

1. (002802) 不等式  $\frac{1+|x|}{|x|-1} \geq 3$  的解集是\_\_\_\_\_.
2. (002803) 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - 1, & x \leq 0, \\ x^{\frac{1}{2}}, & x > 0, \end{cases}$  若  $f(x_0) > 1$ , 则  $x_0$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
3. (002804) 已知  $a > 0$  且  $a \neq 1$ , 关于  $x$  的不等式  $a^x > \frac{1}{2}$  的解集是  $(-\infty, 1)$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.
4. (002805) 关于  $x$  的不等式  $\log_{\frac{1}{2}}(x - \frac{1}{x}) > 0$  的解集是\_\_\_\_\_.
5. (002806) 若不等式  $|3x - b| < 4$  的解集中的整数有且仅有 1, 2, 3, 则  $b$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
6. (002808) (1) 对任意实数  $x$ ,  $|x - 1| - |x + 3| > a$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围;  
(2) \* 对任意实数  $x$ ,  $|x - 1| - |x + 3| > a$  恒不成立, 求实数  $a$  的取值范围.
7. (002809) (1) 若关于  $x$  的不等式  $x^2 - kx + 1 > 0$  的解集为  $\mathbf{R}$ , 求实数  $k$  的取值范围;  
(2) \* 若关于  $x$  的不等式  $x^2 - kx + 1 > 0$  在  $[1, 2]$  上有解, 求实数  $k$  的取值范围.
8. (002810) 已知  $a, b \in \mathbf{R}^+$ , 求证:  $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ .
9. (002811) 已知  $x, y \in \mathbf{R}$ , 求证:  $x^2 + y^2 + 1 \geq x + y + xy$ .
10. (002813) 已知  $0 < a < 1, 0 < b < 1, 0 < c < 1$ , 求证:  $(1-a)b, (1-b)c, (1-c)a$  中至少有一个小于等于  $\frac{1}{4}$ .
11. (002814)  $a, b, c$  是互不相等的正数, 则下列不等式中不正确的序号是\_\_\_\_\_.  
(1)  $|a-b| \leq |a-c| + |c-b|$ ; (2)  $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq a + \frac{1}{a}$ ; (3)  $|a-b| + \frac{1}{a-b} \geq 2$ ; (4)  $\sqrt{a+3} - \sqrt{a+1} \leq \sqrt{a+2} - \sqrt{a}$ .
12. (002815) 已知  $a > b > c > 0$ , 试比较  $\frac{a-c}{b}$  与  $\frac{b-c}{a}$  的大小.
13. (002816) 已知  $a > 0$ , 试比较  $a$  与  $\frac{1}{a}$  的大小.
14. (002817) 若  $x, y, m, n$  均为正数, 求证:  $\sqrt{(m+n)(x+y)} \geq \sqrt{mx} + \sqrt{ny}$ .
15. (002818) 已知  $a, b, c \in \mathbf{R}^+$ , 求证:  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq a^2bc + ab^2c + abc^2$ .
16. (002819) 设  $f(x) = \sqrt{1+x} (x > 0)$ . 若  $x_1 \neq x_2$ , 求证:  $|f(x_1) - f(x_2)| < |x_1 - x_2|$ .
17. (002820) 若实数  $x, y, m$  满足  $|x - m| > |y - m|$ , 则称  $x$  比  $y$  远离  $m$ .  
(1) 若  $x^2 - 1$  比 1 远离 0, 求  $x$  的取值范围;  
(2) 定义: 在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  等于  $x^2$  和  $x + 2$  中远离 0 的那个值. 求证:  $f(x) \geq 1$  在  $\mathbf{R}$  上恒成立.
18. (005030) 利用公式  $\frac{a+b+c}{3} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{3}}$ , 求证:  $\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{b^2+c^2} + \sqrt{c^2+a^2} \geq \sqrt{2}(a+b+c)$ .
19. (005031) 利用公式  $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ , 求证: 若  $a+b=1 (a, b \geq 0)$ , 则  $\sqrt{2a+1} + \sqrt{2b+1} \leq 2\sqrt{2}$ .
20. (005032) 利用公式  $\frac{a+b+c}{3} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{3}}$ , 求证: 若  $a+b+c=1 (a, b, c \geq 0)$ , 则  $\sqrt{13a+1} + \sqrt{13b+1} + \sqrt{13c+1} \leq 4\sqrt{3}$ .

21. (005033) 利用公式  $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ , 求证:  $a \cos \varphi + b \sin \varphi + c \leq \sqrt{2(a^2+b^2+c^2)}$ .
22. (005034) 利用  $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$  ( $a, b, c \in \mathbf{R}$ ), 证明: 若  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 则  $\frac{a^2}{b^2} + b^2c^2 + c^2a^2a + b + c \geq abc$ .
23. (005035) 利用  $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$  ( $a, b, c \in \mathbf{R}$ ), 证明: 若半径为 1 的圆内接  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{1}{4}$ , 二边长分别为  $a, b, c$ , 则  
 (1)  $abc = 1$ ;  
 (2)  $\sqrt{b} + \sqrt{c} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ .
24. (005036) 利用  $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$  ( $a, b, c \in \mathbf{R}$ ), 证明: 若  $a, b, c > 0, n \in \mathbf{N}, f(n) = \lg \frac{a^n+b^n+c^n}{3}$ , 则  $2f(n) \leq f(2n)$ .
25. (005037) 利用放缩法并结合公式  $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$ , 证明:  $\lg 9 \cdot \lg 11 < 1$ .
26. (005038) 利用放缩法并结合公式  $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$ , 证明:  $\log_a(a-1) \cdot \log_a(a+1) < 1$  ( $a > 1$ ).
27. (005039) 利用放缩法并结合公式  $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$ , 证明: 若  $a > b > c$ , 则  $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{4}{c-a} \geq 0$ .
28. (005040) 利用放缩法证明:  $\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+4} + \cdots + \frac{1}{n^2} > 1$  ( $n \in \mathbf{N}, n \geq 2$ ).
29. (005041) 利用放缩法证明:  $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} < 1$  ( $n \in \mathbf{N}$ ).
30. (005042) 利用放缩法证明: 已知  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 且  $a^2+b^2=c^2$ , 求证:  $a^n+b^n < c^n$  ( $n \geq 3, n \in \mathbf{N}$ ).
31. (005043) 利用拆项法证明: 若  $x > y, xy = 1$ , 则  $\frac{x^2+y^2}{x-y} \geq 2\sqrt{2}$ .
32. (005044) 利用拆项法证明:  $\frac{1}{2}(a^2+b^2)+1 \geq \sqrt{a^2+1} \cdot \sqrt{b^2+1}$ .
33. (005045) 利用拆项法证明: 若  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 则  $2(\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}) \leq 3(\frac{a+b+c}{3} - \sqrt[3]{abc})$ .
34. (005046) 利用拆项法证明:  $2(\sqrt{n+1}-1) < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}$  ( $n \in \mathbf{N}$ ).
35. (005047) 利用迭代法证明: 若正数  $x, y$  满足  $x+2y=1$ , 则  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 3+2\sqrt{2}$ .
36. (005048) 利用迭代法证明:  $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{3}{\cos^2 \alpha} \geq 4+2\sqrt{3}$ .
37. (005049) 利用迭代法证明: 若  $x, y > 0, a, b$  为正常数, 且  $\frac{a}{x} + \frac{a}{y} = 1$ , 则  $x+y \geq (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ .
38. (005050) 利用判别式法证明:  $\frac{1}{3} \leq \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1} \leq 3$ .
39. (005051) 利用判别式法证明: 若关于  $x$  的不等式  $(a^2-1)x^2 - (a-1)x - 1 < 0$  ( $a \in \mathbf{R}$ ) 对任意实数  $x$  恒成立, 则  $-\frac{3}{5} < a \leq 1$ .
40. (005052) 利用函数的单调性证明: 若  $x > 0, y > 0, x+y=1$ , 则  $(x+\frac{1}{x})(y+\frac{1}{y}) \geq \frac{25}{4}$ .

41. (005053) 利用函数的单调性证明: 若  $0 < a < \frac{1}{k} (k \geq 2, k \in \mathbf{N})$ , 且  $a^2 < a - b$ , 则  $b < \frac{1}{k+1}$ .
42. (005054) 利用三角换元法证明: 若  $a^2 + b^2 = 1$ , 则  $a \sin x + b \cos x \leq 1$ .
43. (005055) 利用三角换元法证明: 若  $|a| < 1, |b| < 1$ , 则  $|ab \pm \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}| \leq 1$ .
44. (005056) 利用三角换元法证明: 若  $x^2 + y^2 \leq 1$ , 则  $-\sqrt{2} \leq x^2 + 2xy - y^2 \leq \sqrt{2}$ .
45. (005057) 利用三角换元法证明: 若  $|x| \leq 1$ , 则  $(1+x)^n + (1-x)^n \leq 2^n$ .
46. (005058) 利用三角换元法证明: 若  $a > 0, b > 0$ , 且  $a - b = 1$ , 则  $0 < \frac{1}{a}(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}})(\sqrt{b} + \frac{1}{\sqrt{b}}) < 1$ .
47. (005059) 利用三角换元法证明:  $0 < \sqrt{1+x} - \sqrt{x} \leq 1$ .
48. (005060) 试构造几何图形证明: 若  $f(x) = \sqrt{1+x^2}, x > b > 0$ , 则  $|f(a) - f(b)| < |a - b|$ .
49. (005061) 试构造几何图形证明: 若  $x, y, z > 0$ , 则  $\sqrt{x^2 + y^2 + xy} + \sqrt{y^2 + z^2 + yz} > \sqrt{z^2 + x^2 + zx}$ .
50. (005062) 利用均值换元证明: 若  $a > 0, b > 0$ , 且  $a + b = 1$ , 则  $\frac{4}{3} \leq \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} < \frac{3}{2}$ .
51. (005063) 利用均值换元证明: 若  $a + b + c = 1$ , 则  $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$ .
52. (005064) 利用设差换元证明: 若  $x \geq y \geq 0$ , 则  $\sqrt{2xy - y^2} + \sqrt{x^2 - y^2} \geq x$ .
53. (005065) 已知  $a, b, c$  都是正数, 求证:  $a^a b^b c^c \geq (abc)^{\frac{a+b+c}{3}}$ .
54. (005066) 已知正数  $a, b$  满足  $a + b = 1$ , 求证:  $(ax + by)(ay + bx) \geq xy$ .
55. (005067) 已知正数  $a, b$  满足  $a + b = 1$ , 求证:  $(a + \frac{1}{a})^2 + (b + \frac{1}{b})^2 \geq \frac{25}{2}$ .
56. (005068) 已知正数  $a, b$  满足  $a + b = 1$ , 求证:  $(a + \frac{1}{a})(b + \frac{1}{b}) \geq \frac{25}{4}$ .
57. (005069) 已知正数  $a, b, c$  满足  $a + b + c = 1$ , 求证:  $(a + \frac{1}{a}) + (b + \frac{1}{b}) + (c + \frac{1}{c}) \geq 10$ .
58. (005070) 已知正数  $a, b, c$  满足  $a + b + c = 1$ , 求证:  $(a + \frac{1}{a})^2 + (b + \frac{1}{b})^2 + (c + \frac{1}{c})^2 \geq \frac{100}{3}$ .
59. (005071) 已知正数  $a, b, c$  满足  $a + b + c = 1$ , 求证:  $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}} \geq 3\sqrt{3}$ .
60. (005072) 已知  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ , 求证:  $-\frac{1}{2} \leq ab + bc + ca \leq 1$ .
61. (005073) 已知  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ , 求证:  $|abc| \leq \frac{\sqrt{3}}{9}$ .
62. (005074) 已知  $x > 1$ , 求证:  $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} > \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ .
63. (005075) 已知  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 求证:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 2(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a})$ .
64. (005076) 已知  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 求证:  $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} \geq \frac{3}{2}$ .
65. (005077) 已知  $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 求证:  $\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha \sin^2 \beta \cos^2 \beta} \geq 9$ .



84. (005108) 若  $x > 1$ , 则  $\frac{x^2 - 2x + 2}{2x - 2}$  有 ( ).
- A. 最小值 1                      B. 最大值 1                      C. 最小值 -1                      D. 最大值 -1
85. (005109) 若  $x, y \in \mathbf{R}^+$ , 且  $x^2 + y^2 = 1$ , 则  $x + y$  的最大值是\_\_\_\_\_.
86. (005110) 若  $x + 2y = 2\sqrt{2}a (x > 0, y > 0, a > 1)$ , 则  $\log_a x + \log_a y$  的最大值是\_\_\_\_\_.
87. (005111) 若  $x > 1$ , 则  $2 + 3x + \frac{4}{x-1}$  的最小值\_\_\_\_\_, 此时  $x =$ \_\_\_\_\_.
88. (005112) 若  $x > 0$ , 则  $x + \frac{1}{x} + \frac{16x}{x^2 + 1}$  的最小值是\_\_\_\_\_, 此时  $x =$ \_\_\_\_\_.
89. (005113) 若正数  $a, b$  满足  $a^2 + \frac{b^2}{2} = 1$ , 则  $a\sqrt{1+b^2}$  的最大值为\_\_\_\_\_, 此时  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.
90. (005114) 若  $x > 0$ , 则  $3x + \frac{12}{x^2}$  的最小值是\_\_\_\_\_, 此时  $x =$ \_\_\_\_\_.
91. (005115) 若  $0 < x < \frac{1}{3}$ , 则  $x^2(1-3x)$  的最大值是\_\_\_\_\_, 此时  $x =$ \_\_\_\_\_.
92. (005116) 若  $xy > 0$ , 且  $x^2y = 2$ , 则  $xy + x^2$  的最小值是\_\_\_\_\_.
93. (005118) 若正数  $x, y, z$  满足  $5x + 2y + z = 100$ , 则  $\lg x + \lg y + \lg z$  的最大值是\_\_\_\_\_.
94. (005119) 若  $\frac{x^2}{4} + y^2 = x$ , 则  $x^2 + y^2$  有 ( ).
- A. 最小值 0, 最大值 16      B. 最小值  $-\frac{1}{3}$ , 最大值 0      C. 最小值 0, 最大值 1      D. 最小值 1, 最大值 2
95. (005121) 若  $x > 0$ , 则  $\frac{x}{x^3 + 2}$  的最大值是 ( ).
- A. 5                      B. 3                      C. 1                      D.  $\frac{1}{3}$
96. (005122) 若正数  $a, b$  满足  $ab - (a+b) = 1$ , 则  $a+b$  的最小值是 ( ).
- A.  $2 + 2\sqrt{2}$                       B.  $2\sqrt{2} - 2$                       C.  $\sqrt{5} + 2$                       D.  $\sqrt{5} - 2$
97. (005127) 若  $x, y > 0$ , 求  $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x+y}}$  的最大值.
98. (005128) 已知正常数  $a, b$  和正变数  $x, y$  满足  $a + b = 10, \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1$ ,  $x + y$  的最小值为 18, 求  $a, b$  的值.
99. (005129) 已知  $x^2 + y^2 = 1$ , 求  $(1+xy)(1-xy)$  的最大值和最小值.
100. (005130) 已知  $x^2 + y^2 = 3, a^2 + b^2 = 4$ , 求  $ax + by$  的最大值和最小值.
101. (005131) 已知  $\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = 1$ , 求  $x + y$  的最大值和最小值.
102. (005132) 已知函数  $f(x) = \frac{2^{x+3}}{4^x + 8}$ .
- (1) 求  $f(x)$  的最大值;
- (2) 对于任意实数  $a, b$ , 求证:  $f(a) < b^2 - 4b + \frac{11}{2}$ .
103. (005133) 若直角三角形的周长为 1, 求它的面积的最大值.

104. (005134) 若直角三角形的内切圆半径为 1, 求它的面积的最小值.

105. (005135) 若球半径为  $R$ , 试求它的内接圆柱的最大体积. 请指出下向解法的错误, 并给出正确的解答.

解: 设圆柱底面半径为  $r$ , 则  $4r^2 = 4R^2 - h^2$ , 而  $V = \pi r^2 h = \frac{\pi}{4}(4R^2 - h^2)h = \frac{\pi}{4}(2R + h)(2R - h) = \frac{\pi}{8}(2R + h)(4R - 2h)h \leq \frac{\pi}{8}(\frac{2R + h + 4R - 2h + h}{3})^3 = \frac{\pi}{8}(2R)^3 = \pi R^3$ . 所以所求最大体积为  $\pi R^3$ .

106. (005136) 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$ ,  $\angle ACB = \theta$ . 现将  $\triangle ABC$  分别以  $BC, CA, AB$  所在直线为轴旋转一周, 设所得三个旋转体的体积依次为  $V_1, V_2, V_3$ .

(1) 设  $T = \frac{V_3}{V_1 + V_2}$ , 试用  $a, b, c$  表示  $T$ ;

(2) 若  $\theta$  为定值, 并令  $\frac{a+b}{c} = x$ , 将  $T = \frac{V_3}{V_1 + V_2}$  表示为  $x$  的函数, 写出这个函数的定义域, 并求这个函数的最大值  $M$ ;

(3) 若  $\theta \in [\frac{\pi}{3}, \pi)$ , 求 (2) 中  $M$  的最大值.

107. (005137) 已知  $A(0, \sqrt{3}a)$ ,  $B(-a, 0)$ ,  $C(a, 0)$  是等边  $\triangle ABC$  的顶点, 点  $M, N$  分别在边  $AB, BC$  上, 且将  $\triangle ABC$  的面积两等分, 记  $N$  的横坐标为  $x$ ,  $|MN| = y$ .

(1) 写出  $y = f(x)$  的表达式;

(2) 求  $y = f(x)$  的最小值.

108. (005139) 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集是  $\{x | \alpha < x < \beta\}$ , 其中  $0 < \alpha < \beta$ , 求  $cx^2 + bx + a < 0$  的解集.

109. (005140) 解不等式  $(x+1)^2(x-1)(x-4)^3 > 0$ .

110. (005141) 解不等式  $\frac{3x^2 - 14x + 14}{x^2 - 6x + 8} \geq 1$ .

111. (005142) 解不等式  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} > x - 3$ .

112. (005143) 解不等式  $\sqrt{2x-1} < x-2$ .

113. (005144) 解不等式  $|x^2 - 4| \leq x + 2$ .

114. (005145) 解不等式  $|x^2 - \frac{1}{2}| > 2x$ .

115. (005146) 解关于  $x$  的不等式  $|\log_a x| < |\log_a(ax^2)| - 2 (0 < a < 1)$ .

116. (005147) 若关于  $x$  的不等式  $2x - 1 > a(x - 2)$  的解集是  $\mathbf{R}$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( ).

A.  $a > 2$

B.  $a = 2$

C.  $a < 2$

D.  $a$  不存在

117. (005148) 若关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx - 2 > 0$  的解集是  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$ , 则  $ab$  等于 ( ).

A.  $-24$

B.  $24$

C.  $14$

D.  $-14$

118. (005149) 若关于  $x$  的不等式  $(a-2)x^2 + 2(a-2)x - 4 < 0$  对一切实数  $x$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是 ( ).

A.  $(-\infty, 2]$

B.  $(-\infty, -2)$

C.  $(-2, 2]$

D.  $(-2, 2)$



138. (005170) 已知集合  $A = \{x|x - a > 0\}$ ,  $B = \{x|x^2 - 2ax - 3a^2 < 0\}$ , 求  $A \cap B$  与  $A \cup B$ .
139. (005171) 不等式  $\sqrt{x+3} > -1$  的解集是 ( ).
- A.  $\{x|x > -2\}$                       B.  $\{x|x \geq -3\}$                       C.  $\emptyset$                       D.  $\mathbf{R}$
140. (005172) 不等式  $(x-1)\sqrt{x+2} \geq 0$  的解集是 ( ).
- A.  $\{x|x > 1\}$                       B.  $\{x|x \geq 1\}$                       C.  $\{x|x \geq 1 \text{ 或 } x = -2\}$                       D.  $\{x|x > 1 \text{ 或 } x = -2\}$
141. (005173) 与不等式  $\sqrt{(x-4)(x+3)} \leq 1$  的解完全相同的不等式是 ( ).
- A.  $|(x-4)(x+3)| \leq 1$                       B.  $(x-4)(x+3) \leq 1$                       C.  $\lg[(x-4)(x+3)] \leq 0$                       D.  $0 \leq (x-4)(x+3) \leq 1$
142. (005174) 解不等式:  $\sqrt{x-5} + 4x - 3 > 3x + 1 + \sqrt{x-5}$ .
143. (005175) 解不等式:  $\sqrt{x^2+1} > \sqrt{x^2-x+3}$ .
144. (005176) 解不等式:  $(x-4)\sqrt{x^2-3x-4} \geq 0$ .
145. (005177) 解不等式:  $\frac{x+1}{x+4} \sqrt{\frac{x+3}{1-x}} < 0$ .
146. (005178) 解不等式:  $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-5} \geq \sqrt{5-x}$ .
147. (005179) 解不等式:  $\sqrt{x-6} + \sqrt{x-3} \geq \sqrt{3-x}$ .
148. (005180) 解不等式:  $\sqrt{2-x} < x$ .
149. (005181) 解不等式:  $\sqrt{4-x^2} < x+1$ .
150. (005182) 解不等式:  $\sqrt{3-2x} > x$ .
151. (005183) 解不等式:  $\sqrt{(x-1)(2-x)} > 4-3x$ .
152. (005184) 不等式  $\sqrt{4-x^2} + \frac{|x|}{x} \geq 0$  的解集是 ( ).
- A.  $[-2, 2]$                       B.  $[-\sqrt{3}, 0) \cup (0, 2]$                       C.  $[-2, 0] \cup (0, 2]$                       D.  $[-\sqrt{3}, 0) \cup (0, \sqrt{3}]$
153. (005185) 已知关于  $x$  的不等式  $\sqrt{2x-x^2} > kx$  的解集是  $\{x|0 < x \leq 2\}$ , 则实数  $k$  的取值范围是 ( ).
- A.  $k < 0$                       B.  $k \geq 0$                       C.  $0 < k < 2$                       D.  $-\frac{1}{2} < k < 0$
154. (005186) 解不等式:  $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} < 1$ .
155. (005187) 解不等式:  $\sqrt{x^2-5x-6} < |x-3|$ .
156. (005188) 解不等式:  $|2\sqrt{x+3} - x + 1| < 1$ .
157. (005189) 解关于  $x$  的不等式:  $\sqrt{a(a-x)} > a-2x (a > 0)$ .
158. (005190) 解关于  $x$  的不等式:  $\sqrt{4x-x^2} > ax (a < 0)$ .



159. (005191) 解关于  $x$  的不等式:  $\sqrt{1-ax} < x-1 (a > 0)$ .
160. (005192) 解关于  $x$  的不等式:  $\sqrt{a^2-x^2} > 2x-a$ .
161. (005817) 已知实数集  $\mathbf{R}$  的子集  $P$  满足两个条件: ①  $1 \notin P$ ; ② 若实数  $a \in P$ , 则  $\frac{1}{1-a} \in P$ . 求证:  
 (1) 若  $2 \in P$ , 则  $P$  中必含有其他两个数, 并求出这两个数;  
 (2) 集合  $P$  不可能是单元素集.
162. (005818) 已知集合  $A, B, C$  满足  $A \cap B = A, B \cap C = B$ , 求证:  $A \subseteq C$ .
163. (005819) 已知集合  $A = \{x|x = a^2 + 1, a \in \mathbf{N}\}, B = \{y|y = b^2 - 4b + 5, b \in \mathbf{N}\}$ , 求证:  $A \subset B$ .
164. (005820) 已知集合  $A = \{x|x = 12a + 8b, a, b \in \mathbf{Z}\}, B = \{x|x = 20c + 16d, c, d \in \mathbf{Z}\}$ , 求证:  $A = B$ .
165. (005821) 某班学生期中考试数学得优秀的有 18 人, 物理得优秀的有 14 人, 其中数学、物理两科中至少有一科得优秀的有 22 人, 求两科都得优秀的学生人数.
166. (005822) 由某班学生组成的篮球队、排球队、乒乓球队分别有 14, 15, 13 名队员. 已知同时参加这三个队的有 3 人, 既参加篮球队又参加排球队的有 5 人, 仅参加乒乓球队的有 4 人, 仅参加排球队的有 5 人, 问: 仅参加篮球队的有几人.
167. (005823) 某地区先后举行中学生数、理、化三科竞赛, 参加竞赛的学生人数依次是 807 人、739 人、437 人, 其中参加数学、物理两科竞赛的有 513 人, 参加物理、化学竞赛的有 267 人, 参加数学、化学竞赛的有 371 人, 三科竞赛都参加的有 213 人, 求参加竞赛的学生总人数.
168. (007783) 解不等式:  $(x+1)^2 - 6 > 0$ .
169. (007787) 解不等式:  $2x - 1 \geq x^2$ .
170. (007788) 解关于  $x$  的不等式:  $(x-a)(x-1) < 0 (a > 1)$ .
171. (007789) 解关于  $x$  的不等式:  $(x-a)(x-2a) < 0 (a > 0)$ .
172. (007790) 写出一个解集只含一个元素的一元二次不等式.
173. (007791) 解不等式组: 
$$\begin{cases} 6-x-x^2 \leq 0, \\ x^2+3x-4 < 0. \end{cases}$$
174. (007792) 解不等式组: 
$$\begin{cases} 4x^2-27x+18 > 0, \\ x^2-6x+4 < 0. \end{cases}$$
175. (007793) 已知集合  $U = \mathbf{R}$ , 且集合  $A = \{x|x^2 - 16 < 0\}$ , 集合  $B = \{x|x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$ , 求:  
 (1)  $A \cap B$ ;  
 (2)  $A \cup B$ ;  
 (3)  $\complement_U(A \cap B)$ ;  
 (4)  $\complement_U A \cup \complement_U B$ .

176. (007794) 已知不等式  $x^2 + ax + b < 0$  的解集为  $(-3, -1)$ , 求实数  $a$ 、 $b$  的值.
177. (007795) 已知关于  $x$  的二次方程  $2x^2 + ax + 1 = 0$  无实数解, 求实数  $a$  的取值范围.
178. (007796) 已知  $P(a, b)$  为正比例函数  $y = 2x$  的图像上的点, 且  $P$  与  $B(2, -1)$  之间的距离不超过 3, 求  $a$  的取值范围.
179. (007797) 某船从甲码头沿河顺流航行 75 千米到达乙码头, 停留 30 分钟后再逆流航行 126 千米到达丙码头. 如果水流的速度为每小时 4 千米, 该船要在 5 小时内完成航行任务, 那么船的速度每小时至少为多少千米?
180. (007798) 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3x^2 + x - 2 \geq 0, \\ 4x^2 - 15x + 9 > 0. \end{cases}$$
181. (007799) 已知关于  $x$  的不等式组 
$$\begin{cases} (2x - 3)(3x + 2) \leq 0, \\ x - a > 0 \end{cases}$$
 无实数解, 求实数  $a$  的取值范围.
182. (007837) 证明: 如果  $a > b > 0$ ,  $c > d > 0$ , 那么  $a^2c > b^2d$ .
183. (007838) 证明:  $a^2 + b^2 + 2 \geq 2(a + b)$ .
184. (007839) 证明: 如果  $a$ 、 $b$ 、 $c$  都是正数, 那么  $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$ .
185. (007840) 解不等式:  $2(x + 1)(x + 2) > (x + 3)(x + 4)$ .
186. (007841) 解不等式:  $-3x^2 - 5x - 4 < 0$ .
187. (007842) 解不等式:  $4x^2 - 20x + 25 \leq 0$ .
188. (007843) 解不等式:  $x^2 - 16x + 64 > 0$ .
189. (007844) 解不等式组: 
$$\begin{cases} x^2 - 16 < 0, \\ x^2 - 4x + 3 \geq 0. \end{cases}$$
190. (007845) 解不等式组:  $4 < x^2 - x - 2 < 10$ .
191. (007846) 解不等式:  $|\frac{3x - 9}{2}| \leq 6$ .
192. (007847) 解不等式:  $3 < |x - 2| < 5$ .
193. (007848) 解不等式:  $|\frac{1}{x}| < \frac{4}{5}$ .
194. (007849) 下列四对不等式 (组) 中, 哪几对具有相同的解集?
- (1)  $-\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{27}{2} > 0$  与  $x^2 - 6x - 27 > 0$ ;
- (2)  $4 < x^2 - x + 2 < 10$  与 
$$\begin{cases} x^2 - x + 2 < 10, \\ x^2 - x + 2 > 4; \end{cases}$$
- (3)  $|2x + 1| < 5$  与  $2x + 1 < 5$  或  $2x + 1 > -5$ ;
- (4)  $\frac{x - 1}{x + 1} < 2$  与  $x - 1 < 2(x + 1)$ .

195. (007850) 已知关于  $x$  的不等式  $2x^2 - 2(a-1)x + (a+3) > 0$  的解集是  $\mathbf{R}$ , 求实数  $a$  的取值范围.
196. (007851) 已知函数  $y = (m-1)x^2 + (m-3)x + (m-1)$ ,  $m$  取什么实数时, 函数图像与  $x$  轴
- (1) 没有公共点?
  - (2) 只有一个公共点?
  - (3) 有两个不同的公共点?
197. (007852) 当  $k$  是什么实数时, 关于  $x$  的方程  $2x + k(x+3) = 4$  的解是正数?
198. (007853) 已知直角三角形的周长为 4, 求这个直角三角形面积的最大值, 并求此时各边的长.
199. (007854) 求证:  $(\frac{a+b}{2})^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}$ .
200. (007855) 求不等式  $5 \leq x^2 - 2x + 2 < 26$  的正整数解.
201. (007856) 已知  $x, y \in [a, b]$ .
- (1) 求  $x+y$  的范围;
  - (2) 若  $x < y$ , 求  $x-y$  的范围.
202. (007857) 当  $k$  为什么实数时, 方程组  $\begin{cases} 3x - 6y = 1, \\ 5x - ky = 2 \end{cases}$  的解满足  $x < 0$  且  $y < 0$  的条件?
203. (007858) 当  $k$  为什么实数时, 方程组  $\begin{cases} 4x + 3y = 60, \\ kx + (k+2)y = 60 \end{cases}$  的解满足  $x > y > 0$  的条件?
204. (007859) 已知  $m < n$ , 试写出一个形如  $ax^2 + bx + c > 0$  的一元二次不等式, 使它的解集分别为:
- (1)  $(-\infty, m) \cup (n, +\infty)$ ;
  - (2)  $(m, n)$ .
205. (007985) 若集合  $A = \{x | 0.1 < \frac{1}{x} < 0.3, x \in \mathbf{N}\}$ , 集合  $B = \{x | |x| \leq 5, x \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A \cup B$  中的元素个数是 ( ).
- A. 11                                      B. 13                                      C. 15                                      D. 17
206. (007986) “ $x \neq 1$  且  $y \neq 2$ ” 是 “ $x+y \neq 3$ ” 的 ( ).
- A. 充分非必要条件                                      B. 必要非充分条件
- C. 充要条件                                      D. 既非充分又非必要条件
207. (007988) 已知集合  $A = \{x | 3x^2 + x - 2 \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 集合  $B = \{x | \frac{4x-3}{x-3} > 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 求  $A \cap B$ .
208. (007990) 已知集合  $A = (-2, -1) \cup (0, +\infty)$ , 集合  $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$ , 且  $A \cap B = (0, 2]$ ,  $A \cup B = (-2, +\infty)$ , 求实数  $a, b$  的值.
209. (007995) 已知集合  $A = \{x | |x-a| < 2\}$ , 集合  $B = \{x | \frac{2x-1}{x-2} < 1\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

210. (007996) 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x|x^2 + px + 12 = 0\}$ , 集合  $B = \{x|x - 5x - q = 0\}$ , 满足  $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$ . 求实数  $p$  与  $q$  的值.
211. (009426) 判断下列各组对象能否组成集合. 若能组成集合, 指出是有限集还是无限集; 若不能组成集合, 请说明理由.
- (1) 上海市现有各区的名称;
  - (2) 末位是 3 的自然数;
  - (3) 比较大的苹果.
212. (009427) 用符号 “ $\in$ ” 或 “ $\notin$ ” 填空:
- (1)  $\frac{1}{2}$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}$ ;
  - (2) 5 \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ;
  - (3)  $-2$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Q}$ ;
  - (4)  $\pi$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ .
213. (009428) 用列举法表示下列集合:
- (1) 能整除 10 的所有正整数组成的集合;
  - (2) 绝对值小于 4 的所有整数组成的集合.
214. (009429) 用描述法表示下列集合:
- (1) 全体偶数组成的集合;
  - (2) 平面直角坐标系中  $x$  轴上所有点组成的集合.
215. (009430) 用区间表示下列集合:
- (1)  $\{x|-1 < x \leq 5\}$ ;
  - (2) 不等式  $-2x > 6$  的所有解组成的集合.
216. (009431) 判断下列说法是否正确, 并简要说明理由:
- (1) 若  $a \in A$  且  $A \subseteq B$ , 则  $a \in B$ ;
  - (2) 若  $A \subseteq B$  且  $A \subseteq C$ , 则  $B = C$ ;
  - (3) 若  $A \subset B$  且  $B \subseteq C$ , 则  $A \subset C$ .
217. (009432) 用符号 “ $\supset$ ” “ $=$ ” 或 “ $\subset$ ” 填空:
- (1)  $\{a\}$  \_\_\_\_\_  $\{a, b, c\}$ ;
  - (2)  $\{a, b, c\}$  \_\_\_\_\_  $\{a, c\}$ ;
  - (3)  $\{1, 2\}$  \_\_\_\_\_  $\{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$ .
218. (009433) 写出所有满足  $\{a\} \subset M \subset \{a, b, c, d\}$  的集合  $M$ .
219. (009434) 设  $A$  为全集  $U$  的任一子集, 则 (1)  $\overline{\overline{A}} =$  \_\_\_\_\_; ( $\overline{A}$  表示  $A$  的补集  $A$  的补集)
- (2)  $A \cap \overline{A} =$  \_\_\_\_\_;
  - (3)  $A \cup \overline{A} =$  \_\_\_\_\_.

220. (009435) 已知全集为  $\mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | -2 < x \leq 1\}$ . 求  $A$ .
221. (009436) 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ,  $C = \{3, 4, 5, 6\}$ . 求:
- (1)  $(A \cap B) \cup C$ ,  $(A \cup C) \cap (B \cup C)$ ;
  - (2)  $(A \cup B) \cap C$ ,  $(A \cap C) \cup (B \cap C)$ .
222. (009437) 举几个生活中的命题的例子, 并判断其真假.
223. (009438) 判断下列命题的真假, 并说明理由:
- (1) 所有偶数都不是素数;
  - (2)  $\{1\}$  是  $\{0, 1, 2\}$  的真子集;
  - (3)  $0$  是  $\{0, 1, 2\}$  的真子集;
  - (4) 如果集合  $A$  是集合  $B$  的子集, 那么  $B$  不是  $A$  的子集.
224. (009439) 用 “ $\Rightarrow$ ” 表示下列陈述句  $\alpha$  与  $\beta$  之间的推出关系:
- (1)  $\alpha: \triangle ABC$  是等边三角形,  $\beta: \triangle ABC$  是轴对称图形;
  - (2)  $\alpha: x^2 = 4$ ,  $\beta: x = 2$ .
225. (009440) 已知  $\alpha$ : 四边形  $ABCD$  的两组对边分别平行,  $\beta$ : 四边形  $ABCD$  为矩形,  $\gamma$ : 四边形  $ABCD$  的两组对边分别相等. 用 “充分非必要” “必要非充分” “充要” 或 “既非充分又非必要” 填空:
- (1)  $\alpha$  是  $\beta$  的 \_\_\_\_\_ 条件;
  - (2)  $\beta$  是  $\gamma$  的 \_\_\_\_\_ 条件;
  - (3)  $\alpha$  是  $\gamma$  的 \_\_\_\_\_ 条件.
226. (009441) 设  $\alpha: 1 \leq x < 4$ ,  $\beta: x < m$ ,  $\alpha$  是  $\beta$  的充分条件. 求实数  $m$  的取值范围.
227. (009442) 设  $n \in \mathbf{Z}$ . 证明: 若  $n^3$  是奇数, 则  $n$  是奇数.
228. (009443) 证明: 对于三个实数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 若  $a \neq c$ , 则  $a \neq b$  或  $b \neq c$ .
229. (009444) 设  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  是实数, 判断下列命题的真假, 并说明理由:
- (1) 若  $a^2 = b^2$ , 则  $a = b$ ;
  - (2) 若  $a(c^2 + 1) = b(c^2 + 1)$ , 则  $a = b$ ;
  - (3) 若  $ab = 0$ , 则  $a = 0$  或  $b = 0$ ;
  - (4) 若  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ , 且  $c + d \neq 0$ , 则  $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a}{c}$ .
230. (009445) 设  $a \in \mathbf{R}$ , 求关于  $x$  的方程  $ax = a^2 + x - 1$  的解集.
231. (009447) 求一元二次方程  $ax^2 - 4x + 2 = 0 (a \neq 0)$  的解集.
232. (009448) 已知方程  $2x^2 + 4x - 3 = 0$  的两个根为  $x_1$ 、 $x_2$ , 求下列各式的值:
- (1)  $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$ ;
  - (2)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ;

(3)  $x_1^2 + x_2^2$ ;

(4)  $x_1^3 + x_2^3$ .

233. (009449) 设  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  为实数, 判断下列命题的真假, 并说明理由:

(1) 如果  $a > b$ ,  $c > d$ , 那么  $a + d > b + c$ ;

(2) 如果  $ab > ac$ , 那么  $b > c$ ;

(3) 如果  $a \geq b$  且  $a \leq b$ , 那么  $a = b$ ;

(4) 如果  $a > b$ ,  $\frac{1}{c} > \frac{1}{d}$ , 那么  $ac > bd$ ;

(5) 如果  $\frac{b}{a} > \frac{d}{c}$ , 那么  $bc > ad$ .

234. (009450) 设  $ab > 0$ , 求证:  $a > b$  是  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  的充要条件.