HAI6011 - Exercices de révisions

Benoît Huftier

2022

Benoît Huftier HA|601| - révisions 2022 1/11

Suppression des ε -productions

Enoncé

Soit la grammaire $G = (\{a, b\}, \{S, X, Y\}, R, S)$ avec les règles R suivantes :

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{S} & \rightarrow & aX|Y|XX \\ X & \rightarrow & \varepsilon|b|XX \\ Y & \rightarrow & aXb \end{array}$$

Calculer G_E la grammaire G sans ε -production.

<□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

 La première chose à faire c'est de calculer les ensembles d'effaçables un à un jusqu'à ce que $E_i=E_{i+1}$.

 E_0 contient tous les non terminaux qui produisent directement ε dans leurs règles. Dans notre grammaire, c'est le cas pour X.

$$E_0 = \{X\}$$

Ensuite chaque E_{i+1} va contenir tous les éléments de E_i auxquels on ajoute tous les non terminaux qui peuvent, à partir de leurs règles, directement produire un élément de E_i^* .

Dans notre cas, on a la règle $S \to XX$ et $XX \in E_0^*$.

$$E_1 = \{X, S\}$$

Comme aucune règle ne permet la production de S, on ne peut rien ajouter.

$$E_2 = \{X, S\}$$

Nous avons $E_1 = E_2$ et E_1 contient donc tous les effaçables de G.

Benoît Huftier HA|601| - révisions 2022 3/11

Maintenant, on va créer les nouvelles règles pour G_E . Pour commencer, on ajoute toutes les règles de G sauf les ε -productions directes.

$$\begin{array}{ccc} S & \rightarrow & aX|Y|XX \\ X & \rightarrow & b|XX \\ Y & \rightarrow & aXb \end{array}$$

Ensuite, chaque règle qui contient un élément effaçable va produire une nouvelle règle sans cet effaçable.

Ainsi nous avons :

- S o aX qui produit S o a
- $S \to XX$ qui produit $S \to X$, $S \to X^1$ et $S \to \varepsilon$
- $X \to XX$ qui produit $X \to X$, $X \to X^1$ et $X \to \varepsilon$
- $X \rightarrow aXb$ qui produit $Y \rightarrow ab$

Benoît Huftier HA|601| - révisions 2022 4 / 11

^{1.} Notez qu'il y a deux fois la même production car on enlève d'abord le premier X, puis le deuxième. Bien sûr, les règles étant identiques on ne les ajoute pas deux fois.

Nous ne voulons pas d' ε -production donc les règles $S \to \varepsilon$ et $X \to \varepsilon$ ne sont pas gardées. En effet, elles dérivent directement du fait que X et Y étaient des éléments effaçables. L'ajout des autres règles permet la suppression de celles ci.

Une dernière chose à prendre en compte, c'est le fait que S, qui est l'axiome de notre grammaire fasse partie des éléments effaçables. Cela signifie que la grammaire produit le mot vide et il faut donc ajouter aux règles cette production du mot vide.

Pour être sûr que cette unique ε -production ne rentre pas en conflit avec les autres, on ajoute un **super axiome**. Ce super axiome ne permet que deux choses :

- produire l'axiome,
- produire le mot vide.

Benoît Huftier HA|601| - révisions 2022 5/11

Notre grammaire finale sans ε -production est donc

$$G_E=(\{a,b\},\{S',S,X,Y\},R',S')$$
 avec les règles R' suivantes :
$$S' \rightarrow S|_{\mathcal{E}} \\ S \rightarrow aX|a|Y|XX|X \\ X \rightarrow b|XX|X \\ Y \rightarrow aXb|ab$$

Benoît Huftier HA|601| - révisions 2022 6 / 11

Suppression des ε -productions

Enoncé

Soit la grammaire $G = (\{a\}, \{S, X, Y, Z\}, R, S)$ avec les règles R suivantes :

$$\begin{array}{ccc} S & \rightarrow & aa|aX|\varepsilon \\ X & \rightarrow & S|a|aX \\ Y & \rightarrow & XS|a|aa \\ Z & \rightarrow & Ya|aXa \end{array}$$

Calculer G_E la grammaire G sans ε -production.

Benoît Huftier HA|601| - révisions 2022 7 / 11

Calcul des ensembles d'effaçables.

$$E_0 = \{S\}$$

 $E_1 = \{S, X\}$
 $E_2 = \{S, X, Y\}$
 $E_3 = \{S, X, Y\}$

Production des nouvelles règles.

- $S \rightarrow aX$ produit $S \rightarrow a$
- $X \to aX$ produit $X \to a$
- $Y \to XS$ produit $Y \to X$ et $Y \to S$
- Z o Ya produit Z o a
- $Z \rightarrow aXa$ produit $Z \rightarrow aa$

Benoît Huftier HA|601| - révisions 2022 8/11

Ajout du super axiome.

$$S' \rightarrow S|\varepsilon$$

Grammaire sans ε -production :

$$G_E = (\{a\}, \{S', S, X, Y, Z\}, R', S')$$
 avec les règles R' suivantes :

$$S' \rightarrow S|\varepsilon$$

$$S \rightarrow aa|aX|a$$

$$X \rightarrow S|a|aX$$

$$Y \rightarrow XS|X|S|a|aa$$

$$Z \rightarrow Ya|a|aXa|aa$$

Benoît Huftier HA|601| - révisions 2022 9/11

Suppression des ε -productions

Enoncé

Soit la grammaire $G = (\{a, b, c\}, \{S, X, Y\}, R, S)$ avec les règles R suivantes :

$$\begin{array}{ccc} S & \rightarrow & abc|Xa \\ X & \rightarrow & \varepsilon|ab|Y \\ Y & \rightarrow & \varepsilon|bc \end{array}$$

Calculer G_E la grammaire G sans ε -production.

Benoît Huftier HA|601| - révisions 2022 10 / 11

Calcul des ensembles d'effacables.

$$E_0 = \{X, Y\}$$

 $E_1 = \{X, Y\}$

Production des nouvelles règles.

• $S \rightarrow Xa$ produit $S \rightarrow a$

Pas d'ajout de super axiome car S n'est pas effaçable.

Grammaire sans ε -production :

$$G_E = (\{a, b, c\}, \{S, X, Y\}, R', S)$$
 avec les règles R' suivantes :

$$egin{array}{lll} S &
ightarrow & abc|Xa|a \ X &
ightarrow & ab|Y \ Y &
ightarrow & bc \end{array}$$

11 / 11