```
Zlp = Zlp/(row * col);
%根据检测阈值判断检测结果
if Zlp>tlp
      mn = 1;
elseif -tlp>Zlp
      mn = 0;
else mn = -1;%无水印
end
```

表 7.1 是定义不同的检测阈值时水印检测的结果。

表 7.1 水印检测(m=1)

<table>
<tr><th>判定阈值</th><th colspan="2">检测结果</th></tr>
<tr><td>0.2</td><td>1</td><td rowspan="2">检测有水印</td></tr>
<tr><td>0.3</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>-1</td><td rowspan="2">检测无水印</td></tr>
<tr><td>0.6</td><td>-1</td></tr>
</table>

7.3 W-SVD 数字水印算法

7.3.1 W-SVD 数字水印算法描述

W-SVD 数字水印算法是美国 Syracuse 大学数学系和美国空军实验室通信遥感部联合于 1998 年发布的。该算法属于小波变换域数字水印算法,具有良好的水印不可见性和鲁棒性等特点。尽管这一算法并不十分完美,而且也不具备现代数字水印自适应和盲检测的要求,但无论如何,W-SVD 的经典性是无庸置疑的。从其发布到现在,已经有不少学者从各个方面对其进行了改进,使得这种水印从实验到具体应用一步一步迈进。我们选择此算法也正是看重了其良好的教学和实验特性,大家有必要重点掌握。

完整的 W-SVD 数字水印算法包括水印生成、水印嵌入和水印检测三个部分。W-SVD 水印的检测我们将在后面专门叙述,其生成和嵌入策略描述如下:

假设要加入水印的图像为 M,其归一化后的尺度 level 下的低频系数记为 CA = wavetrans(M,level)。对 CA 作奇异值(单值)分解,得到:$CA = U\Sigma V^T$

其中有:

$$U = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} \qquad V = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \qquad \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_n \end{pmatrix}$$

其中,U 和 V 是正交矩阵,即 $UU^T = VV^T = I$,I 是单位矩阵。Σ 是对角矩阵,即除主对角线外为 0 的矩阵。对于任意的图像矩阵,这种奇异值(单值)分解都是可以成立的。这为我们对任意图像加水印提供了保证。

按照 U,V 和 Σ 的特点,随机生成这样三个矩阵:

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} \bar{u}_1 \\ \vdots \\ \bar{u}_n \end{pmatrix} \qquad \bar{V} = \begin{pmatrix} \bar{v}_1 \\ \vdots \\ \bar{v}_n \end{pmatrix} \qquad \bar{\Sigma} = \alpha \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \bar{\sigma}_n \end{pmatrix}$$

$\bar{U}$ 和 $\bar{V}$ 也要是正交矩阵,这一点可以利用随机矩阵的 QR 分解(正交—三角分解)来实现。α 是我们第一个要关心的参数,它的取值决定了水印强度。

作为噪声的水印模板是这样产生的。用种子控制的随机矩阵 $\bar{U}$ 和 $\bar{V}$ 的后 d 列(行)来替换原始低频系数分解矩阵 U 和 V 的后 d 列(行),得到矩阵 $\tilde{U}$ 和 $\tilde{V}$。d 是一个由比例因子 d/n 决定的整数。n 是 U 或 V 的列(行)数,d/n 是一个比例,这是我们要关心的第二个参数,其矩阵如下:

$$\tilde{U} = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_{n-d} \\ \bar{u}_{n-d+1} \\ \vdots \\ \bar{u}_n \end{pmatrix} \qquad \tilde{V} = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{n-d} \\ \bar{v}_{n-d+1} \\ \vdots \\ \bar{v}_n \end{pmatrix}$$

由 $\tilde{U}$, $\tilde{V}$ 和 $\bar{\Sigma}$ 进而构成完整的水印模板 waterCA:

$$\text{waterCA} = \tilde{U}\bar{\Sigma}\tilde{V}^T$$

这就是全部的水印生成策略。可以发现,与前一节基本模型不同的是,水印模板并不是单纯的由独立于原始图像的随机噪声构成,而是与原始图像有密切相关的联系。得到水印模板后,将其加入到原始图像的低频系数中,就完成了水印的嵌入。即:

$$\text{CA}_w = \text{CA} + \text{waterCA}$$

因为 CA 是归一化的低频系数,waterCA 也是由 CA 获得的。在重构图像时应对 CA_w 作适当放缩,恢复到原始图像低频系数的数量级,完成图像重构。

图 7.10 是上述算法的流程图。

结合图 7.10,我们具体来看一下算法中值得注意的几个问题。

(1) 小波分解提取低频系数

对于二维图像的小波低频系数,在第三章中我们已经从原理到实现上给予了详细的说明。这里要强调的是,图像的小波低频系数是与分解尺度有密切联系的。

(2) 低频系数矩阵的奇异(单)值分解

与小波分解一样,矩阵奇异值分解也是构成本算法的灵魂。我们从数学上来简单说明一下什么是奇异值分解。

定义 7.1　对于 $N\times N$ 矩阵 A,有 N 个标量 $\lambda_N(N=1,2,\cdots,N)$ 满足:

$$|A - \lambda_N I| = 0$$

则称这一组 λ_N 为矩阵 A 惟一的特征值。

定义 7.2　当矩阵的每个对角元素都减去其特征值时,矩阵将变为奇异阵。

定义 7.3　矩阵 A 的秩等于其非 0 特征值的个数。