

1. 设 $A = \{x | x^2 - 6x + 5 \leq 0\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
2. 已知函数 $f(x) = \lg(x+1)$ 的反函数为 $y = f^{-1}(x)$, 则 $f^{-1}(2) =$ _____.
3. 设 i 是虚数单位, 若 $z + 2\bar{z} = 3 + 4i$, 则 $2z + \bar{z} =$ _____.
4. 若 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 + x$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x) =$ _____.
5. 设 A, B, C 是三角形的三个内角, 若 $(\sin A + \sin B)^2 - \sin^2 C = 3 \sin A \sin B$, 则 $C =$ _____.
6. 若一组数据 $2, 3, a, b, 7, 9$ 的中位数为 8 , 则 $a + b$ 的最小值为_____.
7. $(2+x)^6$ 的二项展开式中, 系数最大的项的系数为_____.
8. 设 A, B 是一条斜率为 4 的直线与抛物线 $y^2 = x$ 的两个交点, 则线段 AB 的中点的坐标可能是_____ (写出一个可能的点的坐标).
9. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{20} < 0$, $a_{21} > 0$, 且 $a_{20} + a_{21} > 0$. 设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_k > 0$, 则正整数 k 的最小值为_____.
10. 过点 $P(2, 3)$ 的直线 l 分别交 x 轴、 y 轴的正半轴于 A, B 两点, 则当 $|PA| \cdot |PB|$ 取到最小值时, l 的方程为_____.
11. 已知实数 $r > 0$, 圆 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = r^2$ 上有且仅有两点到直线 $3x - 4y - 2 = 0$ 的距离为 1 , 则半径 r 的取值范围为_____.
12. 已知集合 $A = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{x | x = 2^k, k \in \mathbf{N}^*\}$. 将 $A \cup B$ 的所有元素从小到大依次排列构成一个数列 $\{a_n\}$. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则使得 $a_n \in A$ 与 $S_{n-1} > 100a_n$ 同时成立的正整数 n 的最小值为_____.
13. “函数 $y = f(x)$, $x \in \mathbf{R}$ 是增函数”是“函数 $y = 2 - f(x)$, $x \in \mathbf{R}$ 是减函数”的 ().
 A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
14. 银行一年定期的年利率为 r , 五年定期的年利率为 q , 银行为吸收长期资金, 鼓励储户存五年定期的存款, 那么 q 的值应略大于 ().
 A. $\sqrt[5]{(1+r)^5 - 1}$ B. $\frac{1}{5}((1+r)^5 - 1)$ C. $(1+r)^5 - 1$ D. r
15. 设 m 是正实数, 若椭圆 $mx^2 + (m+1)y^2 = 1$ 的两焦点的距离为 3 , 则 m 的值为 ().
 A. $\frac{\sqrt{13}-3}{6}$ B. $\frac{\sqrt{21}-3}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{33}-3}{6}$
16. 已知 $\bar{a}, \bar{b}, \bar{e}$ 是平面向量, \bar{e} 是单位向量. 若非零向量 \bar{a} 与 \bar{e} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 向量 \bar{b} 满足 $\bar{b}^2 - 4\bar{e} \cdot \bar{b} + 3 = 0$, 则 $|\bar{a} - \bar{b}|$ 的最小值为 ().
 A. $\sqrt{3} - 1$ B. $\sqrt{3} + 1$ C. 2 D. $2 - \sqrt{3}$

28. 已知 x, y 为实数, 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & y & 7 \\ 1 & 5 & \frac{1}{x-1} \\ -1 & 6 & 1 \end{vmatrix}$ 中元素 y 的代数余子式的值大于 0, 则 x 的范围是_____.

29. 甲、乙、丙三位同学各自在周六、周日两天中任选一天参加公益活动, 则周六、周日都有同学参加公益活动的概率是_____.

30. 在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $x^2 + y^2 - 8x + 15 = 0$, 若直线 $y = kx - 2$ 上至少存在一点, 使得以该点为圆心, 1 为半径的圆与圆 C 有公共点, 则 k 的最大值是_____.

31. 已知 $f(x) = m(x - 2m)(x + m + 3)$, $g(x) = 2^x - 2$, 满足对于任意的 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) < 0$ 或 $g(x) < 0$, 则 m 的取值范围是_____.

32. 已知常数 $k, b, t \in \mathbf{R}$ 直线 $f(x) = kx + b$ 与曲线 $g(x) = \frac{t^2}{x}$ 交于点 $M(m, -1)$, $N(n, 2)$, 则不等式 $f^{-1}(x) \geq g^{-1}(x)$ 的解集为_____.

33. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_n + a_{n+1} = \frac{1}{2^n}$, 若数列 $\{S_n\}$ 收敛于常数 A , 则首项 a_1 取值的集合为_____.

34. 设 α, β 是两个不同的平面, 直线 m 在平面 α , 则 “ $m \parallel \beta$ ” 是 “ $\alpha \parallel \beta$ ” 的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

35. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{10} < 0$, $a_{11} > 0$ 且 $a_{11} > |a_{10}|$, 则在 S_n 中最大的负数为 ().

A. S_{17}

B. S_{18}

C. S_{19}

D. S_{20}

36. 已知点 O 是坐标原点, 点 $A(0, 2)$ 点 P 是抛物线 $y = 4x^2$ 上的点, 则使得 OPA 是等腰三角形的点 P 为 ().

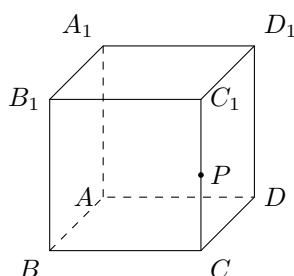
A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

37. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, 点 P 是棱 CC_1 的中点, 设直线 AB 为 a , 直线 A_1D_1 为 b . 对于下列两个命题: ① 过点 P 有且只有一条直线 l 与 a 、 b 都相交; ② 过点 P 有且只有一条直线 l 与 a 、 b 都成 45° 角. 以下判断正确的是 ().



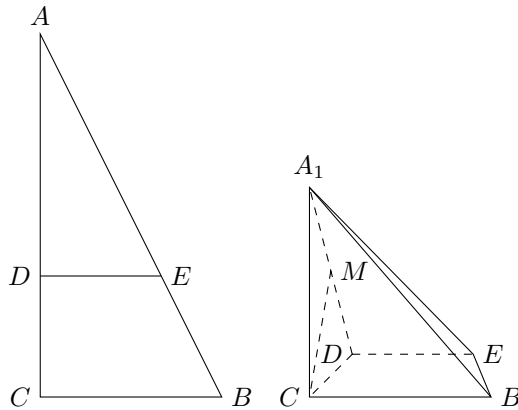
A. ① 为真命题, ② 为真命题

B. ① 为真命题, ② 为假命题

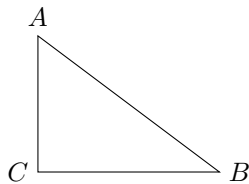
C. ① 为假命题, ② 为真命题

D. ① 为假命题, ② 为假命题

38. 如左图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 3$, $AC = 6$, D 、 E 分别为 AC 、 AB 上的点, 且 $DE \parallel BC$, $DE = 2$, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1C \perp CD$, 如右图.



- (1) 求证: $A_1C \perp$ 平面 $BCDE$;
 (2) 若 M 是 A_1D 的中点, 求 CM 与平面 A_1BE 所成角的大小.
39. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 且 $8\sin^2 \frac{B+C}{2} - 2\cos 2A = 7$.
 (1) 求角 A 的大小;
 (2) 若 $a = \sqrt{3}$, $b+c = 3$, 求 b 和 c 的值.
40. 如图, A, B, C 三地有直道相通, $AB = 5$ 千米, $AC = 3$ 千米, $BC = 4$ 千米, 现甲、乙两警员同时从 A 地出发匀速前往 B 地, 经过 t 小时, 他们之间的距离为 $f(t)$ (单位: 千米), 甲的路线是 AB , 速度为 5 千米/小时, 乙的路线是 ACB , 速度为 8 千米/小时, 乙到 B 地后在原地等待, 设 $t = t_1$ 时乙到达 C 地.



- (1) 求 t_1 及 $f(t_1)$ 的值;
 (2) 已知警员的对讲机的有效通话距离是 3 千米, 当 $t_1 \leq t \leq 1$ 时, 求 $f(t)$ 的表达式, 并判断 $f(t)$ 在 $[t_1, 1]$ 上的最大值是否超过 3? 说明理由.
41. 已知双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的右顶点为 A , 点 B 的坐标为 $(1, \sqrt{2})$.
 (1) 设双曲线 Γ 的两条渐近线的夹角为 θ , 求 $\cos \theta$;
 (2) 设点 D 是双曲线 Γ 上的动点, 若点 N 满足 $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{ND}$, 求点 N 的轨迹方程;
 (3) 过点 B 的动直线 l 交双曲线 Γ 于 PQ 两个不同的点, M 为线段 PQ 的中点, 求直线 AM 的斜率的取值范围.
42. 记无穷数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项中最大值为 M_n , 最小值为 m_n , 令 $b_n = \frac{M_n + m_n}{2}$.
 (1) 若 $a_n = 2^n - 3n$, 写出 b_1, b_2, b_3, b_4 的值;

- (2) 设 $a_n = 2^n - \lambda n$, 若 $b_3 = -3$, 求 λ 的值, 及 $n \geq 4$ 时数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;
- (3) 求证:“数列 $\{a_n\}$ 是等差数列” 的充要条件是 “数列 $\{b_n\}$ 是等差数列”.