1. 已知 $z=1+\mathrm{i}$(其中 i 为虚数单位), 则 $2\overline{z}=$__________.

2. 双曲线 $\dfrac{x^2}{9}-y^2=1$ 的实轴长为__________.

3. 函数 $f(x)=\cos^2 x-\sin^2 x+1$ 的周期为__________.

4. 已知 a 是实数, 行列式 $\begin{vmatrix} a & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ 的值与行列式 $\begin{vmatrix} a & 0 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ 的值相等, 则 $a=$__________.

5. 已知圆柱的高为 4, 底面积为 9π, 则圆柱的侧面积为__________.

6. 已知 x,y 满足 $\begin{cases} x+y\leq 0, \\ x-y-1\leq 0, \end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的最小值为__________.

7. 二项式 $(3+x)^n$ 的展开式中, x^2 项的系数是常数项的 5 倍, 则 $n=$__________.

8. 设 a 是常数, 若函数 $f(x)=\begin{cases} a^2x-1, & x<0, \\ x+a, & x>0, \\ 0, & x=0 \end{cases}$ 为奇函数, 则 a 的值为__________.

9. 为了检查学生的身体素质指标, 从游泳类 1 项, 球类 3 项, 田径类 4 项共 8 项项目中随机抽取 4 项进行检测, 则每一类都被抽到的概率为__________.

10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为零, S_n 为其前 n 项和, 若 $S_3=0$, 则 $S_i(i=1,2,\cdots,100)$ 中不同的数值有__________ 个.

11. 若平面向量 $\overrightarrow{a},\overrightarrow{b},\overrightarrow{c}$ 满足 $|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|=|\overrightarrow{c}|=\lambda$, 且 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$, $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}=2$, $\overleftrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}=1$, 则 $\lambda=$__________.

12. 设定义在 $[0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的值域为 A_f. 若对任意满足 $f(x)=f(\dfrac{1}{x+1})$ 的函数 $f(x)$, 集合 $\{y|y=f(x),\ x\in[0,a]\}$ 总可以取得 A_f 中的所有值, 则实数 a 的取值范围为__________.

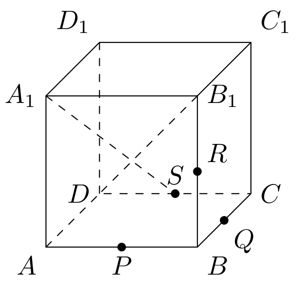
13. 若集合 $A=[-1,2)$, $B=\mathbf{Z}$, 则 $A\cap B=($ $\quad$ $)$.

    A. $\{-2,-1,0,1\}$ B. $\{-1,0,1\}$ C. $\{-1,0\}$ D. $\{-1\}$

14. 若实数 a,b 满足 $a>b>0$, 下列不等式中恒成立的是 ($\quad$).

    A. $a+b>2\sqrt{ab}$ B. $a+b<2\sqrt{ab}$ C. $\dfrac{a}{2}+2b>2\sqrt{ab}$ D. $\dfrac{a}{2}+2b<2\sqrt{ab}$

15. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P,Q,R,S 分别为棱 AB,BC,BB_1,CD 的中点, 联结 A_1S,B_1D. 空间任意两点 M,N, 若线段 MN 上不存在点在线段 A_1S,B_1D 上, 则称 M,N 两点可视, 则下列选项中, 与点 D_1 可视的为 ($\quad$).



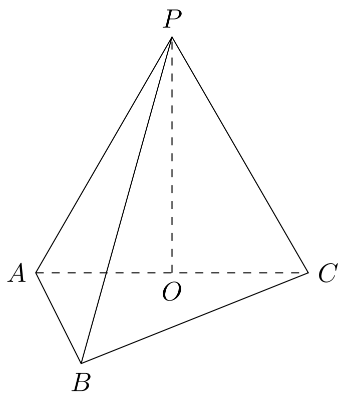
A. 点 P　　B. 点 B　　C. 点 R　　D. 点 Q

16. 设集合 $\Omega = \{(x, y) | (x-k)^2 + (y-k^2)^2 = 4|k|,\ k \in \mathbf{Z}\}$. 关于命题: ① "存在直线 l, 使得集合 Ω 中不存在点在 l 上, 而存在点在 l 两侧"; ② "存在直线 l, 使得集合 Ω 中存在无数点在 l 上" 的真假判断, 正确的是 (　　).

A. ①和②都是真命题　　B. ①是真命题, ②是假命题

C. ①是假命题, ②是真命题　　D. ①和②都是假命题

17. 设 ABC 是等边三角形, O 为边 AC 的中点, $PO \perp$ 平面 ABC, $PA = AC = 2$.



(1) 求三棱锥 $P-ABC$ 的体积;

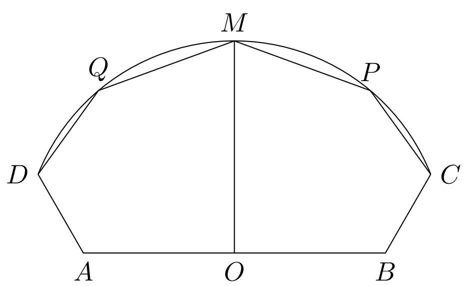
(2) 若 M 为 BC 的中点, 求 PM 与平面 PAC 所成角的大小.

18. 已知 $f(x) = \log_3(x+a) + \log_3(6-x)$.

(1) 若将函数 $y = f(x)$ 的图像向下平移 $m(m > 0)$ 个单位后, 所得的图像经过点 $(3, 0)$ 与点 $(5, 0)$, 求 a 与 m 的值;

(2) 若 $a > -3$ 且 $a \neq 0$, 解关于 x 的不等式 $f(x) \leq f(6-x)$.

19. 如图所示的五边形中, $AD = BC = 6$, $AB = 20$, $\angle ABC = \angle DAB = 120°$, O 为 AB 的中点, 曲线 CMD 上所有点到 O 的距离相等, $MO \perp AB$, P 为曲线 CM 上的动点, 点 Q 与点 P 关于 OM 对称.



(1) 若 P 在点 D 的位置, 求 $\angle POB$ 的大小;

(2) 求五边形 $MQABP$ 面积的最大值.

20. 已知椭圆方程 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点为 $F_1(-\sqrt{2},0)$、$F_2(\sqrt{2},0)$, A 为椭圆的下顶点, M 为直线 $l:x+y-4\sqrt{2}=0$ 上一点.

(1) 若 $a=2$, AM 的中点在 x 轴上, 求点 M 的坐标;

(2) 直线 l 交 y 轴于点 B, 直线 AM 经过 F_2, 若 $\triangle ABM$ 有一个内角的余弦值为 $\dfrac{3}{5}$, 求 b 的值;

(3) 若 Γ 上存在点 P 到直线 l 的距离为 d, 且满足 $d+|PF_1|+|PF_2|=6$, 当 a 变化时, 求 d 的最小值.

21. 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_2=3$, 且对任意 $n(n\geq 2)$, 都存在 $i(1\leq i\leq n-1)$, 使得 $a_{n+1}=2a_n-a_i$.

(1) 求 a_4 的所有可能值;

(2) 命题 p: 若 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_8$ 成等差数列, 则 $a_9<30$ 成立. 证明命题 p 为真, 写出命题 p 的逆命题 q; 若命题 q 为真, 则证明, 若命题 q 为假, 请举出反例;

(3) 对任意正整数 m, $a_{2m}=3^m$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.