

Лабораторная работа № 4

Модель гармонических колебаний

Артамонов Тимофей Евгеньевич

Цель работы

- Построить решение уравнения гармонического осциллятора для разных случаев:
 - без затухания и внешней силы,
 - с затуханием без внешней силы
 - с затуханием и внешней силой
- Построить фазовые портреты для каждого случая

Теоретическое введение

Гармонические колебания — колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по гармоническому (синусоидальному, косинусоидальному) закону.

Осциллятор — система, совершающая колебания, то есть показатели которой периодически повторяются во времени. Примеры простейших осцилляторов — маятник и колебательный контур.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), γ – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω^2 – собственная частота колебаний, t – время.

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) вместо первого уравнения получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка (2) необходимо задать два начальных условия вида:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0, \\ x(\dot{t}_0) = y_0. \end{cases}$$

Также может появиться внешняя сила, действующая на осциллятор, в этом случае уравнение примет вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega^2 x = F$$

где $F(t)$ - внешняя сила.

Постановка задачи

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания. Построить фазовый портрет.
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение. Построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием.
3. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить его решение. Построить фазовый портрет колебаний с действием внешней силы.

Задачи

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 8.7x = 0$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 8.7\dot{x} + 8.7x = 0$$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 8.7\dot{x} + 8.7x = 8.7 \sin(2t)$$

На интервале $t = (0; 67)$ (шаг 0.05) с начальными условиями

$$x_0 = 0.6, y_0 = -0.6$$

Выполнение работы

Написали код на Julia и
OpenModelica и получили
следующие графики.

Построили график решения осциллятора без затуханий и внешней силы на Julia. (рис. (fig:001?))

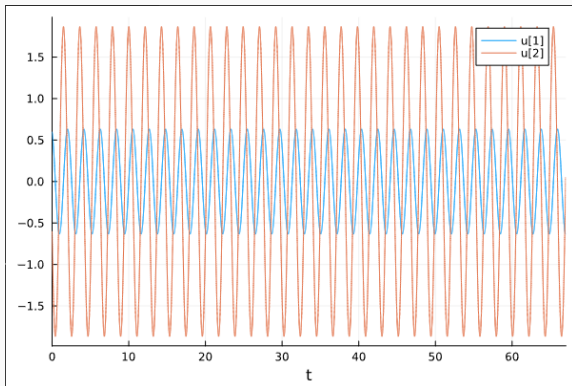


Рис. 1: Julia Plot 1

Построили фазовый портрет на Julia. (рис. (fig:002?))

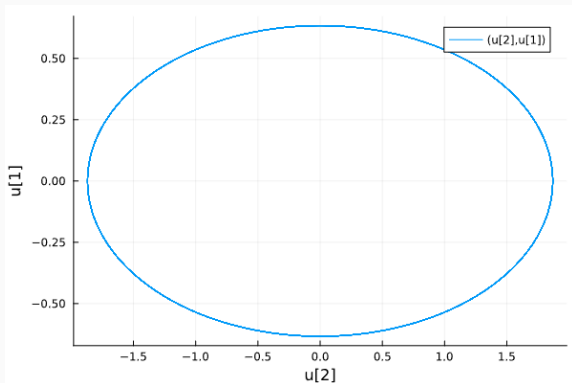


Рис. 2: Julia phase portrait 1

Построили график решения осциллятора на OpenModelica. (рис. (fig:003?))

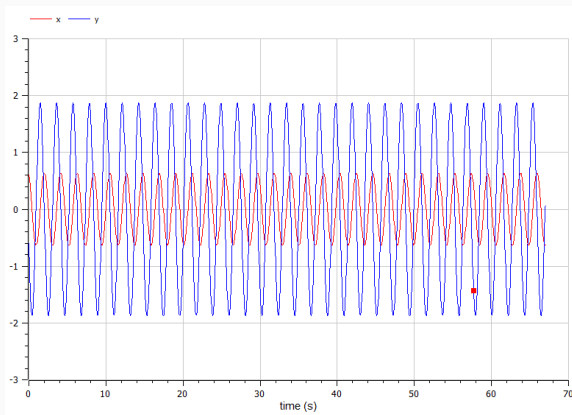


Рис. 3: OM Plot 1

Построили фазовый портрет на OpenModelica. (рис. (fig:004?))

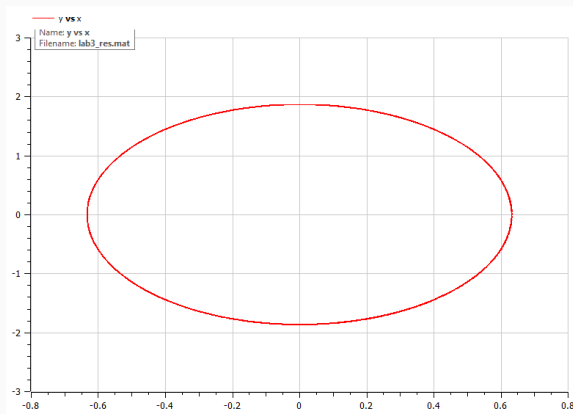


Рис. 4: OM phase portrait 1

Построили график решения осциллятора с затуханием без внешней силы на Julia. (рис. (fig:005?))

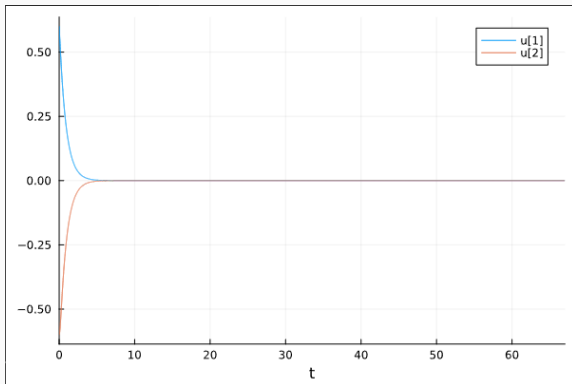


Рис. 5: Julia Plot 2

Построили фазовый портрет на Julia. (рис. (fig:006?))

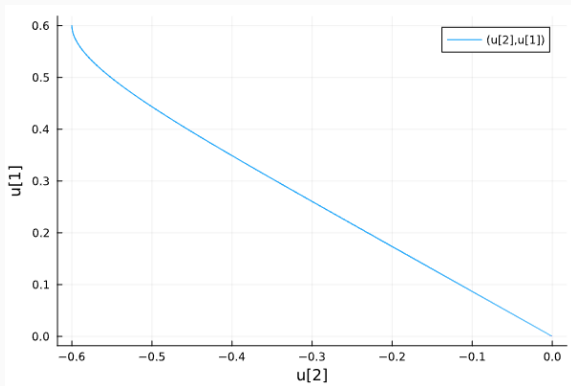


Рис. 6: Julia phase portrait 2

Построили график решения осциллятора на OpenModelica. (рис. (fig:007?))

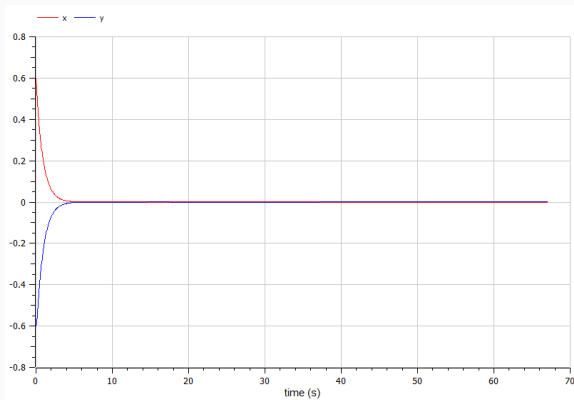


Рис. 7: OM Plot 2

Построили фазовый портрет на OpenModelica. (рис. (fig:008?))

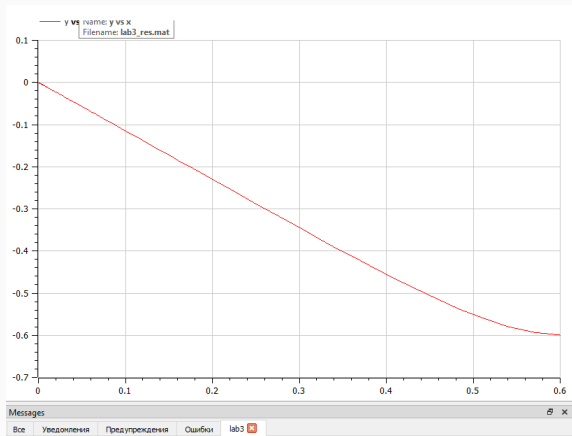


Рис. 8: OM phase portrait 2

Построили график решения осциллятора с затуханием и внешней силой на Julia. (рис. (fig:009?))

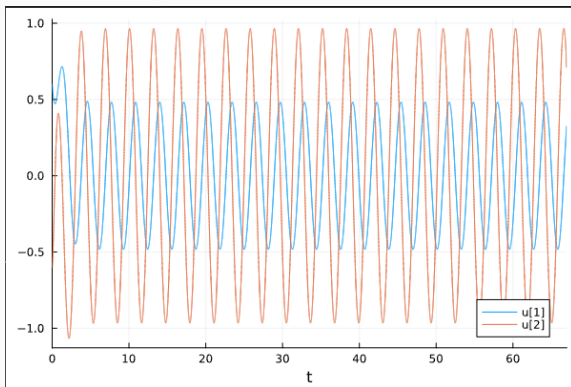


Рис. 9: Julia Plot 3

Построили фазовый портрет на Julia. (рис. (fig:010?))

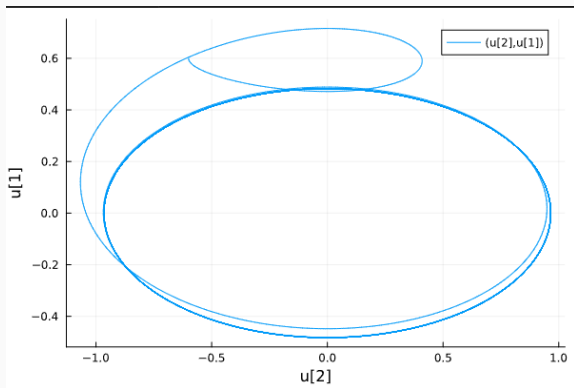


Рис. 10: Julia phase portrait 2

Построили график решения осциллятора на OpenModelica. (рис. (fig:007?))

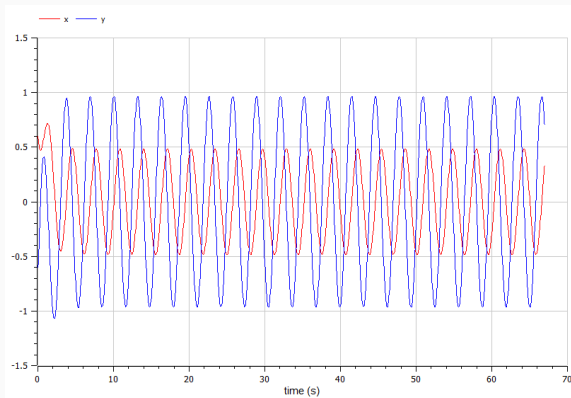


Рис. 11: OM Plot 3

Построили фазовый портрет на OpenModelica. (рис. (fig:008?))

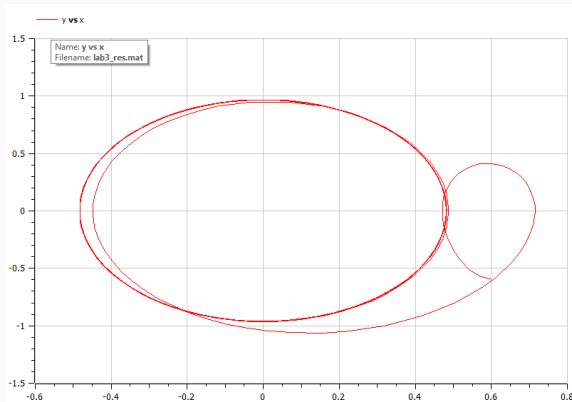


Рис. 12: OM phase portrait 3

Выводы

Построили графики решения гармонического осциллятора а так же их фазовые портреты для 3 разных случаев: - без затухания и действия внешних сил - с затуханием и без действия внешних сил - с затуханием и действием внешних сил