

Operators to Dilate and Erode Color impulse noise Images Based on the Morphology

AhYin xing-yun

Title: Professor

Research direction: Digital Image Processing; Computer Graphics

Computer and Information Engineering Department

Huainan Normal University

Huainan, 232038 P. R. China

e-mail address: yinxingyun@gmail.com

Abstract—By analyzing the numerical characteristics of impulse noise images, in order to resolve spreading-noise problem resulted from dilating and eroding images base on mathematical morphology, an algorithm of dilating and eroding color impulse noise images based on mathematical morphology is proposed. The result of the experiment demonstrates that the new algorithm has same effect as traditional algorithm of dilating and eroding images, but also suppresses impulse noise.

Keywords—impulse noise; mathematical morphology; vector order; dilation; erosion

I. 引言

数学形态学是一种功能强大的非线性图像处理技术，已经广泛地应用于二值图像和灰度图像的各个处理领域，推广到彩色图像等向量值图像的研究也取得了一定的进展。膨胀和腐蚀是两个最基本的形态学算子，先腐蚀后膨胀称为开算子，先膨胀后腐蚀称为闭算子，基于膨胀、腐蚀、开和闭这四个基本算子可以组合出无穷多个形态学图像处理算法。但是，由于膨胀和腐蚀算子是取图像子集的极值，所以这两个算子不能很好地抑制图像中含有的脉冲噪声，后继组合的其它算法对噪声就有一定的敏感性。本文分析了膨胀和腐蚀算子本质上固有的不足之处，在以前研究工作的基础上^[1]提出了一种能够抗拒脉冲噪声的膨胀和腐蚀算子，通用于二值图像、灰度图像和彩色图像，并给出了在 RGB 颜色空间表示的彩色图像上进行实验的结果。

本文其余内容组织如下：第 II 节针对 RGB 颜色空间和 HSV (HSI、HSL) 颜色空间，分析了脉冲噪声的重要特征；第 III 节分析了数学形态学膨胀和腐蚀算子扩散噪声的现象和原因；第 IV 节针对 RGB 颜色空间表示的彩色图像，提出了一个具有滤除脉冲噪声功能的膨胀和腐蚀算子的实现算法，并给出了实验结果与分析；最后是结束语。

II. 图像中脉冲噪声的一个重要特征

文献[2]指出：对于一幅灰度图像，如果一个像素点被脉冲噪声污染，那么该像素点的灰度值或者是 0（椒噪

声），或者是 255（盐噪声）。受此启发，对大量的用 RGB 颜色模型表示的彩色图像进行分析，发现如果一个像素被脉冲噪声污染，至少有一个通道的灰度值取 0 或 255，并且灰度值取 0 的噪声点比较暗，灰度值取 255 的噪声点比较亮，噪声点的颜色与它的领域像素颜色有比较大的差别。把图像转换到 HSV 颜色空间，将受噪声污染图像与未受噪声污染的原始图像相比较，被噪声污染的像素点对应的三个通道值都发生变化，在 RGB 颜色空间：某个通道灰度值取 0 的噪声点对应的 S 通道值取 1，某个通道灰度值取 255 的噪声点对应的 V 通道值取 1，只要是噪声点 H 通道值都变大，但是变大多少没有规律可循。

III. 数学形态学基本原理以及存在的问题

A. 数学形态学基本原理

令 $f: X \rightarrow Y^p$ 表示数字图像，当 $p=1$, $Y=\{0,1\}$ 时， f 是二值图像；当 $p=1$, $Y=[0,1,\dots,255]$ 时， f 是灰度图像；当 $p=3$, $Y=\{(y_1, y_2, y_3)\}$ 时， f 是彩色图像，其中 $y_i \in [0,1,\dots,255], i=1,2,3$ 。

二值数学形态学建立在集合论基础之上：令 B 表示结构元素，用 $f \oplus B$ 表示用 B 膨胀 f ， $f \ominus B$ 表示用 B 腐蚀 f ，则： $f \oplus B = \bigcup_{b \in B} (f)_b$ ，即 $f \oplus B$ 是按每个 $b \in B$ 移位 f 并把结果或 (OR) 运算。 $f \ominus B = \bigcap_{b \in B} (f)_{-b}$ ，即 $f \ominus B$ 是按每个 $b \in B$ 负移位 f 并把结果并 (AND) 运算。

把灰度图像看作数字化的地形地貌图，灰度值看作海拔高度，用逐点取最小值代替集合算子交和用逐点取最大值代替集合算子并，可以直接把二值形态学推广到灰度图像，灰度图像形态学膨胀和腐蚀算子定义如下：

$$(f \oplus B)(s, t) = \max\{f(s-x, t-y) + B(x, y) \mid (s-x, t-y) \in X, (x, y) \in D\}$$

$$(f \ominus B)(s, t) = \min\{f(s+x, t+y) + B(x, y) \mid (s+x, t+y) \in X, (x, y) \in D\}$$

其中 D 表示结构元素 B 覆盖的图像子集。从数学的观点来看，二值图像膨胀和腐蚀实际上是灰度图像膨胀和腐蚀取极值 0 和 1 时的特例。

对于彩色图像， \sup_v 和 \inf_v 分别表示在 B 的邻域内利用颜色向量序计算的 f 的上确界和下确界， ε 、 δ 分别表示彩色图像形态学腐蚀、膨胀，其形式定义如下^[4]：

$$\varepsilon(f)(x) = \inf_{b \in B} \{f(x+b) \mid x \in X, b \in B\} \quad (1)$$

$$\delta(f)(x) = \sup_{b \in B} \{f(x-b) \mid x \in X, b \in B\} \quad (2)$$

令 γ 和 φ 表示开和闭算子，则二值图像、灰度图像和彩色图像的开和闭算子具有统一形式： $\gamma_B(f) = \delta(\varepsilon(f))$ ， $\varphi_B(f) = \varepsilon(\delta(f))$ ，其中开算子是对 f 先腐蚀后膨胀，闭算子是对 f 先膨胀后腐蚀。膨胀、腐蚀、开和闭称为数学形态学的基本算子，他们的组合构成的数学形态学算法是一个无限集合。

B. 数学形态学存在的问题

从 III. A 的分析可知：对于二值图像、灰度图像和彩色图像，膨胀和腐蚀算子都是取结构元素确定的像素子集的上确界和下确界。由于正方形或圆盘形结构元素能够给形态学算法的实现带来许多方便，所以除非特定情况下的特殊需要（自适应结构元素除外），形态学算法都使用正方形或圆盘形结

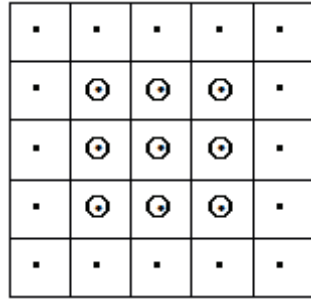


Figure1. 噪声扩散示意图

构元素。本文以 3×3 的正方形结构元素为例，分析膨胀和腐蚀算子对脉冲噪声的扩散情况。Figure1 中， x 是图像 f 中一个被脉冲噪声污染的像素，并且它的 5×5 邻域内没有其它噪声污染的像素。对于二值图像，如果 x 值为 1，它的 5×5 邻域内其它像素均为 0；反之，如果 x 值为 0，它的 5×5 邻域内其它像素均为 1，总之 x 是一个孤立的噪声点。对于非极端情况的灰度图像（没有连通的黑或白的区域）， x 的灰度值为 255 或 0，它的 5×5 邻域内其它像素的灰度值大于 0，小于 255，并且灰度值比较接近。当利用 3×3 的正方形结构元素对灰度图像或二值图像 f 进行膨胀或腐蚀运算时，就会把噪声像素扩散到 x 的 3×3 邻域，在膨胀后的图像中形成一个亮斑块，在腐蚀后的图像中形成一个暗斑块。

在彩色图像形态学研究领域，常用以下颜色空间表示图像：RGB 颜色空间、HSV（包括 HSI、HSL）颜色空间，以及 La^*b^* （包括 Luv）颜色空间，主要的向量像素排序方

法是 R-序和 L-序的组合。R-序表示 Reduced ordering：在向量像素集与某个标量集之间建立一个映射，根据标量集内数据的排序确定标量对应的向量像素之间的序关系。L-序表示 Lexicographical ordering：设 S 是彩色图像 f 的一个子集，对于任意的两个向量像素 $v, v' \in S$ ， $v = (v_1, v_2, v_3), v' = (v'_1, v'_2, v'_3)$ ， $v \leq_L v' \Leftrightarrow \exists i \in \{1, 2, 3\}$ 使 $(\forall j < i, v_j = v'_j) \wedge (v_i \leq v'_i)$ ， \leq_L 表示字典序。R-序中最常用的映射是距离变换，对于 RGB 颜色空间，距离变换实质上是亮度值的近似；对于非 RGB 颜色空间，距离变换就是亮度差，或者亮度起到主导作用。由于人眼对亮度比对色度敏感，向量像素排序时以 R-序为主，如果两个向量像素在 R-序下相等，再按照 L-序比较。如果用色调 (H) 作为向量像素排序的第一主序，膨胀和腐蚀的效果都比较差^[3]。对于 Figure1 中被噪声污染的向量像素 x ，当 x 的某个分量取值 255 时，其亮度在它的 3×3 邻域内较高，当以 R-序和 L-序组合的方式给向量像素排序时， x 非常可能成为结构元素覆盖的向量像素子集的上确界，同样道理，当 x 的某个分量取值为 0 时， x 极有可能成为下确界，从而在膨胀图像或腐蚀图像时把噪声点 x 扩散到它的 3×3 邻域，形成一个噪声斑块。

从以上分析可知，膨胀和腐蚀算子都具有很强的扩散噪声的特性。

IV. 结合滤除脉冲噪声的膨胀和腐蚀算子

A. 颜色向量序

令 $f = (f_R, f_G, f_B)$ 是 RGB 颜色空间的彩色图像，白点 $f^0 = (255, 255, 255)$ ，定义任意一个像素点 x 到白点的加权颜色距离为：

$$d(f, f^0) = \text{round}((w_R * f_R - 255)^2 + (w_G * f_G - 255)^2 + (w_B * f_B - 255)^2) \quad (3)$$

其中 $w_R = 0.299, w_G = 0.587, w_B = 0.114$, $\text{round}(\cdot)$ 表示对加权距离四舍五入取整。

根据式 (3)：对于像素点 x_1 和 x_2 ，如果 $d(f^1, f^0) > d(f^2, f^0)$ ，说明像素点 x_1 距离白点比 x_2 远，相应的颜色暗，所以规定颜色向量 $f^1 < f^2$ ；反之，如果 $d(f^1, f^0) < d(f^2, f^0)$ ，则 $f^1 > f^2$ ；对于 $d(f^1, f^0) = d(f^2, f^0)$ 情况，利用字典序比较，定义颜色向量序如下：当条件

- (i) $d(f^1, f^0) > d(f^2, f^0)$ ；
- (ii) $d(f^1, f^0) = d(f^2, f^0)$ ，且 $f_R^1 < f_R^2$ ；
- (iii) $d(f^1, f^0) = d(f^2, f^0)$ ， $f_R^1 = f_R^2$ ，

且 $f_G^1 < f_G^2$;

(iv) $d(f^1, f^0) = d(f^2, f^0)$, $f_R^1 = f_R^2$, $f_G^1 = f_G^2$ 且 $f_B^1 < f_B^2$

有一个成立时 $f^1 < f^2$, 否则, $f^1 \geq f^2$ 。如果 (iv) 中 $f_B^1 = f_B^2$, 则 $f^1 = f^2$, 归类到 $f^1 < f^2$ 或者 $f^1 > f^2$ 均可。把这种序关系用符号 ψ 表示^[1]。

B. 具有滤除脉冲噪声功能的彩色图像膨胀和腐蚀算子

令 B 表示结构元素, $N_B(x)$ 表示像素点 x 的邻域, $x \in X$, $X \subset Z^2$ 是彩色图像 f 的定义域, $\sup_\psi(\cdot)$ 表示按照关系 ψ 取上确界, $\inf_\psi(\cdot)$ 表示按照关系 ψ 取下确界。按照 Goutsias 的研究成果^[4], 根据参考文献[1, 2], 设计了如下基于序 ψ 具有滤除脉冲噪声功能的彩色图像形态学膨胀和腐蚀算子的实现算法:

(1) 建立 f 的标记矩阵 f_1 和 f_2 , 大小与 f 相同, 初始化各元素值全为 0;

(2) $\forall x = (i, j) \in X$:

如果 $f(x)$ 至少有一个通道的值为 255, 令 $f_1(i, j) = 1$; 如果 $f(x)$ 至少有一个通道的值为 0, 令 $f_2(i, j) = 1$ 。

(3) 用 B 对 f 膨胀: $\forall x \in X$, 基于序 ψ 、利用 III. A 中式 (2) 计算 $u(z) = \sup_\psi \{f(y) : y \in N_B(x)\}$,

设 $z = (k, l)$, 如果 $f_1(k, l) = 1$, 再利用 (2) 重新计算 u , 直到在 $N_B(x)$ 内找到一个 $u(z)$, 对应的 $f_1(z) \neq 1$, 令 $\delta_B f(x) = u$ 。

用 B 对 f 腐蚀: $\forall x \in X$, 基于序 ψ 、利用 III. A 中式 (1) 计算 $v(z) = \inf_\psi \{f(y) : y \in N_B(x)\}$, 设 $z = (k, l)$, 如果 $f_2(k, l) = 1$, 再利用 (1) 重新计算 v , 直到在 $N_B(x)$ 内找到一个 $v(z)$, 对应的 $f_2(z) \neq 1$, 令 $\varepsilon_B f(x) = v$ 。

如果 $N_B(x)$ 表示 x 的 3×3 邻域, 并且在 3×3 邻域内没有找到 u (或 v), 使得

$u(z) = \sup_\psi \{f(y) : y \in N_B(x)\}$ 并且 $f_1(z) \neq 1$ (或 $v(z) = \inf_\psi \{f(y) : y \in N_B(x)\}$, $f_2(z) \neq 1$), 就放大 $N_B(x)$ 为 x 的 5×5 邻域, 以此类推, 直到找到满足膨胀 (或腐蚀) 运算需要的 u (或 v), 完成膨胀 (或腐蚀) 计算。

实验结果见 Figure2 (采用 3×3 的正方形结构元素): 从左至右, 第一幅图像为含有冲激噪声的原始图像, 第二幅和第三幅分别为利用本文算法得到的腐蚀和膨胀图像。第二幅图像中的水果全变小了, 并且西瓜上浅绿色斑块被缩小使得深绿色条纹变粗了, 说明腐蚀算子具有很好的收缩功能; 第三幅图像中水果全变大了, 并且西瓜上浅绿色斑块被膨胀使得深绿色条纹变细了, 说明膨胀算子具有很好的放大功能; 同时噪声被很好地滤除。



Figure2. 含有噪声的图像的膨胀和腐蚀

V. 结束语

通过分析彩色图像中被脉冲噪声污染的像素点的特征、数学形态学膨胀和腐蚀算子根据结构元素形状扩散噪声的现象及原因, 设计了一种具有抑制噪声能力的彩色图像膨胀和腐蚀算子的实现方法, 该算法既能够很好地膨胀和腐蚀图像, 又具有较强的抑制噪声能力, 实验效果良好。

对于用 HSV (HSL、HSI) 颜色模型表示的彩色图像, 利用亮度通道建立标记矩阵 f_1 , 利用纯度通道建立标记矩阵 f_2 , 就可以根据颜色排序方法、按照 IV. B 中的方法实现 HSV (HSL、HSI) 颜色空间的彩色图像膨胀和腐蚀算子。

致谢

本文获得安徽省高等学校省级自然科学基金资助, 特此表示感谢。

REFERENCES

- [1] Yin Xing-yun, Wang Jun. Improved operators to dilate and erode color images based on morphology[J]. Computer Engineering and Applications, 2008, 44 (14) : 172-174. (In Chinese)
- [2] Chen Heng-jin, Ma Xiao-hu, Guo Zheng, Yu Ping. New filtering algorithm based on improved impulse noise detection[J]. Application Research of Computers, 2009, 26 (5)
- [3] A. Hanbury and J. Serra, Mathematical morphology in the HLS colour space in Proc. 12th British Machine Vision Conference (BMV'01), Manchester, 2001, pp. II-451-460.
- [4] E. Aptoula, S. Lefèvre, A comparative study on multivariate mathematical morphology, Pattern Recognition, Vol. 40, No. 11. (November 2007), pp. 2914-2929. [Show Formatted]