1. 已知 $\sin x=-\frac{1}{3}(\pi<x<\frac{3\pi}{2})$, 用反正弦形式表示 x.
解答在这里因为 $\sin(\pi-x)=\sin x=-\frac{1}{3}$, 且由 $\pi<x<\frac{3\pi}{2}$ 知, $-\frac{\pi}{2}<\pi-x<0$, 所以 $\pi-x=\arcsin(-\frac{1}{3})=-\arcsin\frac{1}{3}$, 于是 $x=\pi+\arcsin\frac{1}{3}$.

2. 若 $\cos x=\frac{1}{3}(-\frac{\pi}{2}<x<0)$, 用反余弦形式表示 x.
解答在这里因为 $\cos(-x)=\cos x=\frac{1}{3}$, 且由 $-\frac{\pi}{2}<x<0$ 知, $0<-x<\frac{\pi}{2}$, 所以 $-x=\arccos\frac{1}{3}$, 故 $x=-\arccos\frac{1}{3}$.

3. 求值: $\tan[\frac{1}{2}\arcsin(\frac{-2\sqrt{6}}{5})]$.
解答在这里令 $\alpha=\arcsin(\frac{-2\sqrt{6}}{5})$, 则 $\sin\alpha=\frac{-2\sqrt{6}}{5}$, $\alpha\in(-\frac{\pi}{2},0)$, 于是 $\cos\alpha=\frac{1}{5}$. 所以原式 $=\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{1-\frac{1}{5}}{-\frac{2\sqrt{6}}{5}}=-\frac{\sqrt{6}}{3}$.

4. 求值: $\cos[\arctan\frac{3}{4}+\arccos(-\frac{2}{3})]$. 解答在这里令 $\alpha=\arctan\frac{3}{4}$, 则 $\tan\alpha=\frac{3}{4}$, $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$, 于是 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, $\cos\alpha=\frac{4}{5}$. 又 $\beta=\arccos(-\frac{2}{3})$, 则 $\cos\beta=-\frac{2}{3}$, $\beta\in(\frac{\pi}{2},\pi)$, 于是 $\sin\beta=\frac{\sqrt{5}}{3}$. 所以原式 $=\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\frac{4}{5}\times(-\frac{2}{3})-\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{5}}{3}=-\frac{8+3\sqrt{5}}{15}$.

5. 求值: $\arcsin(\sin 2)$.
解答在这里 (1) 因为 $\sin 2=\sin(\pi-2)$, 且 $\pi-2\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$, 所以原式 $=\arcsin[\sin(\pi-2)]=\pi-2$.

6. 求值: $\arccos(\cos\frac{6}{5}\pi)$.
解答在这里因为 $\cos\frac{6}{5}\pi=\cos\frac{4}{5}\pi$, 且 $\frac{4}{5}\pi\in[0,\pi]$, 所以原式 $=\arccos(\cos\frac{4}{5}\pi)=\frac{4}{5}\pi$.

7. 求值: $\arctan(\cot\sqrt{3})$.
解答在这里因为 $\cot\sqrt{3}=\tan(\frac{\pi}{2}-\sqrt{3})$, 且 $\frac{\pi}{2}-\sqrt{3}\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$, 所以原式 $=\arctan[\tan(\frac{\pi}{2}-\sqrt{3})]=\frac{\pi}{2}-\sqrt{3}$.

8. 求值: $\operatorname{arccot}(-\cot\frac{\pi}{7})$. 解答在这里因为 $-\cot\frac{\pi}{7}=\cot(-\frac{\pi}{7})=\cot[\pi+(-\frac{\pi}{7})]=\cot\frac{6}{7}\pi$, 且 $\frac{6}{7}\pi\in(0,\pi)$, 所以原式 $=\operatorname{arccot}(\cot\frac{6}{7}\pi)=\frac{6}{7}\pi$.

9. 若 $|x|\le 1$, 求证: $\arcsin x+\arccos x=\frac{\pi}{2}$.
解答在这里证法一因为 $\sin(\frac{\pi}{2}-\arccos x)=\cos(\arccos x)=x$, 其中 $-1\le x\le 1$, 又由 $\arccos x\in[0,\pi]$, 得 $(\frac{\pi}{2}-\arccos x)\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$, 所以根据反正弦函数的定义, 得 $\frac{\pi}{2}-\arccos x=\arcsin x$, 即 $\arcsin x+\arccos x=\frac{\pi}{2}$.
证法二设 $\arcsin x=\alpha$, 则 $\sin\alpha=x$, $\alpha\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$.. 再设 $\arccos x=\beta$, 则 $\cos\beta=x$, $\beta\in[0,\pi]$. 因为 $\sin\alpha=x$, $\sin(\frac{\pi}{2}-\beta)=\cos\beta=x$, 所以 $\sin\alpha=\sin(\frac{\pi}{2}-\beta)$. 因为 $-\frac{\pi}{2}\le\alpha\le\frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2}\le\frac{\pi}{2}-\beta\le\frac{\pi}{2}$, 所以 $\alpha=\frac{\pi}{2}-\beta$, 即 $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$, 所以 $\arcsin x+\arccos x=\frac{\pi}{2}$.

10. 求证: $\arctan\frac{1}{3}+\arctan\frac{1}{5}+\arctan\frac{1}{7}+\arctan\frac{1}{8}=\frac{\pi}{4}$.
解答在这里设 $\alpha=\arctan\frac{1}{3}$, $\beta=\arctan\frac{1}{5}$, $\gamma=\arctan\frac{1}{7}$, $\delta=\arctan\frac{1}{8}$, 则 $\tan\alpha=\frac{1}{3}$, $\tan\beta=\frac{1}{5}$, $\tan\gamma=\frac{1}{7}$,

$\tan\delta = \frac{1}{8}$ 且 $\alpha,\beta,\gamma,\delta \in (0,\frac{\pi}{4})$. 于是 $\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} = \frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}} = \frac{4}{7}$, $\tan(\gamma+\delta) = \frac{\tan\gamma+\tan\delta}{1-\tan\gamma\tan\delta} = \frac{\frac{1}{7}+\frac{1}{8}}{1-\frac{1}{7}\times\frac{1}{8}} = \frac{3}{11}$. 所以 $\tan(\alpha+\beta+\gamma+\delta) = \frac{\frac{4}{7}+\frac{3}{11}}{1-\frac{4}{7}\times\frac{3}{11}} = 1$. 因为 $0<\alpha+\beta+\gamma+\delta<\pi$, 所以 $\alpha+\beta+\gamma+\delta = \frac{\pi}{4}$, 原命题得证.

11. 求满足不等式 $\arcsin x < 1$ 的 x 的取值范围. 解答在这里由已知条件, 得 $\begin{cases} -1\le x\le 1, \\ \arcsin x < \arcsin(\sin 1), \end{cases}$ 于是 $\begin{cases} -1\le x\le 1, \\ x<\sin 1, \end{cases}$ 所以 $-1\le x<\sin 1$.

12. 求满足不等式 $\arccos(2x^2-1) < \arccos x$ 的 x 的取值范围. 解答在这里由已知条件, 得 $\begin{cases} -1\le 2x^2-1\le 1, \\ -1\le x\le 1, \\ 2x^2-1>x, \end{cases}$

即 $\begin{cases} -1\le x\le 1, \\ 2x^2-x-1>0, \end{cases}$ 也即 $\begin{cases} -1\le x\le 1, \\ x<-\frac{1}{2}x>1, \end{cases}$ 所以 $-1\le x<-\frac{1}{2}$.

13. 若 $\pi\le\alpha\le\frac{3\pi}{2}$, 且 $\sin\alpha = -\frac{1}{4}$, 则用反三角形式表示 α 是 (　　).

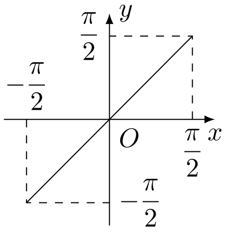
A. $\pi-\arcsin\frac{1}{4}$　　B. $\pi+\arcsin\frac{1}{4}$　　C. $\frac{3\pi}{2}-\arcsin\frac{1}{4}$　　D. $\frac{3\pi}{2}+\arcsin\frac{1}{4}$

14. 函数 $y=\arcsin(\cot x)$ 的定义域是 (　　).

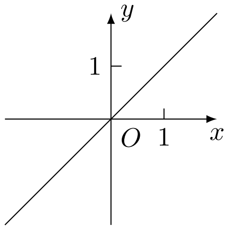
A. $[-1,1]$　　B. $[k\pi+\frac{\pi}{4}, k\pi+\frac{3\pi}{4}](k\in\mathbf{Z})$

C. $[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$　　D. $[k\pi-\frac{\pi}{4}, k\pi+\frac{\pi}{4}](k\in\mathbf{Z})$

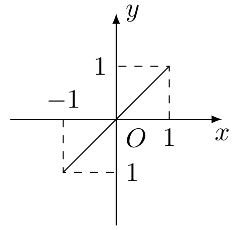
15. 函数 $y=\sin(\arcsin x)$ 的图像是 (　　).



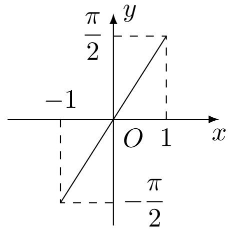
A.



B.



C.



D.

16. 函数 $f(x)=2\arcsin(x-1)$ 的反函数是 (　　).

A. $y=\frac{1}{2}\sin(x-1)(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2})$　　B. $y=1+\sin\frac{x}{2}(-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2})$

C. $y=1+\sin\frac{x}{2}(-\pi\le x\le\pi)$　　D. $y=\sin(\frac{x}{2}+1)(-\pi\le x\le\pi)$

17. 函数 $y=\arcsin(x^2-x)$ 为减函数的区间是 (　　).

A. $[-1,1]$　　B. $[\frac{1}{2},\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})]$　　C. $(-\frac{\pi}{4},+\infty)$　　D. $[\frac{1}{2}(1-\sqrt{5}),\frac{1}{2}]$

18. 若 $0<a<1$, 则在 $[0,2\pi]$ 内满足 $\sin x \geq a$ 的 x 的取值范围是 (　　).

A. $[0,\arcsin a]$　　B. $[\arcsin a, \pi-\arcsin a]$　　C. $[\pi\arcsin a, \pi]$　　D. $[\arcsin a, \frac{\pi}{2}+\arcsin a]$

19. 若 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$, 则 $\arcsin(\sin x)$ 的值等于 (　　).

A. x　　B. $\pi-x$　　C. $x-\pi$　　D. $x+\pi$

20. 已知 $\arcsin x \geq 1$, 则 x 的取值范围是 (　　).

A. $[0,1]$　　B. $[0,\sin 1]$　　C. $[\sin 1, 1]$　　D. $[-1,1]$

21. 若函数 $y=\arcsin(\cos x)$ 的定义域是 $(-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$, 则值域是 (　　).

A. $(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$　　B. $(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$　　C. $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$　　D. $[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$

22. 函数 $y=\sqrt{\arcsin x}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

23. 函数 $y=\arcsin(\lg\frac{x}{2})$ 的定义域为__________, 值域为__________.

24. 函数 $y=\frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{x-2}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

25. 函数 $y=\arcsin(x-x^2)$ 的定义域为__________, 值域为__________.

26. 函数 $f(x)=\log_2(\arcsin\frac{x}{2})$ 的定义域为__________, 值域为__________.

27. 计算: $\arcsin[\sin(-\frac{5\pi}{4})]=$__________.

28. 计算: $\arcsin(\sin 3)=$__________.

29. 计算: $\arcsin(\cos 2)=$__________.

30. 计算: $\arcsin(\cos 5)=$__________.

31. 计算: $\arcsin(\sin \pi^2)=$__________.

32. 求函数 $y=(\arcsin x)^2-2\arcsin x-2$ 的最大值与最小值, 并求取得最大值、最小值时的 x 值.

33. 已知 a,b,c 依次为直角三角形的两直角边和斜边, 且满足 $\arcsin\frac{1}{a}+\arcsin\frac{1}{b}=\frac{\pi}{2}$, 求证: $c=ab$.

34. 已知 $\alpha=\frac{9\pi}{8}$, 求 $\arcsin(\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sqrt{2}})$ 的值.

35. 已知 $\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{5\pi}{4}$, 求证 $\arcsin(\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sqrt{2}})=\frac{3\pi}{4}-\theta$.

36. 求函数 $f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{4})\cos(x+\frac{\pi}{4}),\ -\frac{\pi}{4}\leq x\leq\frac{\pi}{4}$ 的反函数.

37. 求函数 $f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{4})\cos(x+\frac{\pi}{4}),\ \frac{\pi}{4}\leq x\leq\frac{\pi}{2}$ 的反函数.

38. 下列各式正确的是 (　　).

A. $\arcsin(-\frac{\pi}{3})=-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\sin(\arcsin\frac{\pi}{3})=\frac{\pi}{3}$

C. $\arcsin(\sin\frac{5\pi}{4})=\frac{\pi}{4}$　　D. $\sin[\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})]=\frac{\sqrt{2}}{2}$

39. 在 $[-1, \frac{3}{2}]$ 上与函数 $y = x$ 相同的函数是 (　　).

A. $y = \arccos(\cos x)$　　B. $y = \arcsin(\sin x)$　　C. $y = \sin(\arcsin x)$　　D. $y = \cos(\arccos x)$

40. 若 $f(\cos x) = \frac{x}{2}$, $x \in [0, \pi]$, 则 $f(-\frac{1}{2})$ 等于 (　　).

A. $\cos\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

41. 函数 $y = \arccos(-x)$ 的图像与 $y = \arccos x$ 的图像 (　　).

A. 关于 x 轴对称　　B. 关于 y 轴对称　　C. 关于原点对称　　D. 关于直线 $y = x$ 对称

42. 函数 $y = \arccos(x^2 - 2x)$ 为减函数的区间是 (　　).

A. $[1, +\infty]$　　B. $[-1, 1+\sqrt{2}]$　　C. $[1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2}]$　　D. $[1, 1+\sqrt{2}]$

43. 函数 $y = \sqrt{\arccos x}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

44. 函数 $y = \arccos(\sqrt{2}\sin x)$ 的定义域为__________, 值域为__________.

45. 函数 $y = \arccos\frac{2}{x}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

46. 函数 $y = \arccos(2x^2 - x)$ 的定义域为__________, 值域为__________.

47. 函数 $y = \sqrt{\frac{2\pi}{3} - \arccos(\frac{1}{2}x - 1)}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

48. 已知 $\cos x = -\frac{1}{3}$, $\pi \le x \le 2\pi$ 则 $x =$__________.

49. 函数 $f(x) = \frac{1}{2}\arccos(x+2)$ 的反函数是__________.

50. $\sin(\arccos x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $x =$__________.

51. 已知 $\arccos(\cos x) = \frac{\pi}{6}$, 则 $x =$__________.

52. 已知 $\cos[\arccos(x+1)] = x + 1$, 则 x 的取值范围是__________.

53. 计算: $\arcsin(\sin\frac{3\pi}{4}) + \arccos(\cos\frac{3\pi}{4}) =$__________.

54. 计算: $\arccos[\cos(-\frac{\pi}{6})] =$__________.

55. 计算: $\arccos(\sin\frac{\pi}{7}) =$__________.

56. 计算: $\arccos(\cos\pi^2) =$__________.

57. 计算: $\tan(\frac{1}{2}\arccos\frac{2\sqrt{2}}{3}) =$__________.

58. 计算: $\cos[\frac{1}{2}\arccos(-\frac{3}{5})] =$__________.

59. 满足不等式 $2\arccos x - \arccos(-x) > 0$ 的 x 的取值集合为__________.

60. 满足不等式 $\arccos 3x < \arccos(2 - 5x)$ 的 x 的取值集合为__________.

61. 满足不等式 $\arccos(2x^2-1)<\arccos x$ 的 x 的取值集合为_________.

62. 满足不等式 $\arccos x>\arcsin x$ 的 x 的取值集合为_________.

63. 已知 $f(x)=\arccos x+1$, 且 $f(a)=a$, 求 $f(-a)$ 的值.

64. 设 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x>0$ 时, $f(x)=\pi-\arccos(\sin x)$, 则当 $x<0$ 时, $f(x)$ 的解析式为 (　　).

A. $\arccos(\sin x)$　　B. $-\arccos(\sin x)$　　C. $\pi+\arccos(\sin x)$　　D. $-\pi-\arccos(\sin x)$

65. 下列四个命题中正确的是 (　　).

A. 若 $\sin f(x)$ 是奇函数, 则 $f(x)$ 是奇函数　　B. 若 $\cos f(x)$ 是奇函数, 则 $f(x)$ 是奇函数

C. 若 $\arcsin f(x)$ 是奇函数, 则 $f(x)$ 是奇函数　　D. 若 $\arccos f(x)$ 是奇函数, 则 $f(x)$ 是奇函数

66. 函数 $f(x)=\dfrac{\arcsin x}{\frac{\pi}{2}-\arccos x}$(　　).

A. 是奇函数, 但不是偶函数　　B. 是偶函数, 但不是奇函数

C. 即不是奇函数, 也不是偶函数　　D. 奇偶性无法确定

67. 若函数 $f(x)=-\arccos x+\varphi$ 是奇函数, 则 φ 等于 (　　).

A. π　　B. $\dfrac{\pi}{2}$　　C. $-\pi$　　D. $-\dfrac{\pi}{2}$

68. 用一个反正弦形式表示 $\arcsin\dfrac{12}{13}+\arccos\dfrac{4}{5}$.

69. 用一个反余弦形式表示 $\arccos\dfrac{15}{17}-\arcsin\dfrac{4}{5}$.

70. 求值: $\arcsin\dfrac{2\sqrt{2}}{3}+\arcsin\dfrac{1}{3}$.

71. 求值: $\arccos(-\dfrac{11}{14})-\arccos\dfrac{1}{7}$.

72. 已知 $\arccos\dfrac{x}{a}=2\arcsin\dfrac{y}{a}$, 求证: $a^2=ax+2y^2$.

73. 求值: $\sin(\arcsin\dfrac{3}{5}+\arcsin\dfrac{8}{17})$.

74. 求值: $\tan[\arcsin\dfrac{1}{3}+\arccos(-\dfrac{1}{5})]$.

75. 求值: $\cos[\arccos\dfrac{4}{5}-\arccos(-\dfrac{5}{13})]$.

76. 求值: $\arcsin(\cos 4)-\arccos(\sin 5)$.

77. 已知 $-\dfrac{\pi}{3}<\theta<\dfrac{2\pi}{3}$, 求证: $\arccos\dfrac{\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta}{2}+\theta=\dfrac{2\pi}{3}$.

78. 若 $\arcsin(\sin\alpha+\sin\beta)+\arcsin(\sin\alpha-\sin\beta)$ 是 $\dfrac{\pi}{2}$ 的奇数倍, 求证: $\sin^2\alpha+\sin^2\beta=\dfrac{1}{2}$.

79. 求函数 $y=(\arccos x)^2-5\arccos x(|x|\le 1)$ 的值域.

80. 已知函数 $f(x)=\cos(2\arccos x)+4\sin(\arcsin\dfrac{x}{2})$, 求它的最大值与最小值.

81. 记 $M=\arcsin(-\frac{1}{3})$, $P=\arctan(-\sqrt{2})$, $Q=\arccos(-\frac{2}{3})$, 则 M,P,Q 的大小关系是 (　　).

A. $M<P<Q$　　B. $M<Q<P$　　C. $P<M<Q$　　D. $P<Q<M$

82. 计算 $\arctan(\tan\frac{3}{5}\pi)$ 的值是 (　　).

A. $-\frac{3}{5}\pi$　　B. $\frac{2}{5}\pi$　　C. $-\frac{2}{5}\pi$　　D. $\frac{3}{5}\pi$

83. 若 $x<0$, 则 $\arctan x$ 等于 (　　).

A. $\operatorname{arccot}\frac{1}{x}$　　B. $-\operatorname{arccot}\frac{1}{x}$　　C. $\pi-\operatorname{arccot}\frac{1}{x}$　　D. $\operatorname{arccot}\frac{1}{x}-\pi$

84. 函数 $f(x)=\frac{\pi}{2}+\arctan x$ 的反函数是 (　　).

A. $f^{-1}(x)=\tan(x-\frac{\pi}{2})(0<x<\pi)$　　B. $f^{-1}(x)=-\cot x(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2})$

C. $f^{-1}(x)=-\frac{1}{\tan x}(0<x<\pi)$　　D. $f^{-1}(x)=\tan x(0<x<\pi)$

85. 若 $\arctan(x+1)-\arctan(x-1)=\frac{\pi}{4}$, 则 $\arcsin\frac{1}{x^2}$ 等于 (　　).

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{4\pi}{3}$

86. 下列函数中, 同时满足条件① 定义域是 $\mathbf{R}$, ② 是奇函数, ③ 是周期函数的函数是 (　　).

A. $y=\arcsin(\sin x)$　　B. $y=\cos(\arcsin x)$　　C. $y=\tan(\arctan x)$　　D. $y=\arctan(\tan x)$

87. 在① $\arcsin(\sin\frac{5}{6}\pi)=\frac{5}{6}\pi$, ② $\arctan(\tan\frac{7}{6}\pi)=\frac{\pi}{6}$, ③ $\cos(\arccos\pi)=\pi$, ④ $\tan(\operatorname{arccot}0)=0$ 这四个式子中, 正确的有 (　　).

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

88. 计算: $\arctan\frac{1}{3}+\arctan 3+\arcsin\frac{1}{5}-\arccos(-\frac{1}{5})=$__________.

89. 计算: $\arctan(\cot 1)=$__________.

90. 计算: $\operatorname{arccot}(\cot\frac{10}{7}\pi)=$__________.

91. 计算: $\arctan\frac{1-\tan 25^\circ}{1+\tan 25^\circ}=$__________.

92. 计算: $\arctan 7+\operatorname{arccot}\frac{3}{4}=$__________.

93. 计算: $\arctan(3+2\sqrt{2})-\arctan\frac{\sqrt{2}}{2}=$__________.

94. 计算: $\arctan\frac{1}{2}+\arctan\frac{1}{5}+\arctan\frac{1}{8}=$__________.

95. 计算: $\arcsin(\sin 4)+\arccos(\cos 3)+\arctan(\tan 2)+\operatorname{arccot}(\cot 1)=$__________.

96. 求值: $\sin[\frac{1}{2}\arctan(-2\sqrt{2})]=$__________.

97. 求值: $\sin[\frac{1}{2}\operatorname{arccot}(-\frac{3}{4})]=$__________.

98. 求值: $\tan(\arctan\frac{1}{5}+\arctan 3)=$__________.

99. 求值: $\sin[2\arctan(-6)]=$__________.

100. 求值: $\cos(2\operatorname{arccot}\frac{1}{2})+\tan[\frac{1}{2}\arccos(-\frac{3}{5})]=$__________.

101. 在下列各组函数中, 图像不相同的是 (　　).

A. $y=\sin(\arccos x)$ 与 $y=\cos(\arcsin x)$

B. $y=\tan(\operatorname{arccot} x)$ 与 $y=\cot(\arctan x)$

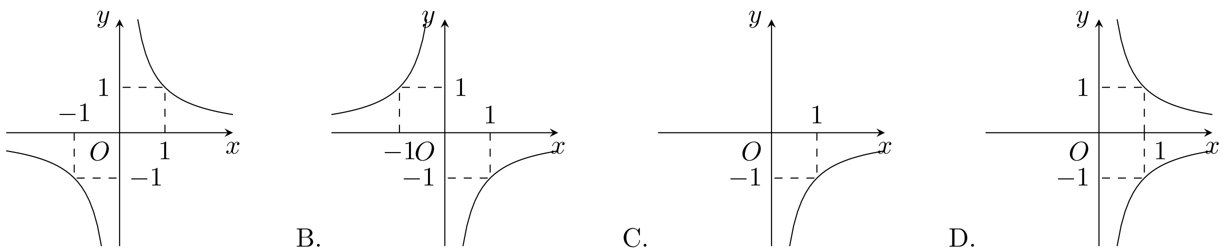
C. $y=\arcsin(\sin x)$ 与 $y=\arccos(\cos x)$, $x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$

D. $y=\arctan(\tan x)$ 与 $y=\arctan(\cot x)$, $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$

102. 若将函数 $y=\arctan x$ 的图像沿 x 轴正方向平移 2 个单位长度所得到的图像记为 C, 又图像 C' 与 C 关于原点对称, 则与 C' 对应的函数是 (　　).

A. $y=-\arctan(x-2)$　　B. $y=\arctan(x-2)$　　C. $y=-\arctan(x+2)$　　D. $y=\arctan(x+2)$

103. 若 $\arctan x+\operatorname{arccot} y=\pi$, 则点 (x,y) 组成的图像是 (　　).



A.　　B.　　C.　　D.

104. 函数 $y=\arctan(\sin x)$ 的定义域为__________, 值域为__________.

105. 函数 $y=\frac{1}{3}\arcsin 3x+\arctan\sqrt{3}x$ 的定义域为__________, 值域为__________.

106. 函数 $y=\operatorname{arccot}\sqrt{\cos x}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

107. 函数 $y=\arctan\frac{1}{x^2-1}$ 的定义域为__________, 值域为__________.

108. 已知方程 $x^2+3\sqrt{3}x+4=0$ 的两个实根为 x_1 与 x_2, 记 $\alpha=\arctan x_1$, $\beta=\arctan x_2$, 求 $\alpha+\beta$ 的值.

109. 已知实数 a,b 满足 $(a+1)(b+1)=2$, 求 $\arctan a+\arctan b$ 的值.

110. 已知 $|x|\le 1$, 求 $\csc^2(\arctan x)-\tan^2(\arccos x)$ 的值.

111. 解方程 $2\sin^2 x+3\sin x-2=0$.

解答在这里原方程即 $(2\sin x-1)(\sin x+2)=0$, 所以 $\sin x=\frac{1}{2}$ 或 $\sin x=-2$(舍去). 所以 $x=k\pi+(-1)^k\frac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$.

112. 解方程 $2\sin x-\cos x=1$.

解答在这里原方程即 $\sin x\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}-\cos x\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$, 即 $\sin(x-\varphi)=\frac{1}{\sqrt{5}}$(其中 $\varphi=\arctan\frac{1}{2}$), 所以 $x=k\pi+(-1)^k\arcsin\frac{1}{\sqrt{5}}+\arctan\frac{1}{2}(k\in\mathbf{Z})$.

113. 解方程 $\sin^2 x-3\sin x\cos x+1=0$.

解答在这里解法一原方程即 $2\sin^2 x-3\sin x\cos x+\cos^2 x=0$. 显然 $\cos^2 x\neq 0$, 则有 $2\tan^2 x-3\tan x+1=0$, 即 $(2\tan x-1)(\tan x-1)=0$, 所以 $\tan x=\dfrac{1}{2}$ 或 $\tan x=1$, 所以 $x=k\pi+\arctan\dfrac{1}{2}$ 或 $x=k\pi+\dfrac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$.
解法二原方程即 $\dfrac{1-\cos 2x}{2}-\dfrac{3}{2}\sin 2x+1=0$. 整理, 得 $3\sin 2x+\cos 2x=3$, 于是 $\sin(2x+\varphi)=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$(其中 $\varphi=\arctan\dfrac{1}{3}$), 所以 $2x+\varphi=k\pi+(-1)^k\arcsin\dfrac{3}{\sqrt{10}}$, 故 $x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{1}{2}(-1)^k\arcsin\dfrac{3}{\sqrt{10}}-\dfrac{1}{2}\arctan\dfrac{1}{3}(k\in\mathbf{Z})$.

114. 解方程 $\tan 5x=\tan 4x$.

解答在这里由已知, 得 $\begin{cases}5x\neq m\pi+\dfrac{\pi}{2},\\ 4x\neq n\pi+\dfrac{\pi}{2},\\ 5x=k\pi+4x\end{cases}$ $(m,n,k\in\mathbf{Z})$, 所以 $x=k\pi(k\in\mathbf{Z})$.

115. 解方程 $\sin 2x-12(\sin x-\cos x)+12=0$.

解答在这里令 $\sin x-\cos x=t(|t|\leq\sqrt{2})$, 则 $\sin 2x=1-t^2$, 原方程可化为 $1-t^2-12t+12=0$, 即 $t^2+12t-13=0$, 也即 $(t+13)(t-1)=0$. 所以 $t=-13$(舍去), 或 $t=1$. 所以 $\sin x-\cos x=1$, 即 $\sin(x-\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, 故 $x=k\pi+(-1)^k\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$.

116. 解方程 $\sin^2 x+\sin^2 2x=\sin^2 3x$.

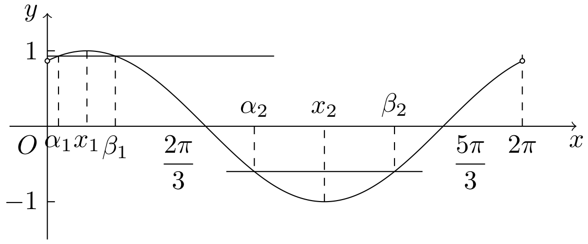
解答在这里原方程即 $(\sin^2 3x-\sin^2 x)-\sin^2 2x=0$, 所以 $(\sin 3x+\sin x)(\sin 3x-\sin x)-\sin^2 2x=0$, 即 $4\sin 2x\cos x\cos 2x\sin x-\sin^2 2x=0$, 所以 $2\sin^2 2x\cos 2x-\sin^2 2x=0$. 于是 $\sin^2 2x(2\cos 2x-1)=0$, 所以 $\sin 2x=0$ 或 $\cos 2x=\dfrac{1}{2}$, 故 $x=\dfrac{k\pi}{2}$ 或 $x=k\pi\pm\dfrac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$.

117. 求实数 m 的取值范围, 使关于 x 的方程 $2\sin^2 x+2\sin x\cos x-\cos^2 x-1-m=0$ 有解.

解答在这里原方程即 $\sin^2 x+2\sin x\cos x-2\cos^2 x=m$, 所以 $\dfrac{1-\cos 2x}{2}+\sin 2x-2\cdot\dfrac{1+\cos 2x}{2}=m$, 即 $2\sin 2x-3\cos 2x=2m+1$, 所以 $\sin(2x-\varphi)=\dfrac{2m+1}{\sqrt{13}}$(其中 $\varphi=\arctan\dfrac{3}{2}$). 欲使方程有解, 只需 $-\sqrt{13}\leq 2m+1\leq\sqrt{13}$, 所以 $\dfrac{-1-\sqrt{13}}{2}\leq m\leq\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2}$.

118. 关于 x 的方程 $\sin x+\sqrt{3}\cos x+a=0$ 在 $(0,2\pi)$ 内有两个相异的实数解 α,β, 求实数 a 的取值及 $\alpha+\beta$ 的值.

解答在这里原方程即 $\sin(x+\dfrac{\pi}{3})=-\dfrac{a}{2}$. 令 $y_1=\sin(x+\dfrac{\pi}{3})(0<x<2\pi)$, $y_2=-\dfrac{a}{2}$. 只需 y_2 的图像 (一条和 y 轴垂直的直线) 和 y_1 的图像在 $(0,2\pi)$ 内有两个交点即可. 观察下图, 得 $\begin{cases}-1<-\dfrac{a}{2}<1,\\ -\dfrac{a}{2}\neq\dfrac{\sqrt{3}}{2},\end{cases}$ 即 $-2<a<2$ 且 $a\neq-\sqrt{3}$. 利用中点知识, 易得 $\alpha_1+\beta_1=2x_1=\dfrac{\pi}{2}$, $\alpha_2+\beta_2=2x_2=\dfrac{7}{3}\pi$, 即 $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{3}$ 或 $\alpha+\beta=\dfrac{7\pi}{3}$.



119. 就实数 a 的取值范围, 讨论关于 x 的方程 $\cos 2x + 2\sin x + 2a - 3 = 0$ 在 $[0, 2\pi]$ 内解的情况.

解答在这里原方程即 $\sin^2 x - \sin x = a - 1$, 配方, 得 $(\sin x - \frac{1}{2})^2 = a - \frac{3}{4}$. 令 $y_1 = (\sin x - \frac{1}{2})^2$, $y_2 = a - \frac{3}{4}$.

观察下图, 得:

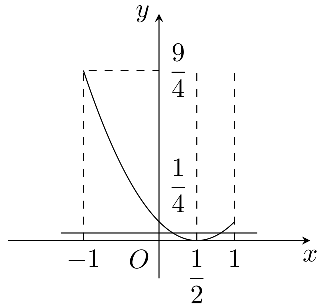
(1) 当 $a - \frac{3}{4} > \frac{9}{4}$ 或 $a - \frac{3}{4} < 0$, 即 $a > 3$ 或 $a < \frac{3}{4}$ 时, 方程无解.

(2) 当 $a - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$, 即 $a = 3$ 时, 方程有一解 $x = \frac{3}{2}\pi$.

(3) 当 $\frac{1}{4} < a < -\frac{3}{4} < \frac{9}{4}$ 或 $a - \frac{3}{4} = 0$, 即 $1 < a < 3$ 或 $a = \frac{3}{4}$ 时, 方程有两解.

(4) 当 $a - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$, 即 $a = 1$ 时, 方程有三解: $x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$.

(5) 当 $0 < a - \frac{3}{4} < \frac{1}{4}$, 即 $\frac{3}{4} < a < 1$ 时, 方程有四解.



120. 若关于 x 的方程 $\sin x = 2a - 1$ 有解, 则 a 的取值范围是 (　　).

A. $0 < a < 1$　　B. $a < 0$ 或 $a > 1$　　C. $a \le 0$ 或 $a \ge 1$　　D. $0 \le a \le 1$

121. 满足 $\cos(2x + 45^\circ) = \sin(30^\circ - x)$ 的最小正角是 (　　).

A. 5°　　B. 15°　　C. 30°　　D. 37.5°

122. 记方程 $\cos 2x = 1$ 的解集为 M, 方程 $\sin 4x = 0$ 的解集为 P, 则 M 与 P 的关系是 (　　).

A. $M \subset P$　　B. $M \supset P$　　C. $M = P$　　D. $M \not\subset P$ 且 $M \not\supset P$

123. 方程 $\cos x^2 = 1$ 的解集是 (　　).

A. $\{x|x = 2k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$　　B. $\{x|x = \pm\sqrt{2k\pi}, k \in \mathbf{Z}\}$

C. $\{x|x = \pm\sqrt{2k\pi}, k \in \mathbf{N}\}$　　D. $\{x|x = \pm\sqrt{2k\pi}, k \in \mathbf{N}\} \cup \{0\}$

124. 方程 $\sin^2 x = \cos^2 x$ 的解集是 (　　).

A. $\{x|x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$　　B. $\{x|x = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$

C. $\{x|x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$　　D. $\{x|x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$　　I56.

方程 $\sqrt{1 - \sin^2 x} = \sin x$ 的解集是 (　　).

A. $\{x|x = k\pi + (-1)^k\frac{\pi}{4},\ k \in \mathbf{Z}\}$　　B. $\{x|x = k\pi + \frac{\pi}{4},\ k \in \mathbf{Z}\}$

C. $\{x|x = k\pi \pm \frac{\pi}{4},\ k \in \mathbf{Z}\}$　　D. $\{x|x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4},\ k \in \mathbf{Z}\}$

125. 方程 $\tan(2x + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 在 $[0, 2\pi)$ 范围内的解的个数是 (　　).

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

126. 若方程 $2\cos x=(\frac{1}{2})^a$ 无解, 则实数 a 的取值范围是__________.

127. 方程 $\sin x=-\cos\frac{2\pi}{5}$ 的解集是__________.

128. 方程 $\sin 2x\cdot\cot x=0$ 的解集是__________.

129. 若函数 $f(x)=\sin(2x+5\theta)$ 的图像关于 y 轴对称, 则 θ 的值等于__________.

130. 若方程 $\sin x=a$ 在 $[\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{3}]$ 中恰有两个不同的实数解, 则 a 的取值范围是__________.

131. 若 $-6<\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}x<-2$, 求方程 $\cos\pi x=1$ 的解集.

132. 求方程 $\lg x=\cos 2x$ 解的个数.

133. 方程 $\frac{\cos 2x}{1+\sin 2x}=0$ 的解集是 (　　).

A. $\{x|x=2k\pi\pm\frac{\pi}{4},\ k\in\mathbf{Z}\}$　B. $\{x|x=k\pi\pm\frac{\pi}{4},\ k\in\mathbf{Z}\}$　C. $\{x|x=k\pi+\frac{\pi}{4},\ k\in\mathbf{Z}\}$　D. $\{x|x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},\ k\in\mathbf{Z}\}$

134. 方程 $\frac{2\sin x}{\sin 2x}=1$ 在 $-2\pi\le x\le 2\pi$ 范围内 (　　).

A. 有一个解　B. 有两个解　C. 有三个解　D. 无解

135. 下列方程中, 与方程 $\sin x=\cos x$ 的解集相同的是 (　　).

A. $\sin 2x=2\sin^2 x$　B. $\cos x=\sqrt{1-\cos^2 x}$　C. $\sin^2 x=\cos^2 x$　D. $\frac{\cos 2x}{\sin x+\cos x}=0$

136. 方程 $\lg_2\tan x=1+\log_2\sin x$ 的解集为__________.

137. 方程 $\sin x+\sqrt{3}\cos x=2$ 的解集为__________.

138. 已知 $|a|\le 2$, 方程 $\sin x-\sqrt{3}\cos x=a$ 的解集为__________.

139. 方程 $\cos(x+\frac{2\pi}{3})\cos(x+\frac{\pi}{3})=-\frac{1}{4}$ 的解集为__________.

140. 方程 $\cos^2(\frac{x-30^\circ}{2})+\cos^2(\frac{x+30^\circ}{2})=1$ 的解集为__________.

141. 方程 $\sin x\cos x+1=\sin x+\cos x$ 的解集为__________.

142. 方程 $\sqrt{2}\sin x=\sin 2x+\cos 2x$ 的解集为__________.

143. 方程 $\sin(x-\frac{\pi}{6})\sin(x+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$ 的解集为__________.

144. 解方程 $\sin 3x-\sin 2x+\sin x=0$.

145. 解方程 $\cos 2x\cos 3x=\cos x\cos 4x$.

146. 解方程 $\sin 4x\cos 3x=\sin 6x\cos x$.

147. 解方程 $\sin 5x-\sin 3x=\sqrt{2}\cos 4x$.

148. 解方程 $\sin x+\sin 2x+\sin 3x=1+\cos x+\cos 2x$.

149. 若方程 $\sin x+\cos x=m(m\in\mathbf{R})$ 在 $0\le x\le\pi$ 范围内有两个不同的实数解, 则 (　　).

A. $-1\le m\le\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $-1<m\le 1$ 或 $m=\sqrt{2}$　　C. $1\le m<\sqrt{2}$　　D. $-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$

150. 方程 $\sin^2 x+2\sin x-a=0$ 有解的条件为 (　　).

A. $a\in\mathbf{R}$　　B. $a\in[-1,3]$　　C. $a\in[-1,\infty)$　　D. $a\in(-\infty,3]$

151. 若方程 $\cos^2 x-|\sin x|+1=0$ 在 $-\pi<x<\pi$ 范围内的解之和是 p, 解之积是 q, 则下列结论正确的是 (　　).

A. $p=-1$　　B. $p=0$

C. $q=1$　　D. $q=2$

152. 设 $f(x)=\cos(x-a)+\sin(x+a)$ 是偶函数, 求 a 的值.

153. 解方程 $8\sin^2 x=3\sin 2x-1$.

154. 解方程 $(\sin x+\cos x)^2=2\cos 2x$.

155. 解方程 $\dfrac{1+\tan x}{1-\tan x}=1+\sin 2x$.

156. 解方程 $\tan(\dfrac{\pi}{3}+x)+\tan(\dfrac{\pi}{6}-x)=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

157. 解方程 $\sin x+\cos x+\sin x\cos x=1$.

158. 解方程 $\sin 2x-12(\sin x-\cos x)+12=0$.

159. 解方程 $\sqrt{2}(\sin x+\cos x)=\tan x+\cot x$.

160. 解方程 $\sin x+\cos x+\tan x+\cot x+\sec x+\csc x+2=0$.

161. 已知方程 $2x^2-4x\sin\theta+3\cos\theta=0(0\le\theta\le\pi)$ 有相等的实根, 求 θ 的值, 并解此方程.

162. 已知方程 $x^2-(\sin\alpha+\cos\alpha)x+\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha-1=0$ 有两个相等的实根, 求实数 α 和相成的 x 的值.

163. 已知方程 $x^2-4x\cos 2\theta+2=0$ 和方程 $2x^2+4x\sin 2\theta-1=0$ 有一根互为倒数, 求角 θ 的值 $(0<\theta<\pi)$.

164. 已知关于 x 的方程 $\sin^2 x+\cos x+a=0$ 有解, 求实数 a 的取值范围.

165. 已知 $\cos^2 x-\sin x+a=0$ 在 $0<x\le\dfrac{\pi}{2}$ 范围内有解, 求实数 a 的取值范围.

166. 求实数 k 的取值范围, 使关于 x 的方程 $\sin^2 x-\sin x+k=0$ 在 $[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}]$ 上

(1) 无解;

(2) 恰有一解;

(3) 有两解.

167. (1) 若关于 x 的方程 $\cos 2x - \sin x + 1 + m = 0$ 有解, 求实数 m 的取值范围. I(2) 若关于 x 的方程 $\sin^2 x + 4\sin x\cos x - 2\cos^2 x = a$ 恒有实数解, 求实数 a 的取值范围.

168. 将 $\frac{1}{2}, \sin\frac{1}{2}, \arcsin\frac{1}{2}$ 中的三个数从小到大排列.

169. 将 $\frac{1}{3}, \cos\frac{1}{3}, \arccos\frac{1}{3}$ 中的三个数从小到大排列.

170. 将 $\arcsin\frac{1}{4}, \arctan\sqrt{5}, \arccos(-\frac{1}{3})$ 中的三个数从小到大排列.

171. 已知 $0 < x < 1$, 求证: $2\arctan\frac{1+x}{1-x} + \arcsin\frac{1-x^2}{1+x^2} = \pi$.

172. 已知 $a, b, c > 0$, 求证: 若 $\arctan a + \arctan b + \arctan c = \pi$, 则 $a + b + c = abc$, 反过来也成立.

173. 画出函数 $y = \arctan x + \arctan\frac{1-x}{1+x}$ 的图像.

174. 在不同坐标系内分别画出 $y = \arcsin(\sin x)(-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2})$ 和 $y = \arcsin(\sin x)(x \in \mathbf{R})$ 的图像.

175. 解方程 $x = \arcsin(\sin 2x)$.

176. 解方程 $\cos(\pi\sin x) = \sin(\pi\cos x)(0 \le \pi < 2\pi)$.

177. 解方程 $x^2 + 2x\cos(xy) + 1 = 0(x, y \in \mathbf{R})$.

178. 已知 α, β 是关于 x 的方程 $a\cos x + b\sin x = c$ 的两个实根 ($a^2 + b^2 \ne 0$, $a \ne 2k\pi + \beta$, $k \in \mathbf{Z}$), 求证 $\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{c^2}{a^2+b^2}$.

179. 已知 $\triangle ABC$ 的两内角 A, B 满足方程 $8\sin^2 x + 3\sin 2x - 4 = 0$, 且 $A > B$, 求此三角形三边长之比.

180. 解方程 $\tan(x + \frac{\pi}{4}) + \tan(x - \frac{\pi}{4}) = 2\cot x$.

181. 已知关于 x 的方程 $x = a\sin x + b(0 < a < 1,\ b \in \mathbf{R})$ 有实根, 求证: 该方程只有一个实根.

182. 已知方程 $\sin^2 x + 3a^2\cos x - 2a^2(3a-2) - 1 = 0$ 有实数解, 求实数 a 的取值范围.

183. 已知关于 x 的方程 $2\cos 2x + 4(a-1)\sin x - 4a + 1 = 0$ 在 $0 \le x \le 2\pi$ 范围内有相异两个实根, 求 a 的取值范围.

184. 已知关于 x 的方程 $\cos 2x - 2(2a+1)\cos x + 2a^2 + 2a + 1 = 0$ 在 $[0, 2\pi)$ 范围内有两个不同的解, 求实数 a 的取位范围.