

# Создание тканевых оболочек для некоторых поверхностей

Михельсон Герман Владимирович<sup>1</sup>, Привалов Александр Андреевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, факультет ВМК

<sup>2</sup> к.ф.-м.н., МатФак МПГУ, ГБОУ г. Москвы «Школа на Юго-Востоке имени Маршала В.И. Чуйкова»

## Аннотация:

В данной работе были рассмотрены сети Чебышёва и на их основании разработаны различные методы расчета объёмных изделий, полученных способом намотки ткани на стержень, и методы расчёта тканевых оболочек конуса, параболоида и сферы.

## Основные темы исследования

1. Понятие «намотка»
2. Сети Чебышёва
  - 2.1 Задача об одевании конуса тканью
  - 2.2 Построение сети Чебышёва на параболоиде вращения
  - 2.3 Задача об одевании сферы тканью
  - 2.4 Симметричная сеть Чебышева на полусфере

**Актуальность:** Материалы будущего - это композиционные материалы. Получить их можно путем комбинирования высокопрочных тонких волокон, например, таких как из: углерода, стекла, бора, бериллия. Композиционный материал приобретает максимальную прочность, высокий модуль упругости и небольшую плотность.

**Новизна:** В данной работе выведены формулы для расчета оболочек: конуса, параболоида и полусферы с помощью сетей Чебышева, а также дано математическое определение понятия «намотка».

## Итоги работы

1. **Определение «Намотка»:** Для тела  $T$ , полученного вращением убывающей на  $[0, R]$  функции  $y = g(x)$ ,  $g(0) = h$ ,  $g(R) = 0$ , вокруг оси  $Oy$ , назовем *намоткой тела  $T$* , функцию  $y = f(t)$ :

$$f(t) = g(R\sqrt{t}), t \in [0, 1]$$

(рис. 1, рис. 2, рис.3, рис.4)

2. В качестве иллюстрация написана программа, которая иллюстрирует процесс намотки ткани на конус, полусферу и параболоид:

[Процесс намотки ткани на разные фигуры по кругу+.html](#)

3. Получена сеть Чебышёва с заданными начальными условиями для конуса и его выкройка (рис. 5, рис. 6):

$$r = r(s, t) = \begin{pmatrix} \frac{R}{l} \cdot \sqrt{s^2 + t^2 + 2st \cos \alpha} \cdot \cos \frac{l \cdot \arccos \frac{s + t \cos \alpha}{\sqrt{s^2 + t^2 + 2st \cos \alpha}}}{R} \\ \frac{R}{l} \cdot \sqrt{s^2 + t^2 + 2st \cos \alpha} \cdot \sin \frac{l \cdot \arccos \frac{s + t \cos \alpha}{\sqrt{s^2 + t^2 + 2st \cos \alpha}}}{R} \\ \frac{h}{l} \cdot \sqrt{s^2 + t^2 + 2st \cos \alpha} \end{pmatrix}$$

4. Получена сеть Чебышёва с заданными начальными условиями для параболоида и его выкройка  $\gamma$  (рис. 7):

$$r = r(s, t) = \begin{pmatrix} f(s) \\ f(t) \\ \frac{h}{R^2}(f^2(s) + f^2(t)) \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \gamma: \begin{cases} s = g(l \cdot \cos \varphi) \\ t = g(l \cdot \sin \varphi) \end{cases}, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

где  $g(\tau) = \frac{1}{2hR^2} \left( 2h\tau \sqrt{1 + 4h^2\tau^2} + \ln |2h\tau + \sqrt{1 + 4h^2\tau^2}| \right)$ ,  $g(-\tau) = -g(\tau)$ , а  $f$  - обратная функция, т.е.  $f(g(\tau)) = \tau, \forall \tau$ .

5. Получен явный вид симметричной сети Чебышева на полусфере (рис. 9):

$$r(u, v) = \begin{pmatrix} x(u, v) \\ y(u, v) \\ z(u, v) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(u + v)th(u - v) \\ \sin(u + v)th(u - v) \\ \frac{1}{ch(u - v)} \end{pmatrix}$$

6. Получен аппроксимация сети Чебышева с заданными начальными условиями на полусфере (рис. 8).

## Список литературы

- [1] Бронштейн И.Н., Семендяев К.А., Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. -М.: Наука, 1986, 534 с.
- [2] Чебышёв П.Л., Полное собрание сочинений. т.5, - М.: Л., 1951, 490 с.
- [3] Каган В.Ф., Основы теории поверхностей. Ч. 2, - М.: Л., 1948, 413 с.
- [4] Новожилов В.В., Теория тонких оболочек. - М.: Л., 2010, 431 с.
- [5] Кривошапко С.Н., Торсовые поверхности и оболочки. - М.: Изд-во УДН, 1991. 287 с.
- [6] Минорский В.П., Сборник задач по высшей математике. -М.: Наука, 2006, 332 с.

## Приложение к тезисам

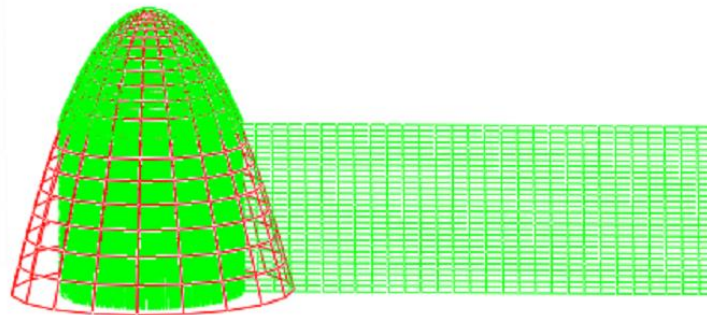


Рис. 1. Изготовления параболоида высоты  $h=100$  и радиусом основания  $R=50$ . Заготовка параболоида выделена красным цветом, ткань и намотанная ею часть – зеленым.

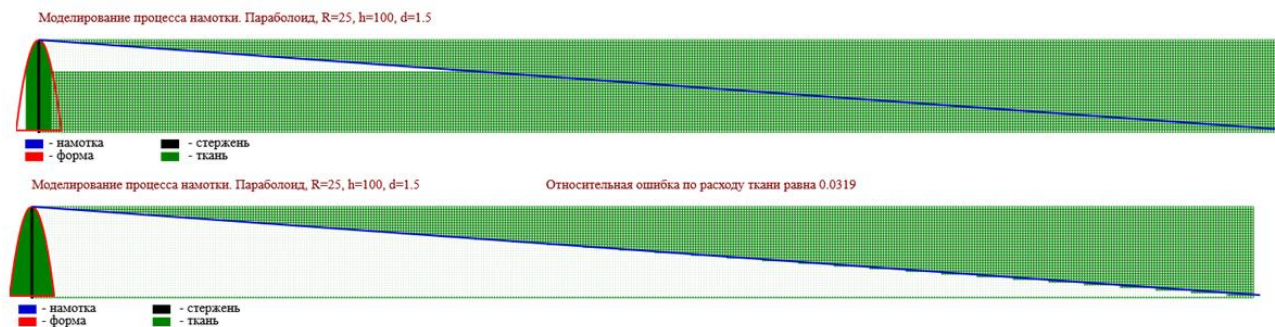


Рис. 2. Фрагмент работы программы

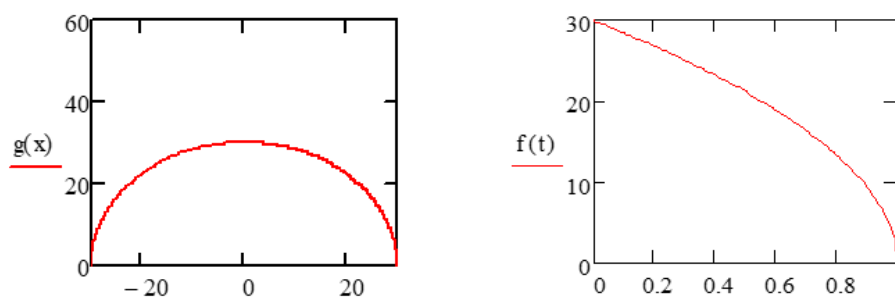


Рис. 3. Осевое сечение и намотка полусферы (тела 3),  $R=30$ ,  $h=120$

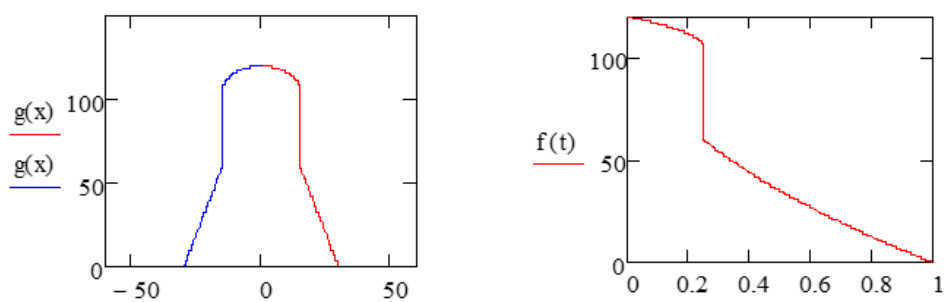


Рис. 4. Осевое сечение и намотка тела 5.,  $R=30$ ,  $h=120$

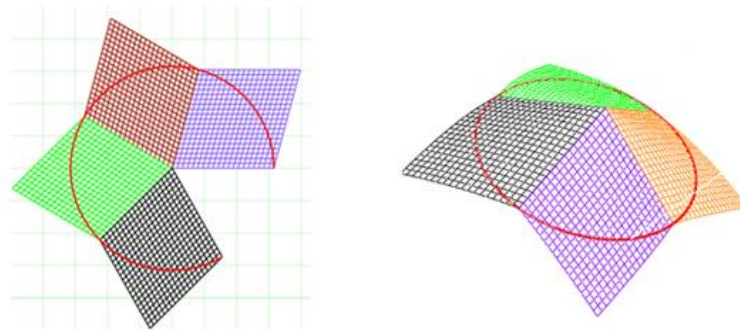


Рис. 5. Развертка и конус с  $R = 12$  и  $h = 8$

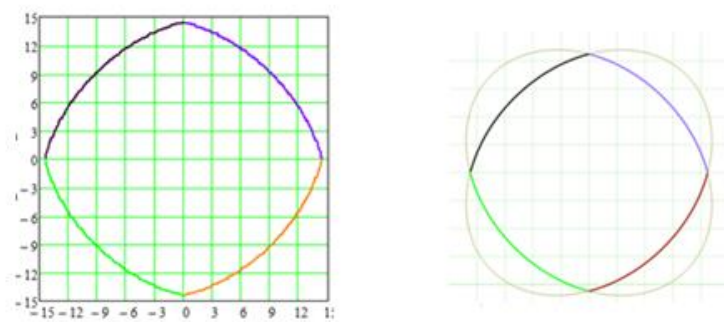


Рис. 6 Выворotka ткани для одевания конуса с радиусом основания  $R=12$  и  $h=8$  и метод ее построения

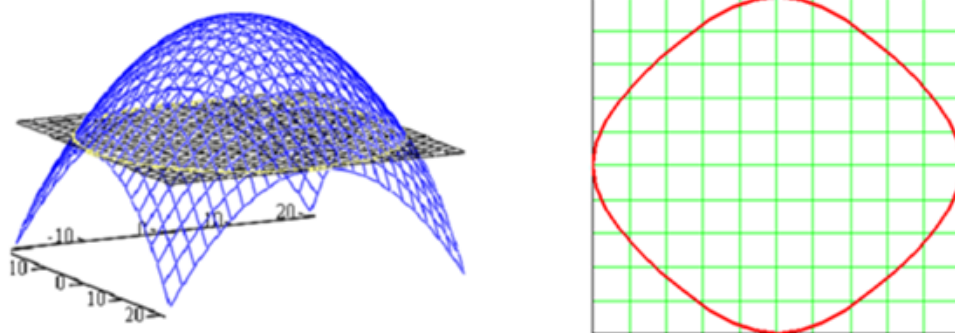


Рис. 7 Одевание ткани на параболоид ( $R = 20$  и  $h = 15$ ) и его выворotka

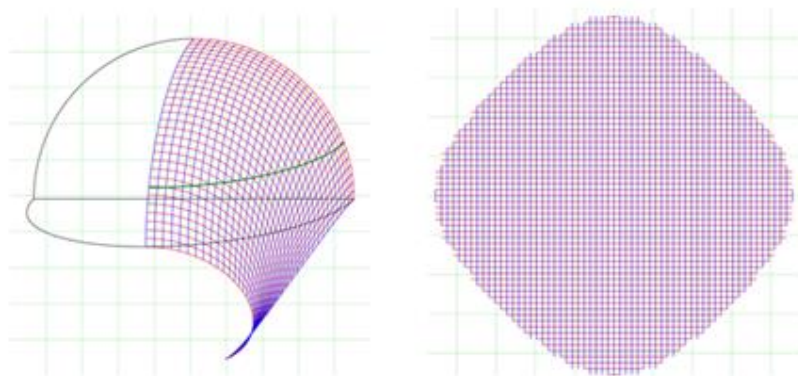


Рис. 8. Сеть Чебышёва с двумя заданными перпендикулярными координатными линиями, являющимися меридианами и выкройка для полусферы

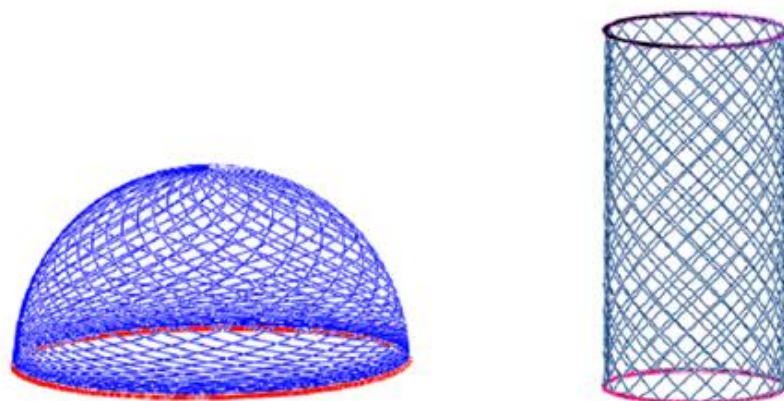


Рис. 9. Полусфера радиуса 1 и натягиваемый на нее нитяной цилиндр с радиусом основания  $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .