

BIỂU DIỄN SỐ PHỨC GIẢI ĐIỆN XOAY CHIỀU (TÀI LIỆU BÀI GIẢNG) GIÁO VIÊN: ĐỖ NGỌC HÀ

Đây là tài liệu đi kèm theo bài giảng “Biểu diễn số phức giải điện xoay chiều” thuộc khóa học PEN-C: Môn Vật lí (Thầy Đỗ Ngọc Hà). Để sử dụng tài liệu hiệu quả, Bạn cần kết hợp theo dõi bài giảng với tài liệu bài giảng trước khi làm bài tập tự luyện và so sánh với đáp án.

I. LÝ THUYẾT

☛ **Định luật Ôm cho đoạn mạch X bất kì:** $\tilde{i} = \frac{\tilde{u}_X}{\tilde{Z}_X}$

☛ Đoạn mạch chứa RLC thì: $\tilde{Z}_{RLC} = R + i(Z_L - Z_C)$

☛ Đoạn mạch X chứa RL thì: $\tilde{Z}_{RL} = R + iZ_L$

☛ Đoạn mạch X chứa RC thì: $\tilde{Z}_{RC} = R - iZ_C$

☛ Đoạn mạch X chỉ chứa R thì: $\tilde{Z}_R = R$

☛ Đoạn mạch X chỉ chứa L thì: $\tilde{Z}_L = iZ_L$

☛ Đoạn mạch X chỉ chứa C thì: $\tilde{Z}_C = -iZ_C$

☛ **Sử dụng máy tính ở chế độ số phức:** Máy Fx 570 ES bấm **MODE** **2** để làm việc với số phức!

$u = U_0 \cos(\omega t + \varphi) \xrightarrow{\text{Biểu diễn trên máy tính}} \tilde{u} = U_0 \angle \varphi = \underbrace{U_0 \cos \varphi}_a + \underbrace{U_0 \sin \varphi}_b i$

II. VÍ DỤ ĐIỂN HÌNH

Ví dụ 1(ĐH–2013): Đặt điện áp $u = 220\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm $R = 100 \, \Omega$, tụ điện có $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$ F và cuộn cảm có $L = \frac{1}{\pi}$ H. Biểu thức cường độ dòng điện trong mạch là

A. $i = 2,2 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ A

B. $i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ A

C. $i = 2,2 \cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ A

D. $i = 2,2 \cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ A

Hướng dẫn:

$$\tilde{i} = \frac{\tilde{u}}{\tilde{Z}} = \frac{\tilde{u}}{R + i(Z_L - Z_C)} = \frac{220\sqrt{2}}{100 + i(100 - 200)} \xrightarrow{\text{bấm máy}} \frac{5}{4} \angle \frac{\pi}{4}. \text{ Chọn A.}$$

Ví dụ 2(ĐH–2009): Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch có R, L, C mắc nối tiếp. Biết $R = 10 \, \Omega$, cuộn cảm thuần có $L = \frac{1}{10\pi}$ (H), tụ điện có $C = \frac{10^{-3}}{2\pi}$ (F) và điện áp giữa hai đầu cuộn cảm thuần là $u_L = 20\sqrt{2} \cos(100\pi t + 0,5\pi)$ (V). Biểu thức điện áp giữa hai đầu đoạn mạch là ?

Hướng dẫn:

$$(\tilde{i}) = \frac{\tilde{u}}{\tilde{Z}} = \frac{\tilde{u}_L}{\tilde{Z}_L} \rightarrow \tilde{u} = \frac{\tilde{u}_L}{iZ_L} \cdot (R + i(Z_L - Z_C)) = \frac{20\sqrt{2}i}{10i} \cdot (10 - 10i) \xrightarrow{\text{bấm máy}} = 20\sqrt{2} - 20\sqrt{2}i = 40 \angle \frac{-\pi}{4}$$

Vậy $u = 40 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ V.

Ví dụ 3: Trong một hộp kín chứa 2 trong 3 phần tử: điện trở thuần, cuộn cảm thuần, tụ điện mắc nối tiếp, với hai đầu nối ra ngoài là A và B. Đặt vào hai đầu A, B của nó một điện áp xoay chiều $u = 120\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ V thì cường độ dòng điện qua hộp là $i = \sqrt{6} \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ A. Các phần tử trong hộp là ?

Hướng dẫn:

Đổi về cùng hàm cos: $i = \sqrt{6} \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{6} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ A

$$\tilde{Z} = \frac{\tilde{u}}{\tilde{i}} = \frac{120\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{3}}{\sqrt{6} \angle -\frac{\pi}{6}} \xrightarrow{\text{bấm máy}} 40\sqrt{3} \angle -\frac{\pi}{6} = 60 - i.20\sqrt{3} \rightarrow R = 60 \Omega \text{ và } Z_C = 20\sqrt{3} \Omega.$$

Ví dụ 4(ĐH-2011): Đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần $R_1 = 40 \Omega$ mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-3}}{4\pi}$ F, đoạn mạch MB gồm điện trở thuần R_2 mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần. Đặt vào A, B điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi thì điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch AM và MB lần lượt là: $u_{AM} = 50\sqrt{2} \cos(100\pi t - \frac{7\pi}{12})$ (V) và $u_{MB} = 150 \cos 100\pi t$ (V). Hệ số công suất của đoạn mạch AB là

A. 0,86. B. 0,84. C. 0,95. D. 0,71.

Hướng dẫn:

$$\begin{aligned} * \tilde{i} &= \frac{\tilde{u}_{AM}}{\tilde{Z}_{AM}} = \frac{\tilde{u}_{AM}}{R_1 - iZ_C} = \frac{50\sqrt{2} \angle -\frac{7\pi}{12}}{40 - 40i} = \frac{5}{4} \angle -\frac{\pi}{3} = \frac{5}{4} \angle -60^\circ \\ * \tilde{u}_{AB} &= \tilde{u}_{AM} + \tilde{u}_{MB} = 50\sqrt{2} \angle -105^\circ + 150 \angle 0 = 148,4 \angle -27,412^\circ \end{aligned} \rightarrow \cos 32,588^\circ \approx 0,84. \text{ Chọn B.}$$

Ví dụ 5(ĐH-2011): Một đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần R_1 mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C, đoạn mạch MB gồm điện trở thuần R_2 mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Đặt điện áp xoay chiều có tần số và giá trị hiệu dụng không đổi vào hai đầu đoạn mạch AB. Khi đó đoạn mạch AB tiêu thụ công suất bằng 120 W và có hệ số công suất bằng 1. Nếu nối tắt hai đầu tụ điện thì điện áp hai đầu đoạn mạch AM và MB có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau $\frac{\pi}{3}$, công suất tiêu thụ trên đoạn mạch AB trong trường hợp này bằng

A. 180 W. B. 160 W. C. 90 W. D. 75 W.

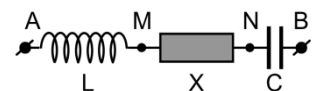
Hướng dẫn:

* Chưa nối tắt: hệ số công suất bằng 1 $\rightarrow Z_L = Z_C$

$$* \text{Nối tắt tụ: } \frac{\tilde{u}_{AM}}{\tilde{u}_{MB}} = \frac{\tilde{Z}_{AM}}{\tilde{Z}_{MB}} \rightarrow \frac{U \angle 0}{U \angle 60^\circ} = \frac{R_1}{R_2 + iZ_L} \rightarrow R_2 + iZ_L = \frac{R_1}{2} + i \frac{R_1 \sqrt{3}}{2} \rightarrow R_2 = \frac{R_1}{2} \text{ và } Z_L = \frac{R_1 \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Có: } P_1 = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{2U^2}{3R_1} \rightarrow P_2 = \frac{U^2 (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)^2 + Z_L^2} = \frac{U^2}{2R_1} = \frac{3}{4} P_1 = 90 \text{ W}$$

Ví dụ 6(ĐH-2013): Đoạn mạch nối tiếp gồm cuộn cảm thuần, đoạn mạch X và tụ điện (hình vẽ). Khi đặt vào hai đầu A, B điện áp $u_{AB} = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ (V) (U_0 , ω và φ không đổi) thì: $LC\omega^2 = 1$, $u_{AN} = 25\sqrt{2}$ V và $u_{MB} = 50\sqrt{2}$ V, đồng thời u_{AN} sớm pha $\frac{\pi}{3}$ so với u_{MB} . Giá trị U_0 là?

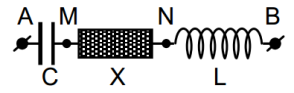


Hướng dẫn:

* $LC\omega^2 = 1 \rightarrow Z_L = Z_C \rightarrow u_{AM} = -u_{NB} \rightarrow u_{AB} = u_{MN}$.

$$* \text{Lại có: } u_{AN} + u_{MB} - u_{MN} = u_{AB} \rightarrow 2u_{AB} = u_{AN} + u_{MB} \rightarrow 2u_{AB} = 50 \angle \frac{\pi}{3} + 100 \angle 0 \rightarrow U_0 = 25\sqrt{7} \text{ V}$$

Ví dụ 7(ĐH-2014): Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp (hình vẽ). Biết tụ điện có dung kháng Z_C , cuộn cảm thuần có cảm kháng Z_L và $3Z_L = 2Z_C$. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc vào thời gian của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AN và điện

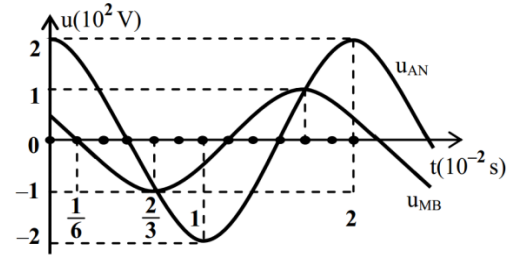


áp giữa hai đầu đoạn mạch MB như hình vẽ. Điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M và N là ?

- A. 173 V. B. 122 V.
C. 86 V. D. 102 V.

Hướng dẫn:

* Dễ dàng đọc được phương trình:



$$u_{AN} = 200 \cos(100\pi t) \text{ (V)}; u_{MB} = 100 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (V)}$$

$$* 3Z_L = 2Z_C \rightarrow 2u_{AM} = -3u_{NB} \rightarrow u_{AB} = u_{AM} + u_{MN} + u_{NB} = -0,5u_{NB} + u_{MN} = -0,5(u_{MB} - u_{MN}) + u_{MN} = 1,5u_{MN} - 0,5u_{MB}$$

$$* \text{ Mà } u_{AB} = u_{AN} + u_{MB} - u_{MN} \rightarrow u_{MN} = \frac{3u_{MB} + 2u_{AN}}{5} = 20\sqrt{37} \angle \varphi_{MN} \rightarrow U_{MN} = 10\sqrt{74} \text{ V. Chọn C.}$$

Ví dụ 8: Cho đoạn mạch điện AB gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với một tụ điện C và một cuộn dây theo đúng thứ tự. M là điểm nối giữa điện trở thuần và tụ điện, N là điểm giữa tụ điện và cuộn dây. Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng $120\sqrt{3}$ V không đổi vào đoạn mạch AB. Khi đó, điện áp giữa hai điểm A và N lệch pha với điện áp

giữa hai điểm M, B là $\frac{\pi}{2}$, lệch pha với điện áp giữa hai điểm A, B là $\frac{\pi}{3}$; điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M, B là là

120 V, đoạn mạch AB tiêu thụ công suất 360 W. Nếu nối tắt hai đầu cuộn dây công suất tiêu thụ của đoạn mạch trong trường hợp này là

- A. 810 W. B. 540 W. C. 240 W. D. 180 W.

Hướng dẫn:

* Khi chưa nối tắt ta có:

$$\widetilde{u_{AN}} = U_{0AN} \angle 0; \widetilde{u_{MB}} = 120\sqrt{2} \angle 90^\circ; \widetilde{u_{AB}} = 120\sqrt{6} \angle 60^\circ \rightarrow \widetilde{u_{AM}} = \widetilde{u_{AB}} - \widetilde{u_{MB}} = 120\sqrt{2} \angle 30^\circ$$

$$\rightarrow \text{pha ban đầu dòng điện là } 30^\circ \rightarrow \tan(\varphi_{u_{AN}} - \varphi_i) = \frac{-Z_C}{R} \rightarrow R = Z_C \sqrt{3}.$$

$$\frac{\widetilde{u_{AM}}}{\widetilde{u_{MB}}} = \frac{\widetilde{Z_{AM}}}{\widetilde{Z_{MB}}} \rightarrow \frac{120\sqrt{2} \angle 30^\circ}{120\sqrt{2} \angle 90^\circ} = \frac{R}{r + i(Z_L - Z_C)} \rightarrow \frac{1}{2}R + \frac{\sqrt{3}}{2}iR = r + i(Z_L - Z_C) \rightarrow r = \frac{R}{2} \text{ và } (Z_L - Z_C) = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$P_1 = 360 = \frac{U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} \cdot (R+r) = \frac{U^2}{2R} \rightarrow P_2 = \frac{U^2}{R^2 + Z_C^2} \cdot R = \frac{3U^2}{4R} = 540 \text{ W. Chọn B}$$

Ví dụ 9(ĐH-2013): Đặt điện áp $u = U_0 \cos \omega t$ (V) (với U_0 và ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C (thay đổi được). Khi $C = C_0$ thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn u là φ_1 ($0 < \varphi_1 < \frac{\pi}{2}$) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 45 V. Khi $C = 3C_0$ thì cường độ

dòng điện trong mạch trễ pha hơn u là $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$ và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 135 V. Giá trị của U_0 gần

giá trị nào nhất sau đây?

- A. 130 V. B. 64 V. C. 95 V. D. 75 V.

Hướng dẫn:

Trong 2 trường hợp điện áp 2 đầu dây luôn nhanh pha hơn cường độ dòng điện một lượng $\Delta\varphi$.

$$\text{Ta có định luật Ôm biểu diễn dạng số phức: } \widetilde{u_d} = \frac{\widetilde{u}}{Z} \cdot \widetilde{Z_d}$$

$$\rightarrow \begin{cases} *C_0: 45\sqrt{2} \angle (\varphi_1 + \Delta\varphi) = \frac{U_0 \cdot (R + iZ_L)}{R + i(Z_L - Z_C)} & (1) \\ *3C_0: 135\sqrt{2} \angle \left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2} + \Delta\varphi\right) = \frac{U_0 \cdot (R + iZ_L)}{R + i\left(Z_L - \frac{Z_C}{3}\right)} \end{cases} \rightarrow \frac{i}{3} = \frac{R + i\left(Z_L - \frac{Z_C}{3}\right)}{R + i(Z_L - Z_C)} \rightarrow \begin{cases} -Z_L + Z_C = 3R \\ 3Z_L - Z_C = R \end{cases}$$

$$\text{Cho } R = 1 \rightarrow \begin{cases} Z_L = 2 \\ Z_C = 5 \end{cases}. \text{ Thế vào (1): } 45\sqrt{2} \angle (\varphi_1 + \Delta\varphi) = \frac{U_0(1 + 2i)}{1 - 3i} = \frac{U_0\sqrt{2}}{2} \angle 135^\circ \rightarrow \frac{U_0\sqrt{2}}{2} = 45\sqrt{2} \rightarrow U_0 = 90 \text{ V}$$

Ví dụ 10(ĐH-2013): Đặt điện áp $u = U_0 \cos \omega t$ (U_0 và ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R , tụ điện có điện dung C , cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi $L = L_1$ và $L = L_2$: điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị; độ lệch pha của điện áp ở hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện lần lượt là $0,52$ rad và $1,05$ rad. Khi $L = L_0$: điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại; độ lệch pha của điện áp ở hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện là φ . Giá trị của φ gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. $0,41$ rad. B. $1,57$ rad. C. $0,83$ rad. D. $0,26$ rad.

Hướng dẫn:

Sẽ được chứng minh trong bài cực trị L thay đổi: $Z_{L0} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ thì U_L cực đại!

Các trở, kháng trong bài không cần tính chính xác, cho luôn $R = 1$!

$$\rightarrow \tan(\varphi_u - \varphi_i) = Z_L - Z_C; \tilde{u}_L = \frac{\tilde{u}}{Z} \cdot \tilde{Z}_L = \frac{U_0 \cdot i Z_L}{1 + i(Z_L - Z_C)}$$

$$\begin{cases} *L = L_1: \tan(0,52) = Z_{L1} - Z_C = \frac{1}{\sqrt{3}}; U_{0L} \angle 60^\circ = \frac{U_0 i Z_{L1}}{1 + \frac{i}{\sqrt{3}}} \\ *L = L_2: \tan(1,05) = Z_{L2} - Z_C = \sqrt{3}; U_{0L} \angle 30^\circ = \frac{U_0 i Z_{L2}}{1 + i\sqrt{3}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{Z_{L2}} = \frac{\angle 60^\circ}{\angle 30^\circ} \cdot \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 + \frac{i}{\sqrt{3}}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \begin{cases} Z_{L1} - Z_C = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ Z_{L1}\sqrt{3} - Z_C = \sqrt{3} \end{cases} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_C = 1 \\ Z_{L1} = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \\ Z_{L2} = \sqrt{3} + 1 \end{cases}$$

$$**L = L_0: \tan \varphi = Z_{L0} - Z_C = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} - Z_C = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}. \text{ Chọn C.}$$

Ví dụ 11: Cho 3 linh kiện gồm điện trở thuần R , cuộn cảm thuần L và tụ điện C . Lần lượt đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp RL hoặc RC thì biểu thức cường độ dòng điện trong mạch lần lượt là $i_1 = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ A và $i_2 = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{7\pi}{12}\right)$ A. Nếu đặt điện áp trên vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp thì dòng điện trong mạch có biểu thức là ?

- A. $i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{6})$ A B. $i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ A
C. $i = \sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})$ A D. $i = 2 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ A

Hướng dẫn:

*Để thấy tổng trở 2 trường hợp đầu bằng nhau, do đó $Z_L = Z_C$, đặt $= 1$!

$$\begin{cases} \tilde{i}_1 = \frac{\tilde{u}}{R + i} \\ \tilde{i}_2 = \frac{\tilde{u}}{R - i} \rightarrow \frac{2}{i} = \frac{1}{\tilde{i}_1} + \frac{1}{\tilde{i}_2} \rightarrow \tilde{i} = \frac{2\tilde{i}_1\tilde{i}_2}{\tilde{i}_1 + \tilde{i}_2} \\ \tilde{i} = \frac{\tilde{u}}{R} \end{cases}$$

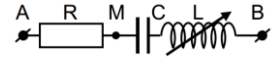
Ví dụ 12: Đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 120 V vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở R , tụ điện C và cuộn cảm thuần L . Ở hai đầu cuộn cảm có mắc một khóa K . Khi K mở dòng điện qua mạch là $i_1 = 4\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (A); khi K đóng thì dòng điện qua mạch là $i_2 = 4 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$ (A). Giá trị R, L, C là?

Hướng dẫn:

Điện áp không đổi nên tổng trở phức tỉ lệ nghịch với dòng điện phức khi K mở và đóng!

$$\frac{R + i(Z_L - Z_C)}{R - iZ_C} = \frac{4\angle 15^\circ}{4\sqrt{2}\angle -30^\circ} = \frac{1 + i}{2} \rightarrow R = Z_L = Z_C \rightarrow \text{Khi } K \text{ mở có cộng hưởng, } Z = R = 30 \Omega \rightarrow L, C!$$

Ví dụ 13(ĐH-2014): Đặt điện áp $u = 180\sqrt{3}\cos\omega t$ (V) (với ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB (hình vẽ). R là điện trở thuần, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch MB và độ lớn góc lệch pha của cường độ dòng điện so với điện áp u khi $L = L_1$ là U và φ_1 , còn khi $L = L_2$ thì tương ứng là $\sqrt{8}U$ và φ_2 . Biết $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$. Giá trị U bằng



A. 60 V. B. 180 V. C. 90 V. D. 135 V.

Hướng dẫn:

*Pha ban đầu u là 0.

Khi $L = L_1$, giả sử mạch có tính dung kháng thì pha ban đầu dòng điện là φ_1 .

Khi $L = L_2$, mạch có tính cảm kháng thì pha ban đầu dòng điện là $\varphi_1 - \frac{\pi}{2}$.

*Ta có: $u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$

$$\rightarrow \begin{cases} 180\sqrt{2}\angle 0 = U_{OR1}\angle\varphi_1 + U\sqrt{2}\angle\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) \\ 180\sqrt{2}\angle 0 = U_{OR2}\angle\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{8}U\sqrt{2}\angle\varphi_1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} U_{OR1} = 8U\sqrt{2} \\ U_{OR2} = U\sqrt{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left(\sqrt{8}U\sqrt{2}\right)^2 + \left(U\sqrt{2}\right)^2 = \left(180\sqrt{2}\right)^2 \\ \rightarrow U = 60 \text{ V. Chọn A.} \end{cases}$$

Ví dụ 14(QG-2016): Đặt điện áp $u = U_0\cos\omega t$ (V) (với U_0 và ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C (thay đổi được). Khi $C = C_1$ thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện là 40 V và trễ pha hơn u là φ_1 . Khi $C = C_2$ thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện là 40 V và trễ pha hơn u là $\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{3}$. Khi $C = C_3$ thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại và công suất bằng 50% công suất cực đại mạch điện có thể đạt được khi C thay đổi. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch có giá trị là

A. $\frac{40}{\sqrt{6}}$ V. B. $\frac{80}{\sqrt{3}}$ V. C. $\frac{80}{\sqrt{6}}$ V. D. $\frac{40}{\sqrt{3}}$ V.

Hướng dẫn:

Khi $C = C_3$ điện áp hiệu dụng trên C cực đại, do đó (sẽ được chứng minh bài cực trị C thay đổi!)

$$Z_{C3} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \rightarrow P = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_{C3})^2} = \frac{U^2}{R + \frac{R^3}{Z_L^2}} = 50\%P_{\max} = \frac{U^2}{2R} \rightarrow R = Z_L. \text{ Chọn luôn } R = Z_L = 1!$$

Ta có định luật Ôm biểu diễn dạng số phức: $\tilde{u}_C = \frac{\tilde{u}}{Z} \cdot \tilde{Z}_C = \frac{U_0 \cdot (iZ_C)}{R + i(Z_L - Z_C)} = \frac{U_0 \cdot (iZ_C)}{1 + i(1 - Z_C)}$

$$\rightarrow \begin{cases} *C_1: 40\sqrt{2}\angle -\varphi_1 = \frac{U_0 \cdot (-iZ_{C1})}{1 + i(1 - Z_{C1})} \quad (1) \rightarrow \angle 60^\circ = \frac{Z_{C1}[1 + i(1 - Z_{C2})]}{Z_{C2}[1 + i(1 - Z_{C1})]} \quad (1) \rightarrow 40\sqrt{2}\angle -\varphi_1 = \frac{U_0\sqrt{6}}{2}\angle -15^\circ \\ *C_2: 40\sqrt{2}\angle (-\varphi_1 - 60^\circ) = \frac{U_0 \cdot (-iZ_{C2})}{1 + i(1 - Z_{C2})} \rightarrow \begin{cases} Z_{C1} = 3 + \sqrt{3} \\ Z_{C2} = 3 - \sqrt{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} U_0 = \frac{80}{\sqrt{3}} \\ \varphi_1 = 15^\circ \end{cases} \text{ Chọn C.} \end{cases}$$

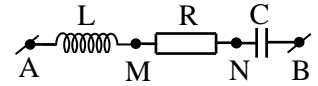
Ví dụ 15: Một đoạn mạch AB gồm đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM chứa cuộn dây không thuần cảm, MB gồm điện trở R nối tiếp với tụ điện C. Đặt điện áp xoay chiều $u = 80\sqrt{6}\cos\omega t$ (V) vào hai đầu đoạn mạch AB. Khi đó cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là 1 A; điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M, B gấp hai lần điện áp hiệu dụng trên R; điện áp tức thời giữa M, B lệch pha $0,5\pi$ với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AB. Gọi $x = Z_L - Z_C$. Công suất trên AB và x có giá trị là ?

Hướng dẫn:

$$U_{MB} = 2U_R \rightarrow Z_{MB} = 2R \rightarrow Z_C = \sqrt{3}R$$

$$\frac{\tilde{u}_{MB}}{\tilde{u}_{AB}} = \frac{\tilde{Z}_{AM}}{\tilde{Z}_{AB}} \rightarrow \frac{R\sqrt{2}\angle -90^\circ}{80\sqrt{6}\angle 0^\circ} = \frac{R - iZ_C}{(R + r) + i(Z_L - Z_C)} \rightarrow \begin{cases} R + r = 120 \rightarrow P = I^2(R + r) = 120 \text{ W} \\ Z_L - Z_C = 40\sqrt{3} \Omega \end{cases}$$

Ví dụ 16: Đặt vào hai đầu mạch AB điện áp xoay chiều, L thuần cảm thì thấy điện áp các đoạn mạch $u_{AN} = xU_0 \cos(\omega t + \varphi + \Delta\varphi)(V)$; $u_{MB} = U_0 \cos(\omega t + \varphi)(V)$. Biểu thức điện áp đặt vào hai đầu AB là ?



Hướng dẫn:

Chọn $R = 1!$

$$\frac{\widetilde{u_{AN}}}{\widetilde{u_{MB}}} = \frac{\widetilde{Z_{AN}}}{\widetilde{Z_{MB}}} \rightarrow x \angle \Delta\varphi = \frac{1 + iZ_L}{1 - iZ_C} \rightarrow \begin{cases} Z_L = \frac{x - \cos \Delta\varphi}{x \sin \Delta\varphi} \\ Z_C = \frac{1 - x \cos \Delta\varphi}{x \sin \Delta\varphi} \end{cases} \rightarrow \widetilde{u_{AB}} = \frac{x \sin \Delta\varphi - (x - 1)(\cos \Delta\varphi + 1)}{x(\sin \Delta\varphi + \cos \Delta\varphi) - 1} U_0 \angle \varphi$$

Ví dụ áp dụng số: Đặt vào hai đầu mạch AB điện áp xoay chiều, L thuần cảm thì thấy điện áp các đoạn mạch $u_{AN} = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t)(V)$; $u_{MB} = 100\sqrt{6} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})(V)$. Điện áp cực đại đặt vào hai đầu AB là

$$\frac{\widetilde{u_{AN}}}{\widetilde{u_{MB}}} = \frac{\widetilde{Z_{AN}}}{\widetilde{Z_{MB}}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ = \frac{1 + iZ_L}{1 - iZ_C} \rightarrow \begin{cases} Z_L = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ Z_C = \sqrt{3} \end{cases} \rightarrow \widetilde{u_{AB}} = \frac{\widetilde{u_{AN}}}{\widetilde{Z_{AN}}} \cdot \widetilde{Z_{AB}} = 50\sqrt{14} \angle -79^\circ. \text{ Vậy } U_0 = 50\sqrt{14} \text{ V}$$

Giáo viên: Đỗ Ngọc Hà

Nguồn :  Hocmai.vn