

Arbre d'expansió és un subgraf de  $G$  que té tots els vertices i no té cicles i  $G$  es connecta

2.7. **(Bottleneck ST)** Un *bottleneck spanning tree*  $T$  d'un graf no dirigit i ponderat  $G = (V, E, w)$ , on  $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ , és un arbre d'expansió de  $G$  on el pes més gran és mínim sobre tots els arbres d'expansió de  $G$ . Diem que el valor d'un bottleneck spanning tree és el pes de la aresta de pes màxim a  $T$ .

(a) Demostreu la correctesa o trobeu un contraexemple pels enunciats següents:

- Un *bottleneck spanning tree* és també un arbre d'expansió mínim. *Fals*
- Un arbre d'expansió mínim és també un *bottleneck spanning tree*. *Cert*

(b) Doneu un algorisme amb cost  $O(|V| + |E|)$  que donat un graf  $G$  i un enter  $b$ , determini si el valor d'un bottleneck spanning tree és  $\leq b$ .



2. Cert, Suposem que és Fals, llavors hi ha una aresta més petita al BFS  
 $\Rightarrow$  l'aresta màxima a  $T$  ha de tenir un grau menor  $\Rightarrow$   $T$  és més petit  $\Rightarrow T$  no és un MST ja que

b) Fem un recorregut sobre les arestes de  $G$  i descartem les de pes  $> b$  <sup>l'èst menys pes</sup>  
 després fem DFS, cost total =  $O(m + 2m) = O(m + m)$

fem BFS on per cada aresta comprovem que  $\leq b$ , si no es compleix