HAI6011 - Exercices de révisions

Benoît Huftier

2022

Benoît Huftier HA|601| - révisions 2022 1,

Analyse descendante par automate à pile

Enoncé

Soit la table d'analyse suivante de la grammaire de Dyck $G_D = (\{a, b\}, \{S\}, R, S)$:

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	S o arepsilon	$S o \varepsilon$

A l'aide de cette table, analyser les entrées suivantes :

- abaababb\$
 - bbaaabbbbaaa\$
 - ababab\$
 - aaabbb\$
- abaabab\$

2/7

Benoît Huftier HA|601| - révisions 2022

	a	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

On initilise la pile avec l'axiome S et on place le flot d'entrée.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaababb\$	

		а	Ь	\$
ſ	S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : S.

Premier flot: a

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to aSbS$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : a. Premier flot : a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime a de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	

	a	b	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : S.

Premier flot: b

 $S \in V_N$ action dans la

 $\mathsf{table}: \mathcal{S} \to \varepsilon.$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S o arepsilon
\$ <i>Sb</i>	baababb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : b. Premier flot : b.

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime b de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S o arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$5	aababb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : S.

Premier flot: a.

 $S \in V_N$: action dans la table: $S \to aSbS$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S o arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$5	aababb\$	S o aSbS
\$SbSa	aababb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : a. Premier flot : a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime a de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S o arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	aababb\$	S o aSbS
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	

	a	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : a.

 $S \in V_N$: action dans la table: $S \to aSbS$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S o arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	aababb\$	S o aSbS
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ababb\$	

	a	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : a. Premier flot : a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime a de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$5	aababb\$	S o aSbS
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ababb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	babb\$	

	a	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \to \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : b.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to \varepsilon$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S o arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$5	aababb\$	S o aSbS
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ababb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	babb\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSb	babb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : b. Premier flot : b.

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime b de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S oarepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$5	aababb\$	S o aSbS
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ababb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	babb\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSb	babb\$	dépiler et avancer
\$SbS	abb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : a.

 $S \in V_N$: action dans la table: $S \to aSbS$.

On remplace *S* dans la pile par la partie droite de la règle à l'envers.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$5	aababb\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSbSa	ababb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	babb\$	S oarepsilon
\$SbSb	babb\$	dépiler et avancer
\$SbS	abb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abb\$	

3 / 7

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : a. Premier flot : a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime a de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S o arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$5	aababb\$	S o aSbS
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ababb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	babb\$	S o arepsilon
\$SbSb	babb\$	dépiler et avancer
\$SbS	abb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : b

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \rightarrow \varepsilon$.

On remplace S dans la pile par la partie droite de la règle à l'envers.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$5	aababb\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSbSa	ababb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	babb\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSb	babb\$	dépiler et avancer
\$SbS	abb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	S oarepsilon
\$SbSb	bb\$	

3 / 7

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \to \varepsilon$

Dernier pile : b. Premier flot : b.

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime b de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S oarepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	aababb\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ababb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	babb\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSb	babb\$	dépiler et avancer
\$SbS	abb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	S o arepsilon
\$SbSb	bb\$	dépiler et avancer
\$ <i>SbS</i>	<i>b</i> \$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : b.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to \varepsilon$.

On remplace S dans la pile par la partie droite de la règle à l'envers.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$5	aababb\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSbSa	ababb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	babb\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSb	babb\$	dépiler et avancer
\$SbS	abb\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSbSa	abb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSb	bb\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	<i>b</i> \$	

3 / 7

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : b. Premier flot : b.

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime b de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	aababb\$	S o aSbS
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ababb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	babb\$	S o arepsilon
\$SbSb	babb\$	dépiler et avancer
\$SbS	abb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	S o arepsilon
\$SbSb	bb\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	S o arepsilon
\$Sb	<i>b</i> \$	dépiler et avancer
\$5	\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot: \$

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \rightarrow \varepsilon$.

On remplace S dans la pile par la partie droite de la règle à l'envers.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S o arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	aababb\$	S o aSbS
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ababb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	babb\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSb	babb\$	dépiler et avancer
\$SbS	abb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	S o arepsilon
\$SbSb	bb\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	S o arepsilon
\$Sb	<i>b</i> \$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	\$	S o arepsilon
\$	\$	

3 / 7

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile: \$.

Premier flot: \$.

Le mot est bien reconnu, on accepte.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaababb\$	S o aSbS
\$SbSa	abaababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	baababb\$	S o arepsilon
\$Sb	baababb\$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	aababb\$	S o aSbS
\$SbSa	aababb\$	dépiler et avancer
\$SbS	ababb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ababb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	babb\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSb	babb\$	dépiler et avancer
\$SbS	abb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	S o arepsilon
\$SbSb	bb\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	$\mathcal{S} ightarrow arepsilon$
\$Sb	<i>b</i> \$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	\$	$\mathcal{S} ightarrow arepsilon$
\$	\$	Accepter

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	S o arepsilon	$S o \varepsilon$

On initilise la pile avec l'axiome S et on place le flot d'entrée.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	bbaaabbbbaaa\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : *S*.

Premier flot : *b*.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to \varepsilon$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	bbaaabbbbaaa\$	S o arepsilon
\$	bbaaabbbbaaa\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile: \$.

Premier flot: b.

$$\$ \in V_T \cup \{\$\}$$

Mais $\$ \neq b$!

Le mot n'est pas reconnu...

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	bbaaabbbbaaa\$	S o arepsilon
\$	bbaaabbbbaaa\$	Erreur

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

On initilise la pile avec l'axiome S et on place le flot d'entrée.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : a.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to aSbS$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	S o aSbS
\$SbSa	ababab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : a. Premier flot : a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime a de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	S o aSbS
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : S.

Premier flot : b

 $S \in V_N$: action dans la

 $\mathsf{table}: \mathcal{S} \to \varepsilon.$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	babab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : b.

Premier flot: b.

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime *b* de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	S o aSbS
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	babab\$	dépiler et avancer
\$5	abab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : S.

Premier flot: a

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to aSbS$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	babab\$	dépiler et avancer
\$5	abab\$	S o aSbS
\$SbSa	abab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : a. Premier flot : a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime a de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	ababab\$	S o aSbS
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	S o arepsilon
\$Sb	babab\$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	abab\$	S o aSbS
\$SbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbS	bab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile: S. Premier flot: b.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to \varepsilon$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	ababab\$	S o aSbS
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	S o arepsilon
\$Sb	babab\$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	abab\$	S o aSbS
\$SbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbS	bab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	bab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : b.
Premier flot : b.

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime b de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	S o aSbS
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	babab\$	dépiler et avancer
\$5	abab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbS	bab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	bab\$	dépiler et avancer
\$5	ab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : S.

Premier flot: a.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to aSbS$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	S o aSbS
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	babab\$	dépiler et avancer
\$5	abab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbS	bab\$	S o arepsilon
\$Sb	bab\$	dépiler et avancer
\$5	ab\$	S o aSbS
\$SbSa	ab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : a. Premier flot : a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

On supprime a de la pile et du flot.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	S o aSbS
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	$\mathcal{S} ightarrow arepsilon$
\$Sb	babab\$	dépiler et avancer
\$5	abab\$	S o aSbS
\$SbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbS	bab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	bab\$	dépiler et avancer
\$5	ab\$	S o aSbS
\$SbSa	ab\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : S.

Premier flot: b.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to \varepsilon$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	$\mathcal{S} ightarrow arepsilon$
\$Sb	babab\$	dépiler et avancer
\$5	abab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbS	bab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	bab\$	dépiler et avancer
\$5	ab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	ab\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	<i>b</i> \$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Premier flot : b.

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	babab\$	dépiler et avancer
\$5	abab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbS	bab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	bab\$	dépiler et avancer
\$5	ab\$	S o aSbS
\$SbSa	ab\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	S o arepsilon
\$Sb	<i>b</i> \$	dépiler et avancer
\$5	\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Premier flot: \$.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \rightarrow \varepsilon$.

On remplace S dans la pile par la partie droite de la règle à l'envers.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	$\mathcal{S} ightarrow arepsilon$
\$Sb	babab\$	dépiler et avancer
\$5	abab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbS	bab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	bab\$	dépiler et avancer
\$5	ab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	ab\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	<i>b</i> \$	dépiler et avancer
\$5	\$	S o arepsilon
\$	\$	

5 / 7

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Premier flot: \$.

Le mot est bien reconnu, on accepte.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	ababab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	ababab\$	dépiler et avancer
\$SbS	babab\$	S oarepsilon
\$Sb	babab\$	dépiler et avancer
\$5	abab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbS	bab\$	S o arepsilon
\$Sb	bab\$	dépiler et avancer
\$5	ab\$	S o aSbS
\$SbSa	ab\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	S o arepsilon
\$Sb	<i>b</i> \$	dépiler et avancer
\$5	\$	S o arepsilon
\$	\$	Accepter

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

On initilise la pile avec l'axiome S et on place le flot d'entrée.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Premier flot: a

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \rightarrow aSbS$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Premier flot: a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : a.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to aSbS$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	aabbb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Premier flot: a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	aabbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	abbb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Premier flot: a.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to aSbS$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	aabbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	abbb\$	S o aSbS
\$SbSbSbSa	abbb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Premier flot: a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	aabbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	abbb\$	S o aSbS
\$SbSbSbSa	abbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbSbS	bbb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : b.

 $S \in V_N$: action dans la table : S o arepsilon.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	aabbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	abbb\$	S o aSbS
\$SbSbSbSa	abbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbSbS	bbb\$	S oarepsilon
\$SbSbSb	bbb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Premier flot : b

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	aabbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	abbb\$	S o aSbS
\$SbSbSbSa	abbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbSbS	bbb\$	$S o \varepsilon$
\$SbSbSb	bbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Premier flot : b.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to \varepsilon$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	aabbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	abbb\$	S o aSbS
\$SbSbSbSa	abbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbSbS	bbb\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSbSb	bbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	S oarepsilon
\$SbSb	bb\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Premier flot: b.

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	aabbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	abbb\$	S o aSbS
\$SbSbSbSa	abbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbSbS	bbb\$	$S o \varepsilon$
\$SbSbSb	bbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	$S o \varepsilon$
\$SbSb	bb\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Premier flot: b.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \rightarrow \varepsilon$.

On remplace S dans la pile par la partie droite de la règle à l'envers.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	aabbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	abbb\$	S o aSbS
\$SbSbSbSa	abbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbSbS	bbb\$	S o arepsilon
\$SbSbSb	bbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	$S o \varepsilon$
\$SbSb	bb\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	S o arepsilon
\$ <i>Sb</i>	<i>b</i> \$	

6 / 7

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Premier flot : b

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	aabbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	abbb\$	S o aSbS
\$SbSbSbSa	abbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbSbS	bbb\$	S o arepsilon
\$SbSbSb	bbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	S o arepsilon
\$SbSb	bb\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	S o arepsilon
\$Sb	<i>b</i> \$	dépiler et avancer
\$5	\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Premier flot: \$.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \rightarrow \varepsilon$.

On remplace S dans la pile par la partie droite de la règle à l'envers.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	aabbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	abbb\$	S o aSbS
\$SbSbSbSa	abbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbSbS	bbb\$	S o arepsilon
\$SbSbSb	bbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	S o arepsilon
\$SbSb	bb\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	<i>b</i> \$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	\$	S o arepsilon
\$	\$	

6 / 7

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile: \$. Premier flot: \$.

Le mot est bien reconnu, on accepte.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	aaabbb\$	S o aSbS
\$SbSa	aaabbb\$	dépiler et avancer
\$SbS	aabbb\$	S o aSbS
\$SbSbSa	aabbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	abbb\$	S o aSbS
\$SbSbSbSa	abbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbSbS	bbb\$	S o arepsilon
\$SbSbSb	bbb\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bb\$	$S o \varepsilon$
\$SbSb	bb\$	dépiler et avancer
\$SbS	<i>b</i> \$	S o arepsilon
\$Sb	<i>b</i> \$	dépiler et avancer
\$5	\$	S o arepsilon
\$	\$	Accepter

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

On initilise la pile avec l'axiome S et on place le flot d'entrée.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaabab\$	

	a	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : a.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to aSbS$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : a. Premier flot : a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	

	a	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : b.

 $S \in V_N$: action dans la

table : $\mathcal{S}
ightarrow arepsilon$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	baabab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile: b. Premier flot : b.

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S o arepsilon
\$Sb	baabab\$	dépiler et avancer
\$5	aabab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot: a

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \rightarrow aSbS$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S o arepsilon
\$Sb	baabab\$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	aabab\$	S o aSbS
\$SbSa	aabab\$	

	a	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : a. Premier flot : a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S o arepsilon
\$Sb	baabab\$	dépiler et avancer
\$5	aabab\$	S o aSbS
\$SbSa	aabab\$	dépiler et avancer
\$ <i>SbS</i>	abab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : a.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to aSbS$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	baabab\$	dépiler et avancer
\$5	aabab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	aabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	abab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : a. Premier flot : a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	baabab\$	dépiler et avancer
\$5	aabab\$	S o aSbS
\$SbSa	aabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	abab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : b.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to \varepsilon$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S o arepsilon
\$ <i>Sb</i>	baabab\$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	aabab\$	S o aSbS
\$SbSa	aabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	abab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bab\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSb	bab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : b. Premier flot : b.

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S o arepsilon
\$ <i>Sb</i>	baabab\$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	aabab\$	S o aSbS
\$SbSa	aabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	abab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bab\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSb	bab\$	dépiler et avancer
\$ <i>SbS</i>	ab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot: a

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \rightarrow aSbS$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	baabab\$	dépiler et avancer
\$5	aabab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	aabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	abab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bab\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSb	bab\$	dépiler et avancer
\$SbS	ab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSbSa	ab\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : a. Premier flot : a.

$$a \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S o arepsilon
\$Sb	baabab\$	dépiler et avancer
\$5	aabab\$	S o aSbS
\$SbSa	aabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	abab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bab\$	S o arepsilon
\$SbSb	bab\$	dépiler et avancer
\$SbS	ab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	<i>b</i> \$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : S. Premier flot : b.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to \varepsilon$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S o arepsilon
\$Sb	baabab\$	dépiler et avancer
\$5	aabab\$	S o aSbS
\$SbSa	aabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	abab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bab\$	S o arepsilon
\$SbSb	bab\$	dépiler et avancer
\$SbS	ab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	<i>b</i> \$	S oarepsilon
\$SbSb	<i>b</i> \$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Dernier pile : b. Premier flot : b.

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S o arepsilon
\$Sb	baabab\$	dépiler et avancer
\$5	aabab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSa	aabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	abab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bab\$	S oarepsilon
\$SbSb	bab\$	dépiler et avancer
\$SbS	ab\$	$\mathcal{S} ightarrow aSbS$
\$SbSbSa	ab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	<i>b</i> \$	S o arepsilon
\$SbSb	<i>b</i> \$	dépiler et avancer
\$SbS	\$	

	a	Ь	\$
S	S o aSbS	$S o \varepsilon$	$S o \varepsilon$

Premier flot: \$.

 $S \in V_N$: action dans la table : $S \to \varepsilon$.

Pile	Flot d'entrée	Action
\$ <i>S</i>	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S o arepsilon
\$ <i>Sb</i>	baabab\$	dépiler et avancer
\$ <i>S</i>	aabab\$	S o aSbS
\$SbSa	aabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	abab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bab\$	S o arepsilon
\$SbSb	bab\$	dépiler et avancer
\$SbS	ab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	<i>b</i> \$	$S o \varepsilon$
\$SbSb	<i>b</i> \$	dépiler et avancer
\$SbS	\$	S o arepsilon
\$ <i>Sb</i>	\$	

	а	Ь	\$
S	S o aSbS	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$

Dernier pile : b.
Premier flot : \$.

$$b \in V_T \cup \{\$\}$$

Mais $b \neq$ \$!

Le mot n'est pas reconnu...

Pile	Flot d'entrée	Action
\$5	abaabab\$	S o aSbS
\$SbSa	abaabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	baabab\$	S ightarrow arepsilon
\$Sb	baabab\$	dépiler et avancer
\$5	aabab\$	S o aSbS
\$SbSa	aabab\$	dépiler et avancer
\$SbS	abab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	abab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	bab\$	S ightarrow arepsilon
\$SbSb	bab\$	dépiler et avancer
\$SbS	ab\$	S o aSbS
\$SbSbSa	ab\$	dépiler et avancer
\$SbSbS	<i>b</i> \$	S o arepsilon
\$SbSb	<i>b</i> \$	dépiler et avancer
\$SbS	\$	S ightarrow arepsilon
\$ <i>Sh</i>	\$	Frreur