



MKWS

Optymalizacja średnicy zaworu upustowego do rakiety hybrydowej

Weronika Piotrowska 313862

Michał Zawadzki 313620

Prowadzący/a przedmiot: dr.mgr.inż. Mateusz Żbikowski

Data oddania: 13.06.2023



1 Opis projektu

1.1 Rozwiązywany problem i jego wpływ na proces spalania

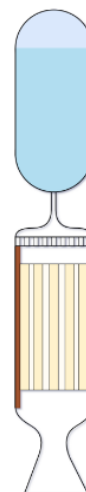
Celem projektu jest dobranie odpowiedniej średnicy zaworu upustowego dla rakiety hybrydowej Twardowsky, projektowanej w kole naukowym SKA. Jest to niezbędny zabieg do przeprowadzenia procedury tankowania w odpowiednim czasie, wymaganym przez przepisy oraz do zatankowania ściśle określonej masy utleniacza do zbiornika, co jest z kolei kluczowym procesem, który zapewnia odpowiedni stosunek utleniacza do paliwa, wymagany do prawidłowego przebiegu procesu spalania w komorze rakiety.

2 Rakieta Twardowsky

Twardowsky jest rakieta z napędem hybrydowym. Silniki hybrydowe jak sama nazwa wskazuje łączą w sobie część cech silników na ciekły materiał pędny oraz tych na stały materiał pędny. W większości silników hybrydowych paliwo znajduje się w fazie stałej w komorze spalania, z kolei utleniacz jest przechowywany w zbiorniku w fazie ciekłej. Silniki hybrydowe zazwyczaj generują wyższy impuls właściwy niż silniki raketowe na stały materiał pędny i jednocześnie są mniej skomplikowane i bezpieczniejsze niż silniki na ciekły materiał pędny. Cechy te sprawiają, że silniki tego typu są bardzo dobrymi konstrukcjami do rozwijania w organizacjach amatorskich takich jak koła naukowe.



Rysunek 2: rakieta Twardowsky



Rysunek 3: model silnika

2.1 Proces tankowania i ciśnieniowania zbiornika

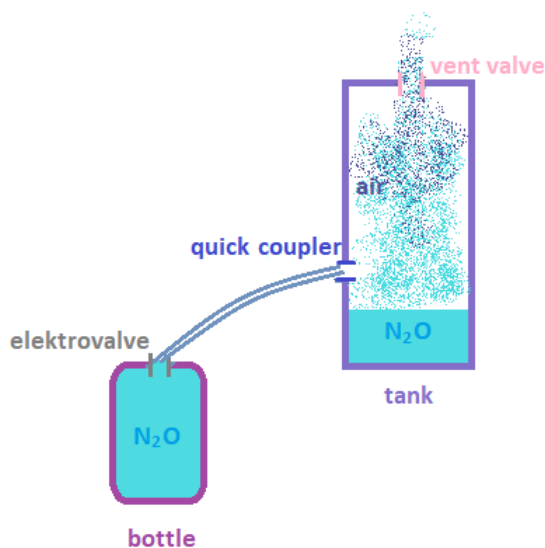
Proces tankowania rakiety polega na wtłoczeniu określonej ilości utleniacza z butli do zbiornika oraz osiągnięcie przez niego odpowiedniego ciśnienia. W tym przypadku utleniaczem jest podtlenek azotu, który po wtankowaniu powinien osiągnąć ciśnienie około 20 bar. Wymaganiem ciśnieniem końcowym jest 60 bar, dlatego następnie zbiornik jest ciśnieniowany poprzez sam wzrost temperatury podczas ogrzewania kocioł grzewczym. Na początku w zbiorniku znajduje się powietrze, którego chcemy się pozbyć, aby wypełniał go sam utleniacz. Problem ten rozwiązuje zawór upustowy, który umożliwia upuszczenie powietrza podczas tankowania. Innym powodem jego stosowania jest fakt, że dzięki jego obecności ciśnienie w zbiorniku nabudowuje się stopniowo. Jest on otwarty podczas całego procesu tankowania, w celu upewniania się, że maksimum masy powietrza zostało odprowadzane oraz w celu zapewnienia możliwości



upuszczenia utleniacza, w przypadku, gdy zsotanie zatankowana jego zbyt duża ilość. Podczas przeprowadzanych testów zaworem upustowym był zawór pirotechniczny o średnicy 0,6mm.

3 Przyjęty model

Obliczenia będą oparte na danych z testów cold flow oraz uproszczonym modelu SPI dla przepływu czynnika w jednej fazie gazowej zaczerpniętym z publikacji opartej na numerycznych modelach obliczeniowych dla rakiet hybrydowych podanej z źródeł. Masa podtlenku jaką zdołano wtankować podczas testów to 4.93 kg, a masa która zapewni optymalne warunki spalania to 5.2 kg, co jest podstawą określenia średnicy.



Rysunek 4: schemat modelu tankowania

3.1 Model SPI

Cały model obliczeń opiera się na poniższym wzorze:

$$\dot{m}_{SPI} = C_d \cdot A \cdot \sqrt{2 \cdot q(t) \cdot [P_t(t) - P_a]}$$

gdzie:

- \dot{m}_{SPI} - wydatek masowy wpływającego ze zbiornika utleniacza
- C_d - współczynnik strat
- $q(t)$ - funkcja gęstości podtlenku od czasu
- $P_t(t)$ - funkcja ciśnienia podtlenku w zbiorniku od czasu
- P_a - ciśnienie na zewnątrz zbiornika, równoważne z ciśnieniem atmosferycznym



3.2 Dane z testów

Do obliczeń wykorzystano również dane z jednych z testów cold flow rakiety. Poszczególne pomiary, których użyto przy pisaniu kodu to:

- t - czas od początku tankowania
- P_t [bar] - ciśnienie w zbiorniku
- mass of oxidizer in tank [kg] - masa utleniacza w zbiorniku
- mass of oxidizer ejected from bottle [kg] - masa utleniacza, która ubyła z butli
- temperature of oxidizer [$^{\circ}C$] - temperatura utleniacza w zbiorniku

3.3 Założenia

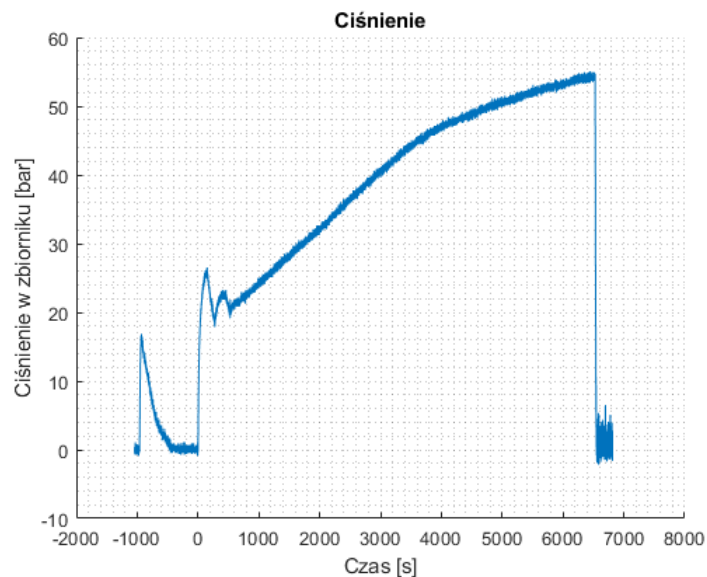
Przyjęty model wymaga pewnych założeń oraz uproszczeń:

- ciśnienie nabudowywane w zbiorniku nie zależy od średnicy zaworu upustowego. (W rzeczywistości zależy, dlatego zależność między wydatkiem a średnicą nie jest jednoznaczna, jednak na potrzeby projektu, przyjmujemy takie założenie)
- utleniacz, który upływa ze zbiornika jest tylko w fazie gazowej
- pomijamy masę powietrza która jest na początku w zbiorniku, gdyż jest ona znikoma w porównaniu z utleniaczem, więc wydatek z zaworu upustowego to tylko utleniacz
- zakładamy że utleniacz jest gazem idealnym
- temperatura zbiornika jest także temperaturą utleniacza
- ciśnienie zbiornika jest równoważne z ciśnieniem utleniacza znajdującym się w nim
- współczynnik strat nie zależy znacząco od geometrii średnicy zaworu i jest on stały

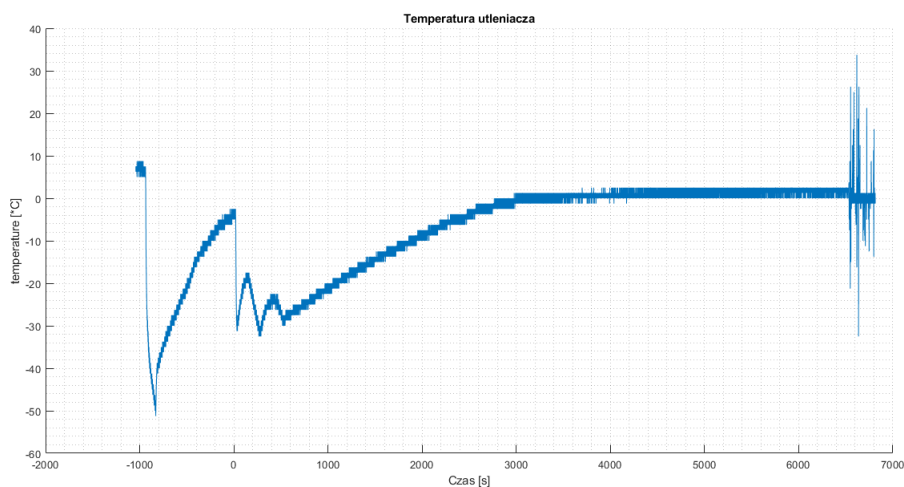
4 Obliczenia

4.1 Współczynnik strat

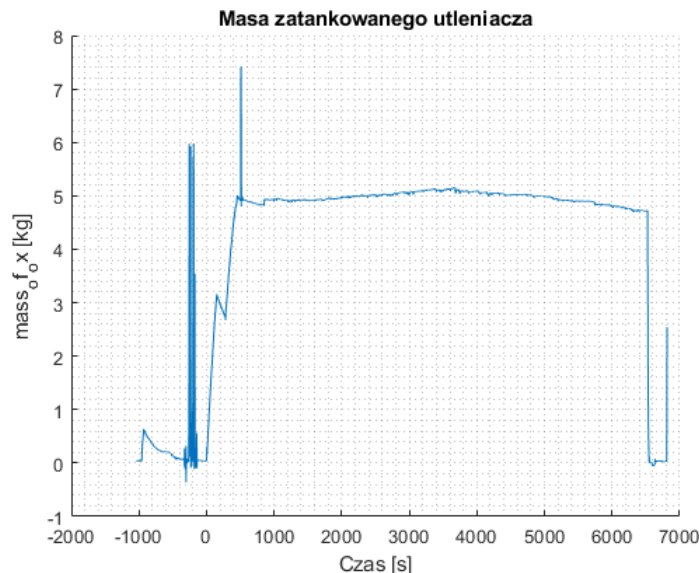
Pierwszym krokiem jest wyznaczenie współczynnika strat C_d dla wydatku masowego upływającego przez zawór. Poniżej przedstawiono wykresy danych, z których w tym celu użyto.



Rysunek 5: Zależność ciśnienia w zbiorniku od czasu

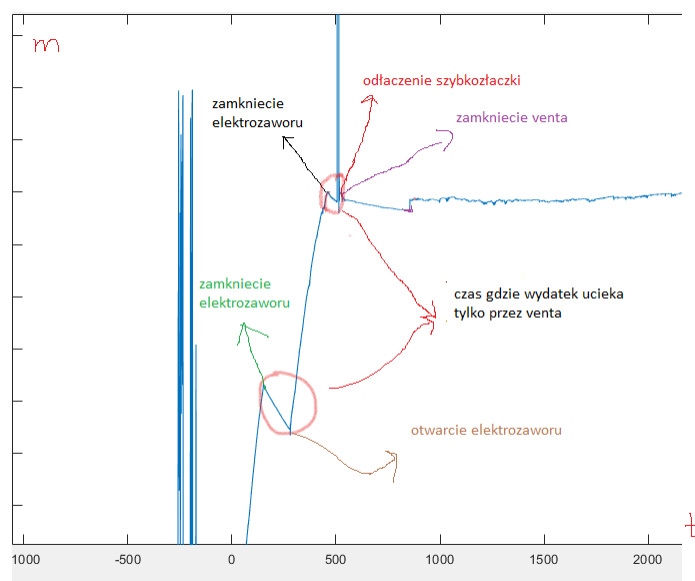


Rysunek 6: Zależność temperatury od czasu



Rysunek 7: Zależność masy zatankowanego podtlenu azotu od czasu

Rozpoczęcie procesu tankowania zakładamy dla czasu $t = 0$. Na podstawie wykresu masy utleniacza opisano charakterystyczne momenty jego przebiegu.



Rysunek 8: charakterystyczne momenty

Skorzystano z faktu, że podczas procesu tankowania na krótką chwilę elektrozawór został zamknięty, a następnie ponownie otwarty. Powodem tego zabiegu było rozszczelnienie, które wymagało interwencji. W tym okresie czasu, ubytek masy jest równy konkretnie masie która ubyła przez zawór upustowy i nie uwzględnia masy która przybywa, gdyż dopływ był wtedy zamknięty. Pozwala to w łatwy sposób wyliczyć współczynnik strat bazując na wydatku



masowym.

$$C_d \cdot \int_{t_{\text{elektrovalve opened}}}^{t_{\text{elektrovalve closed}}} A \cdot \sqrt{2 \cdot q(t) \cdot [P_t(t) - P_a]} = \text{mass ejected from vent valve}$$

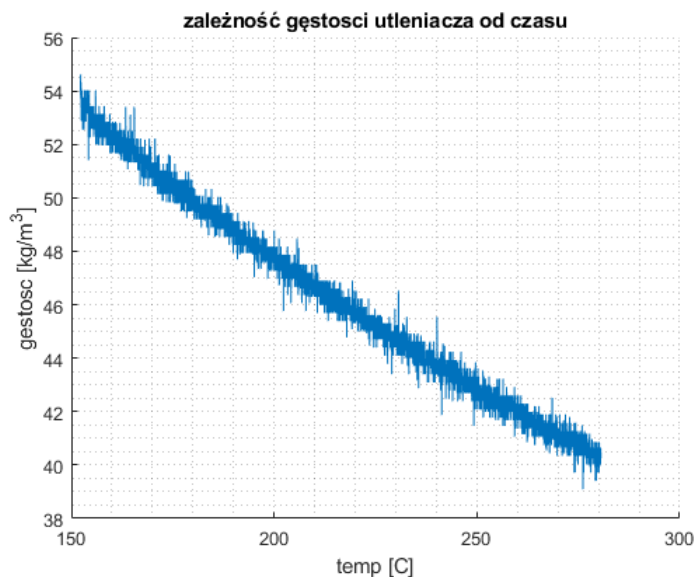
Współczynnik strat można wyłączyć przed całkę, gdyż jest on stałą.

Najpierw jednak koniecznym jest ustalenie funkcji gęstości utleniacza od czasu, co uzyskano na podstawie równania Clapeyrona oraz danych ciśnienia i temperatury z testów.

$$q(t) = \frac{P_t}{T \cdot B}$$

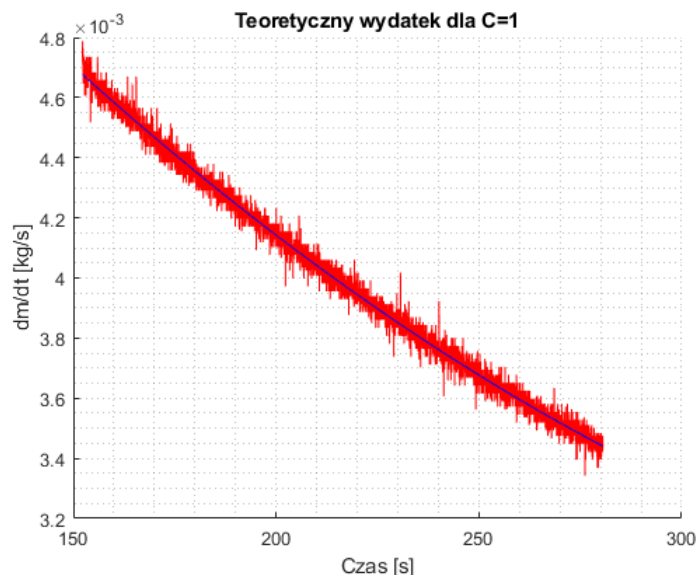
gdzie:

- T [K]- temperatura utleniacza
- B [$\frac{J}{kg \cdot K}$]- indywidualna stała gazowa, którą wyliczono na podstawie wzoru: $B = \frac{R}{\mu}$ Otrzymaną zależność zobrazowano na poniższym wykresie.



Rysunek 9: Zależność temperatury utleniacza od czasu

Mając już wszystkie dane, można wyliczyć wartość spod całki równania. Otrzymano następujący jej charakter.



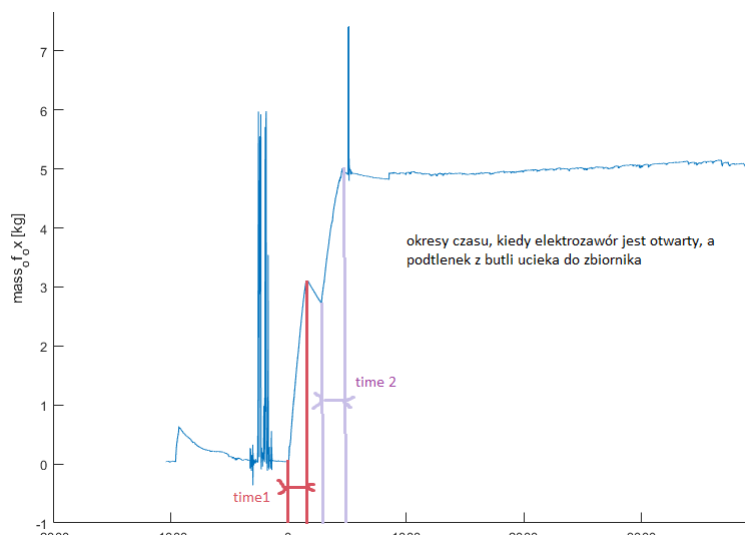
Rysunek 10: Teoretyczny wydatek dla $C=1$

W końcu obliczono współczynnik strat dzieląc wartość ubytej masy utleniacza przez całkę z wyliczonego wyżej wydatku teoretycznego.

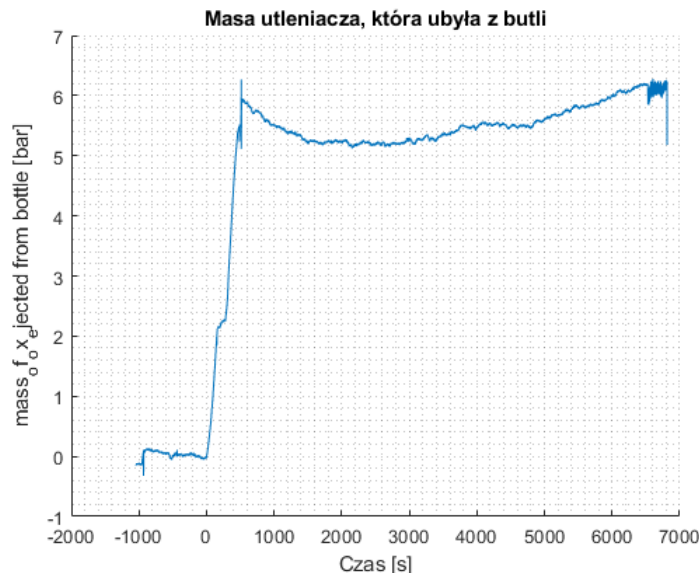
$$C_d = 0.83$$

4.2 Szukana średnica zaworu upustowego

Następnym krokiem jest wyliczenie całkowitej masy utleniacza, która wypłynęła z butli, zakładając, że masa, która ubywa z butli jest równa masie przybytej w zbiorniku. Wzięto pod uwagę tylko okresy czasu, gdy elektrozawór jest otwarty, gdyż na wykresie masy ubytej z butli, wbrew oczekiwaniom, ten sam odcinek nie jest linią poziomą.



Rysunek 11: Okresy czasu wzięte pod uwagę

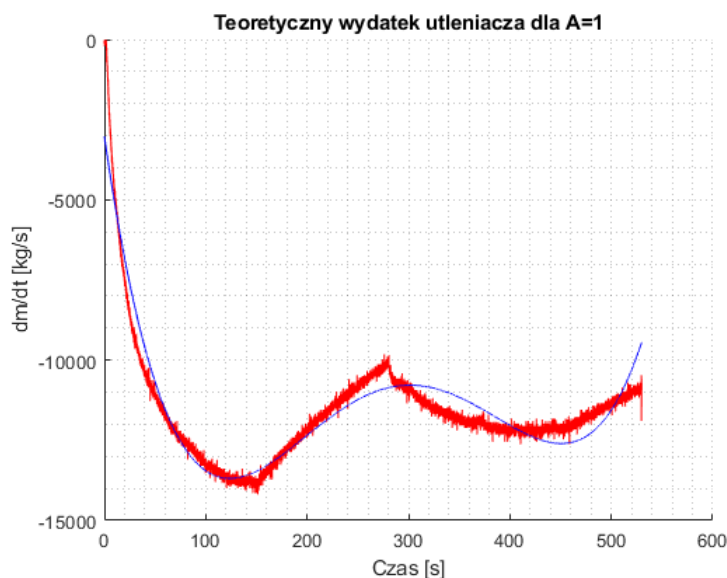


Rysunek 12: Masa podtlenku azotu, który upływa z butli

Otrzymana masa to 5,66 kg. Teraz możemy już wyliczyć szukaną średnicę zaworu, która pozwoli na zatankowanie 5.2 kg podtlenku azotu w tym samym czasie na podstawie poniższego równania:

$$A \cdot \int_{t_{start\ of\ tanking}}^{t_{end\ of\ tanking}} C_d \cdot \sqrt{2 \cdot q(t) \cdot [P_t(t) - P_a]} = mass\ ejected\ from\ bottle - mass\ we\ want$$

Charakter wartości spod całki, czyli teoretycznego wydatku masowego dla średnicy $A=1\text{mm}$ podczas całego okresu tankowania (zawór upustowy jest cały czas otwarty) przedstawiono poniżej.



Rysunek 13: Teoretyczny wydatek utleniacza dla średnicy $A = 1\text{mm}$



Następnie dzieląc prawą stronę równania przez pole pod powyższym wykresem otrzymano wartość szukanej średnicy.

$$A_x = 0,31mm$$

4.3 Założenia i błędy metody

W powyższym programie wyliczonym w Matlabie posłużono się dwoma kluczowymi założeniami.

- Podtlenek azotu spełnia równanie gazu doskonałego w podanym zakresie ciśnień
- Współczynnik strat C_d jest wartością stałą

Niestety z uwagi na ilość parametrów w teście cold flow rakiety niemożliwym jest proste wyznaczenie dokładnego przebiegu funkcji współczynnika strat od czasu poza zakresem zamkniętego elektrozaworu doprowadzającego podtlenek z butli tankującej. W przypadku zastosowania innej średnicy co jest celem tego projektu rozkłady ciśnienia w czasie będą inne, a co za tym idzie inny będzie wpływ utleniacza z butli tankującej co zmieniłoby wartość niestalego współczynnika strat. W celu uzyskania intuicyjnego pojęcia o skali błędu w programie PyCharm w języku python napisano program mający na celu wskazać przebieg funkcji współczynnika strat w zakresie zamkniętego elektrozaworu butli jak i porównać jego wartości z modelem gazu rzeczywistego Redlicha-Kwonga. Model ten został zaczerpnięty z biblioteki Cantera.

4.3.1 Plik wejściowy

Biblioteka Cantera operuje na plikach wejściowych np.: w formacie .yaml, gdzie definiowane są właściwości danej substancji oraz modele stanów czy równania reakcji. Podstawowe parametry stanu definiowane są jako funkcja wielomianowa temperatury. W celu jej uzyskania posłużono się dokumentem NASA(plik o nazwie NASApoly9.pdf strona 158.), gdzie w formacie NASA9 zdefiniowane jest 9 współczynników potrzebnych do wpasowania krzywej opisującej właściwości substancji w danych zakresach temperatur.

```
N2O          Gurvich,1989 pt1 p337 pt2 p210.
 2 g 4/99 N   2.000  1.00  0.00  0.00  0.00 0  44.0128000  81600.000
200.000  1000.0007 -2.0 -1.0  0.0  1.0  2.0  3.0  4.0  0.0  9580.935
4.288225970D+04 -6.440118440D+02 6.034351430D+00 2.265394436D-04 3.472782850D-06
-3.627748640D-09 1.137969552D-12 1.179405506D+04 -1.003128570D+01
1000.000  6000.0007 -2.0 -1.0  0.0  1.0  2.0  3.0  4.0  0.0  9580.935
3.438448040D+05 -2.404557558D+03 9.125636220D+00 -5.401667930D-04 1.315124031D-07
-1.414215100D-11 6.381066870D-16 2.198632638D+04 -3.147805016D+01
```

Rysunek 14: Współczynniki wpasowanych krzywych z dokumentu NASA dla podtlenku azotu

Ponadto należy zdefiniować model równania stanu. Jak wspomniano wyżej zdecydowano się na model Redlicha-Kwonga, który wymaga wyznaczenia wartości stałych doświadczalnych a oraz b

$$RT = \left(p + \frac{a}{\sqrt{T}V_m(V_m + b)}\right)(V_m - b)$$

gdzie:

- $V_m \left[\frac{kg}{mol}\right]$ - Objętość molowa
- a, b - Stałe doświadczalne



Cantera wartość owych stałych jest w stanie wyznaczyć mając do dyspozycji podane wartości parametrów krytycznych tzn. Temperatury i ciśnienia krytycznego. W tym celu przygotowano plik wejściowy "JANAF.yaml" o parametrach:

```
units: {length: cm, time: s, quantity: mol, activation-energy: cal/mol}

phases:
- name: gri30
  thermo: Redlich-Kwong
  elements: [O, N]
  species: [N2O]
  kinetics: gas
  transport: mixture-averaged
  state: {T: 300.0, P: 1 atm}
  reactions: none

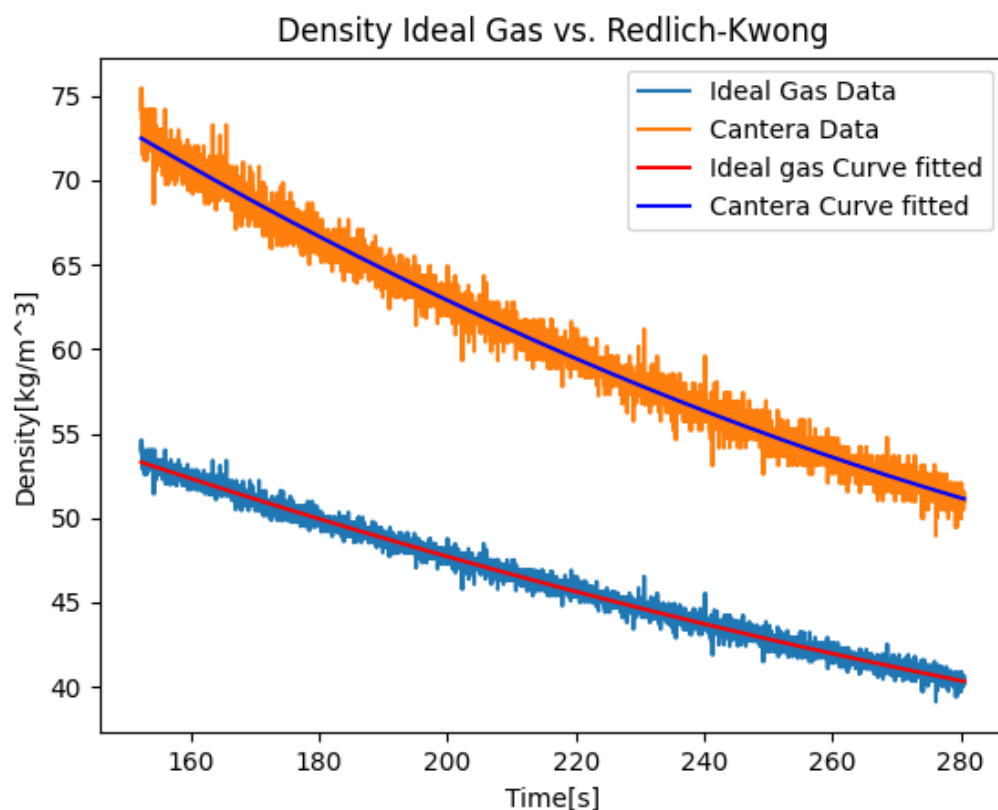
species:
- name: N2O
  composition: {N: 2, O: 1}
  thermo:
    model: NASA9
    temperature-ranges: [200.0, 1000.0, 6000.0]
    data:
      - [4.288225970E+04, -6.440118440E+02, 6.034351430E+00, 2.265394436E-04, 3.472782850E-06, -3.62
      - [3.438448040E+05, -2.404557558E+03, 9.125636220E+00, -5.401667930E-04, 1.315124031E-07, -1.4
    note: L7/88
  equation-of-state:
    model: Redlich-Kwong
  critical-parameters:
    critical-temperature: 309.55 K
    critical-pressure: 72.45 bar
  transport:
    model: gas
    geometry: linear
    well-depth: 232.4
    diameter: 3.828
    rotational-relaxation: 1.0
    note: '*'
```

Rysunek 15: Plik wejściowy "JANAF.yaml"



4.3.2 Gęstość

Gęstość została policzona z dwóch modeli: gazu doskonałego oraz Redlicha-Kwonga. W przypadku gazu doskonałego funkcja została zdefiniowana wewnątrz kodu natomiast w przypadku Redlicha-Kwonga posłużono się biblioteką Cantera w celu wyznaczenia wartości gęstości dla każdej kolejnej chwili czasowej przy zadanej im odpowiednio temperaturze i ciśnieniu.

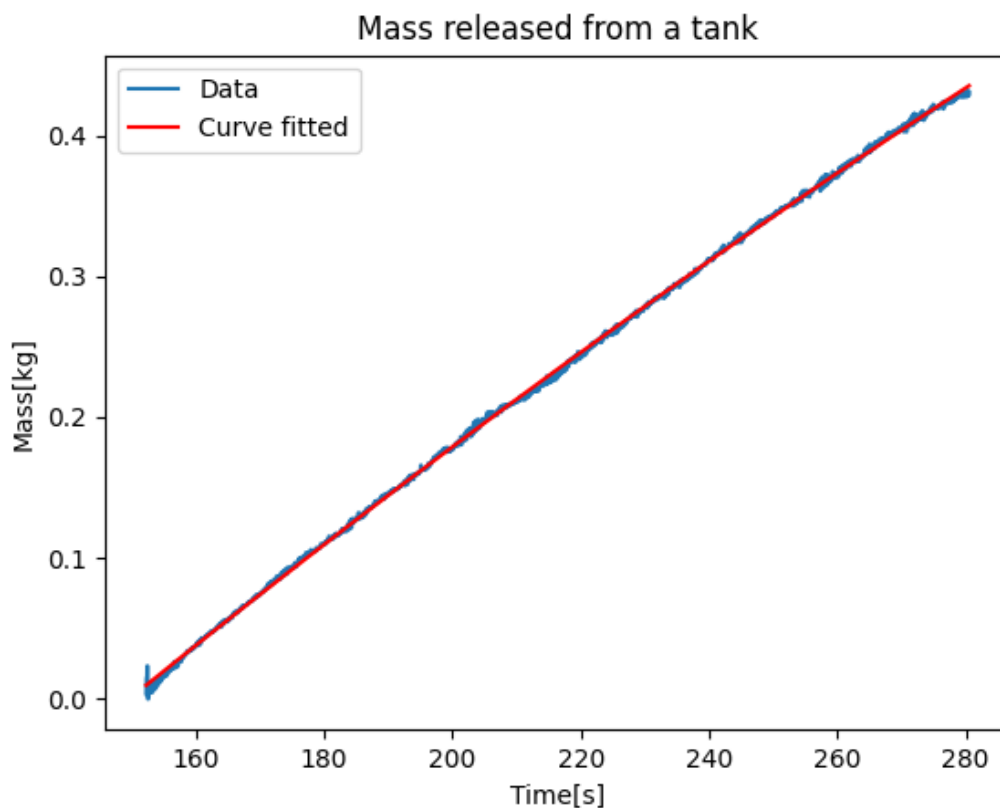


Rysunek 16: Wykres porównawczy wartości gęstości w zadanym zakresie z modelu gazu doskonałego i Redlicha-Kwonga



4.3.3 Współczynnik strat

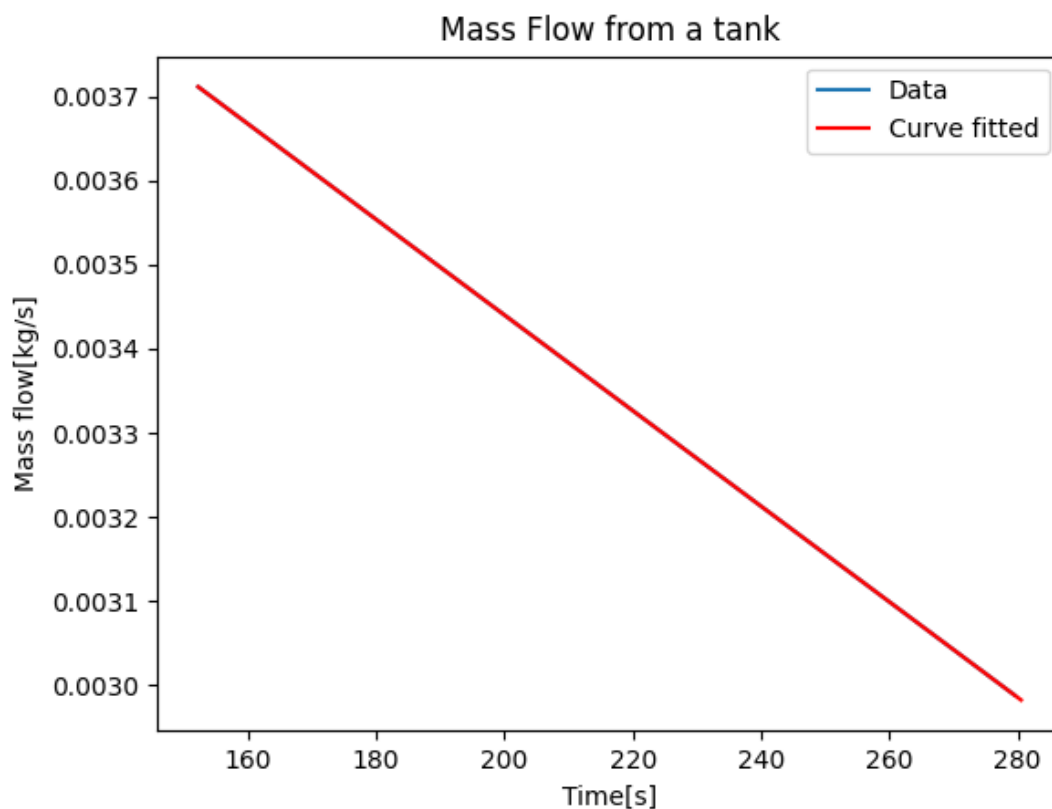
W celu wyznaczenia współczynnika strat należy najpierw odseparować konkretne dane z masy zbiornika, odbić wykres z uwagi, masa zbiornika maleje, a masa upuszczona będzie sumarycznie rosnać o tę samą wartość oraz wytarować wartości tak, aby zaczynały się od zera (bez uwzględniania masy samego zbiornika jak i masy podtlenku, który już się dostał.)



Rysunek 17: Masa upuszczona ze zbiornika przez zawór



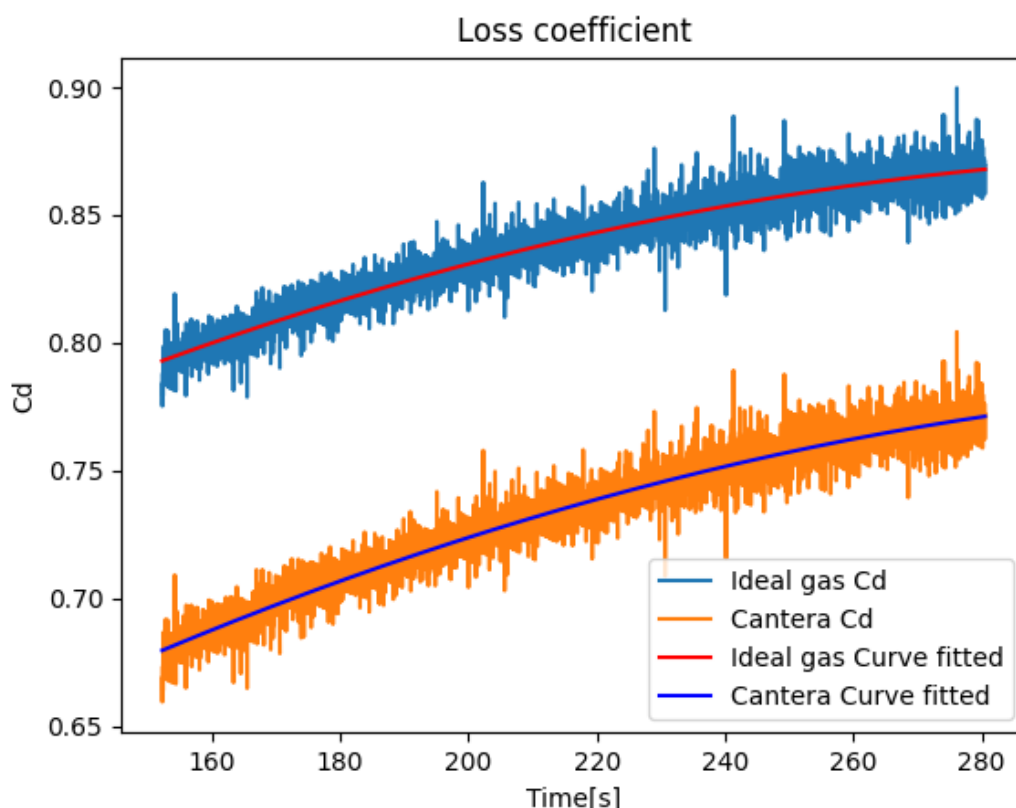
Kolejnym krokiem jest wyznaczenie wydatku, który będzie pochodną z funkcji masy upuszczonej od czasu. W tym celu napisano funkcje numerycznie liczącą tę pochodną o nazwie "euler solver"



Rysunek 18: Numerycznie policzona pochodna będąca wydatkiem masowym zaworu upustowego w zależności od czasu



Ostatecznie mając wszystkie niewiadome można wyznaczyć funkcje współczynnika strat w zadanym przedziale czasowym zamkniętego elektrozaworu butli. To co można zaobserwować to dość mała zmiana samego współczynnika przez cały okres ok. 0.05 co sugeruje stosunkowo mały błąd wynikający z założenia, że jest on stałą wartością. Natomiast dużo większe rozbieżności daje model równania stanu, gdzie średnia wartość współczynnika strat dla modelu gazu doskonałego wynosi 0.83 natomiast dla Redlicha-Kwonga jest o 0.1 niższa.



Rysunek 19: Wykres porównawczy funkcji współczynnika strat w zadanym zakresie z modelu gazu doskonałego i Redlicha-Kwonga

4.3.4 Uwagi

Program napisano w wersji Cantery 2.6.0, python 3.9, numpy 1.24.3, pandas 2.0.1, matplotlib 3.7.1, scipy 1.10.1 i w wirtualnym środowisku PyCharm, którego zawartość dołączono do projektu. Chcąc korzystać z własnego wirtualnego środowiska będzie potrzebne zaimportowanie pliku wejściowego JANAF.yaml do odpowiedniego katalogu plików wejściowych Cantery [cantera/data]



5 Wnioski

Z obliczeń wyszło, że wartością średnicy zapewniającą zatankowanie masy podtlenku azotu równej 5,2kg, która jest niezbędna do prawidłowego przebiegu procesu spalania to 0,31mm. Wynik jednak jest obciążony dość dużym błędem z powodu wielu założeń oraz uproszczeń. W kodzie został również opisany inny sposób, opierający się na wydatku masy utleniacza przy starej średnicy zaworu oraz tego samego wzoru modelu SPI. Wyniki są jednak bardzo rozbieżne. W raporcie postanowiono przedstawić jeden z nich, przyjęty za bardziej wiarygodny. Potwierdzenie wiarygodności wyniku, może zostać stwierdzone podczas kolejnych testów cold flow rakiety.

6 Źródła

- "Numerical modelling of the hybrid rocket engine performance Gieras Marian, Gorgeri Aleksander
- "NASA Glenn Coefficients for Calculating Thermodynamic Properties of Individual Species Bonnie J. McBride, Michael J. Zehe, and Sanford Gordon
- NIST-JANAF Thermochemical Tables, Fourth Edition, J. Phys. Chem. Ref. Data, Monograph 9, 1998, 1-1951.
- Medard L. (English Translation by Marshall N.), Scientific Division, Air Liquide: Encyclopédie Des Gaz/Gas Encyclopaedia. Amsterdam: Elsevier Science B.V; 1976.