

Aula 24 – Método de Sintonia Ziegler-Nichols

1. Método de Sintonia de Ziegler-Nichols

A tarefa de sintonia de controladores Proporcional, Integral e Derivativo (PID), na maioria dos casos é realizada de forma empírica pelos operadores e técnicos responsáveis pelo processo sob controle.

A tarefa basicamente consiste em variar os ganhos do controlador e avaliar o impacto destas variações junto a variável de saída do processo.

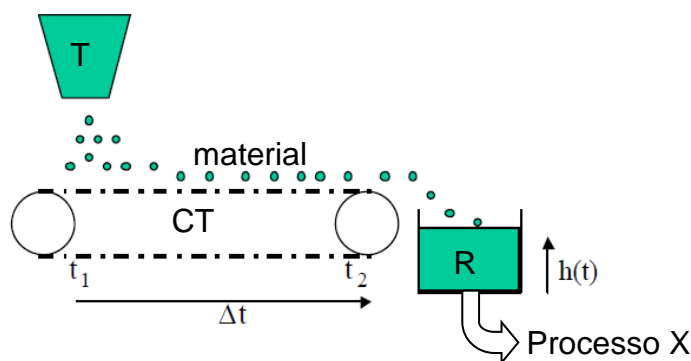
Ainda assim, por vezes, encontrar o conjunto de ganhos satisfatórios para o início da operação de um dado processo pode resultar em uma tarefa complicada e nada sistemática.

Visando sistematizar tal tarefa, em 1942, Ziegler e Nichols publicaram um trabalho que, com base em alguns dados experimentais do processo, o operador fosse capaz de determinar um conjunto de parâmetros iniciais, K_p , K_i e K_d de controladores tipo PID. Este trabalho deu origem a dois métodos distintos de sintonia, conhecidos como Métodos de Sintonia Ziegler-Nichols.

Atraso de Transporte (Tempo Morto)

Em sistemas de controle é comum a existência de um fenômeno denominado de Atraso de Transporte (ou Tempo Morto). Tal fenômeno ocorre, quando a variável de saída de um dado processo percebe variações no sinal de entrada em um Δt depois desta variação ter efetivamente ocorrido. Por exemplo, ao aumentar o valor de **Set-Point** de **40° C** para **80° C** em um processo térmico, devido à inércia térmica, o processo terá um Δt para estabilizar nesse valor de **Set-Point** na entrada. Sendo assim, esse Δt é considerado um Atraso de Transporte ou Tempo Morto.

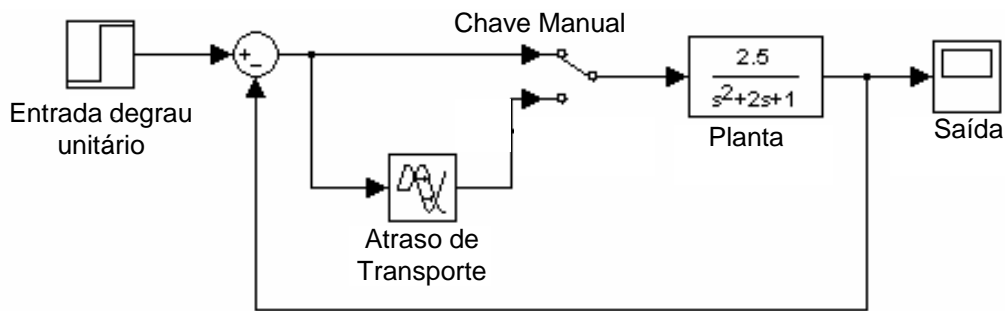
Para ilustrar fisicamente o efeito do Atraso de Transporte vejamos o sistema de controle de nível a seguir.



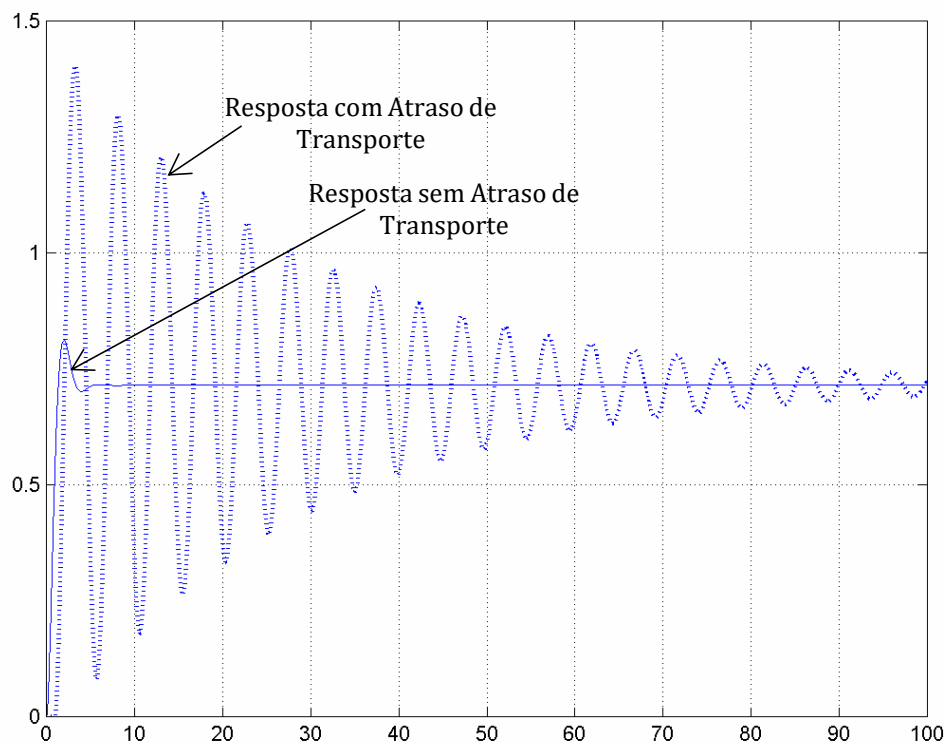
Para manter o nível $h(t)$ em um valor fixo de um material armazenado no reservatório **R** em função da demanda desse material para o processo **X**, a tremonha **T** libera mais material para que a correia transportadora **CT**, com velocidade constante, o leve até o reservatório **R**. O espaço de tempo $\Delta t = (t_2 - t_1)$ é denominado Atraso de Transporte ou Tempo Morto pelo fato de que o reservatório **R** só irá ter o nível $h(t)$ variado (aumentado), devido à alteração na entrada vinda da correia transportadora **CT**, após ter ocorrido este espaço de tempo Δt .

Influência do Efeito do Atraso de Transporte em Sistemas Dinâmicos

A influência temporal do efeito do Atraso de Transporte em um sistema de controle pode ser observada considerando o sistema operando em malha-fechada, com realimentação unitária e negativa, conforme o diagrama de blocos a seguir.



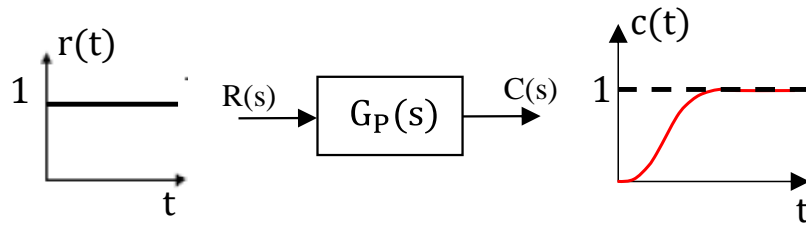
Neste caso, para observar o efeito do Atraso de Transporte no sistema de controle em malha-fechada, considera-se a resposta ao degrau unitário do sistema com Atraso de Transporte igual a 1 segundo e sem o atraso de transporte.



Nota-se no gráfico de resposta ao degrau unitário que o sistema sem o Atraso de Transporte responde muito mais rapidamente estabilizando no valor final sem muitas oscilações. O Atraso de Transporte provoca oscilações na resposta demorando estabilizar-se no valor final dificultando o controle do processo.

1.2. Primeiro Método de Ziegler-Nichols - Método da Curva de Reação ou Método em Malha Aberta

Considera-se o processo em malha aberta excitado com uma entrada do tipo degrau de amplitude previamente estabelecida. Se a resposta desse processo em malha aberta for em forma de **S**, aplica-se o Método da Curva de Reação ou Método em Malha Aberta (Primeiro Método).



Assim, seja um sistema de 1ª ordem dado pela FT,

$$G(s) = \frac{a}{(s + b)}$$

Considerando uma entrada degrau unitário tem-se,

$$C(s) = \frac{a}{s(s + b)}$$

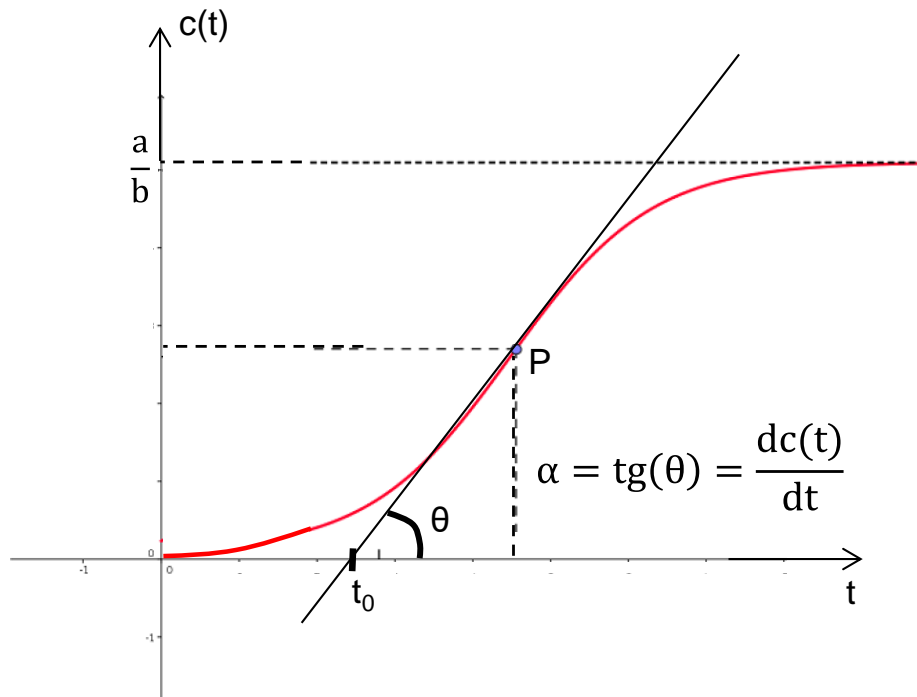
A resposta temporal para uma entrada degrau unitário será,

$$c(t) = \frac{a}{b} - \frac{a}{b} e^{-bt} \Rightarrow c(t) = \frac{a}{b} (1 - e^{-bt})$$

O valor de $c(t)$ em regime permanente é,

$$c(t \rightarrow \infty) = \frac{a}{b}$$

Gráfico de resposta $c(t)$ para uma entrada degrau unitário



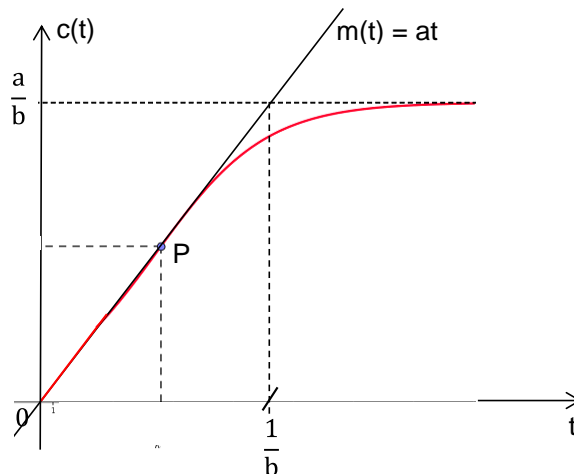
A inclinação α da reta tangente ao ponto **P** é dada por **$\text{tg}(\theta)$** .

Deslocando a origem para o ponto t_0 e considerando que a reta tangente no ponto **P** passe em $t = t_0 = 0$;

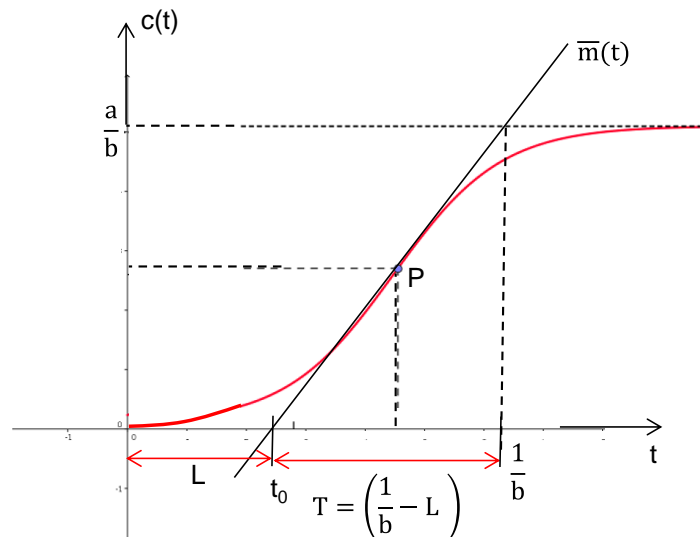
$$\alpha = \left. \frac{dc(t)}{dt} \right|_{t=0} = a e^{-bt} \Big|_{t=0} \Rightarrow \alpha = a$$

A reta **$m(t) = \alpha t = at$** intercepta o valor em regime permanente em **$t = 1/b$** .

$$c(t \rightarrow \infty) = m(t) \Rightarrow \frac{a}{b} = at \Rightarrow t = \frac{1}{b}$$



Após estas considerações retorna-se à curva original **c(t)** com a reta tangente **m(t)** no ponto de inflexão **P** interceptando o eixo t em **t = t₀**.



Na interseção da reta **m(t)** com o eixo t obtém-se o Atraso de Transporte **L**.

A constante de tempo **T** é determinada por:

$$T = \left(\frac{1}{b} - L \right)$$

Desta forma, pode-se determinar os parâmetros da função de transferência de 1ª ordem com atraso de transporte como sendo,

$$G_P(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{(Ts + 1)}$$

Onde,

$$K = \frac{c(t \rightarrow \infty)}{[\text{Amplitude da entrada}]}$$

De posse dos valores de L, T e K, **Ziegler-Nichols** propuseram a seguinte tabela para calcular os parâmetros de sintonia PID.

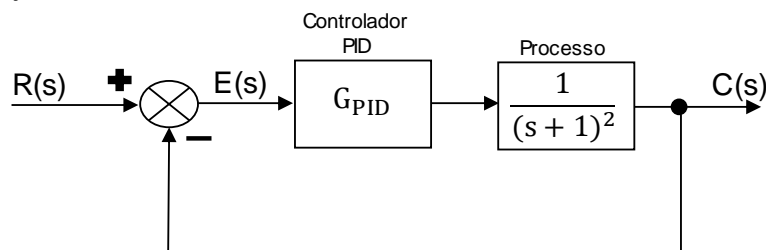
Parâmetros Controlador	K_P	K_i	K_D
P	$\frac{T}{L}$	0	0
PI	$\frac{0,9T}{L}$	$\frac{0,27T}{L^2}$	0
PID	$\frac{1,2T}{L}$	$\frac{0,6T}{L^2}$	0,6T

Para o controlador PID tem-se a seguinte função de transferência,

$$G_c(s) = 0,6T \frac{(s + \frac{1}{L})^2}{s}$$

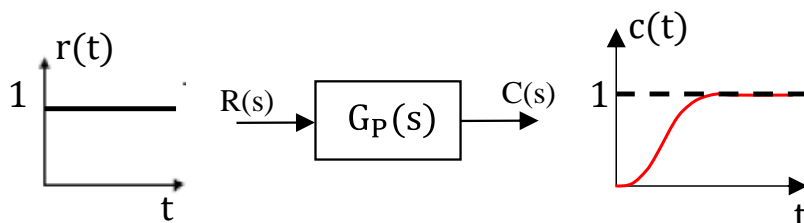
Para o caso em que a função de transferência do processo é conhecida, ou fácil de ser determinada, aplica-se um método analítico para calcular o ponto de inflexão da curva de resposta ao degrau unitário. O exemplo a seguir ilustra esse método analítico.

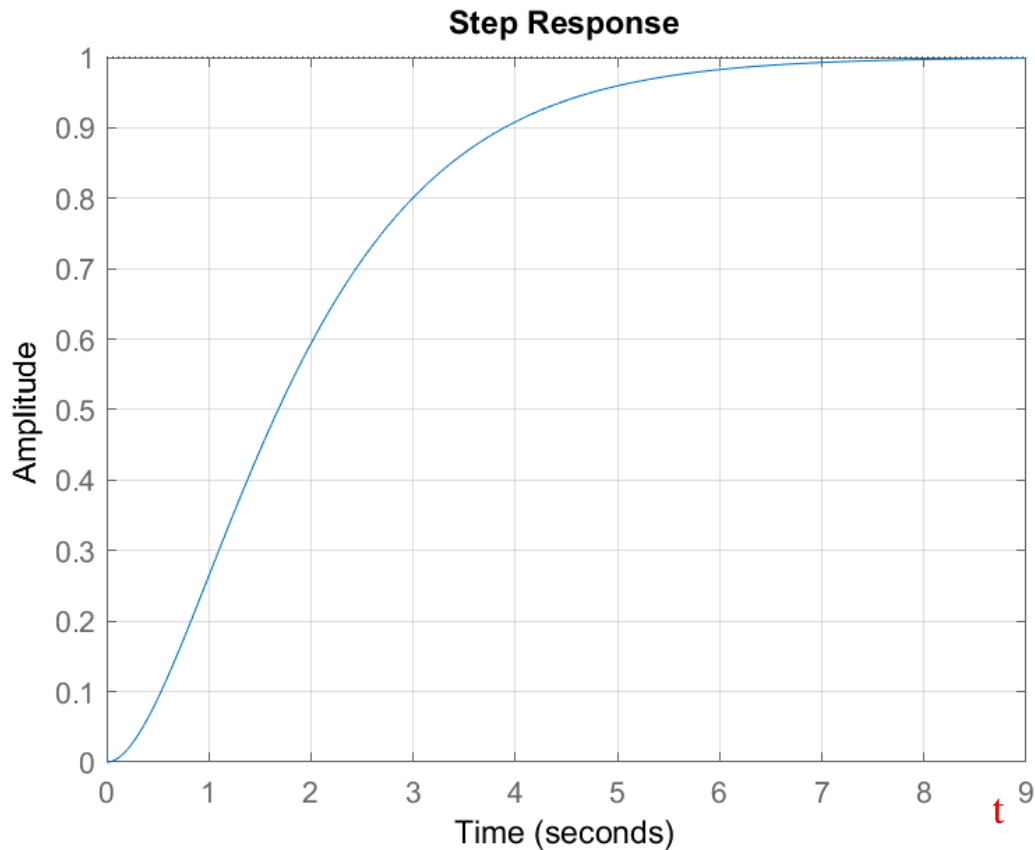
Exemplo: Seja o sistema de controle dado.



Obtenha a função de transferência de um controlador PID com os parâmetros de sintonia K_p , K_i e K_d utilizando o Método de *Ziegler-Nichols*.

O gráfico de resposta do processo em malha aberta excitado com uma entrada degrau unitário é dado a seguir (Forma de **S**).





Determinação dos Parâmetros K, L e T:

A função reposta $c(t)$ ao degrau unitário é igual a:

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} \Rightarrow c(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s(s+1)^2}\right\} \Rightarrow c(t) = 1 - e^{-t} - te^{-t}$$

Determinação do ponto de inflexão:

(<https://pt.wikihow.com/Determinar-as-Coordenadas-de-um-Ponto-de-Inflex%C3%A3o-de-uma-Fun%C3%A7%C3%A3o>)

$$c(t) = 1 - e^{-t} - te^{-t}$$

$$\frac{dc(t)}{dt} = te^{-t}$$

$$\frac{d^2c(t)}{dt^2} = e^{-t} - te^{-t} = 0 \Rightarrow 1 - t = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

$$\frac{d^3c(t)}{dt^3} = -2e^{-t} + te^{-t} = 0 \neq 0 \Rightarrow \text{Gera o Ponto de Inflexão!}$$

$$\text{Então: } c(t=1) = 1 - e^{-1} - 1e^{-1} \Rightarrow c(t=1) = 0,264$$

Assim, o ponto de inflexão da curva é no ponto P(1;0,264).

Pela 1ª derivada encontra-se o coeficiente de inclinação da reta tangente à curva:

$$\left.\frac{dc(t)}{dt}\right|_{t=1} = 0,368$$

A reta tangente será dada por: $r(t) = 0,368t + b$

O coeficiente de amplitude "b" de $r(t)$ para o ponto P será:

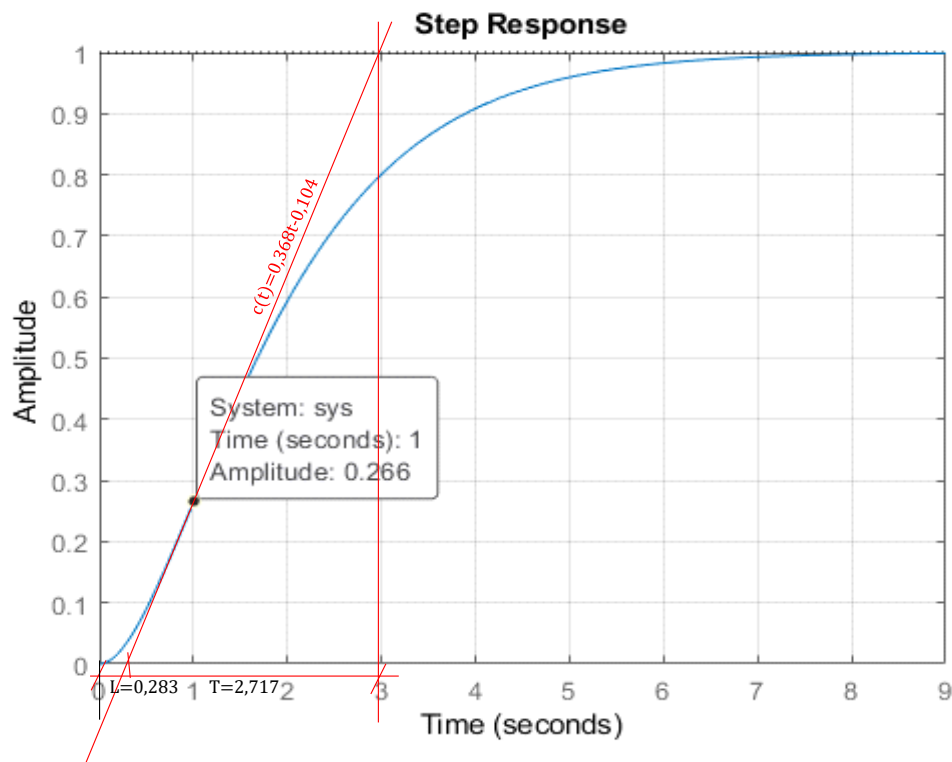
$$r(t) = 0,368t + b \Rightarrow 0,264 = 0,368 \times (1) + b \Rightarrow b = -0,104$$

Finalmente: $r(t) = 0,368t - 0,104$

Para $c(t) = 0$: $0 = 0,368t - 0,104 \Rightarrow t = 0,283 \text{ s}$; daí $L = 0,283$

Para $c(t) = 1$: $1 = 0,368t - 0,104 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$; daí $T = (3 - L) = 2,717$

Daí deve-se traçar uma reta tangente ao ponto de inflexão.



Assim tem-se: $L = 0,283$ e $T = 2,717$

Pela tabela de **Ziegler-Nichols** temos:

$$K_p = 1,2(T/L) = 11,52$$

$$T_i = 2L = 0,566 \text{ s}$$

$$T_d = 0,5L = 0,1415 \text{ s}$$

$$K_i = K_p/T_i = 11,52/0,566 = 20,35$$

$$K_d = K_p T_d = (11,52) \cdot (0,1415) = 1,63$$

Assim o controlador PID será dado por:

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \Rightarrow G_{PID}(s) = 11,52 + \frac{20,35}{s} + 1,63s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G_{PID}(s) = \frac{1,63s^2 + 11,52s + 20,35}{s}$$

Agora instala-se o controlador PID em série com o processo e determinar a função de transferência em malha fechada.

Malha aberta:

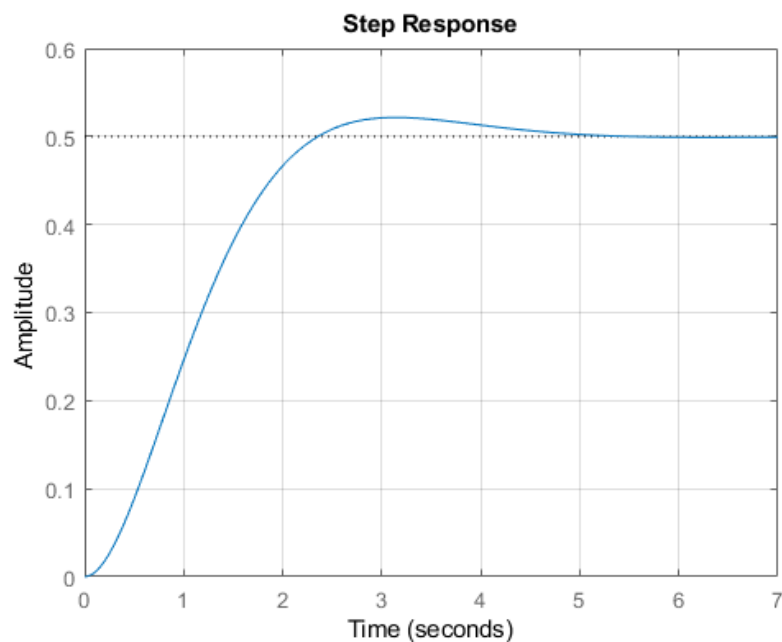
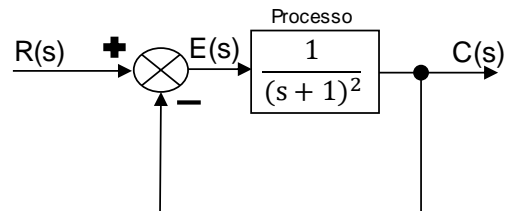
$$G_{PID}(s)G(s) = \left(\frac{1,63s^2 + 11,52s + 20,35}{s} \right) \times \left[\frac{1}{(s+1)^2} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G_{PID}(s)G(s) = \left(\frac{1,63s^2 + 11,52s + 20,35}{s^3 + 2s^2 + s} \right)$$

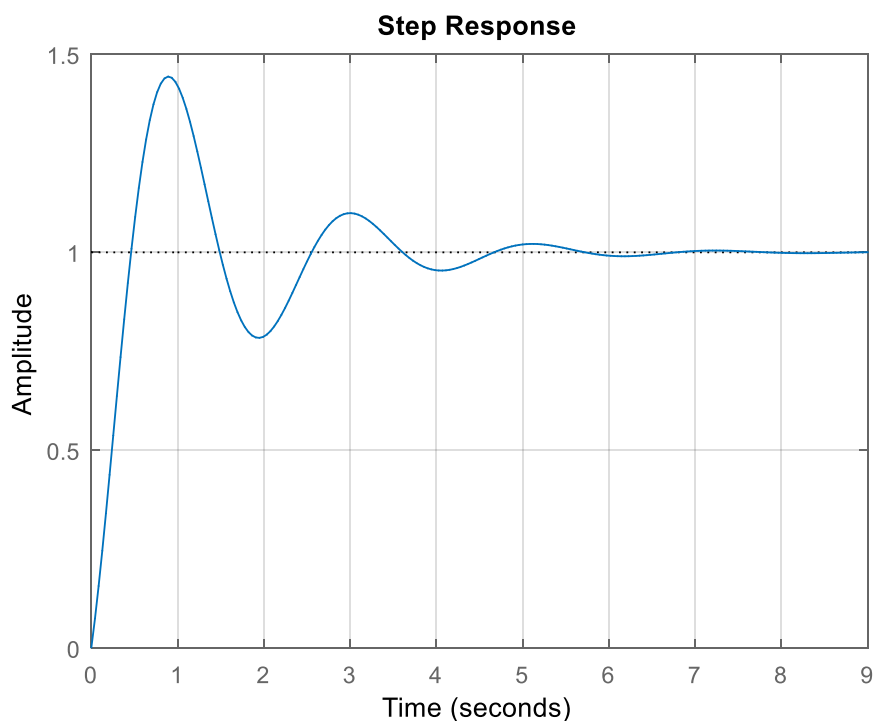
Malha Fechada:

$$F(s) = \frac{\left(\frac{1,63s^2 + 11,52s + 20,35}{s^3 + 2s^2 + s} \right)}{1 + \left(\frac{1,63s^2 + 11,52s + 20,35}{s^3 + 2s^2 + s} \right)} \Rightarrow F(s) = \frac{1,63s^2 + 11,52s + 20,35}{s^3 + 3,63s^2 + 12,52s + 20,35}$$

O gráfico de saída deste sistema de controle em malha fechada sem o controlador PID para uma entrada degrau unitário será:



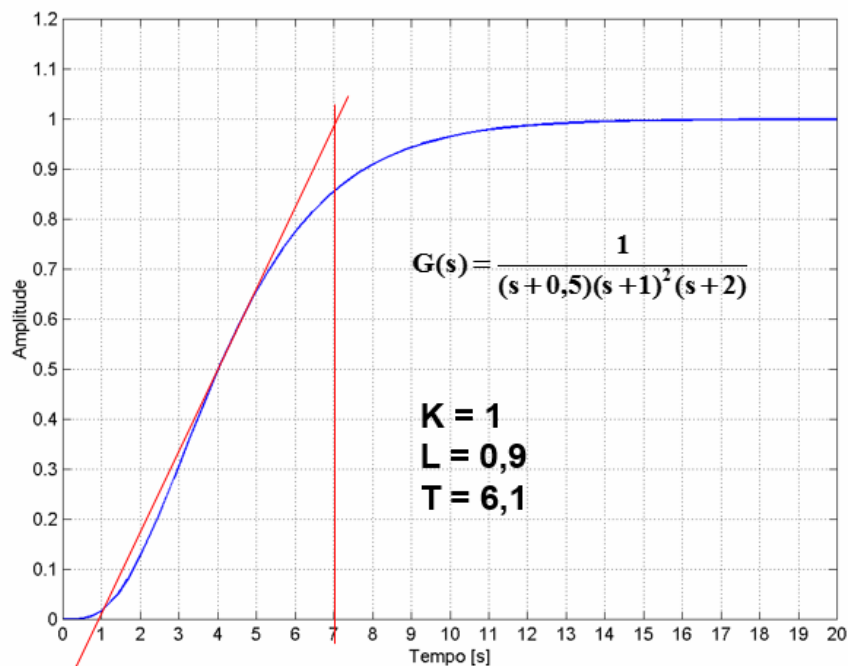
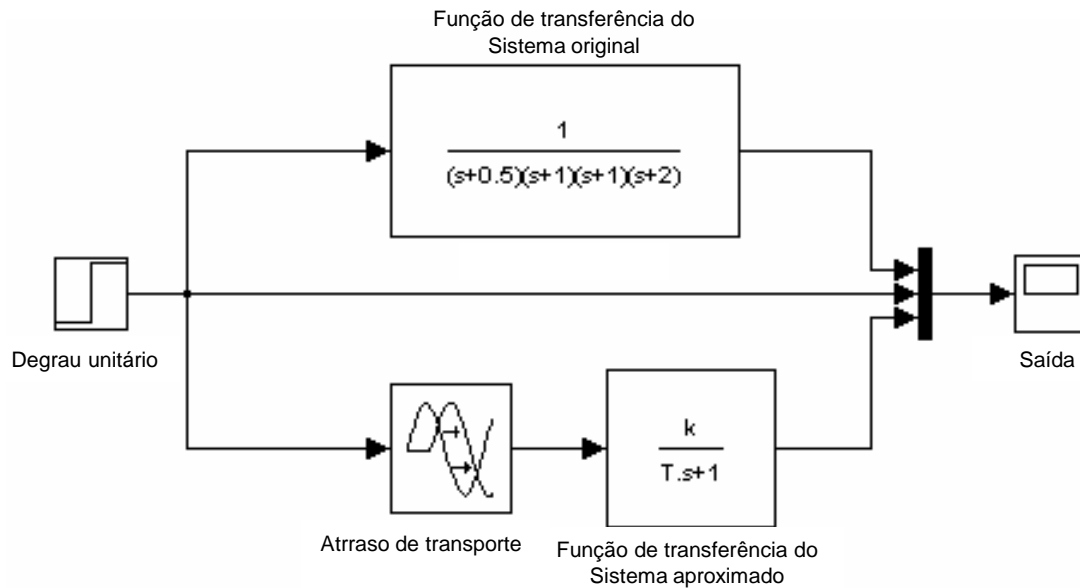
O gráfico de saída deste sistema de controle em malha fechada com o controlador PID para uma entrada degrau unitário será:



Deve-se notar que o controlador PID, mesmo inserindo oscilações na resposta do processo em malha fechada, tornou a resposta mais rápida. Em seguida, com as devidas otimizações na sintonia dos parâmetros PID o operador poderá ter uma resposta bem melhor.

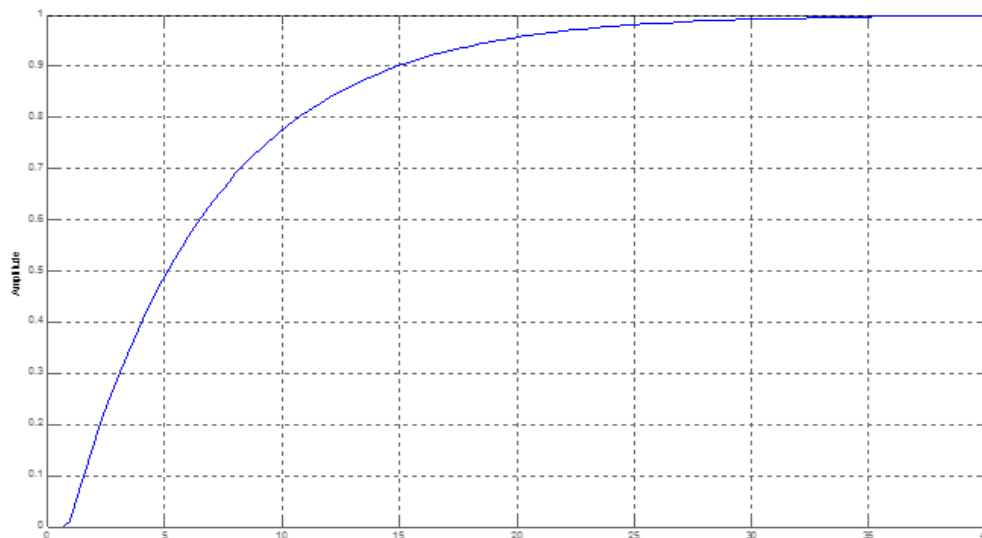
Exemplo: Determine um modelo equivalente aproximado de primeira ordem com atraso de transporte do processo representado pela função de transferência $G(s)$ dada. O diagrama de simulação e a resposta temporal a uma entrada do tipo degrau unitário são apresentadas a seguir.

$$G(s) = \frac{1}{(s + 0,5)(s + 1)^2(s + 2)}$$



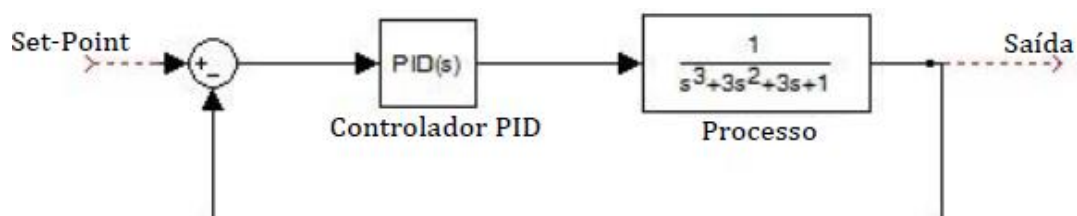
Resposta temporal do sistema $G(s)$ original

$$G_{\text{aprox}}(s) = \frac{e^{-0,9s}}{(7 - 0,9)s + 1} \Rightarrow G_{\text{aprox}}(s) = \frac{e^{-0,9s}}{6,1s + 1}$$



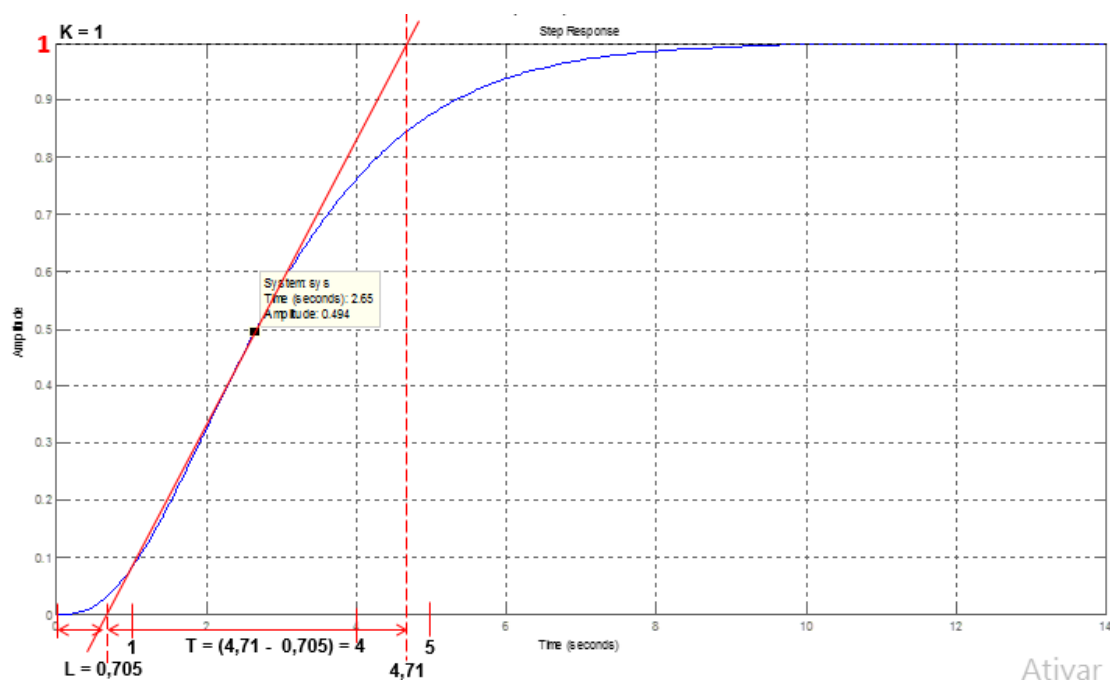
Resposta temporal do sistema $G(s)$ aproximado Ativ

Exemplo: Sintonizar um controlador PID usando o Método de Ziegler-Nichols para o sistema dado a seguir.



Resposta do sistema em malha aberta dada uma entrada degrau unitário.

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$



Ativar

A resposta em malha aberta para uma entrada degrau unitário apresenta uma forma de **S**. Então deve-se aplicar o Método da Curva de Reação (Primeiro Método).

$$K_P = 1,2 \frac{T}{L} = 1,2 \frac{4}{0,705} \Rightarrow K_P = 6,81$$

$$K_i = \frac{0,6T}{L^2} = \frac{0,6 \times 4}{(0,705)^2} \Rightarrow K_i = 4,83$$

$$K_D = 0,6T = 0,6 \times 4 \Rightarrow K_D = 2,4$$

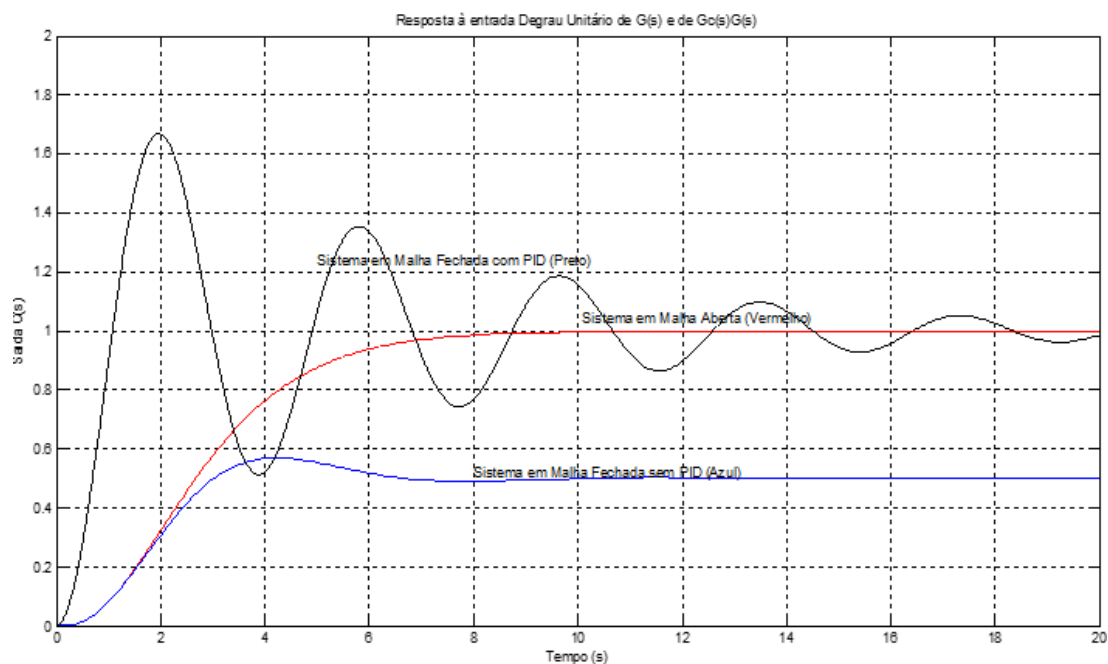
O controlador será,

$$G_c(s) = 6,81 + \frac{4,83}{s} + 2,4s \Rightarrow G_c(s) = \frac{2,4s^2 + 6,81s + 4,83}{s}$$

A função de transferência do sistema em malha fechada com o controlador PID será,

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2,4s^2 + 6,81s + 4,83}{s^4 + 3s^3 + 5,38s^2 + 7,81s + 4,83}$$

Respostas do sistema dada uma entrada degrau unitário.



Como os valores de Ziegler-Nichols são valores iniciais para sintonia, pode-se melhorar o desempenho do sistema de controle com ajustes nesses valores.

Ajuste nos parâmetros PID:

Ajustar K_p para $K_p = 6,68$

Ajustar K_i para $K_i = 1,1$

Ajustar K_D para $K_D = 2,36$

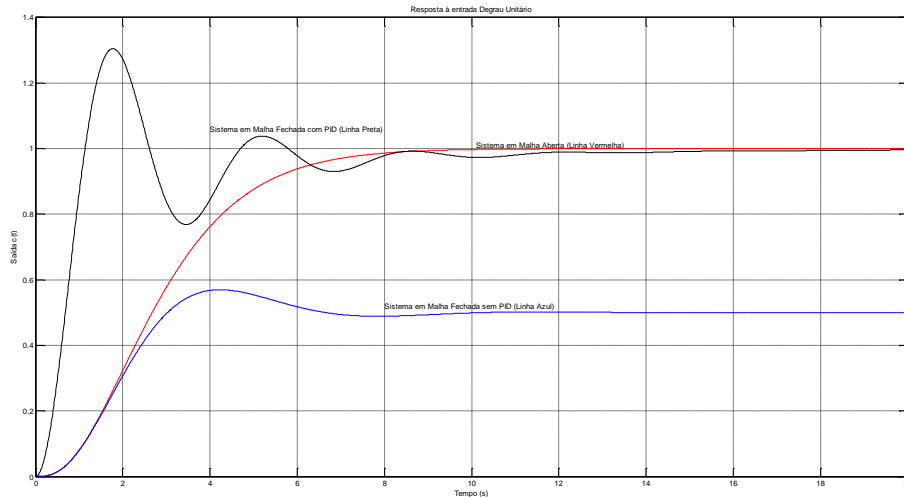
Substituindo os parâmetros PID:

$$G_c(s) = \frac{2,36s^2 + 6,68s + 1,1}{s}$$

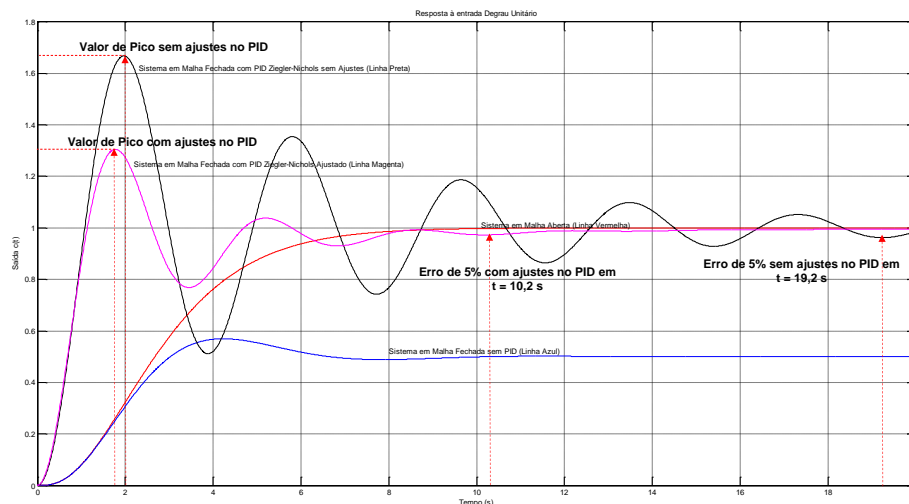
Com os valores dos parâmetros PID ajustados, a função de transferência do sistema em malha fechada com o controlador PID será,

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2,36s^2 + 6,68s + 1,1}{s^4 + 3s^3 + 5,36s^2 + 7,68s + 1,1}$$

Respostas do sistema dada uma entrada degrau unitário.



Comparações das respostas ao degrau unitário par o PID sem ajustes e com ajustes pelo Método de Ziegler-Nichols.



Os valores de sobressinal máximo (pico) com o PID ajustado diminuí significativamente e o sistema entra em regime permanente com erro de 5% aproximadamente 10 s antes.

1.2. Segundo Método de Ziegler-Nichols - Método do Limiar de Oscilação (Sensibilidade) ou Método em Malha Fechada

Considera-se o processo excitado com uma entrada do tipo degrau de amplitude previamente estabelecida. Se a resposta desse processo em malha aberta não for em forma de **S**, aplica-se o Método do Limiar de Oscilação ou Método em Malha Fechada (Segundo Método).

Este Método de Ziegler-Nichols consiste em ajustar um valor do ganho proporcional K_P do controlador PID (com $K_i = K_D = 0$) em malha fechada de maneira que o sistema apresente uma oscilação sustentada na saída para um sinal de referência do tipo degrau. Esse valor de K_P será usado como um valor $K_P = K_{cr}$ crítico. O diagrama de blocos para realizar este teste é apresentado abaixo. Obtendo o valor de ganho crítico K_{cr} e o período P_{cr} crítico da oscilação do sinal de saída determina-se os parâmetros do controlador PID.

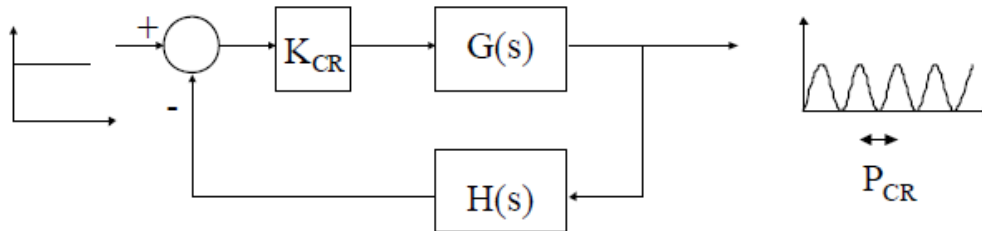


Diagrama de blocos para identificar o ganho crítico e o período crítico.

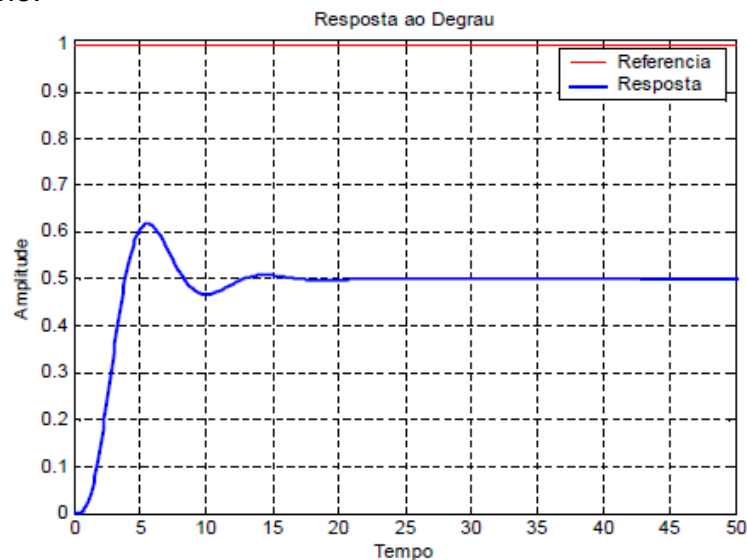
De posse dos valores de P_{cr} e de K_{cr} Ziegler-Nichols propuseram a seguinte tabela para calcular os parâmetros de sintonia PID.

Parâmetros Controlador	K_P	K_i	K_D
P	$0,5K_{cr}$	0	0
PI	$0,45K_{cr}$	$\frac{0,54K_{cr}}{P_{cr}}$	0
PID	$0,6K_{cr}$	$\frac{1,2K_{cr}}{P_{cr}}$	$0,075P_{cr}K_{cr}$

Para o controlador PID tem-se a seguinte função de transferência,

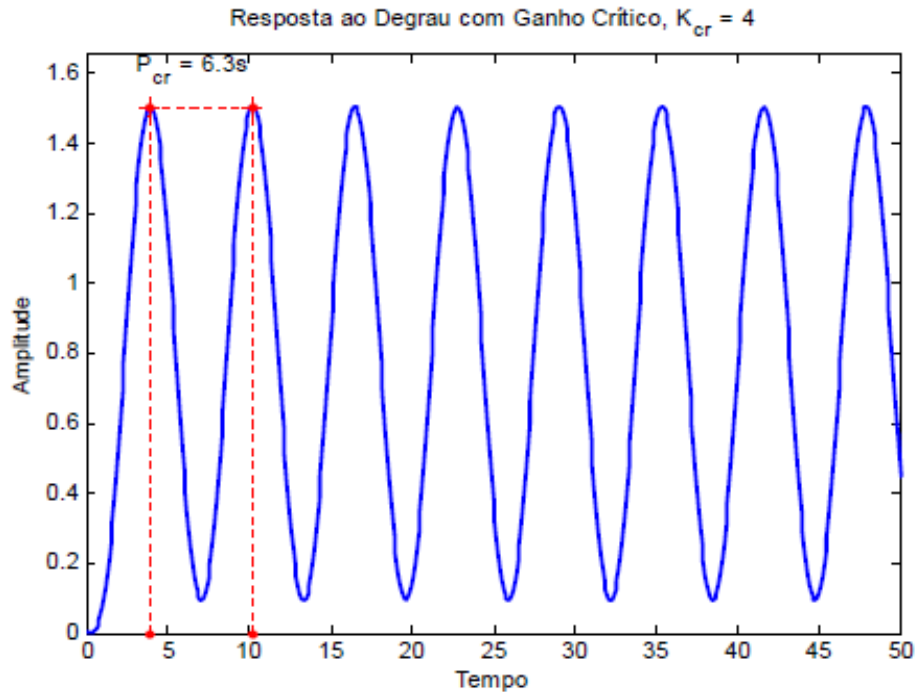
$$G_c(s) = 0,075P_{cr}K_{cr} \frac{\left(s + \frac{4}{P_{cr}}\right)^2}{s}$$

Exemplo: Um processo industrial possui a seguinte resposta a uma entrada degrau unitário.



Sintonizar um controlador PID a ser utilizado em série com o processo em malha fechada para que sua resposta atinja o valor da entrada, pois a atual resposta tende ao valor igual a 0,5 (Apostila do Prof. Fábio Meneghetti Ugolino de Araújo - UFRN – DCA – Fevereiro de 2007).

Como a curva de resposta não tem forma de S, o primeiro método de Ziegler-Nichols não se aplica para a sintonia dos parâmetros PID. Então, ajusta-se o ganho na malha do sistema através da ação proporcional do controlador tal que o sistema tenha oscilações mantidas constantes. Esse ganho crítico é igual $K_{cr} = 4,00$. O período crítico dessas oscilações é $P_{cr} = 6,3$ s como mostra o gráfico a seguir.



Pela tabela proposta por Ziegler-Nichols, tem-se os seguintes parâmetros para um controlador PID:

$$K_P = 0,6K_{cr} = 0,6 \times 4 \Rightarrow K_P = 2,4$$

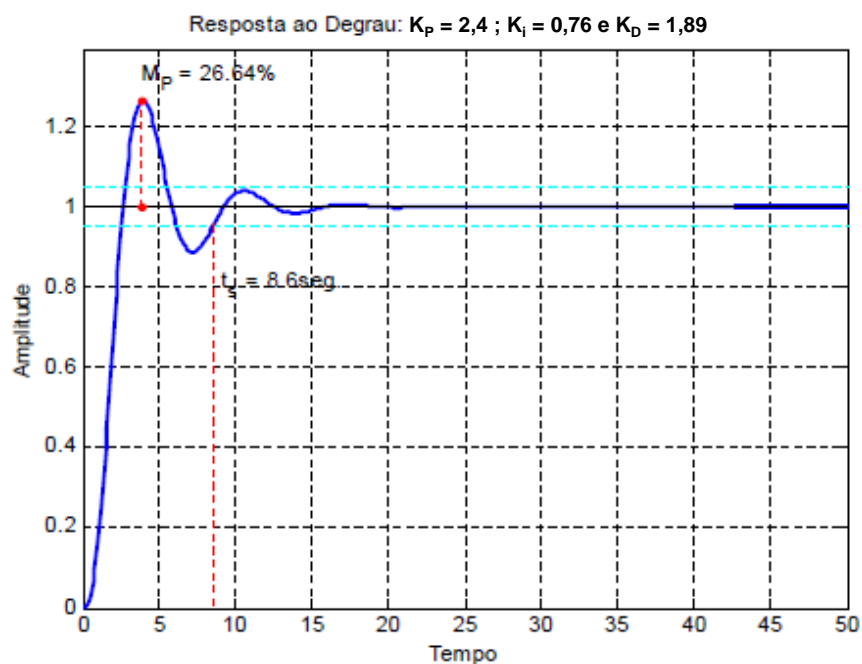
$$K_i = \frac{1,2K_{cr}}{P_{cr}} = \frac{1,2 \times 4}{6,3} \Rightarrow K_i = 0,76$$

$$K_D = 0,075P_{cr}K_{cr} = 0,075 \times 6,3 \times 4 \Rightarrow K_D = 1,89$$

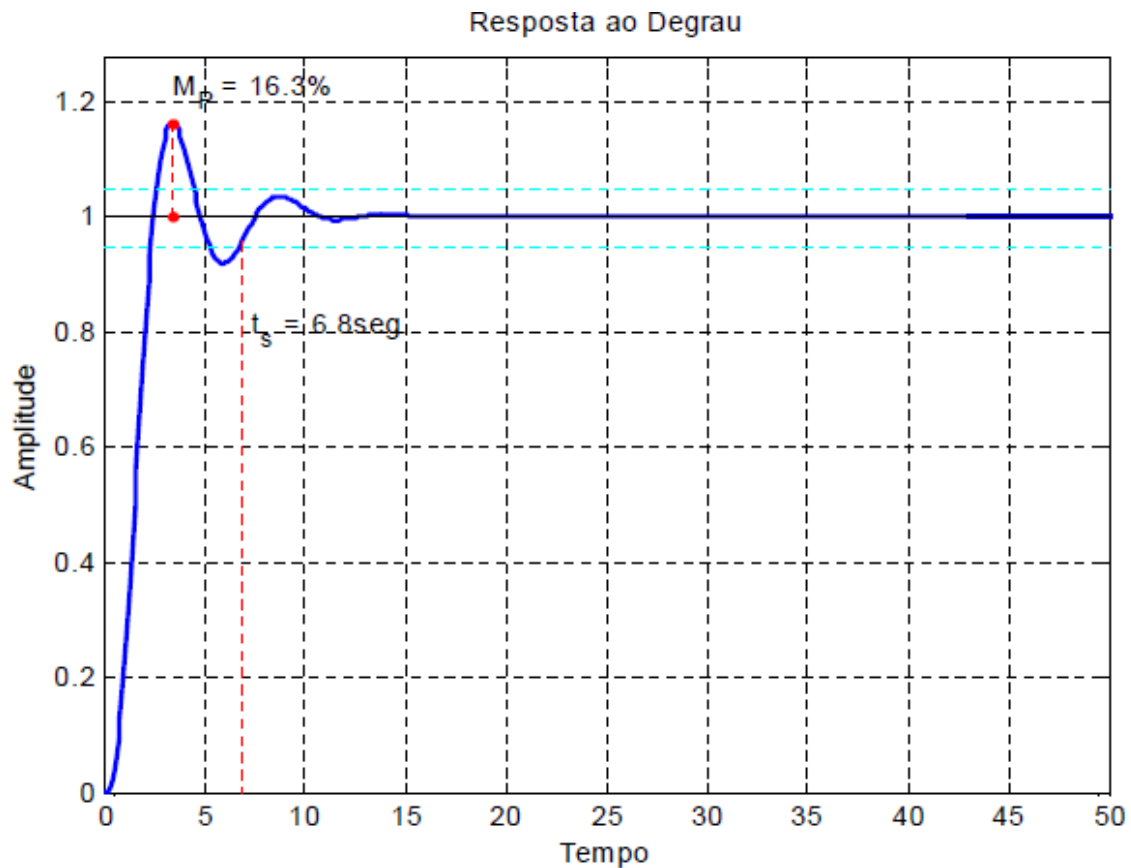
O controlador será,

$$G_c(s) = 2,4 + \frac{0,76}{s} + 1,89s \Rightarrow G_c(s) = \frac{1,89s^2 + 2,4s + 0,76}{s}$$

Com esta sintonia, a Planta com o controlador em série em malha fechada, apresentaram a seguinte resposta.

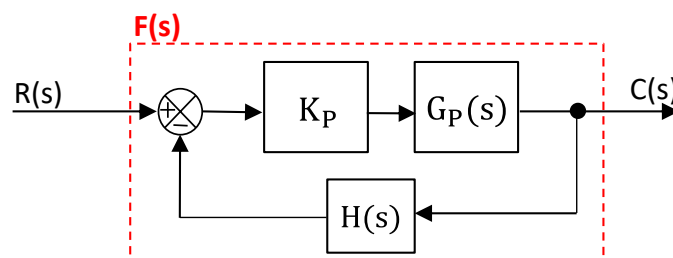


Os valores fornecidos pelos métodos de Ziegler-Nichols, constituem um ponto de partida para a sintonia dos parâmetros PID, assim sempre haverá a possibilidade de melhoria nesta sintonia. Nesse caso, apenas aumentando, em 50%, o valor de K_D , obtém-se a seguinte melhoria na resposta.



2. Sintonia de Controlador PID pelo 2º Método de Ziegler-Nichols pela Função de Transferência da Planta

Se a Planta puder ser modelada por uma Função de Transferência $G_P(s)$ e sua resposta em malha aberta a uma entrada do tipo degrau de amplitude previamente estabelecida não for em forma de **S**, pode-se conectá-la em série com um controlador PID com $K_i = K_D = 0$ transformando $\text{PID} = K_P$ e obter a função de transferência em malha fechada.



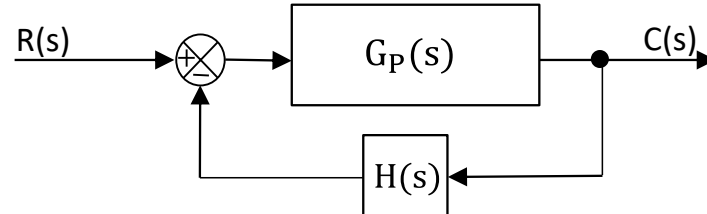
A função de transferência em malha fechada será:

$$F(s) = \frac{K_P G_P(s)}{1 + K_P G_P(s) H(s)}$$

Para o valor limite de estabilidade do ganho proporcional K_P do controlador PID o sistema apresentará uma oscilação sustentada na saída para um sinal de referência do tipo degrau, o qual poderá ser determinado pelo **Crítério de Estabilidade de Routh-Hurwitz**. Esse valor de K_P será usado como um valor crítico $K_P = K_{cr}$. Em seguida, substitui-se o valor de $K_P = K_{cr}$ na equação característica considerando $s = j\omega_{cr}$ (resposta oscilatória)

determinando-se o valor de w_{cr} . Com o valor de w_{cr} calcula-se o valor o período crítico P_{cr} . Com os valores de K_{cr} e de P_{cr} determina-se os valores dos parâmetros PID pela Tabela do segundo Método de Ziegler-Nichols.

Exemplo: Seja uma Planta modelada pela Função de Transferência $G_p(s)$ conectada em malha fechada em um sistema de controle com realimentação unitária negativa com Função de Transferência de Retroação $H(s)$. O diagrama de Blocos é apresentado abaixo.



Considerando:

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+3)} \quad \text{e} \quad H(s) = 1$$

- Projete um controlador **PID** utilizando o **2º Método de Ziegler-Nichols pela Função de Transferência da Planta** para sintonia dos parâmetros K_p , K_i e K_d para ser conectado em série com a Planta para controlar o sistema dado.
- Construa o gráfico de resposta para este sistema no tempo contínuo até a estabilização para uma entrada degrau unitário em malha fechada com realimentação unitária negativa sem o controlador PID.
- Construa o gráfico de resposta para este sistema no tempo contínuo até a estabilização para uma entrada degrau unitário em malha fechada com realimentação unitária negativa com o controlador PID.

Solução:

- Devemos assumir $K_i = K_d = 0$ no controlador **PID** e encontrar a Função de Transferência em Malha Fechada $F(s)$:

$$F(s) = \frac{K_p \cdot G_p(s)}{1 + K_p \cdot G_p(s) \cdot H(s)} \Rightarrow F(s) = \frac{K_p}{s(s+1)(s+3) + K_p} \Rightarrow F(s) = \frac{K_p}{(s^3 + 4s^2 + 3s + K_p)}$$

Em seguida, determina-se o valor do ganho K_p crítico denominado K_{cr} pelo **CrITÉrio de Routh** para o sistema entrar em operação com oscilações no limite da estabilidade:

$$\text{(Equação Característica)} \quad s^3 + 4s^2 + 3s + K_p = 0$$

Matriz de Routh

$$\begin{matrix} s^3 & \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & K_p \\ \frac{(12-K_p)}{4} & 0 \\ K_p & 0 \end{bmatrix} \\ s^2 & \\ s^1 & \\ s^0 & \end{matrix} ; 0 < K_p < 12$$

Utilizando o $K_p = K_{cr} = 12$ (valor limite de instabilidade) e $s = jw_{cr}$ na Equação Característica:

$$(jw_{cr})^3 + 4(jw_{cr})^2 + 3(jw_{cr}) + 12 = 0 \Rightarrow w_{cr} = \sqrt{3} \text{ rd/s}$$

Determinação de P_{cr} (Período Crítico):

$$w = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \frac{1}{P_{cr}} = \sqrt{3} \Rightarrow P_{cr} = 3,6276s$$

Determinação dos parâmetros **PID** pela **Tabela de Z-N**:

$$K_p = 0,6.K_{cr} \Rightarrow K_p = 7,2$$

$$K_i = 1,2.K_{cr}/P_{cr} \Rightarrow K_i = 3,97$$

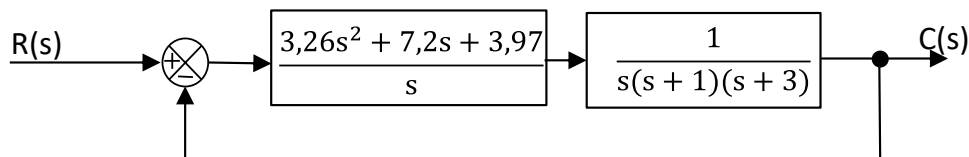
$$K_d = 0,075.K_{cr}.P_{cr} \Rightarrow K_d = 3,26$$

O controlador **PID** será dado por:

$$PID = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s \Rightarrow PID = 7,2 + \frac{3,97}{s} + 3,26s \Rightarrow$$

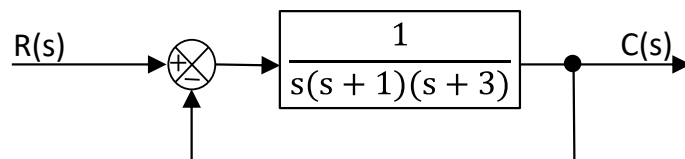
$$\Rightarrow PID = \frac{(3,26s^2 + 7,2s + 3,97)}{s}$$

O diagrama de blocos para este sistema de controle será:



b) Construa o gráfico de resposta para este sistema no tempo contínuo até a estabilização para uma entrada degrau unitário em malha fechada com realimentação unitária negativa sem o controlador PID.

A malha fechada com realimentação unitária negativa sem o controlador PID será:



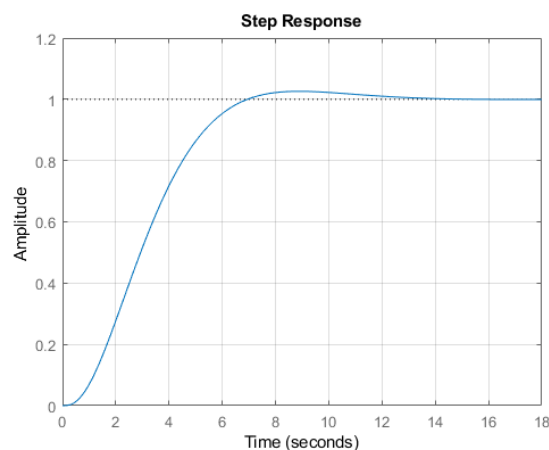
A função de transferência em malha fechada será:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{1}{s(s+1)(s+3)}}{1 + \frac{1}{s(s+1)(s+3)}} \Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^3 + 4s^2 + 3s + 1}$$

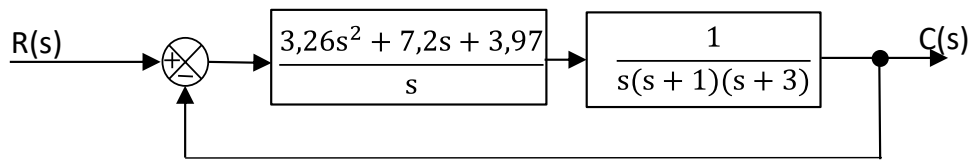
Para uma entrada degrau unitário $R(s) = s^{-1}$ tem-se o gráfico de resposta $c(t)$:

$$C(s) = \frac{1}{s^3 + 4s^2 + 3s + 1} \times R(s) \Rightarrow C(s) = \frac{1}{s^4 + 4s^3 + 3s^2 + s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c(t) = \mathcal{L}^{-1}\{C(s)\}$$



c) Construa o gráfico de resposta para este sistema no tempo contínuo até a estabilização para uma entrada degrau unitário em malha fechada com realimentação unitária negativa com o controlador PID.



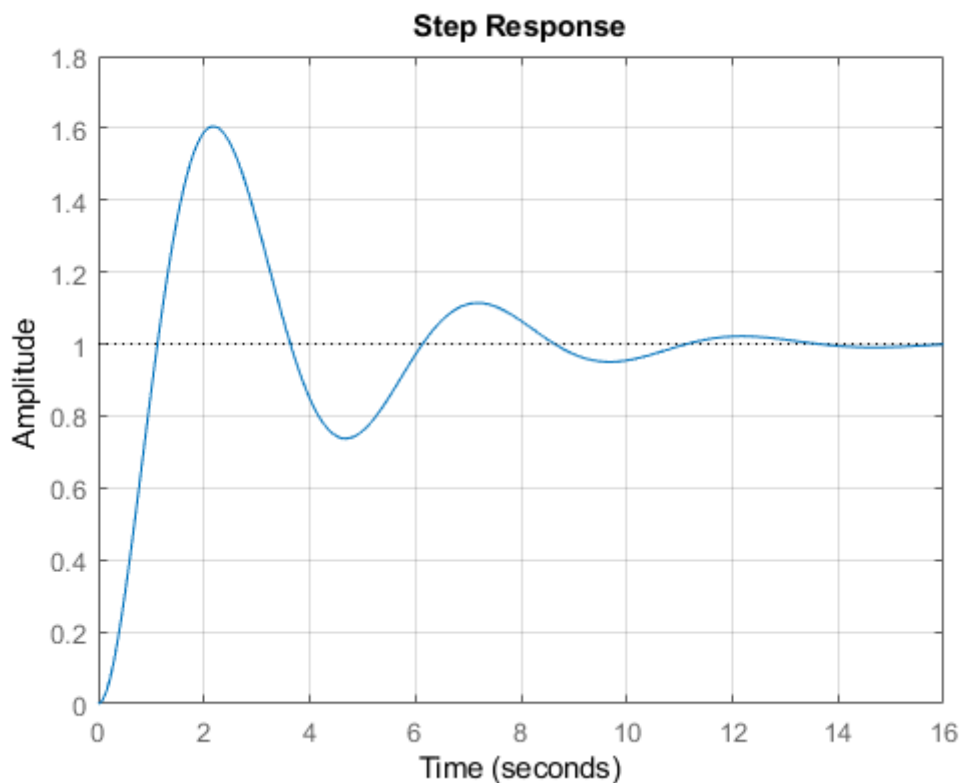
A função de transferência em malha fechada será:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{3,26s^2 + 7,2s + 3,97}{s^4 + 4s^3 + 3s^2}}{1 + \frac{3,26s^2 + 7,2s + 3,97}{s^4 + 4s^3 + 3s^2}} \Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{3,26s^2 + 7,2s + 3,97}{s^4 + 4s^3 + 6,26s^2 + 7,2s + 3,97}$$

Para uma entrada degrau unitário $R(s) = s^{-1}$ tem-se o gráfico de resposta $c(t)$:

$$C(s) = \frac{3,26s^2 + 7,2s + 3,97}{s^4 + 4s^3 + 6,26s^2 + 7,2s + 3,97} \times R(s) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C(s) = \frac{3,26s^2 + 7,2s + 3,97}{s^5 + 4s^4 + 6,26s^3 + 7,2s^2 + 3,97s} \Rightarrow c(t) = \mathcal{L}^{-1}\{C(s)\}$$



A introdução do controlador PID provocou oscilações no estado transitório ocasionando um maior pico de sobressinal, no entanto a resposta ficou mais rápida atingindo o valor final em 2,1 segundos, enquanto antes atingia em 7 segundos.

Os ajustes nos valores dos parâmetros PID é que farão da resposta o mais perto do necessário ao bom desempenho do sistema de controle, ficando assim a cargo do projetista manipular os valores de K_P , K_i e K_D .

Os métodos de sintonia dos parâmetros PID (Ziegler-Nichols e outros) são para se obter os valores iniciais, dando assim condições ao projetista de ajustar para o melhor desempenho o seu sistema de controle.