

清华大学

综合论文训练

题目：EAST 托卡马克上多种三维扰动磁场对等离子体边界磁拓扑影响的协同优化模拟研究

系 别：工程物理系

专 业：工程物理专业

姓 名：魏文崟

指导教师：梁云峰 教授

联合指导教师：高 喆 教授

2020年6月4日

关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解清华大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留学位论文的复印件，允许该论文被查阅和借阅；学校可以公布该论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存该论文。

(涉密的学位论文在解密后应遵守此规定)

签 名：_____ 导师签名：_____ 日 期：_____

中文摘要

本课题来自目前的先进托卡马克位型所面临的现实问题，尽管参数优良的 H-mode 等离子体使得聚变达到所需参数目标有了更大的可能性，但同时也带来了新的问题。H-mode 下等离子体边界高压力梯度和强电流密度蕴含的自由能，引起了边界局域模不稳定性。边界局域模会引起热负荷和粒子流强出现近似周期性的脉冲峰值，而这在 DEMO 堆中是不被允许的。

为了抑制边界局域模，EAST 上先后测试了共振磁扰动线圈 RMP、高 m 线圈和低杂波驱动的螺旋电流丝，这三种扰动场产生机制有所差异，产生的效果也不尽相同。为了使扰动场相互配合达到最优的弱化乃至抑制边界局域模的效果，对它们在等离子体边界造成的扰动场协同作用的研究是很有必要的。**(1) 低 n 线圈**，一般称为 RMP 线圈，布置在腔内，它激发出环向模数为 $n = 1, 2$ 的扰动场在 EAST，DIII-D 等托卡马克装置上验证了其抑制边界局域模的效应。**(2) 高 m 线圈**，是 EAST 团队近两年实验中的线圈，在等离子体环外加上一组四个的线圈，它的特征是扰动场环向模数 n 分布较宽，极向模数 m 较高，由于一组高 m 线圈只分布在一个极向截面处，扰动场的局域性很强。**(3) 低杂波驱动的螺旋电流丝**，电流丝的具体物理机制还不甚明晰，但其亦能调节边界磁拓扑。由于低杂波天线不像共振磁扰动线圈在腔内易受到损坏且激发出的螺旋电流丝紧靠边界，它有望在 DEMO 堆及日后的商业堆中灵活地调节磁拓扑结构。

第二章便进入本文主体，线圈之间如何配合以能够对等离子体施加合适的磁扰动场，为此对磁扰动场径向分量在边界附近的磁面 Fourier 分析得到的磁谱 \tilde{b}_{mn}^1 和 Poincaré 图是必要的。这一章的主体是通过扰动场之间的配合达到较好的抑制 ELM 及保持芯部等离子体较好约束的效果。进一步在第三章中将讨论不同扰动场的配置下第一壁材料上的热负荷和粒子流分布。尽管主要依赖于对 ELM 的抑制效果来选择磁扰动场，但基于扰动场的热负荷优化分布或时间调制能够给出了一种新的调节视角。

关键词：扰动场；边界局域模；共振磁扰动；高 m 线圈；低杂波；螺旋电流丝；螺旋辐射带

ABSTRACT

The thesis discusses the realistic problem confronted by advanced tokamaks research. Though better confinement is obtained with H-mode plasma than L-mode , which makes it possible to achieve the threshold acquired by the fusion energy, new problems are also coming. The free energy stored in the high pressure gradient and strong current density in the edge of confined plasma induces edge localized mode (ELM) instability. ELM may cause too intense transient pulses of heat load and particle flux to sustain, which is not allowable in future tokamaks.

In order to realize ELM suppression, multiple varieties of perturbation fields have been tested in EAST, *i.e.* resonant magnetic perturbation coils, high m coils and helical current filaments induced by lower hybrid wave. Each of these approaches has advantages and disadvantages. It is necessary to research on the collaborative effect if an optimal ELM suppression effect is anticipated. **(1) Low n coils**, also known as RMP coils, are distributed inside the vessel to stimulate the perturbant field with dominant toroidal mode number $n = 1, 2$. Its effect to mitigate or suppress ELM is verified in EAST , DIII-D tokamaks *etc..* **(2) High m coils** are under design by EAST team in these two years. Normally four coils are imposed in one poloidal crosssection $\phi = \text{const.}$ with various theta. High m coils have the characteristics that perturbant spectrum distribute widely in toroidal mode number n while relatively high in poloidal mode number m . **(3) Helical current filaments(HCFs)** induced by lower hybrid waves(LHW). LHW is originally designed to drive core plasma current by Landau damping, but experimental evidence shows that there exists helical current filaments in the scrape-off layer (SOF) while LHW system switches on. Because of the fact that LHW antennas are shielded by limiters, therefore not easy to be damaged, and HCFs are close to the plasma edge, it has the potential to modify the magnetic topology near the edge of plasma flexibly in DEMO and next-generation tokamaks.

Appropriate collaborative coils setup are discussed in chapter two to exert the suitable perturbation field on the plasma, in which the Fourier spectrum \tilde{b}_{mn}^1 of the radial component of perturbation field near the edge of plasma and Poincaré plots are nec-

essary to analyze the topology. How to acquire a satisfactory perturbant result, *i.e.* suppress ELM and sustain well confinement of plasma, constitutes the main content of chapter two. Furthermore, the heat load distribution patterns of various perturbant field combinations are analyzed in chapter three. Though we mainly rely on the ELM suppression effect to alter perturbant recipes, the possibility of adjustment of heat load distribution is considered to provide another perspective on the perturbant field. For next generation tokamaks, H-mode plasma causes unaffordable heat flux and particle flux pulses to the plasmas-facing components, for which schemes to adjust the heat pattern are required.

Keywords: magnetic perturbation field; edge localized mode (ELM); resonant magnetic perturbation (RMP), high m coil; lower-hybrid (LH); helical current filament (HCL); helical radiation belt (HRB)

目 录

第 1 章 介绍	1
1.1 托卡马卡及 EAST	1
1.2 磁流体不稳定性	1
1.3 边界局域模	2
1.4 扰动场	3
1.4.1 RMP 线圈	4
1.4.2 高 m 线圈	4
1.4.3 低杂波驱动的螺旋电流丝	5
1.5 主要目标	6
第 2 章 扰动场协同优化	9
2.1 扰动场谱分析	9
2.1.1 计算共振分量	9
2.1.2 估计磁岛宽度及 Chirikov 参数	10
2.2 共振扰动分析及优化	11
2.2.1 优化函数	12
2.3 ERGOS 重构	13
2.4 扰动场协同模拟结果	15
2.4.1 三者扰动场共同作用	15
2.4.2 RMP 线圈与高 m 线圈扰动场共同作用	17
第 3 章 扰动场作用下的热负荷分析	21
3.1 热分布的优化理论	21
3.2 扰动场作用下的热负荷分布调整	22
3.2.1 单个扰动场造成的热负荷分布特征	22
3.2.2 扰动场协同造成的热负荷分布特征	22
3.3 小结	22
第 4 章 总结	23
4.1 单一扰动场	23

4.2 扰动场协同	23
4.3 对实验参数的优化指导	23
4.4 展望	23
4.4.1 有限体积法	23
4.4.2 有限元、有限体积法	24
插图索引	26
表格索引	28
公式索引	29
参考文献	30
致 谢	31
声 明	32
附录 A 外文资料的调研阅读报告及书面翻译	33

主要符号对照表

(R, ϕ, Z)	磁约束聚变常用柱坐标
κ	热导率或者等离子体延伸率，视其上下文而定。
$q, \vec{q}, \vec{q} $	\vec{q} 表示热流强度, $ \vec{q} $ 表其幅值, q 本文中均表示安全系数
δ	三角变形系数 triangularity
a, R_0	托卡马克装置小半径、大半径
ϵ	环径比 = a/R_0 aspect ratio
ELM	边界局域模 Edge Localized Mode
RMP	共振扰动场线圈 Resonant Magnetic Perturbation
ICRH	离子回旋共振加热 Ion Cyclotron Resonance Heating
ITER	国际热核聚变实验堆计划 International Thermonuclear Experimental Reactor
DEMO	示范聚变堆 DEMOnstration power plant
SOL	刮削层 scrape-off layer
HRB	螺旋辐射带 Helical Radiation Belt
HCF	螺旋电流丝 Helical Current Filament

第 1 章 介绍

1.1 托卡马卡及 EAST

EAST (Experimental Advanced Superconducting Tokamak 实验先进超导托卡马克) 作为世界首个全超导托卡马克，多项参数取得领先，位于合肥等离子体物理研究所。

表 1.1 EAST 设计参数

参数		参数	
R 大半径	1.7 m	a 小半径	0.4 m
B_t 环向中心磁感应强度	3.5 T	环径比 R/a	4.25
等离子体电流 I_p	0.5 MA	δ 三角形变系数	

1.2 磁流体不稳定性

磁流体不稳定性高度依赖于其边界磁面的螺旋形态，而为了阐述磁面的螺旋度，旋转变换的相关知识是必需的。旋转变换 (rotational transform, 本质上是磁面磁力线螺距角) 的定义是磁力线绕环向方向转一圈时极向绕小半径转的圈数。假如磁面是互相嵌套的话，旋转变换率在磁面上的平均值由极向磁通随环向磁通的变化率决定。 $\nu/2\pi = d\Psi/d\Phi$ 。

但托卡马克中，其倒数 安全因子 却更常被使用， $q = 2\pi/\nu$ 。在截面圆形，主要由等离子体电流产生极向场的托卡马克中磁力线的方程近似满足 $\frac{rd\theta}{B_\theta} = \frac{Rd\phi}{B_\phi}$ ，其中 ϕ and θ 分别是环向角和极向角。于是在典型的托卡马克中， $q = m/n = \langle d\phi/d\theta \rangle$ 可以用 $q \simeq \frac{rB_\phi}{RB_\theta}$ 近似。如果磁面安全因子 $q \leq 2$ ，边界上会发生显著的磁流体不稳定性。

在带偏滤器的托卡马克中， q 在等离子体分界面某些部分趋近无穷，所以通常会考虑在分界面内侧的 q ，通常来说会选 95% 的磁面 (内部磁通占总环向磁通的 95%)，此时常用 q_{95} 来表示。

1.3 边界局域模

边界局域模 (Edge Localize Mode, ELM) 是一种在 H-mode 等离子体中存在的磁流体不稳定性，相比于 L-mode 等离子体，H-mode 等离子体边界密度梯度和温度梯度更为显著，当梯度达到阈值时，等离子体边界会间歇性地将能量和粒子从边界脉冲式地释放出去，周而复始。H-mode 最早在 ASDEX 托卡马克上被发现了，其特点在于边界压强梯度较大，从而形成台基区 (pedestal)。ELM 在 DIII-D 上得到了充分的研究，其分类很大程度上受到了 DIII-D 的影响，其提出的。不过 ELM 并不是完全不好，重复可控的边界局域模发生也可以帮助控制等离子体中的粒子存量。

边界局域模相关的理论难以给出能量和粒子损失速率的定量描述，于是便很难和实验的对比。可以比较的是实验观测到的时间尺度，例如，边界局域模的上升时间尺度，持续时间尺度以及在以及边界局域模重复频率的变化趋势，另外，边界局域模发生的径向范围可以用理论给出，而且可以和实验的发现进行一个对比。

从目前聚变等离子体中 ELM 现象来看，Zohm (1996) 将其清晰地划分为三种。

- *I型 ELM* 重复频率 ν_{ELM} 随着加热功率的增加而增加。在高温时，III型的 ELM 已经被抑制住了，此时理想气球模限制了可以达到的边界最大压力梯度 $\alpha/\alpha_{crit} \approx 1$ ，如果理想气球模耦合了一种低 n 的不稳定性（由于强边界电流密度，很有可能是一种类扭结的不稳定性），III型 ELM 就会发展起来。如果通过等离子体塑形可以使等离子体边界符合气球模的第二类稳定域，那么该类型 ELM 就会被抑制住，而此时对边界压力梯度的限制，就将由低 n 的磁流体不稳定性所决定。

ELM 在目前的实践中，没有显著的磁前兆振荡被检测到，不过这类 ELM 发生之前会有密度湍流波动的增强。这类不稳定性会使得 D_α 信号产生间断的剧烈爆发。

- *III型 ELM* 重复频率 ν_{ELM} 随着加热功率的增加而减小。在 L-H 转换之后，在边界的电子温度不太高的情况下，由于边界输运壁垒的存在，边界的压强梯度和电流密度变得更加强烈，构成了有阻磁流体不稳定的自由能的源头。但随着输入功率增高，足够高的温度使阻尼效应可忽略时，III型 ELM 会被抑制住。

可以通过赤道面的磁探针获得其前兆磁湍动，频率范围 $\nu_{\text{prec}} \approx 50 \text{ kHz} \sim 70 \text{ kHz}$ 。等离子体边界压力梯度显著低于理想气球模的极限，即 $0.3 \leq \alpha/\alpha_{\text{crit}} \leq 0.5$ 。

- *Dithering Cycles*, 振荡循环型在 L-H 转换过程中，由于 H-mode 功率的滞后而在阈值上下而往复的循环是有可能的。边界的压力和电流梯度和 L-mode 时类似，所以可以说，振荡周期型不是一种典型的磁流体不稳定性，而是一种 L-H-L 模转换连续发生的现象。

尽管受 ELM 复杂的非线性物理所限，这样的物理描述不能作为一种 ELM 的精确定义。但这种唯象的理解是基于实验观测到的结果，并且和目前对磁流体稳定性的分析相差不甚。

Loarte et al. (2003) 基于目前装置上实验参数的外推结果，ITER 上 I 型 ELM 可能会导致损失 $5 \sim 22 \text{ MJ}$ ，其中约一半分布在 $\sim 1 \text{ m}^2$ 壁上的热沉积范围 (Loarte et al., 2014)。壁材料瞬态接受的能量密度在 $2.5 \sim 11 \text{ MJ/m}^2$ ，是目前材料（钨或碳纤维材料）承受热负荷能力的 $5 \sim 20$ 倍。通过何种手段、能否弱化或是抑制 ELMs 成为了相当关键的一个问题，材料承受能力。由共振磁扰动 (RMP) 引起的边界随机场被认为可以抑制在等离子体边界周期性或拟周期性的破裂。

不过等离子体对扰动的响应往往会屏蔽掉 RMP 线圈施加的影响并且大大地降低磁场的随机程度 (Sun et al., 2016)，这使得通过 RMP 线圈有效可靠地抑制边界局域模 ELM 需要深入的研究。

目前学界对 ELM 的弱化和抑制之间的关键区别还不明晰，同时等离子体对 ELM 抑制的线性/非线性响应均有待探索。

1.4 扰动场

在聚变等离子体中用到的外加扰动场 (magnetic perturbation, MP) 是指螺旋形或鞍形线圈产生的量级为 $\delta B_r/\delta B_t = 10^{-5} \sim 10^{-3}$ 的磁场扰动。将外加磁扰动在磁面坐标系中进行二维 Fourier 运算，可以得到多个极向模数为 m ，环向模数为 n 的分量。其分布在 $q_{\min} < m/n < q_a$ 分量螺旋程度与安全因子为 $q_s = m/n$ 的有理面相同的螺旋度，从而可以实现通过共振效应对有理面上的不稳定性造成较大影响。因此，磁扰动中的这些分量特别地命名为共振磁扰动 (Resonant Magnetic Perturbation, RMP)。RMP 使得其在某个特定的磁面产生共振（通常指等离子体边界区域）。这里共振指的是在目标磁面施加的径向磁场螺旋度和平衡场的相

近。

RMP 的目的在于稳定 ELM，避免脉冲式的粒子流和热负荷，使得直面等离子体的材料能够长时间工作。

1.4.1 RMP 线圈

一套 RMP 线圈系统于 2014 年安装在 EAST 的低场侧，它包含有两组线圈 ($2 * 8 = 16$)。EAST 团队通过扰动场环向模数为 $n = 1, 2$ 的 RMPs 实现了 I 型边界局域模的弱化和完全的抑制。

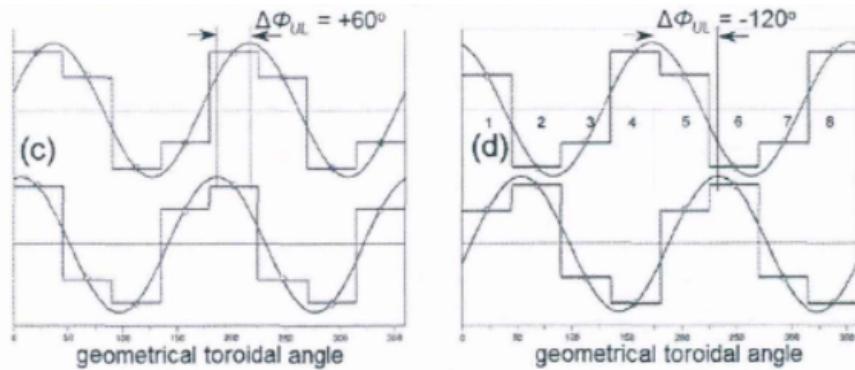


图 1.1 J-TEXT 上 RMP 线圈通电电流和相位的关系，图中 (c) 和 (d) 显示了两个不同相位差的时候环向上线圈电流分布

该 RMP 系统各线圈中电流由其想要产生的环向模数和相位所决定。

$$I(\varphi) = I_{\max} \times \cos(n\varphi - \Phi_i) \quad (1-1)$$

$$\Delta\Phi_{UL} = \Phi_U - \Phi_L \quad (1-2)$$

1.4.2 高 m 线圈

等离子体所新近研发的高 m 线圈 (Huaxiang, 2018) 激发出的扰动场有着高 m, 宽 n 特征，分为上下对称两组 ($2 * 2 = 4$)，几何最大电流为 5 kA。物理计算过程中采用的线圈几何尺寸如图 ?? 所示。其对等离子体的影响现正被研究，由于高 m 线圈组设计位于一个极向截面内，即 $\phi \equiv \text{const}$ 处，其对等离子体的影响局域性很明显，此类强局域性扰动磁场对等离子体边界稳定性的影响也可以从中得到研究。

采用与现有 RMP 系统相同线圈材料线圈位置位于低场侧限制器后方，利用限制器作为线圈的保护，尽可能靠近等离子体

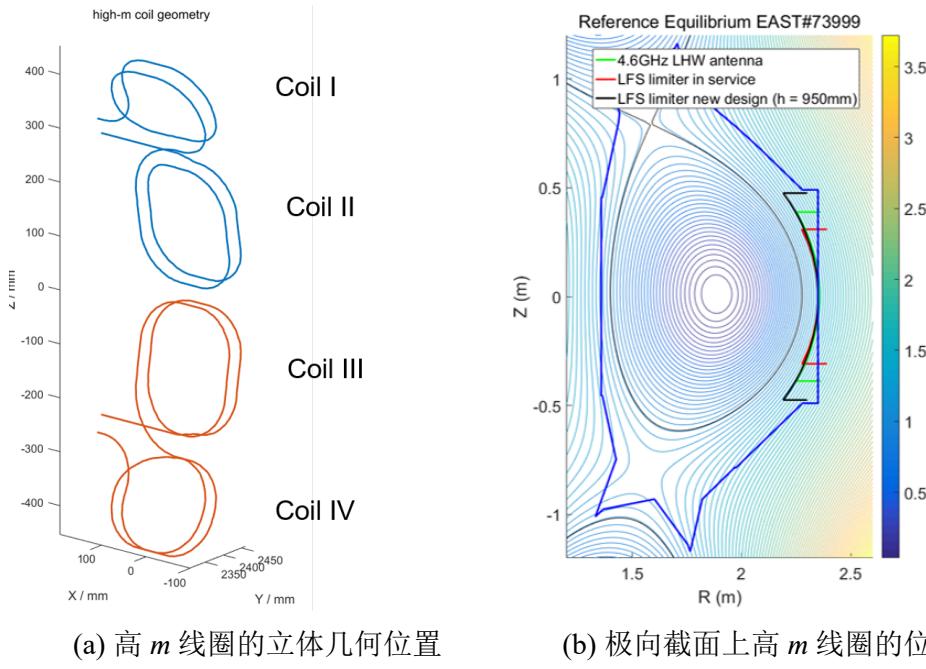


图 1.2 高 m 线圈在 EAST 中的设计和所处的几何位置，来源于张华祥研究员 Huaxiang (2018) 的报告

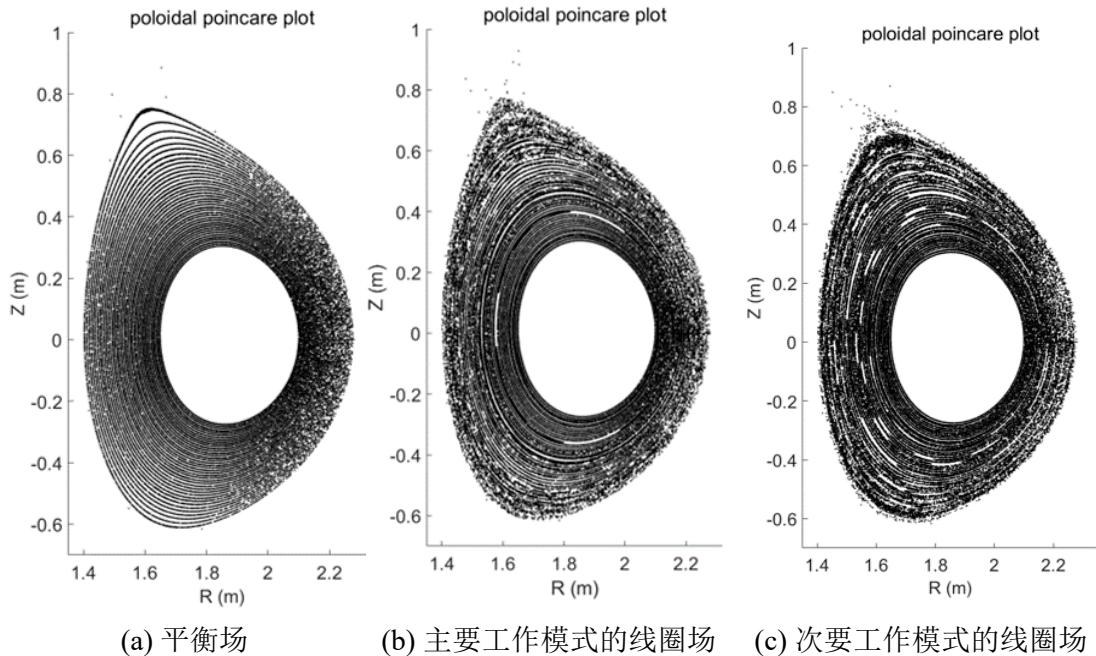
根据两组线圈内电流的相对方向，有两种工作模式，见图 ??。主要工作模式时两组线圈通同向电流；次要工作模式时则反向。

1.4.3 低杂波驱动的螺旋电流丝

RMP 致命的弱点是线圈置于腔内，这在 DEMO 堆的设计中是不被允许的，研究人员只能通过其他手段来改变边界磁拓扑。在低杂波加热设计之外得到的螺旋电流丝，是一个很有吸引力的在下一代聚变设备中应用的 RMP 手段。

低杂波加热原本用于芯部等离子体电流驱动，它通过朗道阻尼将动量传给等离子体，可以实现不依赖于离子回旋共振加热 (ICRH) 的长脉冲 H-mode 运行。但在原本被设计好的加热作用之外，还在 DIII-D、EAST 等不同装置上发现了低杂波驱动的螺旋电流丝，低杂波启动后毫秒内电流丝即响应出现，电流丝数量和托卡马克中低杂波天线的行数相同。以氦气放电实验来用可见光显著地表现螺旋电流丝的三维几何分布可见附录，其造成的等离子体边界磁拓扑改变的影响使得粒子束流在偏滤器平板上的落点有所分裂，可见参考的文献。

在 EAST 中为了研究低杂波及螺旋电流丝，以方波调制的低杂波功率进行



(a) 平衡场 (b) 主要工作模式的线圈场 (c) 次要工作模式的线圈场

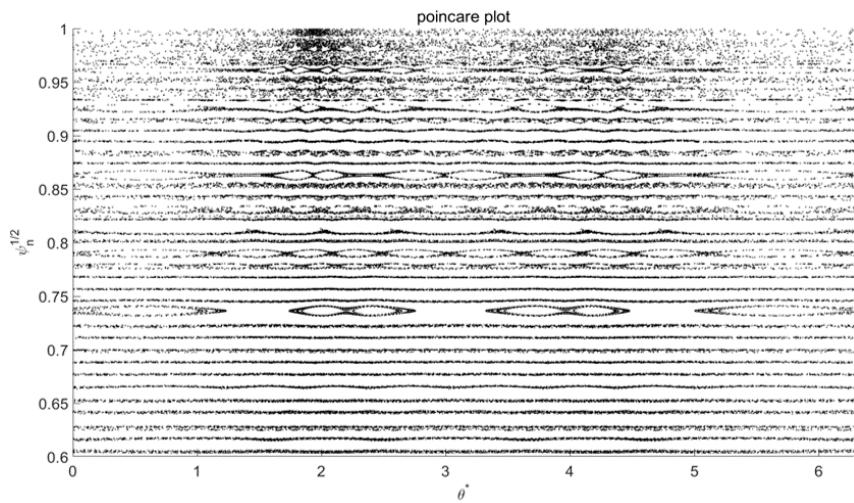
图 1.3 高 m 线圈作用下的平衡场扰动情况，次要工作模式下的磁扰动情况较主要模式更深，来源于张华祥研究员 Huaxiang (2018) 的报告

了间断性的螺旋电流丝激励 (Liang et al., 2013)。低杂波天线运转时，螺旋电流丝引起的三维磁拓扑导致了粒子流三维分裂的落点图案。Liang et al. (2013)

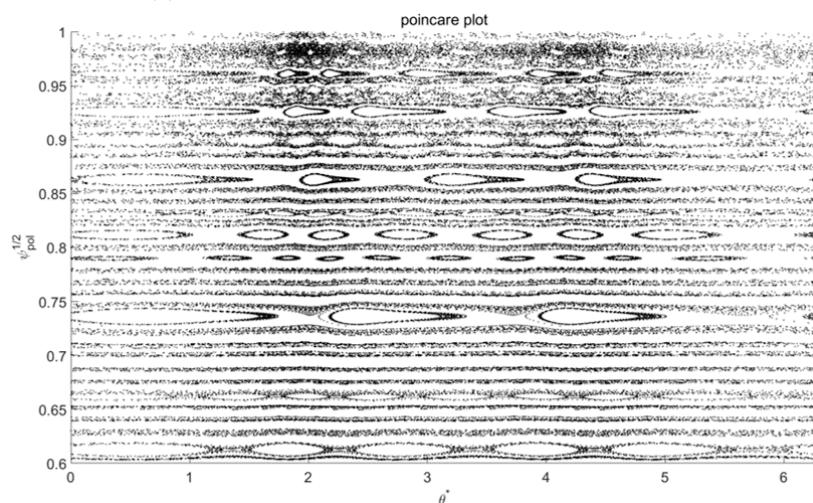
1.5 主要目标

为了探究解决目前的 H-mode 等离子体所面临的 ELM 脉冲式热流和粒子流问题，ITER 设计为工作在 H-mode 状态但其如此强烈的脉冲式载荷却是在正式运行时是不允许的。

为更好地控制 ELM，EAST 上先后测试了共振磁扰动线圈 RMP、高 m 线圈和低杂波驱动的螺旋电流丝，这三种扰动场产生机制有所差异，适用的范围也不尽相同。为了使扰动场相互配合达到最优的弱化乃至抑制边界局域模的效果，对它们在等离子体边界造成的影响的研究是很有必要的。**(1) 低 n 线圈**，该线圈布置在腔内，由它激发出环向模数为 $n = 1, 2$ 的扰动场后在 EAST，DIII-D 等托卡马克装置上验证了其抑制边界局域模的效果。**(2) 高 m 线圈**，是 EAST 团队近两年实验中的线圈，在等离子体环外加上一组四个的线圈，它的特征是扰动场环向模数 n 分布较宽，极向模数 m 较高，由于只分布在一个环向位置 $\varphi = \text{const}$ ，扰动场的局域性很强。**(3) 由低杂波驱动的螺旋电流丝**，低杂波原



(a) 高 m 线圈主要工作模式下展开的 Poincaré 图



(b) 高 m 线圈次要工作模式下展开的 Poincaré 图

图 1.4 高 m 线圈作用下的 Poincaré 图, 次要工作模式下的磁扰动情况较主要模式更深,
来源于张华祥研究员 Huaxiang (2018) 的报告

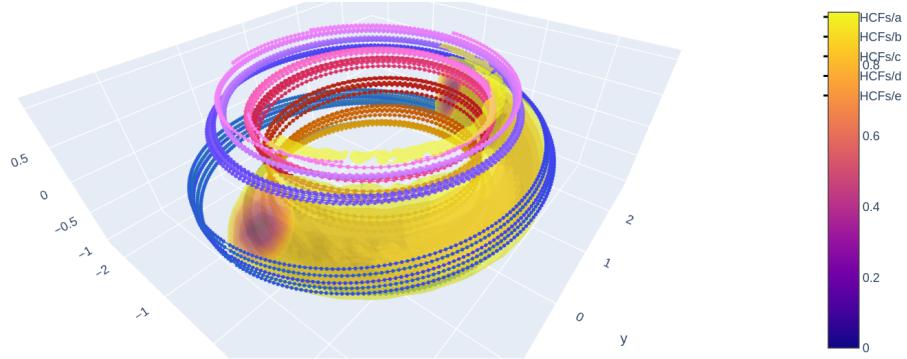


图 1.5 基于磁力线追踪计算得到的螺旋电流丝轨迹，五条分别螺旋电流丝起点分别取为五排低杂波天线的中间位置正对着的闭合磁面外 10 mm。

本用于以朗道阻尼驱动芯部等离子体的电流，但在设计之外，实验发现它在等离子体边界会激发出螺旋电流丝，电流丝产生具体的物理机制还不甚明晰，但其亦具备调节边界磁拓扑的能力。由于低杂波天线不像共振磁扰动线圈在腔内，它具有应用在 DEMO 堆及日后商业堆的潜力。

第二章便进入本文主体，线圈之间如何配合以能够对等离子体施加合适的磁扰动场，为此对磁扰动场径向分量在边界附近的磁面 Fourier 分析得到的磁谱 \tilde{b}_{mn}^1 和 Poincaré 图是必要的。这一章的主体是通过扰动场之间的配合达到较好的抑制 ELM 及保持芯部等离子体较好约束的效果。进一步在第三章中将讨论不同扰动场的配置下第一壁材料上的热负荷和粒子流分布。尽管主要依赖于对 ELM 的抑制效果来选择磁扰动场，但基于扰动场的热负荷优化分布或时间调制能够给出了一种新的调节视角。对下一代托卡马克而言，H-mode 等离子体会造成难以承受的热流和粒子流，扰动场可以此提供一种调节手段，避免脉冲式的 ELM 破裂造成的材料损害。

本论文着重在通过模拟的手段对现有的多种三维磁场进行模拟仿真，它们的磁谱被设计用来弱化或者调节边界局域模的发生。但同时也研究给定扰动场对粒子束流和热流的调节作用。

第 2 章 扰动场协同优化

2.1 扰动场谱分析

我们首先确定工作在平衡场的本征坐标下 (s, θ^*, φ) , 其中 $s \equiv \psi^{1/2}(\psi$ 是归一化极向磁通, 充当径向坐标, 磁面被定义为 s 为常数的一个闭合面, 特别的 $s = 0$ 代表磁轴而 $s = 1$ 表示等离子体边界, 另外取 θ 到 $\theta^*(\theta)$ 的非线性变换使得磁力线在 (s, θ^*, φ) 坐标系统中是直线, 即 $\left. \frac{d\varphi}{d\theta^*} \right|_{FL} = q$, 下标 FL 表示取沿着磁力线方向的导数, 接着定义三个方向的磁场分量:

$$B^1 \equiv \vec{B} \cdot \vec{\nabla}_s, \quad B^2 \equiv \vec{B} \cdot \vec{\nabla}_{\theta^*}, \quad B^3 \equiv \vec{B} \cdot \vec{\nabla}_{\varphi} \quad (2-1)$$

下面我们用磁场环向分量除以径向分量, 该量最终会出现在磁岛半径计算的表达式中, 此后我们对其进行 Fourier 分析找到与其所在有理面共振的分量。

$$\tilde{b}^1 \equiv B^1/B^3 \quad (2-2)$$

$$\tilde{b}_{mn}^1(s) \equiv \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta^*=0}^{2\pi} \tilde{b}^1(s, \theta^*, \varphi) e^{-i(m\theta^* + n\varphi)} \frac{d\theta^*}{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \quad (2-3)$$

$$\tilde{b}^1(s, \theta^*, \varphi) = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \tilde{b}_{mn}^1(s) e^{i(m\theta^* + n\varphi)} \quad (2-4)$$

2.1.1 计算共振分量

下面我们将计算垂直磁面的磁扰动分量在二维磁面上 (φ, θ^*) 做 Fourier 分析, 具体而言我们需要计算 $\tilde{b}^1 \equiv B^1/B^3$ 的磁谱。因为他是 \tilde{b}^1 出现在磁岛宽度表达式中的共振分量。下面定义:

$$\tilde{b}_{mn}^1(s) \equiv \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta^*=0}^{2\pi} \tilde{b}^1(s, \theta^*, \varphi) e^{-i(m\theta^* + n\varphi)} \frac{d\theta^*}{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi}$$

于是：

$$\tilde{b}^1(s, \theta^*, \varphi) = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \tilde{b}_{mn}^1(s) e^{i(m\theta^* + n\varphi)}$$

注意，因为 \tilde{b}^1 为实数，一定有： $\tilde{b}_{-m,-n}^1 = (\tilde{b}_{mn}^1)^*$

其中星号表示复共轭。惯例是沿着一条磁力线，有 $d\varphi = qd\theta^*$ ，故而 $m\theta^* - n\varphi$ 在一条位于有理面 $q = m/n$ 的磁力线上是常数。One should therefore keep in mind that the components of \tilde{b}^1 that are resonant on such a surface are not \tilde{b}_{mn}^1 and $\tilde{b}_{-m,-n}^1$ but $\tilde{b}_{m,-n}^1$ and $\tilde{b}_{-m,n}^1$ (and also $\tilde{b}_{2m,-2n}^1$ etc.). Nardon (2007) 论文中仅考虑单一环向模数占主导的情况 $n = n_0$ ，由于本文讨论的环向模数分布复杂，且有其各扰动场之间耦合的影响，我们将拓展其在多环向模数下的研究。Then, the resonant surfaces which we will consider are those of the type $q = m/n_0$. Let us express the resonant part of \tilde{b}^1 on such a surface:

$$\begin{aligned} (\tilde{b}^1)_{res} &= \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{b}_{km,-kn}^1 e^{i(km\theta^* - kn\varphi)} + \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{b}_{-km,kn}^1 e^{i(-km\theta^* + kn\varphi)} \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} 2 \operatorname{Re} \left(\tilde{b}_{km,-kn}^1 e^{i(km\theta^* - kn\varphi)} \right) \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} 2 \left| \tilde{b}_{km,-kn}^1 \right| \sin \left(km\theta^* - kn\varphi + \angle \tilde{b}_{km,-kn}^1 + \pi/2 \right) \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} 2 \left| \tilde{b}_{km,-kn}^1 \right| \sin \left(km\chi + \angle \tilde{b}_{km,-kn}^1 + \pi/2 \right) \quad \chi = \theta^* - n/m\varphi \end{aligned} \tag{2-5}$$

其中 Re 表示取复数的实部、 \angle 表示取复数的角度。对于基频占主导的扰动场，可以仿照 Nardon (2007) 定义

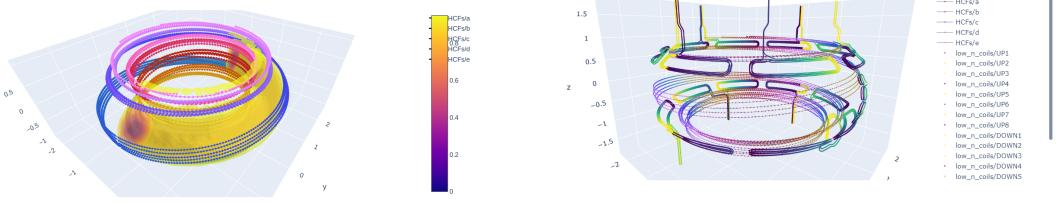
$$\tilde{b}_{res}^1 \equiv 2 \left| \tilde{b}_{m,-n_0}^1 \right| \tag{2-6}$$

以方便计算磁岛半径，但于谐频分量也需考虑的情况下，上述定义不再方便。

2.1.2 估计磁岛宽度及 Chirikov 参数

用 s 表达的 $q = m/n$ 产生的磁岛半径，标记为 $\delta_{q=m/n}$ ，在基频 m/n 模式占主导时可以引用 Nardon (2007) 的结果：

$$\delta_{q=m/n} = \left(\frac{4q^2 \tilde{b}_{res}^1}{q' m} \right)^{1/2} \tag{2-7}$$



(a) 基于磁力线追踪计算得到的螺旋电流丝轨迹，五条分别螺旋电流丝起点分别取为五排低杂波天线的中间位置正对着的闭合磁面外 10 mm 以内。

(b) EAST 上 RMP 线圈（低 n 线圈）、高 m 线圈及在闭合磁面外 15 mm 余处开始延伸的螺旋电流丝结构图。

其中 $q' \equiv dq/ds$ 是磁剪切。对谐频成分不可忽略的情况则我们需要求解，该无穷三角函数序列的最大值求解是不平凡的，即使截断了有限项也难以求其最大值解析表达式，本文中取数值结果最大值即可，

$$\Sigma_{res} = \max_{\chi \in [0, 2\pi)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2 |\tilde{b}_{km, -kn}^1|}{km} \cos(km\chi + \angle \tilde{b}_{km, -kn}^1 + \pi/2) \quad (2-8)$$

$$\delta_{q=m/n} = \left(\frac{4q^2 \Sigma_{res}}{q'} \right)^{1/2} \quad (2-9)$$

Chirikov 参数在 q_1 和 q_2 有理面之间记为 $\sigma_{Chir}^{q_1, q_2}$ 最终计算为：

$$\sigma_{Chir}^{q_1, q_2} \equiv \frac{\delta_{q=q_1} + \delta_{q=q_2}}{\Delta_{q_1, q_2}}$$

其中 Δ_{q_1, q_2} 表示两有理面之间的径向距离 (用归一化径向坐标 s 表示)。

2.2 共振扰动分析及优化

FLT 在最外闭合磁面的水平方向外平移 10 mm，FLT 会从下沿进入强场侧，为避免这种情况，向外平移 15 mm 余。

傅里叶变换的线性性、平移性大大减少了计算磁谱的成本。

电流强度的变化利用线性性。高 m 线圈在 φ 正方向上进行移动 $\Delta\varphi$ ，相当于 $\tilde{b}_{mn}^1(s)$ 乘因子 $e^{-i(n\Delta\varphi)}$ 。

下表罗列除了线圈电流幅值、相位及线圈位置等可调参数的可选空间。

- UP、DOWN 对应的 RMP (Low n) 线圈相位反映的是不同线圈的强度的变化，利用傅里叶变换的线性性减少计算量。

表 2.1 扰动场可调参量

变量	备注	可选区域
I_{amp} UP	RMP 线圈上沿电流幅值	$[-10\text{kAt}, 10\text{kAt}]$
I_{amp} DOWN	RMP 线圈下沿电流幅值	$[-10\text{kAt}, 10\text{kAt}]$
I_{amp} high m, UP	高 m 线圈上沿电流幅值	$[-10\text{kAt}, 10\text{kAt}]$
I_{amp} high m, DOWN	高 m 线圈下沿电流幅值	$[-10\text{kAt}, 10\text{kAt}]$
Φ_{UP}	RMP 线圈上沿电流相位	$[-\pi, \pi]$
Φ_{DOWN}	RMP 线圈下沿电流相位	$[-\pi, \pi]$
$\phi_{high m}$	高 m 线圈环向分布角	$[-\pi, \pi]$

- 高 m 线圈的角度是其自身物理位置在柱坐标系统沿中心轴进行环向上的旋转, 在 (θ^*, φ) 上沿着 φ 平移, 利用傅里叶变换的平移性质, 相当于 $\tilde{b}_{mn}^1(s)$ 乘因子 $e^{-i(n\Delta\varphi)}$ 。
- 螺旋电流丝的电流强度和位置实验上不太好控制, 暂时将其作为给定量。让其他线圈配合它, 不让它配合其他线圈。

2.2.1 优化函数

这是偏工程方面的优化问题, 目标函数有两个条件 (I) 在边界共振分量较大为好 (II) 在芯部共振分量较小为好, 减弱 2/1, 3/1 有理面存在的不稳定性反馈。

$$\text{品质因子定义 (figure of merit, FoM) } M = \left[\frac{\langle \sigma \rangle_{\psi_1 < \psi < \psi_2}^4}{\left\langle \sum_{m,n(n \neq 0)} [b_{mn}^r]^2 \right\rangle_{\psi_3 < \psi < \psi_4}} \right]$$

优化函数的影响指标

1. 越在边界产生的共振分量越重要, 积分权重与到有理面共振线的距离成反比 $d = dist(point(n, m), q(\Psi_{pol})n) \downarrow, \rho(m, n, q) \uparrow$ 。
2. 减去或除去芯部有理面的共振分量, 即其对优化函数呈负贡献。

$$\int_{\Psi_{pol} > 0.87} \sum_{m,n} \rho(m, n, q) |B_{mn}^r| S(\Psi_{pol}) d\Psi_{pol} - \sum_{internal} \sum_{\Psi_{pol}} \rho(m, n, q) |B_{mn}^r| \quad (2-10)$$

确定了优化函数后通过共轭梯度法找到一个较优解, 或者算力允许的话画等位图。

取磁面坐标 ($s = \Psi_{pol}^{1/2}, \theta^*, \varphi$),

- `plotly.Isosurface` 要求比较规整的数据，非结构数据可能处理不了就不处理了。为了让它能够处理，我进行了插值操作
- Field Line Tracing 上周准备了插值和 ODE 的程序工具（Runge-Kutta 5 order），这周已经可以产生迹线了 (2D+3D)。
- `scipy.optimize.minimize` 函数作出磁面坐标的归一化半径等高线图。

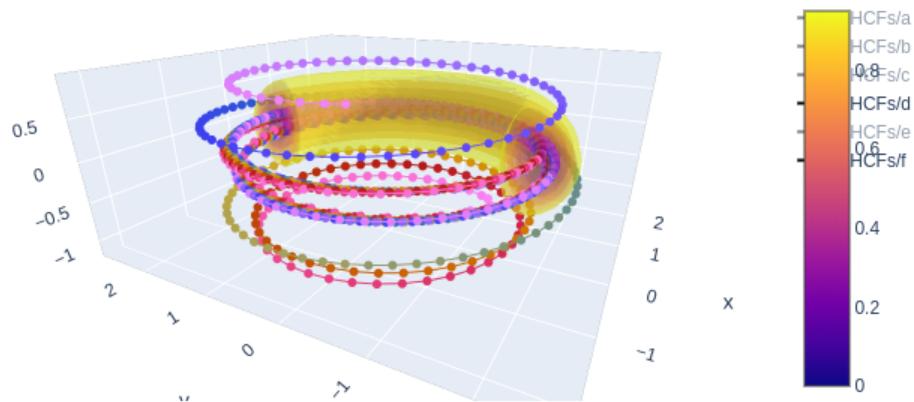


图 2.2 归一化磁面半径为分布在 0 到 0.95 的五个磁面 + 两条磁力线追踪一条在磁力线内，一条在磁力线外。在内可以做 Poincaré 图，在外可以做电流丝。

2.3 ERGOS 重构

基于以下几点对 ERGOS 的考虑，本课题进行过程中对磁谱分析程序进行了完全的重建。

ERGOS 计算流程如下：给定线圈 → 计算指定线圈在真空中产生的磁场柱坐标分量 $\xrightarrow{+equilibrium}$ 计算磁面坐标系 → 计算类径向 (radial-like) 分量分布 → 计算谱图 → 其他处理。

在熟悉了 ERGOS 涉及计算的部分之后，受限于 ERGOS 本身的问题 Matlab 诸多函数直接将变量储存于环境中，不太便于函数调用。进行了重构为 Python 的工作。另一方面便于函数封装和并行处理，且检验了原有公式的正确性。

扰动场的截面沿环向扫描，做成动画。简化 Merit 变量的程序描述。

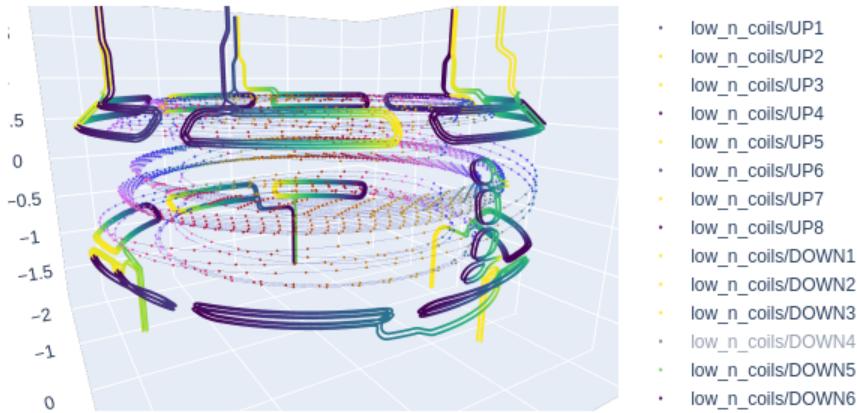


图 2.3 涉及到的扰动场源的几何形状

- ERGOS 原本对每个线圈计算场都要单独写程序。
 - (a) 统一接口直接处理 Excel 表 (b) 线程并行化和数据复用（网格参数不变即可复用）
 - 函数在柱坐标系的分布插值到磁面坐标系上
 - 磁面坐标系上函数的 fft
 - chirkov 参数计算
 - 优化函数计算 figure of merit
 - 磁面坐标系上的变量分布热力图示意
- ERGOS 计算 Chrikov 参数的变量依赖于给定的 n , 在没有主导的 n 的条件下或者用户给定的 n 不准确的情况下, Chrikov 参数可能是不准确的。
- 计算 Merit 时, 只考虑了单个 n , 可能是当时受限于计算能力。
编写了螺旋电流丝沿磁力线运动的程序, 并将其保存为线圈一样的表格格式。该程序另一方面在以后的第一壁载荷优化问题中可以再进行拓展。
直接根据扰动场线圈 XYZ 点集工程数据并行计算场分量, 改变了原有 ERGOS 需要对每个线圈进行磁场程序单独编写的工作, 并且能够充分利用 CPU。添加了方便的坐标变换函数, 减少了日后其他科研人员需要产生磁场数据的工作量。
- Field Line Tracing 准备了插值和 ODE 的程序工具 (Runge-Kutta 5 order),

可以产生迹线了(2D+3D), 并且切换其他ODE数值计算方法相当方便。原有的ERGOS FLT似乎只能在磁面坐标系内进行FLT, 依据柱坐标进行重写之后可以在闭合磁面外追踪。

- 2D/3D作出磁面坐标归一化半径 s 等高线图 2D contour / 3D mesh。

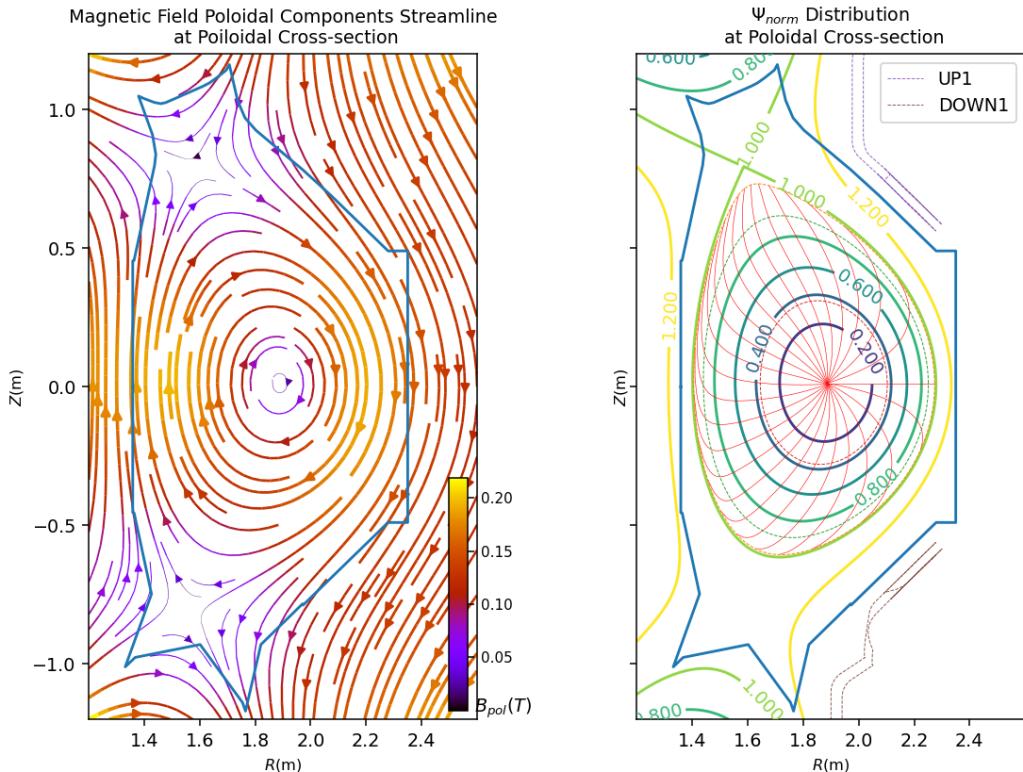


图 2.4 左图为极向磁面磁场向量流图, 右图为 $\Psi_{norm} = s^2$ 分布, 右图中还有 RMP 线圈的 UP1、DOWN1 线圈在 RZ 平面的投影。

2.4 扰动场协同模拟结果

在协同模拟实验中, 各扰动场在对应的场源为 1 kAt 时的扰动场被保存为场数据文件。标记各扰动场源正方向, (1) RMP 线圈 / 低 n 线圈产生的 B^1 在作用的核心区为正即为正 (2) 高 m 线圈未确定正方向 (3) HCFs FLT 电流沿磁场方向即为正方向

2.4.1 三者扰动场共同作用

当首次进行实验时使三种扰动场同时加入到计算中中发现的一些问题。

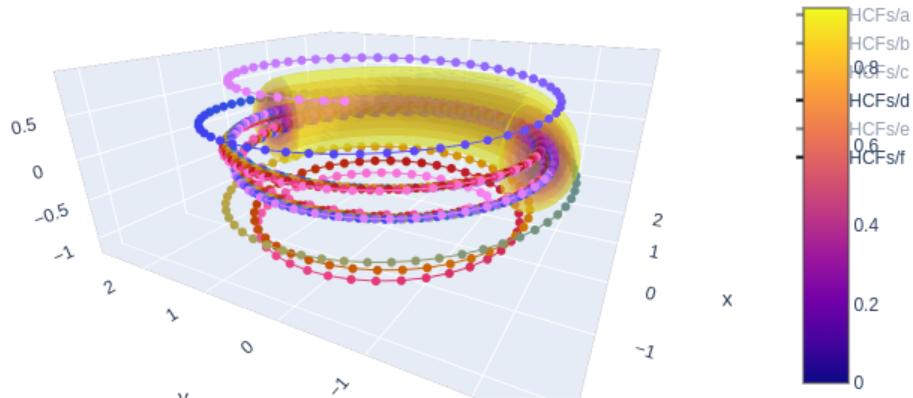


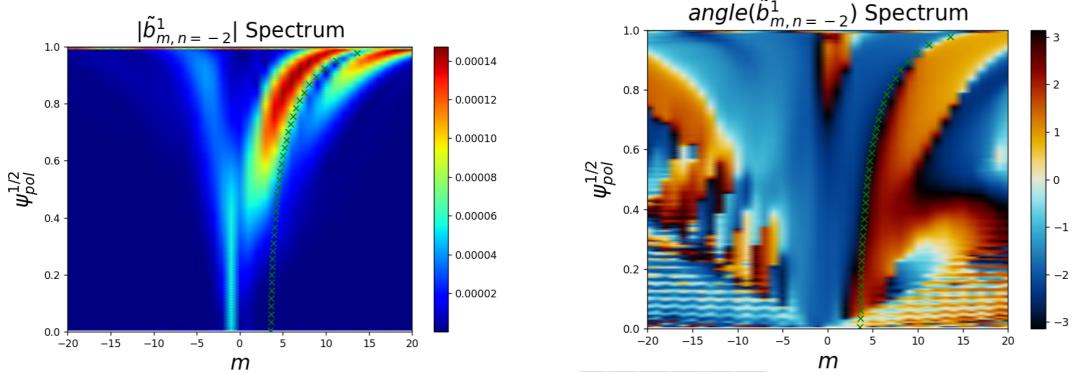
图 2.5 s 分布在 0 到 0.95 的五个磁面, 两条磁力线追踪一条在磁力线内, 一条在磁力线外。在内可以做 Poincaré 图, 在外可以做电流丝。

1. 对于单边 Single-Null 的位型, 上下两侧扰动场线圈产生的扰动场大小明显不同, 使得电流相对大小参与到优化中更有必要。
2. 近期磁谱优化的试验发现, 磁谱 \tilde{b}_{mn}^1 的脊线和磁面安全因子对应的曲线贴合程度不足, HCFs 产生的磁场作为基底磁场的影响过大。下一页还有分析。
3. HCFs 基底磁场对应的 figure of Merit 已经达到 $3.56 * 10^7$, 优化后可以达到 $4.11 * 10^7$, 但倍增的系数不大, 意义不是很明显, RMP 线圈没有怎么发挥作用。令人吃惊的是不合适地选取 RMP 和高 m 线圈的各项参数可能导致该值降到 10^5 的量级。

一开始尝试通过 python 科学计算库 `scipy.optimize` 函数进行优化得到极值, 但结果中 RMP 线圈的电流值常常在 1 kAt 以下, 但高 m 线圈倒是较大, 起始以为是陷入了局部极值, 随后用了全局随机遍历发现得到的最大值, 其对应的磁谱也与上面计算的结果类似, 且 RMP 线圈优化得到的电流仍然小于 1 kAt。

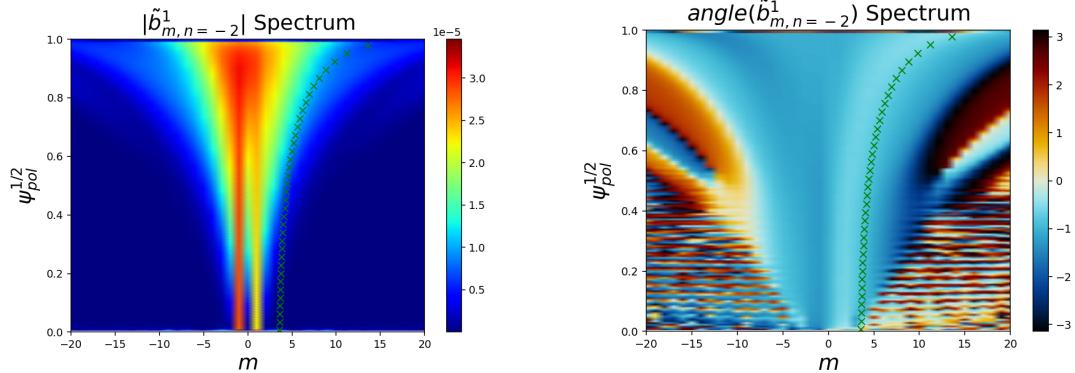
随机得到的优化值中 RMP 线圈的电流值在 0.1 kAt 以下 (高 m 线圈 - 9.01486676 kAt), 真是非常有趣。

线圈电流参数对 FoM 的影响参见上面几幅图, 明显地有着 kAt 数较低 RMP 线圈和较高 kAt 数的高 m 线圈配合有可能产生较高的 FoM 的趋势,。RMP 线圈



(a) 三种线圈共同优化后的结果，在 EAST 73999 Shot 上的 $\tilde{b}_{m,n=-2}^1$ 的绝对值分布。

(b) 三种线圈共同优化后的结果，在 EAST 73999 Shot 上的 $\tilde{b}_{m,n=-2}^1$ 的相位分布。



(a) 两种线圈共同优化后的结果，在 EAST 73999 Shot 上的 $\tilde{b}_{m,n=-2}^1$ 的绝对值分布。

(b) 两种线圈共同优化后的结果，在 EAST 73999 Shot 上的 $\tilde{b}_{m,n=-2}^1$ 的相位分布。

相位及高 m 线圈旋转角度三者作为坐标轴后作类似上图，未发现明显变化趋势。

高 m 线圈的电流幅度的增大会导致高 FoM 时 RMP 线圈的电流幅值容许范围得以增大。

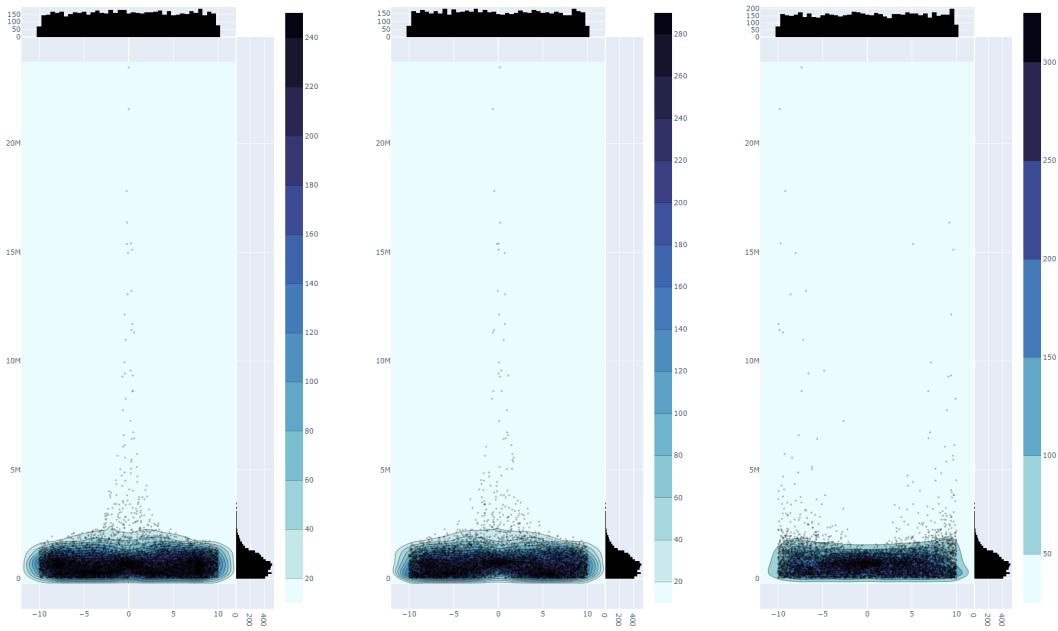
- HCFs 产生的磁场太强，忽略它产生的基底磁场重新测试或者增大 RMP、高 m 线圈电流幅值允许范围。
- 在 HCFs 的影响下，磁谱脊线并没有向磁面螺旋度对应的曲线靠拢，反倒是原本的脊线最高值变得更高了。

在上述的问题出现之后，把螺旋电流丝搁置，暂时先研究低 n (RMP) 线圈和高 m 线圈。

2.4.2 RMP 线圈与高 m 线圈扰动场共同作用

随机得到的优化值中 RMP 线圈的电流值在 0.1 kAt 以下 (高 m 线圈 - 9.01486676 kAt)，虽然可以称为有趣，但作为结果来说是相当糟糕的。

线圈电流参数对 FoM 的影响参见上面几幅图，明显地有着 kAt 数较低 RMP



(a) RMP UP 线圈 kAt 数 - FoM
(b) RMP DOWN 线圈 kAt 数 - FoM
(c) 高 m 线圈 kAt 数 - FoM 散
散点图 散点图 散点图

线圈和较高 kAt 数的高 m 线圈配合有可能产生较高的 FoM 的趋势，。RMP 线圈相位及高 m 线圈旋转角度三者作为坐标轴后作类似上图，未发现明显变化趋势。

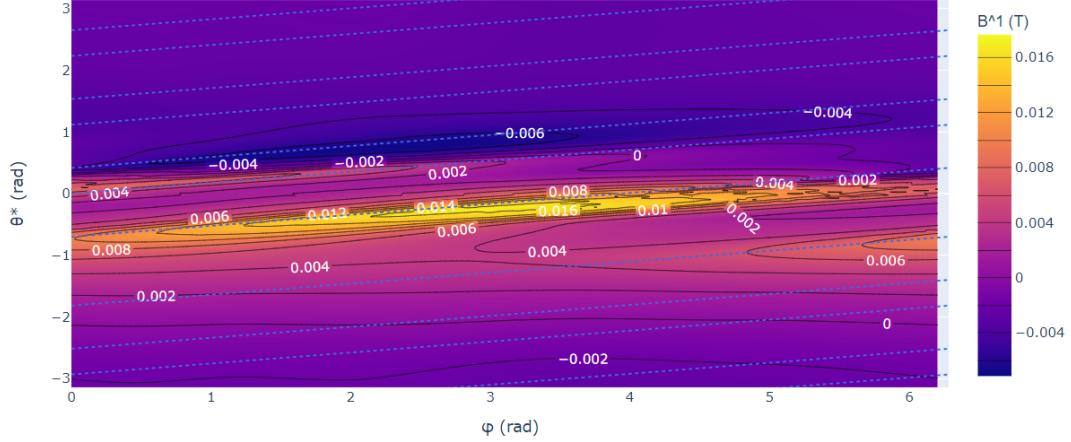
- 高 m 线圈的电流幅度的增大会导致高 FoM 时 RMP 线圈的电流幅值容许范围得以增大。这告诉我们扰动场的大小要匹配（可以用磁通来衡量扰动场的大小）。

计算 Merit 中更方便的变量调整，可以灵活地改变控制的线圈。图中 amp_setup_list 控制电流幅度的大小，phase_setup_list 控制 RMP 线圈相位的变化，rot_setup_list 控制高 m 线圈环向角度。

近期将自己编写的磁场输入 ERGOS 进行磁谱计算的试验一方面发现，前期工作还有些问题。从第一次最粗糙的计算来看磁谱 \tilde{b}_{mn}^1 的迹线和各磁面安全因子对应的曲线贴合程度不足。

- 程序接口问题，ERGOS Matlab 程序函数作者习惯没有输入输出，变量都是以 Matlab 内部变量储存。
- 对角度 φ 这种有界参数，优化问题可以做一个扫描。但一旦引入了各扰动场的相对大小，优化方法可能就必需了。但 ERGOS 只适合串行，考虑将 ERGOS 中计算 Chirikov 径向分布计算等部分单独抽出来。FFT 可以不抽出来，因为线性和平移性对每个线圈做一次计算就可以了。

B^1 distribution on the magnetic surface @ $s=0.9500$, $q=5.627$



B^1 distribution on the magnetic surface @ $s=0.9000$, $q=4.517$

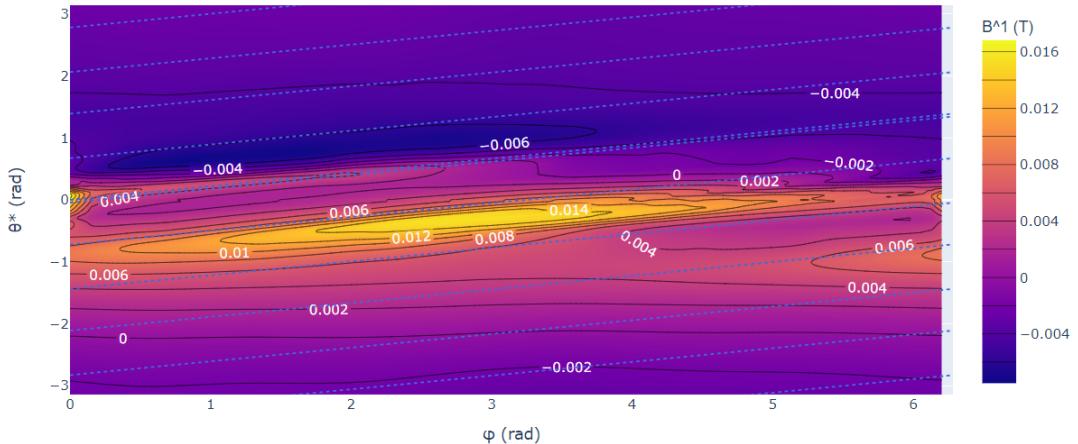


图 2.9 上下图分别为 HCFs 产生的基底磁场和三种扰动场优化后的磁场，各自的 B^1 在磁面上 $s = 0.950, 0.900$ 的分布。虽然没有控制在一个磁面上，但可见优化后对磁场的影响并不大。

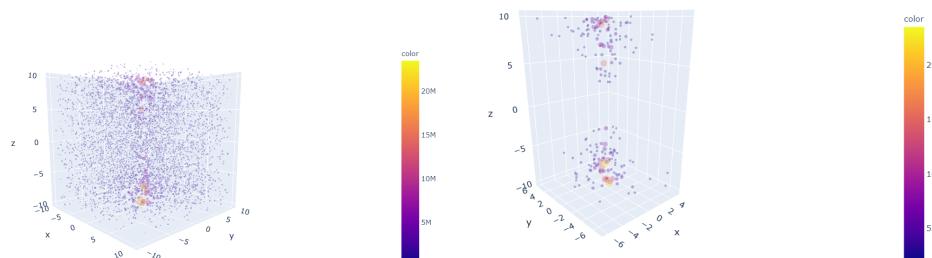


图 2.10 左右图均为 RMP 线圈和高 m 线圈进行协同优化后得到的 FoM 分布，marker 的大小和颜色表示 FoM 的大小，坐标轴 XYZ 轴分别为 RMP 线圈上下侧的电流强度和高 m 线圈的电流强度。右图中过滤去除了 FoM 在 2e6 以下的点。

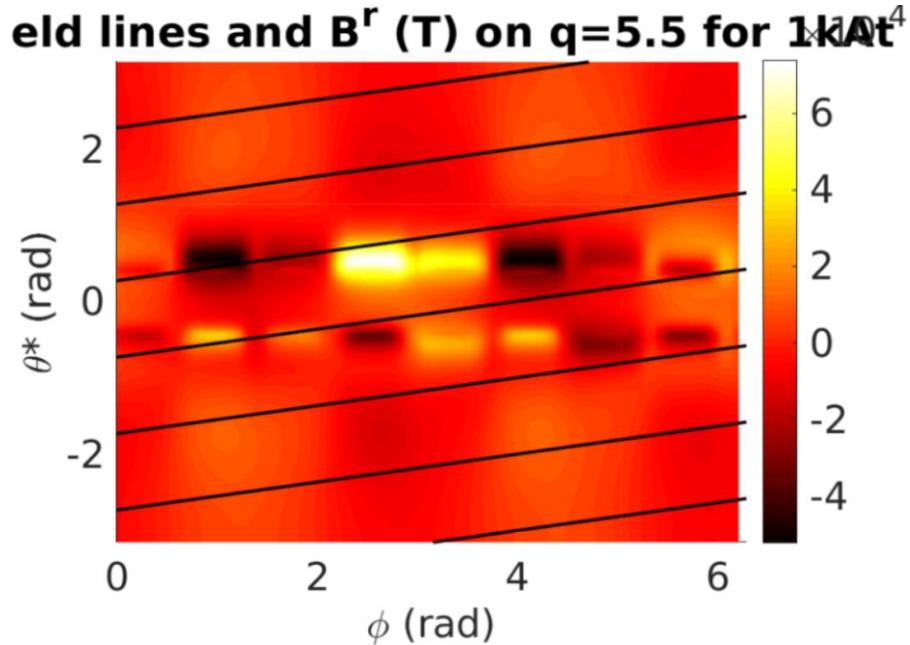
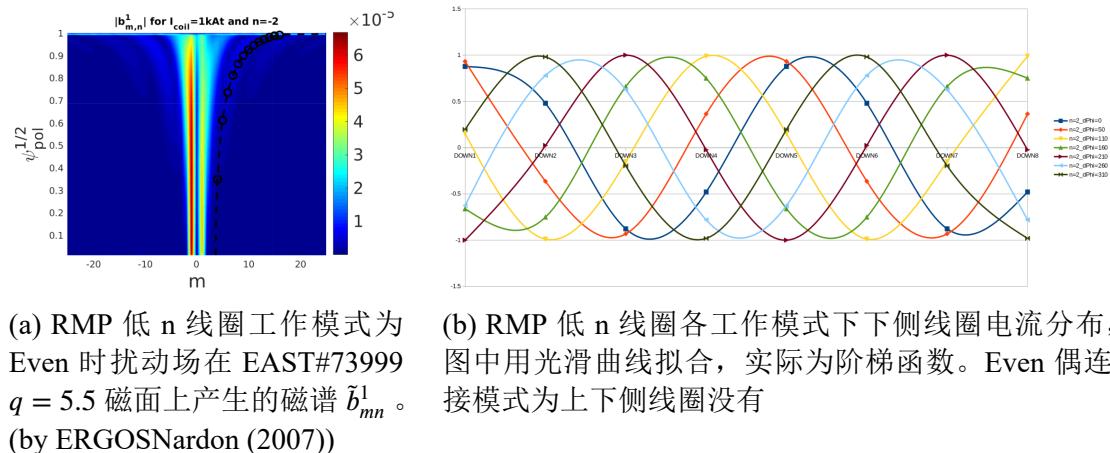


图 2.11 RMP 低 n 线圈工作模式为 Even 时扰动场在 EAST#73999 $q = 5.5$ 磁面上的垂直磁面方向分量的分布。(by ERGOSNardon (2007))



(a) RMP 低 n 线圈工作模式为 Even 时扰动场在 EAST#73999 $q = 5.5$ 磁面上产生的磁谱 \tilde{b}_{mn}^1 。
(by ERGOSNardon (2007))

(b) RMP 低 n 线圈各工作模式下下侧线圈电流分布, 图中用光滑曲线拟合, 实际为阶梯函数。Even 偶连接模式为上下侧线圈没有

扩展多 n 的有理面磁岛半径。

以下对三种扰动场仿真模拟细节陈述。

第 3 章 扰动场作用下的热负荷分析

上一章中我们基于对抑制 ELM 的需要提出了扰动场之间互相耦合的优化方法，这一章中我们承接其探究是否优化后的扰动场是否能够一定程度上缓解 H-mode 面对的热负荷问题。本部分研究的重点在于利用扰动场的对热负荷分布的影响，探究能否通过控制外加扰动场来控制热负荷，如果可行，如何使得材料受热受到的损害最小。

如果粒子在刮削层中运动时不考虑场的横向方向上的输运，即不考虑碰撞的情况，则难以模拟打到偏滤器上的热负荷分布。通过考虑粒子流在前进过程中可能产生的横向碰撞，我们基于蒙特卡洛的思想引入粒子沿磁力线移动时会发生的横向漂移。粒子沿磁力线运动，但是每过一段满足指数分布的随机步长便发生横向漂移，使得粒子在不同磁力线之间可能发生漂移，通过粒子的蒙特卡洛模拟，模拟粒子速度分布造成的不确定性，改写之前我写的确定性的 FLT 的程序。通过在一个边界磁面附近以均匀分布的种子为起点，计算打到偏滤器上各种负荷分布的计算。

3.1 热分布的优化理论

螺旋电流丝产生了三维不对称的磁扰动结构，从而有着
需要展平偏滤器的二维曲面到平面上看分布得是否平坦。

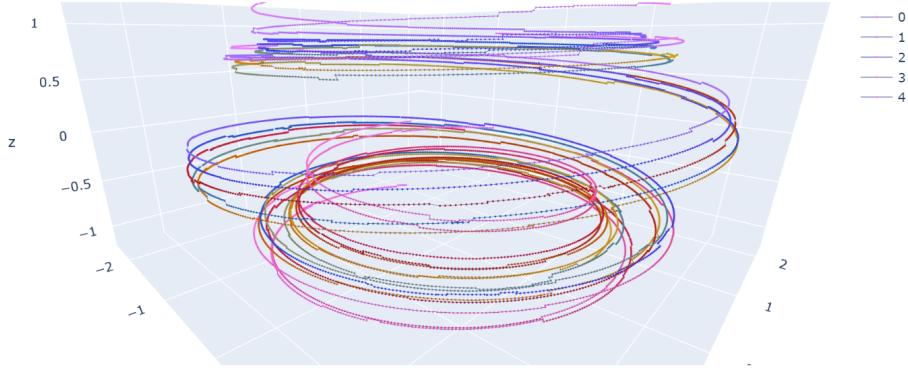
尽管前一章节中对边界局域模的抑制是主要的评判扰动场的函数，评估热分布 $h(x, y)$ 优劣的函数，暂时选用梯度绝对值的 L^1 范数作为品质因子的计量标准，作为给定扰动场对应的热负荷分布的。

$$\text{FoM} = \iint |\nabla h(x, y)| dx dy \quad (3-1)$$

在粒子沿磁力线走过随机长度 x 后发生一次横向漂移，

$$p(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(\frac{-x}{\lambda}\right) \quad (3-2)$$

横向漂移的方向在垂直于场的平面内随机均匀分布，而步长则在下面区间是均匀随机分布的，



(a) 基于蒙特卡洛的磁力线扩散算法产生锯齿状的磁力线

$$r \in [0, \sqrt{\frac{12D_{\perp}\lambda}{v}}] \quad (3-3)$$

该方法已在 Wendelstein 7-X 上成功应用以预估热负荷分布。

3.2 扰动场作用下的热负荷分布调整

3.2.1 单个扰动场造成的热负荷分布特征

3.2.2 扰动场协同造成的热负荷分布特征

3.3 小结

本节通过基于蒙特卡洛思想的磁力线扩散模拟了可能的热负荷在偏滤器平板上的分布。

第 4 章 总结

在本毕设进行过程中几乎完全重构了一遍 ERGOS 程序，使得磁谱分析的工具变得尤其方便使用，从目前的扰动场的模拟结果我们可以看出，螺旋电流丝产生的及其强烈的共振分量有着很强的激发磁拓扑边界随机层的能力。高 m 线圈、低 n 线圈（RMP 线圈）远没有其作用强烈，为了使其磁通适配，需要适当地增加高 m 线圈和 RMP 线圈的电流大小。

4.1 单一扰动场

对 RMP 线圈（低 n 线圈）的研究发现

4.2 扰动场协同

4.3 对实验参数的优化指导

4.4 展望

1. 考虑等离子体反馈后会提高有理面产生磁岛所需要的径向扰动共振分量强度，未来通过随机场的湍流输运研究可以对它有更深刻的认识。

4.4.1 有限体积法

在有限体积法进行计算的过程中，我们所储存的变量值是偏微分返程中守恒量在网格中的平均值。与之类似但有些不同的是，在有限元法中，我们用试函数使得所计算得到的函数是函数空间中最优的函数。

4.4.1.1 双流体模型

将等离子体视为离子和电子相互渗透的双流体来看待，分别视为服从麦克斯韦分布的等离子体，相比于单流体的模型更能反映出电子和离子的不同响应特性和各自的流体特征。

各种扰动场对 ELM 的发生起到了显著的控制作用，而在扰动场施加时等离子体边界浮现的随机场则对粒子和热输运均影响深远。这一部分的研究设计将

模拟中加入 **。从湍流输运的角度解释磁场边界拓扑对输运的影响可能有较好的效果。

4.4.2 有限元、有限体积法

偏微分方程的求解问题构成了现代工程领域许多重要的设计工作，计算框架和数值理论在各种高性能计算处理器的基础上的组合计算成为了现代工业设计的重要设计及优化工作。

有限元法（Finite Element Method, FEM）在多物理场分析中很成功，一方面它非常通用，另一方面有限元可以对不同计算域内物理问题适合的算法进行组合，这对于多物理问题而言是一个关键优势。

尽管有限元可以自然地处理弯曲和不规则几何图形，但有限元背后的数学相对有限体积法（Finite Volume Method, FVM）更复杂一些。有限体积法中自然地对物理偏微分方程组中的守恒量进行在网格上进行积分，离散值表示的是单元内该守恒量的积分平均值。于是有限体积法的重点在于如何通过单元 (cell) 的积分平均值插值表示单元边界的守恒量流量，即流函数。

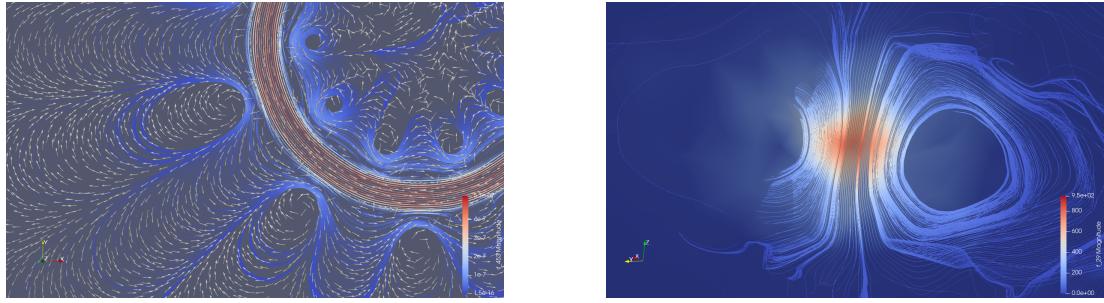
- EMC3-EIRENE
- *FEniCS*^① 是开源（LGPLv3）的偏微分方程计算框架。FEniCS 中丰富的 Python-C++ 接口使得科学工作者可以迅速地将他们面对的科学模型转化为有限元程序逻辑。在这里我们选取 FEniCS 是因为其后端的 PETSc^② 在支持 OpenMP、OpenCL 和 CUDA，在针对 PDE 的硬件优化上几乎无出其右，可以在几乎在任何并行计算硬件平台上得到快速应用。考虑到毕设时间的有限并且可能将考虑非线性等离子体响应，具备高层接口的 FEniCS 是快速实现偏微分方程的手段 (Langtangen et al., 2017)。
- *SU2*^③ 工具箱是基于 C++ 偏微分方程的求解分析工具并可以在给定条件下进行设计优化。这套工具是为计算流体力学和空气动力学形状优化而设计的，但它也能够进行扩展来处理任意几何的控制方程，例如位势流，弹性问题，电流力学问题，化学反应流以及其他问题。
- *MFEM*^④ 与 FEniCS 类似，MFEM 也支持对后端采用 PETSc 进行并行加速。其在电磁场领域有过一些研究，在本论文中被采用作为辅助验证工具。

① <https://fenicsproject.org/>

② <https://www.mcs.anl.gov/petsc/>

③ <https://su2code.github.io>

④ <https://mfem.org/>



(a) 二维铁包层内外极向均匀分布的
异向电流丝产生的磁场分布

(b) 环形线圈产生的磁场分布示意图

图 4.1 基于 FEniCS 进行的模拟结果

- *M3D-C¹*^① 由美国普林斯顿大学等离子体实验室开发，是一个聚变等离子体界影响深远的非线性双流体模拟计算工具。但由于中美关系恶化及其代码闭源问题，M3D-C¹ 的数值高精度算法及各类成果在本论文中仅作为数值理论的参考。

环向低速转动的低 n 扰动场已经在 J-TEXT 等实验中应用，FEniCS 实现 toy 级别的应用

One day in 100+ lines.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (4-1)$$

Forward Euler

$$\int \vec{B}^{n+1} \cdot \vec{B}^* dx = \int \vec{B}^n \cdot \vec{B}^* - \Delta t \nabla \times \vec{E}^n \cdot \vec{B}^* dx \quad (4-2)$$

TODO:

1. 和 ERGOS 静磁学毕奥萨伐尔定律进行单一线圈精度对比。
2. 比置零更精确的边界条件（PML 或其他吸收层边界）引入。
3. Maxwell 方程高阶算法和混合元（电磁场错开）的引入。

① <https://w3.pppl.gov/~nferraro/m3dc1.html>

插图索引

图 1.1 J-TEXT 上 RMP 线圈通电电流和相位的关系, 图中 (c) 和 (d) 显示了两个不同相位差的时候环向上线圈电流分布	4
图 1.2 高 m 线圈在 EAST 中的设计和所处的几何位置, 来源于张华祥研究员 Huaxiang (2018) 的报告	5
图 1.3 高 m 线圈作用下的平衡场扰动情况, 次要工作模式下的磁扰动情况较主要模式更深, 来源于张华祥研究员 Huaxiang (2018) 的报告	6
图 1.4 高 m 线圈作用下的 Poincaré 图, 次要工作模式下的磁扰动情况较主要模式更深, 来源于张华祥研究员 Huaxiang (2018) 的报告	7
图 1.5 基于磁力线追踪计算得到的螺旋电流丝轨迹, 五条分别螺旋电流丝起点分别取为五排低杂波天线的中间位置正对着的闭合磁面外 10 mm。	8
图 2.2 归一化磁面半径为分布在 0 到 0.95 的五个磁面 + 两条磁力线追踪一条在磁力线内, 一条在磁力线外。在内可以做 Poincaré 图, 在外可以做电流丝。	13
图 2.3 涉及到的扰动场源的几何形状	14
图 2.4 左图为极向磁面磁场向量流图, 右图为 $\Psi_{norm} = s^2$ 分布, 右图中还有 RMP 线圈的 UP1、DOWN1 线圈在 RZ 平面的投影。	15
图 2.5 s 分布在 0 到 0.95 的五个磁面, 两条磁力线追踪一条在磁力线内, 一条在磁力线外。在内可以做 Poincaré 图, 在外可以做电流丝。 ...	16
图 2.9 上下图分别为 HCFs 产生的基底磁场和三种扰动场优化后的磁场, 各自的 B^1 在磁面上 $s = 0.950, 0.900$ 的分布。虽然没有控制在一个磁面上, 但可见优化后对磁场的影响并不大。	19
图 2.10 左右图均为 RMP 线圈和高 m 线圈进行协同优化后得到的 FoM 分布, marker 的大小和颜色表示 FoM 的大小, 坐标轴 XYZ 轴分别为 RMP 线圈上下侧的电流强度和高 m 线圈的电流强度。右图中过滤去除了 FoM 在 $2e6$ 以下的点。	19
图 2.11 RMP 低 n 线圈工作模式为 Even 时扰动场在 EAST#73999 $q = 5.5$ 磁面上的垂直磁面方向分量的分布。(by ERGOSNardon (2007))	20

图 4.1 基于 FEniCS 进行的模拟结果 25

表格索引

表 1.1 EAST 设计参数	1
表 2.1 扰动场可调参量	12

公式索引

公式 1-1	4
公式 1-2	4
公式 2-1	9
公式 2-2	9
公式 2-3	9
公式 2-4	9
公式 2-5	10
公式 2-6	10
公式 2-7	10
公式 2-8	11
公式 2-9	11
公式 2-10	12
公式 3-1	21
公式 3-2	21
公式 3-3	22
公式 4-1	25
公式 4-2	25

参考文献

- ZOHM H. Edge localized modes (ELMs)[J/OL]. 38(2):105-128[2020-03-05]. <https://doi.org/10.1088%2F0741-3335%2F38%2F2%2F001>. DOI: 10.1088/0741-3335/38/2/001.
- Loarte A, Saibene G, Sartori R, et al. Characteristics of type I ELM energy and particle losses in existing devices and their extrapolation to ITER[J/OL]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2003, 45(9):1549-1569. DOI: 10.1088/0741-3335/45/9/302.
- LOARTE A, HUIJSMANS G, FUTATANI S, et al. Progress on the application of ELM control schemes to ITER scenarios from the non-active phase to DT operation[J/OL]. Nuclear Fusion, 2014, 54(3):033007. <https://doi.org/10.1088%2F0029-5515%2F54%2F3%2F033007>. DOI: 10.1088/0029-5515/54/3/033007.
- SUN Y, LIANG Y, LIU Y, et al. Nonlinear transition from mitigation to suppression of the edge localized mode with resonant magnetic perturbations in the EAST tokamak[J/OL]. 117(11): 115001[2019-12-11]. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.115001>.
- HUAXIANG Z. 新限制器及高 m 线圈物理设计[Z]. 2018.
- LIANG Y, GONG X Z, GAN K F, et al. Magnetic topology changes induced by lower hybrid waves and their profound effect on edge-localized modes in the EAST tokamak[J/OL]. 110 (23):235002[2019-12-11]. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.235002>.
- Nardon E. Edge localized modes control by resonant magnetic perturbations[D]. École Polytechnique, 2007.
- LANGTANGEN H P, LOGG A. Solving pdes in python[M/OL]. Springer, 2017. DOI: 10.1007/978-3-319-52462-7.

致 谢

衷心感谢导师梁云峰教授给我的毕设选题，它在原理上不是特别困难，算是对我熟悉拓扑结构很好的练手。其基础的 ERGOS 程序的架构问题确实已经造成了相关研究者很长时间的困扰。从我收到的师兄的反馈而言，重构 ERGOS 的愿望确实较为强烈，于是我的毕设过程中便将其重构了一遍以便于并行化。也许对于单个线圈的分析工作还可以忍受原本的程序架构，但一旦涉及到优化问题中的十余个线圈的协同模拟则会让人感到头疼。梁老师常常抽时间和我一聊就是两三个小时，解答我的疑惑并跟进课题进展。此次所幸题目主要是模拟工作，疫情造成的影响主要在生活琐事上的，与毕设实验的同学相比起来算是幸运了不少。

感谢本科期间高喆教授给我的诸多帮助，不论是本科的学习生活还是研修经历，高喆教授都帮了我许多。我已经占了高老师办公室将近一个年头的工位了，虽然有些不舍得但今年就要搬走了。感谢高喆老师在本科期间对我各种冒失的宽容和支持。

感谢各位等离子体所认识的师兄师姐，大家在我问问题的时候几乎知无不言，很快就能给我反馈。特别要感谢贾曼妮师姐和张华祥师兄，两位都曾在我的毕设相关方面做过研究，给了我一定程度的帮助。同时还要感谢廖亮师兄和刘少承老师，疫情期间他们常常与我沟通等离子体所的具体情况。

感谢在全国高性能计算大赛中认识的比赛组织者，中国信通院的郑立同学。文章中的计算任务大部分都是在他提供的服务器上进行运算的，希望我们以后还能长久合作。

感谢我的家人，如我的二伯母、母亲等亲人，在疫情期间给了我尽可能的支持，起先于湖北家乡过年的日子里确实是非常困难，但所幸终是过去了，那段时间基本都是靠乡里亲人接济着。后来疫情缓解后随父母回到广东，那时国内境况便好了很多。家人的支持使得我能够持之以恒地完成论文，如果没有他们的支持的话这篇论文着实难以继。

对磁拓扑结构的研究是个可深可浅的课题，这篇文章受限于时间原因主要讨论的是真空场的情况，期待结题后的暑期能够结合磁流体引擎对等离子体反馈做出更进一步的研究。

附录 A 外文资料的调研阅读报告及书面翻译

外文资料部分翻译了与本论文主题相关的两篇论文，其研究重点在于通过线圈或电流激发出扰动场从而达到对 ELM 的弱化和抑制效果。

- [1] Sun Youwen, Liang Yunfeng, Liu Yueqiang and *et al.* Nonlinear Transition from Mitigation to Suppression of the Edge Localized Mode with Resonant Magnetic Perturbations in the EAST Tokamak. Physical review letters (2016). 117. 115001. 10.1103/PhysRevLett.117.115001.
- [2] Liang Yunfeng, Gong X. Z. , Gan K. F. and *et al.* Magnetic Topology Changes Induced by Lower HybridWaves and their Profound Effect on Edge-Localized Modes in the EAST Tokamak. Physical Review Letters (2013). 110. 235002. 10.1103/PhysRevLett.110.235002.

EAST 托卡马克上低杂波引起的磁拓扑变化及其对 ELM 的显著影响

Magnetic Topology Changes Induced by Lower Hybrid Waves and their Profound Effect on Edge-Localized Modes in the EAST Tokamak [1]

摘要：当低杂波和离子回旋共振加热作用在 H-mode 的等离子体，在 EAST 上观测到了强烈的减弱 ELM 的作用。这种效果是由于低杂波引起的螺旋电流丝沿着磁力线在刮削层中不断流动的效果。和共振磁扰动的效果类似，在低杂波运作期间也出现了束流在偏滤器上打击点分裂的现象。通过在磁力线追踪程序中加入螺旋电流丝，本文也定性地模拟了其对磁拓扑结构的改变的作用。

对聚变能源研究及相关技术的巨大挑战来自于如何将炽热的等离子体约束住，使得接触等离子体的材料在运行期间维持一个可以接受（稳态和瞬态）的热负荷及粒子束流强度。当托卡马克中的等离子体工作在高约束（H-mode）状态的时候，等离子体能量约束时间显著增长。然而其后果则是等离子体边界上压强有着更大的梯度，连带着还有边界上增强了的电流密度，它可以超过驱动磁流体不稳定性的阈值，这被称为 ELM。ELM 会导致拟周期性的大量能流和粒子流损失，因而也会导致对接触的等离子体材料的严重损害，下一代的聚变设备，如 ITER 和 DEMO 装置，需要一种可靠的手段来控制或者抑制剧烈的边界区域模。

共振磁扰动（RMP）改变了等离子体的磁拓扑结构，已经被用在 DIII-D 装置内完全抑制 ELM；JET, MAST 和 AUG 的实验中，则起到了削弱 ELM 的作用，增加 ELM 的频率的同时大大降低每一次 ELM 发生的幅度，MAST 和 ORG

装置上面得到实验。尽管其物理机制还不是很清楚，但从这些装置上得到的实验结果都表明是磁拓扑起到很关键的作用，深刻地影响了边界磁流体稳定性以及等离子体-壁（特别是对于偏滤器）相互作用。

目前来说，在所有现存的以共振磁扰动减弱或抑制 ELM 的实验中，磁扰动均由腔内或者腔外的线圈系统所激发。腔内的磁扰动线圈已在 ITER 设计上被考虑并做出了设计，用于抑制 ELM 的发生。但在未来的聚变反应堆中（如 DEMO），腔内的磁扰动线圈可能不现实。于是其他可以改变磁拓扑以控制 ELM 机制，对于下一代的托克马克是很有吸引力的。

近期 EAST 上面的研究结果表明，低杂波和共振磁扰动的效果类似，也可以改变磁拓扑以作为一种有效的减弱或抑制 ELM 的手段。这篇快报阐述了低杂波对 ELM 表现的影响及偏滤器平板上的热负荷分布；同时记录了低杂波驱动下产生的，在刮削层中沿着磁力线流动的螺旋电流丝的实验结果（该螺旋电流丝并不随时间旋转）。实验观测到的由螺旋电流丝引起的三维边界磁拓扑改变和磁力线追踪程序所做的估计之间进行了对比。

EAST（大半径和小半径分别是 1.85 m 和 0.45 m）是为了实现稳定的长脉冲、高参数的 H-mode 等离子体而建造的装置，它的位型与加热设备均与 ITER 类似，即有着灵活可调的 double null, lower single null (SN) 或 upper (SN) 极向偏滤器位型并主要是射频加热。EAST 中的低杂波系统工作在 2.45 GHz，一个阵列由 20 个波导天线组成，四列五行，安装在低场侧中间，最大输出功率是 2 MW。低杂波最初被设计用于芯部等离子体电流驱动，通过电子朗道阻尼将动量转移给等离子体，峰值平行方向波折射率约 2.1。并且可以在没有离子回旋共振加热的条件下仍实现长脉冲下的 H-mode。然而和其他设备上的实验类似，在等离子体边界上面损失了相当显著的低杂波功率，特别是当等离子体密度较高时，这是由快波和粒子之间复杂的耦合问题所导致的。

通过在离子回旋共振加热占主导的 H-mode 等离子体中调制低杂波功率，团队研究了低杂波对于 ELM 的特性影响，如图 1。这项实验在一次腔壁涂锂之后不久进行，通过输入功率是 1 MW 的粒子回旋共振加热驱动，目标 H-mode 等离子体有着下 SN 位型且运行在一个相对高密度的工作区。在边界上的安全因子是 $q_{95} = 3.8$ ，环向等离子体电流为 $I_p = 500 \text{ kA}$ 且环向场 $B_t = 1.8 \text{ T}$ ，底部的三角形变系数是 $\delta_L = 0.45$ 。在中心处线平均的电子密度 $\langle n_e \rangle$ 约 $4.7 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ，Greenwald 分数约 0.9，以及 H 系数 (H98y) 在 H-mode 阶段约 0.8。

这套低杂波系统功率设置在 1.3 MW，调制频率为 10 Hz，单个周期内运转时

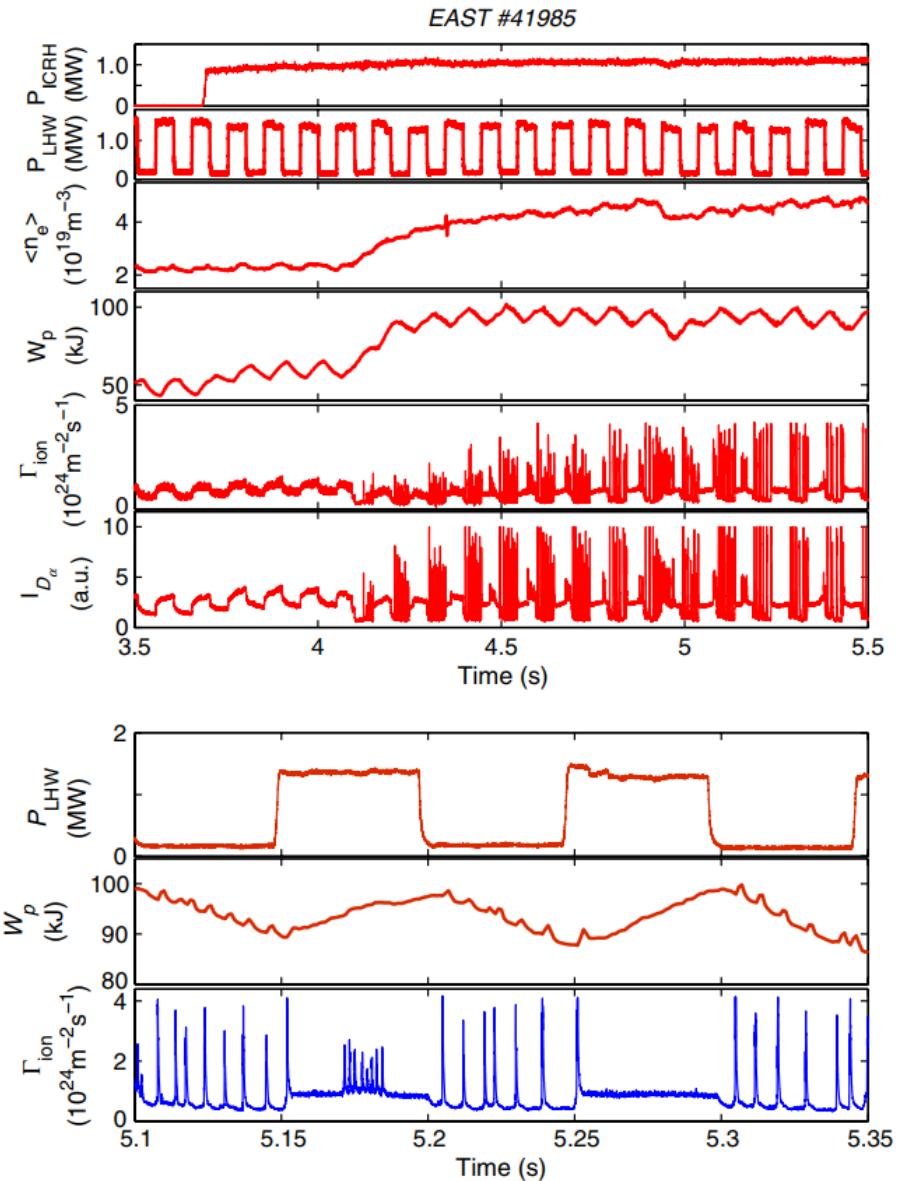


图 1 低杂波功率调制对 ELMs 的影响。从上到下的时间序列分析分别为 ICRH 和 LHW 的注入功率, 中心线平均密度, 等离子体能量, 峰值粒子流强和外侧偏滤器平板上 D_α 的射线强度。在底部将低杂波功率、等离子体储能和偏滤器上峰值粒子流强的一小段时间区间放大观察。

长占比 50%, 即一个周期内低杂波关闭的时间是 50 ms, 这个时间大概是能量约束时间的一半。如果没有低杂波加热的话, ELM 的频率是相当规律的, 大概在 150 Hz; 当低杂波系统打开之后, ELM 消失了或者偶尔地以更高频 (~ 600 Hz) 出现, 如图 1 下侧, 此时观察到落到偏滤器平板上的 ELM 的脉冲粒子流强显著地减小为原来的 1/2, 而 ELM 间隙时的粒子数则约增强为原来的 2 倍, 但仍然

低于运行在 L-mode 时。一旦到达 H-mode 工作区，等离子体所具有的能量 W_p 约增长为原来的 2 倍，从 ~ 50 到 ~ 100 kJ；在此后的低杂波功率调制期间，它的变化幅度比较微弱（ $\pm 5\%$ 区间）。低杂波系统停止工作的瞬间偏滤器平板接收到的离子流强会迅速减小，这可能说明低杂波功率不仅被芯部吸收，也部分沉积在了刮削层中。

EAST 实验中，不管工作在 L-mode 还是 H-mode，低杂波运行时刮削层中都观测到了 5 条螺旋辐射带（Helical radiation belt, HRB）。螺旋辐射带的数量和低杂波天线阵列的行数相等。EAST 使用氦气放电使其结构更清楚而不影响其特征，图 2 展示了两个切向方向上可见光波段的照片作为例子，这是 EAST 环形腔两侧氦气等离子体放电过程中低杂波施加时所出现的现象。目标等离子体（ 300 kA, $B = 2$ T, $q_{95} \approx 8$ ）由 0.7 MW 的低杂波加热，是 double null 的位型。在赤道面，等离子体分界面到外侧限制器的间隔大概在 8 cm。螺旋辐射带出现在低场侧，经过低杂波天线前方，同时在刮削层中沿着磁场线向上、下沿偏滤器流动。在低杂波天线前方，原等离子体边界 1 cm 之外的地方作为地点模拟得到的磁力线，在位置和螺旋角上都较好地吻合了实验观测到的螺旋辐射带。

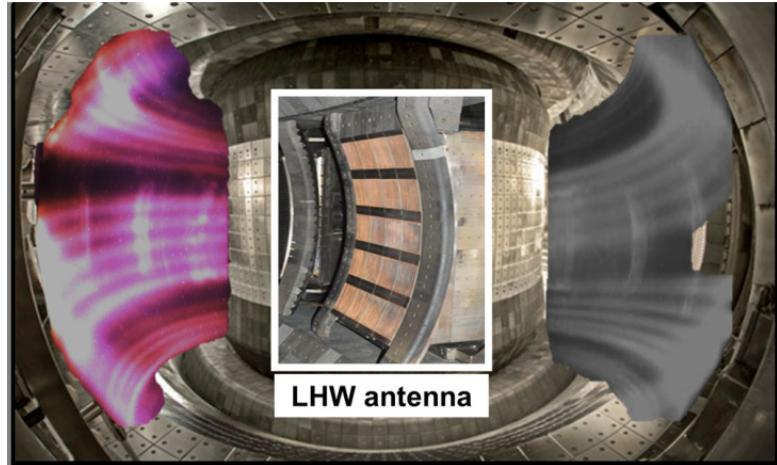


图 2 图为 EAST 环形腔内低杂波激发的螺旋辐射带，中间嵌入的图片为低杂波天线。

在低杂波系统调制过程中，等离子体边界螺旋丝状结构中流动的电流（即螺旋电流丝，HCF，Helical Current Filament）所激发出来的磁扰动被 Mirnov 线圈观测到了。在这项实验中，低杂波被方波调制，功率周期性在 0 MW、 1.2 MW 之间转换，重复频率是 100 Hz，单周期内运转时长占 50% 。螺旋电流丝的产生是相当快速的，约 2 ms 之内，和低杂波系统的启动时间相当。螺旋电流丝所引起的拓扑结构改变，在极向和环向上都是不对称的，这表明了它对等离子体结构的

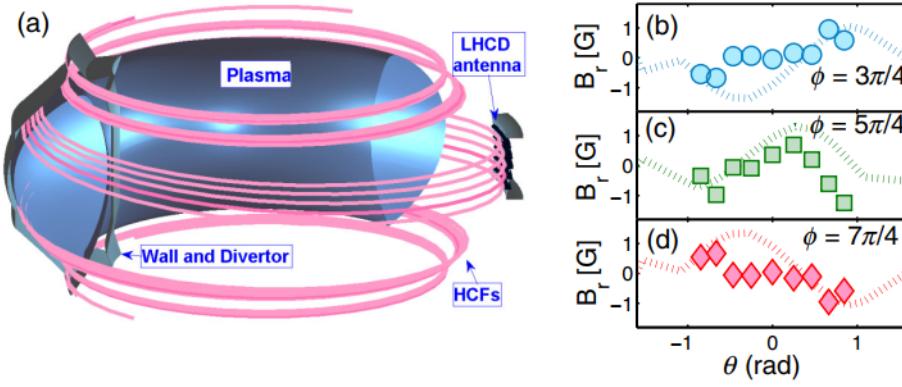


图3 (a)螺旋电流丝模拟的示意图和测量到的低杂波产生的电流丝结构驱动的非轴对称的径向扰动场在不同的环向截面 $\phi = \text{const}$ 上的极向分布, (b) $\phi = 2\pi/4$ (c) $\phi = 2\pi/4$ (d) $\phi = 2\pi/4$ 。极向角 θ 原点定义从低场侧赤道面, 顺时针方向增加。环向角从低杂波天线所处的截面处为原点, 从上往下看逆时针方向增加。模拟的螺旋电流丝总电流为 1.3 kA, 其对应计算得到的非轴对称的径向扰动场亦作图其中。

扭曲是三维的。用模拟的螺旋电流丝产生的扰动场可以复现 Mirnov 线圈上得到的信号, 如图 3。其中螺旋电流丝被设定为螺旋辐射带中流过的电流, 轨迹如图 3 (a) 所示。总的螺旋电流丝电流可以通过拟合模拟的扰动场和测量值来计算, 该实验中约为 1.3 kA。

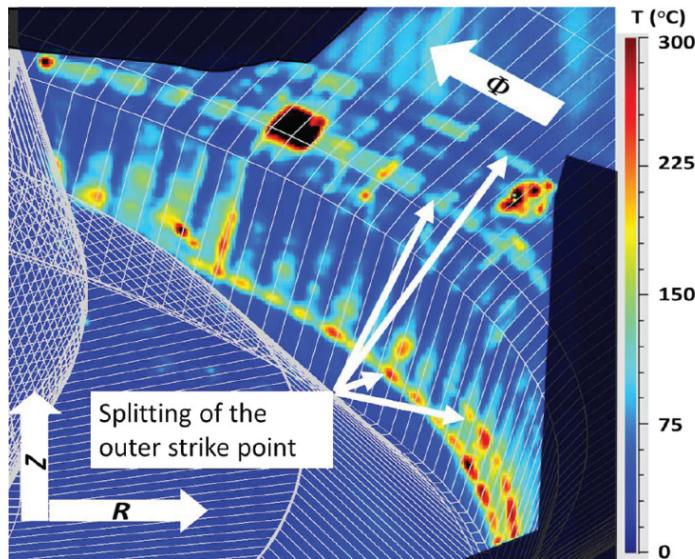


图4 低杂波工作时, 腔外侧底部偏滤器的红外照片, 环向角分布 $\phi = 1.3 \square \text{rad} \text{to} 1.5 \square \text{rad}$ 。在偏滤器平板上原打击点分裂为了多个条纹状结构。第一壁的结构由图中附加的网格白线所描绘。环向上打击点分裂的不对称性可由此见得。

在低杂波系统运转的时候被观测到了在偏滤器上打击点 (Strike points, SP)

的分裂，这和共振磁扰动产生的影响相似，可以通过偏滤器平板上的热负荷分布上观察到，图 4 显示了红外摄像头测量到的外侧下部偏滤器平板的表面温度分布，可见原打击点发生了明显的多重分裂。打击点分裂前后在环向上的距离依赖于环向角，表明低杂波引起的磁扰动的三维特性。另外打击点分裂还取决于边界的安全系数，这一点在欧姆加热主导的和离子回旋加热主导的等离子体中都没有发现。

通过在磁力场线追踪的程序中考虑螺旋电流丝的扰动场影响，如图 5，本文定性地模拟了磁拓扑结构的改变。在实验平衡场基础上叠加螺旋电流丝（电流强度设为 1.3 kA）产生的扰动场，通过磁力线追踪来计算磁力线的连接长度。螺旋电流丝产生的磁场在 X 点附近促进形成了数瓣有着较长磁连接长度的区域，甚至该区域可直达外侧偏滤器平板，导致打击点的分裂，这和红外摄像相互佐证。计算结果表明，等离子体边界的剧烈变化依赖于边界的安全系数和流经电流丝的电流强度。还要注意该螺旋电流丝模型没有考虑进去等离子体反馈，并且模拟的结果只能定性地解释螺旋电流丝引起的打击点分裂。

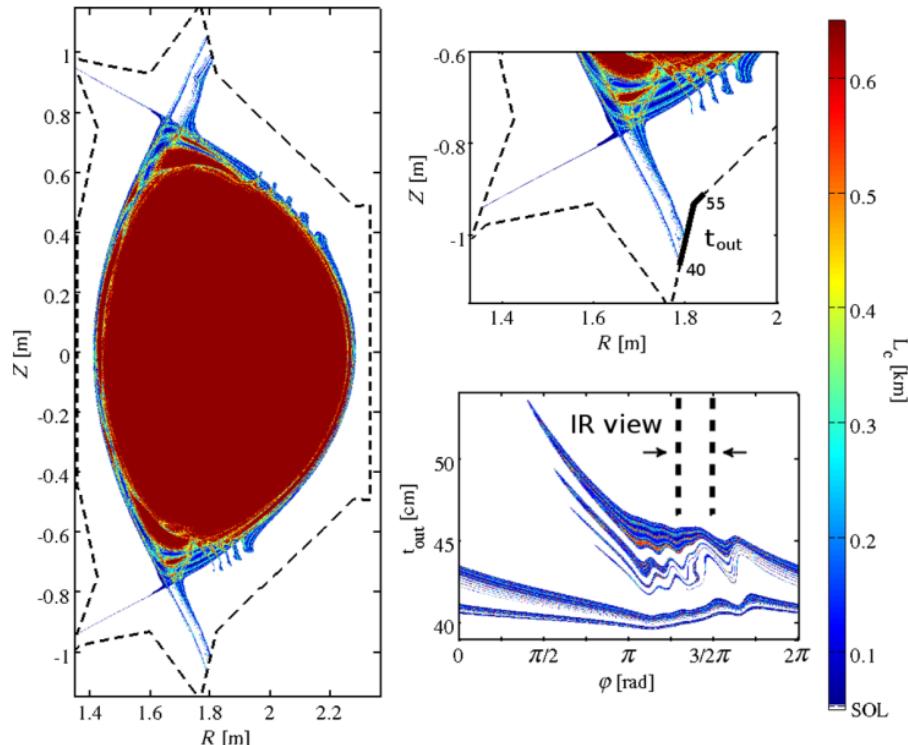


图 5 完整极向切面上 $\phi = 1.3 \square \text{ rad}$ 的磁连接长度等值线图，底部偏滤器周围区域放大后如右上所示。在外侧偏滤器平板上磁力线落点和磁连接长度的对应关系如右下所示。计算依据于图 4 实验中重构的平衡场，其中红外摄像的范围作了标记。

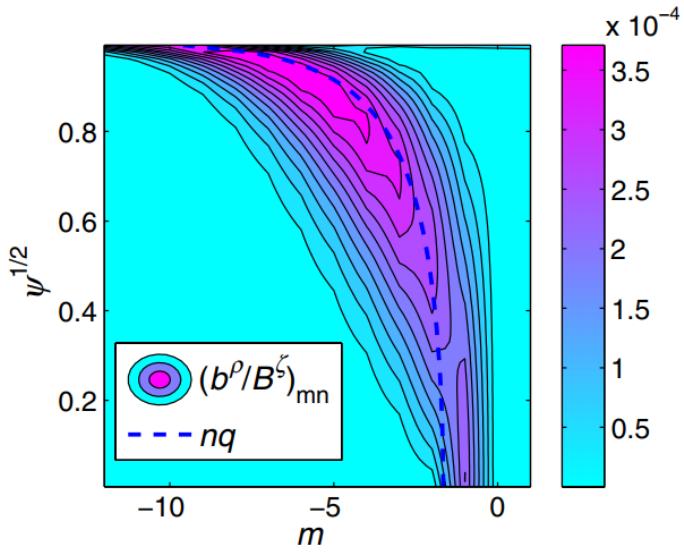


图 6 1 kA 螺旋电流丝产生的扰动场径向分量的磁谱 $n=1$, m 表示极向模数, Ψ 为归一化极向磁通。计算基于图 4 实验重建出的平衡场。其中螺旋共振模式 $m = nq(\Psi)$ 通过虚线做了标记。

过去的实验结果已经表明低杂波可以在 SN 偏滤器位型上 (JET) 产生带震荡型 ELM 的 H-mode 等离子体, 也可以在限制器位型下产生没有 ELM 的 H-mode 等离子体 (JT60)。然而, 其具体的物理机制还未被充分研究。在 EAST 上, 对离子回旋共振加热占主导的较低密度等离子体 ($n_e/n^{GW} < 0.5$, 这里 n^{GW} 为 Greenwald 密度极限), 用恒定的低杂波功率可以得到一个 ELM 较平稳的 H-mode 等离子体, 其有着混合的 I 型和小的 ELM。通过降低离子回旋共振加热对低杂波加热的比例, 并提高等离子体密度, 达到了一个稳定的持续发生小 ELM 的 H-mode 等离子体, 并保持了 32 秒。低杂波激发的螺旋电流丝及其造成的磁拓扑改变的迹象合理地解释了为什么低杂波可以减弱或者抑制 ELM, 并且为何显著地改变了对偏滤器平板上的热负荷分布。对于这种现象背后物理机制的理解, 需要考虑这种抑制效果与以下几个因素的依赖关系, (i) 腔壁涂锂, (ii) 等离子体台基区碰撞率, (iii) 安全因子 q_{95} , 它们将会在未来 EAST 上的实验进行进一步的研究。

由于低杂波天线几何因素的影响, 由螺旋电流丝所驱动的共振磁扰动场主要是 $n = 1$ 的分量, 在这里 n 指环向模数。基于实验参数计算出来的磁扰动场的谱表明螺旋电流丝的扰动场共振能力较好, 如图 6, 磁谱中值较高的分量形成的脊线与磁面螺旋对应的线相贴合。另外, 螺旋电流丝所引起的磁扰动更多地位于等离子体边界, 对核心部分没有显著的影响, 这主要是由于螺旋电流丝在

边界刮削层中沿着磁力线进行流动。因此，螺旋电流丝的迹线总是紧密地贴合着边界磁力线，而与边界安全系数无关。

还需要提到，尽管低杂波在刮削层中引起电流的现象已经被许多设备上观察到了，然而它的物理机制依然不清楚，在 Alcator C-Mod 的实验装置上面，当我们把低杂波注入方向改变的时候，刮削层中的电流方向并不会发生改变。Alcator C-Mod 上，在低杂波功率约 850 kW 时，若等离子体运转在高密度工作区，在刮削层中估计电流强度可以高达约 20 kA，而 EAST 上低杂波功率为 1.3 MW 时，极向上积分得到的螺旋电流丝则约 7 kA。用 GENRAY-CQL3D 程序对考虑碰撞阻尼的二维刮削层模拟表明，对 EAST 上运行的高密度等离子体而言，大概 10% 的低杂波功率沉积在了刮削层中。实验观测到的结果表明刮削层中的电流过大以至于不能通过低杂波的碰撞吸收导致的电流驱动来解释。不过要注意，被刮削层吸收的低杂波功率会对偏滤器区域中性粒子的电离有所贡献，从而增强了从偏滤器平板两侧中较热较稀疏的一侧到较冷较稠密的一侧的沿着刮削层中的磁力线的热电流。

EAST 过去的研究表明，随着低杂波功率或者等离子体密度的增长，螺旋电流丝电流强度均会增长。然而，螺旋电流丝所处的径向位置在等离子体边界附近刮削层中，而此处磁连接长度远远大于电子的平均自由程。为了用低杂波实现对 ELM 和偏滤器热负荷主动的控制，螺旋丝中电流强度对实验参数的依赖关系将会在 EAST 上面更进一步地被研究。

总的来说，低杂波对于 ELM 强烈的影响已经在 EAST 上面得到了呈现，它表明 ELM 在其作用下会消失，或者偶尔出现，它的频率会从 ~ 150 增加到 ~ 600 Hz，当低杂波运转的时候，可通过驱动沿着刮削层磁力线且不随时间环向旋转的螺旋电流丝，来引起等离子体磁拓扑上显著的改变。这继而导致了在偏滤器上的打击点分裂，与共振磁扰动引起的效果相仿。在磁力线追踪程序中引入螺旋电流丝能较好地复现出来磁拓扑所观测到的改变。这为下一代的聚变反应堆（ITER 或 DEMO）提供了一种很有吸引力的手段来优化热负荷分布，并且同时能够抑制或者弱化 ELM 导致的极大的脉冲热负荷和粒子流强。

这项研究由中国国家磁约束聚变科学项目支持，项目序号为 No. 2013GB106003 和 No. 2011GB107001。在这里还要致谢德国亥姆霍兹协会的亥姆霍兹大学青年研究者团体 VH-NG-410。

EAST 托卡马克上共振磁扰动对 ELM 的弱化效果到完全抑制的非线性转换过程

Nonlinear Transition from Mitigation to Suppression of the Edge Localized Mode

with Resonant Magnetic Perturbations in the EAST Tokamak[2]

摘要: 本文呈现了 EAST 托卡马克上如何用共振磁扰动使得 ELM 从被减弱到抑制的非线性转换。这是第一次对射频加热占主导且转速较低的等离子体的 ELM 用共振磁扰动的方法进行抑制。在转化发生之后，边界磁拓扑的改变有两个迹象，线性磁流体动力学和真空的模拟结果等离子体反馈场渐变的相移和骤然的射向偏滤器的三维粒子束流。转换的阈值依赖于共振磁扰动场的磁谱、等离子体自身的旋转及扰动场的幅度。这表明非线性等离子体反馈引起的边界磁拓扑结构改变在用共振磁扰动的手段抑制 ELM 时很重要。

无论是在实验室等离子体物理还是在空间等离子体物理研究中，磁场重联及其导致的拓扑变化在等离子体动力学中都扮演了一个重要角色。通过共振磁扰动所引起的边界随机场，被认为是抑制等离子体边界周期性破裂发生的一种可行手段；这种不稳定性也被称为 ELM，起初在 DIII-D 托卡马克中被观察到。ELM 会对直面等离子体的材料形成瞬态热负荷，并下一代的聚变设备中（如 ITER）的实验中可能使得材料性能下降。等离子体边界压力梯度和电流中储存的自由能，由于边界磁场的随机化而减少，随机场将等离子体引入一个相对于 ELM 更稳定的状态。DIII-D 上成功的实验，激励了其他托卡马克设备运用共振磁扰动以控制 ELM。然而等离子体反馈场往往屏蔽施加的共振磁扰动，并且可能显著降低磁场的随机性，这一机制能否成功应用还需研究。与拓扑结构改变不同，线性的拟剥离模磁流体力学反馈，已经被发现在 ELM 控制中扮演着很重要的角色。非线性的等离子体响应已于 JET 托卡马克中被观测到了。近期，DIII-D 上发现了在 ELM 抑制阶段，施加 $n = 2$ 共振磁扰动场而产生边界磁岛的可能形成机制。然而目前的研究有待进一步完善，ELM 被完全抑制和弱化之间的关键性区别仍不清楚，以及线性和非线性的等离子体反馈在 ELM 抑制上的作用仍有待研究。

这篇快报阐述了第一次对转速较低且射频加热主导的等离子体，以低 n 的共振磁扰动场驱动 ELM 抑制的效果，这可能对于未来聚变设备有着重要价值。这也是第一次 EAST 工作在中等碰撞率状态时观测到 RMP 实现了完全的 ELM 抑制的效果，同时拓展了过去在 DIII-D 和 KSTAR 的所做的抑制 ELM 的结果。目前发现，边界附近的磁岛和超过阈值的磁拓扑改变（考虑等离子体反馈的条件下），两者在 ELM 抑制中起着重要作用，这一发现也揭示了线性和非线性反馈在 ELM 抑制中起到的不同作用。

2014 年 EAST 低场侧安装了两个阵列组成 ($2 \times 8 = 16$) 的一套灵活的腔内

共轭场线圈系统。EAST 团队通过 $n = 1, 2$ 的共振磁扰动，成功地实现了对转速较低且射频加热主导的等离子体中 I 型 ELM 的减弱及完全抑制。

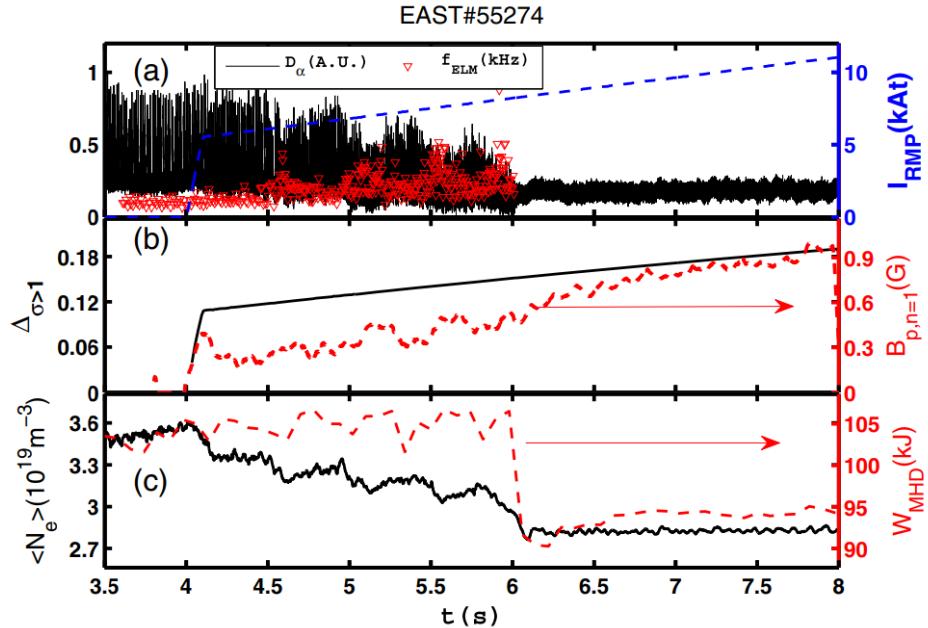


图 1 EAST 55274 序号实验的各参数时间序列 (a) D_α (实线), ELM 频率 (三角形) 和 I_{RMP} (虚线) (b) $\Delta_{\sigma>1}$ (实线) 和 $n = 1$ 反馈极向场幅度 (虚线) (c) 电子密度 (实线) 和等离子体储能 (虚线)

EAST 中观测到, $n = 1$ 的共振磁扰动场, 强度超过阈值时具有对纯射频加热的等离子体 ELM 彻底抑制的效果。图 1 显示 EAST 实验序号 55274 中, $n = 1$ RMP 线圈电流缓慢上升过程中 ELM 的表现。低杂波电流驱动 $P_{LHCD} = 3 \text{ MW}$ 和离子回旋共振加热 $P_{ICRF} = 1.4 \text{ MW}$ 提供恒定的外部加热功率。X 射线晶体成像技术 (XCIS) 测量得到等离子体环向上绕中心自旋的速度非常接近于 0, ($<4 \text{ krad s}^{-1}$)。环向磁感应强度为 $B_T = 2.25 \text{ T}$, 在边界 95% 的归一化极向磁通处的安全因子 $q_{95} \approx 5.7$, 等离子体电流等于 $I_p = 0.45 \text{ MA}$, 归一化贝塔参数 $\beta_N \approx 0.8$, 以及归一化的 (相对于粒子轨道的碰撞或输运频率) 碰撞率在基台顶部约等于 $\nu_{*,ped} \sim 1$ 。如图 1 所示, RMP 线圈电流升到 $8 \text{ kA} \cdot \text{turns}$ 之前 (6 s), 电子密度呈阶梯状下降并且 ELM 发生频率升高; 而在 $t = 6 \text{ s}$ 在此之后 ELM 被完全地抑制住了。真空模拟中磁岛重叠处的宽度, 如图 1(b) 黑实线, $\Delta_{\sigma>1} = 1 - \hat{\psi}_p^{1/2}|_{\sigma=1}$, 此处 σ 为 Chirikov 参数表征磁岛是否重叠而 $\hat{\psi}_p$ 指归一化之后的极向磁通。等离子体反馈在 ELM 的弱化和抑制两阶段起到的作用有着显著的不同。等离子体反馈场 $n = 1$ 分量的幅度在实验中观测到的值可见图 1(b)

红实线。在完全抑制之前，电子密度呈阶梯状的下降趋势而 ELM 频率有所增长，其原因可能是由于不同谐波分量有着不同的渗透阈值，说明（考虑等离子体反馈后的）磁拓扑结构改变的程度在最终的 ELM 抑制中非常重要。这激励团队对 ELM 在被弱化和抑制之间的转化过程进一步细致研究。

通过扫描托卡马克上下沿磁共振线圈的相位差 $\delta\phi_{UL}$ ，或者是等效的共轭分量场强，观察到了 ELM 减弱和抑制之间的转化。图 2 展示了实验序号 55272 中操控 RMP 线圈对 ELM 的控制，连续扫描 $\delta\phi_{UL}$ ，如图 2 (b) 红线所示。通过以 $f = 0.5 \text{ Hz}$ 的频率旋转下沿线圈电流，并且保持上沿线圈电流稳定，幅值恒定 $I_{RMP} = 10 \text{ kA} \cdot \text{turns}$ ，如图 2 (a) 中红虚线。该目标等离子体 ELM 的频率大致为 100 Hz 与实验序号 55274 类似，除了加热手段上的略微不同，如有着 0.7 MW 的逆电流中性束注入而没有离子回旋共振加热。它仍然是射频加热主导的等离子体。 $\delta\phi_{UL}$ 变化的两个阶段中，电子密度（图 2(c) 实线）和 ELM 频率（图 2(b) 三角形）的改变可重复性相当好，如图 4(a) 和 4(b)。总的来说， $\delta\phi_{UL}$ 的变化可以分为两个阶段。在第一个阶段， $t \in [4, 4.3] \text{ s} \cup [6, 6.3] \text{ s}$ 对应于 $\delta\phi_{UL} \in [0, 50]^\circ$ ，此时有强烈粒子流溢出、ELM 弱化以及 ELM 频率增大为原来的 5~10 倍左右。阶段二 $t \in [4.3, 4.7] \text{ s} \cup [6.3, 6.7] \text{ s}$ 对应于 $\delta\phi_{UL} \in [50, 120]^\circ$ ，在一个突兀的电子密度下滑之后 ELM 被完全地抑制住了。到 $\delta\phi_{UL} \in [120, 360]^\circ$ ，ELM 从被完全抑制的第二阶段突然转化为第三阶段，等离子体密度溢出和弱化 ELM 的作用都变得相当弱且稳定了。电子密度和温度分布的变化在图 2 (f) 和 (g) 中有所展示。从中可以看出在 RMP 的作用期间，电子密度下降但温度上升。等离子体能量约束在弱化 ELM 时相比没有启动 RMP 时有了些许的改善，储存能量更多但密度更低。与弱化 ELM 相比，完全地抑制 ELM 会有更强的密度泵出效应，且边界基台温度会轻微下降，从 ELM 的弱化到完全抑制，能量约束下降了大约 10%。

ELM 控制对磁谱的依赖性表明，共振磁扰动场需要达到必要的阈值才能抑制 ELM。和在 DIII-D 中观测到的类似，ELM 抑制最合适的相位差，和线性磁流体模拟程序 MARS-F 得到的共振峰值接近 ($\approx 75^\circ$)，而与真空条件 MARS-F 计算出来的共振峰值计算 ($\approx 356^\circ$) 不吻合。然而，EAST 上等离子体密度的时间演化和 DIII-D 上完全不同，DIII-D 上在 $\delta\Phi_{UL}$ 相位差扫描时等离子体密度抽出。并且磁刹车如同三角函数一个变化，显示出等离子体动理学特性的线性反馈。实验测量结果清晰地表明 ELM 减弱和抑制之间的转换，存在着非线性等离子体反馈的作用以及非线性转换和分歧过程，如图 3 和 4 所示。EAST 团队运用低场侧遍布环向各角度的极向磁场传感器（如图 3 所示）来观测等离子体反馈

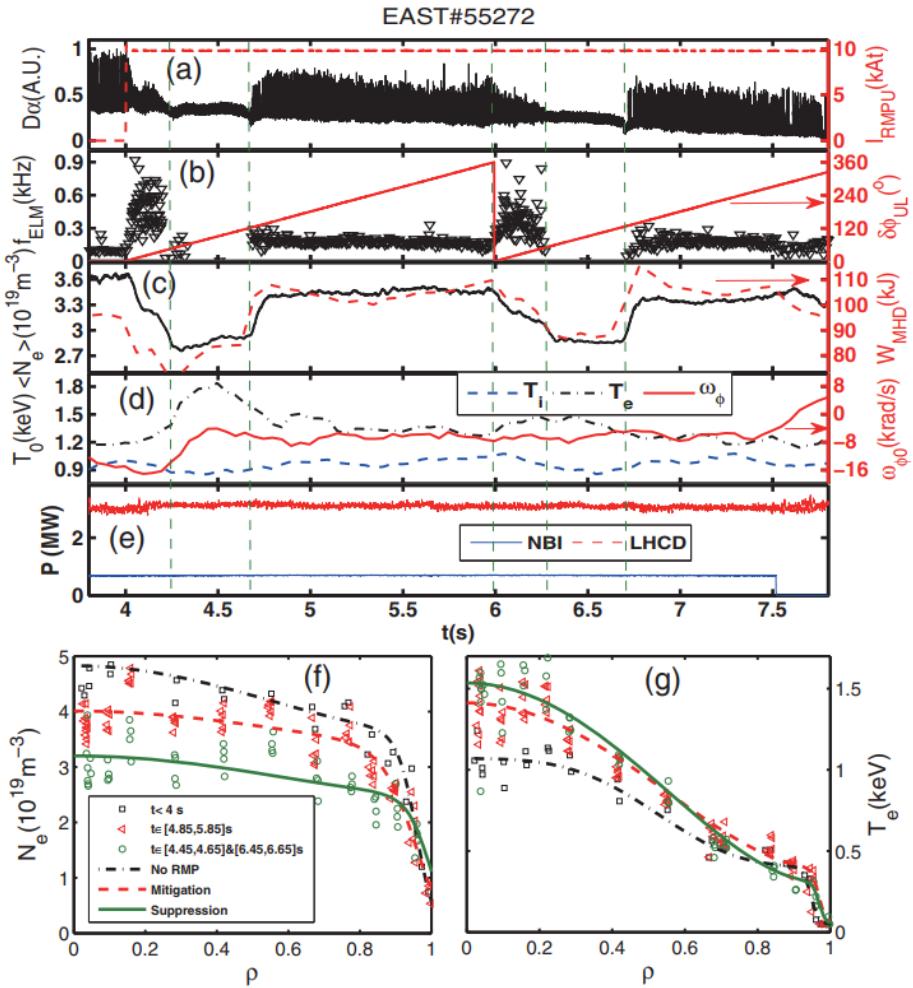


图 2 EAST 实验序号 55272 一些参数的时间序列: (a) D_α 实线和 RMPs 线圈电流 I_{RMP} 虚线; (b) ELM 频率 (三角形) 和 $\delta\phi_{UL}$ 实线; (c) 电子密度为实线, 等离子体储能为实线; (d) 电子和离子的温度分别为点划线和虚线, 近核心处环向旋转 (实线); (e) NBI 功率为实线而 LHCD 功率为虚线。下面两子图为径向分布, (f) 电子密度和 (g) 温度, 点划线表示无 RMP 作用的时候, 虚线和实线分别表示 RMP 起弱化和抑制作用的时候

场的演化是。通过反馈场的傅立叶分解得出其主要的分量是 $n = 1$ 的谐频分量。MARS-F 程序从等离子体反馈场中模拟出扰动场, 在图 3(c) 中可以看出其较好地重现了总体的趋势, 只有些许的不一样。实验序号 55272 在 3.9 s 的平衡态被用于这里展示的模拟, 这是因为等离子体反馈场的预估, 并不因有或者没有共振磁扰动导致的 ELM 抑制的磁场平衡态而产生显著的差异。然而, $n = 1$ 反馈场的相位对 $\delta\Phi_{UL}$ 的依赖关系 (如图 4(c)) 明确地表征了 ELM 减弱和抑制之间的非线性特性。弱 ELM 减弱阶段 (III), $\delta\Phi_{UL} \in [120, 360]^\circ$, 测量到的 $n = 1$ 反馈场和线性磁流体反馈相吻合, 而在 ELM 抑制阶段 (II) $\delta\Phi_{UL} \in [50, 120]^\circ$, 它显著地偏离了线性的磁流体反馈却跟真空的更符合。这表明共振磁扰动在 ELM

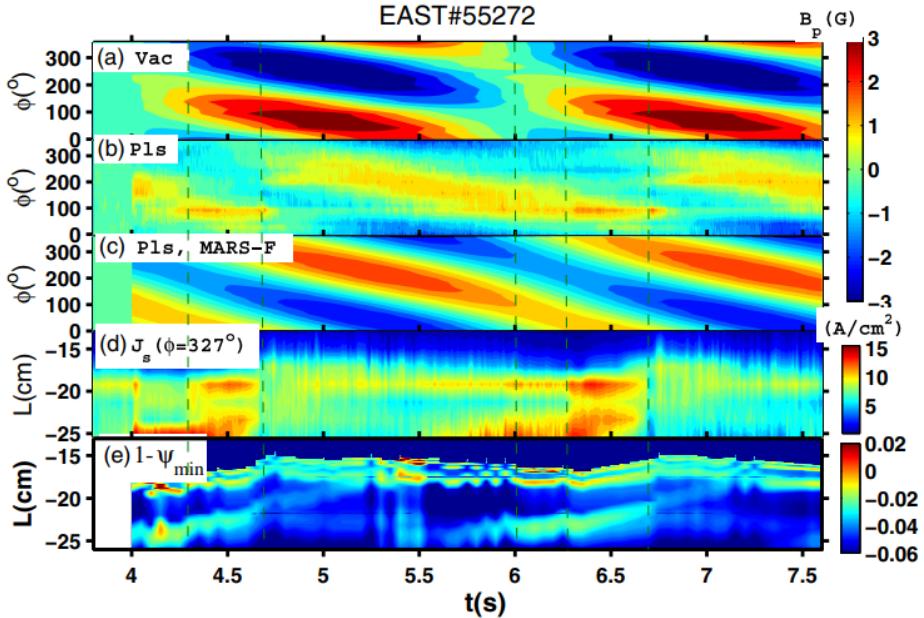


图 3 EAST 实验序号为 55272 的扰动场时间演化的等值线图: (a) 从 RMP 真空场中贡献的; (b) 测量到的等离子体反馈; (c) MARS-F 模拟环向分布的磁传感器得到的等离子体反馈; (d) 上沿偏滤器 $\phi = 327^\circ$ 处的 Langmuir 探针极向阵列测量得到的粒子流强随时间的变化; (e) 模拟的最深的连接上沿偏滤器的极向磁通

弱化状态被等离子体屏蔽掉了, 到抑制状态却能够渗透进去。这是因为渗透的共振分量和真空中的一样有相同的相位; 而根据过去的非线性模拟, 屏蔽场相对于真空有一个相位偏移。这意味着为了达到 ELM 抑制状态, 磁场渗透的发生是必需的, 而这不能通过线性的模拟解释。这有可能解释 DIII-D 中测量得到的反馈场和 MARS-F 模拟结果的类似的差异。但和 DIII-D 中观测到 ELM 抑制时的磁场渗透特性不一样的是, EAST 上渗透的环向模数和施加的是一样的。

在 ELM 被减弱到完全抑制的转换过程中, 反馈场的相位逐渐地和真空中的一样不断逼近, 如图 4(c) 所示。这表明不同的谐频分量依次穿透, 边界拓扑变化在这一阶段渐渐剧烈起来。对于不同的谐频分量来说渗透阈值可能是不一样的。于是一种可能的解释是这个转化过程中有多种谐频分量依次穿透。这也解释了在完全抑制 ELM 之前, 共振磁扰动线圈电流的上升时, 电子密度和 ELM 频率的阶梯状变化的现象, 如图 1。于是, 边界拓扑改变的剧烈程度随着总共振磁扰动场幅度增强而增强, 这包括了等离子体反馈和它导致的 ELM 抑制。从抑制 ELM (阶段 II) 到轻微减弱 ELM (阶段 III) 的骤然反向转换表明这些共轭谐频分量又几乎同时被屏蔽掉了; 同时, 磁场的三维结构消失了, 共振磁扰动场强度低于某个阈值之后。

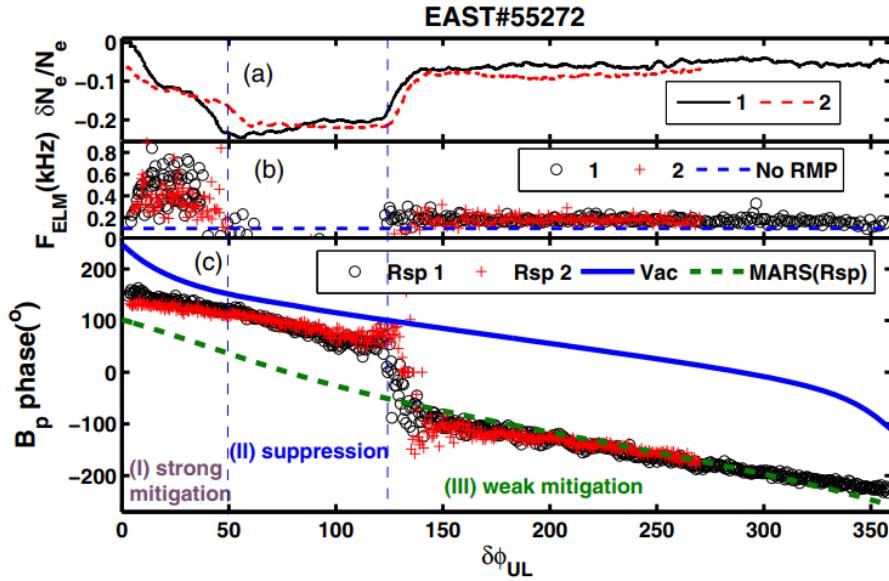


图 4 一些变量受 $\delta\phi_{UL}$ 影响的散点和折线图: (a) 等离子体密度; (b) ELM 频率; (c) 测量得到的 $n = 1$ 反馈场分量的相位 (圆圈和加号分别表示第一阶段和第二阶段) 及真空场模拟 (实线) 和线性 MHD 响应 (虚线)

在 ELM 抑制阶段, 粒子流受共振磁扰动影响而在偏滤器上打击点的分裂, 和边界拓扑结构的变化相互佐证。在 DIII-D 上的 L-mode 等离子体, 只有在等离子体屏蔽效应退去的时候, 才能观测到三维的打击点分布。当共振磁扰动场强度超过阈值时, MAST 上 L-mode 等离子体出现粒子流和热负荷在偏滤器上的三维分布时, 总是伴随着突然的热流增强和等离子体密度减弱, 这表明存在边界随机场。这已经在 1 模等离子体中被观测到了在 max 上面。这种分裂模式在强的 ELM 弱化阶段和抑制阶段, 被观测到时用一个极向排列的兰缪探针阵列, 在上偏滤器, 在 $\Phi = 327^\circ$ 的时候, 观测到图 3, 这和真空的三维模拟, 打击点结果是相吻合的, 显著的粒子流强增加, 也表明了场的穿透和磁拓扑结构改变, 在这些阶段, 因为这是下 SN 位型, 其中的两个分界面之间的距离 $d_{rsep} \approx 1 \text{ cm}$ 。这再一次证明了 ELM 抑制阶段存在边界磁拓扑的改变。从 ELM 弱化到完全抑制时, 会突兀地加快边界垂直转动, 再一次佐证 ELM 完全抑制时边界拓扑改变的重要性。外沿边界的加速旋转是边界随机场形成的重要迹象。图 5 显示了在两次实验 56365 和 56366 中, 对 ELM 控制效果的对比, 它们有着相同的共振磁扰动场参数为行, 和目标等离子体, $B_T = 1.7 \text{ T}$, $I_p = 0.45 \text{ MA}$, $\beta \approx 1.5$ 和 $q_{95} \approx 4.5$ 。除了 56365 号顺向中性束功率为 2 MW 在 $t \approx 3.6 \text{ s}$ 降到 1.2 MW, 就如图 5(b) 所示。图 5(a) 一个阶梯, 旋转共轭此共振磁扰动, 有着这样子的类型, 相位保持着

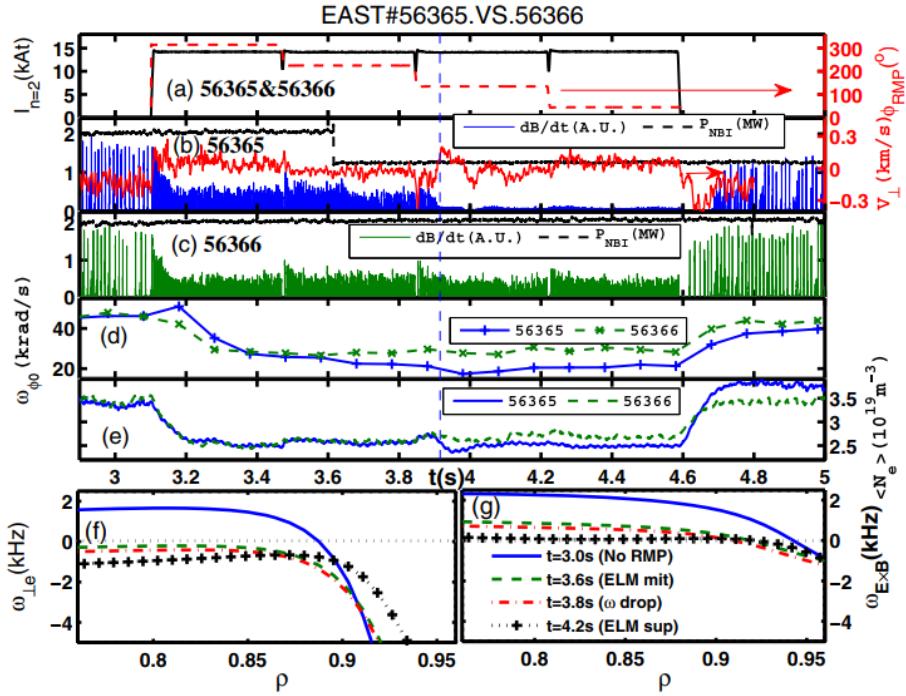


图 5 一些参数的时间序列 (a) 幅度 (实线) 和相位 (虚线) $n = 2$ RMP 线圈电流, EAST 实验序号 56365 和 56366 (b) dB/dt 实线, NBI 功率虚线和边界垂直转动为红线, EAST 实验序号 56365 (c) dB/dt 实线, NBI 功率虚线和边界垂直转动为红线, EAST 实验序号 56366 (d) 在核心周围环向转动频率 (e) 电子密度。下面两小图为一些变量的径向分布, (f) $\omega_{e\perp}$ 和 (g) $\omega_{E\times B}$ 在 $t = 3.0$ s, 3.6 s, 3.8 s 和 4.2 s EAST 实验序号 56365

恒定的电流 $I_{n=2} = 14$ kAturns 且 $\delta\Phi_{UL} = 270^\circ$, 在这两次实验上都应用了。这两次实验观测到了, 共振磁扰动应用之后的 ELM 强烈减弱阶段, 频率大概变为了原来的 5 倍。ELM 的完全抑制, 只有在一个额外的瞬间边界垂直旋转加速之后才会实现在一个缓慢的衰弱, 由中性束功率的减低导致的等离子体旋转渐弱之后。Mirnov 信号 dB/dt 被用来作为测量 ELM 破裂的手段, 因为它在 ELM 强削弱阶段对小 ELM 破裂更加敏感。如图 5(b) 所示, 就在共振磁扰动施加之后, 多普勒反散射系统观测到了边界垂直旋转的骤然加速, 这表明边界拓扑结构的改变。而图 5(f), 5(g) 展示了共振磁扰动启动后, 因为旋转急停了, 估计的电子流体垂直旋转角速度 $\omega_{e\perp}$, 及 $\vec{E} \times \vec{B}$ 对应的 $\omega_{E\times B}$ 在基座顶部俊变得非常接近于 0。根据近期的等离子体反馈理论和模拟结果, 在基座顶部附近 (此处 $\omega_{e\perp} \approx 0$) 的共轭谐频分量可能渗透。在 ELM 抑制时, 基座顶部处 $\omega_{e\perp}$ 又更接近于 0, 此处 $\rho \approx 0.9$, 而且 $\omega_{E\times B}$ 在 $\rho = 0.92$ 以内分布相当平坦。更多的模式可能会渗透进等离子体, 促成了最终的 ELM 抑制效果。以上论述表明强烈的 ELM 减弱效果和

磁渗透及边界拓扑结构的改变是相关联的，并且最终到 ELM 完全抑制阶段的转换需要边界拓扑变化达到一定剧烈程度。

在此总结，EAST 托卡马克中观测到了， $n = 1, 2$ 的共振磁扰动驱动 ELM 弱化到完全抑制的非线性转化的迹象。实验中发现了对低速旋转、射频加热为主导的等离子体，低 n 的共振磁扰动场有着抑制 ELM 的效果，这可能对于未来的聚变设备有潜在的重要价值。线性的磁流体模拟结果揭示了所需要的共振磁扰动场强度（需考虑等离子体反馈，而不仅仅是真空情况），从而可以据此优化设计适合抑制 ELM 的线圈位型，以完全抑制 ELM。从 ELM 弱化到抑制的过程中，反馈场的相位逐渐地偏离线性磁流体模拟预测，而更接近于真空计算结果。这表明不同的谐频分量依次渗透进等离子体，并且边界拓扑变化的程度在此过程中不断加深。这也解释了在达到 ELM 抑制之前，RMP 线圈电流不断抬升的过程中，观测到的电子密度和 ELM 频率阶梯状的变化。落入偏滤器的打击点分裂和粒子流强的突然增长说明 ELM 抑制阶段存在边界拓扑改变现象。另外，边界垂直旋转的急剧加速触发了从 ELM 弱化到抑制的转化，并且也表明存在着边界拓扑结构改变的阈值，到了便会完全抑制 ELM。然而，模拟等离子体对共振磁扰动的非线性响应仍然是一个巨大的困难。未来更多的研究工作将会投入到理解非线性等离子体响应中，特别是对于其中转换和分歧的关键问题。

这项工作受到中国国家自然科学基金会的支持，项目序号为 No. 11475224 和 No. 11205199；同时还受到中国国家磁约束聚变科学计划支持，项目序号为 No. 2013 GB102000, No. 2013 GB106003B 和 No. 2012 GB105000.