

# 基于几何方法与贪心优化的多波束测探测线布设策略研究

金文泽<sup>1\*</sup>, 盛逸飞<sup>2\*</sup>, 顾靖<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup> 南京大学, 计算机科学与技术系

<sup>2</sup> 南京大学, 人工智能学院

<sup>3</sup> 南京大学, 数学系

\* 这些作者对本文具有相同的贡献

## 摘要

对于多波束测探测技术的测线布设问题, 本文先建立了测探覆盖宽度的几何模型. 根据该模型, 在海底面为等深线平行等距的理想坡面的情况下 **证明了最佳布设测线方式是顺着坡面的等深线平行布设**. 然后进一步推广, 我们将一般的海底面分为若干个海底面可以视为理想坡面的区域, 将测线顺着各个坡面的等深线平行布设, 最终在保证重叠率适中、条带基本覆盖整片海域的基础上尽可能减小了测线长度. 这种测线布设方式不依赖于具体的海域形状、海底地形, 普适性良好.

**针对问题一:** 对于一条测线的覆盖情况, 只需对于中心点考虑波束平面, 考虑到海底坡面与水平面的夹角较小, 我们用波束覆盖区域在水平面上的投影宽度来表示覆盖宽度; 考虑到相邻测线的覆盖宽度相近, 计算重叠率时用相邻测线覆盖宽度的平均值表示覆盖宽度. 在波束平面上主要通过**正弦定理**计算出相关几何量, 求得在中心点处测线覆盖宽度为 **242.987m**, 与前一条测线的重叠率为 **20.6591%**, 其余详细的计算数据见正文.

**针对问题二:** 由于测线与海底坡面不平行, 需要考虑每条测线上不同点的覆盖情况, 因此需要分别计算测线上不同点深度. 再分别考虑波束平面, 通过计算海底坡面与波束平面的交线与水平面的夹角. 对于以上两个关键量, 我们建立相似的几何模型, 借助立体几何知识计算, 进而转化为问题一的模型, 计算出在中心点处, 测线方向夹角为  $0$  时覆盖宽度为 **415.692m**, 其余详细的计算数据见正文.

**针对问题三:** 在获得了前两个问题的结果之后, 我们就可以获得第三题指定海域当中每一点的深度以及坡度信息. 首先, 考虑矩形区域垂直于等高线的中轴线上任意一点, 发现过这一点的测线的覆盖区域可近似为梯形, 我们发现只需考虑该点深度的最大值, 且**深度关于测线与坡面法向的投影夹角的正弦正相关**, 由此得到了一个关键结论: 测线平行与等深线布设为最优策略. 在得到该关键的结论之后, 设计有关第三题的优化程序. 程序的主要算法为**贪心算法**: 由较深处开始布设等深线, 在严格按照覆盖率在  $10.00\% \sim 20.00\%$  之间, 且能覆盖整个海域的前提下, 每一次铺设新的测线都尽可能地增大其与前一根测线之间的间距, 最终达到最佳优化的目的, 并以直观的方式输出评价指标以及图像. 最终得到最优测线布设方式下的测线总长度为 **125936m**, 测线覆盖率为 **10.004%**, 具体图示和测线数据见正文.

**针对问题四:** 在完成了问题三的测线优化布设之后, 我们已经获得了一系列针对单一坡度海域优化布设测线的方法; 问题四给我们提供的是接近真实的海底数据, 每个点的坡度各异. 为此, 在处理了第四题提供的数据之后, 我们采取了分治的思想, 将复杂的问题化解为多个简单的问题, 将第四题的海域划分为多个与**第三题地形特点相似的海域**. 并创造性的设计了**动态地形模拟**程序, 该程序可以读取题给的地形数据, 在指定海域内对给定的测线进行模拟评价, 并给出测线的示意图; 或是利用贪心算法自动优化生成一组测线, 并生成其评价数据. 在这里, 我们将覆盖率作为首要价值因素, 将漏测率作为次要价值因素, 在保证覆盖率尽可能接近  $10\%$  的前提下, 尽可能地降低漏测率,

最终得到同时具有距离短, 数据冗余度合理, 漏测率低的布设方案, 并提供了示意图和详细的数据. 关于这组测线的一些关键评价指标如下: 测线总长度 **435594m**, 测线覆盖率 **9.49%**, 测线漏测率 **1.69%**, 测线覆盖率 >20% 的长度占比为 **4.29%**.

关键词: 多波束探测 测线布设 计算几何 贪心算法 动态地形模拟

## 一、问题重述

### 1.1 问题背景

多波束测探技术是一种用于水下探测和成像的先进技术,通常用于海洋科学、水下勘探、海底地形测绘等领域.该技术通过同时发射多个声波束并接收它们的回波,相比于单波束测探技术能够提供更高分辨率的水下信息和更广泛的覆盖范围.[1]

合适的测探条带重叠程度至关重要.过低的重叠会降低测量结果的可信度,而过高则会造成数据的冗余,降低测量效率.我们要在确保重叠程度适当的情况下,合理布置测线,尽量减少测线的总长度,以最大化测量的质量.

### 1.2 问题重述

**问题一:** 在垂直于测线的平面与海底坡面形成一个与水平面固定夹角的斜线的情形下,分别求出条带覆盖宽度、相邻条带的重叠率的几何关系模型,并在给定参数下,利用该模型求解海水深度、覆盖宽度以及条带重叠率的数值.

**问题二:** 在问题一的基础上,需要额外考虑海底坡面法向的水平投影与测线的方向之间夹角的因素,给出更具有一般性的覆盖宽度的几何关系模型,利用这个模型计算不同参数下的条带宽度数值.

**问题三:** 在给定的一片海域中,根据所给的参数条件,设计出合理的测线布置,确保相邻条带之间的重叠率介于 10% 到 20% 之间且能够完全覆盖整个待测海域的基础上,使得测线长度最短.

**问题四:** 附件给出了一片海域的深度测量数值,根据这些数据设计测线的布设,尽量做到能覆盖整个海域,重叠率不超过 20%,且测线总长度最短.并给出总长度、漏测的区域占比和超过 20% 重叠率的总长度.

## 二、问题分析

### 2.1 问题一的分析

由于测线与海底坡面平行,只需考虑每条测线上任一点覆盖情况,而一点产生的波束在同一平面上,因此只需在该平面上建立几何模型,考虑到海底坡面与水平面的夹角较小,以及为了在海底坡面更复杂的情况下使用该模型,用波束覆盖区域在水平面上的投影宽度来表示覆盖宽度;考虑到相邻测线的覆盖宽度相近,计算重叠率时用相邻测线覆盖宽度的平均值表示覆盖宽度  $W$ .

### 2.2 问题二的分析

不同于问题一,由于测线与海底坡面不平行,需要考虑每条测线上不同点的覆盖情况,因此需要分别计算它们的深度,由于每个点的波束平面与问题一中有相似的几何结构,因此可以利用问题一中的结果,需要注意的是不同于问题一,波束平面不与海底坡面的法线垂直,海底坡面与波束平面的交线与水平面的夹角不等于海底坡面坡度,需要特别计算.注意到计算以上两个量也利用到相似的几何结构,只需对该几何结构进行分析即可.

### 2.3 问题三的分析

通过前两问得出的结果, 我们显然可以计算题给区域中任意一点的深度与给定测线下该点的测量宽度. 首先, 分析题给条件可知, 水下坡度是一致的, 由此我们给出等深线的定义, 并且可以推出等深线在该区域中是平行且等宽的. 接着, 通过数学方法, 尝试找到过中心点测线平均测宽与测线-等深线夹角之间的数量关系, 得出最优化条件下测线与等深线所成角度. 最终, 再得到以上结论之后, 设计优化铺设测线的程序. 程序设计的总体思路是, 从测线总体较宽处开始贪心铺设, 直至铺完所有区域, 且在问题三条件下保证漏测率为 0.00%, 覆盖率控制在 10%-20% 之间. 最终, 通过程序的模拟, 可以得到一组最优的测线铺设方式以及其各项指标, 进行评价与调整.

### 2.4 问题四的分析

通过第三题的的分析与模拟, 我们可以得到坡度一致, 即等深线平行等宽下的测线最优布置方法. 问题四为真实海底数据, 坡度变化多, 等深线分布复杂. 我们将采取分治的思路, 将问题四的区域划分为两个或者多个与问题三情形相似的区域, 迁移第三题的分析方法, 进行第四题的分析. 通过创新设计动态地形分析程序, 完成第三题算法的迁移与优化, 实现目标海域内可变角度平行测线优化铺设模拟. 通过模拟多组不同角度的平行测线铺设方式, 最终选择综合结果最优的一组作为最优结果, 并以图像的形式呈现.

## 三、模型假设

为了能够建立更精确的数学模型, 本文根据实际生产经验提出以下合理假设:

1. 测量船在航行的过程中不会受到海浪、涌流、海风等自然因素的影响.
2. 不考虑声波散射、反射造成的损失影响, 认为波束测探技术测得的海水深度是精确的.
3. 不考虑测量船在航行过程中的纵摇与横摇对波束测探的影响.
4. 测线是按照平行直线的方法布设的.

## 四、符号说明

符号	说明	单位
$D$	海水深度	$m$
$D_0$	海域中心点的海水深度	$m$
$d$	相邻条带的间距	$m$
$W$	条带的覆盖宽度	$m$
$\theta$	换能器开角	$^\circ$
$\alpha$	海底坡面的坡角	$^\circ$
$\beta$	海底坡面法向的水平投影与测线的方向之间的夹角	$^\circ$
$\eta$	相邻条带的重叠率	\

## 五、问题一模型的建立与求解

### 5.1 模型的建立

鉴于题目中给出了海域中心的海水深度  $D_0 = 70m$ , 我们可以先对测线经过中心点这一基本的情况建立模型. 由于垂直于测线方向的平面可以与海底坡面形成一个与水平面固定夹角的斜线, 我们可以将问题简化为分析与测线方向垂直的平面.

对于该模型的建立, 我们可以使用正弦定理, 具体形状如图 1所示:

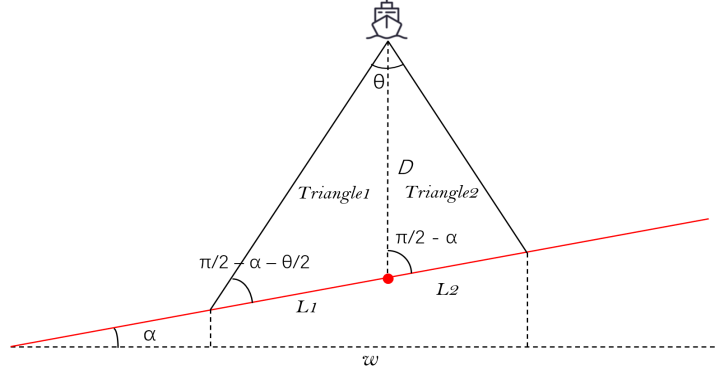


图 1: 正弦定理求解覆盖宽度

最边缘的两条波束以及测线向下作的铅垂线将大三角形分为  $Triangle1$  和  $Triangle2$  两个小三角形, 我们已知换能器开角  $\theta$ , 以及斜线与水平面的夹角  $\alpha$ , 可以求出两个小三角形各个内角的角度.

中心点海水深度  $D = D_0$ , 在两个小三角形中分别使用正弦定理可得它们的底边  $L_1, L_2$ :

$$\frac{L_1}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{D}{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha - \frac{\theta}{2})} \quad (1)$$

$$\frac{L_2}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{D}{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha - \frac{\theta}{2})} \quad (2)$$

覆盖宽度  $W$  即为  $L_1, L_2$  之和在水平面上的投影, 因此有:

$$W = (L_1 + L_2) \cos \alpha \quad (3)$$

结合公式 (1)(2)(3), 可以得到:

$$\begin{aligned} W &= \left( \frac{1}{\cos(\alpha + \frac{\theta}{2})} + \frac{1}{\cos(\alpha - \frac{\theta}{2})} \right) \cos \alpha \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot D \\ &= 2 \frac{\cos^2 \alpha \sin \theta}{\cos \theta + \cos 2\alpha} \cdot D \end{aligned} \quad (4)$$

对于更一般的情况, 如图 2, 仅仅只是海水深度  $D$  有变化.

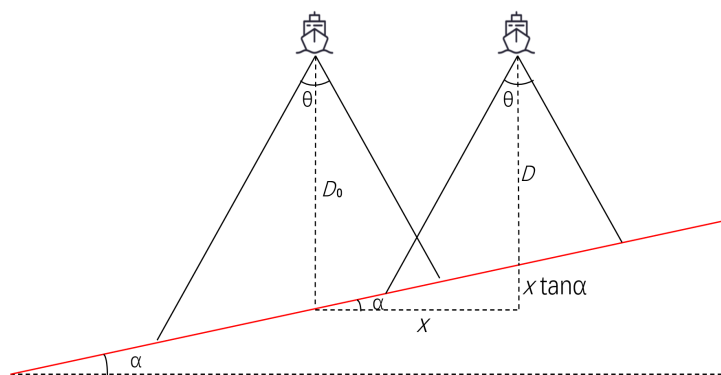


图 2: 更一般的情形

我们设测线与中心点间距为  $x$ , 则有一般情况下的海水深度  $D$  为  $D_0 - x \tan \alpha$  因此我们可以知道更一般的覆盖宽度  $W$  公式为:

$$W = 2 \frac{\cos^2 \alpha \sin \theta}{\cos \theta + \cos 2\alpha} \cdot (D_0 - x \tan \alpha) \quad (5)$$

再结合题目中给出的重叠率  $\eta$  公式:

$$\eta = 1 - \frac{d}{W} \quad (6)$$

可以得到不同测线到中心点距离对应的海水深度  $D$ 、覆盖宽度  $W$  以及与前一条测线的重叠率  $\eta$ .

## 5.2 模型的求解

问题一中给定了多波束开角  $\theta = 120^\circ$ , 坡度  $\alpha = 1.5^\circ$ , 海域中心海水深度  $D_0 = 70m$ .

将这些数据代入公式 (5)、公式 (6), 可以得到不同测线到中心点距离  $x$  对应的海水深度、覆盖宽度以及重叠率, 结果如表 1 所示:

表 1: 问题一给定条件下的海水深度、覆盖宽度以及重叠率

测线距中心点处的距离/m	-800	-600	-400	-200	0	200	400	600	800
海水深度/m	90.9487	85.7116	80.4744	75.2372	70	64.7628	59.5256	54.2884	49.0513
覆盖宽度/m	315.705	297.526	279.346	261.166	242.987	224.807	206.628	188.448	170.269
与前一条测线的重叠率/%	——	34.7717	30.6605	25.9962	20.6591	14.4923	7.2862	-1.24628	-11.5085

## 六、问题二模型的建立与求解

### 6.1 模型的建立

对于测线上每一点, 只需在波束平面内应用问题一中的公式 (4):  $W = 2 \frac{\cos^2 \alpha \sin \theta}{\cos \theta + \cos 2\alpha} \cdot D$ , 就可以得到对应的覆盖宽度  $W$ , 因此只需要计算该处的深度  $D$  和波束平面与海底坡面的交线与水平面

的夹角  $\gamma_1$ .  $\gamma_1$  即对应公式 (4) 里的坡角  $\alpha$ .

仿照第一题建立的模型, 我们可以得到覆盖宽度  $W$  的公式:

$$W = 2 \frac{\cos^2 \gamma_1 \sin \theta}{\cos \theta + \cos 2\gamma_1} \cdot D \quad (7)$$

对于测线上每一点的深度  $D$ , 只需考虑过测线与水平面垂直的平面, 为求出该平面与海底坡面交线与水平面夹角  $\gamma_2$ , 我们考虑如图 3 所示的模型, 不妨设  $\beta$  为钝角.

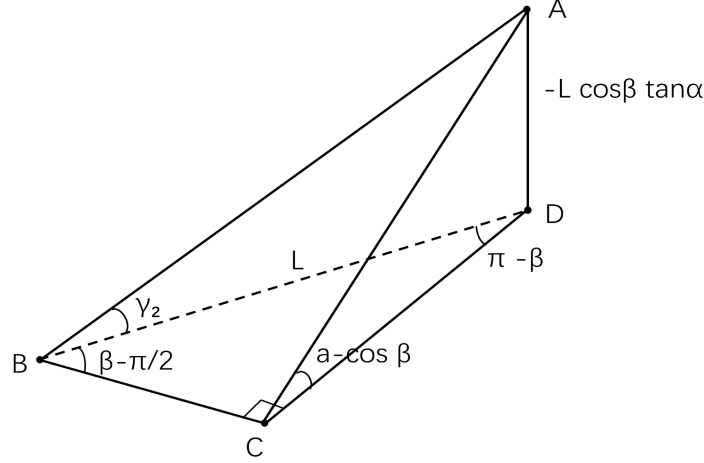


图 3: 海底坡面与过测线与水平面垂直的平面构成的棱锥

其中平面  $BCD$  为水平面, 平面  $ABC$  为海底坡面, 平面  $ABD$  为过测线与水平面垂直的平面,  $A$  为交线  $AB$  上一点, 假设  $AB$  长度为  $L$ , 过  $A$  作  $BC$  的垂线与  $BC$  交于  $C$ , 过  $A$  作水平面的垂线交水平面于  $D$ , 则  $\angle ABD$  即为  $\gamma_2$ .

由立体几何知识得:  $CD \perp AC$ ,  $\angle ACD = \alpha$ ,  $\angle CBD = \beta - \frac{\pi}{2}$ .

故我们有:

$$CD = BD \cdot \cos \angle BDC = -L \cos \beta \quad (8)$$

$$AD = CD \cdot \tan \angle ACD = -L \cos \beta \tan \alpha \quad (9)$$

$$\tan \gamma_2 = \tan \angle ABD = \frac{AD}{BD} = -\cos \beta \tan \alpha \quad (10)$$

进一步可以由公式 (9) 求出  $\gamma_2$ :

$$\gamma_2 = \arctan(-\cos \beta \tan \alpha) \quad (11)$$

根据  $\gamma_2$ , 可以求得测线上每一点的深度  $D = D_0 - x \tan \gamma_2 = D_0 + x \cos \beta \tan \alpha$ .

对于波束平面与海底坡面的交线与水平面的夹角  $\gamma_1$ , 由于波束平面与过测线与水平面垂直的平面垂直, 波束平面与坡面法向在水平面上的投影的夹角即为  $\beta - \frac{\pi}{2}$ , 故利用上面的模型, 此处只是将  $\beta$  用  $\beta - \frac{\pi}{2}$  代入可以得到:

$$\gamma_1 = \arctan(\sin \beta \tan \alpha) \quad (12)$$

将深度和波束平面与海底坡面的交线与水平面的夹角代入公式 (7) 可得:

$$W = 2 \frac{\cos^2(\arctan(\sin \beta \tan \alpha)) \sin \theta}{\cos \theta + \cos(2 \arctan(\sin \beta \tan \alpha))} \cdot (D_0 + x \cos \beta \tan \alpha) \quad (13)$$

## 6.2 模型的求解

问题二中给定了多波束开角  $\theta = 120^\circ$ , 坡度  $\alpha = 1.5^\circ$ , 海域中心海水深度  $D_0 = 120m$ .

将这些数据代入公式 (13), 可以得到不同测量船到中心点距离  $x$  和不同测线方向夹角  $\beta$  对应的覆盖宽度, 结果如表 2 所示:

表 2: 不同测线方向夹角和测量船距海域中心点距离对应的覆盖宽度

覆盖宽度/m		测量船距海域中心点处的距离/海里							
		0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1
测线 方向 夹角 / $^\circ$	0	415.692	466.091	516.49	566.889	617.288	667.686	718.085	768.484
	45	416.12	451.794	487.468	523.142	558.816	594.491	630.165	665.839
	90	416.549	416.549	416.549	416.549	416.549	416.549	416.549	416.549
	135	416.12	380.446	344.772	309.098	273.424	237.75	202.076	166.402
	180	415.692	365.293	314.894	264.496	214.097	163.698	113.299	69.9002
	225	416.12	380.446	344.772	309.098	273.424	237.75	202.076	166.402
	270	416.549	416.549	416.549	416.549	416.549	416.549	416.549	416.549
	315	416.12	451.794	487.468	523.142	558.816	594.491	630.165	665.839

## 七、问题三模型的建立与求解

### 7.1 对于测线布设使用的策略

我们了解到一般测量水深时, 测线会设置成扇形分布或者平行分布 [2].

问题三中的水下坡面属于理想坡面, 它的等深线是平行且等距的, 我们采取的策略是将测线布置成顺着等深线平行分布, 下面给出这种策略是这种情况下的最优解的证明.

#### 7.1.1 顺着等深线平行分布测线的合理性证明

如图 4, 我们考虑过矩形中轴线上一点  $S$  的测线  $l$  及其覆盖区域,



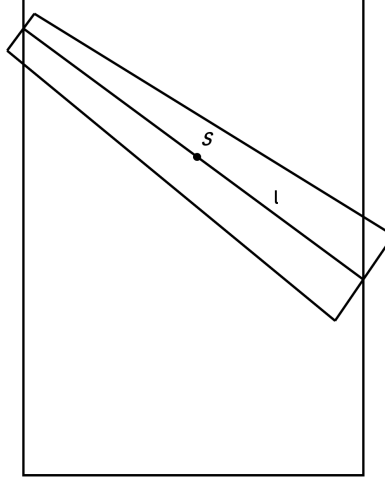


图 4: 测线布设合理性的证明示意图

由覆盖长度的公式知, 覆盖区域的边界为直线段, 考虑测线上一点到覆盖区间端点的距离之差  $\Delta W$ , 由问题一的模型得:

$$\begin{aligned}\Delta W &= \left( \frac{1}{\cos(\gamma_1 + \frac{\theta}{2})} - \frac{1}{\cos(\frac{\theta}{2} - \gamma_1)} \right) \sin \frac{\theta}{2} \cos \gamma_1 \cdot D \\ &= 2 \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2} \sin 2\gamma_1}{\cos \theta + \cos 2\gamma_1} \cdot D\end{aligned}$$

由公式 (12):

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \arctan(\sin \beta \tan \alpha) \\ &\leq \arctan(\tan \alpha) = \alpha\end{aligned}$$

因此我们有:

$$\Delta W = 2 \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2} \sin 2\gamma_1}{\cos \theta + \cos 2\gamma_1} \cdot D \leq 2 \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2} \sin 2\alpha}{\cos \theta + \cos 2\alpha} \cdot D \quad (14)$$

将  $\theta = 120^\circ, \alpha = 1.5^\circ$  代入到公式 (15) 中可以得到:

$$\Delta W \leq 0.1574 D \ll W \quad (15)$$

由此知测线上一点到覆盖区间端点的距离之差  $\Delta W$  远小于区间长度  $W$ , 故覆盖区域可近似为以测线为高的梯形, 由于梯形面积与高之比为梯形中位线长度, 即  $S$  对应的覆盖长度, 故只需考虑  $S$  对应覆盖长度的最大值.

$$\begin{aligned}W &= 2 \frac{\cos^2(\arctan(\sin \beta \tan \alpha)) \sin \theta}{\cos \theta + \cos(2 \arctan(\sin \beta \tan \alpha))} D_0 \\ &= 2 \frac{\sin \theta}{\frac{\cos \theta - 1}{\cos^2(\arctan(\sin \beta \tan \alpha))} + 2} \cdot D_0\end{aligned} \quad (16)$$

可以发现: 当  $\theta$  和  $\alpha$  给定时,  $W$  关于  $|\sin \beta|$  单调递增. 所以当  $\beta = \frac{\pi}{2}$  或  $\frac{3\pi}{2}$  时, 即测线与坡面法向垂直时, 覆盖面积与测线之比最大.

## 7.2 利用策略进行测线布设的程序模拟优化

在得到以上重要结论之后, 程序布设测线的工作会变得简单很多. 根据证明得出的结论, 只需要将测线平行于等深线布设即可, 即与东西方向轴线呈  $90^\circ$ . 布设的策略采用贪心算法, 贪心地从最深处寻找最优布设方案, 即由西向东布设, 直至整个海域的布设完成. 需要注意问题三的题设条件: 测线覆盖率在 10-20% 之间, 测线需要完整地覆盖整个海域.

同时我们利用 python 程序对布设结果的各项数据进行评价, 并输出一张测线示意图.

## 7.3 模型求解结果

通过 python 程序模拟得到如表 3 所示的最优布设结果

表 3: 第三题设计的测线相关数据

程序模拟结果表	
测线总长度/m	125936
测线覆盖率/%	10.004
测线漏测率/%	0.000

程序输出的测线布设图像如图 5:

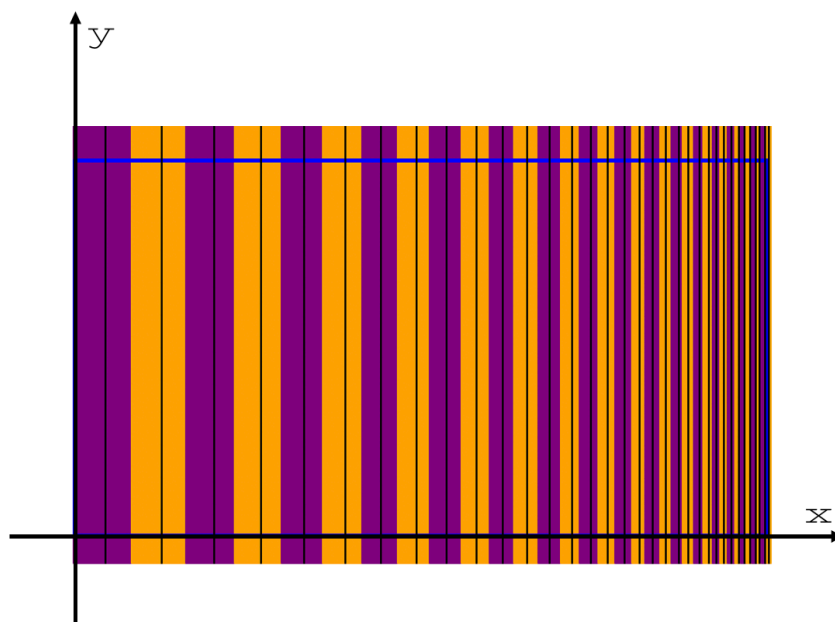


图 5: 第三题测线布设结果

测线的具体坐标如表 4 所示:

表 4: 第三题设计测线的 x 轴坐标 (单位: m)

测线序号	测线坐标	测线序号	测线坐标	测线序号	测线坐标	测线序号	测线坐标
1	328.00	10	4277.72	19	6168.45	28	7073.53
2	923.47	11	4562.77	20	6304.90	29	7138.85
3	1472.14	12	4825.42	21	6430.63	30	7199.04
4	1977.69	13	5067.43	22	6546.48	31	7254.50
5	2443.51	14	5290.42	23	6653.22	32	7305.60
6	2872.72	15	5495.88	24	6751.58	33	7352.68
7	3268.20	16	5685.19	25	6842.20	34	7396.06
8	3632.59	17	5859.63	26	6925.70		
9	3968.35	18	6020.36	27	7002.64		

## 八、问题四模型的建立与求解

### 8.1 海底面地势预览

鉴于附件中所提供的海底地形呈现相对平坦特征, 根据实际数值绘制地形图时, 辨识地势变化趋势相对困难. 因此, 我们选择按比例缩小了矩形海域的尺寸来绘制海底面等高线图和海底面地势变化趋势图, 以更清晰地观察海底地势变化趋势. 结果如图 6 7 所示:

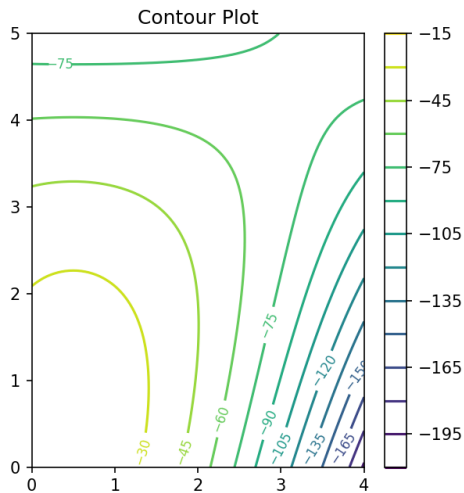


图 6: 海底面等高线图

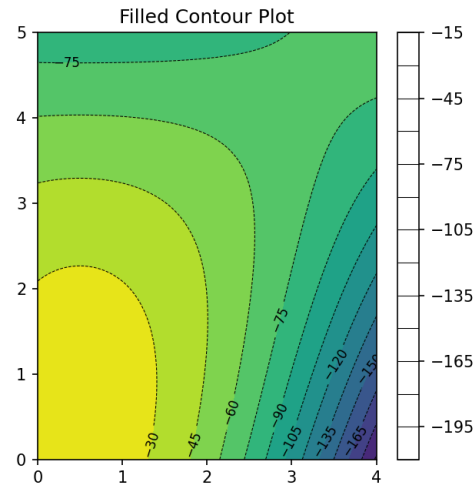


图 7: 海底面地势变化趋势图

### 8.2 数据的处理

我们首先对附件中的海水深度数据进行处理, 计算出海底面各处的坡度数据等. 目标是计算出两张 Excel 表格, 一份为各点 X 方向坡度数据, 一份为各点 Y 方向深度数据.

X 方向数据的计算方法为：计某个数据点为  $x_{i,j}$ ，若  $x_{i-1,j}, x_{i+1,j}$  存在，则该点的坡度  $\alpha_x = \arctan((x_{i-1,j} - x_{i+1,j}) / (0.04 * 1852))$ 。经过一轮计算后，没有获得坡度数据的数据点，坡度数据按照 x 轴方向相邻数据点的坡度记录。

按照相同的方法也可以求出 Y 方向上的数据。部分结果如表 5 表 6 所示：

表 5: X 轴方向上的坡度数据

0.425	0.425	0.410	0.387	0.371	0.356	0.333	0.325
0.425	0.425	0.410	0.387	0.371	0.356	0.333	0.325
0.425	0.425	0.410	0.394	0.371	0.348	0.333	0.317
0.418	0.418	0.402	0.387	0.371	0.356	0.333	0.317
0.418	0.418	0.402	0.387	0.364	0.348	0.333	0.317
0.418	0.418	0.402	0.379	0.371	0.348	0.325	0.317

表 6: Y 轴方向上的坡度数据

0.116	0.116	0.116	0.116	0.116	0.108	0.108	0.108
0.116	0.116	0.116	0.116	0.116	0.108	0.108	0.108
0.116	0.116	0.108	0.108	0.108	0.108	0.108	0.108
0.116	0.116	0.108	0.108	0.101	0.101	0.101	0.101
0.101	0.101	0.108	0.101	0.101	0.101	0.093	0.093
0.101	0.101	0.101	0.093	0.101	0.101	0.093	0.093
0.101	0.101	0.093	0.093	0.093	0.085	0.093	0.093

详细结果见支撑材料中的 Ddata.xlsx, Xdata.xlsx, Ydata.xlsx.

### 8.3 模型的建立

首先我们需要将第四题的整片海域划分为两块或多块与海底面可近似看作理想坡面的区域。根据图 6，图 7 的结果加以对等深线大致角度的计算，我们初步将海域沿西南-东北对角线划分为两个三角形区域，这两个三角形区域拥有走向大致一致的等深线，便于我们利用第三题建立的模型去计算。

对角线下方的区域记为区域 A，对角线上方的区域记录为区域 B，划分图如图 8 所示：

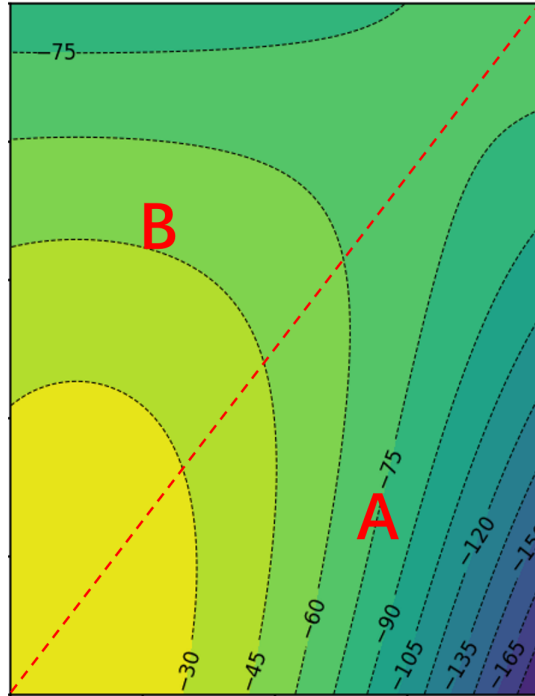


图 8: 海域划分示意图

针对多波束测探的开角, 我们通过查阅文献得知 [3]: 较小的开角可以更精确地定位目标, 通常会提供更好的目标分辨率. 但是与此同时较小的开角会减小覆盖范围, 增加测量成本.

为了兼顾测量的准确度和成本, 我们继续沿用题目三中为  $120^\circ$  的开角.

### 8.3.1 动态地形分析程序设计

为了利用程序模拟优化第四题的测线布设, 我们需要设计动态地形分析程序. 该程序的功能主要为: 读取上述三个 Excel 数据表格作为地形数据, 自定义计算海域, 自定义测线角度, 自动化优化布设测线, 得到最终的各项结果数据便于方案评价, 同时输出一张测线布设示意图, 以及各个测线的坐标位置.

程序采用的算法是: 以重叠率为首要价值因素, 漏测率为次要价值因素, 从海底较深处一侧开始贪心地布设测线. 每一次布线, 均以首要价值因素逼近本次布线最优化位置, 逼近结束后, 以次要价值因素微调测线位置, 以达到综合最优结果.

算法的具体流程如图 9 所示.

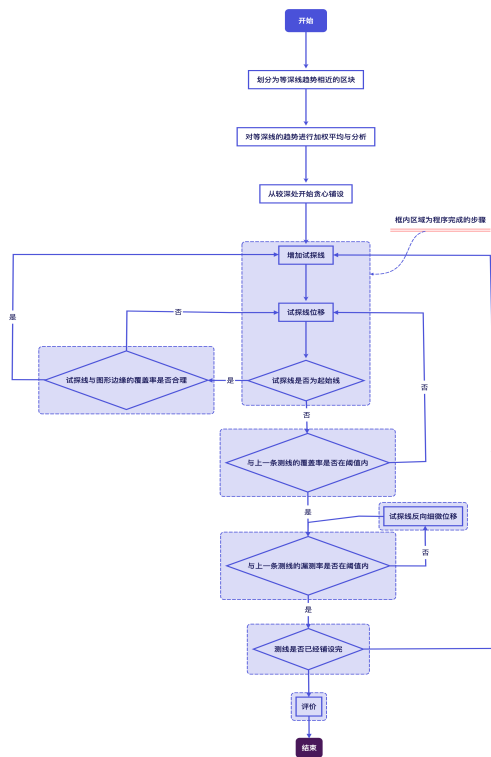


图 9: 算法流程图

### 8.3.2 区域 A 的优化布线

向 python 程序中输入区域 A 的相关地理信息, 由于计算结果得知该部分等深线走向与南北向夹角为  $18^{\circ}$  左右, 设置测线与南-北向夹角为  $8^{\circ}$  至  $20^{\circ}$  运行程序, 通过优化-布线-评价等步骤, 可得到最终的结果信息如表 7 所示:

表 7: 在 A 区域中以  $8^{\circ}$  至  $20^{\circ}$  为夹角布设测线的各项数据

测线与南-北向夹角 / 度	8	10	12	14	16	18	20
测线总长度/m	193858	194213	194605	195309	196290	195998	198633
测线覆盖率/%	9.05	9.23	9.43	9.57	10.01	9.86	11.07
测线漏测率/%	3.36	3.02	2.71	2.10	2.77	3.99	4.86
测线覆盖率 >20% 占比 /%	8.26	8.79	9.18	9.75	12.16	14.67	19.61

在各方案测线总长度相差不大的情况下, 我们以漏测率尽可能低为首要考量因素、重叠率尽可能接近 10% 左右为次要考量因素, 最终采用夹角为  $14^{\circ}$  的方案. 图 10 为该方案测线布置的示意图. 要注意的是, 由于该部分水域呈现东南角深, 西北部浅的整体趋势, 我们从东南角开始贪心铺设, 为了坐标轴标识方便, 我们将该水域的东西向进行了翻转展示

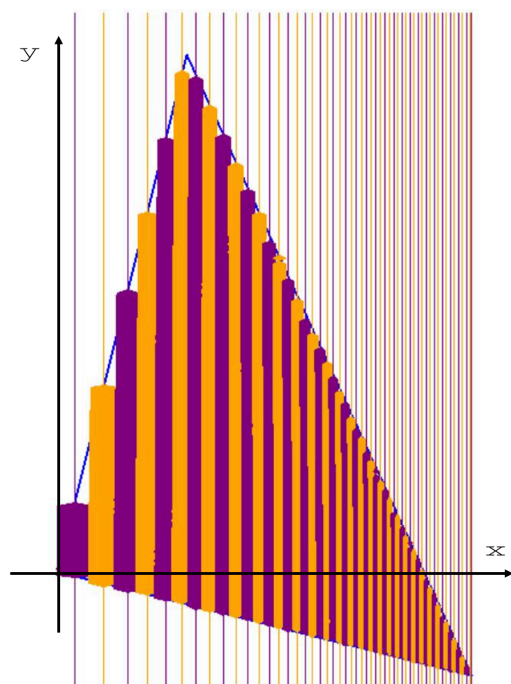


图 10: A 区域的测线布设示意图

在该坐标系中, 各测线的位置坐标数据如表 8 所示:

表 8: A 区域设计测线的 x 轴坐标 (单位: m)

测线序号	测线坐标	测线序号	测线坐标	测线序号	测线坐标	测线序号	测线坐标
1	311.0	15	4011.0	29	5531.0	43	6540.0
2	811.0	16	4161.0	30	5611.0	44	6610.0
3	1221.0	17	4301.0	31	5691.0	45	6680.0
4	1571.0	18	4431.0	32	5770.0	46	6750.0
5	1881.0	19	4561.0	33	5840.0	47	6820.0
6	2161.0	20	4681.0	34	5910.0	48	6890.0
7	2411.0	21	4791.0	35	5980.0	49	6960.0
8	2651.0	22	4901.0	36	6050.0	50	7030.0
9	2881.0	23	5001.0	37	6120.0	51	7110.0
10	3101.0	24	5101.0	38	6190.0	52	7170.0
11	3311.0	25	5191.0	39	6260.0	53	7190.0
12	3501.0	26	5281.0	40	6330.0		
13	3681.0	27	5371.0	41	6400.0		
14	3851.0	28	5451.0	42	6470.0		

### 8.3.3 区域 B 的优化布线

同样, 向 python 程序中输入区域 B 的相关地理信息, 设置测线与西-东向夹角为 0 度尝试运行程序, 通过优化-布线-评价等步骤, 可得到最终的结果信息如表 9所示: (重测率即指覆盖率超过 20% 的测线长度占测线总长度的比例)

表 9: 测线与西-东向夹角为 0 时的各项数据

程序模拟结果表	
测线总长度/m	240285
测线覆盖率/%	9.43
测线漏测率/%	1.28
测线覆盖率 >20% 占比/%	0.00

通过对该方案的评估, 我们认为优化程度已经达到了非常高的水平, 故采用这一组数据作为区域 B 的布线方案, 程序输出的测线布设示意图如图 11所示:

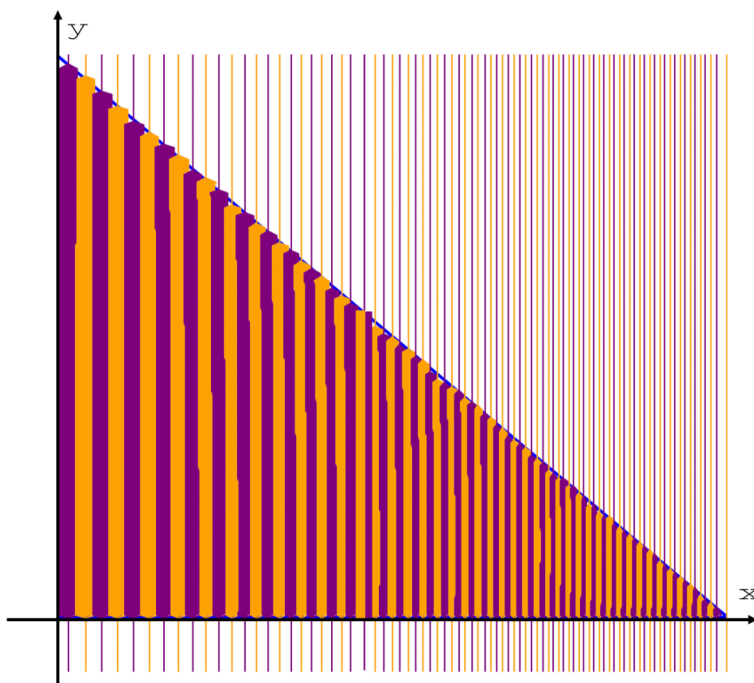


图 11: B 区域的测线布设示意图

在该坐标系中, 各测线的位置坐标数据如表 10 所示:



表 10: B 区域设计测线的 x 轴坐标 (单位: m)

测线序号	测线坐标	测线序号	测线坐标	测线序号	测线坐标	测线序号	测线坐标
1	139.0	23	4049.0	45	6309.0	67	7899.0
2	379.0	24	4018.0	46	6389.0	68	7969.0
3	609.0	25	4389.0	47	6469.0	69	8039.0
4	829.0	26	4509.0	48	6549.0	70	8109.0
5	1049.0	27	4619.0	49	6629.0	71	8179.0
6	1259.0	28	4729.0	50	6709.0	72	8249.0
7	1469.0	29	4839.0	51	6779.0	73	8319.0
8	1669.0	30	4949.0	52	6849.0	74	8389.0
9	1859.0	31	5049.0	53	6919.0	75	8459.0
10	2049.0	32	5149.0	54	6989.0	76	8529.0
11	2229.0	33	5249.0	55	7059.0	77	8599.0
12	2409.0	34	5349.0	56	7129.0	78	8669.0
13	2579.0	35	5449.0	57	7199.0	79	8739.0
14	2749.0	36	5539.0	58	7269.0	80	8809.0
15	2909.0	37	5629.0	59	7339.0	81	8879.0
16	3069.0	38	5719.0	60	7409.0	82	8949.0
17	3219.0	39	5809.0	61	7479.0	83	9029.0
18	3369.0	40	5899.0	62	7549.0	84	9109.0
19	3509.0	41	5989.0	63	7619.0	85	9249.0
20	3649.0	42	6069.0	64	7689.0		
21	3789.0	43	6149.0	65	7759.0		
22	3919.0	44	6229.0	66	7829.0		

#### 8.3.4 设计的测线布设方案在区域 A,B 的综合结果

结合 A、B 区域的测线布设, 我们得到了整片海域的测线布设方案, 如图 12所示:

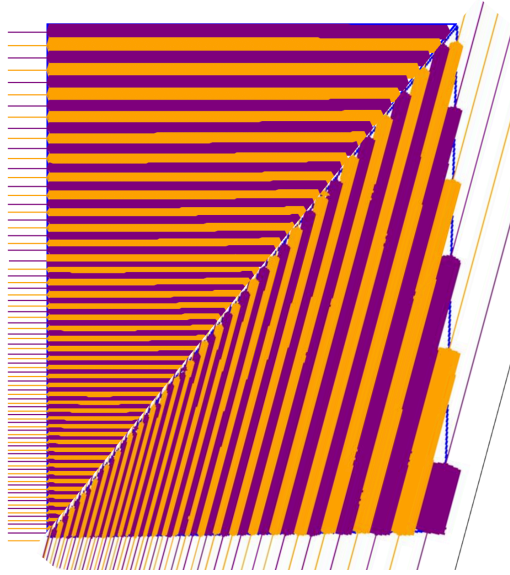


图 12: 整片海域的测线布设方案示意图

通过加权综合, 最终得到测线方案在整个海域中的数据, 如表 11所示:

表 11: 设计的测线布设方案在整片海域中的数据

测线方案各项评价指标	
测线总长度/m	435594
测线覆盖率/%	9.49
测线漏测率/%	1.69
测线覆盖率 >20% 占比/%	4.29

## 九、模型总结

### 9.1 模型的优点

1. 按几何知识通过推导严谨得出了计算公式, 为模型的精确性打下坚实的基础
2. 建模过程采用了数学证明与程序模拟相结合的方式, 严谨的数学证明在保障模型准确度与合理性的基础同时, 大大简化了程序算法的设计与计算难度. 这使得程序算法采用较为朴素的贪心算法实现, 保证优化效果的同时减少设计难度.
3. 最终的测线布设方式充分利用了之前推导的结论, 拥有理论支撑, 确保结果的相对准确与合理.
4. 采用了分治的思想, 将复杂的海域测线布设问题划分为几个较为简单或者已经解决的问题来解决, 简化了思维难度与程序设计的难度.
5. 采用了创新设计的动态地形分析程序, 程序的可扩展性高, 便于建模调试. 通过合适的价值算法与贪心算法, 保证优化质量与速度.

6. 问题三与问题四的结果优化效果好, 符合题目要求的同时充分考虑的生产实际, 保证了测绘数据少冗余、少缺失, 将覆盖率优化至 10% 左右, 漏测率、测线覆盖率 >20% 占比均保持在低水平. 说明模型产出了良好的结果. 并以图像的直观形式呈现.

## 9.2 模型的缺点

1. 我们做出了测线两侧测宽相等的假设, 但在实际的坡面上, 两者数据有极小的差异, 结果不能做到完全准确.
2. 对复杂海域的划分较为简单, 仍有细分优化的空间.
3. 优化算法的时间复杂度较大, 程序运行的时间略长.

## 9.3 模型的推广与改进

1. 对海域可以进行更加细致的划分, 保证优化的效果.
2. 优化算法可以进一步改进, 加快程序的计算速度, 以获得更多测线布设方法的测量数据.
3. 可以不局限于" 测线为直线且相互平行" 这一假设, 对更复杂的测线进行进一步的优化.

## 参考文献

- [1] 余启义. 基于多波束测深技术的海底地形测量. 测绘与空间地理信息, (009):045, 2022.
- [2] 张立华, 殷晓冬. 水深测量计划测线布设与航迹控制算法. 海洋测绘, 22(2):3, 2002.
- [3] 来向华, 马建林, 潘国富, 傅晓明, 陆晓鸣. 多波束测深系统波束角对海底管道探测影响. In 第十四届中国海洋 (岸) 工程学术讨论会.