

Цель работы

- Познакомиться с языком программирования Julia
 - Разобраться и научиться решать задачу о погоне, поставленную да Винчи для выбора правильной стратегии при решении задач поиска
-

Теоретическое введение

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка A равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки P такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки A .

Задача построения кривой погони впервые встала при выборе курса судна с учётом внешних факторов (боковых ветров, течения) для оптимального достижения точки цели путешествия. Вновь эта проблема возникла при использовании в военных целях подводных лодок, торпед, а позднее и управляемых ракет с целью достижения и поражения движущихся целей. Кроме того, кривая погони применяется в космической навигации.

Постановка задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 25 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5,1 раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтобы нагнать лодку.

Задание

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки
-

Выполнение лабораторной работы

Теоретическая часть

Возьмём в качестве начальной точки O , точку обнаружения лодки, введём полярные координаты и как полюс возьмём точку O , полярная ось будет проходить через катер в момент обнаружения лодки. Тогда есть 2 варианта развития событий:

- Катер будет справа от лодки, тогда угол θ будет равен 0
- Катер будет слева от лодки, тогда угол θ будет равен $-\pi$

Чтобы посчитать начальное положение катера, пусть за время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $t = x/v$ и $t = (k - x)/5.1v$ (во втором случае $t = (k + x)/5.1v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:

- $x/v = (k - x) / 5.1v$ в первом случае или
- $x/v = (k + x) / 5.1v$ во втором. Отсюда мы найдем два значения
- $x_1 = k/6.1 = 25/6.1$
- $x_2 = k/4.1 = 25/4.1$ Задачу будем решать для двух случаев.

Т.к. после этого, катер начнет двигаться по спирали, разложим его скорость на тангенциальную и радиальную.

- Тангенциальная скорость $v_t = \sqrt{(5.1v)^2 - v^2} = \sqrt{25.01}v$ т.к. радиальная равна v , чтобы выполнялось условие задачи. Получаем уравнение $r \cdot d\theta/dt = v_t = \sqrt{25.01}v$. Тогда решение исходной задачи сводится к решению системы: $\{ dr/dt = v \{ r \cdot d\theta/dt = \sqrt{25.01} \cdot v$ с начальными условиями $\{ \theta = 0 \{ \theta = -\pi \{ x = x_1$ или $\{ x = x_2$

Исключая производную по t можно выразить $dr = d\theta \cdot r/\sqrt{25.01}$

На примере решения задачи в тексте лабораторной работы, записали уравнение движения катера для первого случая. (рис. 1)

вариант 34

$$S = 25$$

$$v_k = 5,1 v_A$$

1)

$$t = \frac{r_0}{v_k} = \frac{S - r_0}{v_k} = \frac{S - r_0}{5,1 v_A}$$

$$5,1 v_0 = S - r_0$$

$$r_0 = \frac{S}{6,1} = \frac{25}{6,1} = 4,09836$$

$$2) v_k^2 = v_A^2 + v_T^2$$

$$(5,1 v_A)^2 = v_A^2 + v_T^2$$

$$26,01 v_A^2 = v_A^2 + v_T^2$$

$$v_T^2 = 25,01 v_A^2$$

$$v_T = 5,001 v_A$$

3)

$$\frac{dr}{dt} = v_A$$

$$r \frac{d\theta}{dt} = 5,0001 v_A$$

$$dt = \frac{dr}{v_A}$$

$$dt = \frac{r d\theta}{5,0001 v_A}$$

$$\Rightarrow \frac{dr}{r} = \frac{v_A d\theta}{5,0001 v_A} \Rightarrow \frac{dr}{r} = \frac{d\theta}{5,0001}$$

$$4) \int \frac{dr}{r} = \int \frac{d\theta}{5,0001} \Rightarrow \ln r = \frac{\theta}{5,0001} + C \Rightarrow r = C e^{\theta/5,0001}$$

$$r(\theta) = C e^{\theta/5,0001}$$

$$5) \begin{cases} r(0) = r_0 = 0 \\ r(0) = C e^0 = C \end{cases} \Rightarrow r_0 = C \Rightarrow C = \frac{25}{6,1}$$

$$r(\theta) = \frac{25}{6,1} e^{\theta/\sqrt{25,01}}$$

{рис. 1}

И для второго случая. (рис. 2)

2)

$$\theta = -\pi$$

$$r_0 = \frac{25}{4,1}$$

$$\begin{cases} r(-\pi) = r_0 \\ r(-\pi) = C e^{-\pi/\sqrt{25,01}} \end{cases} \Rightarrow r_0 = C e^{-\pi/\sqrt{25,01}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{25}{4,1} e^{\pi/\sqrt{25,01}}$$

$$r(\theta) = \frac{25}{4,1} e^{(\theta + \pi)/\sqrt{25,01}}$$

{рис. 2}

Практическая часть

Написали код на ЯП Julia, используя библиотеки Plots и DifferentialEquations. (рис. 3)

```
1 using OrdinaryDiffEq
2 #Начальные условия
3 k = 25 #Расстояние
4 d = 5.1 #Скорость
5 fi = 3*pi/4
6
7 #2 варианта начального положения катера и 2 варианта интервалов
8 x1 = k/(d+1)
9 x2 = k/(d-1)
10 tetha1 = (0.0,2*pi)
11 tetha2 = (-pi,pi)
12
13 #Функция, описывающая движение катера
14 f1(r, p, t) = r / sqrt(25.01)
15
16 #Функция, описывающая движение лодки
17 f2(t) = tan(fi)*t
18
19 #Задача коши
20 prob1 = ODEProblem(f1, x1, tetha1)
21 prob2 = ODEProblem(f1, x2, tetha2)
22
23 #Решение
24 sol1 = solve(prob1, saveat = 0.01)
25 sol2 = solve(prob2, saveat = 0.01)
26
27 #Отрезок времени для графика
28 t = 0:0.01:30
29 #Массиво углов фи для построение прямой
30 xd = [fi]*length(t)
31
32 #График варианта 1
33 plot(sol1.t, sol1.u, proj = :polar, title="Задача о погоне, вариант 1", label = "Катер береговой охраны")
34 plot!(xd, f2.(t), label="Браконьерская лодка")
35
36 #График варианта 2
37 plot(sol2.t, sol2.u, proj = :polar, title="Задача о погоне, вариант 2", label = "Катер береговой охраны")
38 plot!(xd, f2.(t), label="Браконьерская лодка")
39
```

{рис. 3}

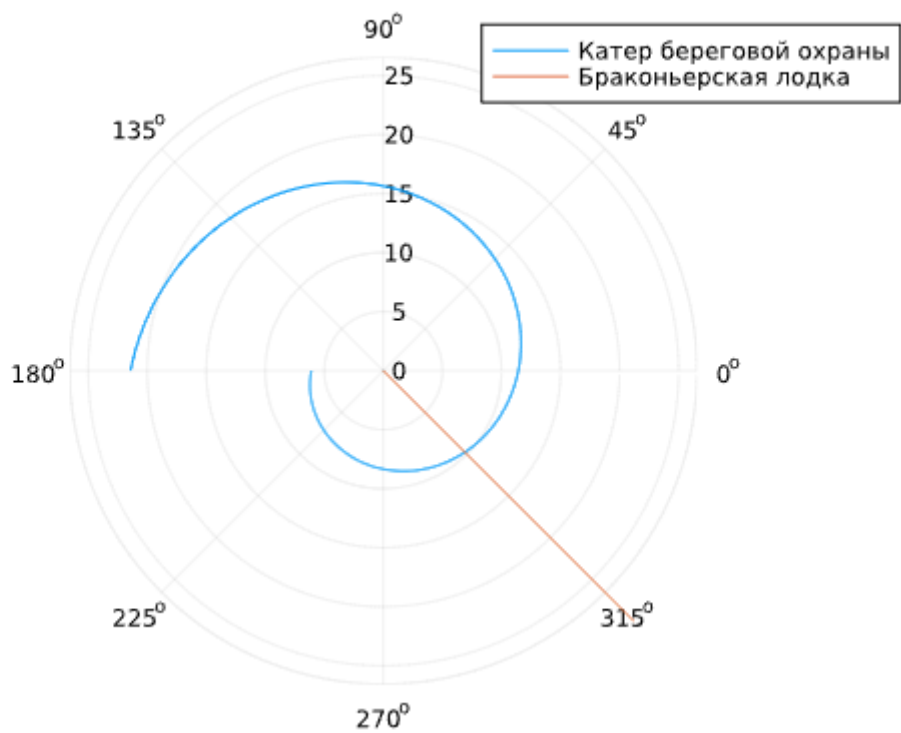
Получили график траектории катера и лодки для первого случая. (рис. 4)



{рис. 4}

Получили график траектории катера и лодки для второго случая. (рис. 5)

Задача о погоне, вариант 2



{рис. 5}

Выбрали в процессе программирования угол $3\pi/4$, т.к. использовали тангенс для построения графика. Выберем для первого варианта угол $7\pi/4$, а для второго $-\pi/4$.

Рассчитали точки пересечения траекторий для обоих случаев. (рис. 6)

$$1) v = \frac{25}{6,1} e^{\frac{7\pi}{4} / \sqrt{25,01}} = 12,304$$

$$2) v = \frac{25}{4,1} e^{\frac{3\pi}{4} / \sqrt{25,01}} = 9,767$$

$$1) \left(\frac{7\pi}{4}; 12,304 \right)$$

$$2) \left(-\frac{\pi}{4}; 9,767 \right)$$

{рис. 6}

Проверили вычисления с помощью Julia. (рис. 7,8)

```
1 s1(t) = 25/6.1*exp(t/sqrt(25.01))
2 sol1 = s1(7*pi/4)
3 println(sol1)
4
5 s2(t) = 25/4.1*exp((t+pi)/sqrt(25.01))
6 sol2 = s2(-pi/4)
7 println(sol2)
```

{рис. 7}

```
12.304002757914665
9.767236102657977
```

{рис. 8}

Выводы

Познакомились с ЯП Julia и рассмотрели задачу о погоне на примере задачи о катере береговой охраны и браконьерской лодке, а также разобрались в ней.

Список литературы

- Мой мозг
- Мой разум

- Моё сознание
- Лабораторная работа № 2
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Кривая_погони
- [Inspiration](#)