# HAI603I - TD7 - Correction en étapes

Benoît Huftier

2022

Benoît Huftier HAI603I - TD7 2022 1 / 5

# Plan

1 Exercice 1 (Sémantique)



Benoît Huftier HAI603I - TD7 2022 2 / 5

# Sémantique

#### Enoncé

Évaluer les programmes suivants en utilisant les règles d'évaluation vues en cours :

- if  $x \ge 0$  then y := x else y := -x dans les environnements (x, 2), (y, 0) et (x, -2), (y, 0).
- **2** while i < 3 do (x := x + i; i := i + 1) dans l'environnement (i, 1), (x, 0).

Benoît Huftier HAI603I - TD7 2022 3 / 5

## **Environnement**

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$E \vdash \text{if } x \geq 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$$

### **Env**ironnement

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$E \vdash x \ge 0$$

 $E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$ 

if

4/5

### **Env**ironnement

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{E \vdash x \qquad E \vdash 0}{E \vdash x \ge 0} \ge$$

$$E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$$

<□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

4/5

### **Environnement**

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,2) \in E}{E \vdash x} \quad V \qquad E \vdash 0$$

$$E \vdash x \ge 0$$

$$E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$$

<□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

4/5

### **Environnement**

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,2) \in E}{E \vdash x \leadsto 2} \mathbb{V} \qquad E \vdash 0$$

$$E \vdash x \ge 0$$

$$E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$$
if

4/5

### **Environnement**

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,2) \in E}{E \vdash x \leadsto 2} \mathbb{V} \qquad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0} \ge$$

$$\frac{E \vdash x \leadsto 2}{E \vdash x \ge 0}$$

 $E \vdash \text{if } x > 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$ 

Benoît Huftier HAI603I - TD7 2022 4/5

### **Environnement**

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,2) \in E}{E \vdash x \rightsquigarrow 2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \rightsquigarrow 0} \mathbb{Z} \geq$$

 $E \vdash \text{if } x \geq 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$ 

<ロ > → □ → → □ → → □ → → へ ○ ○

### **Environnement**

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,2) \in E}{E \vdash x \leadsto 2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0} \mathbb{Z}$$

$$\frac{E \vdash x \ge 0 \leadsto 2 \ge_{\mathbb{Z}} 0}{E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x} \text{if}$$

◆ロト 4回 ト 4 至 ト 4 至 ト 至 り 9 ○ ○

Benoît Huftier HAI603I - TD7 2022 4 / 5

### **Environnement**

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,2) \in E}{E \vdash x \leadsto 2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0} \mathbb{Z}$$

$$\frac{E \vdash x \ge 0 \leadsto 2 \ge_{\mathbb{Z}} 0 \equiv \top}{E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x} \text{if}_{\top}$$

### **Env**ironnement

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,2) \in E}{E \vdash x \leadsto 2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0} \mathbb{Z} \quad \frac{y \in Dom(E)}{E \vdash x} := \frac{E \vdash x \ge 0 \leadsto 2 \ge_{\mathbb{Z}} 0 \equiv \top}{E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x} := \frac{\text{if}_{\top}}{E \vdash x \bowtie y := x} := \frac{(x,2) \in E}{E \vdash x} := \frac{(x,$$

## **Environnement**

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,2) \in E}{E \vdash x \leadsto 2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0} \mathbb{Z} \qquad y \in Dom(E) \qquad \frac{(x,2) \in E}{E \vdash x} \mathbb{V}$$

$$\frac{E \vdash x \ge 0 \leadsto 2 \ge_{\mathbb{Z}} 0 \equiv \top}{E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x} \text{if}_{\top}$$

<□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

## **Environnement**

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,2) \in E}{E \vdash x \leadsto 2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0} \mathbb{Z} \qquad y \in Dom(E) \qquad \frac{(x,2) \in E}{E \vdash x \leadsto 2} \mathbb{V}$$

$$\frac{E \vdash x \ge 0 \leadsto 2 \ge_{\mathbb{Z}} \ 0 \equiv \top}{E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x} := F \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } x = x \text{ else } x = -x$$

## **Environnement**

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,2) \in E}{E \vdash x \leadsto 2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0} \mathbb{Z} \\
\underline{E \vdash x \ge 0 \leadsto 2 \ge_{\mathbb{Z}} 0 \equiv \top} \ge \quad \frac{y \in Dom(E)}{E \vdash x \leadsto 2} \mathbb{V} \\
\underline{E \vdash y := x \leadsto E' = (x,2), (y,2)} := \\
E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$$

## **Environnement**

Soit E = (x, 2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

Benoît Huftier HAI603I - TD7 2022 4 / 5

## **Environnement**

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

### Preuve

$$E \vdash \text{if } x \geq 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$$

5/5

## Environnement

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$E \vdash x \geq 0$$

 $E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$ 



5/5

## **Environnement**

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

### Preuve

$$\frac{E \vdash x}{E \vdash x > 0} \ge$$

 $E \vdash \text{if } x \geq 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$ 

◆ロト ◆昼 ト ◆ 夏 ト ◆ 夏 ・ 夕 ♀ ○

5/5

## Environnement

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

### Preuve

$$\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x} \mathbb{V} \quad E \vdash 0$$

$$E \vdash x > 0$$

 $E \vdash \text{if } x \geq 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$ 

< ロ ト ∢ @ ト ∢ 重 ト ∢ 重 ト → 重 → か Q (~)

5/5

## **Environnement**

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2} \mathbb{V} \quad E \vdash 0$$

$$E \vdash x > 0$$

 $E \vdash \text{if } x \geq 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$ 

◆ロト ◆個ト ◆重ト ◆重ト 重 めので

5/5

## **Environnement**

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0} \ge$$

 $E \vdash \text{if } x \geq 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$ 

Benoît Huftier HAI603I - TD7 2022 5 / 5

## **Environnement**

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0} \mathbb{Z}$$

$$E \vdash x > 0$$

 $E \vdash \text{if } x \geq 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$ 

◆ロト ◆母ト ◆夏ト ◆夏ト 夏 からぐ

5/5

## **Environnement**

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2} \, \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0} \, \mathbb{Z} \\ E \vdash x \ge 0 \leadsto -2 \ge_{\mathbb{Z}} \, 0$$

 $E \vdash \text{if } x \geq 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$ 

< ロ > ← □

5/5

#### Environnement

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,-2) \in E}{\frac{E \vdash x \leadsto -2}{E \vdash x \ge 0 \leadsto -2 \ge_{\mathbb{Z}} 0 \equiv \bot}} \mathbb{Z}$$

$$\frac{E \vdash x \ge 0 \leadsto -2 \ge_{\mathbb{Z}} 0 \equiv \bot}{E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x} \text{if}_{\bot}$$

5/5

### **Environnement**

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0} \mathbb{Z} \\ \frac{E \vdash x \ge 0 \leadsto -2 \ge_{\mathbb{Z}} 0 \equiv \bot}{E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x} := \\ F \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$$

5/5

### **Environnement**

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0} \mathbb{Z} \\ \frac{E \vdash x \ge 0 \leadsto -2 \ge_{\mathbb{Z}} 0 \equiv \bot}{E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x} := \\ \frac{E \vdash x \bowtie -2}{E \vdash \text{if } x \bowtie -2} \mathbb{E} \text{ then } y := x \text{ else } y := -x$$

◆ロト ◆母ト ◆夏ト ◆夏ト 夏 からぐ

5/5

### **Environnement**

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

5/5

### **Environnement**

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0} \mathbb{Z} \quad y \in Dom(E) \quad \frac{E \vdash x \leadsto -2}{E \vdash -x} \mathbb{V}$$

$$\frac{E \vdash x \ge 0 \leadsto -2 \ge \mathbb{Z} \ 0 \equiv \bot}{E \vdash \text{if} \ x \ge 0 \text{ then} \ y := x \text{ else} \ y := -x} \text{if}_{\bot}$$

Benoît Huftier HAI603I - TD7 2022 5/5

### **Environnement**

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2} \mathbb{V} \quad \underbrace{\frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0}}_{E \vdash x \bowtie -2} \mathbb{Z} \quad \underbrace{\frac{y \in Dom(E)}{E \vdash x \leadsto -2}}_{E \vdash y := -x} \mathbb{E} := \underbrace{\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2}}_{E \vdash y := -x} \mathbb{if}_{\bot}$$

5/5

### Environnement

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2} \mathbb{V} \quad \underbrace{\frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0}}_{E \vdash x \leadsto -2} \mathbb{Z} \quad \underbrace{\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2}}_{y \in Dom(E)} \mathbb{V}$$

$$\frac{E \vdash x \ge 0 \leadsto -2 \ge_{\mathbb{Z}} 0 \equiv \bot}_{E \vdash if \ x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x} := if_{\bot}$$

5/5

### **Environnement**

Soit E = (x, -2), (y, 0) notre environnement de départ.

#### Preuve

$$\frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2} \mathbb{V} \quad \frac{0 \in \mathbb{Z}}{E \vdash 0 \leadsto 0} \mathbb{Z} \quad y \in Dom(E) \quad \frac{(x,-2) \in E}{E \vdash x \leadsto -2} \mathbb{V}}{E \vdash x \leadsto -2} := \frac{E \vdash x \leadsto -2}{E \vdash x \bowtie -2} := E \vdash \text{if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x \leadsto E' \text{ if } x \ge 0 \text{ if } x \ge 0 \text{ then } y := x \text{ else } y := -x \leadsto E'$$

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

Benoît Huftier HAI603I - TD7 2022 5 / 5