

Problema 3.29 - Microrobots de la Universitat de Kakia

Solució 1

Sigui $C(i, j)$ el màxim nombre de robots destruïts entre t_i, \dots, t_n , assumint que hem premut el polsador a l'instant de temps t_{i-j} (en altres paraules, fa j instants de temps). Amb aquesta definició:

- L'objectiu del problema és calcular $C(1, 1)$.
- Els casos base són: $C(n+1, j) = 0, \forall j$
(no interpretables, només perquè sigui matemàticament correcte).
- Les solucions es calculen segons la següent recurrència:

$$C(i, j) = \max\{C(i+1, 1) + \min\{f(j), x_i\}, C(i+1, j+1)\}$$

Observeu que la primera component del màxim correspon al cas en què es prem el polsador a l'instant i , i la segona component correspon al cas en què no es prem.

La complexitat d'aquesta solució és $O(n^2)$ en temps i espai.

Solució 2

Sigui $C(j)$ el màxim nombre de robots destruïts entre t_0, \dots, t_j , assumint que hem premut el polsador a l'instant de temps t_j (en altres paraules, justament ara). Amb aquesta definició:

- L'objectiu del problema és calcular $C(n)$.
- Els casos base són: $C(1) = \min\{x_1, f(1)\}$.
- Les solucions es calculen segons la següent recurrència:

$$C(j) = \max_{1 \leq i < j} \{C(i) + \min\{x_j, f(j-i)\}\}$$

Observeu que la recurrència cerca l'últim punt anterior en el temps on també es va prémer el polsador.

La complexitat d'aquesta solució és $O(n^2)$ en temps, però $O(n)$ en espai.