

基于短时傅里叶变换的快速贝叶斯 模态参数识别方法

杜航, 徐海巍, 楼文娟

(浙江大学建筑工程学院, 浙江杭州 310058)

摘要:为反映结构非平稳响应信号的时频特性,提出基于短时傅里叶变换的快速贝叶斯模态参数识别(FBST)方法。该方法采用短时傅里叶变换代替傅里叶变换进行模态参数识别,使模态参数的识别同时具有时频特性,同时能够给出识别结果的不确定性。利用时域分解解耦技术,将多自由度多模态响应信号转变为单自由度单模态响应信号以提升计算效率,推导得到高信噪比下负对数似然函数的表达式。采用数值算例验证了FBST方法在时变频率和阻尼比识别上的有效性。在此基础上,针对某大跨柔性光伏支架结构气弹模型的风洞试验数据和某高层建筑风振实测加速度响应数据,利用FBST方法识别了对应结构的阻尼比、频率,并与连续小波变换和Hilbert-Huang变换等经典方法的识别结果进行对比。数值算例分析结果显示,对于时变、非时变信号,FBST方法均能识别与理论值较为一致的阻尼比和频率结果。对于大跨柔性光伏支架结构的气弹试验数据和高层建筑实测加速度响应,FBST方法识别得到的频率结果与连续小波变换以及Hilbert-Huang的结果较为一致,而识别出的阻尼比存在较大变异系数。

关键词:模态参数识别; 时域分解; 短时傅里叶变换; 快速贝叶斯; 时频特性; 非平稳过程

中图分类号:TU311.3 **文献标志码:**A

Fast Bayesian modal parameter identification method based on short-time Fourier transform

DU Hang, XU Haiwei, LOU Wenjuan

(College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: In order to describe the time-frequency characteristics of non-stationary response signals, a modal identification method based on fast Bayesian and short-time Fourier transform (STFT) was proposed. This method uses short-time Fourier transform to replace classical Fourier transform to identify modal parameters, so that the characteristics of modal parameters in both time and frequency domain can be obtained. Using the time-domain decomposition decoupling (TDD) technology, the multi-DOF multi-modal response signal was converted into a single-DOF single-modal response signal, thus improving the computational efficiency. The expression of NLLF (negative log-likelihood function) was presented under high signal-to-noise ratios. Numerical examples were used to verify the validity of the proposed fast Bayesian STFT method in identification of time-varying frequencies and damping ratios. In addition, the aeroelastic wind tunnel test data of a large-span flexible photovoltaic support structure and field measured wind-induced acceleration responses of a high-rise building were identified with the proposed method to derive the damping ratio and frequency of the corresponding structures. The results were compared with the ones obtained from the classical continuous wavelet transform and Hilbert-Huang transform, which shows that the identified damping ratio and frequency based on FBST are consistent with theoretical ones for both time-dependent and time-independent simulation signals. For aeroelastic test data of the large-span flexible photovoltaic support structure and field measured acceleration data of the high-rise building, the FBST provides frequencies consistent with ones from the continuous wavelet transform and Hilbert-Huang transform, while the obtained damping ratio shows a large coefficient of variation.

Keywords: modal parameter identification; time-domain decomposition decoupling (TDD); short-time Fourier transform (STFT); fast Bayesian; time and frequency domain characteristics; non-stationary process

基金项目: 国家自然科学基金项目(51978614), 浙江省自然科学基金项目(LY19E080026)。

作者简介: 杜航, 出生于1996年, 男, 硕士研究生, 主要从事结构风振响应及抗风研究。email: 21912166@zju.edu.cn

通信作者: 徐海巍, 出生于1986年, 男, 工学博士, 副教授, 主要从事结构风工程研究。email: haiweix@zju.edu.cn

收稿日期: 2022年3月

0 引言

模态和动力特性参数识别是结构健康监测中的关键技术。环境激励下的动力特性测试因具有激励简单,测试方便等优点而成为近年来应用于结构模态参数识别的重要方法。然而大部分基于环境激励的模态参数识别方法没有考虑识别结果的不确定性。针对结构模态识别结果的不确定性评估问题,Yuen 等^[1-4]提出了基于贝叶斯(Bayesian)的傅里叶变换方法(FFT)和功率谱密度法的模态识别方法,系统研究了傅里叶变换系数和功率谱密度的统计特征,通过建立负对数似然函数(NLLF)和模态参数的后验概率密度函数(probability density function, PDF)的关系,对 NLLF 进行无约束优化以获得模态参数的最优估计值(most probable value, MPV),并利用变异系数(coefficient of variation, COV)衡量其不确定性。然而在确定模态参数的 MPV 及其后验协方差矩阵时需要涉及多值的数值优化和病态矩阵求逆问题,计算过程繁杂,在实际问题的求解中难以实施。为解决这一问题,Au 等^[5-8]和 Ni 等^[9]提出了快速贝叶斯 fast Bayesian FFT 方法,针对分离模态(well-separated mode)和密集模态(close modes),基于数值优化和矩阵理论对 fast Bayesian FFT 方法的目标函数进行简化,同时还推导了模态参数的后验协方差矩阵的解析表达式,显著提高了 fast Bayesian FFT 方法在目标函数优化求解和协方差矩阵计算中的效率。韩建平等^[10]、黄铭枫等^[11]、黄鑫^[12]、Xia 等^[13]、Ni 等^[14]利用 fast Bayesian FFT 方法识别了不同结构物的模态参数。吴杰等^[15]、徐洪俊等^[16]结合时域分解技术(TDD)提出了模态参数识别的 Bayesian TDD 方法,并利用 AR(auto regression)功率谱代替傅里叶谱进行了参数改进。

以上研究大多仅从频域角度对结构响应数据进行分析,虽然可以评估模态参数识别结果的不确定性,但是未能反映结构动力参数的时频特性。然而,在环境激励下(如风荷载)的柔性结构由于流固耦合、气动时变效应等复杂因素的影响易产生非平稳响应特征,例如车辆-桥梁耦合振动时变系统、风机叶片的振动响应以及台风等极端天气作用下的高层建筑和桥梁的振动响应等。目前已有关于非平稳信号时变参数识别研究,例如:乌建中等^[17]利用短时傅里叶变换(STFT)分析了风机叶片在健康状态及不同裂纹损伤状态下自由衰减时变振动信号及其变化规律,通过信号识别结果的差异进行大型风机叶片损伤的诊断。胡振邦等^[18]将小波降噪与短时傅里叶变换相结合,提出了对电主轴非平稳振动信号特征信

息准确提取的方法,并通过数值仿真和试验验证了该方法的有效性。陈学军等^[19]基于经验小波变换分析了非线性和非平稳特性的风力发电机振动信号,发现经验小波变换在时频能量谱上能更好地体现原有振动信号的特征。王超等^[20]利用同步挤压小波变换识别了桥梁在移动车辆荷载作用下的结构时变参数,发现该方法在能有效识别瞬时频率,且有一定的抗噪性。王立岩等^[21]采用 Hilbert-Huang 变换识别得到了时变阻尼自由振动系统、Duffing 振动系统和 Van der Pol 振动系统等非线性振动系统的模态参数,发现 Hilbert-Huang 变换具有良好的识别精度。

考虑到上述传统时频分析方法无法衡量识别参数的不确定性,同时考虑到小波变换在分析结构响应信号的长周期分量时频率精度较低^[22],本文中提出基于短时傅里叶变换的 fast Bayesian 模态参数识别(fast Bayesian STFT, FBST)方法,在反映响应信号的时变信息的同时,给出识别结果的可能变异区间以衡量其不确定性。采用数值算例验证 FBST 方法的有效性。进一步,分别针对某大跨柔性支撑光伏支架气弹模型风洞试验的位移响应数据和某高层建筑现场实测风振加速度响应数据,采用 FBST 方法获得了结构的频率和阻尼比随时间的变化特性和相应的不确定性,并与经典连续小波变换和 Hilbert-Huang 变换等确定性识别方法进行了对比分析,以检验本文方法的适用性与可靠性。

1 模态参数识别方法

由于傅里叶变换对频谱的描绘具有全局性,不能反映时间维度局部区域上的特征,且在时间域内的任何频率变化都会影响变换的结果。为了描述信号的时频特性,首先引入时域分解技术对原始信号进行解耦,有效降低计算量;其次通过引入短时傅里叶变换(STFT),提出 fast Bayesian 模态参数识别方法;最后基于高斯随机过程,利用泰勒展开对负对数似然函数(NLLF)进行简化,并给出了在高信噪比下 NLLF 的表达式,利用 Hessian 矩阵和后验模态参数协方差矩阵对识别参数的不确定性进行评估。

1.1 信号时域分解方法

时域分解方法可直接利用结构振动时域响应(位移、速度或加速度)信号进行模态参数识别^[23]。记结构的输出响应信号向量为 $\mathbf{Y}(\mathbf{Y} \in \mathbf{R}^n)$,则响应信号时间历程自相关矩阵 \mathbf{E} 为

$$\mathbf{E} = \mathbf{Y}\mathbf{Y}^T \quad (1)$$

假设结构振型矩阵 Φ 满足正则化约束 $\Phi^T \Phi = \mathbf{I}^{[15]}$,对 \mathbf{E} 进行奇异值分解(SVD),通过取特征值 λ_i 对应的特征向量 ϕ_i 即可确定结构振型。由于输出响

应信号通常存在多个模态,可通过带通滤波器对输出响应信号进行滤波,将其转变为单模态信号。取最大特征值 λ_{\max} 对应的特征向量 ϕ_m 即为振型 ϕ_i 的 MPV^[16]。此时,记:

$$y = \phi_m^T Y \quad (2)$$

则原多自由度多模态响应信号转变为单自由度单模态响应信号。

1.2 短时傅里叶变换理论

短时傅里叶变换 (STFT) 时,首先利用一个随时间滑动的分析窗对非平稳信号进行加窗截断处理,然后将截断的时间信号进行傅里叶变换,从而得到响应信号的时频特性,其表达式如下式:

$$S(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(\tau) g(\tau - t)] e^{-2\pi i f \tau} d\tau \quad (3)$$

其中, $x(\tau)$ 为某响应信号时程, t 为待分析时刻, f 为频率, i 为虚数, $g(\tau - t)$ 为窗函数, τ 为窗函数中心坐标所对应的时刻。

常见的窗函数有矩形窗、Hanning 窗、Kaiser 窗和 Gaussian 窗等。由式(3)可知,短时傅里叶变换先将信号与窗函数相乘后再进行傅里叶变换,采用通过时间窗内的有限信号来表示某一时刻的信号特征。利用窗函数将非平稳信号划分为不同的时间或频率段,并假设划分后信号具有平稳性。随着窗函数在时间轴上的移动,得到一系列的频谱函数,以反映信号的时频特性。对于短时傅里叶变换,合适的窗函数和窗宽能有效减少频谱泄露和混叠现象^[24]。由于窗的宽度影响着时频域的分辨率,对于面积固定的时频窗,时间分辨率和频率分辨率成反比^[24-25],如下式所示:

$$\Delta t = \left[\frac{1}{\|g(t)\|^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - t_0) |g(t)|^2 dt \right]^{1/2} \quad (4)$$

$$\Delta \omega = \left[\frac{1}{2\pi \|g(\omega)\|^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \omega_0) |\hat{g}(\omega)|^2 d\omega \right]^{1/2} \quad (5)$$

$$\Delta t \Delta \omega \geq \frac{1}{2} \quad (6)$$

式中, Δt 、 $\Delta \omega$ 分别为短时傅里叶变换的时间分辨率和频率分辨率, $\hat{g}(\omega)$ 为窗函数 $g(t)$ 的傅里叶变换, t_0 和 ω_0 分别为窗口的中心, ω 为圆频率。当窗函数为高斯窗函数时,联合时频面积最小,式(6)取等号。

1.3 基于短时傅里叶变换的 fast Bayesian 模态参数识别方法

假定结构振动响应测量信号由真值和预测误差组成,对于某 n 个位移响应样本信号可表示为

$$y_{n,j} = y'_{n,j} + e_{n,j} \quad (7)$$

其中: $y_{n,j}$ 、 $y'_{n,j}$ 、 $e_{n,j}$ 分别为结构位移响应测量信号、位移响应真值和预测误差, j 为采样点序号, j 为 1、2、

\dots 、 N , N 为每个通道采样数。

通过时域分解技术,将 $y_{n,j}$ 转换为单自由度响应信号,则单自由度响应信号 y_j 在时刻 t_i 的短时傅里叶变换 $Y_k(t_i, f)$ 为

$$Y_k(t_i, f) = \sqrt{\frac{2\Delta t}{N}} \sum_{j=1}^N y_j g(t - j\Delta t) \exp \left[-2\pi i \frac{(k-1)(j-1)}{N} \right] \quad (8)$$

其中, $k=1, 2, \dots, N$; Δt 为采样时间间隔; $g(t - j\Delta t)$ 为窗函数。

由于 Gaussian 窗函数在傅里叶变换中保持不变且具有最优的时频分辨率^[25],因此采用 Gaussian 窗函数进行短时傅里叶变换。记 $F_k = Y_k(t_i, f)$, 定义向量 $Z_k = [\text{Re}(F_k) \text{ Im}(F_k)]^T \in R^{2n}$, 其中 $\text{Re}(F_k)$ 、 $\text{Im}(F_k)$ 分别为 y_j 的短时傅里叶变换 F_k 对应于时刻 t_i 的实部和虚部。根据贝叶斯定理,待识别的模态参数向量 θ 后验的后验概率密度函数可表示为

$$p(\theta | \{Z_k\}) \propto p(\theta) p(\{Z_k\} | \theta) \quad (9)$$

模态参数 θ 包括自振频率 f 、阻尼比 ζ 、预测误差功率谱密度 S_e 和模态激励下功率谱密度 S 。假定模态参数 θ 服从均匀分布,则

$$p(\theta | \{Z_k\}) \propto p(\{Z_k\} | \theta) \quad (10)$$

对于较大的 N 和较小的 Δt ,可以证明在不同频率下 Z_k 是渐近独立且服从高斯分布的,于是有:

$$p(\{Z_k\} | \theta) = \prod_k (2\pi)^{-n} \det(C_k(\theta))^{-1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} Z_k^T C_k^{-1}(\theta) Z_k \right] \quad (11)$$

其中, $\det(\cdot)$ 表示矩阵的行列式, $C_k(\theta)$ 为 Z_k 的协方差矩阵,其表达式为

$$C_k(\theta) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \text{Re}(H_k) & -\text{Im}(H_k) \\ \text{Im}(H_k) & \text{Re}(H_k) \end{bmatrix} + \frac{S_e}{2} I_2 \quad (12)$$

式中: I_2 为 $2n$ 阶单位矩阵, $I_2 \in R_{2n}$; H_k 为传递函数,其表达式为

$$H_k = S h_k h_k^* \quad (13)$$

式中, h_k^* 为 h_k 的复共轭函数, h_k 的表达式如下:

$$h_k = (2\pi i f_k)^{-q} / [(\beta_k^2 - 1) + i(2\zeta \beta_k)] \quad (14)$$

$$\beta_k = f/f_k \quad (15)$$

式中: $f_k = (k-1)/N\Delta t$; 当测量信号为加速度信号时 $q=0$, 当测量信号为速度信号时 $q=1$, 当测量信号为位移信号时 $q=2$ 。

理论上,可以通过对式(11)的似然函数求极值确定模态参数 θ 的 MPV。为方便计算,通常利用式(11)的负对数似然函数 (NLLF) 进行极值求解,则:

$$p(\theta | \{Z_k\}) \propto \exp[-L(\theta)] \quad (16)$$

式中, $L(\theta)$ 为对数似然函数。

$$L(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_k [\ln \det(\mathbf{C}_k(\boldsymbol{\theta})) + \mathbf{Z}_k^T \mathbf{C}_k(\boldsymbol{\theta})^{-1} \mathbf{Z}_k] \quad (17)$$

利用 Taylor 公式将 $L(\boldsymbol{\theta})$ 进行二阶展开,有

$$L(\boldsymbol{\theta}) \approx L(\hat{\boldsymbol{\theta}}) + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}})^T \mathbf{H}_L(\hat{\boldsymbol{\theta}}) (\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}) \quad (18)$$

式中: $\mathbf{H}_L(\boldsymbol{\theta})$ 为 $L(\boldsymbol{\theta})$ 的 Hessian 矩阵; $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 为泰勒展开的原点。

当 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 取得 MPV 时, $L(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = 0$ 。将式(18)代入式(16),得到:

$$p(\boldsymbol{\theta} | \{\mathbf{Z}_k\}) \propto \exp \left[-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}})^T \hat{\mathbf{C}}^{-1} (\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}) \right] \quad (19)$$

式中, $\hat{\mathbf{C}}$ 为模态参数的后验协方差矩阵, $\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{H}_L(\hat{\boldsymbol{\theta}})^{-1}$ 。

由于矩阵 \mathbf{H}_k 为 Hessian 矩阵, 则 $(\text{Im}(\mathbf{H}_k))^T = -\text{Im}(\mathbf{H}_k)$, $(\text{Re}(\mathbf{H}_k))^T = \text{Re}(\mathbf{H}_k)$, 且 $\text{Im}(\mathbf{H}_k)$ 近似为 0, 则 $\text{Re}(\mathbf{H}_k)$ 可改写为:

$$\text{Re}(\mathbf{H}_k) = S \frac{(2\pi f_k)^{-2q}}{[(\beta_k^2 - 1)^2 + (2\zeta\beta_k)^2]^2} = SD_k \quad (20)$$

$$D_k = \frac{(2\pi f_k)^{-2q}}{(\beta_k^2 - 1)^2 + (2\zeta\beta_k)^2} \quad (21)$$

比较式(12)和式(20)可以得到,

$$\mathbf{C}_k = \frac{1}{2} (SD_k + S_e) \mathbf{I}_2 \quad (22)$$

将式(22)、(20)代入式(17)得到,

$$L(\boldsymbol{\theta}) = -N_f \ln 2 + \sum_k [\ln(SD_k + S_e) + \mathbf{Z}_k^T (SD_k + S_e)^{-1} \mathbf{Z}_k] \quad (23)$$

式中, N_f 为所选频带内短时傅里叶变换所对应的点数。

综上, f, ζ, S, S_e 的 MPV 可以通过对式(23)进行无约束优化求得。

1.4 模态参数的后验不确定性

后验模态参数的协方差矩阵等价于对数似然函数的 Hessian 矩阵的逆矩阵。 $L(\boldsymbol{\theta})$ 的 Hessian 矩阵可表达为:

$$\mathbf{H}_L = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial f^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial f \partial \zeta} & \frac{\partial^2 L}{\partial f \partial S} & \frac{\partial^2 L}{\partial f \partial S_e} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \zeta \partial f} & \frac{\partial^2 L}{\partial \zeta^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \zeta \partial S} & \frac{\partial^2 L}{\partial \zeta \partial S_e} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial S \partial f} & \frac{\partial^2 L}{\partial S \partial \zeta} & \frac{\partial^2 L}{\partial S^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial S \partial S_e} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial S_e \partial f} & \frac{\partial^2 L}{\partial S_e \partial \zeta} & \frac{\partial^2 L}{\partial S_e \partial S} & \frac{\partial^2 L}{\partial S_e^2} \end{bmatrix} \quad (24)$$

在 $L(\boldsymbol{\theta})$ 中模态参数 $\boldsymbol{\theta} = [f, \zeta, S, S_e]$ 的后验不确定性可由变异系数^[14]衡量。

1.5 高信噪比的计算方法

为了进行高信噪比情况下的参数识别, 记 $\gamma_k = SD_k/S_e$, γ_k 为在频率 f_k 处的信噪比, 同时, 在指定的频带内, 考虑 S_e/SD_k 为小量, 则有:

$$(1 + S_e/SD_k)^{-1} \approx -S_e/SD_k + 1 \approx 1 \quad (25)$$

将式(25)代入式(23)得到:

$$L(\boldsymbol{\theta}) = -N_f \ln 2 + \sum_k [\ln(SD_k + S_e) + \mathbf{Z}_k^T (SD_k)^{-1} \mathbf{Z}_k] \quad (26)$$

通过对式(23)进行无约束求解, 即可得到 f, ζ, S, S_e 的 MPV, 结合式(24)所确定的后验协方差矩阵, 通过变异系数可衡量模态参数 MPV 的不确定性。同时, 在对位移响应信号进行短时傅里叶变换时, 通过功率谱估计获得自振频率 f 的初值, 以降低计算量。

1.6 计算步骤

综上所述, 所提的 FBST 识别方法可以归结为以下的流程:

1) 在所选的频率带宽内, 利用数字信号带通滤波器对原始信号进行带通滤波。

2) 利用时域分解技术, 通过式(1)、(2)将原始响应信号解耦为单自由度单模态响应信号。

3) 对解耦后单自由度单模态响应信号利用高斯窗函数进行短时傅里叶变换, 得到任意时刻 t_i 下的短时傅立叶变换的实部和虚部, 也即 \mathbf{Z}_k , 其中窗函数的宽度应使时频分辨率满足式(6)的要求且符合实际需要。

4) 对式(23)进行无约束数值优化, 或在高信噪比的情况下通过对式(26)进行无约束寻优, 可确定模态参数的 MPV。

5) 通过式(24)计算对数似然函数的 Hessian 矩阵, 对 Hessian 矩阵取逆得到后验模态参数的协方差矩阵。

6) 将模态参数的 MPV 代入协方差矩阵, 通过变异系数衡量模态参数的后验不确定性。

2 数值算例验证

为了检验 FBST 方法的有效性, 构造模拟了具有不同阻尼和频率时变特征的信号, 并分别应用该方法进行识别。

2.1 阻尼和频率稳定信号

构造典型的三自由度响应信号 $x(t)$, 其表达式如下:

$$x(t) = \sum_{i=1}^3 A_i e^{-2\pi\zeta_i f_i t} \cos(2\pi \sqrt{1 - \zeta_i^2} f_i t - \phi_i) \quad (27)$$

式中, $A_1 = A_2 = A_3 = 1$, $\zeta_1 = 0.005$, $\zeta_2 = 0.010$, $\zeta_3 = 0.015$, $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 0$, $f_1 = 2 \text{ Hz}$, $f_2 = 5 \text{ Hz}$, $f_3 = 8 \text{ Hz}$ 。

取采样频率 $f_s = 500 \text{ Hz}$, 采样时间为 50 s , 图 1 中给出了模拟信号 $x(t)$ 的时程曲线和功率谱。

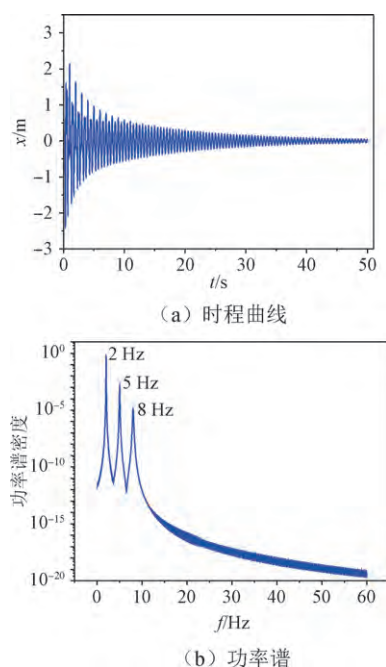


图 1 模拟信号 $x(t)$ 时频曲线

Fig. 1 Time-frequency curve of simulated signal $x(t)$

利用第 1 节中 FBST 方法识别得到模拟信号 $x(t)$ 的前 3 阶频率 f 与阻尼比 ζ 如图 2 所示, 从图中可看出, 识别结果与理论值吻合较好。

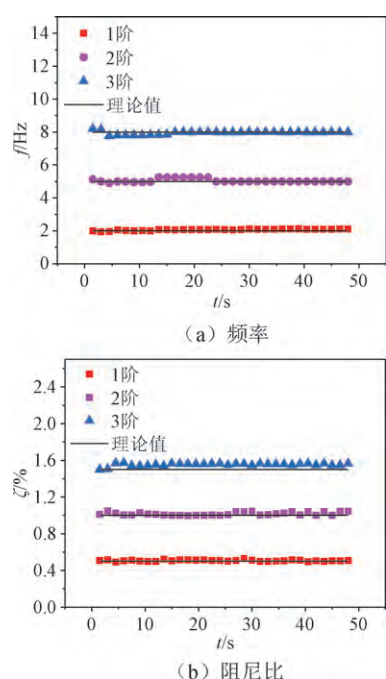


图 2 模拟信号 $x(t)$ 阻尼和频率识别结果
Fig. 2 Identified damping ratio and frequency of simulated signal $x(t)$

2.2 频率时变信号

为验证 FBST 方法对于频率时变信号识别的准确性, 通过正弦函数构造频率时变的响应信号 y_{ns} , 其表达式为

$$y_{ns} = 10 \sin[2\pi(0.001t^{1.2} + 10)t] \quad (28)$$

该响应信号频率的理论值 f_{ns} 为

$$f_{ns} = 0.002 \cdot 2t^{1.2} + 10 \quad (29)$$

在信号中添加 5% 的噪声, 采样频率为 50 Hz , 采样时长为 150 s 。图 3 中给出了频率时变响应信号时频特性, 分析图 3 可知, 响应信号的频率理论值随着时间的增长由 10 Hz 增加至 11 Hz 。利用 FBST 方法识别出的频率值与理论值随时间的变化对比如图 4 所示, 可见识别结果与理论值较为一致。

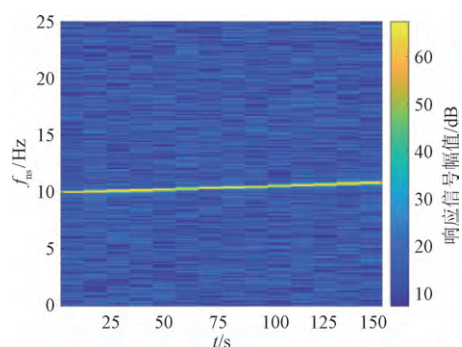


图 3 频率时变模拟信号时频特性

Fig. 3 Time-frequency characteristic of simulated signal with time-varying frequency

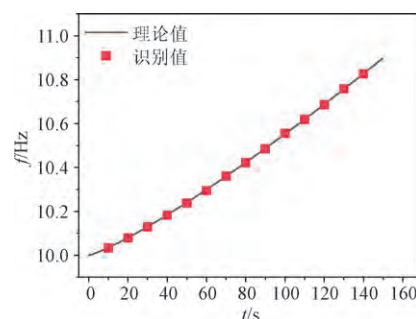


图 4 时变信号频率识别结果与理论值对比

Fig. 4 Comparison of identified time-varying frequency and corresponding theoretical result

2.3 阻尼时变信号

为了得到阻尼比时变情况下 FBST 方法的识别效果, 构造阻尼比时变的振动响应信号, 如下式所示:

$$x_1(t) + 2\pi f \zeta_1(t) x_1(t) + (2\pi f)^2 x_1(t) = p(t) \quad (30)$$

式中, $p(t)$ 为外部激励荷载。

该信号阻尼比理论值为

$$\zeta_1(t) = 0.01 + 0.002t \quad (31)$$

取采样频率为 312.5 Hz,采样时长为 32 s。得到阻尼比时变信号时程如图 5 所示,其中 $f=5$ Hz。利用 FBST 方法识别出的阻尼比与理论值随时间的变化对比如图 6 所示。由图 6 可知,阻尼比识别结果与理论值较为一致,误差均在 5% 以内,表明 FBST 方法对阻尼比时变信号识别的有效性。

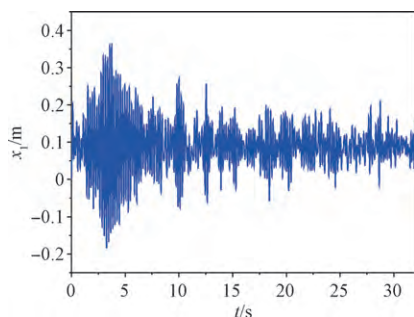


图 5 阻尼比时变信号时程曲线

Fig. 5 Time history of simulated signal with time-varying damping ratio

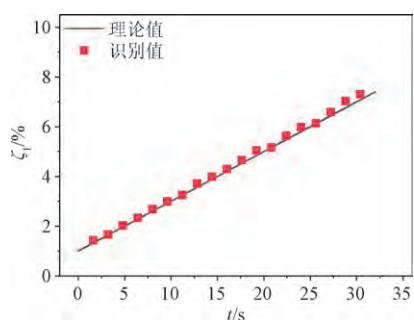


图 6 阻尼比时变信号识别结果与理论值对比

Fig. 6 Comparison of identified time-varying damping ratio and corresponding theoretical result

3 FBST 方法的工程应用

为进一步研究 FBST 方法在不同工程背景下对结构动力特性参数的识别效果,分别针对大跨度柔性光伏支架结构的气弹试验数据和某高层建筑的实测加速度响应数据进行分析。

3.1 大跨度柔性光伏支架

以某跨度和高度分别为 15.3 m 和 3.6 m 的大跨度柔性光伏支架结构为研究对象,开展了缩尺气弹模型风洞试验。该原型结构包含 2 根施加有 120 kN 预张力的钢拉索,拉索截面积为 280 mm²,弹性模量约为 200 GPa,其上平铺有 7 块标准光伏组件,每块组件尺寸为 2 000 mm × 1 000 mm × 40 mm,预应力拉索两端固定在两侧的 4 根刚性立柱上。气弹模型几何缩尺比选为 1:10,根据几何相似、Froude 数相似以及

弹性参数相似的要求进行设计,如图 7 所示。其中光伏板采用木材模拟,根据拉伸刚度相似原则,拉索采用高强钢丝模拟(弹性模量为 206 GPa),并对其施加 120 N 的初始预张力。本次试验中采用了均匀湍流风场,风速约为 10 m/s,湍流度为 10%。试验过程中利用激光位移计同步测得跨中和 1/4 跨度处的位移响应时程,采样频率为 1 500 Hz,风向角 15° 下每测点采集 50 000 个数据。

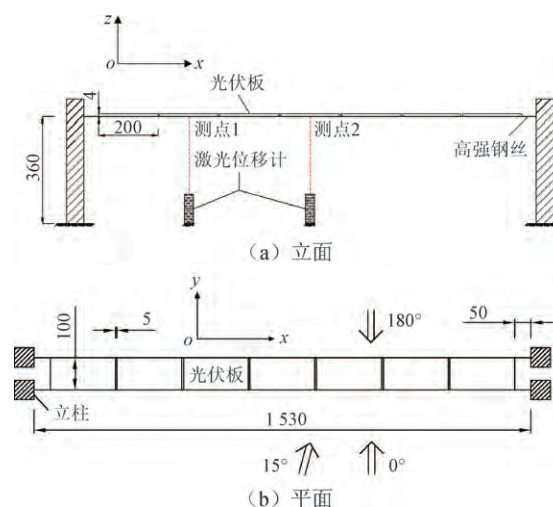


图 7 气弹试验模型构造及尺寸示意

Fig. 7 Sketch of configuration and geometry dimensions of aeroelastic model

图 8 中给出了风向角 15° 下测点 1、2 的位移响应时程。采用谱分析法获得位移响应信号功率谱估计,如图 9 所示。由图 9 可知,测点 1、2 响应信号均有明显的 3 阶共振峰,其对应的前 3 阶频率近似为 12、24 Hz 与 39 Hz,且在各阶频率附近出现明显的窄带。

由于大跨柔性光伏结构刚度较小,在风荷载作用下产生的气动弹性效应会使得位移响应信号呈现非平稳特征。利用轮次检测法^[26]对测点 1、2 的位移响应信号的平稳性进行辨识。在显著性水平 $\alpha=0.05$ 时,测点 1、2 位移响应信号的统计量 $|Z|$ 值分别为 5.91 和 8.33,均大于 1.96,由此可知测点 1、2 的位移响应信号均表现出非平稳特征。

为了考察上述响应信号产生的结构模态参数的时变特征,利用 FBST 方法识别得到大跨柔性光伏支架竖向前 3 阶模态随时间变化的频率和阻尼比,其中窗函数时间长度为 2 s,频率分辨率取为 0.5 Hz,时间分辨率为 1 s。同时,为了说明 FBST 方法与传统时变模态参数方法的差异,利用文献[22,27]中所提基于连续小波变换的非平稳信号识别方法(CWT 方法)以及文献[28]中的经典的 Hilbert-Huang 变换(HHT)方法,对上述气弹模型的竖向前 3 阶模态频

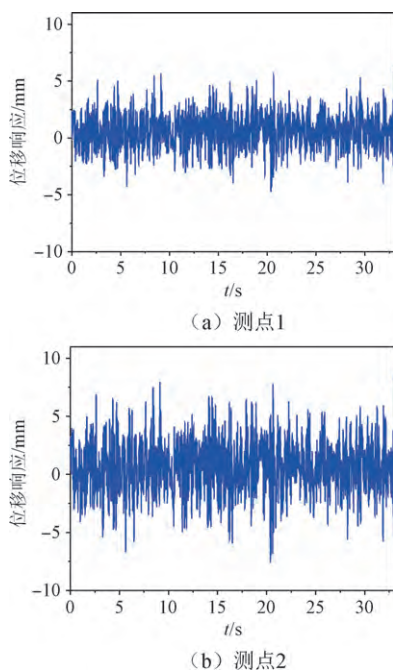


图8 气弹试验模型位移响应时程
Fig. 8 Time-history of displacement response of aeroelastic model

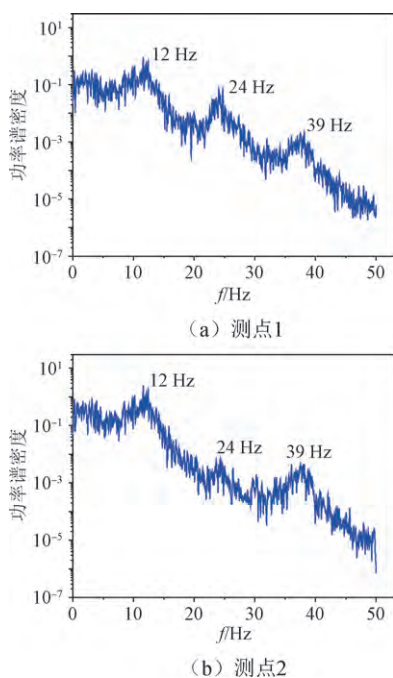


图9 气弹试验模型功率谱估计
Fig. 9 Estimation of power spectrum of aeroelastic model

率和阻尼比进行识别。图 10、11 中给出了利用上述 3 种方法识别得到的结构阻尼比和频率随时间的变化。由图 10、11 可见,由于结构的非线性特征和气动敏感性,风振时结构的频率和阻尼具有时变特征。相比结构频率的识别结果,FBST 方法识别得到的结构阻尼比存在较大的变异区间。这是由于

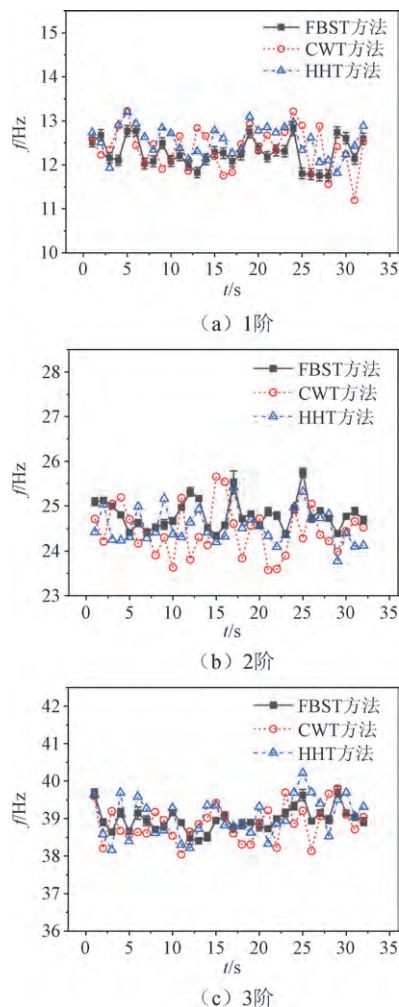


图10 气弹试验模型频率识别结果
Fig. 10 Identified frequency of aeroelastic model

受到环境噪声和解耦技术等的影响,使阻尼比识别更加复杂。

经典的 EMD-Hilbert 方法^[29] (EMD 方法) 首先由经验模态分解法获得反映低阶频率的本征模函数,随后应用 Hilbert 变换对获得的信号自由衰减曲线进行处理从而识别信号的模态参数。该方法可以从整体上评价信号时程的频率和阻尼特性,但无法反映其时变特征。为了进一步比较不同方法识别结果的有效性,利用 EMD 方法识别出气弹模型的竖向前 3 阶阻尼比和频率,并与 FBST 方法、CWT 方法和 HHT 方法的识别结果的均值进行对比,如表 1 所示,表中 \bar{f} 、 $\bar{\zeta}$ 为频率、阻尼比均值。由表 1 可见,3 种方法识别出的频率均值结果较为一致,前三阶频率基本都在 12.3、24.5 Hz 以及 38.9 Hz 附近。而阻尼比均值结果略有差异,如不同方法识别得到的最小和最大 1 阶阻尼比分别为 0.99 和 1.35,表明阻尼比识别的不确定性较大,这一点由表 1 中 FBST 方法阻尼识别结果具有较大的变异系数(超过 20%)也可以说明。

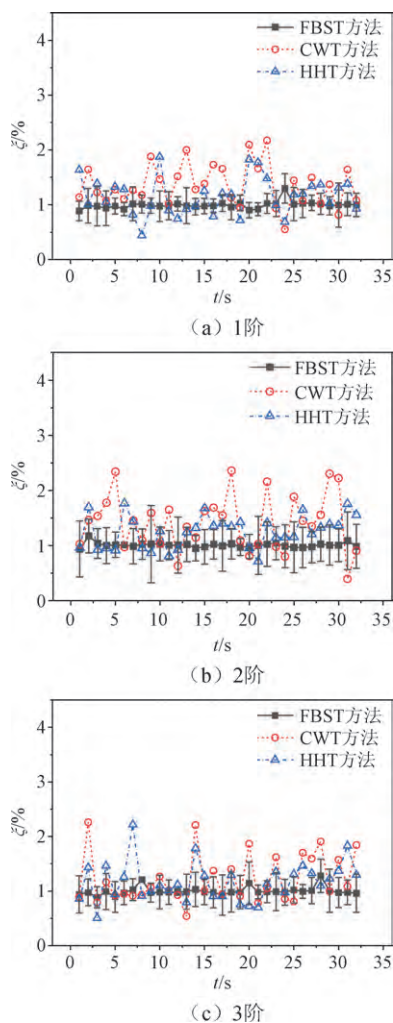


图 11 气弹试验模型阻尼比识别结果

Fig. 11 Identified damping ratio of aeroelastic model

表 1 不同方法的模态参数识别结果对比 (大跨支架)

Table 1 Comparison of identified modal parameters between different methods (large-span support structure)

方法	\bar{f}/Hz			$\bar{\zeta}/\%$		
类型	1 阶	2 阶	3 阶	1 阶	2 阶	3 阶
EMD	12.26	24.52	38.38	1.29	1.22	1.17
FBST	12.27 (0.88%)	24.80 (0.29%)	38.97 (0.25%)	0.99 (21.68%)	1.37 (26.32%)	1.02 (26.03%)
CWT	12.38	24.44	38.88	1.35	1.41	1.22
HHT	12.55	24.54	39.05	1.16	1.25	1.17

注: 括号中数值为 FBST 方法识别结果的变异系数均值。

3.2 某高层建筑结构

为进一步说明 FBST 方法对不同结构响应识别的有效性, 分别利用 FBST 方法、CWT 方法和 HHT 方法对台风作用下某高层建筑结构的模态参数进行识别。在该大楼顶层角部和中心设置加速度测点, 测点布置和结构的具体参数见文献[30], 该高层结构 X 向振动 1 阶频率约为 0.205 Hz, 实测数据的采样频率为 20 Hz, 采样时间为 3 000 s。测得某次台风作用

下结构 X 向实测加速度响应 a 时程, 如图 12 所示。利用轮次检测法计算得到在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 时, 角部测点和中心测点加速度响应信号的统计量 $|Z|$ 值均为 2.65, 大于 1.96。可见, 该结构的 X 向加速度响应信号均表现出弱非平稳特征。

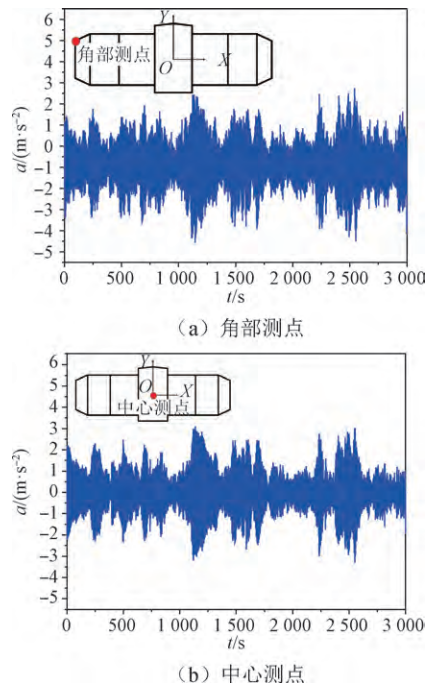


图 12 某高层建筑实测加速度响应时程

Fig. 12 Time-history of measured acceleration response of a high-rise building

图 13 中给出了 FBST 方法、CWT 方法和 HHT 方法识别得到的结构 X 向 1 阶频率和阻尼比随时间的变化结果, 其中 FBST 方法中窗函数时间长度取为 60 s, 频率分辨率为 1/120 Hz, 时间分辨率为 60 s。由图 13 可见, 台风作用下高层结构的频率和阻尼时变特征不显著, 表明该大楼的风振加速度响应信号近似平稳过程。3 种方法识别结果接近。表 2 中给出了 EMD 方法、FBST 方法、CWT 方法和 HHT 方法识别得到的该高层建筑的 1 阶模态参数均值的对比。由表 2 可知, 不同方法识别出的该高层建筑结构的频率和阻尼比均值结果较为接近, 分别在 0.21 和 0.76 附近。

表 2 不同方法的 1 阶模态参数识别结果对比 (高层建筑)

Table 2 Comparison of identified modal parameters between different methods (high-rise building)

方法类型	\bar{f}/Hz	$\bar{\zeta}/\%$
EMD	0.21	0.77
FBST	0.20 (0.68%)	0.77 (16.20%)
CWT	0.21	0.75
HHT	0.21	0.74

注: 括号中数值为 FBST 方法识别结果的变异系数均值。

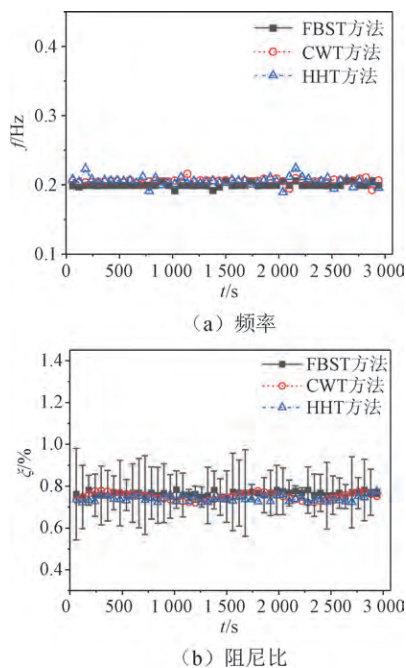


图 13 某高层建筑 X 向频率和阻尼比识别结果
Fig. 13 Identification results of frequency and damping ratio in X direction for a high-rise building

通过分析两种不同工程结构动力特性参数的识别结果可知,前述 FBST 方法、CWT 方法和 HHT 方法在时变频率识别上具有良好的相似性。对于非平稳的响应(如大跨柔性支架),3 种方法的阻尼比识别结果变化范围相似,但数值有一定的差异;而对于近似平稳(或弱非平稳)的信号(如高层建筑),3 种方法识别的阻尼值相差不大。但相比 CWT 方法和 HHT 方法,FBST 方法可以给出识别结果的变异系数,即不确定性。

4 结论

1) 提出了基于短时傅里叶变换的快速贝叶斯模态识别(FBST)方法。利用短时傅里叶变换得到的时频特性可以反映出在环境激励下模态参数的时域特征,同时引入时域分解(TDD)将多模态多自由度响应信号解耦为单自由度单模态响应信号,理论上简化了计算过程。

2) 采用基于短时傅里叶变换的快速贝叶斯模态参数识别方法,可以解决传统傅里叶变换无法反应结构时域信息的缺点。而相比传统的连续小波变换方法和 Hilbert-Huang 变换方法,FBST 方法不仅可以获得模态参数最优估计值的时域特征,而且可以通过变异系数给出识别结果的不确定度。

3) 对高层建筑的弱非平稳风振加速度响应,连

续小波变换方法、Hilbert-Huang 变换方法以及 FBST 方法的识别结果较为一致,且识别出的频率和阻尼比的时变特性不显著。而对非平稳性较明显的大跨支架响应数据,连续小波变换方法、Hilbert-Huang 变换方法以及 FBST 方法对时变频率的识别结果较为一致,但阻尼比的识别结果存在一定差异。FBST 方法显示阻尼比识别结果变异系数较大。

参 考 文 献

- [1] YUEN K V, KATAFYGIOTIS L S. Bayesian fast Fourier transform approach for modal updating using ambient data[J]. *Advances in Structural Engineering*, 2003, 6(2):81-95.
- [2] YUEN K V, KATAFYGIOTIS L S. Bayesian time-domain approach for modal updating using ambient data [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2001, 16 (3):219-231.
- [3] YUEN K V, KATAFYGIOTIS L S, BECK J L. Spectral density estimation of stochastic vector processes [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2002, 17 (3): 265-272.
- [4] YUEN K V, KATAFYGIOTIS L S. Bayesian methods for structural dynamics and civil engineering[M]. New York: John Wiley&Sons,Ltd, 2010.
- [5] AU S K. Fast Bayesian FFT method for ambient modal identification with separated modes [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2011, 137(3):214-226.
- [6] AU S K. Fast Bayesian ambient modal identification in the frequency domain: part I: posterior most probable value[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012,26:60-75.
- [7] AU S K. Fast Bayesian ambient modal identification in the frequency domain: part II: posterior uncertainty[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 26: 76-90.
- [8] AU S K, ZHANG F L, NI Y C. Bayesian operational modal analysis: theory, computation, practice [J]. *Computers & Structures*, 2013, 126:3-14.
- [9] NI Y C, ZHANG F L. Uncertainty quantification in fast Bayesian modal identification using forced vibration data considering the ambient effect[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 148:107078.
- [10] 韩建平, 郑沛娟. 环境激励下基于快速贝叶斯 FFT 的实桥模态参数识别[J]. *工程力学*, 2014,31 (4): 119-125. (HAN Jianping, ZHENG Peijuan. Modal parameter identification of an actual bridge by fast Bayesian FFT method under ambient excitation [J]. *Engineering Mechanics*, 2014, 31 (4): 119-125. (in Chinese))
- [11] 黄铭枫, 吴承卉, 徐卿, 等. 基于实测数据的某高层

- 建筑结构动力参数和气动阻尼识别[J]. 振动与冲击, 2017, 36(10):31-37. (HUANG Mingfeng, WU Chenghui, XU Qing, et al. Structural dynamic and aerodynamic parameters identification for a tall building with full-scale measurements[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(10):31-37. (in Chinese))
- [12] 黄鑫. 随机子空间识别和贝叶斯模态分析方法的应用研究[D]. 杭州:浙江大学, 2020. (HUANG Xin. Research on applications of stochastic subspace identification and Bayesian modal analysis method[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2020. (in Chinese))
- [13] XIA Q, TIAN Y D, CAI D X, et al. Structural flexibility identification and fast-Bayesian-based uncertainty quantification of a cable-stayed bridge[J]. Engineering Structures, 2020, 214:110616.
- [14] NI Y C, ALAMDARI M M, YE X W, et al. Fast operational modal analysis of a single-tower cable-stayed bridge by a Bayesian method[J]. Measurement, 2021, 174:109048.
- [15] 吴杰, 徐洪俊, 张其林. 模态识别的 Bayesian TDD-FFT 法及其应用[J]. 振动与冲击, 2019, 38(15):142-148. (WU Jie, XU Hongjun, ZHANG Qilin. Bayesian TDD-FFT method for modal identification and its application[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(15):142-148. (in Chinese))
- [16] 徐洪俊, 吴杰, 张锦东, 等. 参数识别的改进 Bayesian TDD-FFT 方法及其应用[J]. 建筑结构学报, 2022, 43(3):203-211. (XU Hongjun, WU Jie, ZHANG Jindong, et al. Improved Bayesian TDD-FFT method for parameter identification and its application[J]. Journal of Building Structures, 2022, 43(3):203-211. (in Chinese))
- [17] 乌建中, 陶益. 基于短时傅里叶变换的风机叶片裂纹损伤检测[J]. 中国工程机械学报, 2014, 12(2):180-183. (WU Jianzhong, TAO Yi. STFT-based crack detection on wind turbine blades[J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2014, 12(2):180-183. (in Chinese))
- [18] 胡振邦, 许睦旬, 姜歌东, 等. 基于小波降噪和短时傅里叶变换的主轴突加不平衡非平稳信号分析[J]. 振动与冲击, 2014, 33(5):20-23. (HU Zhenbang, XU Muxun, JIANG Gedong, et al. Analysis of non-stationary signal of a sudden unbalanced spindle based on wavelet noise reduction and short-time Fourier transformation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(5):20-23. (in Chinese))
- [19] 陈学军, 杨永明. 基于经验小波变换的振动信号分析[J]. 太阳能学报, 2017, 38(2):339-346. (CHEN Xuejun, YANG Yongming. Analysis of vibration signals based on empirical wavelet transform [J]. Acta Energiae Solaris Sinica, 2017, 38(2):339-346. (in Chinese))
- [20] 王超, 朱宏平, 艾德米. 基于同步挤压小波变换的结构时变参数识别[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2017, 45(11):46-50. (WANG Chao, ZHU Hongping, AI Demi. Structural time-varying parameter identification based on synchrosqueezed wavelet transform [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2017, 45(11):46-50. (in Chinese))
- [21] 王立岩, 李东升, 李宏男. 基于 HHT 的非线性振动系统参数识别研究[J]. 工程力学, 2017, 34(1):28-32. (WANG Liyan, LI Dongsheng, LI Hongnan. Parameter identification of nonlinear vibration systems based on the Hilbert-Huang transform[J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(1):28-32. (in Chinese))
- [22] 程正国. 建筑结构模态参数的时频分析研究[D]. 武汉:武汉理工大学, 2020:10-22. (CHENG Zhengguo. Study on modal parameters of building structure by time time-frequency analysis[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2020:10-22. (in Chinese))
- [23] 钟军军, 董聪. 环境激励下识别结构模态自然激励-时域分解法[J]. 振动与冲击, 2013, 32(18):121-125. (ZHONG Junjun, DONG Cong. Natural excitation technique-time domain decomposition algorithm for structural modal identification under ambient excitations [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(18):121-125. (in Chinese))
- [24] 边海龙. 非平稳信号联合时频分析方法的若干问题研究与应用[D]. 成都:电子科技大学, 2008:22-27. (BIAN Hailong. The research of some problems in nonstationary signals time-frequency joint analysis methods and application[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2008:22-27. (in Chinese))
- [25] 唐向宏, 李齐良. 时频分析与小波变换[M]. 北京:科学出版社, 2008:60-78. (TANG Xianghong, LI Qiliang. Time-frequency analysis and wavelet transform [M]. Beijing:Science Press, 2008:60-78. (in Chinese))
- [26] 时浩博. 基于环境激励的大跨悬索桥自振特性及气动阻尼识别[D]. 重庆:重庆交通大学, 2020:50-77. (SHI Haobo. Identification of natural vibration and aerodynamic damping of long-span suspension bridge based on ambient excitation [D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2020:50-77. (in Chinese))

(下转第 334 页)

- [26] ZAIMIS I, GIANNAKIS E, SAVAJDIS G. Generative design case study of a CNC machined nose landing gear for an unmanned aerial vehicle[J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2021, 1024(1): 012064.
- [27] NA H, KIM W. A study on the practical use of generative design in the product design process[J]. Archives of Design Research, 2021, 34(1): 85-99.
- [28] KHAN S, GUNPINAR E, SENER B. GenYacht: an interactive generative design system for computer-aided yacht hull design[J]. Ocean Engineering, 2019, 191: 106462.
- [29] OH S, JUNG Y, KIM S, et al. Deep generative design: integration of topology optimization and generative models[J]. Journal of Mechanical Design, 2019, 141(11): 1.4044229.
- [30] MAKSIMOV A, PETROFF R, KLYAVIN O, et al. On the problem of optimizing the door hinge of electro car by generative design methods[J]. International Journal of Mechanics, 2020, 14:119-124.
- [31] 牟唯嫣, 王春玲, 赵昕. 基于空间填充准则的交叉验证方法及其应用[J]. 系统科学与数学, 2020, 40(2): 382-388. (MU Weiyan, WANG Chunling, ZHAO Xin. A space filling-based cross-validation method and its applications [J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2020, 40(2): 382-388. (in Chinese))
- [32] KHAN S, AWAN M J. A generative design technique for exploring shape variations [J]. Advanced Engineering Informatics, 2018, 38:712-724.
- [33] DU W F, SUN Y, YANG M J. Bearing capacity of the cast-steel joint with branches under eccentric load[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2017, 135: 285-291.
- [34] 赵阳, 陈敏超, 王震. 面向增材制造的索杆结构节点拓扑优化设计[J]. 建筑结构学报, 2019, 40(3): 58-68. (ZHAO Yang, CHEN Minchao, WANG Zhen. Additive manufacturing oriented topology optimization of nodes in cable-strut structures[J]. Journal of Building Structures, 2019, 40(3): 58-68. (in Chinese))

(上接第 314 页)

- [27] 许畅. 时频联合分析及其在非平稳振动信号处理中的应用[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2016:37-50. (XU Chang. Joint time frequency analysis and their applications on nonstationary vibration processing[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016:37-50. (in Chinese))
- [28] 王学敏. 基于 Hilbert-Huang 变换的桥梁监测信号分析与处理和时变模态参数识别[D]. 长沙:中南大学, 2008:42-70. (WANG Xuemin. Monitoring signal analysis and processing for bridges and time-varying modal parameter identification based on Hilbert-Huang transform [D]. Changsha: Central South University, 2008:42-70. (in Chinese))
- [29] 孙旭峰, 董石麟. 索穹顶结构的气动阻尼识别[J]. 空气动力学学报, 2009, 27(2): 206-209. (SUN Xufeng, DONG Shilin. Identification of aerodynamic damping of the cable dome [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2009, 27(2): 206-209. (in Chinese))
- [30] HUANG M, XU Q, XU H, et al. Probabilistic assessment of vibration exceedance for a full-scale tall building under typhoon conditions [J]. The Structural Design of Tall and Special Buildings, 2018, 27(15): e1516.