HAI601I - Exercices de révisions

Benoît Huftier

2022

Création de la table d'analyse

Enoncé

Soit la grammaire $G = (\{a, b, c, f, g, h\}, \{S, B, C, D, E, F\}, R, S)$ avec les règles R suivantes :

$$
\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & aBDh \\
B & \rightarrow & cC \\
C & \rightarrow & bC|\varepsilon \\
D & \rightarrow & EF \\
E & \rightarrow & g|\varepsilon \\
F & \rightarrow & f|\varepsilon
\end{array}
$$

Décrivez la table d'analyse de la grammaire G.

Pour pouvoir créer une table d'analyse, il faut que la grammaire soit non récursive à gauche. C'est le cas ici.

La première chose à faire est de calculer les **premiers** de chaque symboles. Ensuite il faudra calculer les **suivants** des symboles non terminaux.

Les premiers de terminaux sont simples, c'est seulement eux-mêmes :

- $premiers(a) = \{a\}$
- $premiers(b) = \{b\}$
- $\dots$

Pour les non terminaux, on regarde chacune des règles où ils sont situés en partie gauche :

- Si $X \to \varepsilon$ alors $\varepsilon \in premiers(X)$
- Si $X \to Y_1 Y_2 \dots Y_n$
  1. $\{premiers(Y_1) - \varepsilon\} \subset premiers(X)$
  2. Si $\varepsilon \in premiers(Y_i)$ on recommence au point 1 avec i à la place de 1.
  3. Si on arrive à $i = n$ et $\varepsilon \in premiers(Y_n)$ alors $\varepsilon \in premiers(X)$

Pour que ce soit plus simple, je conseille de commencer par calculer les premiers des derniers non terminaux.

Pour notre cas nous avons donc :

- $premiers(F) = \{f, \varepsilon\}$
- $premiers(E) = \{g, \varepsilon\}$
- $premiers(D) = \{premiers(E) - \varepsilon\} \cup \{premiers(F) - \varepsilon\} \cup \{\varepsilon\}$
- $premiers(C) = \{b, \varepsilon\}$
- $premiers(B) = \{c\}$
- $premiers(S) = \{a\}$

Ils découlent tous de leurs règles respectives. Le seul qui diffère légèrement, c'est D. On lui a donné les premiers de E et comme E était effaçable alors on lui a donné les premiers de F. Ce dernier était également effaçable alors on a ajouté ε.

Finalement :

- $premiers(D) = \{f, g, \varepsilon\}$

Maintenant que nous avons calculer les premiers, nous pouvons calculer les suivants. Il y a quatre règles à connaître :

1. $\$ \in \textit{suivants}(S)$ où \$ représente la fin du flot et S est l'axiome de la grammaire.
2. Soit une règle $A \to \alpha B \beta$ alors $\{\textit{premiers}(\beta) - \varepsilon\} \subset \textit{suivants}(B)$
3. Soit une règle $A \to \alpha B$ alors $\textit{suivants}(A) \subset \textit{suivants}(B)$
4. Soit une règle $A \to \alpha B \beta$ et $\varepsilon \in \textit{premiers}(\beta)$ alors $\textit{suivant}(A) \subset \textit{suivants}(B)$

La règle 4 découle directement de la règle 3. En effet, il faut juste voir β comme un élément effaçable, ce qui revient à la règle 3.
Notez que cette fois ci, lorsque l'on calcule les suivants d'un non terminal, il faut regarder les règles qui possèdent ce symbole en **partie gauche**.

Cette fois, je conseille de commencer par calculer les suivants des premiers non terminaux.

Pour notre cas nous avons donc :

- $suivants(S) = \{\$\}$
- $suivants(B) = \{premiers(D) - \varepsilon\} \cup \{premiers(h) - \varepsilon\}$
- $suivants(C) = suivants(B)$
- $suivants(D) = \{premiers(h) - \varepsilon\}$
- $suivants(E) = \{premiers(F) - \varepsilon\} \cup suivants(D)$
- $suivants(F) = suivants(D)$

Une petite explication s'impose :

- les suivants de C et F sont respectivement les suivants de B et D car ils se situent uniquement en fin de partie droite (utilisation des règles $B \rightarrow cC$ et $D \rightarrow EF$).[1]
- D n'est suivi que par h dans la règle $S \rightarrow aBDh$, d'où la valeur de $suivants(D)$

- B est suivi par Dh dans cette même règle, comme D est effaçable ($\varepsilon \in premers(D)$), alors on ajoute les premiers de D, mais aussi ceux de h.
- Enfin, E est suivi par F dans la règle $D \to EF$, comme F est effaçable ($\varepsilon \in premiers(F)$), alors il se retrouve en fin de règle et on lui ajoute donc les suivants de D.

Finalement :

- $suivants(S) = \{\$\}$
- $suivants(B) = \{f, g, h\}$
- $suivants(C) = \{f, g, h\}$
- $suivants(D) = \{h\}$
- $suivants(E) = \{f, h\}$
- $suivants(F) = \{h\}$

1. Notez que logiquement, on aurait du avoir $suivants(C) \subset suivants(C)$ avec la règle $C \to bC$, mais c'est logique.

Finalement on crée la table d'analyse, assez simplement.

Premièrement, on instancie la table complète : une ligne par symbole de V_N, une colonne par symbole de $V_T \cup \{\$\}$.

Pour chaque règle $X \to \alpha$:

- On écrit la règle à la case $M[X, x]$ pour chaque $x \in \mathit{premiers}(\alpha)$.
- Si $\varepsilon \in \mathit{premiers}(\alpha)$, on écrit la règle à la case $M[X, y]$ pour chaque $y \in \mathit{suivants}(X)$.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S							
B							
C							
D							
E							
F							

Initialisation de la table

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \rightarrow aBSh$						
B							
C							
D							
E							
F							

On regarde la règle $S \rightarrow aBSh$

$premiers(aBSh) = \{a\}$ donc on ajoute la règle à la case $[S,a]$.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \to aBSh$						
B							
C							
D							
E							
F							

On regarde la règle $S \to aBSh$

$premiers(aBSh) = \{a\}$ donc on ajoute la règle à la case $[S,a]$. 3

$\varepsilon \notin premiers(aBSh)$ donc on n'ajoute pas d'autre règle.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \rightarrow aBSh$						
B			$B \rightarrow cC$				
C							
D							
E							
F							

On regarde la règle $B \rightarrow cC$

$premiers(cC) = \{c\}$ donc on ajoute la règle à la case $[B,c]$.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \rightarrow aBSh$						
B			$B \rightarrow cC$				
C							
D							
E							
F							

On regarde la règle $B \rightarrow cC$

$premiers(cC) = \{c\}$ donc on ajoute la règle à la case $[B,c]$. 5

$\varepsilon \notin premiers(cC)$ donc on n'ajoute pas d'autre règle.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \rightarrow aBSh$						
B			$B \rightarrow cC$				
C		$C \rightarrow bC$					
D							
E							
F							

On regarde la règle $C \rightarrow bC$

$premiers(bC) = \{b\}$ donc on ajoute la règle à la case $[C,b]$.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \rightarrow aBSh$						
B			$B \rightarrow cC$				
C		$C \rightarrow bC$					
D							
E							
F							

On regarde la règle $C \rightarrow bC$

$premiers(bC) = \{b\}$ donc on ajoute la règle à la case $[C, b]$. 7

$\varepsilon \notin premiers(bC)$ donc on n'ajoute pas d'autre règle.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \rightarrow aBSh$						
B			$B \rightarrow cC$				
C		$C \rightarrow bC$					
D							
E							
F							

On regarde la règle $C \rightarrow \varepsilon$

$premiers(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ donc on n'ajoute pas de règle.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \to aBSh$						
B			$B \to cC$				
C		$C \to bC$		$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	
D							
E							
F							

On regarde la règle $C \to \varepsilon$

$premiers(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ donc on n'ajoute pas de règle. 9

$\varepsilon \in premiers(\varepsilon)$ donc on ajoute la règle à tous les suivants de C.
$suivants(C) = \{f, g, h\}$.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \rightarrow aBSh$						
B			$B \rightarrow cC$				
C		$C \rightarrow bC$		$C \rightarrow \varepsilon$	$C \rightarrow \varepsilon$	$C \rightarrow \varepsilon$	
D				$D \rightarrow EF$	$D \rightarrow EF$		
E							
F							

On regarde la règle $D \rightarrow EF$

$premiers(EF) = \{premiers(E) - \varepsilon\} \cup \{premiers(F) - \varepsilon\} \cup \{\varepsilon\} = \{f, g, \varepsilon\}$ donc on ajoute la règle au case $[D, f]$ et $[D, g]$.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \to aBSh$						
B			$B \to cC$				
C		$C \to bC$		$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	
D				$D \to EF$	$D \to EF$	$D \to EF$	
E							
F							

On regarde la règle $D \to EF$

$premiers(EF) = \{premiers(E) - \varepsilon\} \cup \{premiers(F) - \varepsilon\} \cup \{\varepsilon\} = \{f, g, \varepsilon\}$
donc on ajoute la règle au case $[D, f]$ et $[D, g]$. 11

$\varepsilon \in premiers(EF)$ donc on ajoute la règle à tous les suivants de D.
$suivants(D) = \{h\}$.

	a	b	c	f	g	h	\$
S	$S \to aBSh$						
B			$B \to cC$				
C		$C \to bC$		$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	
D				$D \to EF$	$D \to EF$	$D \to EF$	
E					$E \to g$		
F							

On regarde la règle $E{\to}g$

$premiers(g) = \{g\}$ donc on ajoute la règle à la case $[E{,}g]$.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \to aBSh$						
B			$B \to cC$				
C		$C \to bC$		$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	
D				$D \to EF$	$D \to EF$	$D \to EF$	
E					$E \to g$		
F							

On regarde la règle $E \to g$

$premiers(g) = \{g\}$ donc on ajoute la règle à la case $[E, g]$. 13

$\varepsilon \notin premiers(g)$ donc on n'ajoute pas d'autre règle.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \rightarrow aBSh$						
B			$B \rightarrow cC$				
C		$C \rightarrow bC$		$C \rightarrow \varepsilon$	$C \rightarrow \varepsilon$	$C \rightarrow \varepsilon$	
D				$D \rightarrow EF$	$D \rightarrow EF$	$D \rightarrow EF$	
E					$E \rightarrow g$		
F							

On regarde la règle $E \rightarrow \varepsilon$

$premiers(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ donc on n'ajoute pas de règle.

	a	b	c	f	g	h	\$
S	$S \to aBSh$						
B			$B \to cC$				
C		$C \to bC$		$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	
D				$D \to EF$	$D \to EF$	$D \to EF$	
E				$E \to \varepsilon$	$E \to g$	$E \to \varepsilon$	
F							

On regarde la règle $E \to \varepsilon$

$premiers(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ donc on n'ajoute pas de règle. 15

$\varepsilon \in premiers(\varepsilon)$ donc on ajoute la règle à tous les suivants de E.
$suivants(E) = \{f, h\}$.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \to aBSh$						
B			$B \to cC$				
C		$C \to bC$		$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	
D				$D \to EF$	$D \to EF$	$D \to EF$	
E				$E \to \varepsilon$	$E \to g$	$E \to \varepsilon$	
F				$F \to f$			

On regarde la règle $F \to f$

$premiers(f) = \{f\}$ donc on ajoute la règle à la case $[F, f]$.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \rightarrow aBSh$						
B			$B \rightarrow cC$				
C		$C \rightarrow bC$		$C \rightarrow \varepsilon$	$C \rightarrow \varepsilon$	$C \rightarrow \varepsilon$	
D				$D \rightarrow EF$	$D \rightarrow EF$	$D \rightarrow EF$	
E				$E \rightarrow \varepsilon$	$E \rightarrow g$	$E \rightarrow \varepsilon$	
F				$F \rightarrow f$			

On regarde la règle $F \rightarrow f$

$premiers(f) = \{f\}$ donc on ajoute la règle à la case $[F,f]$. 17

$\varepsilon \notin premiers(f)$ donc on n'ajoute pas d'autre règle.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \to aBSh$						
B			$B \to cC$				
C		$C \to bC$		$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	$C \to \varepsilon$	
D				$D \to EF$	$D \to EF$	$D \to EF$	
E				$E \to \varepsilon$	$E \to g$	$E \to \varepsilon$	
F				$F \to f$			

On regarde la règle $F \to \varepsilon$

$premiers(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ donc on n'ajoute pas de règle.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \rightarrow aBSh$						
B			$B \rightarrow cC$				
C		$C \rightarrow bC$		$C \rightarrow \varepsilon$	$C \rightarrow \varepsilon$	$C \rightarrow \varepsilon$	
D				$D \rightarrow EF$	$D \rightarrow EF$	$D \rightarrow EF$	
E				$E \rightarrow \varepsilon$	$E \rightarrow g$	$E \rightarrow \varepsilon$	
F				$F \rightarrow f$		$F \rightarrow \varepsilon$	

On regarde la règle $F \rightarrow \varepsilon$

$premiers(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$ donc on n'ajoute pas de règle. 19

$\varepsilon \in premiers(\varepsilon)$ donc on ajoute la règle à tous les suivants de F.
$suivants(F) = \{h\}$.

	a	b	c	f	g	h	$\$$
S	$S \rightarrow aBSh$	ERREUR	ERREUR	ERREUR	ERREUR	ERREUR	ERREUR
B	ERREUR	ERREUR	$B \rightarrow cC$	ERREUR	ERREUR	ERREUR	ERREUR
C	ERREUR	$C \rightarrow bC$	ERREUR	$C \rightarrow \varepsilon$	$C \rightarrow \varepsilon$	$C \rightarrow \varepsilon$	ERREUR
D	ERREUR	ERREUR	ERREUR	$D \rightarrow EF$	$D \rightarrow EF$	$D \rightarrow EF$	ERREUR
E	ERREUR	ERREUR	ERREUR	$E \rightarrow \varepsilon$	$E \rightarrow g$	$E \rightarrow \varepsilon$	ERREUR
F	ERREUR	ERREUR	ERREUR	$F \rightarrow f$	ERREUR	$F \rightarrow \varepsilon$	ERREUR

Nous avons fini de regarder toutes les règles.

Chaque case vide est maintenant remplacée par une erreur.

On remarque que la grammaire n'est pas ambiguë. Si elle l'avait été, il y aurait eu plusieurs action par case.

On qualifie cette grammaire de grammaire $LL(1)$.