

# 多波束测深系统中的测线布设优化研究

## 摘要

本文主要针对利用多波束测深系统，在符合重合率，漏测率要求下，建立数学模型及如何规划测线路线等问题。

### 针对问题一

首先根据海底平行时的重叠公式，推导海底为斜坡时的重叠率公式，利用三角形相似，计算出了两个不同大小物体部分重合的情况下，计算重叠率的权重。将所得数据带入重叠率公式得到了最终结果，再利用公式计算表格数据。计算结果符合预期，模型合理

### 针对问题二

第一问是第二问在  $\beta = 90^\circ$  时的特殊情况。通过立体几何知识，利用线面角，得到各个角度之间的关系。在此基础上，带入问题一中得到出海水深度与测量船距海域中心处的距离的函数。利用 *MATLAB* 编程计算在一定的测线方向，测量船距海域中心处的距离下，覆盖宽度宽度的具体数据。

### 针对问题三

对问题二进行推广与应用，注意到这里同时存在两个变量，一个是测线方向与海底坡面的法向量在水平面上的投影的夹角  $\beta$ ，一个是相邻两条测线的间距  $d$ 。于是使用定一动一的思想，先确定  $\beta$  的大小，在据此算出最优的  $d$  值，综合二者得到最合理的测线。

### 针对问题四

问题四与前三问最大的区别在于海底坡面，不是平面，而是一个光滑曲面。利用 *MATLAB* 绘出海底等高线图。利用化曲面为平面的思路，将其分为若干小块，再利用问题三的结论求解。其中曲面化为平面后的坡度计算，运用最小二乘法拟合坡度，可进行残差分析判定其合理性。

问题完成后，运用 *LaTeX* 进行论文的编排，合理清晰阐述问题，并对该项研究在实际生活中的应用做出推广。为在单波束测深系统测得结果的基础上应用多波束测深系统进一步探测海底情况提供了优化路线的思路。

**关键字：** 多波束测深系统    测线    覆盖宽度    重叠率    最小二乘法    *MATLAB*

## 一、问题重述

### 1.1 问题背景

多波束测深系统是在单波束测深的基础上发展起来的，该系统在与航迹垂直的平面内一次能发射出数十个乃至上百个波束，再由接收换能器接收由海底返回的声波，多波束测深系统克服了单波束测深的缺点，在海底平坦的海域内，能够测量出以测量船测线为轴线且具有一定宽度的全覆盖水深条带。真实海底地形起伏变化大，若采用海区平均水深设计测线间隔，虽然条带之间的平均重叠率可以满足要求，但在水深较浅处会出现漏测的情况，影响测量质量；若采用海区最浅处水深设计测线间隔，虽然最浅处的重叠率可以满足要求，但在水深较深处会出现重叠过多的情况，数据冗余量大，影响测量效率。所以研究多波束测深系统在航道测量中的测线布设很有意义。

### 1.2 问题要求

基于上述背景，要求建立数学模型解决下列问题：

问题一：当测线方向垂直的平面和海底坡面的交线构成一条与水平面夹角为  $\alpha$  的斜线，利用解三角形，建立多波束测深的覆盖宽度及相邻条带之间重叠率的数学模型。

问题二：当测线方向不与海平面-坡面二面角交线方向平行时，用立体几何知识建模计算覆盖宽度。

问题三：考虑在一个规定矩形海域内，建模求出一个较优的特解，再用优化该特解，设计一组测量长度最短、可完全覆盖整个待测海域的合理测线。

问题四：利用海底数据，绘出海底图象。将问题四的待测海域分解成一些较小海域，转化为问题三。运用最小二乘法拟合水深与坐标的函数关系，综合运用前三问结论，列出关系式求解，使得测线总长度最短，且满足重叠率尽量在 20% 以下，覆盖的海域尽可能大。并求出该规划测线的总长度。

## 二、模型的假设

测量船发射声呐的位置也是其接受的位置，忽略测量船移动对测量的影响。海平面为光滑平面，且无风浪。测线笔直，不受水流影响。

第四问将曲面近似为两个三角形平面在立体空间中的组合。

### 三、符号说明

如表所示：

表 1 符号说明

符号	解释说明	单位
$D_i(n)$	第 i 问的水深表达式	米 (m)
$\theta$	换能器开角	弧度制
$d$	相邻侧线之间的距离	米 (m)
$W_i(n)$	第 i 问的覆盖宽度表达式	米 (m)
$\alpha$	坡度	弧度制
$\eta$	重叠率	%
$\lambda \quad \mu$	重叠率计算权重	%

### 四、模型的建立和求解

#### 4.1 问题一

首先对测线编号。将距中心点处距离为 0 米的测线记作 0 号测线，然后将距中心点处距离为 200 米的测线记作 1 号测线，以此类推，将 9 条测线分别以 -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 编号。记测线编号为  $n$ 。

由解三角形知识可知

$$D_1(n) - D_1(n-1) = d \cdot \tan \alpha$$

利用数列通项公式求法的累加法得到

$$D_1(n) = D_1(0) + nd \cdot \tan \alpha \quad (1)$$

存在坡度的覆盖宽度定义如图 1，由正弦定理和角平分线定理得三角形得到

$$W_1(n) = \frac{\sin \frac{\theta}{2} \cos \alpha}{\frac{1}{\cos(\frac{\theta}{2} + \alpha)} + \frac{1}{\cos(\frac{\theta}{2} - \alpha)}} D_1(n)$$

将上述式子化简得

$$W_1(n) = \frac{2 \sin \theta \cos \alpha}{\cos 2\alpha + \cos \theta} D_1(n) \quad (2)$$

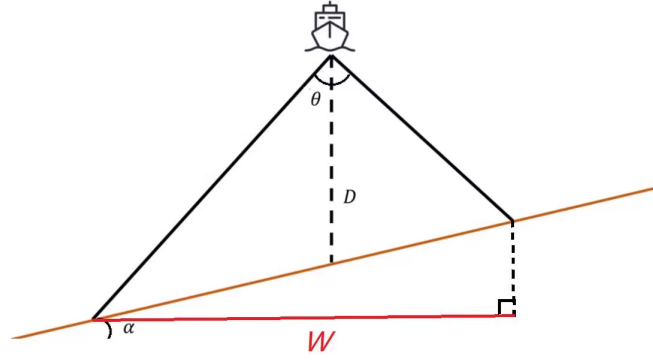


图 1

由题干与 *result1.xlsx* 可知

$$D(0) = 70m \quad \alpha = 15^\circ$$

$$D_1(n) - D_1(n-1) = d \cdot \tan \alpha$$

$$D_1(n) = 70m + 200m \times n \tan \alpha$$

下考虑重叠率。由题目可知：海底水平时

$$\eta = 1 - \frac{d}{W}$$

令  $w_1, w_2$  分别为连续两条测线的覆盖宽度，上述式子可以看作水平时，因为  $w_1 = w_2$ ， $W$  为  $w_1$  与  $w_2$  的加权，显然此时权重相等，即：

$$\eta = 1 - \frac{d}{\frac{1}{2}w_1 + \frac{1}{2}w_2}$$

而当海底不水平时， $w_1 \neq w_2$ ，令此时重叠率为：

$$\eta = 1 - \frac{d}{\lambda w_1 + \mu w_2}$$

当相邻两条测线重叠率为 0 时，可列方程组：

$$\begin{cases} 1 - \frac{d}{\lambda w_1 + \mu w_2} = 0 \\ \lambda + \mu = 1 \end{cases}$$

解得

$$\lambda = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} + \alpha)}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \alpha) + \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} + \alpha)} \quad \mu = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \alpha)}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \alpha) + \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} + \alpha)} \quad (3)$$

如图 2 所示：过测线的铅垂面将覆盖宽度  $W$  分为左右两部分，左侧记为  $W_l$ ，右侧记为  $W_r$ 。通过三角形相似可计算出： $W_l$  占  $W$  的比例恰巧为  $\lambda$ ， $W_r$  占  $W$  的比例恰巧

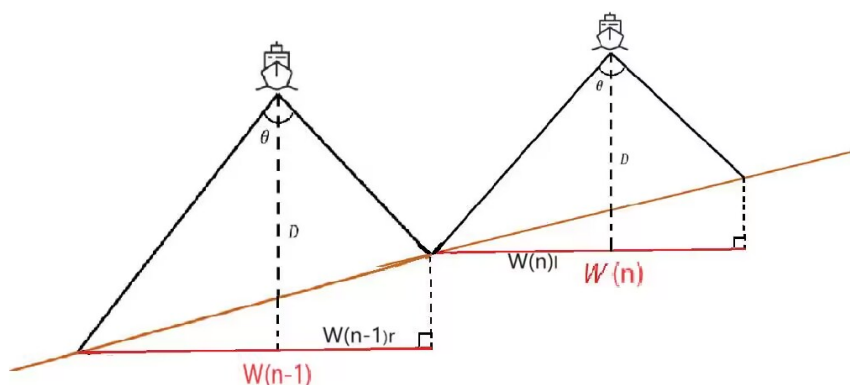


图 2

为  $\mu$ 。此结论在第三问中仍有应用。为方便记忆，下文将使用  $r(right)$  和  $l(left)$  分别代替  $\lambda$  和  $\mu$ ，并进一步化简得

$$r = \frac{\cos(\alpha + \frac{\theta}{2})}{2\cos(\frac{\theta}{2})\cos(\alpha)} \quad l = \frac{\cos(\alpha - \frac{\theta}{2})}{2\cos(\frac{\theta}{2})\cos(\alpha)} \quad (4)$$

将  $r$  和  $l$  带入  $\eta$  的表达式中并化简，得到重叠率的计算式

$$\eta = 1 - \frac{2d \cos(\frac{\theta}{2}) \cos(\alpha)}{W_1(n) \cos(\alpha - \frac{\theta}{2}) + W_1(n-1) \cos(\alpha + \frac{\theta}{2})} \quad (5)$$

综合 (1) (2) (3) (4) (5) 式, 将他们写入 *MATLAB* 中, 得到  $\eta$  的表达式, 并运行计算。将结果写入文件 *result1.xlsx* 中。代码见 *question1.mlx*。结果如图 3 所示:

测线距中心点 处的距离/m	-800	-600	-400	-200	0	200	400	600	800
海水深度/m	49.0513	54.2884	59.5256	64.7628	70	75.2372	80.4744	85.7116	90.9487
覆盖宽度/m	170.327	188.513	206.699	224.884	243.07	261.256	279.442	297.628	315.813
与前一条测线 的重叠率/%	——	-11.215	-1.0008	7.49478	14.672	20.8158	26.1342	30.7832	34.8816

图 3

## 4.2 问题二

第一问是第二问在  $\beta = 90^\circ$  时的特殊情况。做一个垂直于测线方向的平面, 将它于海底坡面的交线记为  $l_1$ , 易得  $l_1$  与海底坡面的夹角不会随着测量船距海域中心点距离变化。在  $\beta$  为定值时, 该线面角也为定值。如图 4 所示, 记该线面角为  $\gamma$

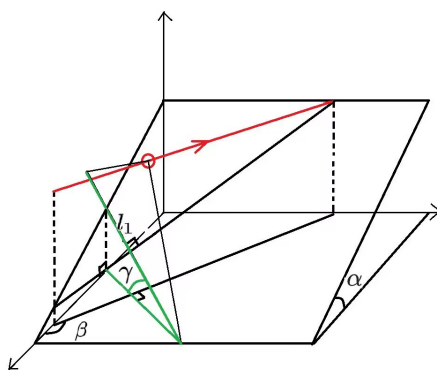


图 4

根据立体几何知识，可以得到下述等式：

$$\tan \gamma = \frac{\tan (\pi - \beta) \tan \alpha}{\frac{1}{\cos (\pi - \beta)}}$$

化简上述表达式得

$$\tan \gamma = \sin \beta \tan \alpha \quad (6)$$

注意到海水深度，会随着测量船距海域中心处的距离变化，下面试求出海水深度  $D_2$  与测量船距海域中心处的距离的函数。

在测线上随机选择一点，做出该点到海平面上的投影点，投影点与测线确定的平面与海底坡面交线为  $l_2$ ，如图所示。由此可得海底深度关于测量船距海域中心处的距离的函数为一次函数

$$D_2(n) = kn + D_2(0) \quad (7)$$

一次函数的一次项系数  $k$  为  $l_2$  与水平面所夹成的线面角的正切值。如图 5 所示，记该线面角为  $\omega$ 。

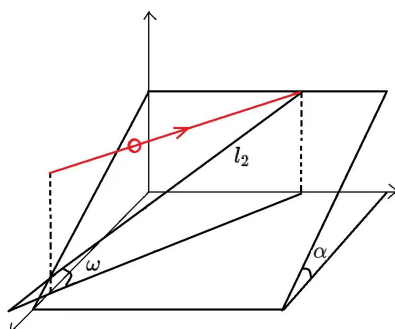


图 5

由立体几何知识，可以得到下述等式

$$\tan \omega = \frac{\tan(\beta - \frac{\pi}{2}) \tan \alpha}{\frac{1}{\cos(\beta - \frac{\pi}{2})}}$$

化简上述表达式得

$$\tan \omega = -\cos \beta \tan \alpha \quad (8)$$

得到了式 (5) 后，我们将它带入式子 (4)，得到

$$D_2(n, \beta) = -0.3 \times n \cos \beta \tan \alpha + D(0) \quad (9)$$

带入题目已知

$$D_2(0) = 120 \quad \alpha = \frac{\pi}{120}$$

就可以得到  $D_2$  与  $\beta$  和  $n$  的关系式。

结合式 (2)，我们得到了  $W_2$  的表达式：

$$W_2 = \frac{2 \sin \theta \cos \gamma}{\cos 2\gamma + \cos \theta} D_2(n) \quad (10)$$

利用 *MATLAB*，我们可以求出问题 2 的计算结果，写入 *result2.xlsx*。代码见 *question2.mlx*。结果如图 6 所示：

覆盖宽度/m		测量船距海域中心点处的距离/海里							
		0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1
测线方向夹角/°	0	415.692	365.293	314.894	264.496	214.097	163.698	113.299	62.9002
	45	416.192	380.511	344.831	309.151	273.471	237.791	202.11	166.43
	90	416.692	416.692	416.692	416.692	416.692	416.692	416.692	416.692
	135	416.192	451.872	487.552	523.232	558.912	594.592	630.273	665.953
	180	415.692	466.091	516.49	566.889	617.288	667.686	718.085	768.484
	225	416.192	451.872	487.552	523.232	558.912	594.592	630.273	665.953
	270	416.692	416.692	416.692	416.692	416.692	416.692	416.692	416.692
	315	416.192	380.511	344.831	309.151	273.471	237.791	202.11	166.43

图 6

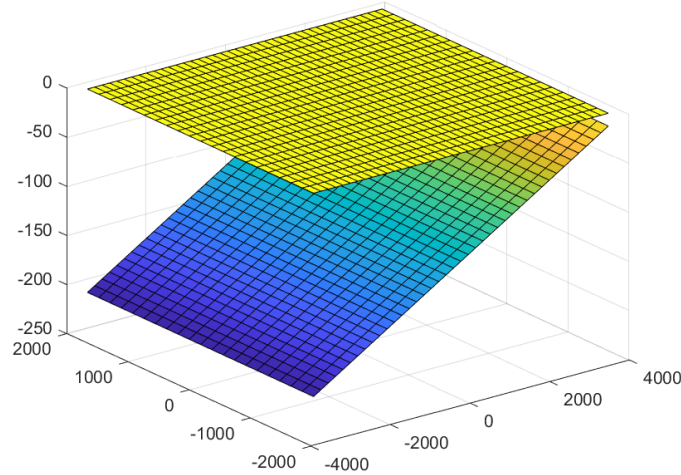


图 7

### 4.3 问题三

根据题意，以海域中心为坐标原点，正东方向为  $x$  轴正方向，正北为  $y$  轴正方向，垂直于海平面向上为  $z$  轴正方向，建立空间直角坐标系。水深的相反数，即为海底坡面的纵坐标。由此利用 *MATLAB* 画出海底的图象如图 7 所示。

观察图象。当测线由正西方向向着正东方向移动，即当  $\beta = 180^\circ$  时，由 (9) 式水深的落差达到了 193 米。水深的变化也将影响多波束测探条带的覆盖宽度，在相同条件下，由 (10) 式得到覆盖宽度的变化量为 671 米。在水深较浅时，覆盖宽度仅有 45 米。若  $\beta$  太大，则覆盖宽度在一条测线上的变化率过大，重叠率变化也将产生巨大波动。为了使得重叠率尽可能低，并且测线总长度较短， $\beta$  将十分接近  $90^\circ$ 。此时的好处还有可以认为测线覆盖宽度不改变，测线的水深不改变，相邻测线的覆盖率可以列出公式。

考虑  $\beta = 90^\circ$  时的测线，使得相邻两条测线的重叠率尽可能小，所以取重叠率为 10%。由于  $\beta = 90^\circ$  时每条测线都是与  $y$  轴平行的，所以我们只需求出其横坐标，就能得到所有测线的方程。用 *MATLAB* 编程计算，得到每条测线的横坐标，和此时的总测线长度。

横坐标：

-1.8064,-1.4729,-1.1667 , -0.8856,-0.6275,-0.3906 ,-0.1730,0.0268,0.2102  
 0.3786,0.5333,0.6753,0.8056,0.9253,1.0352,1.1361 , 1.2288,1.3138  
 1.3919,1.4636 , 1.5295,1.5899,1.6454 ,1.6964,1.7432, 1.7862,1.8256  
 1.8618,1.8951,1.9256,1.9537,1.9794,2.0030

这里注意到最后一条测线的横坐标大于了 2 海里，将其更正为 2 海里处。共有 33 条测线，每条测线长度 2 海里，总测线长度为 66 海里。

在此基础上，改变  $\beta$  的大小，期望使得测线总数减少，同时通过在待测区域的西南



角或西北角补充一条较短线路的方法得到一条更短的测线来使得待测海域覆盖完全。又由于整个待测区域关于空间直角坐标系的  $z-x$  平面对称，所以，只需考虑  $\beta$  大于  $90^\circ$  时即可。

首先计算一下，当  $\beta$  的变化量  $\Delta\beta$  增加至多少时，减少一条测线能够使得整体测线长度减少。

$$(\frac{2}{\cos \Delta\beta} - 2) \times 33 < 2$$

得到  $\Delta\beta$  小于  $13.9^\circ$ ，此时已经远远超出模型假设。

根据问题一中的重叠率计算式 (4)，我们得到

$$\eta = 1 - \frac{d}{W_3(n-1)r + W_3(n)l} \quad (11)$$

每条测线与海域南侧边界的交点水深最浅，覆盖宽度最小，得到的重叠率也最小。以此处的重叠率建立等式，用 *MATLAB* 计算每条新测线与北侧水域边界的交点坐标。发现无满足题意的解。程序见附录文件 *question3.mlx*。

《海道测量规范》中明确指出：在进行海道测深时，测线应该与海底等深线平行。[1] 在测线与等深线平行时可以尽可能的扩大测量范围，提高覆盖率，减少测线总长度。[2][3]，这侧面印证了我们的结论。此时的测线平行于等深线即为每一条南北方向的直线，计算得出

$x=$

-1.8064,-1.4729,-1.1667, -0.8856,-0.6275,-0.3906, -0.1730,0.0268,0.2102

0.3786,0.5333,0.6753,0.8056,0.9253,1.0352,1.1361, 1.2288,1.3138

1.3919,1.4636, 1.5295,1.5899,1.6454, 1.6964,1.7432, 1.7862,1.8256

1.8618,1.8951,1.9256,1.9537,1.9794,2.0000

这 33 条直线，即为所求的测线。图 8 的蓝线即为所有测线。

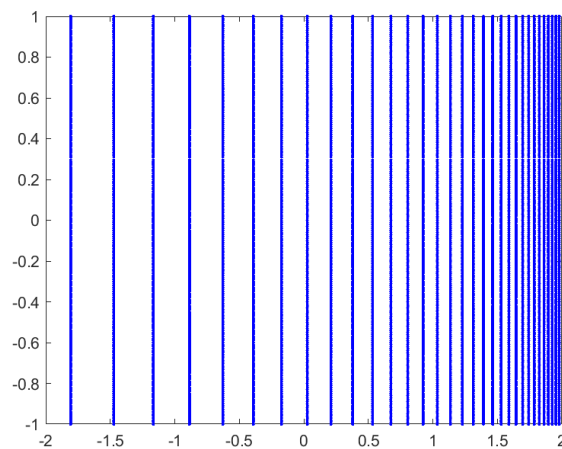


图 8

#### 4.4 问题四

根据数据，利用 *MATLAB* 的 *mesh* 函数，得到海底的图象如图 9 所示，代码见 *question4* 海底曲面绘图.mlx。

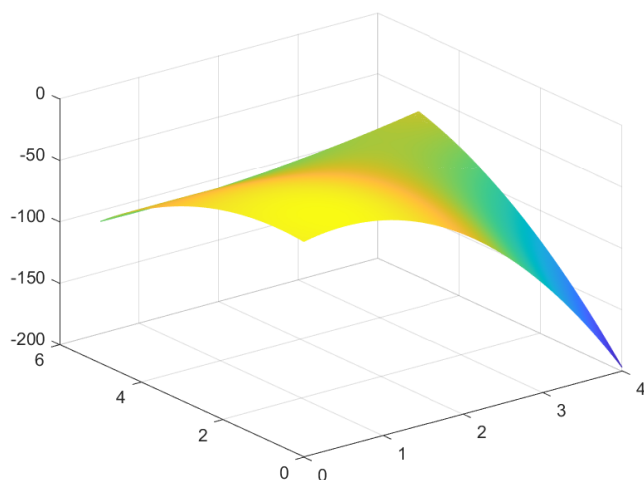


图 9

再利用 *MATLAB* 得到海底等深线（图 10）。

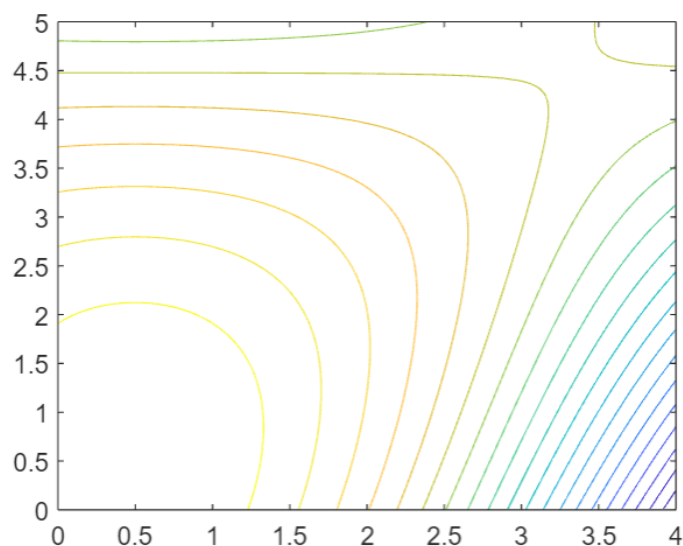


图 10

在进行海道测深时，测线应该与海底等深线平行 [1]。而观察等高线图发现该水域的水深呈现一定的对称性，如图 11，作出该海域的对角线，发现在对角线两侧海域的等高线的分布密度基本相同，若将对角线两侧的海底视作两个平面，利用问题三的结果，可以近似求出问题四中的测线长度、重叠率、漏测率等数据。

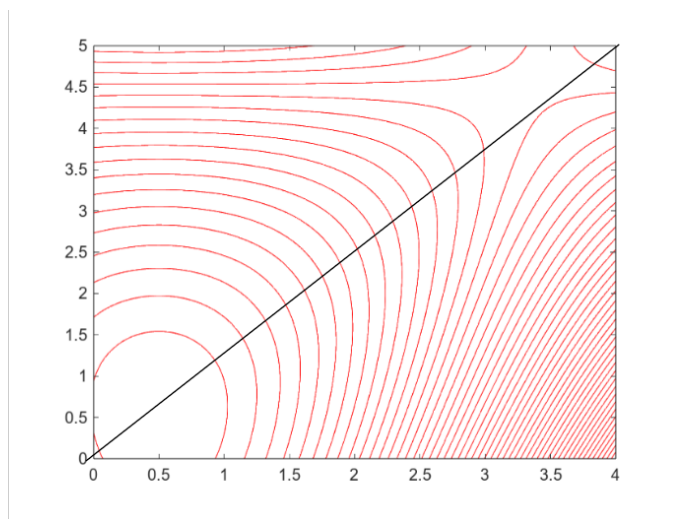


图 11

首先应当求出两侧海域的坡度。以斜线上侧 (即在集合  $\{(x, y) \mid y > \frac{5}{4}x \quad x \in (0, 5)\}$  中的点) 为例, 由于等深线大致均匀分布, 假设水深与横坐标成一次函数关系。利用最小二乘法拟合直线得到  $D_4$  的表达式, 再带入式 (9) 可以得到  $W_4$  的表达式。斜线下侧同理。

应用问题三的结论和 *MATLAB* 软件, 求出结果。代码见代码附件 *question4.mlx*。

最后得到两组测线:

第一组:

x=

0.0200	0.0237	0.0277	0.0319	0.0363
0.0411	0.0461	0.0514	0.0571	0.0631
0.0694	0.0762	0.0834	0.0910	0.0990
0.1076	0.1167	0.1264	0.1366	0.1475
0.1590	0.1713	0.1843	0.1980	0.2127
0.2282	0.2447	0.2622	0.2807	0.3004
0.3214	0.3435	0.3671	0.3921	0.4186
0.4467	0.4766	0.5083	0.5419	0.5776
0.6155	0.6557	0.6984	0.7437	0.7917
0.8427	0.8969	0.9543	1.0152	1.0799
1.1486	1.2214	1.2988	1.3808	1.4679
1.5603	1.6584	1.7625	1.8729	1.9901
2.1145	2.2466	2.3867	2.5354	2.6932
2.8606	3.0383	3.2269	3.4271	3.6395
3.8650				

第二组：

y=

0.0200	0.0335	0.0473	0.0613	0.0756	0.0902	0.1050	0.1201
0.1354	0.1511	0.1670	0.1832	0.1997	0.2165	0.2336	
0.2510	0.2688	0.2869	0.3053	0.3240	0.3431	0.3625	0.3823
0.4024	0.4229	0.4438	0.4650	0.4867	0.5087	0.5312	
0.5540	0.5773	0.6010	0.6251	0.6497	0.6747	0.7002	0.7261
0.7525	0.7794	0.8068	0.8347	0.8631	0.8920	0.9214	
0.9514	0.9819	1.0129	1.0446	1.0768	1.1096	1.1430	1.1770
1.2116	1.2469	1.2828	1.3194	1.3566	1.3945	1.4331	
1.4724	1.5124	1.5531	1.5946	1.6369	1.6799	1.7237	1.7683
1.8137	1.8599	1.9070	1.9550	2.0038	2.0535	2.1041	
2.1556	2.2081	2.2616	2.3160	2.3714	2.4278	2.4852	2.5437
2.6032	2.6639	2.7256	2.7885	2.8525	2.9177	2.9841	
3.0516	3.1204	3.1905	3.2619	3.3345	3.4085	3.4838	3.5605
3.6386	3.7181	3.7991	3.8815	3.9655	4.0509	4.1380	
4.2266	4.3168	4.4087	4.5023	4.5976	4.6946	4.7933	4.8939
4.9963							

这两组测线的总长度为 447984.300369796 米，约合 241 海里。漏测率  $2 \times 10^{-3}\%$ ，重叠率大于 20% 的长度为 0。

## 五、模型评价

### 模型的优点：

1. 通过数学计算，得到了在特定情况下的不同长度线段在重叠率中的权重占比，体现了重叠率权重的几何意义
2. 原创性高，本文所有模型均由自主构建。
3. 巧妙的通过从特殊解到平凡解的思路对问题进行简化。
4. 实用性强，为进一步探测海底情况提供了优化路线的简单而又实用的思路。

### 模型的缺点：

1. 问题四对海底进行了近似处理，结果与实际有误差。
2. 问题四中最小二乘法的拟合并不是很好，相关系数较低，还可以有所提高。

### 模型的改进和推广：

问题四可以使用多目标规划的思路改进结果，将测线总长度小作为多目标规划的最优先的目标，将重叠率在 10% 到 20% 作为次优先目标，将漏测率尽可能小作为次优先

目标，以此结合问题四中的公式使用 *LINGO* 软件求解。

深入思考四个问题后，得到结论，当测线平行于海底等高线时，重叠率变化幅度不大可以满足在 10% 到 20% 之间，漏测较少，为多线束测量实际应用时的最优解。与国内外该专业的专家的结论相吻合，也与客观直觉相同。这为所有应用多波束测深系统的测量工作提供的理论基础，为以后在单波束测深系统测得结果的基础上应用多波束测深系统进一步探测海底情况提供了优化路线的思路。

## 参考文献

- [1] 国家质量技术监督局. GB 12327-1998. 海道测量规范 [S]. 北京: 中国标准出版社, 1999.
- [2] 张旭, 叶小心, 洪德玫. 多波束系统在长江航道测量中的测线布设方法研究[J]. 中国水运. 航道科技, 2017(01): 52-55. DOI: 10.19412/j.cnki.42-1395/u.2017.01.011.
- [3] 李金乾, 马随阳. 浅谈多波束测深系统在航道测量中的测线布设 [J]. 基层建设, 2018 (14) .

## 附录 A question1.mlx 代码

```
clear all;clc
syms n D1(n) wr(n) wl(n) W(n) eta(n)
D0=70;d=200;alpha=pi/120;theta=2*pi/3;
D1(n)=D0+n*d*tan(alpha);
W(n)=2*sin(theta)*cos(alpha)/(cos(2*alpha)+cos(theta))*D1(n);
eta(n)=1-d*2*cos(theta/2)*cos(alpha)/(cos(theta/2+alpha)*W(n-1)+cos(theta/2-alpha)*W(n));
deep_of_sea=[];
w=[];
ETA=[];
for i=1:1:9
    deep_of_sea(i)=D1(i-5);
    w(i)=W(i-5);
    ETA(i)=eta(i-5);
end
deep_of_sea
w
ETA=ETA(1,2:9)*100
re1=[deep_of_sea;w];
xlswrite("result1.xlsx",re1,'B2:J3')
xlswrite("result1.xlsx",ETA,'C4:J4')
function [k,b]=myolxfun(x,y)
```

## 附录 B question2.mlx 代码

```
clear all;clc
n=0:1:7;
deltax=0.3*1852;%海里与米的换算
alpha=pi/120;%海底坡度
theta=2*pi/3;%换能器开角
D20=120;%中心处的水深

beta=0:45:315;
beta=beta/180*pi;
ga=atan(sin(beta)*tan(pi/120));
om=atan(-cos(beta)*tan(pi/120));

D2=deltax*tan(om')*n+D20;
W2=2*sin(theta)*cos(ga')./(cos(2*ga')+cos(theta)).*D2;

%将数据写入result2.xlsx
xlswrite("result2.xlsx",W2,'C3:J10')
```

## 附录 C question3.mlx 代码

```
clear all;clc
syms beta W3 D(x)
ga=atan(sin(beta)*tan(pi/120));
D(x)=110-tan(pi/120)*x*1852;
W3(beta,x)=2*sin(2*pi/3)*cos(ga)/(cos(2*ga)+cos(2*pi/3))*D(x);

%先求出当 =90°时的总路线长度
l=cos(pi/3-pi/120)/(cos(-pi/120+pi/3)+cos(pi/120+pi/3));
r=cos(pi/3+pi/120)/(cos(-pi/120+pi/3)+cos(pi/120+pi/3));
eq=x*1852-W3(pi/2,x)*l==2*1852;
x_list=[vpa(solve(eq,x))];

while x_list(length(x_list))*1852+...
    r*W3(pi/2,x_list(length(x_list)))<2*1852
    eq=1-1852*(x-x_list(length(x_list)))/...
        (W3(pi/2,x_list(length(x_list)))*r+ ...
        W3(pi/2,x_list(length(x_list)))*l)==0.1;
    x_list(length(x_list)+1)=vpa(solve(eq,x));
end
x_list;
for y=-1:0.01:1
    plot(x_list,repmat(y,1,length(x_list)),'b.')
    hold on
end
xlim([-2,2])
ylim([-1,1])
print -dpng 第三问测线图.png%绘出测线
2*length(x_list)

result_x=[zeros(1,length(x_list));x_list];
% tic%测试用
% n=0;%测试用
l=cos(pi/3-pi/120)/(cos(-pi/120+pi/3)+cos(pi/120+pi/3));
r=cos(pi/3+pi/120)/(cos(-pi/120+pi/3)+cos(pi/120+pi/3));
for b=pi/2:pi/360:pi/2+7*pi/180
    % n=n+1%测试用
    eq=x*1852-W3(b,x)*l==2*1852;%近似认为西侧覆盖完全
    x_list=[vpa(solve(eq,x))];
    while x_list(length(x_list))*1852+...
        2*tan(b-pi/2)+r*W3(b,x_list(length(x_list)))+ ...
        2*tan(b-pi/2)<2*1852
```

```

eq=1-1852*sin(b)*(x-x_list(length(x_list)))/...
(W3(b,x_list(length(x_list))+2*tan(b-pi/2))* ...
r+W3(b,x_list(length(x_list))+2*tan(b-pi/2))*1)==0.1;
x_list(length(x_list)+1)=vpa(solve(eq,x));
end

if length(x_list)<length(result_x(1,:))
a=zeros(1,length(result_x(1,:))-length(x_list));
x_list=[x_list a];%若结果长度小于 =90°时的解，则将在解的后面补充0以标记
end

if length(x_list)>length(result_x(1,:))%比南北结果多则直接淘汰该结果
if x_list(length(x_list))>2%最后一个解若大于2，可以考虑增加一条平行的较短测线解决
x_list=x_list(1,1:length(x_list)-1);
if length(x_list)>length(result_x(1,:))
x_list= repmat(NaN,1,length(result_x(1,:)));%舍掉解全部记为NaN
end
else
x_list= repmat(NaN,1,length(result_x(1,:)));
end
b=size(result_x);
b=b(1);
result_x(b+1,:)=x_list;
elseif length(x_list)==length(result_x(1,:))
b=size(result_x);
b=b(1);
result_x(b+1,:)=x_list;
end
end
end
result_x%最后答案所有数据从第二行开始的最后一列都不是0，无满足题意解
% toc%测试用

```

## 附录 D question3 海底坡面绘图 + 海平面.mlx 代码

```

clear all;clc
alpha=pi/120;
x=[-2:0.1:2]*1852;
y=[-1:0.1:1]*1852;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
Z=110-tan(alpha).*X;
surf(X,Y,-Z)
hold on
surf(X,Y,zeros(21,41))
print -dpng 第三问海底.png

```



## 附录 E question3 海底落差与覆盖宽度落差.mlx 代码

```
clear all;clc
syms D(x) W(x)
beta=pi;%beta, 角的值
ga=atan(sin(beta)*tan(pi/120));%gamma, 角的值
D(x)=110-tan(pi/120)*x*1852;
W3(x)=2*sin(2*pi/3)*cos(ga)/(cos(2*ga)+cos(2*pi/3))*D(x);

y=-2:0.1:2;
a=D(y);
b=W3(y);
vpa(a(1)-a(length(a)))
vpa(b(1)-b(length(b)))
```

## 附录 F question4.mlx 代码

```
clear all;clc
data=xlsread("附件.xlsx");
data_up=data(2:252,2:202);
data_low=data(2:252,2:202);
x=data(1,2:202);
y=data(2:252,1);
for i=1:201
    for j=1:251
        x_dot=x(i);
        y_dot=y(j);
        if 5*x_dot<4*y_dot
            data_up(j,i)=0;
        elseif 5*x_dot>4*y_dot
            data_low(j,i)=0;
        else
            end
        end
    end
end

for i=1:201
    up_hights(i)=sum(data_up(:,i))/i;
end
%up_hights
for i=1:251
    low_hights(i)=sum(data_low(i,:))/i;
end
%low_hights
```

```

[k_low,b_low]=myolxfun(y'*1852,low_hights);
alpha=atan(k_up);
D(t)=k_up*t+b_up;
W4(t)=2*sin(2*pi/3)*cos(alpha)/(cos(2*alpha)+cos(2*pi/3))*D(t);
l=cos(pi/3-alpha)/(cos(-alpha+pi/3)+cos(alpha+pi/3));
r=cos(pi/3+alpha)/(cos(-alpha+pi/3)+cos(alpha+pi/3));
i=1;
while x(i)*1852-r*W4(x(i)*1852)<0
    i=i+1;
end
x_list(1)=x(i);
last_cexian_left_boundary=x(i)*1852+l*W4(x(i)*1852);
last_cexian_W=W4(x(i)*1852);
S_cexian_x=x(i)*1852;
while x_list(length(x_list))*1852+l*
    W4(x_list(length(x_list))*1852)<1852*4
    t_right_boundary=t*1852-r*W4(t*1852);
    eq=last_cexian_left_boundary-t_right_boundary==
        0.1*(l*last_cexian_W+r*W4(t));
    x_list(length(x_list)+1)=solve(eq,t);
last_cexian_left_boundary=x_list(length(x_list))*1852+l*
W4(x_list(length(x_list))*1852);
last_cexian_W=W4(x_list(length(x_list))*1852);
S_cexian_x=S_cexian_x+x_list(length(x_list))*1852;
end
S_cexian_x=S_cexian_x*1.25
if x_list(length(x_list))>4
    x_list=x_list(1:length(x_list)-1);
end
'测线为x='
x_list
'该组测线长度为'
S_cexian_x
syms W4(t,alpha) D(t) alpha
alpha=atan(k_low);
D(t)=k_low*t+b_low;
W4(t)=2*sin(2*pi/3)*cos(alpha)/(cos(2*alpha)+cos(2*pi/3))*D(t);
l=cos(pi/3-alpha)/(cos(-alpha+pi/3)+cos(alpha+pi/3));
r=cos(pi/3+alpha)/(cos(-alpha+pi/3)+cos(alpha+pi/3));
j=1;
while y(j)*1852-r*W4(y(j)*1852)<0
    j=j+1;
end
y_list(1)=y(j);
last_cexian_left_boundary=y(i)*1852+l*W4(y(i)*1852);
last_cexian_W=W4(y(i)*1852);
S_cexian_y=y(i)*1852;

```

```

while y_list(length(y_list))*1852+l*W4(y_list(length(y_list))*1852)<1852*5
    t_right_boundary=t*1852-r*W4(t*1852);
    eq=last_cexian_left_boundary-t_right_boundary==0.1*(l*last_cexian_W+r*W4(t));
    y_list(length(y_list)+1)=solve(eq,t);
last_cexian_left_boundary=y_list(length(y_list))*1852+l*
W4(y_list(length(y_list))*1852);
last_cexian_W=W4(y_list(length(y_list))*1852);
S_cexian_y=S_cexian_y+y_list(length(y_list))*1852;
end
S_cexian_y=S_cexian_y*0.8;
if y_list(length(y_list))>5
    y_list=y_list(1:length(y_list)-1);
end
'测线为y='
y_list
'该组测线长度为'
S_cexian_y

loucexy=x_list(1)*y_list(1);
if x_list(length(x_list))+W4(x_list(length(x_list)))<4
    louce_x=(4-(x_list(length(x_list))+W4(x_list(length(x_list))))) *
    (4+x_list(length(x_list))+W4(x_list(length(x_list))));
else
    louce_x=0;
end

if y_list(length(y_list))+W4(y_list(length(y_list)))<5
    louce_y=(4-(y_list(length(y_list))+W4(y_list(length(y_list))))) *
    (4+y_list(length(y_list))+W4(y_list(length(y_list))));
else
    louce_y=0;
end

louce_zong=loucexy+louce_x+louce_y;

disp '测线总长度为: '
S_cexian_sum=S_cexian_y+S_cexian_x
disp '两组测线分别为: '
disp 'x='
x_list
disp '(0<y<1.25x)'
disp 'y='
y_list
disp '(0<x<0.8y)'

disp '漏测百分比'
louce_zong/20

```

```
disp '重叠率大于20%'
ans=0
```

## 附录 G myolxfun.m 问题四最小二乘法函数代码

```
function [k,b]=myolxfun(x,y)
if length(x)~=length(y)
    'WRONG'
    return
end
n=length(x);
k=(x*y'-n*mean(x)*mean(y))/(x*x'-n*mean(x)^2);
b=mean(y)-k*mean(x);
end
```

## 附录 H question4 海底曲面绘图.mlx 代码

```
clear all;clc
t=xlsread("附件.xlsx");
D4=t(2:252,2:202);
x=t(1,2:202);
y=t(2:252,1);
[X,Y]=meshgrid(x,y);
mesh(X,Y,-D4)
print -dpng 第四问海底.png
```

## 附录 I question4 等高线.mlx 代码

```
clear all; clc;
t = xlsread("附件.xlsx");
D4 = t(2:252, 2:202);
x = t(1, 2:202);
y = t(2:252, 1);
[X, Y] = meshgrid(x, y);
contour(X, Y, -D4, 50, 'r');
```