, y$  满足  $x + 2y = 1$ , 则  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 3 + 2\sqrt{2}$ .
152. 利用迭代法证明:  $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{3}{\cos^2 \alpha} \geq 4 + 2\sqrt{3}$ .
153. 利用迭代法证明: 若  $x, y > 0, a, b$  为正常数, 且  $\frac{a}{x} + \frac{a}{y} = 1$ , 则  $x + y \geq (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ .
154. 利用判别式法证明:  $\frac{1}{3} \leq \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \leq 3$ .
155. 利用判别式法证明: 若关于  $x$  的不等式  $(a^2 - 1)x^2 - (a - 1)x - 1 < 0 (a \in \mathbf{R})$  对任意实数  $x$  恒成立, 则  $-\frac{3}{5} < a \leq 1$ .
156. 利用函数的单调性证明: 若  $x > 0, y > 0, x + y = 1$ , 则  $(x + \frac{1}{x})(y + \frac{1}{y}) \geq \frac{25}{4}$ .
157. 利用函数的单调性证明: 若  $0 < a < \frac{1}{k} (k \geq 2, k \in \mathbf{N})$ , 且  $a^2 < a - b$ , 则  $b < \frac{1}{k+1}$ .
158. 利用三角换元法证明: 若  $a^2 + b^2 = 1$ , 则  $a \sin x + b \cos x \leq 1$ .
159. 利用三角换元法证明: 若  $|a| < 1, |b| < 1$ , 则  $|ab \pm \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}| \leq 1$ .
160. 利用三角换元法证明: 若  $x^2 + y^2 \leq 1$ , 则  $-\sqrt{2} \leq x^2 + 2xy - y^2 \leq \sqrt{2}$ .
161. 利用三角换元法证明: 若  $|x| \leq 1$ , 则  $(1+x)^n + (1-x)^n \leq 2^n$ .
162. 利用三角换元法证明: 若  $a > 0, b > 0$ , 且  $a - b = 1$ , 则  $0 < \frac{1}{a}(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}})(\sqrt{b} + \frac{1}{\sqrt{b}}) < 1$ .
163. 利用三角换元法证明:  $0 < \sqrt{1+x} - \sqrt{x} \leq 1$ .
164. 试构造几何图形证明: 若  $f(x) = \sqrt{1+x^2}, x > b > 0$ , 则  $|f(a) - f(b)| < |a - b|$ .
165. 试构造几何图形证明: 若  $x, y, z > 0$ , 则  $\sqrt{x^2 + y^2 + xy} + \sqrt{y^2 + z^2 + yz} > \sqrt{z^2 + x^2 + zx}$ .
166. 利用均值换元证明: 若  $a > 0, b > 0$ , 且  $a + b = 1$ , 则  $\frac{4}{3} \leq \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} < \frac{3}{2}$ .
167. 利用均值换元证明: 若  $a + b + c = 1$ , 则  $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$ .
168. 利用设差换元证明: 若  $x \geq y \geq 0$ , 则  $\sqrt{2xy - y^2} + \sqrt{x^2 - y^2} \geq x$ .

169. 已知  $a, b, c$  都是正数, 求证:  $a^a b^b c^c \geq (abc)^{\frac{a+b+c}{3}}$ .
170. 已知正数  $a, b$  满足  $a + b = 1$ , 求证:  $(ax + by)(ay + bx) \geq xy$ .
171. 已知正数  $a, b$  满足  $a + b = 1$ , 求证:  $(a + \frac{1}{a})^2 + (b + \frac{1}{b})^2 \geq \frac{25}{2}$ .
172. 已知正数  $a, b$  满足  $a + b = 1$ , 求证:  $(a + \frac{1}{a})(b + \frac{1}{b}) \geq \frac{25}{4}$ .
173. 已知正数  $a, b, c$  满足  $a + b + c = 1$ , 求证:  $(a + \frac{1}{a}) + (b + \frac{1}{b}) + (c + \frac{1}{c}) \geq 10$ .
174. 已知正数  $a, b, c$  满足  $a + b + c = 1$ , 求证:  $(a + \frac{1}{a})^2 + (b + \frac{1}{b})^2 + (c + \frac{1}{c})^2 \geq \frac{100}{3}$ .
175. 已知正数  $a, b, c$  满足  $a + b + c = 1$ , 求证:  $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}} \geq 3\sqrt{3}$ .
176. 已知  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ , 求证:  $-\frac{1}{2} \leq ab + bc + ca \leq 1$ .
177. 已知  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ , 求证:  $|abc| \leq \frac{\sqrt{3}}{9}$ .
178. 已知  $x > 1$ , 求证:  $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} > \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ .
179. 已知  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 求证:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 2(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a})$ .
180. 已知  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 求证:  $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} \geq \frac{3}{2}$ .
181. 已知  $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 求证:  $\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha \sin^2 \beta \cos^2 \beta} \geq 9$ .
182. 已知  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 求证:  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \geq \frac{9}{2(a+b+c)}$ .
183. 已知  $\tan \alpha, \tan \beta$  是关于  $x$  的方程  $mx^2 + (2m-3)x + (m-2) = 0 (m \neq 0)$  的两根, 求证:  $\tan(\alpha + \beta) \geq -\frac{3}{4}$ .
184. 已知长方体的对角线长为定长  $l$ , 求证: 它的体积  $V \leq \frac{\sqrt{3}l^3}{9}$ .
185. 在  $\triangle ABC$  中, 求证:  $\cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$ .
186. 在  $\triangle ABC$  中, 求证:  $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leq \frac{1}{8}$ .
187. 在  $\triangle ABC$  中, 求证:  $\tan A \tan B \tan C \geq 3\sqrt{3}$ , 其中三内角  $A, B, C$  都是锐角.
188. 在  $\triangle ABC$  中, 求证:  $a^2 + b^2 + c^2 \geq 4\sqrt{3}S$ , 其中三内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 三角形的面积为  $S$ .
189. 已知  $f(x) = \lg \frac{1 + 2^x + a \cdot 4^x}{3} (a \in \mathbf{R})$ .
- (1) 如果  $x \leq 1$  时  $f(x)$  有意义, 求  $a$  的取值范围;
- (2) 如果  $0 < a \leq 1$ , 求证:  $x \neq 0$  时,  $2f(x) < f(2x)$ .
190. 求证:  $2 + \sin \theta + \cos \theta \geq \frac{2}{2 - \sin \theta - \cos \theta}$ .
191. 求证:  $-1 < \frac{4 \sin \theta + 3}{\sin^2 \theta + 1} \leq 4$ .



212. 若  $x > 1$ , 则  $\frac{x^2 - 2x + 2}{2x - 2}$  有 ( ).
- A. 最小值 1                      B. 最大值 1                      C. 最小值 -1                      D. 最大值 -1
213. 若  $x, y \in \mathbf{R}^+$ , 且  $x^2 + y^2 = 1$ , 则  $x + y$  的最大值是\_\_\_\_\_.
214. 若  $x + 2y = 2\sqrt{2}a (x > 0, y > 0, a > 1)$ , 则  $\log_a x + \log_a y$  的最大值是\_\_\_\_\_.
215. 若  $x > 1$ , 则  $2 + 3x + \frac{4}{x-1}$  的最小值\_\_\_\_\_, 此时  $x =$ \_\_\_\_\_.
216. 若  $x > 0$ , 则  $x + \frac{1}{x} + \frac{16x}{x^2 + 1}$  的最小值是\_\_\_\_\_, 此时  $x =$ \_\_\_\_\_.
217. 若正数  $a, b$  满足  $a^2 + \frac{b^2}{2} = 1$ , 则  $a\sqrt{1+b^2}$  的最大值为\_\_\_\_\_, 此时  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.
218. 若  $x > 0$ , 则  $3x + \frac{12}{x^2}$  的最小值是\_\_\_\_\_, 此时  $x =$ \_\_\_\_\_.
219. 若  $0 < x < \frac{1}{3}$ , 则  $x^2(1-3x)$  的最大值是\_\_\_\_\_, 此时  $x =$ \_\_\_\_\_.
220. 若  $xy > 0$ , 且  $x^2y = 2$ , 则  $xy + x^2$  的最小值是\_\_\_\_\_.
221.  $\sin^4 \alpha \cos^2 \alpha$  的最大值是\_\_\_\_\_, 此时  $\sin \alpha =$ \_\_\_\_\_,  $\cos \alpha =$ \_\_\_\_\_.
222. 若正数  $x, y, z$  满足  $5x + 2y + z = 100$ , 则  $\lg x + \lg y + \lg z$  的最大值是\_\_\_\_\_.
223. 若  $\frac{x^2}{4} + y^2 = x$ , 则  $x^2 + y^2$  有 ( ).
- A. 最小值 0, 最大值 16      B. 最小值  $-\frac{1}{3}$ , 最大值 0      C. 最小值 0, 最大值 1      D. 最小值 1, 最大值 2
224.  $|\sin x| + |\cos x|$  的最大值是 ( ).
- A. 2                      B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$
225. 若  $x > 0$ , 则  $\frac{x}{x^3 + 2}$  的最大值是 ( ).
- A. 5                      B. 3                      C. 1                      D.  $\frac{1}{3}$
226. 若正数  $a, b$  满足  $ab - (a + b) = 1$ , 则  $a + b$  的最小值是 ( ).
- A.  $2 + 2\sqrt{2}$                       B.  $2\sqrt{2} - 2$                       C.  $\sqrt{5} + 2$                       D.  $\sqrt{5} - 2$
227. 已知  $a > 1$  且  $a^{\lg b} = \sqrt[4]{2}$ , 求  $\log_2(ab)$  的最小值.
228. 求函数  $y = \frac{x^4 + 3x^2 + 3}{x^2 + 1}$  的最小值.
229. 求  $f(x) = 4x^2 + \frac{16}{(x^2 + 1)^2}$  的最小值.
230. 求  $f(x) = x^2 - 3x - 2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} (x > 0)$  的最小值.
231. 若  $x, y > 0$ , 求  $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x+y}}$  的最大值.

232. 已知正常数  $a, b$  和正变数  $x, y$  满足  $a + b = 10, \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1, x + y$  的最小值为 18, 求  $a, b$  的值.
233. 已知  $x^2 + y^2 = 1$ , 求  $(1 + xy)(1 - xy)$  的最大值和最小值.
234. 已知  $x^2 + y^2 = 3, a^2 + b^2 = 4$ , 求  $ax + by$  的最大值和最小值.
235. 已知  $\sqrt{1 - y^2} + y\sqrt{1 - x^2} = 1$ , 求  $x + y$  的最大值和最小值.
236. 已知函数  $f(x) = \frac{2^{x+3}}{4^x + 8}$ .
- (1) 求  $f(x)$  的最大值;
- (2) 对于任意实数  $a, b$ , 求证:  $f(a) < b^2 - 4b + \frac{11}{2}$ .
237. 若直角三角形的周长为 1, 求它的面积的最大值.
238. 若直角三角形的内切圆半径为 1, 求它的面积的最小值.
239. 若球半径为  $R$ , 试求它的内接圆柱的最大体积. 请指出下向解法的错误, 并给出正确的解答.
- 解: 设圆柱底面半径为  $r$ , 则  $4r^2 = 4R^2 - h^2$ , 而  $V = \pi r^2 h = \frac{\pi}{4}(4R^2 - h^2)h = \frac{\pi}{4}(2R + h)(2R - h) = \frac{\pi}{8}(2R + h)(4R - 2h)h \leq \frac{\pi}{8}\left(\frac{2R + h + 4R - 2h + h}{3}\right)^3 = \frac{\pi}{8}(2R)^3 = \pi R^3$ . 所以所求最大体积为  $\pi R^3$ .
240. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $BC = a, CA = b, AB = c, \angle ACB = \theta$ . 现将  $\triangle ABC$  分别以  $BC, CA, AB$  所在直线为轴旋转一周, 设所得三个旋转体的体积依次为  $V_1, V_2, V_3$ .
- (1) 设  $T = \frac{V_3}{V_1 + V_2}$ , 试用  $a, b, c$  表示  $T$ ;
- (2) 若  $\theta$  为定值, 并令  $\frac{a + b}{c} = x$ , 将  $T = \frac{V_3}{V_1 + V_2}$  表示为  $x$  的函数, 写出这个函数的定义域, 并求这个函数的最大值  $M$ ;
- (3) 若  $\theta \in [\frac{\pi}{3}, \pi)$ , 求 (2) 中  $M$  的最大值.
241. 已知  $A(0, \sqrt{3}a), B(-a, 0), C(a, 0)$  是等边  $\triangle ABC$  的顶点, 点  $M, N$  分别在边  $AB, BC$  上, 且将  $\triangle ABC$  的面积两等分, 记  $N$  的横坐标为  $x, |MN| = y$ .
- (1) 写出  $y = f(x)$  的表达式;
- (2) 求  $y = f(x)$  的最小值.
242. 已知  $\triangle ABC$  内接于单位圆, 且  $(1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$ .
- (1) 求证: 内角  $C$  为定值;
- (2) 求  $\triangle ABC$  面积的最大值.
243. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集是  $\{x | \alpha < x < \beta\}$ , 其中  $0 < \alpha < \beta$ , 求  $cx^2 + bx + a < 0$  的解集.
244. 解不等式  $(x + 1)^2(x - 1)(x - 4)^3 > 0$ .
245. 解不等式  $\frac{3x^2 - 14x + 14}{x^2 - 6x + 8} \geq 1$ .
246. 解不等式  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} > x - 3$ .

247. 解不等式  $\sqrt{2x-1} < x-2$ .

248. 解不等式  $|x^2-4| \leq x+2$ .

249. 解不等式  $|x^2-\frac{1}{2}| > 2x$ .

250. 解关于  $x$  的不等式  $|\log_a x| < |\log_a(ax^2)| - 2 (0 < a < 1)$ .

251. 若关于  $x$  的不等式  $2x-1 > a(x-2)$  的解集是  $\mathbf{R}$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( ).

- A.  $a > 2$                       B.  $a = 2$                       C.  $a < 2$                       D.  $a$  不存在

252. 若关于  $x$  的不等式  $ax^2+bx-2 > 0$  的解集是  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$ , 则  $ab$  等于 ( ).

- A.  $-24$                       B.  $24$                       C.  $14$                       D.  $-14$

253. 若关于  $x$  的不等式  $(a-2)x^2+2(a-2)x-4 < 0$  对一切实数  $x$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是 ( ).

- A.  $(-\infty, 2]$                       B.  $(-\infty, -2)$                       C.  $(-2, 2]$                       D.  $(-2, 2)$

254. 若  $q < 0 < p$ , 则不等式  $q < \frac{1}{x} < p$  的解集为 ( ).

- A.  $\{x | \frac{1}{q} < x < \frac{1}{p}, x \neq 0\}$                       B.  $\{x | x < \frac{1}{q} \text{ 或 } x > \frac{1}{p}\}$   
C.  $\{x | -\frac{1}{p} < x < -\frac{1}{q}, x \neq 0\}$                       D.  $\{x | \frac{1}{p} < x < -\frac{1}{q}\}$

255. 若关于  $x$  的不等式  $(a+b)x+2a-3b < 0$  的解集是  $\{x | x < -\frac{1}{3}\}$ , 则  $(a-3b)x+b-2a > 0$  的解集是\_\_\_\_\_.

256. 若不等式  $\frac{2x^2+2kx+k}{4x^2+6x+3} < 1$  对一切  $x \in \mathbf{R}$  恒成立, 则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

257. 若关于  $x$  的不等式  $ax^2+bx+c > 0$  的解集是  $\{x | 3 < x < 5\}$ , 则不等式  $cx^2+bx+a < 0$  的解集是\_\_\_\_\_.

258. 若关于  $x$  的不等式  $\frac{x-a}{x^2-3x+2} \geq 0$  的解集是  $\{x | 1 < x \leq a \text{ 或 } x > 2\}$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

259. 不等式  $(x+2)(x+1)^2(x-1)^3(x-3) > 0$  的解集为:\_\_\_\_\_.

260. 不等式  $\frac{(x-1)^2(x+2)}{(x-3)(x-4)} \leq 0$  的解集为:\_\_\_\_\_.

261. 不等式  $x+1 \leq \frac{4}{x+1}$  的解集为:\_\_\_\_\_.

262. 若不等式  $f(x) \geq 0$  的解集为  $[1, 2]$ , 不等式  $g(x) \geq 0$  的解集为  $\emptyset$ , 则不等式  $\frac{f(x)}{g(x)}$  的解集是 ( ).

- A.  $\emptyset$                       B.  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$                       C.  $[1, 2)$                       D.  $\mathbf{R}$

263. 若关于  $x$  的不等式  $ax^2-bx+c < 0$  的解集为  $(-\infty, \alpha) \cup (\beta, +\infty)$ , 其中  $\alpha < \beta < 0$ , 则不等式  $cx^2+bx+a > 0$  的解集为 ( ).

- A.  $(\frac{1}{\beta}, \frac{1}{\alpha})$                       B.  $(\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta})$                       C.  $(-\frac{1}{\beta}, -\frac{1}{\alpha})$                       D.  $(-\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\beta})$

264. 解关于  $x$  的不等式:  $m^2x-1 < x+m$ .

265. 解关于  $x$  的不等式:  $x^2 - ax - 2a^2 < 0$ .
266. 已知关于  $x$  的不等式  $\sqrt{x} > ax + \frac{3}{2}$  的解集是  $\{x|4 < x < b\}$ , 求  $a, b$  的值.
267. 已知  $x = 3$  是不等式  $ax > b$  解集中的元素, 求实数  $a, b$  应满足的条件.
268. 已知集合  $\{x|x < -2 \text{ 或 } x > 3\}$  是集合  $\{x|2ax^2 + (2 - ab)x - b > 0\}$  的子集, 求实数  $a, b$  的取值范围.
269. 已知集合  $A = \{x|\frac{2x-1}{x^2+3x+2} > 0\}$ ,  $B = \{x|x^2 + ax + b \leq 0\}$ , 且  $A \cap B = \{x|\frac{1}{2} < x \leq 3\}$ , 求实数  $a, b$  的取值范围.
270. 已知集合  $A = \{x|(x+2)(x+1)(2x-1) > 0\}$ ,  $B = \{x|x^2 + ax + b \leq 0\}$ , 且  $A \cup B = \{x|x+2 > 0\}$ ,  $A \cap B = \{x|\frac{1}{2} < x \leq 3\}$ , 求实数  $a, b$  的值.
271. 已知关于  $x$  的不等式  $x^2 - ax - 6a \leq 0$  有解, 且解  $x_1, x_2$  满足  $|x_1 - x_2| \leq 5$ , 求实数  $a$  的取值范围.
272. 已知关于  $x$  的方程  $3x^2 + x \log_{\frac{2}{3}} a + 2 \log_{\frac{1}{2}} a = 0$  的两根  $x_1, x_2$  满足条件  $-1 < x_1 < 0 < x_2 < 1$ , 求实数  $a$  的取值范围.
273. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 + (m^2 - 1)x + m - 2 = 0$  的一个根比  $-1$  小, 另一个根比  $1$  大, 求参数  $m$  的取值范围.
274. 已知集合  $A = \{x|x - a > 0\}$ ,  $B = \{x|x^2 - 2ax - 3a^2 < 0\}$ , 求  $A \cap B$  与  $A \cup B$ .
275. 不等式  $\sqrt{x+3} > -1$  的解集是 ( ).
- A.  $\{x|x > -2\}$                       B.  $\{x|x \geq -3\}$                       C.  $\emptyset$                       D.  $\mathbf{R}$
276. 不等式  $(x-1)\sqrt{x+2} \geq 0$  的解集是 ( ).
- A.  $\{x|x > 1\}$                       B.  $\{x|x \geq 1\}$                       C.  $\{x|x \geq 1 \text{ 或 } x = -2\}$                       D.  $\{x|x > 1 \text{ 或 } x = -2\}$
277. 与不等式  $\sqrt{(x-4)(x+3)} \leq 1$  的解完全相同的不等式是 ( ).
- A.  $|(x-4)(x+3)| \leq 1$                       B.  $(x-4)(x+3) \leq 1$                       C.  $\lg[(x-4)(x+3)] \leq 0$                       D.  $0 \leq (x-4)(x+3) \leq 1$
278. 解不等式:  $\sqrt{x-5} + 4x - 3 > 3x + 1 + \sqrt{x-5}$ .
279. 解不等式:  $\sqrt{x^2+1} > \sqrt{x^2-x+3}$ .
280. 解不等式:  $(x-4)\sqrt{x^2-3x-4} \geq 0$ .
281. 解不等式:  $\frac{x+1}{x+4} \sqrt{\frac{x+3}{1-x}} < 0$ .
282. 解不等式:  $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-5} \geq \sqrt{5-x}$ .
283. 解不等式:  $\sqrt{x-6} + \sqrt{x-3} \geq \sqrt{3-x}$ .
284. 解不等式:  $\sqrt{2-x} < x$ .
285. 解不等式:  $\sqrt{4-x^2} < x+1$ .



286. 解不等式:  $\sqrt{3-2x} > x$ .

287. 解不等式:  $\sqrt{(x-1)(2-x)} > 4-3x$ .

288. 不等式  $\sqrt{4-x^2} + \frac{|x|}{x} \geq 0$  的解集是 ( ).

A.  $[-2, 2]$

B.  $[-\sqrt{3}, 0) \cup (0, 2]$

C.  $[-2, 0] \cup (0, 2]$

D.  $[-\sqrt{3}, 0) \cup (0, \sqrt{3}]$

289. 已知关于  $x$  的不等式  $\sqrt{2x-x^2} > kx$  的解集是  $\{x|0 < x \leq 2\}$ , 则实数  $k$  的取值范围是 ( ).

A.  $k < 0$

B.  $k \geq 0$

C.  $0 < k < 2$

D.  $-\frac{1}{2} < k < 0$

290. 解不等式:  $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} < 1$ .

291. 解不等式:  $\sqrt{x^2-5x-6} < |x-3|$ .

292. 解不等式:  $|2\sqrt{x+3} - x + 1| < 1$ .

293. 解关于  $x$  的不等式:  $\sqrt{a(a-x)} > a-2x (a > 0)$ .

294. 解关于  $x$  的不等式:  $\sqrt{4x-x^2} > ax (a < 0)$ .

295. 解关于  $x$  的不等式:  $\sqrt{1-ax} < x-1 (a > 0)$ .

296. 解关于  $x$  的不等式:  $\sqrt{a^2-x^2} > 2x-a$ .

297.  $\lg x^2 < 2$  的解集是 ( ).

A.  $\{x|-10 < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 10\}$

B.  $\{x|x < 10\}$

C.  $\{x|0 < x < 10\}$

D.  $\{x|-10 < x < 10\}$

298. 若  $f(x) = \log_2 x$ , 则不等式  $[f(x)]^2 > f(x^2)$  的解集是 ( ).

A.  $\{x|0 < x < \frac{1}{4}\}$

B.  $\{x|\frac{1}{4} < x < 1\}$

C.  $\{x|0 < x < 1 \text{ 或 } x > 4\}$

D.  $\{x|\frac{1}{4} < x < 4\}$

299. 若  $a, b$  都是小于 1 的正数, 且  $a^{\log_b(x-5)} < 1$ , 则  $x$  的取值范围是 ( ).

A.  $x > 5$

B.  $x < 6$

C.  $5 < x < 6$

D.  $x < 5$  或  $x > 6$

300. 不等式  $\log_x \frac{4}{5} < 1$  的解集是 ( ).

A.  $\{x|0 < x < \frac{4}{5}\}$

B.  $\{x|x > \frac{4}{5}\}$

C.  $\{x|\frac{4}{5} < x < 1\}$

D.  $\{x|0 < x < \frac{4}{5}\} \cup \{x|x > 1\}$

301. 若函数  $f(x) = \log_{a^2-1}(2x+1)$  在区间  $(-\frac{1}{2}, 0)$  内恒有  $f(x) > 0$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( ).

A.  $0 < a < 1$

B.  $a > 1$

C.  $-\sqrt{2} < a < -1$  或  $1 < a < \sqrt{2}$

D.  $a < -\sqrt{2}$  或  $a > \sqrt{2}$

302. 若不等式  $\log_a(x^2-2x+3) \leq -1$  对一切实数都成立, 则  $a$  的取值范围是 ( ).

A.  $a \geq 2$

B.  $1 < a \leq 2$

C.  $\frac{1}{2} \leq a < 1$

D.  $0 < a \leq \frac{1}{2}$

303. 解关于  $x$  的不等式:  $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$ .
304. 解关于  $x$  的不等式:  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2-x-2) > \log_{\frac{1}{3}}(2x^2-7x+3)$ .
305. 解关于  $x$  的不等式:  $\log_x \frac{1}{2} < 1$ .
306. 解关于  $x$  的不等式:  $\lg(x - \frac{1}{x}) < 0$ .
307. 解关于  $x$  的不等式:  $\log_2 |x - \frac{1}{2}| < -1$ .
308. 已知集合  $M = \{x | \log_3(x-m) > 1\}$  与  $P = \{x | 3^{5-3x} \geq \frac{1}{3}\}$  满足  $M \cap P \neq \emptyset$ , 求实数  $m$  的取值范围.
309. 解不等式:  $\log_8(2-x) + \log_{64}(x+1) \geq \log_4 x$ .
310. 解不等式:  $\log_{0.5}(x+13) < \log_{0.5}(x^2-2x-15)$ .
311. 解不等式:  $\log_x(3\sqrt{x-1}-1) > 1$ .
312. 解不等式:  $\log_{x-1}(6-x-x^2) > 2$ .
313. 解不等式:  $\frac{1}{\log_2(x-1)} < \frac{1}{\log_2 \sqrt{x+1}}$ .
314. 解不等式:  $\frac{\log_3(1-\frac{3x}{2})}{\log_9(2x)} \geq 1$ .
315. 解不等式:  $\log_{0.5}(2^x-1) \cdot \log_{0.5}(2^{x-1}-\frac{1}{2}) \leq 2$ .
316. 解关于  $x$  的不等式, 其中  $a > 0, a \neq 1$ :  $\log_a(x+1-a) > 1$ .
317. 解关于  $x$  的不等式, 其中  $a > 0, a \neq 1$ :  $\log_a(1-\frac{1}{x}) > 1$ .
318. 解关于  $x$  的不等式, 其中  $a > 0, a \neq 1$ :  $\log_a(2x-1) > \log_a(x-1)$ .
319. 解关于  $x$  的不等式, 其中  $a > 0, a \neq 1$ :  $\log_a^2 x < \log_x^2 a$ .
320. 解关于  $x$  的不等式, 其中  $a > 0, a \neq 1$ :  $x^{\log_a x} > \frac{x^4 \cdot \sqrt{x}}{a^2}$ .
321. 解关于  $x$  的不等式, 其中  $a > 0, a \neq 1$ :  $\sqrt{\log_a x - 1} > 3 - \log_a x$ .
322. 已知  $x$  满足不等式  $(\frac{1}{2})^{2x-4} - (\frac{1}{2})^x - (\frac{1}{2})^{x-2} + \frac{1}{4} \leq 0$ , 且  $y = \log_{\frac{1}{a}}(a^2 x) \cdot \log_{\frac{1}{a^2}}(ax)$  的最大值是 0, 最小值是  $-\frac{1}{8}$ , 求实数  $a$  的值.
323. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - 5x \log_a k + 6 \log_a^2 k = 0$  的两根中 ( $k > 1$ ), 仅较小的根在区间  $(1, 2)$  内, 试用  $a$  表示  $k$  的取值范围 ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ).
324. 设  $x \in \mathbf{R}$ , 则  $(1-|x|)(1+x) > 0$  成立的充要条件是 ( ).

A.  $|x| < 1$

B.  $x < 1$

C.  $|x| > 1$

D.  $x < 1$  且  $x \neq 1$

325. 若函数  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 8}$  的定义域为  $M$ ,  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - |x - a|}}$  的定义域为  $N$ , 则使  $M \cap N = \emptyset$  的实数  $a$  的取值范围为 ( ).
- A.  $-1 < a < 3$       B.  $-1 \leq a \leq 3$       C.  $-2 < a < 4$       D.  $-2 \leq a \leq 4$
326. 设  $a, b$  是满足  $ab < 0$  的实数, 则下列不等式中正确的一个是 ( ).
- A.  $|a + b| > |a - b|$       B.  $|a + b| < |a - b|$       C.  $|a - b| < ||a| - |b||$       D.  $|a - b| < |a| + |b|$
327. 不等式  $|x| < \frac{1}{x}$  的解集为 ( ).
- A.  $\emptyset$       B.  $\{x|x < 0\}$       C.  $\{x|0 < x < 1\}$       D.  $\{x|x < 0 \text{ 或 } x \geq 1\}$
328. 若  $|a + b| < -c$ , 则在①  $a < -b - c$ ; ②  $a + b > c$ ; ③  $a + c < b$ ; ④  $|a| + c < |b|$ ; ⑤  $|a| + |b| < -c$  这五个式子中, 一定成立的个数是 ( ).
- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4
329. 若实数  $a, b$  满足  $ab > 0$ , 则在①  $|a + b| > |a|$ ; ②  $|a + b| < |b|$ ; ③  $|a + b| < |a - b|$ ; ④  $|a + b| > |a - b|$  这四个式子中, 正确的是 ( ).
- A. ①②      B. ①③      C. ①④      D. ②④
330. 不等式  $|\frac{x}{1+x}| > \frac{x}{1+x}$  的解集是 ( ).
- A.  $\{x|x \neq -1\}$       B.  $\{x|x > -1\}$       C.  $\{x|x < 0 \text{ 且 } x \neq -1\}$       D.  $\{x|-1 < x < 0\}$
331. 解不等式:  $x^2 + |x| - 6 < 0$ .
332. 解不等式:  $x^2 - 2|x| - 15 > 0$ .
333. 解不等式:  $4 < |1 - 3x| \leq 7$ .
334. 解不等式:  $|x - 3| < x - 1$
335. 解不等式:  $\log_2 |x - \frac{1}{2}| < -1$ .
336. 若函数  $y = \log_a x$  在  $x \in [2, +\infty)$  上恒有  $|y| > 1$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
337. 解不等式:  $|x^2 - 5x + 10| > x^2 - 8$ .
338. 解不等式:  $|x^2 - 4| \leq x + 2$ .
339. 解不等式:  $|x + 1| < \frac{1}{x - 1}$ .
340. 解不等式:  $|x + 2| - |x - 3| < 4$ .
341. 解不等式:  $|x + 3| - |2x - 1| < \frac{x}{2} + 1$ .
342. 已知当  $|x - 2| < a$  成立时,  $|x^2 - 4| < 1$  必定成立, 求正数  $a$  的取值范围.

343. 已知关于  $x$  的不等式  $|x-4|+|x-3|<a$  在实数集  $\mathbf{R}$  上的解集不是空集, 求正数  $a$  的取值范围.
344. 解不等式:  $\log_{\frac{1}{4}}|x|<\log_{\frac{1}{2}}|x+1|$ .
345. 解不等式:  $|\lg(1-x)|>|\lg(1+x)|$ .
346. 解不等式:  $|\log_{\frac{1}{3}}x|+|\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{3-x}|\geq 1$ .
347. 求函数  $f(x)=|x-\frac{1}{2}|-|x+\frac{1}{2}|$  的最大值.
348. 已知  $|\lg x-\lg y|\leq 1$ , 则  $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
349. 解关于  $x$  的不等式:  $|\log_{\sqrt{a}}x-2|-|\log_ax-2|<2$ .
350. 解关于  $x$  的不等式:  $|\log_ax|<|\log_a(ax^2)|-2$ .
351. 解关于  $x$  的不等式:  $|3^x-3|+9^x-3>0$ .
352. 解关于  $x$  的不等式:  $|a^x-1|+|a^{2x}-3|>2(a>0)$ .
353.  $\triangle ABC$  三内角  $A, B, C$  对边长分别为  $a, b, c$ . 求证:  $a^2+b^2+c^2\geq 2ab\cos C+2b\cos A+2ca\cos B$ .
354.  $\triangle ABC$  三内角  $A, B, C$  对边长分别为  $a, b, c$ . 求证:  $(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)\leq abc$ .
355.  $\triangle ABC$  三内角  $A, B, C$  对边长分别为  $a, b, c$ . 求证:  $\frac{1}{2}(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})\leq \frac{\cos A}{a}+\frac{\cos B}{b}+\frac{\cos C}{c}<\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ .
356.  $\triangle ABC$  三内角  $A, B, C$  对边长分别为  $a, b, c$ , 外接圆半径记作  $R$ . 求证:  $\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca}\geq \frac{1}{R^2}$ .
357. 已知常数  $a\in(0,1)$ , 对任意  $x>0$ ,  $f(\log_ax)=\frac{a(x^2-1)}{x(a^2-1)}$ .
- (1) 求  $f(x)(x\in\mathbf{R})$  的表达式, 并判断它的单调性;
- (2) 若  $n\geq 2, n\in\mathbf{N}$ , 求证:  $f(n)>n$ .
358. 若正数  $a, b, c$  满足  $a+b>c$ , 求证:  $\frac{a}{1+a}+\frac{b}{1+b}>\frac{c}{1+c}$ .
359. 求证:  $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{8}\cdots\frac{99}{100}<\frac{1}{10}$ .
360. 求证:  $(1+\frac{1}{3})(1+\frac{1}{5})\cdots(1+\frac{1}{2n-1})>\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{2n+1}(n\in\mathbf{N}, n>1)$ .
361. 求证:  $\frac{x_1^2}{x_2-1}+\frac{x_2^2}{x_3-1}+\cdots+\frac{x_{n-1}^2}{x_n-1}+\frac{x_n^2}{x_1-1}\geq n+x_1+x_2+\cdots+x_n(x_1, x_2, \cdots, x_n \text{ 都是大于 } 1 \text{ 的实数})$ .
362. 若正数  $a, b, c$  满足  $a+b+c=1$ , 求证:  $(1+a)(1+b)(1+c)\geq 8(1-a)(1-b)(1-c)$ .
363. 若  $0\leq a\leq 1, 0\leq b\leq 1, 0\leq c\leq 1$ , 求证:  $\frac{a}{1+b+c}+\frac{b}{1+c+a}+\frac{c}{1+a+b}+(1-a)(1-b)(1-c)\leq 1$ .
364. 已知三棱锥的三条侧棱两两互相垂直, 且六条棱之和为定值  $m$ , 求证: 它的体积  $V\leq \frac{5\sqrt{2}-7}{162}m^3$ .
365. 已知  $a+b+c>0, ab+bc+ca>0, abc>0$  求证:  $a>0, b>0, c>0$ .
366. 求证: 任何面积等于 1 的凸四边形的周长及两条对角线的长度之和不小于  $4+\sqrt{8}$ .

367. 解不等式:  $2^{x+1} + x > 0$ .

368. 解关于  $x$  的不等式:  $\frac{a(x-1)}{x-2} > 1$ .

369. 解关于  $x$  的不等式:  $x^2 + (a-4)x + 4 - 2a > 0$ , 其中  $-1 \leq a \leq 1$ .

370. 解不等式:  $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1-x^2}{1+x^2} > 0$ .

371. 解关于  $x$  的不等式:  $\frac{cx}{a \cdot c^2 + b} - \frac{x}{2\sqrt{ab}} > x^2$ , 其中  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , 且  $a > 0, b > 0$ .

372. 已知函数  $f(x) = ax^2 - c$  满足  $-4 \leq f(1) \leq -1, -1 \leq f(2) \leq 5$ , 求证:  $-1 \leq f(3) \leq 20$ .

373. 已知关于  $x$  的方程  $a \sin^2 x + \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2} - a = 0$  在  $0 \leq x < 2\pi$  内有两个相异的实根, 求实数  $a$  的取值范围.

374. 已知  $|a| < 1, |b| < 1, |c| < 1$ , 求证:  $|1 - abc| > |ab - c|$ .

375. 已知  $|a| < 1, |b| < 1, |c| < 1$ , 求证:  $a + b + c < abc + 2$ .