UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – CCE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - DEL

Sistemas de Controle II

ELT331

AULA 5 – Projeto de Controlador em Atraso de Fase pelo Método do Lugar das Raízes

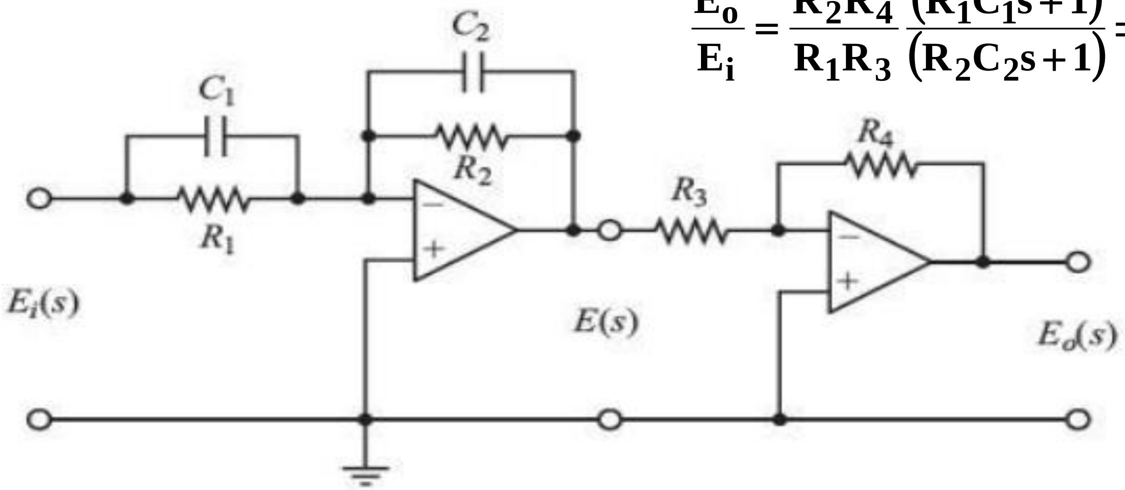
Prof. Tarcísio Pizziolo

5. Projeto de Controlador em Atraso de Fase

5.1. Construção Básica

Seja o circuito a seguir:

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3}\frac{(R_1 C_1 s + 1)}{(R_2 C_2 s + 1)} \Rightarrow \frac{E_o}{E_i} = \frac{R_4 C_1}{R_3 C_2}\frac{\left(s + \frac{1}{R_1 C_1}\right)}{\left(s + \frac{1}{R_2 C_2}\right)}$$



Escolhendo-se $R_2C_2 > R_1C_1$ no circuito utilizando amplificadores operacionais acima, a configuração deste controlador é a mesma do controlador em avanço de fase.

A Função de Transferência é dada por:

$$\frac{E_o}{E_i} = \hat{K}_c \beta \frac{(Ts + 1)}{(\beta Ts + 1)} \Rightarrow \frac{E_o}{E_i} = \hat{K}_c \frac{\left(s + \frac{1}{T}\right)}{\left(s + \frac{1}{\beta T}\right)}$$

$$\text{Onde: } \quad T = R_1 C_1 ; \quad \beta T = R_2 C_2 ; \quad \hat{K}_c = \frac{R_4 C_1}{R_3 C_2} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{R_2 C_2}{R_2 C_2} > 1$$

5. Projeto de Controlador em Atraso de Fase

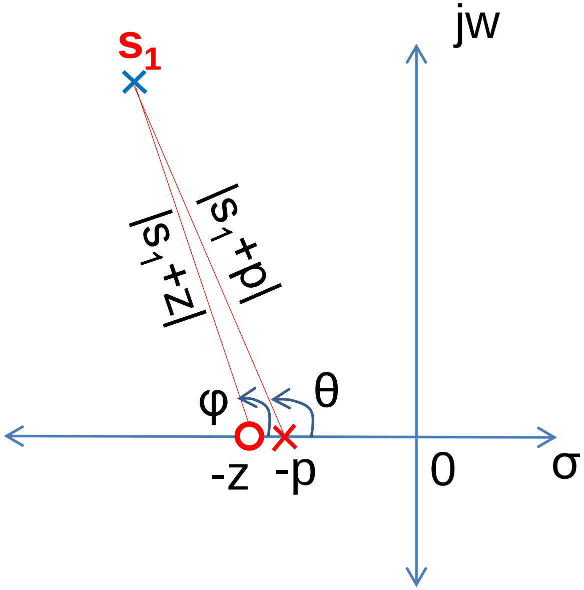
- Deve-se utilizar este controlador quando o sistema apresenta resposta transitória com características satisfatórias, mas as características em regime permanente sejam insatisfatória.
- A compensação neste caso **consiste essencialmente no aumento do ganho de malha aberta K**, sem alterar apreciavelmente as características em regime transitório.
- O **LR** nas proximidades dos pólos dominantes de malha fechada não deve ser alterado significativamente, mas o ganho de malha aberta deve ser aumentado tanto quanto for necessário.
- Para evitar alterações no **LR**, **a contribuição angular deste controlador** deve ser limitada a um valor pequeno **< 5°**. Para assegurar esta condição colocamos o pólo e o zero deste controlador bem próximos entre si e próximos à origem do plano complexo.

Considere a **Função de Transferência** para o **Controlador em Atraso de Fase** com sendo:

$$G_c(s) = \hat{K}_c \beta \frac{(Ts+1)}{(\beta Ts+1)} = \hat{K}_c \frac{\left(s+\frac{1}{T}\right)}{\left(s+\frac{1}{\beta T}\right)}$$

5. Projeto de Controlador em Atraso de Fase

Ao colocarmos o pólo e o zero próximo entre si, para um pólo dominante s_1 de malha fechada, os módulos de $(s_1 + z)$ e $(s_1 + p)$ serão quase iguais resultando em:



$$z = \frac{1}{T}$$

$$p = \frac{1}{\beta T}$$

Desta forma o módulo do controlador tornar-se-á próximo da **unidade** e teremos:

$$\left|G_c(s)\right|_{s=s_1} = \left|\hat{K}_c \frac{\cancel{\left(s_1 + \frac{1}{T}\right)}}{\cancel{\left(s_1 + \frac{1}{\beta T}\right)}}\right| \cong \hat{K}_c \quad ; \quad \left[\left(s_1 + \frac{1}{T}\right) \cong \left(s_1 + \frac{1}{\beta T}\right)\right]$$

5. Projeto de Controlador em Atraso de Fase

Para que a contribuição angular deste controlador seja pequena é necesário que se faça:

$$-5^o < \angle\left[\frac{\left(s_1 + \frac{1}{T}\right)}{\left(s_1 + \frac{1}{\beta T}\right)}\right] < 0^o$$

Para que as características da resposta transitória não sejam alteradas, o valor do ganho $\hat{K}_c$ deve ser próximo de 1 (um).

O ganho resultante da Função de Transferência de malha aberta poderá ser aumentado de um fator **β > 1**.

Um aumento no ganho significa um aumento nas constantes de erro estáticos. Vejamos: $K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)$

Para o sistema compensado:

$$\hat{K}_v = \lim_{s\to 0} sG_c(s)G(s) = \lim_{s\to 0} \underbrace{sG(s)}_{=K_v}G_c(s) \Rightarrow \hat{K}_v = K_v . \lim_{s\to 0} G_c(s) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{K}_v = K_v . \lim_{s\to 0} \underbrace{\left[\hat{K}_c \beta \frac{(Ts+1)}{(\beta Ts+1)}\right]}_{G_c(S)} \Rightarrow \boxed{\hat{K}_v = \hat{K}_c K_v \beta}$$

5. Projeto de Controlador em Atraso de Fase

5.2. Procedimentos para Projeto de Controlador por Atraso de Fase

1 - Construir o Lugar das Raízes do sistema não compensado considerando a Função de Transferência de malha aberta como **G(s)**.

2 – De acordo com as especificações da resposta, localize os pólos dominantes de malha fechada sobre o LR.

3 – Supor que a Função de Transferência do controlador por Atraso de Fase seja dada por:

$$G_c(s) = \hat{K}_c \beta \frac{(Ts+1)}{(\beta Ts+1)} = \hat{K}_c \frac{(s+\frac{1}{T})}{(s+\frac{1}{\beta T})} \quad ; \quad (\beta > 1)$$

4 – Determine a constante de erro estático do sistema não compensado.

5 – Determine o acréscimo no coeficiente de erro estático para satisfazer as especificações desejadas.

6 – Determine o pólo e o zero do controlador que produzam o aumento necessário no valor em particular da constante de erro estático sem alterar apreciavelmente o LR.

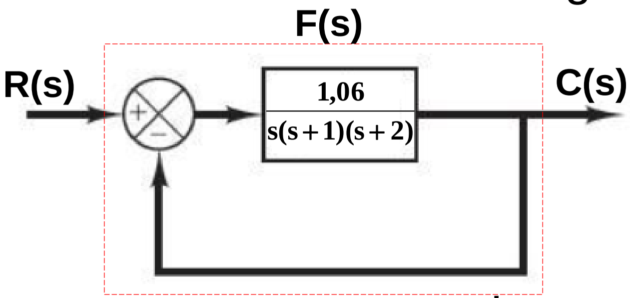
<u>**Obs.:**</u> A relação entre o valor do ganho requerido pelas especificações desejadas e o ganho encontrado no sistema não compensado deve ser igual à relação entre a distância do zero à origem e a distância do pólo à origem.

7 - Construir o novo Lugar das Raízes do sistema compensado localizando os pólos dominantes de malha fechada desejados

8 – Ajustar o ganho $\hat{K}_c$ do controlador a partir da condição de módulo de modo que os pólos dominantes de malha fechada se situem na posição desejada ($\hat{K}_c \cong 1$).

5.3 Exemplos

Exemplo 6.3.1 Considere o sistema mostrado a seguir.



Projetar um controlador para que a constante de erro estático de velocidade K_v seja aproximadamente **5 s^{-1}**.

Considerações iniciais:

- A Função de Transferência em malha fechada é:

$$F(s) = \frac{1{,}06}{s(s+1)(s+2)+1{,}06} \Rightarrow F(s) = \frac{1{,}06}{(s+0{,}3307-j0{,}5864)(s+0{,}3307+j0{,}5864)(s+2{,}3386)}$$

$$\text{Pólos Dominantes}: s_{1,2} = (-0{,}3307 \pm j0{,}5864)$$

- A frequência natural não amortecida atual é: $w_n = \sqrt{(0{,}3307)^2 + (0{,}5864)^2} \Rightarrow w_n = 0{,}673\,rd/s$
- O coeficiente de amortecimento atual é: $\xi = \cos(\beta) = \cos[tg^{-1}(0{,}5864/0{,}3307)] \Rightarrow \xi = 0{,}491$
- A constante de erro estático de velocidade atual é:

$$K_{v_{atual}} = \underbrace{\lim}_{s\to 0} sG(s) = \underbrace{\lim}_{s\to 0} s\left[\frac{1{,}06}{s(s+1)(s+2)}\right] \Rightarrow K_{v_{atual}} = 0{,}53\,s^{-1}$$

Desta forma, o aumento de **$K_{v(atual)}$ = 0,53 s^{-1}** para **$K_{v(novo)}$ = 5 s^{-1}** proporcionará uma redução significativa no erro estacionário na resposta do sistema para uma entrada rampa unitária.

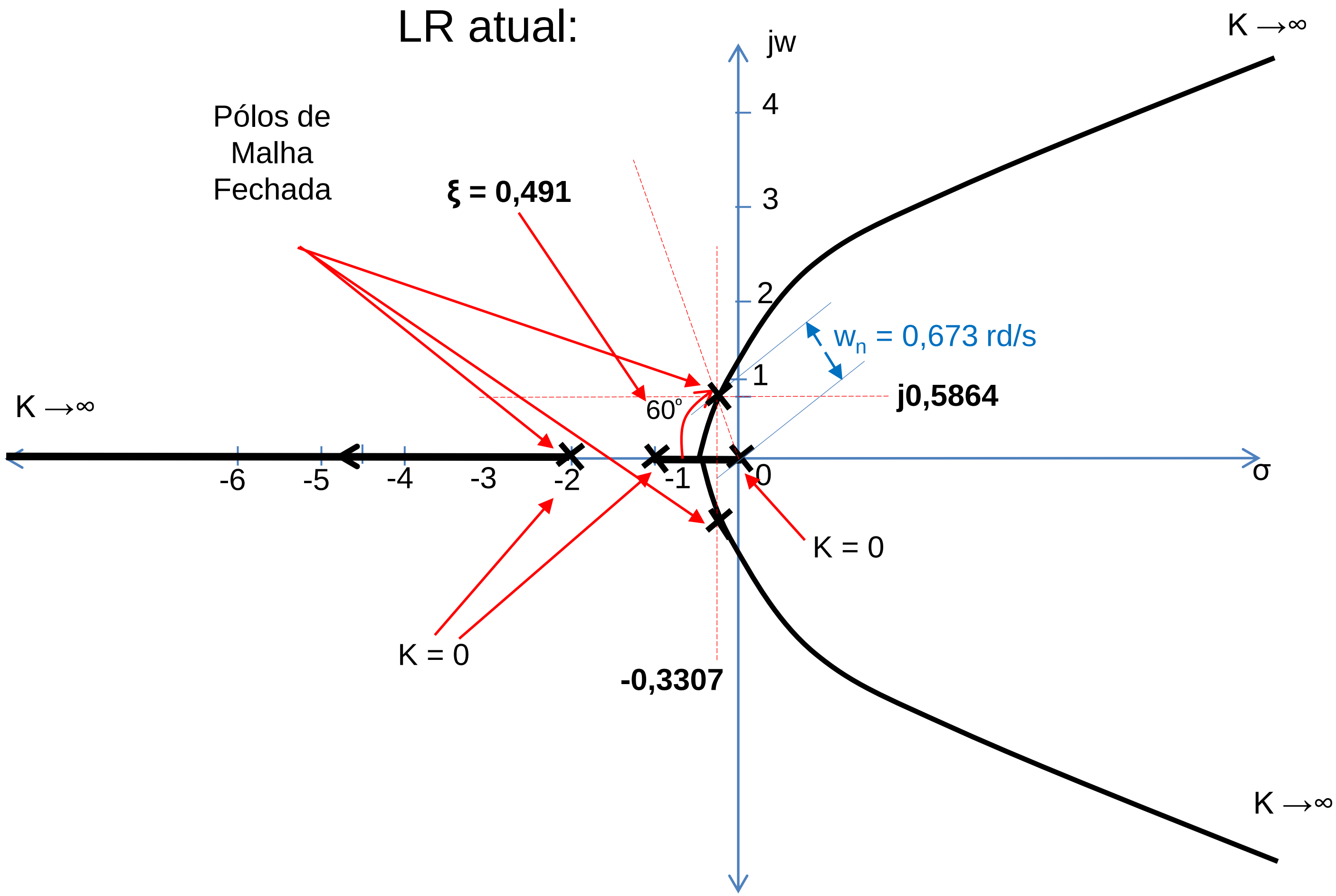
Exemplo 5.3.1

Solução

1 - Construir o Lugar das Raízes do sistema não compensado considerando a Função de Transferência de malha aberta como **G(s)**.

2 – De acordo com as especificações da resposta, localize os pólos dominantes de malha fechada sobre o LR.

LR atual:



Exemplo 5.3.1

Solução

3 – Supor que a Função de Transferência do controlador por Atraso de Fase seja dada por:

$$G_c(s) = \hat{K}_c \beta \frac{(Ts+1)}{(\beta Ts+1)} = \hat{K}_c \frac{(s+\frac{1}{T})}{(s+\frac{1}{\beta T})} \quad ; \quad (\beta > 1)$$

4 – Determine a constante de erro estático do sistema não compensado.

$$K_{v_{atual}} = \underbrace{\lim}_{s\to 0} sG(s) = \underbrace{\lim}_{s\to 0} s[\frac{1,06}{s(s+1)(s+2)}] \Rightarrow K_{v_{atual}} = 0,53\, s^{-1}$$

5 – Determine o acréscimo no coeficiente de erro estático para satisfazer as especificações desejadas.

$$K_{v_{novo}} = \underbrace{\lim}_{s\to 0} sG_c(s)G(s) = \underbrace{\lim}_{s\to 0} s\left[\hat{K}_c \frac{(s+\frac{1}{T})}{(s+\frac{1}{\beta T})}\right]\left[\frac{1,06}{s(s+1)(s+2)}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{v_{novo}} = \underbrace{\underbrace{\lim}_{s\to 0} s\left[\frac{1,06}{s(s+1)(s+2)}\right]}_{K_{v_{atual}}} \underbrace{\left[\overbrace{\hat{K}_c}^{\cong 1} \frac{(s+\frac{1}{T})}{(s+\frac{1}{\beta T})}\right]}_{\beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{v_{novo}} = \beta K_{v_{atual}} \Rightarrow \beta = \frac{K_{v_{novo}}}{K_{v_{atual}}} \Rightarrow \beta = \frac{5}{0,53} \Rightarrow \boxed{\beta \cong 10}$$

Exemplo 5.3.1

Solução

6 – Determine o pólo e o zero do controlador que produzam o aumento necessário no valor em particular da constante de erro estático **sem alterar apreciavelmente o LR**.

Como o controlador não deve alterar o LR substancialmente, dev-se escolher um zero e um pólo próximos à origem e como **β = 10** **pode-se assumir que T = 20 s**:

$$\left.\begin{aligned} z &= -\frac{1}{T} = -\frac{1}{20} \Rightarrow z = -0{,}05 \\ p &= -\frac{1}{\beta T} = -\frac{1}{(10).(20)} \Rightarrow p = -0{,}005 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{G_c(s) = \hat{K}_c \frac{(s+0{,}05)}{(s+0{,}005)}}$$

Contribuição angular do controlador:

$$\angle G_c(s) = \angle \hat{K}_c + \angle(s+0{,}05) - \angle 0{,}005 = 0^o + \varphi - \theta \Rightarrow \angle G_c(s) = (\varphi - \theta)$$

$$\varphi = \left[180^o - tg^{-1}\left(\frac{0{,}5864}{0{,}3307-0{,}05}\right)\right] \quad e \quad \theta = \left[180^o - tg^{-1}\left(\frac{0{,}5864}{0{,}3307-0{,}005}\right)\right]$$

Então :

$$\angle G_c(s) = \left[180^o - tg^{-1}\left(\frac{0{,}5864}{0{,}3307-0{,}05}\right)\right] - \left[180^o - tg^{-1}\left(\frac{0{,}5864}{0{,}3307-0{,}005}\right)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle G_c(s) = (180^o - 64{,}42^o - 180^o + 60{,}95^o) \Rightarrow \boxed{\angle G_c(s) = -3{,}47^o > -5^o}$$

Exemplo 5.3.1

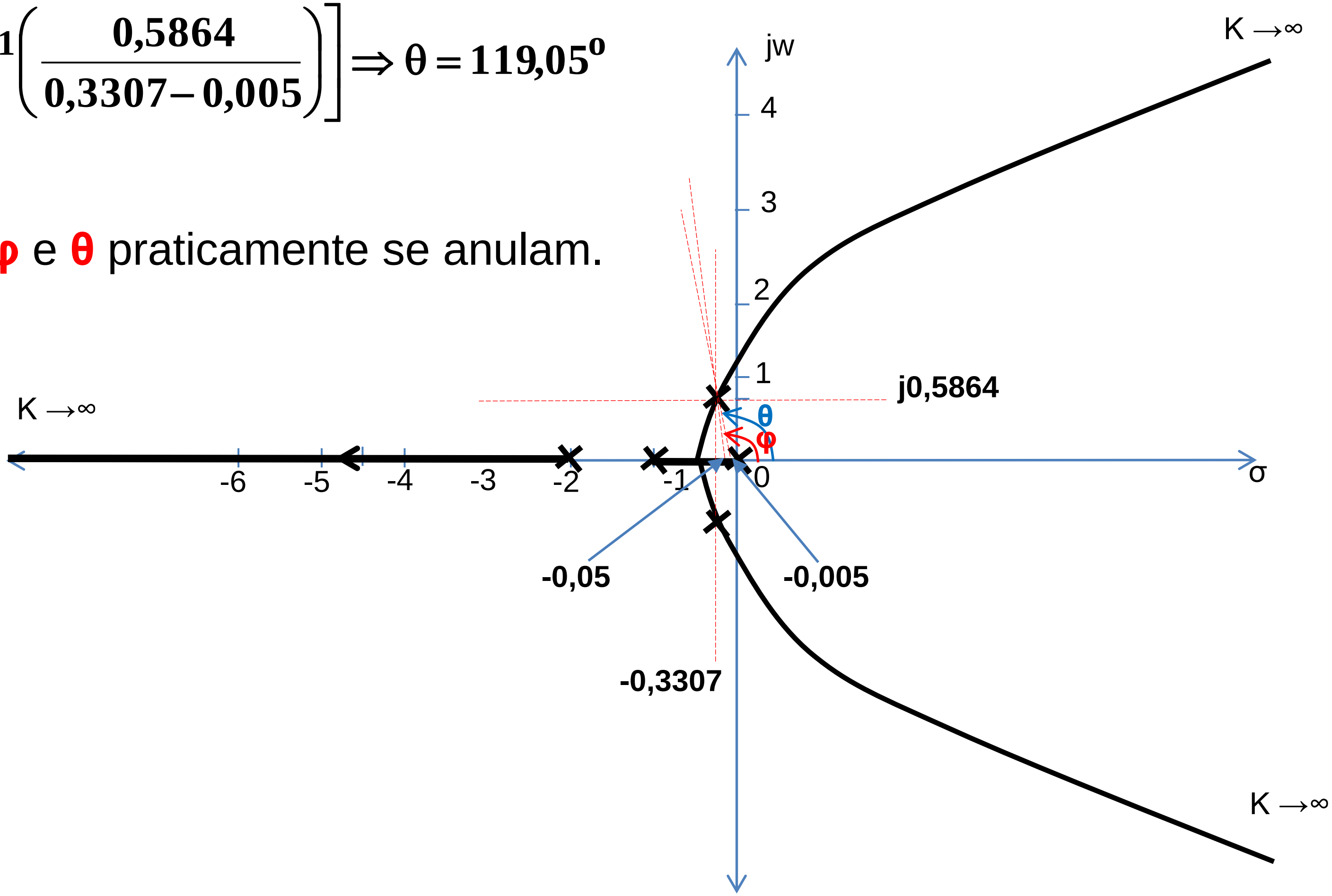
Solução

Ângulo **φ** do zero e ângulo **θ** do pólo do controlador:

$$\varphi = \left[180^o - tg^{-1}\left(\frac{0{,}5864}{0{,}3307 - 0{,}05} \right) \right] \Rightarrow \varphi = 115{,}58^o$$

$$\theta = \left[180^o - tg^{-1}\left(\frac{0{,}5864}{0{,}3307 - 0{,}005} \right) \right] \Rightarrow \theta = 119{,}05^o$$

Os ângulos **φ** e **θ** praticamente se anulam.



Exemplo 5.3.1

Solução

7 - Construir o novo Lugar das Raízes do sistema compensado localizando os pólos dominantes de malha fechada desejados.

A função de transferência de malha aberta do sistema compensado é dada por:

$$G_c(s)G(s) = \hat{K}_c \frac{(s+0{,}05)}{(s+0{,}005)} \frac{1{,}06}{s(s+1)(s+2)} \Rightarrow G_c(s)G(s) = \frac{1{,}06\hat{K}_c(s+0{,}05)}{s(s+0{,}005)(s+1)(s+2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{G_c(s)G(s) = \frac{K(s+0{,}05)}{s(s+0{,}005)(s+1)(s+2)}} \quad ; \quad \boxed{K = 1{,}06\hat{K}_c}$$

O novo Lugar das Raízes do sistema compensado deve ser feito para (**página seguinte**):

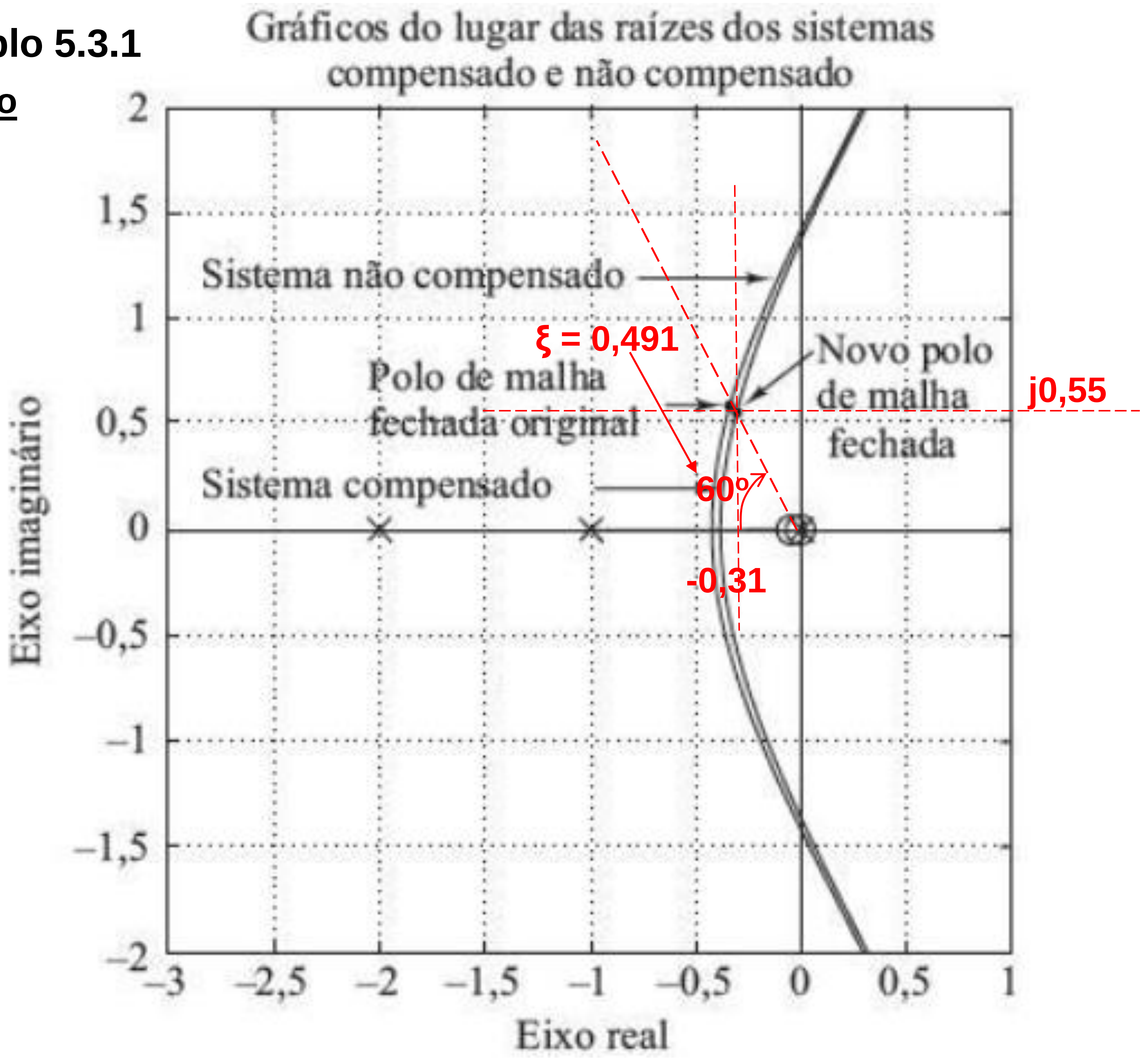
$$G_c(s)G(s) = \frac{K(s+0{,}05)}{s(s+0{,}005)(s+1)(s+2)} \Rightarrow \boxed{G_c(s)G(s) = \frac{K(s+0{,}05)}{(s^4+3{,}005s^3+2{,}015s^2+0{,}01s)}}$$

Mantendo-se o mesmo coeficiente de amortecimento **ξ = 0,491**, os pólos dominantes de malha fechada para o sistema compensado **serão obtidos a partir do gráfico do novo Lugar das Raízes** (**página seguinte**). Assim:

$\boxed{s_1 = -0{,}31 + j0{,}55}$ e $\boxed{s_2 = -0{,}31 - j0{,}55}$

Exemplo 5.3.1

Solução



Exemplo 5.3.1

Solução

8 – Ajustar o ganho $\hat{K}_c$ do controlador a partir da condição de módulo de modo que os pólos dominantes de malha fechada se situem na posição desejada.

$$\left|\frac{K(s+0{,}05)}{s(s+0{,}005)(s+1)(s+2)}\right|_{s=-0{,}31+j0{,}55}=1 \Rightarrow K=\left|\frac{s(s+0{,}005)(s+1)(s+2)}{(s+0{,}05)}\right|_{s=-0{,}31+j0{,}55} \Rightarrow K=1{,}0235$$

Daí :

$$K=1{,}06\hat{K}_c \Rightarrow \hat{K}_c=\frac{K}{1{,}06} \Rightarrow \hat{K}_c=\frac{1{,}0235}{1{,}06} \Rightarrow \boxed{\hat{K}_c=0{,}9656} \quad (\hat{K}_c \cong 1)$$

O **Controlador em Atraso de Fase** será dado por:

$$G_c(s)=0{,}9656\frac{(s+0{,}05)}{(s+0{,}005)} \Rightarrow \boxed{G_c(s)=9{,}656\frac{(20s+1)}{(200s+1)}}$$

Portanto, o sistema compensado tem a seguinte função de transferência de malha aberta:

$$G_1(s)=G_c(s)G(s)=\frac{1{,}0235(s+0{,}05)}{s(s+0{,}005)(s+1)(s+2)} \Rightarrow \boxed{G_1(s)=\frac{5{,}12(20s+1)}{s(200s+1)(s+1)(0{,}5s+1)}}$$

A nova constante de erro estático de velocidade K_v será:

$$K_v=\underbrace{\lim}_{s\to 0} sG_1(s)=\underbrace{\lim}_{s\to 0} s\left[\frac{5{,}12(20s+1)}{s(200s+1)(0{,}5s+1)}\right] \Rightarrow \boxed{K_v=5{,}12\,s^{-1}}$$

Exemplo 5.3.1

Solução

A Função de Tansferência de malha fechada para o sistema "não compensado" é dado por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1{,}06}{s(s+1)((s+2)+1{,}06} \Rightarrow \boxed{\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1{,}06}{(s^3+3s^2+2s+1{,}06)}}$$

Para uma entrada degrau unitária:

$$R(s) = \frac{1}{s}$$

A saída será:

$$\boxed{C(s) = \frac{1{,}06}{(s^4+3s^3+2s^2+1{,}06s)}}$$

A Função de Tansferência de malha fechada para o sistema "compensado" é dado por:

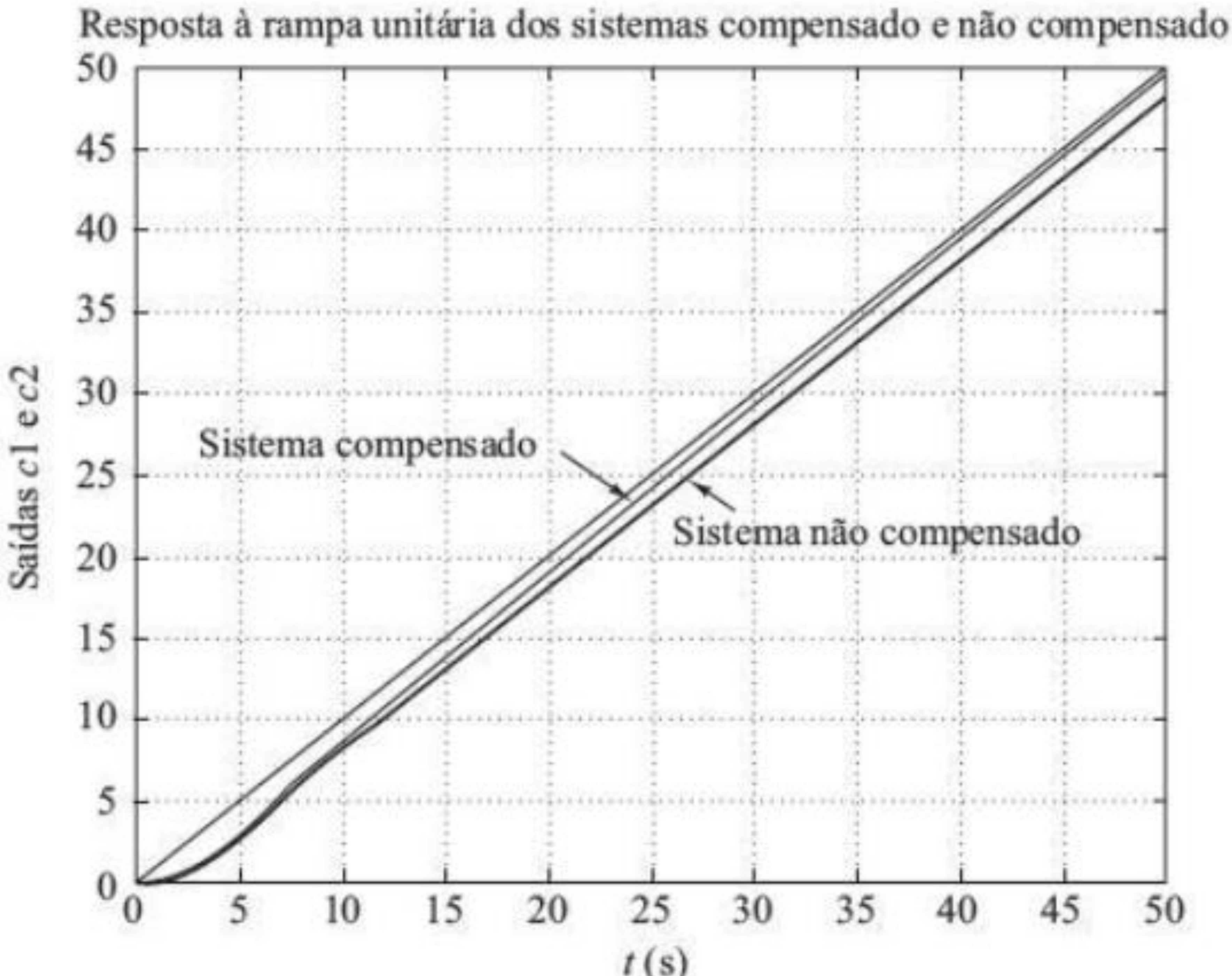
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1{,}0235(s+0{,}05)}{s(s+0{,}005)((s+1)(s+2)+1{,}0235(s+0{,}05)} \Rightarrow \boxed{\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(1{,}0235s+0{,}0512)}{(s^4+3{,}005s^3+2{,}015s^2+1{,}0335s+0{,}0512)}}$$

Para uma entrada rampa unitária:

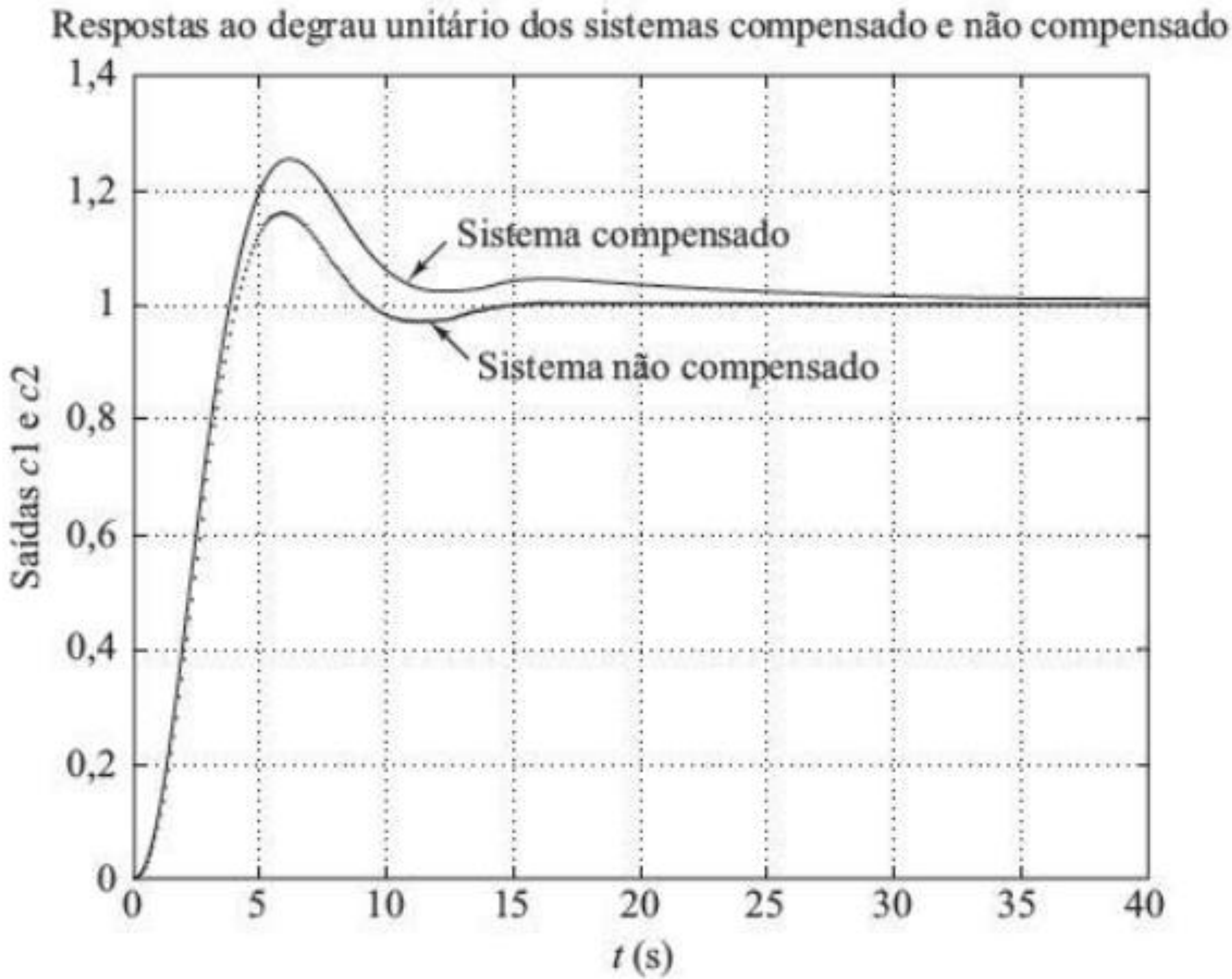
$$R(s) = \frac{1}{s^2}$$

A saída será:

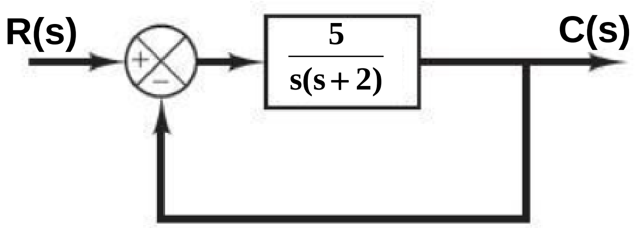
$$\boxed{C(s) = \frac{(1{,}0235s+0{,}0512)}{(s^6+3{,}005s^5+2{,}015s^4+1{,}0335s^3+0{,}0512s^2)}}$$



Resposta à rampa unitária dos sistemas compensado e não compensado
Sistema compensado
Sistema não compensado
Saídas $c1$ e $c2$
t (s)
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50


Respostas ao degrau unitário dos sistemas compensado e não compensado
Sistema compensado
Sistema não compensado
Saídas c1 e c2
t (s)
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
5
10
15
20
25
30
35
40

Exemplo 5.3.2 Considere o sistema mostrado a seguir.



Projetar um controlador para que o sistema tenha um **erro de regime** para uma entrada rampa unitária igual a **1/20** sem alterar significativamente o estado transitório.

Considerações iniciais:

- A Função de Transferência em malha fechada é:

$$F(s) = \frac{5}{s(s+2)+5} \Rightarrow F(s) = \frac{5}{(s^2+2s+5)} \Rightarrow F(s) = \frac{5}{(s+1-j2)(s+1+j2)}$$

$$\text{PólosDominantes}: s_{1,2} = (-1 \pm j2)$$

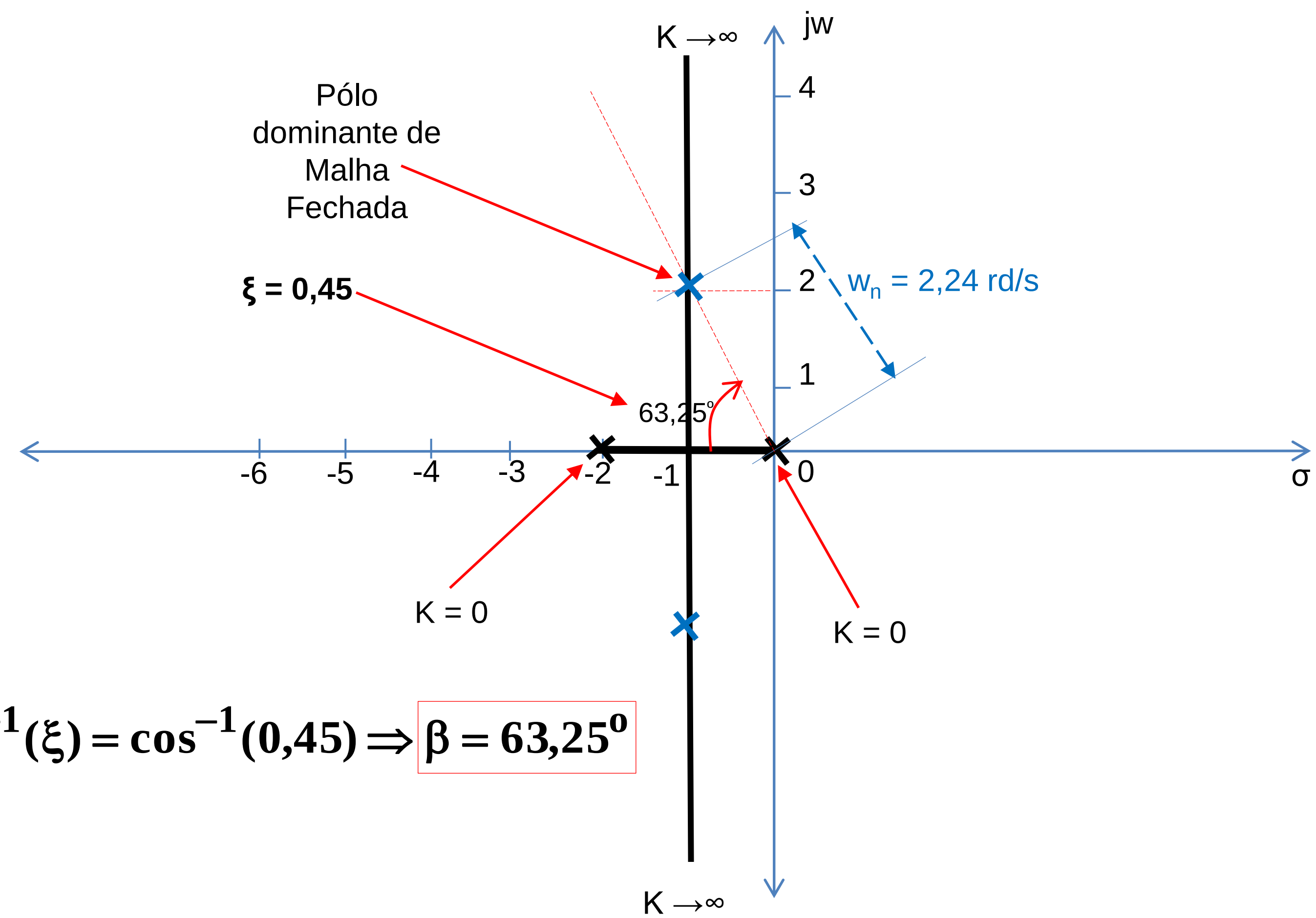
- A frequência natural não amortecida atual é: $w_n = \sqrt{5} \Rightarrow w_n \cong 2{,}24\,rd/s$
- O coeficiente de amortecimento atual é: $2\xi w_n = 2 \Rightarrow \xi = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \xi = 0{,}45$
- A constante de erro estático de velocidade atual é:

$$K_{v_{atual}} = \underbrace{\lim}_{s\to 0} sG(s) = \underbrace{\lim}_{s\to 0} s[\frac{5}{s(s+2)}] \Rightarrow \boxed{K_{v_{atual}} = 2{,}5\,s^{-1}}$$

Exemplo 5.3.2

- Construir o Lugar das Raízes do sistema não compensado considerando a Função de Transferência de malha aberta como **G(s)**.
- De acordo com as especificações da resposta, localize o pólo dominante de malha fechada sobre o LR.

$$G(s) = \frac{5}{s(s+2)}$$



$$\beta = \cos^{-1}(\xi) = \cos^{-1}(0,45) \Rightarrow \boxed{\beta = 63,25^{o}}$$

Exemplo 5.3.2

Solução:

Supor que a Função de Transferência do controlador por Atraso de Fase seja dada por:

$$G_c(s) = \hat{K}_c \beta \frac{(Ts+1)}{(\beta Ts+1)} = \hat{K}_c \frac{(s+\frac{1}{T})}{(s+\frac{1}{\beta T})} \quad ; \quad (\beta > 1)$$

$$\text{Para:} \quad e_{ss} = \frac{1}{K_{v_{novo}}} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{K_{v_{novo}}} \Rightarrow \boxed{K_{v_{novo}} = 20\,s^{-1}}$$

Determine o fator **β** de acréscimo no coeficiente de erro estático para satisfazer as especificações desejadas:

$$K_{v_{novo}} = \underbrace{\lim}_{s\to 0} sG_c(s)G(s) = \underbrace{\lim}_{s\to 0} s\left[\hat{K}_c \frac{(s+\frac{1}{T})}{(s+\frac{1}{\beta T})}\right]G(s) \Rightarrow K_{v_{novo}} = \underbrace{\lim}_{s\to 0} \underbrace{s\left[\frac{5}{s(s+2)}\right]}_{K_{v_{atual}}} \underbrace{\left[\overbrace{\hat{K}_c}^{\cong 1} \frac{(s+\frac{1}{T})}{(s+\frac{1}{\beta T})}\right]}_{\beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{v_{novo}} = \beta K_{v_{atual}} \Rightarrow \beta = \frac{K_{v_{novo}}}{K_{v_{atual}}} \Rightarrow \beta = \frac{20}{2{,}5} \Rightarrow \boxed{\beta = 8}$$

Exemplo 5.3.2

Solução

Determine o pólo e o zero do controlador que produzam o aumento necessário no valor em particular da constante de erro estático **sem alterar apreciavelmente o LR**. Como o controlador não deve alterar o LR substancialmente, dev-se escolher um zero e um pólo próximos à origem e como **β = 8** **pode-se assumir que T = 10 s**:

$$\left.\begin{aligned} z &= -\frac{1}{T} = -\frac{1}{10} \Rightarrow p = -0{,}1 \\ p &= -\frac{1}{\beta T} = -\frac{1}{(8).(10)} \Rightarrow p = -0{,}0125 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{G_c(s) = \hat{K}_c \frac{(s+0{,}1)}{(s+0{,}0125)}}$$

Contribuição angular do controlador:

$$\angle G_c(s) = \angle \hat{K}_c + \angle(s+0{,}1) - \angle(s+0{,}0125) = 0^o + \varphi - \theta \Rightarrow \angle G_c(s) = (\varphi - \theta)$$

$$\varphi = \left[180^o - tg^{-1}\left(\frac{2}{1-0{,}1}\right)\right] \quad e \quad \theta = \left[180^o - tg^{-1}\left(\frac{2}{1-0{,}0125}\right)\right]$$

Entâo :

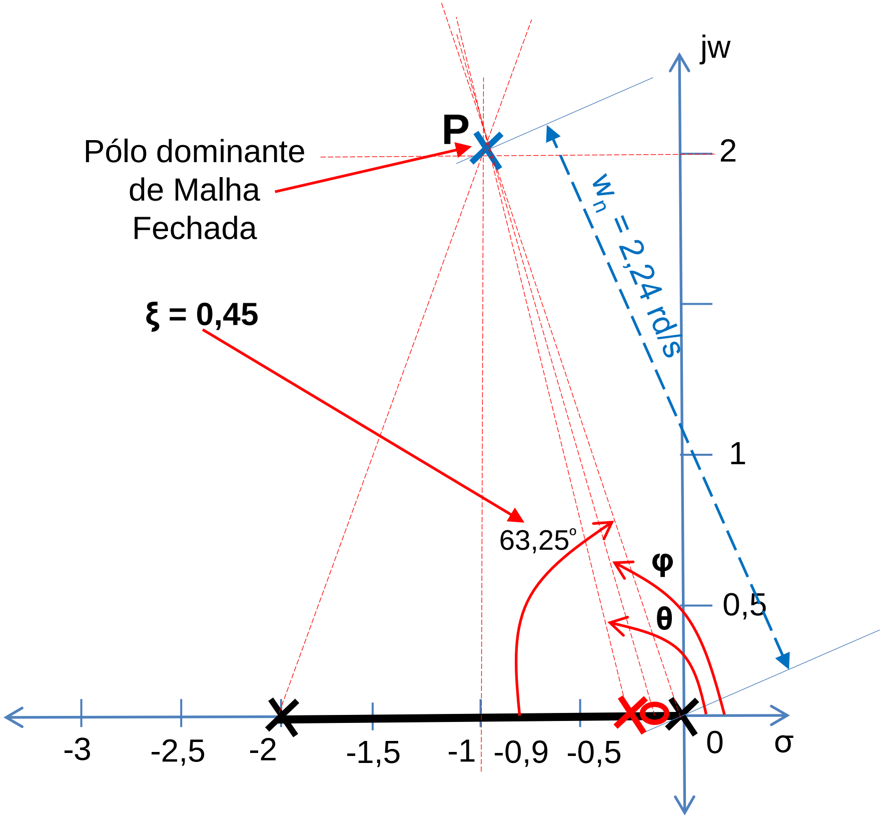
$$\angle G_c(s) = \left[180^o - tg^{-1}\left(\frac{2}{1-0{,}1}\right)\right] - \left[180^o - tg^{-1}\left(\frac{2}{1-0{,}0125}\right)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle G_c(s) = (180^o - 65{,}77^o - 180^o + 63{,}72^o) \Rightarrow \boxed{\angle G_c(s) = -2{,}05^o > -5^o}$$

Exemplo 5.3.2

- Construir o Lugar das Raízes do sistema não compensado considerando a Função de Transferência de malha aberta como **G(s)**.
- De acordo com as especificações da resposta, localize o pólo dominante de malha fechada sobre o LR.

$$G(s) = \frac{5}{s(s+2)}$$



Os ângulos **φ** e **θ** praticamente se cancelam!

Exemplo 5.3.2

Solução

7 - Construir o novo Lugar das Raízes do sistema compensado localizando os pólos dominantes de malha fechada desejados.

A função de transferência de malha aberta do sistema compensado é dada por:

$$G_c(s)G(s) = \hat{K}_c \frac{(s+0,1)}{(s+0,0125)} \frac{5}{s(s+2)} \Rightarrow G_c(s)G(s) = \frac{5\hat{K}_c(s+0,1)}{s(s+0,0125)(s+2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{G_c(s)G(s) = \frac{K(s+0,1)}{s(s+0,0125)(s+2)}} \quad ; \quad K = 5\hat{K}_c$$

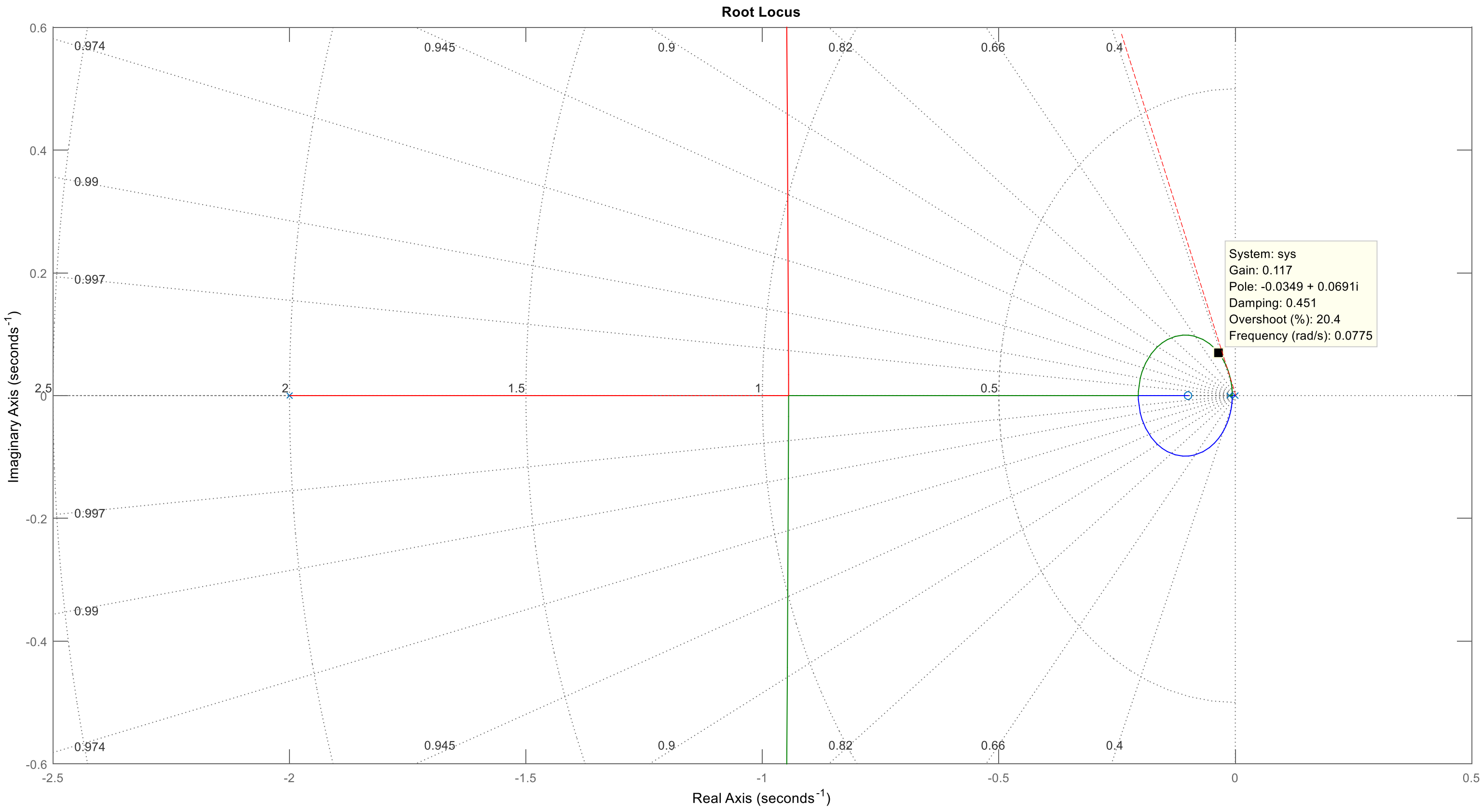
O novo Lugar das Raízes do sistema compensado deve ser feito para:

$$G_c(s)G(s) = \frac{K(s+0,1)}{s(s+0,0125)(s+2)} \Rightarrow G_c(s)G(s) = \frac{K(s+0,1)}{(s^3+2,0125s^2+0,025s)}$$

Mantendo-se o mesmo coeficiente de amortecimento **ξ = 0,45**, e considerando o **ganho K unitário**:

$$G_c(s) = \frac{(s+0,1)}{(s+0,0125)} \quad \text{e} \quad G_c(s)G(s) = \frac{(s+0,1)}{s(s+0,0125)(s+2)} \Rightarrow \boxed{G_c(s)G(s) = \frac{(s+0,1)}{(s^3+2,0125s^2+0,025s)}}$$

Lugar das Raizes para o sistema compensado



Exemplo 5.3.2

Solução

$$K_{v_{novo}} = \underbrace{\lim}_{s\to 0} sG_1(s) = \underbrace{\lim}_{s\to 0} s\left[\frac{5(s+0,1)}{s(s+0,0125)(s+2)}\right] \Rightarrow \boxed{K_{v_{novo}} = 20\,s^{-1}}$$

Assim consegue-se o K_v desejado com $e_{ss} = 1/20$.

A Função de Tansferência de malha fechada para o sistema "não compensado" é dado por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{5}{s(s+2)+5} \Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{5}{(s^2+2s+5)}$$

Para uma entrada degrau unitária: $R(s) = \dfrac{1}{s}$

A saída será: $C(s) = \dfrac{5}{s(s^2+2s+5)}$

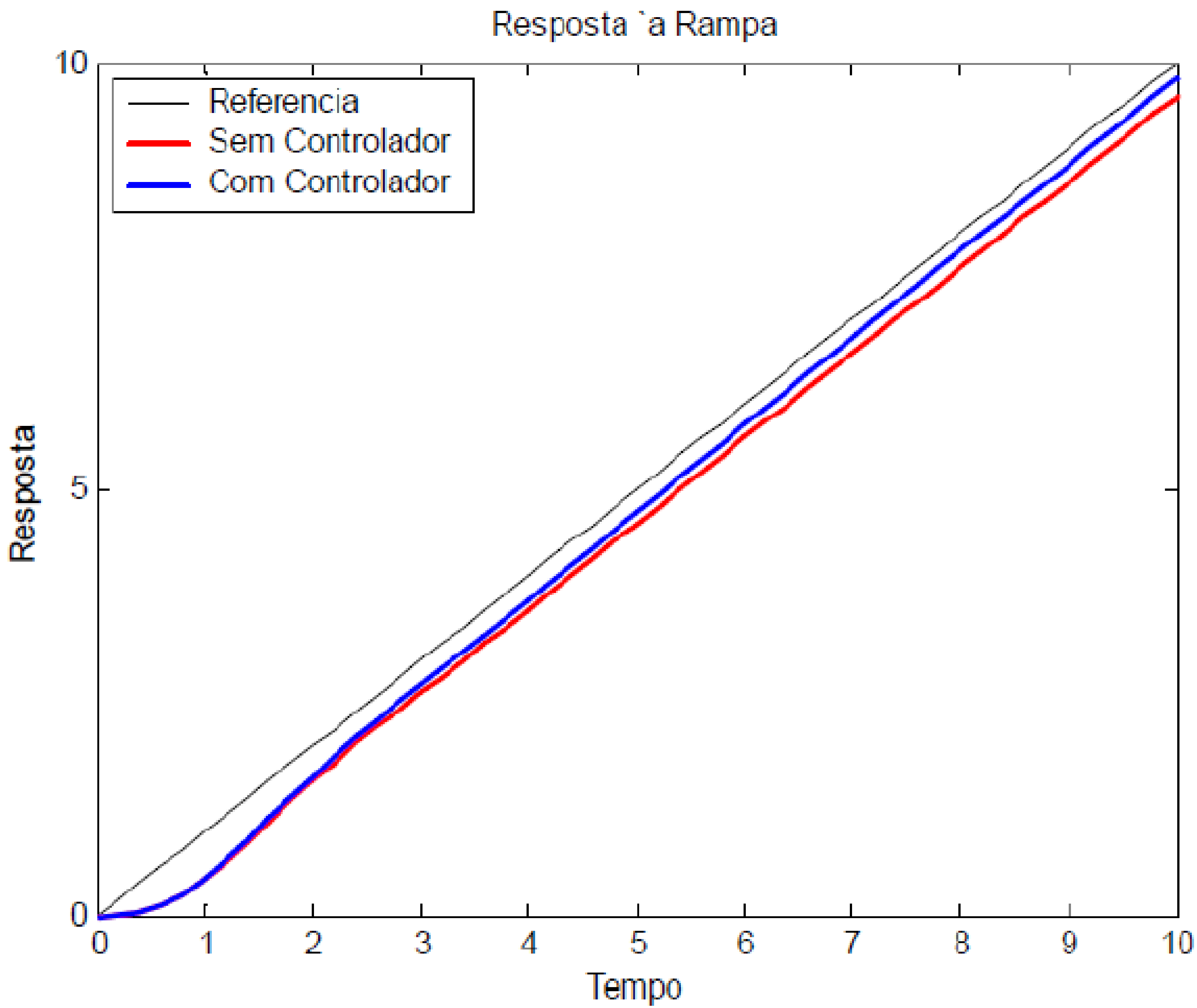
A Função de Transferência de malha fechada para o sistema "compensado" é dado por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{5(s+0,1)}{s(s+0,0125)(s+2)+5(s+0,1)} \Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{5s+0,5}{(5s^4+10,5625s^3+1,1313s^2+0,0125s)}$$

Para uma entrada rampa unitária: $R(s) = \dfrac{1}{s^2}$

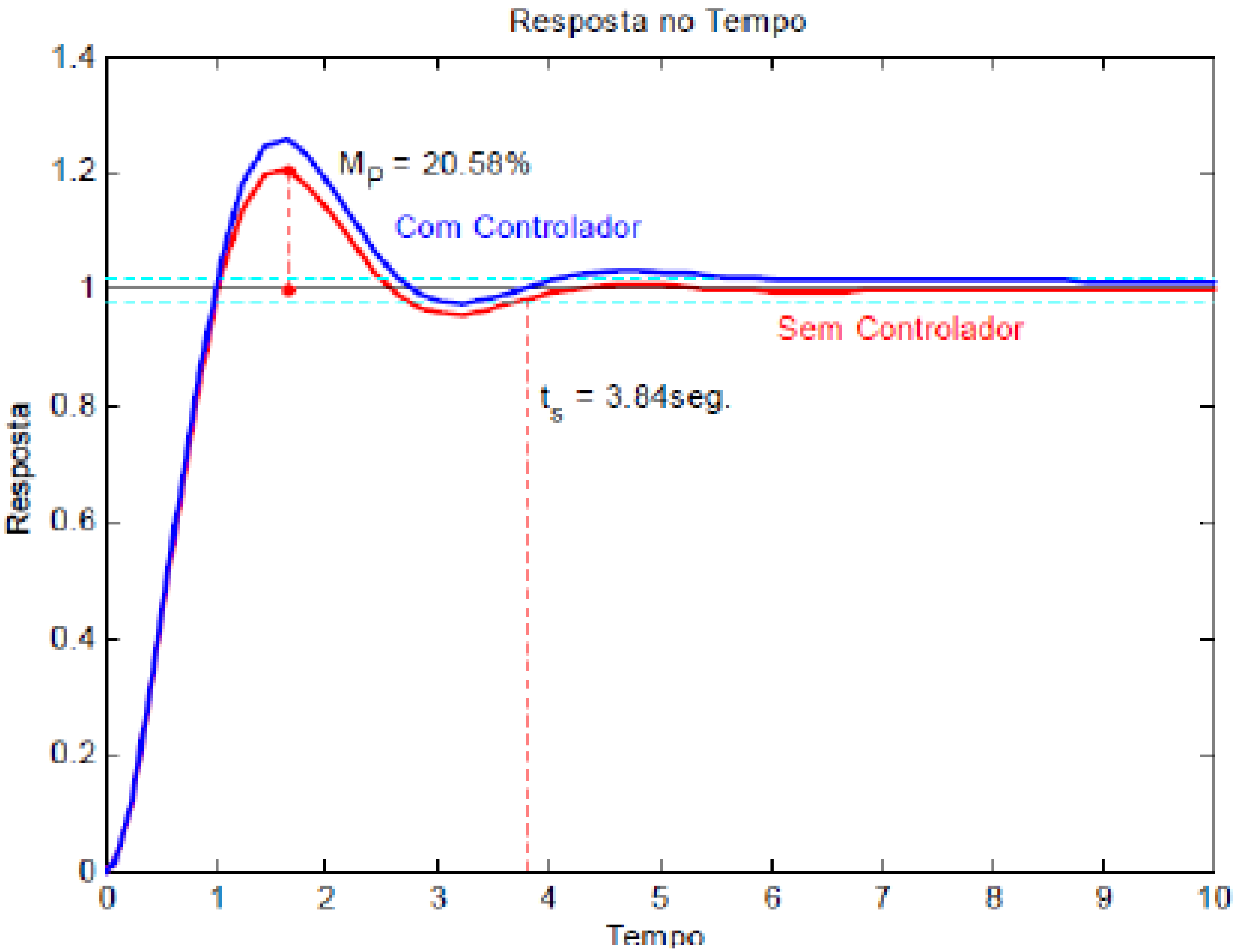
A saída será:

$$C(s) = \frac{(5s+0,5)}{s^2(5s^4+10,5625s^3+1,1313s^2+0,0125s)}$$



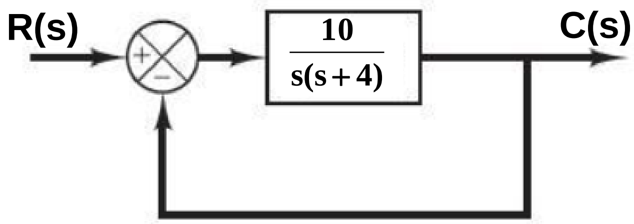
Resposta `a Rampa
Referencia
Sem Controlador
Com Controlador
Resposta
Tempo
0
5
10
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

Quanto maior for o valor de T, menor serão as alterações causados pelo controlador com relação ao comportamento transitório do sistema original. Contudo, valores muito grandes de T tendem a não ser implementáveis na prática.



5.4. Exercícios

5.4.1 Projetar um controlador $G_c(s)$ para tornar o $\mathbf{K_v = 50\ s^{-1}}$ de modo que os pólos de malha fechada $\mathbf{s_{1,2} = -2 \pm j\sqrt{6}}$ não deva ser modificada apreciavelmente sua lociliazação.



5.4.2 Projetar um controlador $G_c(s)$ para tornar o $\mathbf{K_v = 20\ s^{-1}}$ de modo que os pólos de malha fechada $\mathbf{s_{1,2} = -2 \pm j2\sqrt{3}}$ não deva ser modificada apreciavelmente sua lociliazação.