

机器人的坐标系与位姿

机器人的坐标系与位姿

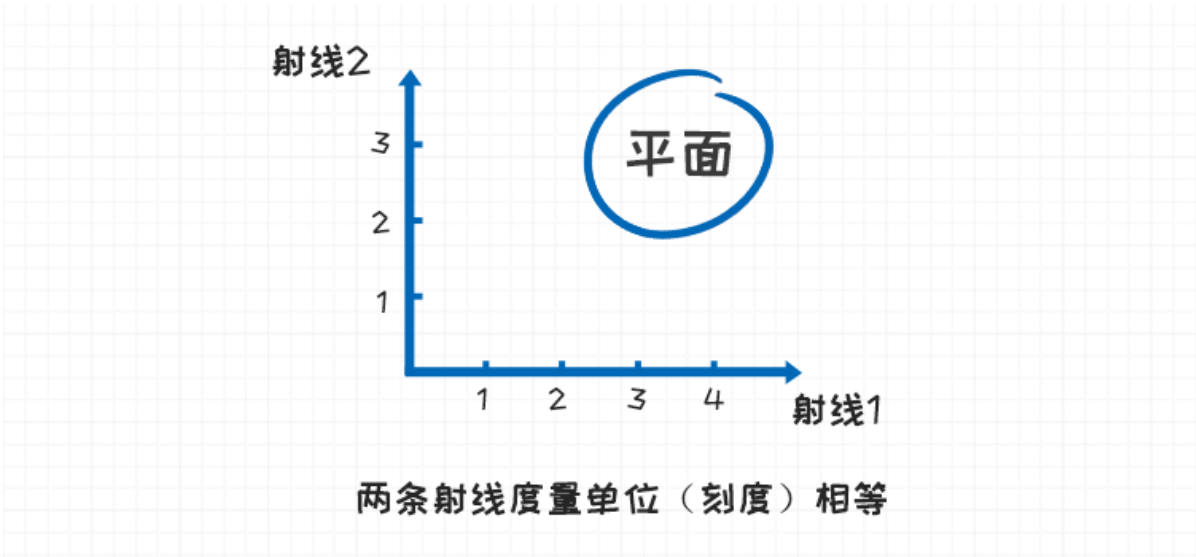
- 概要
- 笛卡尔坐标系
- 位姿描述
 - 二维直角坐标系
 - 三维直角坐标系

概要

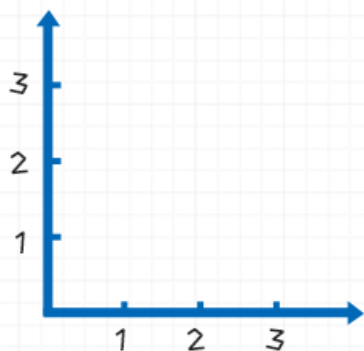
本文介绍了笛卡尔坐标系的分类，还有在笛卡尔坐标系中经常会被用到的右手坐标系。
以及机器人在平面直角坐标系与空间直角坐标系下的位姿描述。

笛卡尔坐标系

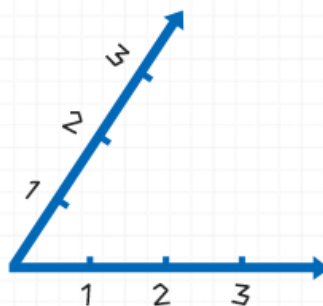
在空间中两条或三条数轴相交于原点。
两条数轴构成了一个平面，三条数轴构成了一个立体的空间。如果数轴上的刻度(度量单位)一致，那么形成的这个坐标系就叫做笛卡尔坐标系。
笛卡尔坐标 的英文叫做 Cartesian Coordinate System。



根据数轴之间是否垂直，笛卡尔坐标系又可以分为笛卡尔直角坐标系和笛卡尔斜角坐标系。其中笛卡尔直角坐标系我们用的比较多。



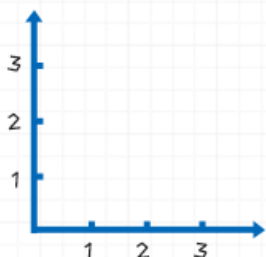
笛卡尔**直角**坐标系



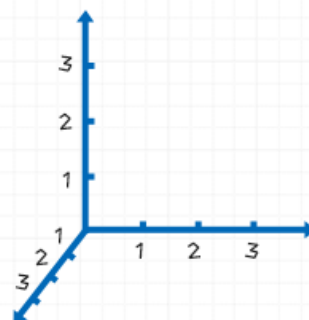
笛卡尔**斜角**坐标系

根据维度（数轴个数）的不同，笛卡尔直角坐标系又可以分为**二维直角坐标系**和**三维直角坐标系**。

高维**直角**坐标系



二维直角坐标系

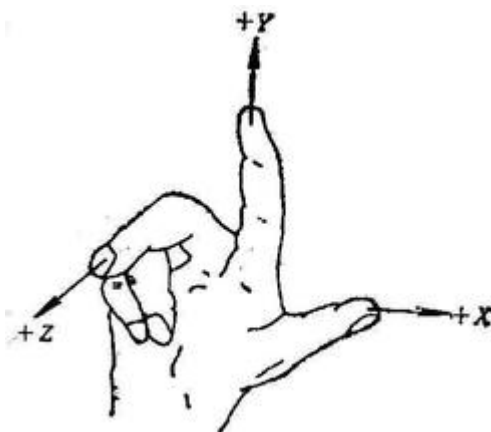


三维直角坐标系

另外，不管是二维的还是三维的都存在一个问题，如果我修改坐标轴的正方向，那此时点在坐标系中的位置就会是一个相反的值。根据轴与轴之间正方向关系，笛卡尔直角坐标系，又分为**左手直角坐标系**和**右手直角坐标系**。

在空间直角坐标系中，让右手拇指指向x轴的正方向，食指指向y轴的正方向，如果中指能指向z轴的正方向，则称这个坐标系为**右手直角坐标系**，反之则是**左手直角坐标系**。

下图为右手坐标系的示意图：



在数学中则通常使用右手坐标系，我们研究机器人在空间中的关系时，使用的也是**右手坐标系**。

位姿描述

位姿 Pose是两个属性**位置 Position**和**旋转 Orientation** 的叠加。

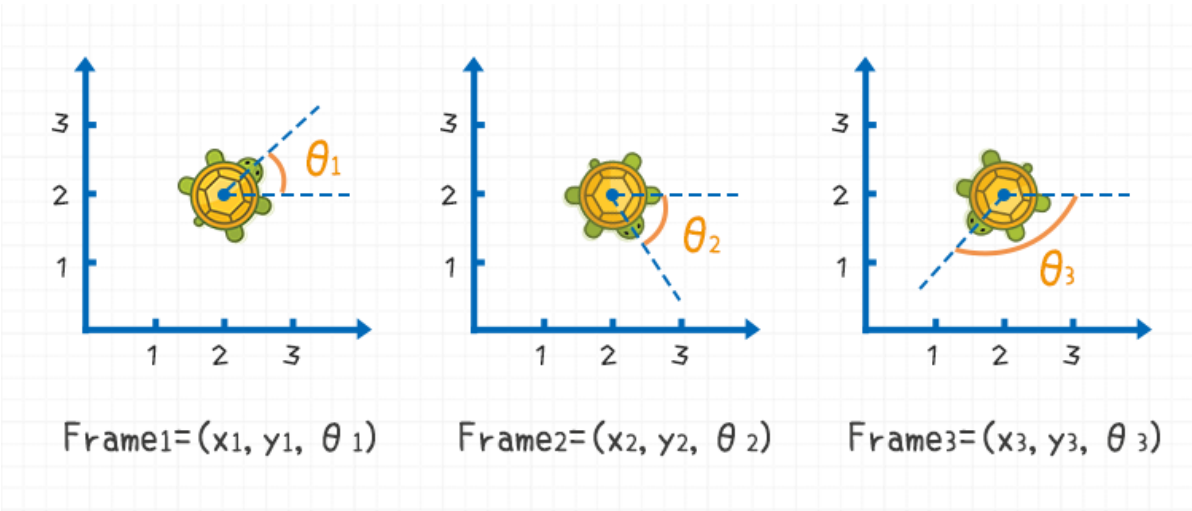
说到**位置 Position**，大家比较熟悉，在二维直角坐标系下， (x, y) 两个值可以确定一个点在平面中的位置。在三维的直角坐标系下， (x, y, z) 三个值可以确定一个点在立体空间中的位置。

对于一个机器人来讲，它并不能被看成一个点，它有体积，在同一个点上可以有不同的**朝向**或者说**倾角**，而**旋转 Orientation** 就是用于刻画机器人在当前坐标系下在各个轴上面的**倾角**。

接下来，我们分析一下在二维和三维下的位姿。

二维直角坐标系

拿小乌龟举例，小乌龟在平面上运动，将小乌龟的头部所指的方向，作为小乌龟的朝向。在地面上建立一个二维直角坐标系。



图中，小乌龟的**位置Position**都相等。

$$x_1 = x_2 = x_3$$

$$y_1 = y_2 = y_3$$

但是小乌龟的**旋转**各不相同，使用

$$\theta$$

来表示小乌龟的旋转。

将x转向y轴方向作为角度正方向，

θ 的角度取值范围为 $[-180^\circ, 180^\circ]$ ，在工程领域习惯使用**弧度 Radian** 来表示角度，所以转换为弧度 θ 的取值范围如下：

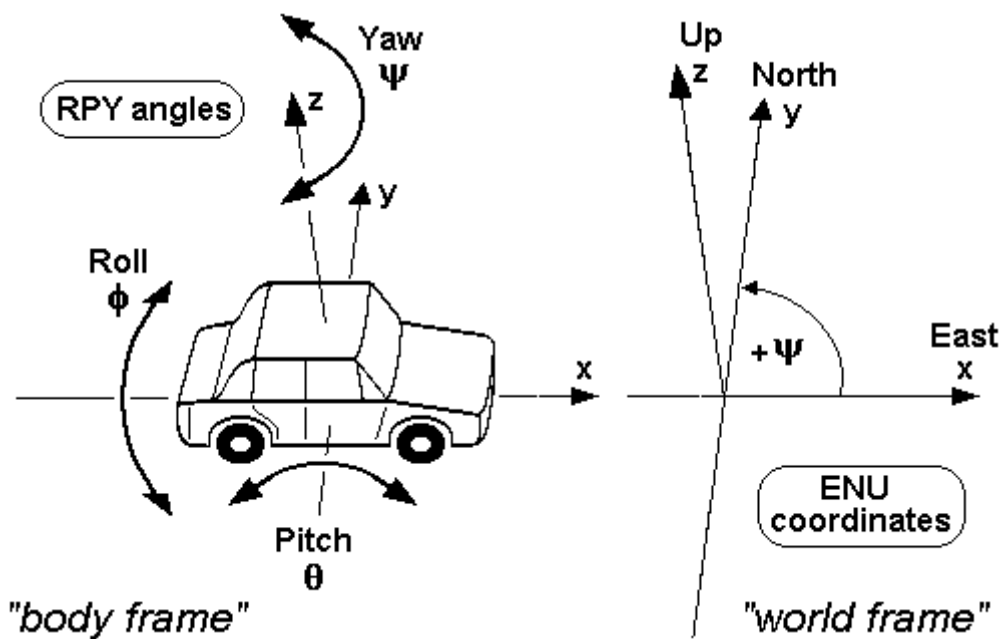
$$-\pi \leq \theta \leq \pi$$

三维直角坐标系

三维坐标系下，位置描述依然简单，但是描述旋转就有些麻烦了。

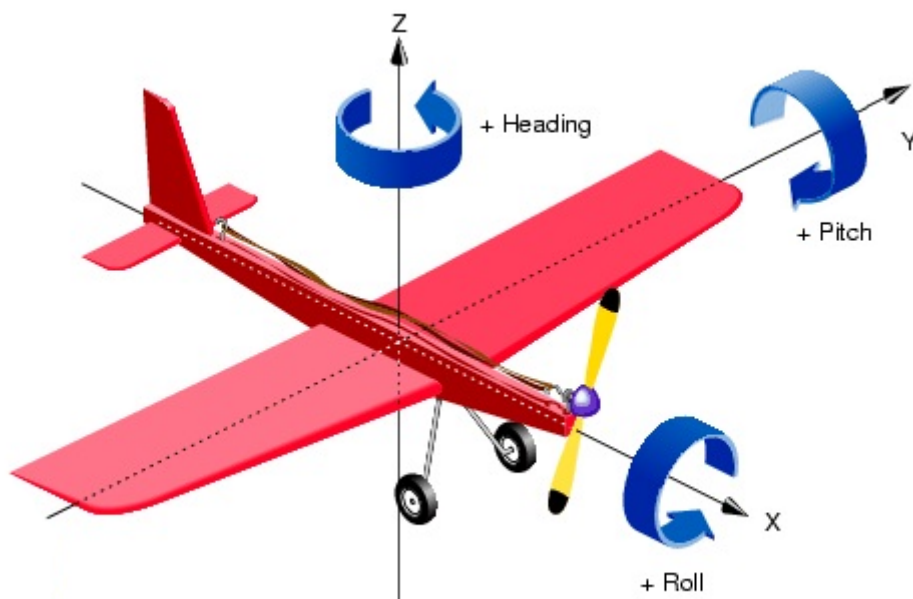
我们引入一种方法叫做RPY角 (Roll, Pitch, Yaw) 描述法，也叫**固定XYZ轴角 (X-Y-Z Fixed Angles)**描述法

以小车模型为例，小车坐标系定义如下图所示：



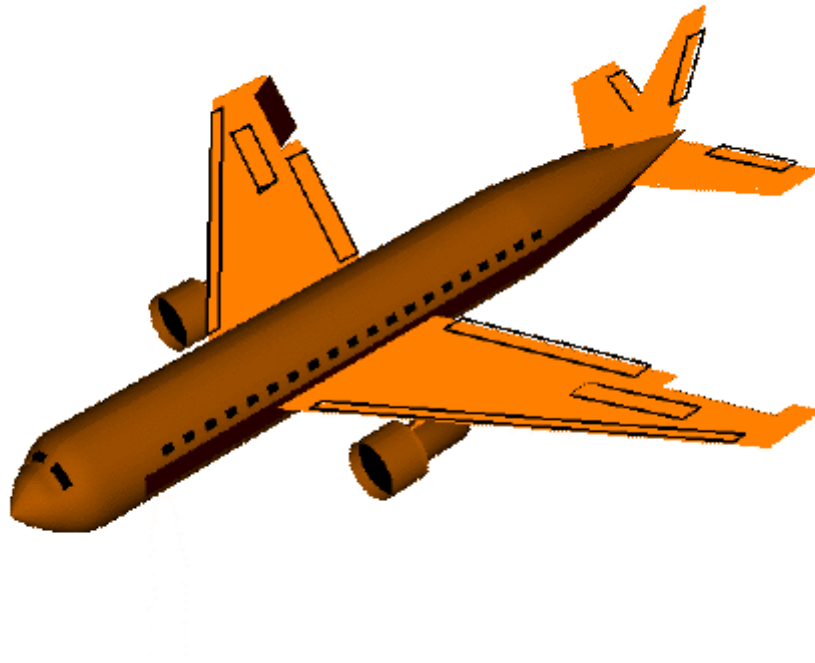
图片来源 :[RPY angles of cars](#)

飞机的RPY角如下图所示，

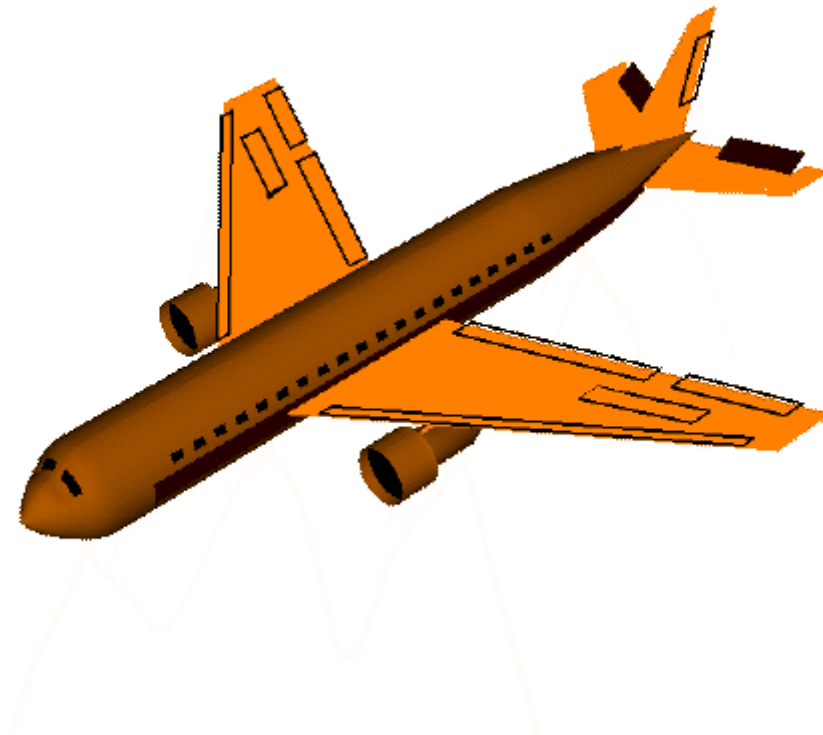


按照先后顺序依次进行：

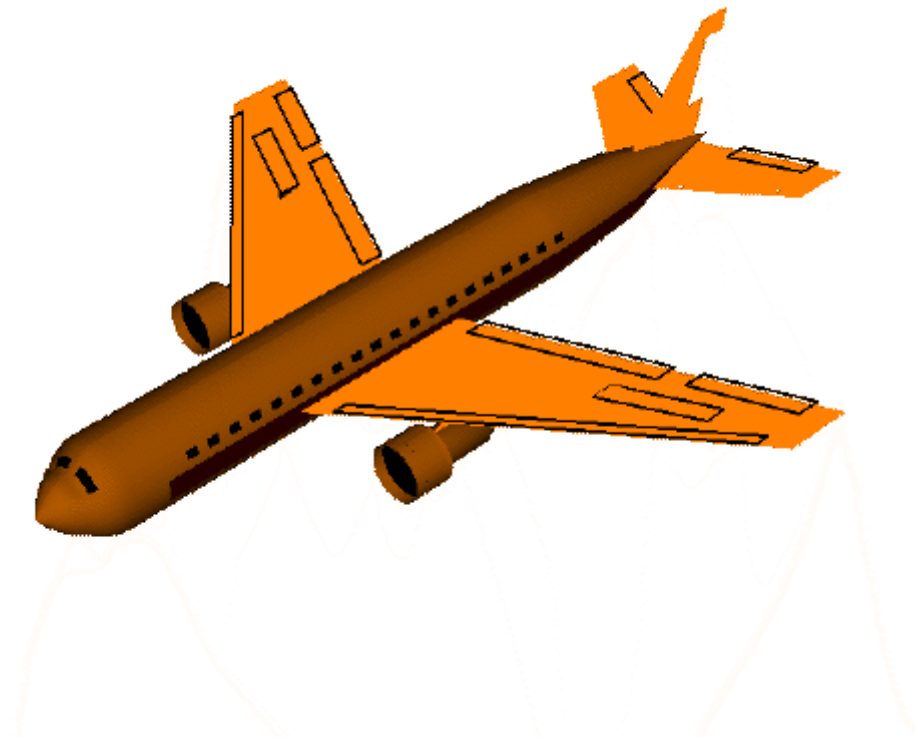
- **步骤1** 按照参考坐标系的X轴旋转**Roll**角度，Roll中文名字叫做**横滚角**。



- **步骤2**：飞机按照参考坐标系的Y轴旋转**Pitch**角度，Pitch的中文叫做**俯仰角**。



- **步骤3** 按照参考坐标系的Z轴旋转**Yaw / Heading**角度，中文名字叫做**偏航角/航向角**。



英文	中文	参考轴	别名
Roll	横滚角	X	回转角
Pitch	俯仰角	Y	
Yaw	偏航角	Z	航向角

所以对应3D空间下的Frame就应该是

$$Frame = (x, y, z, pitch, roll, yaw)$$