必修第一章复习题 A 组

1. 用列举法表示下列集合:

   (1) 十二生肖组成的集合;

   (2) 中国国旗上所有颜色组成的集合.

2. 用描述法表示下列集合:

   (1) 平面直角坐标系中第一象限的角平分线上的所有点组成的集合;

   (2) 3 的所有倍数组成的集合.

3. (1) 若 α: $x^2-5x+6=0$, β: $x=2$, 则 α 是 β 的__________ 条件; (2) 若 α: 四边形 $ABCD$ 是正方形, β: 四边形 $ABCD$ 的两条对角线互相垂直平分, 则 α 是 β 的__________ 条件.

4. 已知方程 $x^2+px+4=0$ 的所有解组成的集合为 A, 方程 $x^2+x+q=0$ 的所有解组成的集合为 B, 且 $A\cap B=\{4\}$. 求集合 $A\cup B$ 的所有子集.

5. 已知集合 $A=(-2,1)$, $B=(-\infty,-2)\cup[1,+\infty)$. 求: $A\cup B$, $A\cap B$.

6. 已知全集 $U=(-\infty,1)\cup[2,+\infty)$, 集合 $A=(-1,1)\cup[3,+\infty)$. 求 A.

7. 已知集合 $A=\{x|x^2+px+q=0\}$, $B=\{x|x^2-x+r=0\}$, 且 $A\cap B=\{-1\}$, $A\cup B=\{-1,2\}$. 求实数 p、q、r 的值.

8. 设 a 是实数. 若 $x=1$ 是 $x>a$ 的一个充分条件, 则 a 的取值范围为__________.

9. 已知陈述句 α 是 β 的充分非必要条件. 若集合 $M=\{x|x满足\alpha\}$, $N=\{x|x满足\beta\}$, 则 M 与 N 的关系为 (　　).

   A. $M\subset N$　　B. $M\supset N$　　C. $M=N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

10. 证明: 若梯形的对角线不相等, 则该梯形不是等腰梯形.

必修第一章复习题 B 组

1. 若集合 $M=\{a|a=x+\sqrt{2}y, x,y\in\mathbf{Q}\}$, 则下列结论正确的是 (　　).

   A. $M\subseteq\mathbf{Q}$　　B. $M=\mathbf{Q}$　　C. $M\supset\mathbf{Q}$　　D. $M\subset\mathbf{Q}$

2. 若 α 是 β 的必要非充分条件, β 是 γ 的充要条件, γ 是 δ 的必要非充分条件, 则 δ 是 α 的__________ 条件, γ 是 α 的__________ 条件.

3. 已知全集 $U=\{x|x为不大于20的素数\}$. 若 $A\cap\overline{B}=\{3,5\}$, $\overline{A}\cap B=\{7,19\}$, $\overline{A\cup B}=\{2,17\}$, 则 A=__________ , B=__________.

4. 已知集合 $P=\{x|-2\le x\le 5\}$, $Q=\{x|x\ge k+1且x\le 2k-1\}$, 且 $Q\subseteq P$. 求实数 k 的取值范围.

5. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x\leq a-1\}$, $B=\{x|x>a+2\}$, $C=\{x|x<0或x\geq 4\}$, 且 $\overline{A\cup B}\subseteq C$. 求实数 a 的取值范围.

6. 已知集合 $A=\{x|(a-1)x^2+3x-2=0\}$. 是否存在这样的实数 a, 使得集合 A 有且仅有两个子集? 若存在, 求出实数 a 的值及对应的两个子集; 若不存在, 说明理由.

7. 证明: $\sqrt[3]{2}$ 是无理数.

必修第一章复习题 B 组

1. 若集合 $M=\{a|a=x+\sqrt{2}y,x,y\in\mathbf{Q}\}$, 则下列结论正确的是 (　　).

A. $M\subseteq\mathbf{Q}$　　B. $M=\mathbf{Q}$　　C. $M\supset\mathbf{Q}$　　D. $M\subset\mathbf{Q}$

2. 若 α 是 β 的必要非充分条件, β 是 γ 的充要条件, γ 是 δ 的必要非充分条件, 则 δ 是 α 的__________ 条件, γ 是 α 的__________ 条件.

3. 已知全集 $U=\{x|x为不大于20的素数\}$. 若 $A\cap\overline{B}=\{3,5\}$, $\overline{A}\cap B=\{7,19\}$, $\overline{A\cup B}=\{2,17\}$, 则 A=__________ , B=__________.

4. 已知集合 $P=\{x|-2\leq x\leq 5\}$, $Q=\{x|x\geq k+1且x\leq 2k-1\}$, 且 $Q\subseteq P$. 求实数 k 的取值范围.

5. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x\leq a-1\}$, $B=\{x|x>a+2\}$, $C=\{x|x<0或x\geq 4\}$, 且 $\overline{A\cup B}\subseteq C$. 求实数 a 的取值范围.

6. 已知集合 $A=\{x|(a-1)x^2+3x-2=0\}$. 是否存在这样的实数 a, 使得集合 A 有且仅有两个子集? 若存在, 求出实数 a 的值及对应的两个子集; 若不存在, 说明理由.

7. 证明: $\sqrt[3]{2}$ 是无理数.

必修第一章拓展与思考

1. 设 a,b 是正整数. 求证: 若 $ab-1$ 是 3 的倍数, 则 a 与 b 被 3 除的余数相同.

2. 已知非空数集 S 满足: 对任意给定的 $x,y\in S(x,y$ 可以相同), 有 $x+y\in S$ 且 $x-y\in S$.

(1) 哪个数一定是 S 中的元素? 说明理由;

(2) 若 S 是有限集, 求 S;

(3) 若 S 中最小的正数为 5, 求 S.

必修第二章复习题 A 组

1. 设一元二次方程 $2x^2-6x-3=0$ 的两个实根为 x_1,x_2, 求下列各式的值:

(1) $(x_1+1)(x_2+1)$;

(2) $(x_1^2-1)(x_2^2-1)$.

2. 设 $a>b>0$, 比较 $\dfrac{b+2a}{a+2b}$ 与 $\dfrac{a}{b}$ 的值的大小.

3. 已知 $x>y$, 求证: $x^3-y^3>x^2y-xy^2$.

4. 若关于 x 的不等式 $(a+1)x-a<0$ 的解集为 $(2,+\infty)$, 求实数 a 的值, 并求不等式 $(a-1)x+3-a>0$ 的解集.

5. 解下列一元二次不等式:

(1) $-x^2+11<-2x-4$;

(2) $3x^2<13x+10$;

(3) $6x+2\geq 5x^2$;

(4) $x^2\leq 8(1-x)$;

(5) $-x^2\geq 9(9-2x)$;

(6) $3(x-3)\leq x^2$.

6. 试写出一个二次项系数为 1 的一元二次不等式, 使它的解集分别为:

(1) $(-\infty,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$;

(2) $[2-\sqrt{3},2+\sqrt{3}]$.

7. 求不等式 $5\leq x^2-2x+2<26$ 的所有正整数解.

8. 解下列分式不等式:

(1) $\dfrac{2x+1}{x+7}>-3$;

(2) $\dfrac{3x}{x^2+2}\geq 1$.

9. 设关于 x 的不等式 $a_1x^2+b_1x+c_1>0$ 与 $a_2x^2+b_2x+c_2>0$ 的解集分别为 A、B, 试用集合运算表示下列不等式组的解集:

(1) $\begin{cases} a_1x^2+b_1x+c_1>0, \\ a_2x^2+b_2x+c_2>0; \end{cases}$;

(2) $\begin{cases} a_1x^2+b_1x+c_1\leq 0, \\ a_2x^2+b_2x+c_2>0; \end{cases}$;

(3) $\begin{cases} a_1x^2+b_1x+c_1\leq 0, \\ a_2x^2+b_2x+c_2\leq 0; \end{cases}$.

10. 解下列含绝对值的不等式:

(1) $|2x-1|\leq x$;

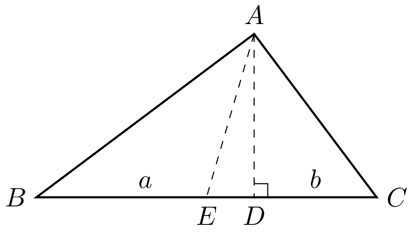
(2) $|2x+1|+|x-2|<8$.

11. 已知 a、b 是正数, 求证: $\sqrt{(1+a)(1+b)}\geq 1+\sqrt{ab}$.

12. 如图, 在直角三角形 ABC 中, AD 垂直于斜边 BC, 且垂足为 D. 设 BD 及 CD 的长度分别为 a 与 b.

(1) 求斜边上的高 AD 与中线 AE 的长;

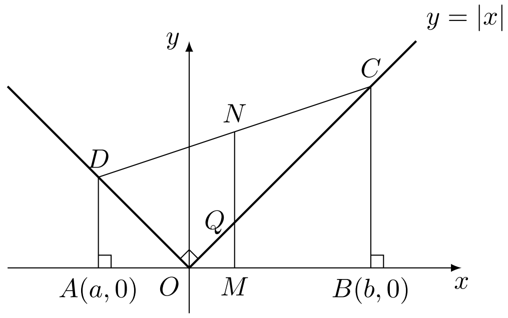
(2) 用不等式表示斜边上的高 AD 与中线 AE 长度的大小关系.



13. 如图, 已知直角梯形 $ABCD$ 的顶点 $A(a,0)$、$B(b,0)$ 位于 x 轴上, 顶点 C、D 落在函数 $y=|x|$ 的图像上, M、N 分别为线段 AB、CD 的中点, O 为坐标原点, Q 为线段 OC 与线段 MN 的交点.

(1) 求中点 M 的坐标, 以及线段 MQ、MN 的长度;

(2) 用不等式表示 MQ、MN 长度的大小关系.



必修第二章复习题 B 组

1. 已知一元二次方程 $x^2+px+p=0$ 的两个实根分别为 α、β, 且 $\alpha^2+\beta^2=3$, 求实数 p 的值.

2. 已知一元二次方程 $2x^2-4x+m+3=0$ 有两个同号实根, 求实数 m 的取值范围.

3. 设 $a,b\in\mathbf{R}$, 已知关于 x 的不等式 $(a+b)x+(b-2a)<0$ 的解集为 $(1,+\infty)$, 求不等式 $(a-b)x+3b-a>0$ 的解集.

4. 解下列不等式:

(1) $-2<\dfrac{1}{2x+1}\le 3$;

(2) $2<|x+1|\le 3$.

5. 已知集合 $A=\{x||x-a|<2\}$, $B=\{x|\dfrac{2x-1}{x+2}<1\}$, 且 $A\subseteq B$. 求实数 a 的取值范围.

6. 证明: 若 $x>-1$, 则 $x+\dfrac{1}{x+1}\ge 1$, 并指出等号成立的条件.

7. 设 a、b 为正数, 且 $a+b=2$. 求 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值.

8. 已知 a、b、c 都是正数, 求证: $\dfrac{b+c}{a}+\dfrac{c+a}{b}+\dfrac{a+b}{c}\ge 6$.

9. 设实数 x、y 满足 $x+y=1$, 求 xy 的最大值.

10. 已知 a、b 为实数, 求证:$|a|+|b|\le|a+b|+|a-b|$, 并指出等号成立的条件.

11. 已知 a、b 是实数,

(1) 求证: $a^2+ab+b^2\geq 0$, 并指出等号成立的条件;

(2) 求证: 如果 $a>b$, 那么 $a^3>b^3$.

必修第二章拓展与思考

1. 解下列不等式:

(1) $\dfrac{3x-11}{x^2-6x+9}\leq 1$;

(2) $|3-2x|\geq|x+1|$.

2. 已知集合 $A=\{x|x^2-2x-3>0\}$, $B=\{x|x^2+px+q\leq 0\}$. 若 $A\cup B=\mathbf{R}$, 且 $A\cap B=[-2,-1)$, 求实数 p 及 q 的值.

3. 已知实数 $0<a<b$, 求证: $a<\dfrac{2ab}{a+b}<\sqrt{ab}<\dfrac{a+b}{2}<\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}<b$.

4. 方程 $(x-1)(x-2)(x-3)=0$ 的三个根 1、2、3 将数轴划分为四个区间, 即 $(-\infty,1)$, $(1,2)$, $(2,3)$, $(3,+\infty)$. 试在这四个区间上分别考察 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 的符号, 从而得出不等式 $(x-1)(x-2)(x-3)>0$ 与 $(x-1)(x-2)(x-3)<0$ 的解集.

一般地, 对 x_1、x_2、$x_3\in\mathbf{R}$, 且 $x_1\leq x_2\leq x_3$, 试分别求不等式 $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)>0$ 与 $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)<0$ 的解集 (提示: x_1、x_2、x_3 相互之间可能相等, 需要分情况讨论).

必修第三章复习题 A 组

1. 填空题:

(1) 若 $x^3=5$, 则 $x=$__________; 若 $3^x=5$, 则 $x=$__________.

(2) 将 $\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a}}\ (a>0)$ 化成有理数指数幂的形式为__________.

(3) 若 $\log_8 x=-\dfrac{2}{3}$, 则 $x=$__________.

(4) 若 $\log_a b\cdot\log_5 a=3(a>0$ 且 $a\neq 1)$, 则 $b=$__________.

2. 选择题:

(1) 若 $\lg a$ 与 $\lg b$ 互为相反数, 则有 (　　).

A. $a+b=0$　　B. $ab=1$　　C. $\dfrac{a}{b}=1$　　D. 以上答案均不对

(2) 设 $a>0$, 下列计算中正确的是 (　　).

A. $a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{3}{2}}=a$　　B. $a^{\frac{2}{3}}\div a^{\frac{3}{2}}=a$

C. $a^{-4}\cdot a^4=0$　　D. $(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}=a$

3. 已知 $10^\alpha=3$, $10^\beta=4$. 求 $10^{\alpha+\beta}$ 及 $10^{\alpha-\frac{\beta}{2}}$ 的值.

4. 求下列各式的值:

(1) $\dfrac{1}{4^x+1}+\dfrac{1}{4^{-x}+1}$;

(2) $4^{\sqrt{2}+1}\times 2^{3-2\sqrt{2}}\times 8^{-\frac{2}{3}}$.

5. 已知 $\lg a < 1$, 化简 $\sqrt{(\lg a)2 - \lg \frac{a^2}{10}}$.

6. 已知 $m = \log_2 10$, 求 $2^m - m \lg 2 - 4$ 的值.

必修第三章复习题 B 组

1. 填空题:

(1) 若 $4^x = 2^{-12}$, $4^y = \sqrt[3]{32}$, 则 $2x - 3y =$__________.

(2) 若 $\log_3(\log_4 x) = 1$, 则 $x =$__________.

(3) 若 $3^a = 7^b = 63$, 则 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的值为__________.

2. 已知 $\log_{18} 9 = a$, $18^b = 5$, 则 $\log_{36} 45$ 等于 (　　).

A. $\frac{a+b}{2+a}$　　B. $\frac{a+b}{2-a}$　　C. $\frac{a+b}{2a}$　　D. $\frac{a+b}{a^2}$

3. 设 $\log_{0.2} a > 0$, $\log_{0.2} b > 0$, 且 $\log_{0.2} a \cdot \log_{0.2} b = 1$, 求 $\log_{0.2}(ab)$ 的最小值.

4. 化简 $\frac{(1+2^x)(1+2^{2x})(1+2^{4x})(1+2^{8x})(1+2^{16x})}{1-2^{32x}}$(其中 $x \neq 0$).

5. 已知 $a > 1$, $b > 0$. 求证: 对任意给定的实数 k, $a^{2b+k} - a^{b+k} > a^{b+k} - a^k$.

必修第三章拓展与思考

1. 甲、乙两人同时解关于 x 的方程: $\log_2 x + b + c \log_x 2 = 0$. 甲写错了常数 b, 得两根 $\frac{1}{4}$ 及 $\frac{1}{8}$; 乙写错了常数 c, 得两根 $\frac{1}{2}$ 及 64. 求这个方程的真正根.

2. 已知 a、b 及 c 是不为 1 的正数, 且 $\lg a + \lg b + \lg c = 0$. 求证: $a^{\frac{1}{\lg b} + \frac{1}{\lg c}} \cdot b^{\frac{1}{\lg c} + \frac{1}{\lg a}} \cdot c^{\frac{1}{\lg a} + \frac{1}{\lg b}} = \frac{1}{1000}$.

必修第四章复习题 A 组

1. 填空题:

(1) 若点 $(2, \sqrt{2})$ 在幂函数 $y = x^a$ 的图像上, 则该幂函数的表达式为__________; 若点 $(2, \sqrt{2})$ 在指数函数 $y = a^x (a > 0$ 且 $a \neq 1)$ 的图像上, 则该指数函数的表达式为__________; 若点 $(\sqrt{2}, 2)$ 在对数函数 $y = \log_a x (a > 0$ 且 $a \neq 1)$ 的图像上, 则该对数函数的表达式为__________.

(2) 若幂函数 $y = x^k$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是严格减函数, 则实数 k 的取值范围为__________.

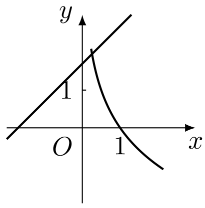
(3) 已知常数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 假设无论 a 为何值, 函数 $y = a^{x-2} + 1$ 的图像恒经过一个定点. 则这个点的坐标为__________.

2. 选择题:

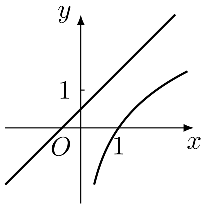
(1) 若指数函数 $y = a^x (a > 0$ 且 $a \neq 1)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是严格减函数, 则下列不等式中, 一定能成立的是 (　　).

A. $a > 1$　　B. $a < 0$　　C. $a(a-1) < 0$　　D. $a(a-1) > 0$

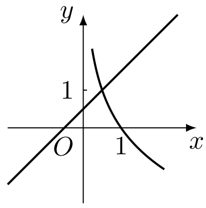
(2) 在同一平面直角坐标系中, 一次函数 $y = x + a$ 与对数函数 $y = \log_a x (a > 0$ 且 $a \neq 1)$ 的图像关系可能是 (　　).



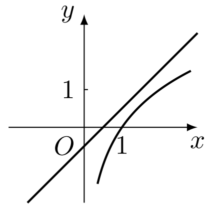
A.



B.



C.



D.

3. 求下列函数的的定义域:

(1) $y=(x-1)^{\frac{5}{2}}$;

(2) $y=3^{\sqrt{x-1}}$;

(3) $y=\lg\dfrac{1+x}{1-x}$.

4. 比较下列各题中两个数的大小:

(1) $0.1^{0.7}$ 与 $0.2^{0.7}$;

(2) $0.7^{0.1}$ 与 $0.7^{0.2}$;

(3) $\log_{0.7}0.1$ 与 $\log_{0.7}0.2$;

5. 设点 $(\sqrt{2},2)$ 在幂函数 $y_1=x^a$ 的图像上, 点 $(-2,\dfrac{1}{4})$ 在幂函数 $y_2=x^b$ 的图像上. 当 x 取何值时, $y_1=y_2$?

6. 设 $a=(\dfrac{2}{3})^x$, $b=x^{\frac{3}{2}}$ 及 $c=\log_{\frac{2}{3}}x$, 当 $x>1$ 时, 试比较 a、b 及 c 之间的大小关系.

7. 设常数 $a>0$ 且 $a\neq 1$, 若函数 $y=\log_a(x+1)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值为 1, 最小值为 0, 求实数 a 的值.

8. 如果光线每通过一块玻璃其强度要减少 10%, 那么至少需要将多少块这样的玻璃重叠起来, 才能使通过它们的光线强度低于原来的 $\dfrac{1}{3}$?

必修第四章复习题 B 组

1. 填空题:

(1) 已知 $m\in\mathbf{Z}$, 设幂函数 $y=x^{m2-4m}$ 的图像关于原点成中心对称, 且与 x 轴及 y 轴均无交点, 则 m 的值为__________.

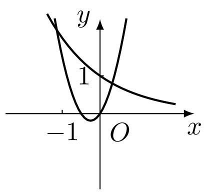
(2) 设 a、b 为常数, 若 $0<a<1$, $b<-1$, 则函数 $y=a^x+b$ 的图像必定不经过第__________ 象限.

2. 选择题:

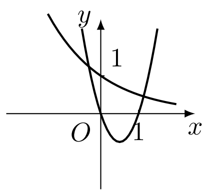
(1) 若 $m>n>1$, 而 $0<x<1$, 则下列不等式正确的是 (　　).

A. $m^x<n^x$　　B. $x^m<x^n$　　C. $\log_x m>\log_x n$　　D. $\log_m x<\log_n x$

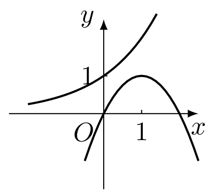
(2) 在同一平面直角坐标系中, 二次函数 $y=ax^2+bx$ 与指数函数 $y=(\dfrac{b}{a})^x$ 的图像关系可能为 (　　).



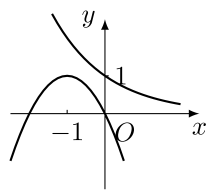
A.



B.



C.



D.

3. 设 a 为常数且 $0<a<1$, 若 $y=(\log_a\dfrac{3}{5})^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上是严格增函数, 求实数 a 的取值范围.

4. 在同一平面直角坐标系中, 作出函数 $y=(\frac{1}{2})^x$ 及 $y=x^{\frac{1}{2}}$ 的大致图像, 并求方程 $(\frac{1}{2})^x=x^{\frac{1}{2}}$ 的解的个数.

5. 已知集合 $A=\{y|y=(\frac{1}{2})^x,\ x\in[-2,0)\}$, 用列举法表示集合 $B=\{y|y=\log_3 x,\ x\in A且y\in\mathbf{Z}\}$.

必修第四章拓展与思考

1. $\log_2 3$ 是有理数吗? 请证明你的结论.

2. 仅利用对数函数的单调性和计算器上的乘方功能来确定对数 $\log_2 3$ 第二位小数的值.

必修第五章复习题 A 组

1. 求函数 $y=\dfrac{1}{2-x}+\sqrt{x^2-1}$ 的定义域.

2. 判断下列函数 $y=f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由:
   (1) $f(x)=|\frac{1}{2}x-3|+|\frac{1}{2}x+3|$;
   (2) $f(x)=x^3+\dfrac{2}{x}$;
   (3) $f(x)=x^2$, $x\in(k,2)$(其中常数 $k<2$).

3. 已知 m、n 是常数, 而函数 $y=(m-1)x^2+3x+(2-n)$ 为奇函数. 求 m、n 的值.

4. 求函数 $y=x+\dfrac{4}{x}$ 的单调区间.

5. 分别作出下列函数的大致图像, 并指出它们的单调区间:
   (1) $y=|x^2-4x|$;
   (2) $y=2|x|-3$.

6. 已知二次函数 $y=f(x)$, 其中 $f(x)=ax^2-2ax+3-a\ (a>0)$. 比较 $f(-1)$ 和 $f(2)$ 的大小.

7. 已知 k 是常数, 设 α、β 是二次方程 $x^2-2kx+k+20=0$ 的两个实根. 问: 当 k 为何值时, $(\alpha+1)^2+(\beta+1)^2$ 取到最小值?

8. 邮局规定: 当邮件质量不超过 100g 时, 每 20g 邮费 0.8 元, 且不足 20g 时按 20g 计算; 超过 100g 时, 超过 100g 的部分按每 100g 邮费 2 元计算, 且不足 100g 按 100g 计算; 同时规定邮件总质量不得超过 2000g. 请写出邮费关于邮件质量的函数表达式, 并计算 50g 和 500g 的邮件分别收多少邮费.

9. 若函数 $y=(a^2+4a-5)x^2-4(a-1)x+3$ 的图像都在 x 轴上方 (不含 x 轴), 求实数 a 的取值范围.

必修第五章复习题 B 组

1. 已知 $y=f(x)$ 是奇函数, 其定义域为 $\mathbf{R}$; 而 $y=g(x)$ 是偶函数, 其定义域为 D. 判断函数 $y=f(x)g(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

2. 设函数 $y=x^2+10x-a+3$, 当 $x\in[-2,+\infty)$ 时, 其函数值恒大于等于零. 求实数 a 的取值范围.

3. 已知函数 $y=-x^2+2ax+1-a$, $x\in[0,1]$ 的最大值为 2. 求实数 a 的值.

4. 设 $f(x)=x^2+ax+1$. 若对任意给定的实数 x, $f(2+x)=f(2-x)$ 恒成立, 求实数 a 的值.

5. 已知 $y=f(x)$ 是定义在 $(-1,1)$ 上的奇函数, 在区间 $[0,1)$ 上是严格减函数, 且 $f(1-a)+f(1-a^2)<0$, 求实数 a 的取值范围.

6. 已知 $f(x)=2-x^2$ 及 $g(x)=x$. 定义 $h(x)$ 如下: 当 $f(x)\geq g(x)$ 时, $h(x)=g(x)$; 而当 $f(x)<g(x)$ 时, $h(x)=f(x)$. 求函数 $y=h(x)$ 的最大值.

必修第五章拓展与思考

1. 试讨论函数 $y=\dfrac{x}{1-x^2}$ 的单调性.

2. 作出函数 $y=(x^2-1)^2-1$ 的大致图像, 写出它的单调区间, 并证明你的结论.

3. 已知函数 $y=f(x)$ 为偶函数, $y=g(x)$ 为奇函数, 且 $f(x)+g(x)=x^2+2|x-1|+3$. 求 $y=f(x)$ 及 $y=g(x)$ 的表达式.

4. 设函数 $y=f(x)$, $x\in\mathbf{R}$ 的反函数是 $y=f^{-1}(x)$.
   (1) 如果 $y=f(x)$ 是奇函数, 那么 $y=f^{-1}(x)$ 的奇偶性如何?
   (2) 如果 $y=f(x)$ 在定义域上是严格增函数, 那么 $y=f^{-1}(x)$ 的单调性如何?

必修第六章复习题 A 组

1. 选择题:
   (1) 与 $\sin(\theta-\dfrac{\pi}{2})$ 一定相等的是 (　　).
   A. $\sin(\dfrac{3\pi}{2}-\theta)$　　B. $\cos(\theta-\dfrac{\pi}{2})$　　C. $\cos(2\pi-\theta)$　　D. $\sin(\theta+\dfrac{\pi}{2})$
   (2) 当 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{4}$ 时, 化简 $\sqrt{1-\sin 2\alpha}$ 的结果是 (　　).
   A. $\cos\alpha$　　B. $\sin\alpha-\cos\alpha$　　C. $\cos\alpha-\sin\alpha$　　D. $\sin\alpha+\cos\alpha$

2. 填空题:
   (1) 若 θ 为锐角, 则 $\log_{\sin\theta}(1+\cot^2\theta)=$__________;
   (2) 若 $-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<0$, 则点 $(\cot\alpha,\cos\alpha)$ 必在第__________ 象限;
   (3) 若 $\sin(\pi-\alpha)=\dfrac{2}{3}$, $\alpha\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$, 则 $\sin 2\alpha=$__________.

3. 已知圆 O 上的一段圆弧长等于该圆的内接正方形的边长, 求这段圆弧所对的圆心角的弧度.

4. 已知角 α 的终边经过点 $P(3a,4a)(a\neq 0)$, 求 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$ 和 $\tan\alpha$.

5. 化简:
   (1) $\dfrac{\sin(\theta-5\pi)}{\tan(3\pi-\theta)}\cdot\dfrac{\cot(\dfrac{\pi}{2}-\theta)}{\tan(\theta-\dfrac{3\pi}{2})}\cdot\dfrac{\cos(8\pi-\theta)}{\sin(-\theta-4\pi)}$;
   (2) $\sin(\theta-\dfrac{\pi}{4})+\cos(\theta+\dfrac{\pi}{4})$.

6. 已知 $\tan\alpha=3$, 求 $\dfrac{1}{\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}$ 的值.

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=5$, $b=4$, $A=2B$. 求 $\cos B$.

8. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 S, 求证:

(1) $S=\dfrac{a^2\sin B\sin C}{2\sin(B+C)}$;

(2) $S=\dfrac{a^2}{2(\cot B+\cot C)}$.

9. (1) 已知 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin\beta=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$, 且 α 及 β 都是锐角. 求 $\alpha+\beta$ 的值;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan A$ 与 $\tan B$ 是方程 $x^2-6x+7=0$ 的两个根, 求 $\tan C$.

10. 证明: $(\sin\alpha+\sin\beta)^2+(\cos\alpha+\cos\beta)^2=4\cos^2\dfrac{\alpha-\beta}{2}$.

必修第六章复习题 B 组

1. 选择题:

(1) 若 $0<x<\dfrac{\pi}{4}$, 且 $\lg(\sin x+\cos x)=\dfrac{1}{2}(3\lg 2-\lg 5)$, 则 $\cos x-\sin x$ 的值为 (　　).

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$

(2) 下列命题中, 真命题为 (　　).

A. 若点 $P(a,2a)(a\neq 0)$ 为角 α 的终边上一点, 则 $\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

B. 同时满足 $\sin\alpha=\dfrac{1}{2}$, $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 的角 α 有且只有一个

C. 如果角 α 满足 $-3\pi<\alpha<-\dfrac{5}{2}\pi$, 那么角 α 是第二象限的角

D. $\tan x=-\sqrt{3}$ 的解集为 $\{x|x=k\pi-\dfrac{\pi}{3},\ k\in\mathbf{Z}\}$

2. 填空题:

(1) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a^2+b^2+ab=c^2$, 则 $C=$__________;

(2) 若 $\sin\theta=a$, $\cos\theta=-2a$, 且 θ 为第四象限的角, 则实数 $a=$__________.

3. 已知 $\sin\alpha=a\sin\beta$, $b\cos\alpha=a\cos\beta$, 且 α 及 β 均为锐角, 求证: $\cos\alpha=\sqrt{\dfrac{a^2-1}{b^2-1}}$.

4. 已知 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$, 且 $\cos\beta=-\dfrac{1}{3}$, $\sin(\alpha+\beta)=\dfrac{7}{9}$, 求 $\sin\alpha$ 的值.

5. 已知 $\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$, $\pi<\beta<\dfrac{3\pi}{2}$, 且 $\sin\alpha=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos\beta=-\dfrac{\sqrt{10}}{1}0$. 求 $\alpha-\beta$ 的值.

6. 已知 $(1+\tan\alpha)(1+\tan\beta)=2$, 且 α 及 β 都是锐角. 求证: $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{4}$.

7. 已知 α 是第二象限的角, 且 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$. 求 $\dfrac{\sin(\alpha+\pi 4)}{1+\sin 2\alpha+\cos 2\alpha}$ 的值.

8. 证明:

(1) $\dfrac{2(1+\sin 2\alpha)}{1+\sin 2\alpha+\cos 2\alpha}=1+\tan\alpha$;

(2) $2\sin\alpha+\sin 2\alpha=\dfrac{2\sin^3\alpha}{1-\cos\alpha}$.

9. 根据下列条件, 分别判断三角形 ABC 的形状:

(1) $\sin C + \sin(B-A) = \sin 2A$;

(2) $\dfrac{\tan A}{\tan B} = \dfrac{a^2}{b^2}$.

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 求证: $\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{B}{2} + \tan\dfrac{B}{2}\tan\dfrac{C}{2} + \tan\dfrac{C}{2}\tan\dfrac{A}{2} = 1$.

必修第六章拓展与思考

1. (1) 完成下表 (θ 为弧度数):

θ	1	0.5	0.1	0.01	0.001
$\sin\theta$					
$\dfrac{\sin\theta}{\theta}$					

(2) 观察上表中的数据, 你能发现什么规律?

(3) 已知 $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$, 利用图形面积公式证明 $\sin\theta < \theta < \tan\theta$, 并应用该公式说明 (2) 中猜想的合理性.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A = 30°$, $b = 18$. 分别根据下列条件求 B:

(1) ① $a = 6$, ② $a = 9$, ③ $a = 13$, ④ $a = 18$, ⑤ $a = 22$;

(2) 根据上述计算结果, 讨论使 B 有一解、两解或无解时 a 的取值情况.

3. (1) 根据 $\cos 54° = \sin 36°$ 和三倍角公式, 求 $\sin 18°$ 的值;

(2) 你还能使用其他方法求 $\sin 18°$ 的值吗? 若能, 请给出你的求法.

4. 如图, 要在 A 和 D 两地之间修建一条笔直的隧道, 现在从 B 地和 C 地测量得到: $\angle DBC = 24.2°$, $\angle DCB = 35.4°$, $\angle DBA = 31.6°$, $\angle DCA = 17.5°$. 试求 $\angle DAB$ 以确定隧道 AD 的方向 (结果精确到 $0.1°$).