2023

Zadanie domowe 3

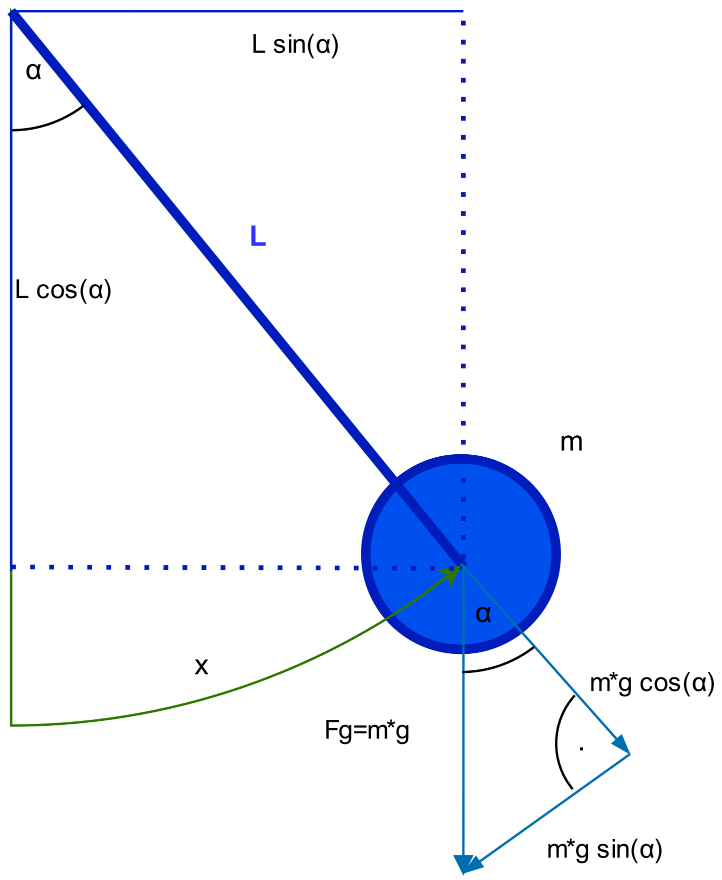
INFORMATYKA 2

EWA GABRYSZEWSKA (327521)

PROWADZĄCY - MGR INŻ. MARIUSZ RUTKOWSKI

TERMIN ODDANIA – 15.06.2023 R.

OPIS ZAGADNIENIA



Rysunek 1 - opis problemu

Wahadło zostało potraktowane jako nieskończenie mały obciążnik na nieważkiej nitce o długości L.
Oznaczenia używane w rysunkach i obliczeniach:

$g\left[\frac{m}{s^2}\right] - przyspieszenie\ ziemskie\ \left(przyjęto\ {\sim}9{,}81\frac{m}{s^2}\right)$
$m\ [kg] - masa\ obciążnika (podawana\ przez\ użytkownika)$
$x\ [m] - przemieszczenie\ obiążnika\ (układ\ współrzędnych\ biegunowych)\ [m]$
$L\ [m] - długość\ nieważkiej\ nitki$
$\alpha\ [°]\ - kąt\ wychylenia$
$\omega\left[\frac{°}{s}\right] - prędkość\ kątowa$
$Fg - siła\ grawitacji\ działająca\ na\ obciążnik$
$Fn - siłą\ naciągu\ nitki$

RÓWNANIA RUCHU

Na obciążnik działają dwie siły – siła grawitacji i siła naciągu nici. Po rozłożeniu siły Fg na składową normalną do przemieszczenia i styczną zauważamy, że składowa normalna równoważona jest przez siłę naciągu nici (nie obserwujemy przemieszczenia w żadnej innej osi, zmienia ona jedynie kierunek prędkości) Po rozpisaniu powyższego układu równowagi otrzymujemy siłę działającą na obciążnik równą

$$F = -mg\sin(\alpha)$$

Jako że w naszym układzie wychylenie obciążnika jest duże, nie możemy traktować go jako układ harmoniczny Dla uproszczenia dalszych obliczeń wprowadzimy zmienną przyspieszenia $a = -gsin(\alpha)$

Przyspieszenie a powoduje przebycie przez obciążnik przemieszczenia x po łuku

$$x = L * \alpha$$
$$v = \frac{dx}{dt} = L\frac{d\alpha}{dt} = L\omega$$
$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = L\frac{d^2\alpha}{dt^2} = L\frac{d\omega}{dt} = -gsin(\alpha)$$

Po uproszczeniu otrzymujemy układ równań różniczkowych pierwszego rzędu

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = -\frac{g}{l}\sin(\alpha) \\ \frac{d\alpha}{dt} = \omega \end{cases}$$

gdzie:

$$\begin{cases} \alpha(t_0) = \alpha_0 \\ \omega(t_0) = \omega_0 \end{cases}$$

Energia mechaniczna układu określona jest wzorem:

$$E_{mech} = E_p + E_k$$
$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(L\omega)^2}{2}$$
$$E_p = m * g * \left(L - Lcos(\alpha)\right) = mgL(1 - \cos(\alpha))$$

METODA OBLICZENIOWA

Układ równań został scałkowany przy pomocy metody Runge-Kutta 4-tego rzędu. Czas całkowania: $t_k = 6s$. Krok całkowania $h = \frac{1}{100}s$.

WYNIKI

Symulacja została przeprowadzona dla trzech zestawów danych

```
Prosze, podaj warunki poczatkowe wahadla
Masa kulki [kg]: 60

Dlugosc sznurka[m]: 5

Podaj wychylenie poczatkowe:(deg, =/= 0!)  50

Podaj poczatkowa predkosc katowa:(deg/s, =/=0!) 10
```

Rysunek 2 Ekran konsoli programu z wpisanymi danymi przykładowymi

```
t         Kat       Predkosc katowa Energia calkowita
0.000000            50.000000       10.000000       638.955010
0.010000            50.092820       8.563749        638.955010
0.020000            50.171269       7.125702        638.955010
0.030000            50.235329       5.686162        638.955010
```

Rysunek 3 Podgląd formatowania danych Zestawu 2 w wygenerowanym pliku tekstowym

T [s]	Kat[deg]	Prędkość kątowa [deg/s]	Energia całkowita[J]
0	50	10	638,95501
0,01	50,09282	8,563749	638,95501
0,02	50,171269	7,125702	638,95501
0,03	50,235329	5,686162	638,95501
0,04	50,284988	4,245432	638,95501
0,05	50,320235	2,803816	638,95501
0,06	50,341063	1,361614	638,95501
0,07	50,347466	-0,080873	638,95501
0,08	50,339445	-1,523342	638,95501
0,09	50,317001	-2,965493	638,95501
0,1	50,280137	-4,407026	638,95501

Tabela 1 Podgląd danych wyeksportowanych do programu Excel

ZESTAW DANYCH 1

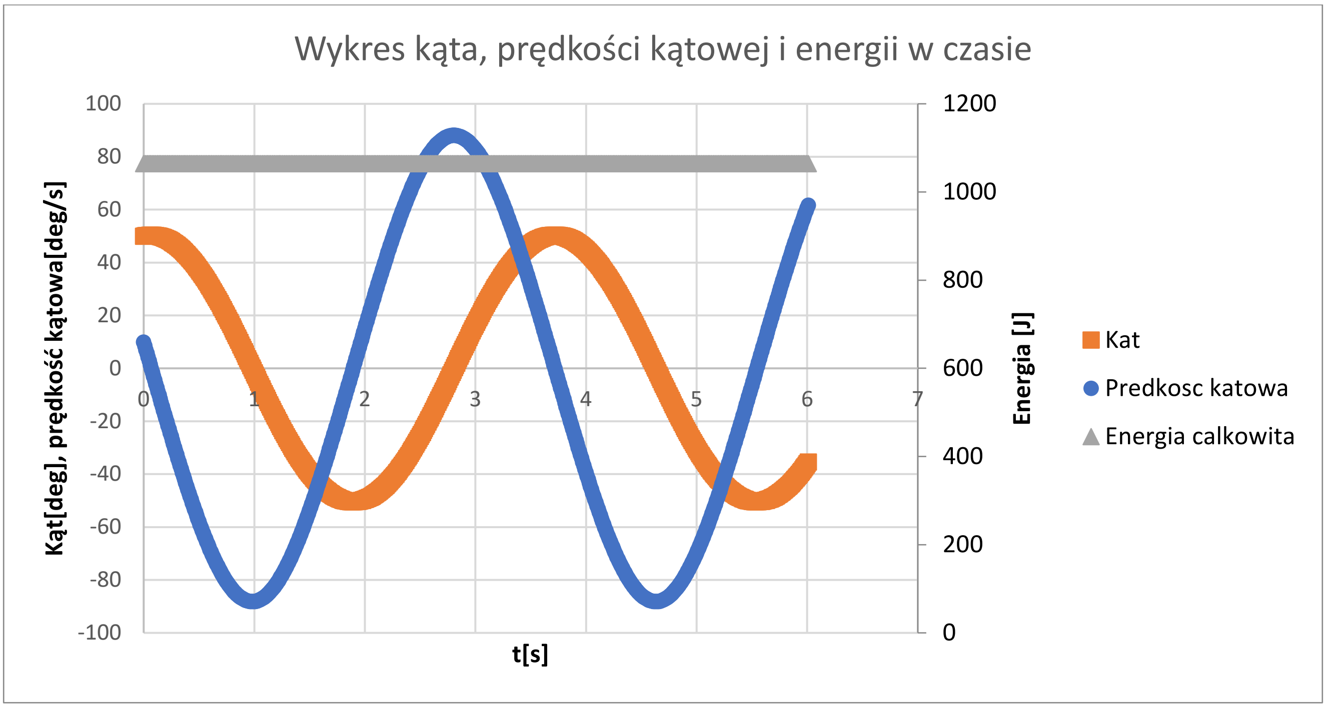
Symulacja pierwsza została przeprowadzona dla układu o zmiennych początkowych równych:

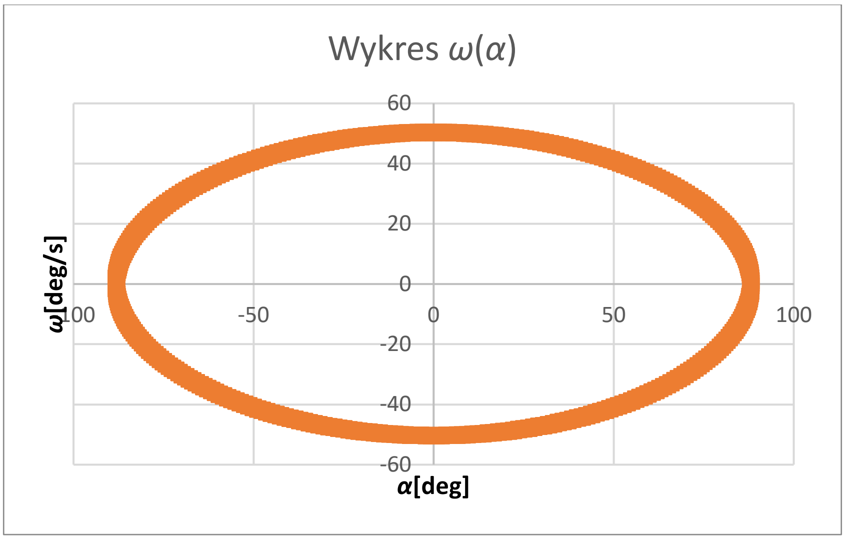
$m = 60\ kg$

$L = 5\ m$

$\omega_0 = 10\ \frac{\circ}{s}$

$\alpha_0 = 50°$

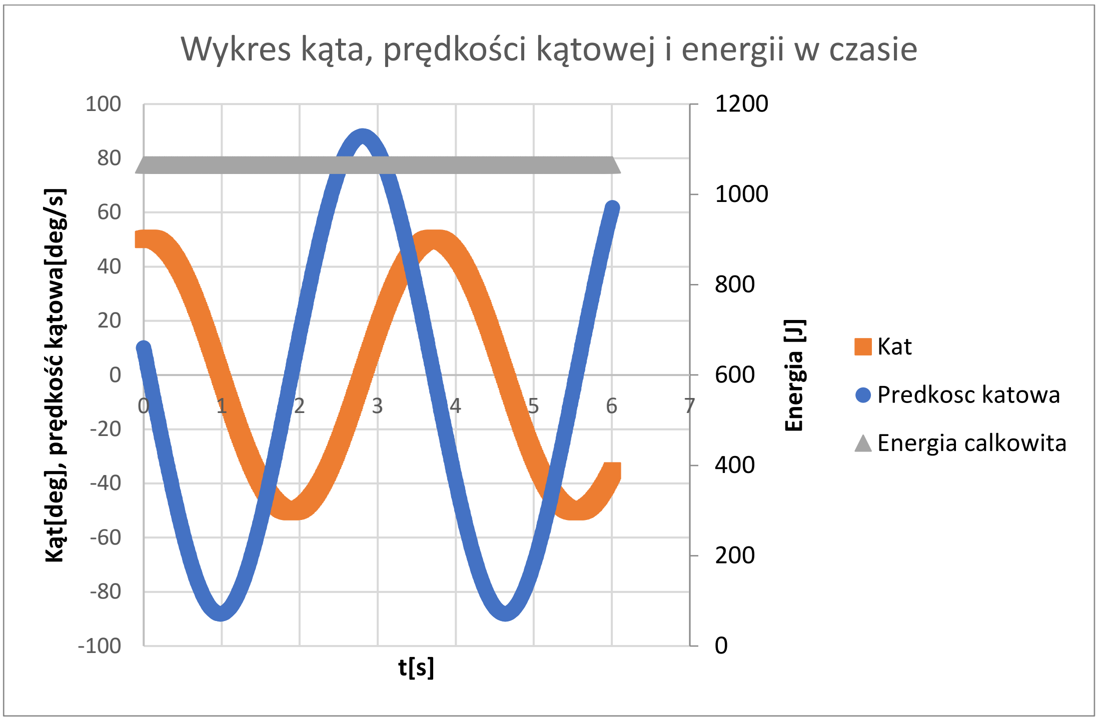


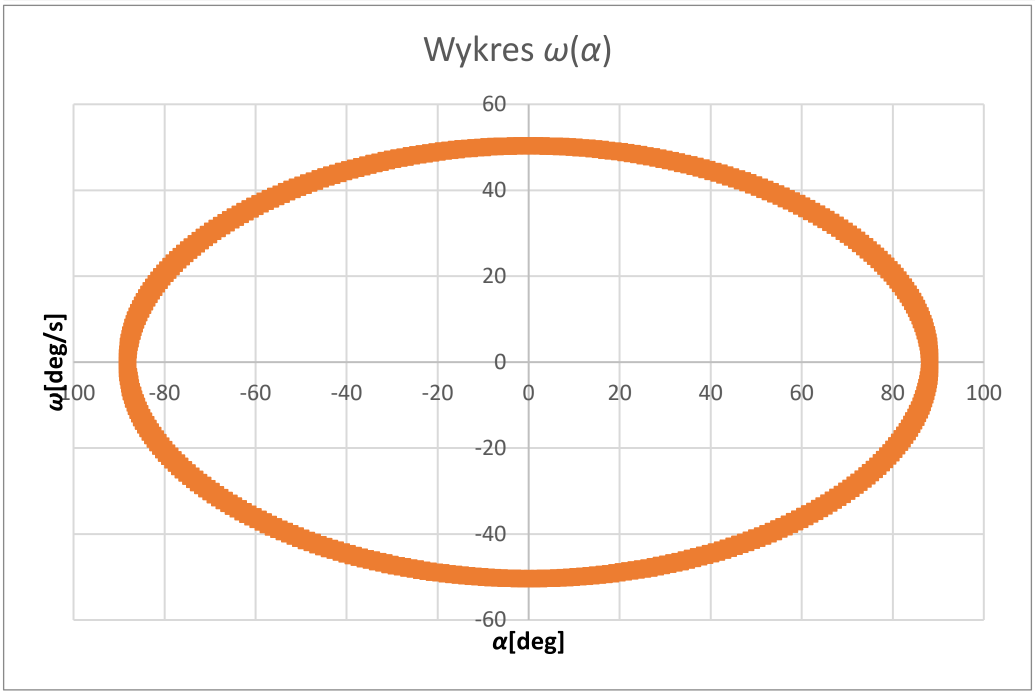


ZESTAW DANYCH 2

Symulacja druga przeprowadzona została dla danych identycznych do zestawu 1, poza zmianą długości sznurka.

$m = 60\ kg$
$L = 3\ m$
$\omega_0 = 10\ \frac{\circ}{s}$
$\alpha_0 = 50°$

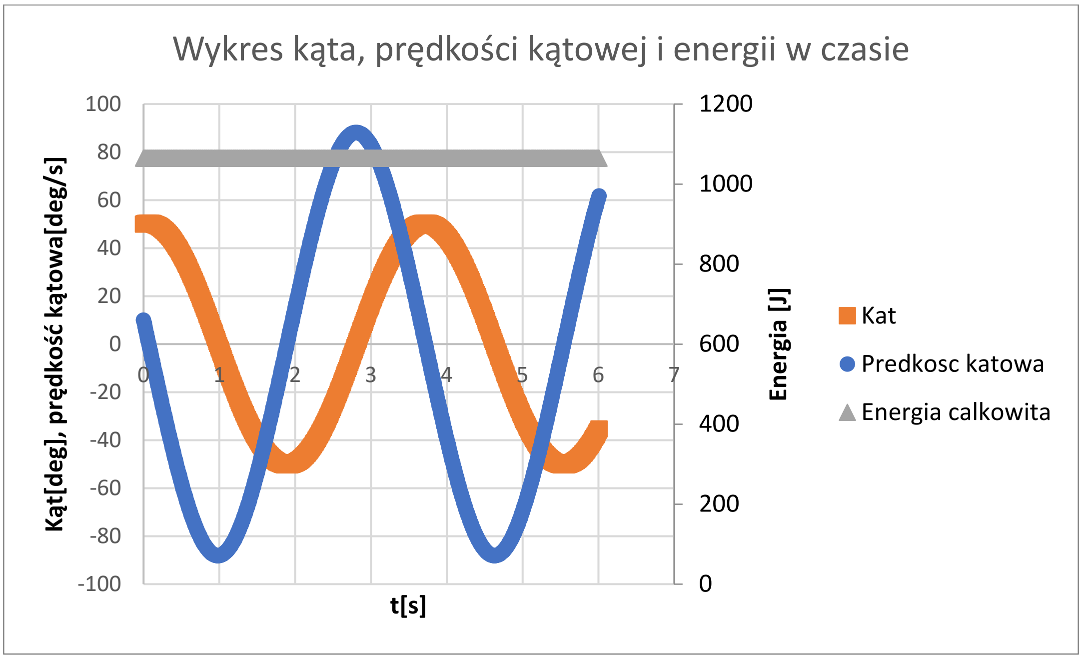


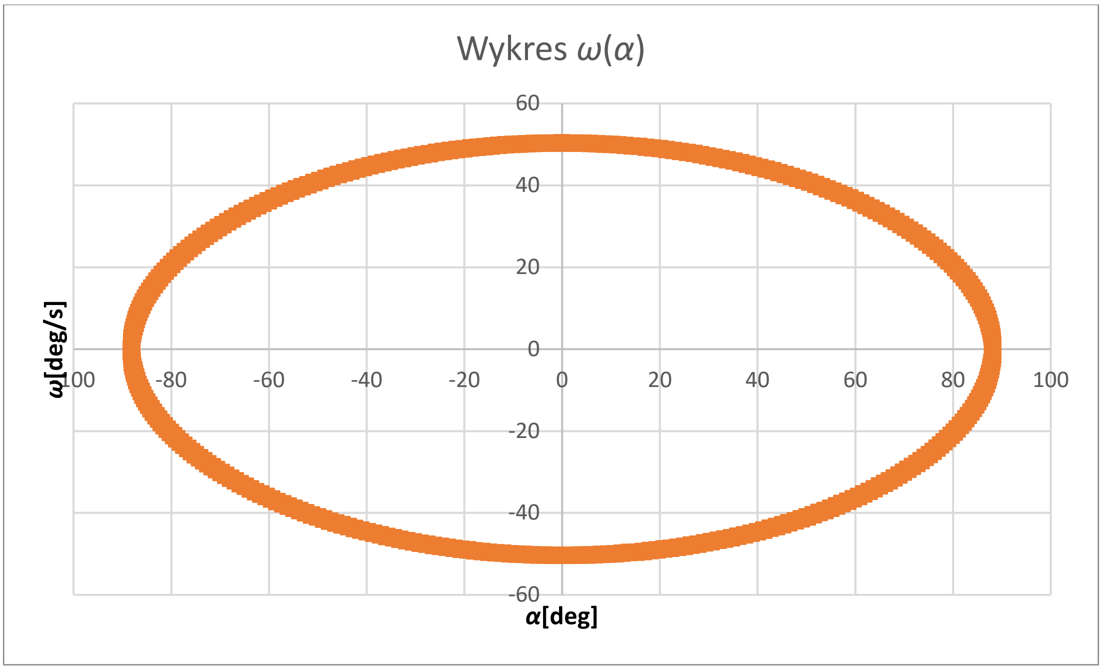


ZESTAW DANYCH 3

W zestawie danych 3 zwiększona została masa obciążnika:

$m = 100\ kg$
$L = 3\ m$
$\omega_0 = 10\ \frac{\circ}{s}$
$\alpha_0 = 50^\circ$





OMÓWIENIE WYNIKÓW

Z uzyskanych wyników możemy wyciągnąć kilka wniosków

1. Symulacja spełnia założenia teoretyczne- przy braku oporów powietrza układ nie traci energii, co można zobaczyć zarówno na wykresie Emech(t), jak i zamkniętej ścieżce w wykresie przestrzeni fazowej ω(α)
2. Zmniejszenie długości sznurka skutkuje przyspieszeniem oscylacji obciążnika, co również zgadza się z obserwacjami empirycznymi
3. Masa obciążnika (również zgodnie z obserwacjami) nie wpływa na zmianę okresu wahania a jedynie na całkowitą energię mechaniczną układu

KOD PROGRAMU

```
#include <iostream>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>
#include "rk4.h"
#define G 9.81
#pragma warning(disable:4996)         //umożlliwienie uzywania scanf w Visual
2019
double l=3, m=1;
void rhs_fun(double t, double* tab,double* prawa) //funkcja obliczajaca prawą
stronę równania różniczkowego
{
      prawa[0]=tab[1];
      prawa[1]=-G/l*sin(tab[0]);
}
double energia(double a, double w)          //obliczanie energii
{
      double wyn;
      wyn = (0.5 * m * powl(l, 2.)) * powl(w, 2.) + (m * G * l * (1 - cos(a)));
      return wyn;
}
int main()
{
      double h = 0.01;                             //Większa dokładność przy
mniejszym kroku rożniczkowania
      int n = 2;                                         //liczba zmiennych (u
nas alfa i omega wiec 2)
      double t = 0;                                      //czas poczatkowy to 0s
      double tk = 6;                                     //czas koncowy to 6s
      double a0 = 0, w0 = 0;                       //zmienne na kąt i prędkość
kątową początkowe
      double tabpocz[2], tabkonc[2];  //tabela na kąt i prędkość kątową przed i
po obliczeniach

      printf("Prosze, podaj warunki poczatkowe wahadla\n");
      printf("Masa kulki [kg]: ");
      scanf("%lf", &m);
      printf("\nDlugosc sznurka[m]: ");
      scanf("%lf", &l);
      while (a0 == 0)                                    //sprawdzenie warunkow
poczatkowych
      {
            printf("\nPodaj wychylenie poczatkowe:(deg, =/= 0!)  ");
            scanf("%lf", &a0);
      }

      a0 *= 3.1415/180.0;                          //zamiana kątów na radiany
      while (w0 == 0)
```

```
	{
		printf("\nPodaj poczatkowa predkosc katowa:(deg/s, =/=0!) ");
		scanf("%lf", &w0);
	}

	w0 *= 3.1415 / 180.0;
	tabpocz[0] = a0;
	tabpocz[1] = w0;
	FILE* f = fopen("wyniki.txt", "w");
				//otwarcie pliku do zapisu

	fprintf(f, "t\tKat\tPredkosc katowa\tEnergia calkowita\n");
		//naglowek pliku z danymi
	fprintf(f, "%lf\t", t);
	fprintf(f, "%lf\t%lf\t", a0 * 180.0 / 3.1415, w0 * 180.0 / 3.1415);
	//zapisywanie do pliku danych początkowych, dane kątowe przeliczone na 
stopnie dla ułatwienia
	fprintf(f, "%lf\n", energia(a0, w0));
	while (t < tk)
	{
		vrk4(t, tabpocz, h, n, rhs_fun, tabkonc);
							//liczenie prawej strony 
rownania rozniczkowego metodą Rungego-Kutty
		fprintf(f, "%lf\t", t + h);
		fprintf(f, "%lf\t%lf\t", tabkonc[0]*180.0 / 3.1415,tabkonc[1]*180.0 
/ 3.1415);		//zapisywanie do pliku poszczególnych wyników
		fprintf(f, "%lf\n", energia(tabkonc[0], tabkonc[1]));
		for (int i = 0; i < n; i++)
								// wyniki jednego 
kroku różniczkowania staja sie danymi wejsciowymi nastepnego
			tabpocz[i] = tabkonc[i];
		t += h;
	}
	fclose(f);
	return 0;
}
```