Отчёт по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Артамонов Тимофей Евгеньевич

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

- Рассмотреть простейшую модель эпидемии.
- Построить графики изменения количества каждой группы для 2 случаев.

2 Теоретическое введение

Компартментные модели — это очень общий метод моделирования. Их часто применяют для математического моделирования инфекционных заболеваний. Население распределяется по отсекам с метками, например, S , I или R (Восприимчивый, Инфекционный или Выздоровевший). Люди могут перемещаться между отсеками. Порядок меток обычно показывает структуру потока между отсеками; например, SEIS означает «восприимчивый», «разоблаченный», «заразный», а затем снова «восприимчивый». Эта модель является достаточно прогностической для инфекционных заболеваний, которые передаются от человека к человеку и при которых выздоровление обеспечивает устойчивую устойчивость, таких как корь , эпидемический паротит и краснуха . [1]

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{если } I(t) > I* \\ 0, \text{если } I(t) <= I* \end{cases}$$

I(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \text{если } I(t) > I* \\ -\beta I, \text{если } I(t) <= I* \end{cases}$$

R(t) меняется по следующему закону: $\frac{dR}{dt} = \beta I$

Постоянные пропорциональности, α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Будем считать, что начало эпидемии происходит в момент времени t = 0.

3 Постановка задачи

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N = 12 200) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0) = 130, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0) = 53. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0) = N - I(0) - R(0).

4 Задание

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1) если I(0) > I *2) если I(0)* <= *I*

5 Выполнение лабораторной работы

Написали код на Julia:

```
using DifferentialEquations, Plots, OrdinaryDiffEq

#Функция описывающая изменения каждой группы, когда I(0) <= I*
function noncrit!(du, u, p, t)
    a, b = p
    du[1] = 0
    du[2] = -b*u[2]
    du[3] = b*u[2]
end

#Функция описывающая изменения каждой группы, когда I(0) > I*
function crit!(du, u, p, t)
    a, b = p
    du[1] = -a*u[1]
    du[2] = a*u[1] - b*u[2]
    du[3] = b*u[2]
end

#Начальные условия
N = 12200
```

```
p = [0.01, 0.02]
x0 = [N-130-53, 53, 130]
tspan = (0, 1000)


prob1 = ODEProblem(noncrit!, x0, tspan, p)
prob2 = ODEProblem(crit!, x0, tspan, p)

sol1 = solve(prob1, Tsit5(), dtmax = 0.05)
sol2 = solve(prob2, Tsit5(), dtmax = 0.05)

plot(sol1, title = "I(t) <= I*")
plot(sol2, title = "I(t) > I*")
```

Записали 2 случая на языке OpenModelica

```
model lab6

parameter Real a = 0.01;
parameter Real b = 0.02;

Real S(start = 12200-130-53);
Real I(start = 130);
Real R(start = 53);

equation
  der(S) = 0;
  der(I) = -b*I;
  der(R) = b*I;
```

```
end lab6;

model lab6


parameter Real a = 0.01;
parameter Real b = 0.02;



Real S(start = 12200-130-53);
Real I(start = 130);
Real R(start = 53);

equation
  der(S) = -a*S;
  der(I) = a*S - b*I;
  der(R) = b*I;



end lab6;
```

и получили следующие результаты.

Построили график изменения групп S, I, R когда I(0) <= I* на Julia. (рис. [5.1])

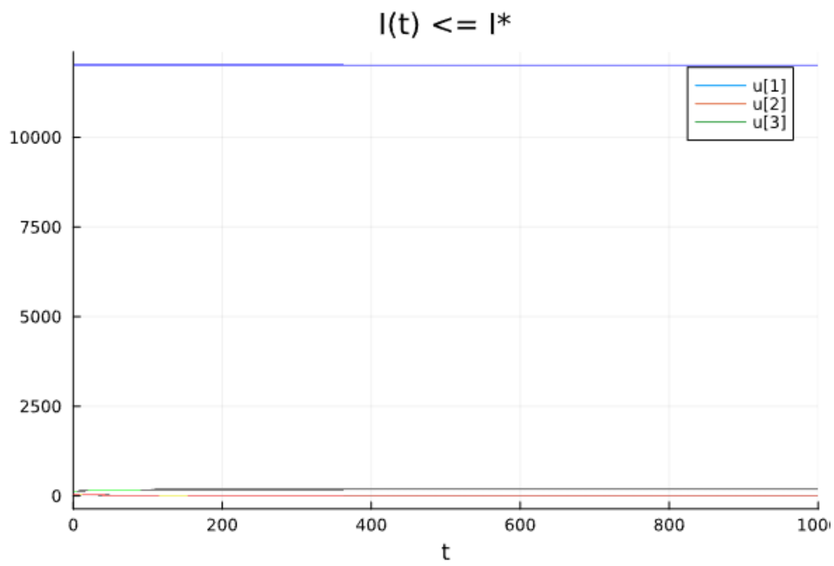

Рис. 5.1: Julia Plot 1

Построили график на OpenModelica, графики одинаковые (рис. [5.2])

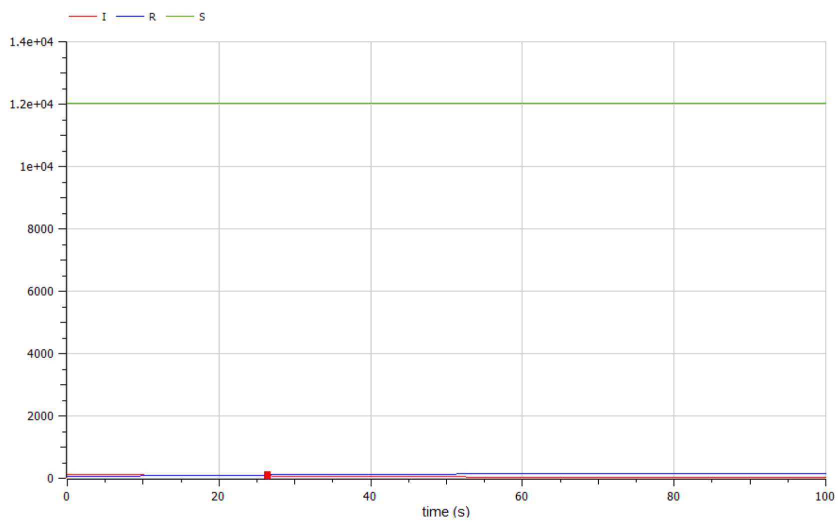

Рис. 5.2: OM Plot 1

Можно построить отдельно I и R, чтобы лучше понять, что происходит. (рис. [5.3])

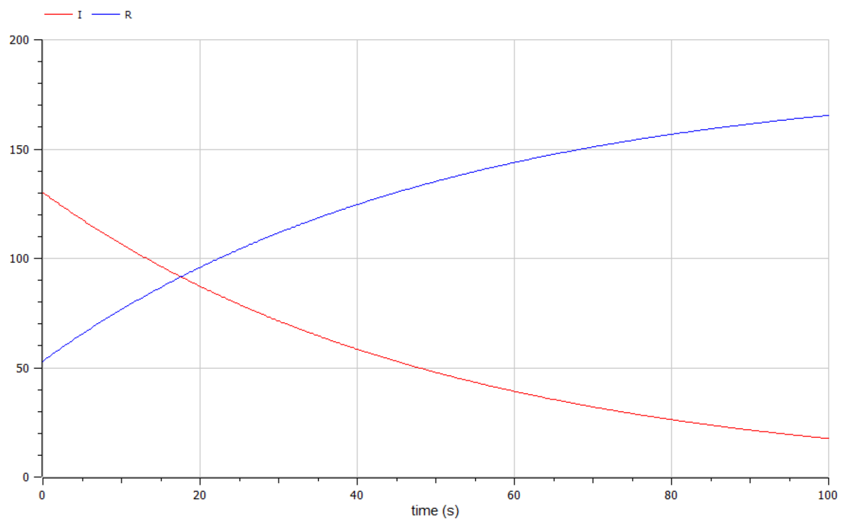

Рис. 5.3: OM Plot 2

Построили график изменения групп S, I, R когда I(0) > I* на Julia. (рис. [5.4]) Видно, что постепенно все люди заболевают, впоследствие приобретая иммунитет.

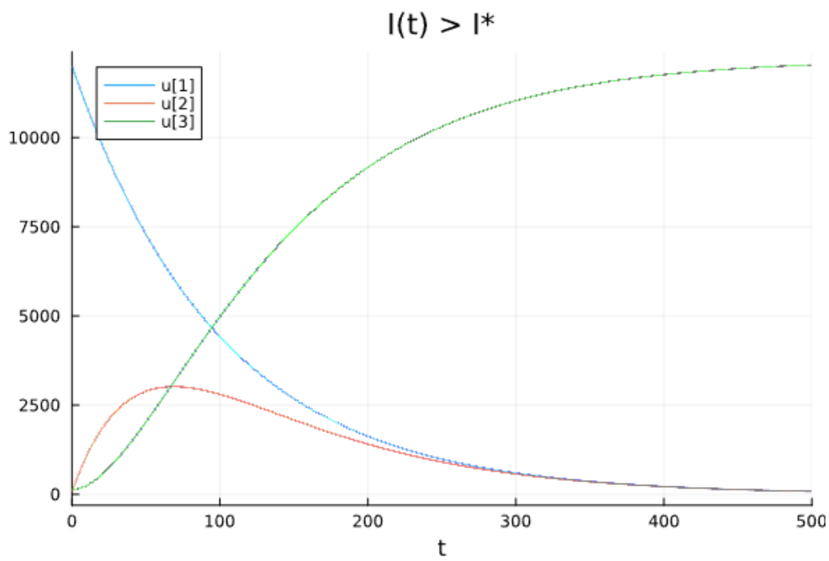

Рис. 5.4: Julia Plot 2

Построили такой же график в OpenModelica (рис. [5.5])

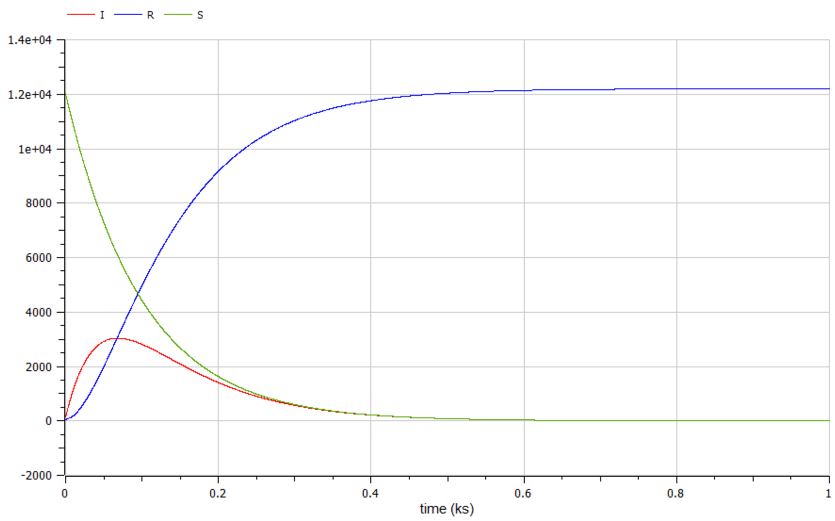

Рис. 5.5: OM Plot 3

6 Выводы

- Построили графики изменения численности групп S, I, R для 2 случаев
- Сравнили результаты на Julia и OpenModelica.

Список литературы

1. Compartmental models in epidemiology [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2024. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Compartmental_models_in_epidemiology.