

Universidade Federal de Viçosa
UFV

Departamento de Engenharia Elétrica



ELT 476
Laboratório de Robótica Industrial

Manipulador Cartesiano

Autores

- | | |
|-------------------|-------|
| 1. Thiago Gomes | 86305 |
| 2. Celso Barcelos | 93736 |
| 3. Hiago Batista | 96704 |
| 4. Werikson Alves | 96708 |

Professor

Alexandre Santos Brandão

Viçosa, Agosto de 2022

Sumário

1	Introdução	2
1.1	Objetivos	2
2	Modelagem do manipulador	2
2.1	Lista de materiais	3
2.2	Modelo Real	3
2.3	Modelo CAD	4
3	Simulação	5
3.1	Cinemática	5
3.1.1	Cinemática Inversa	5
3.1.2	Cinemática Direta	6
3.2	Parametrização	7
3.3	Geração de Trajetória	8
3.3.1	Traçando uma reta qualquer no espaço	8
3.3.2	Espaço de Trabalho	9
3.4	Condições de Singularidades	10
4	Modelo do manipulador real	11
5	Conclusão	11

1 Introdução

Ao estudar robótica, lidamos constantemente com a localização de objetos no espaço tridimensional. Esses objetos são os links do manipulador, às peças e dispositivos que ele gerencia e a outros objetos no ambiente do manipulador. De forma simples, mas importante, esses objetos são descritos por apenas dois atributos: sua posição e sua orientação (ÇETIN, 2002). Assim, o manipulador robótico pode ser definido como um sistema mecânico composto por links, juntas e efetadores. Os links são representados pelo tamanho do braço, as juntas realizam o deslocamento no espaço, podendo elas serem prismáticas ou rotacionais e o efetador é executada a tarefa ao qual o manipulador está associado.

O número de juntas e o seu tipo determinam quais e quantos movimentos o manipulador consegue realizar no espaço, sendo isto chamado de grau de liberdade. A combinação das juntas prismáticas e rotacionais proporcionam diversas combinações que formam diferentes tipos de manipuladores tais como: antropomórfico (RRR), esférico (RRP), SCARA (RRP), cilíndrico (RPP), prismático (PPP) e paralelo, sendo o foco deste trabalho o manipulador cartesiano.

O manipulador cartesiano, segundo Spong, Hutchinson e Vidyasagar (2020), é caracterizado por possuir três juntas prismáticas. Fazendo uma análise rápida, o manipulador cartesiano é o mais fácil de se representar no espaço tridimensional e mais simples de ser descrito matematicamente em comparação aos outros manipuladores. De forma genérica, o manipulador cartesiano é comumente aplicado em montagens, transferências de cargas e tarefas de soldagem.

1.1 Objetivos

Uma empresa fabricante de pneus solicitou a um grupo de estudantes da disciplina de robótica industrial que desenvolvesse um protótipo de manipulador cartesiano para realizar a paletização de pneus em seu pátio. Este manipulador deverá possuir ótima precisão e ser capaz de suportar elevada carga. Portanto, o objetivo deste trabalho é desenvolver este protótipo que atenda os requisitos solicitados pela empresa.

2 Modelagem do manipulador

A modelagem do manipulador foi dividida em duas etapas, sendo elas o modelo real impresso e o modelo CAD utilizado no MatLab.

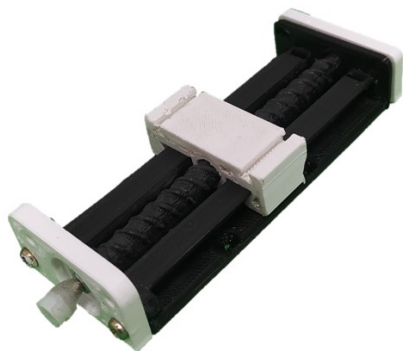
2.1 Lista de materiais

Para a construção deste manipulador foram utilizados os seguintes materiais:

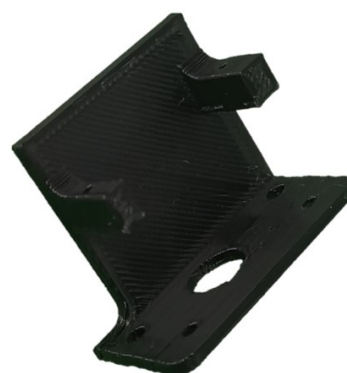
- 1x Arduino Nano
- 3x Micro servo motores
- Parafusos
- Cabos/Fios
- PLA
- 3x Potenciômetros
- 2x Ponte H L293B

2.2 Modelo Real

Com base nas restrições impostas pelo roteiro, a modelagem tridimensional do manipulador foi implementada de forma a atender as limitações físicas. O manipulador conta com um batente no final de forma a impedir que a “junta” saia do eixo no qual se desloca. Para realizar o deslocamento foi utilizado um “fuso” com uma porca retangular controlada por um servo motor. O modelo do link do manipulador é apresentado na Figura 1a. Para fazer o encaixe do servo foi modelado um suporte, para o mesmo, através do SolidWorks, apresentado na Figura 1b. Após modelado os braços e suportes foi realizado o processo de manufatura aditiva, imprimindo o manipulador completo, e em seguida foi realizada a montagem do manipulador, conforme mostrado na Figura 2.



(a) Braço do manipulador



(b) Suporte para o servo.

Figura 1 – Braço do manipulador cartesiano impresso.



Figura 2 – Manipulador cartesiano impresso.

2.3 Modelo CAD

Para o desenvolvimento do modelo CAD, foi utilizado o *software* OnShape. Dada as restrições impostas de volume mínimo de trabalho e volume máximo do manipulador foi elaborado as partes do braço robótico. O modelo CAD proposto à simulação é semelhante ao impresso, sendo as partes utilizadas na simulação: Fuso, porca retangular, apoio e efetuator.

Primeiramente foi desenhado o fuso por onde a porca retangular irá se deslocar, ou seja, é o eixo que irá permitir o deslocamento. Após isto foi desenhado a porca retangular, que é a conexão entre dois eixos distintos, sendo portanto a junção; e por fim foi criado o efetuator, sendo que sua extremidade é onde, de fato, o manipulador atua no espaço. A Figura 3 ilustra o manipulador proposto à simulação. O modelo CAD proposto possui sua origem no centro geométrico da junta mais próxima ao plano da base.

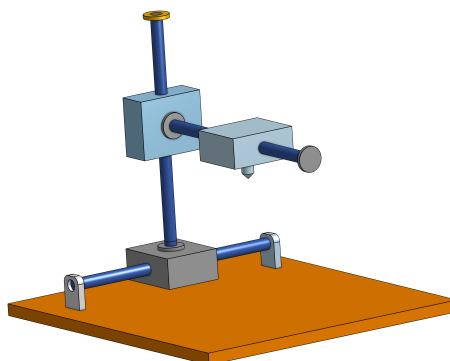


Figura 3 – Esquema da estrutura CAD do manipulador cartesiano

3 Simulação

O manipulador consiste basicamente de três corpos rígidos unidos entre si através juntas prismáticas. A Figura 4 apresenta o modelo esquemático do manipulador abordado. Neste manipulador, a junta de base é fixa em relação ao mundo externo, sendo este indicado por “g”, e o efetuador que estará na última junta é indicado por “4”. A partir disto, é possível descrever a cinemática da posição, orientação, velocidade e aceleração das juntas e dos efetuadores a partir de um referencial posicionado na base do manipulador.

3.1 Cinemática

Tomando como base o sistema apresentado na Figura 4, ao escolher-se um determinado ponto “P” no espaço de trabalho, Figura 5, pode-se determinar as posições das juntas por meio da posição do efetuador ou a posição do efetuador através das posições das juntas, sendo estas a cinemática inversa e a direta, respectivamente (SICILIANO; KHATIB; KRÖGER, 2008).

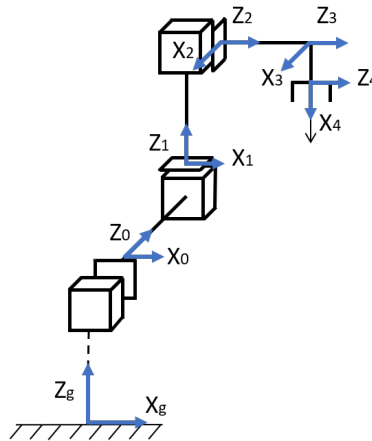


Figura 4 – Esquema da estrutura do manipulador cartesiano

3.1.1 Cinemática Inversa

Aplicando o Teorema de Pitágoras no ponto P e H em relação a origem, conforme indicado na Figura 5.

$$H = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1)$$

$$H = \sqrt{d_3^2 + (d_1 + y_0)^2} \quad (2)$$

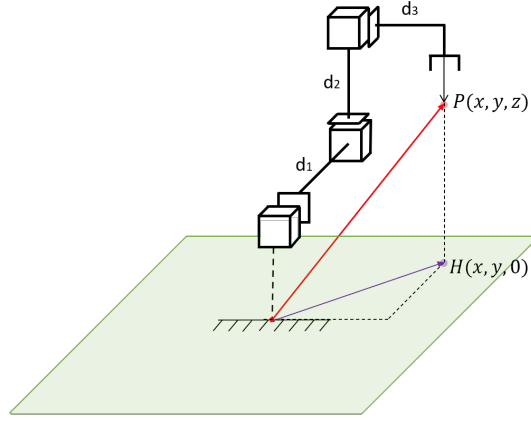


Figura 5 – Efetuador posicionado no ponto $P(x,y,z)$.

$$P = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (3)$$

$$P = \sqrt{d_3^2 + (d_1 + y_0)^2 + (d_2 - a_4)^2} \quad (4)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = d_3^2 + (d_1 + y_0)^2 + (d_2 - a_4)^2$$

$$d_3^2 + (d_1 + y_0)^2 + z^2 = d_3^2 + (d_1 + y_0)^2 + (d_2 - a_4)^2$$

$$z^2 = (d_2 - a_4)^2$$

Portanto, conclui-se que:

$$d_1 = y + y_0 \quad (5)$$

$$d_2 = z + a_4 \quad (6)$$

$$d_3 = x \quad (7)$$

3.1.2 Cinemática Direta

Utilizando-se da mesma análise anterior, obtém-se:

$$x = d_3 \quad (8)$$

$$y = d_1 - y_0 \quad (9)$$

$$z = d_2 - a_4 \quad (10)$$

3.2 Parametrização

Para posicionar os sistemas de coordenadas nas juntas do manipulador de forma sistemática, é utilizada a notação de Denavit-Hartenberg (DH), a qual é apresentada na Tabela 1. Para a construção desse manipulador, foi necessário realizar uma rotação na origem (indicado pelo índice “0” na Tabela 1) em relação ao eixo x , para que o manipulador começasse na origem. Além disso, foi realizada uma outra translação e rotação no efetuador (indicado pelo índice “4” na Tabela 1), em relação ao eixo x , que está localizado na última junta, conforme apresentado na Figura 4.

Juntas	θ	\mathbf{d}	\mathbf{a}	α
0	0	d_0	0	$-\frac{\pi}{2}$
1	0	d_1^*	0	$\frac{\pi}{2}$
2	$-\frac{\pi}{2}$	d_2^*	0	$-\frac{\pi}{2}$
3	0	d_3^*	0	0
4	$\frac{\pi}{2}$	0	a_4	0

Tabela 1 – Parâmetros de notação Denavit–Hartenberg

Em seguida, com os parâmetros de DH e a Equação (11) pode-se definir as matrizes de transformação homogênea do sistema 0 para o sistema 1, do sistema 1 para o 2, do sistema 2 para o 3, do sistema 3 para o 4, fixo no efetuador, conforme apresentado a seguir.

$$\mathbf{A}_k^{k-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_k) & -\sin(\theta_k)\cos(\alpha_k) & \sin(\theta_k)\sin(\alpha_k) & a_k\cos(\theta_k) \\ \sin(\theta_k) & \cos(\theta_k)\cos(\alpha_k) & -\cos(\theta_k)\sin(\alpha_k) & a_k\sin(\theta_k) \\ 0 & \sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & a_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{A}_0^g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_1^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_4^3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a_4' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para um melhor ajuste em relação ao desenho importado do modelo CAD, foi realizado

uma translação em relação a origem do sistema indo para o ponto (x_0, y_0, z_0) , sendo esta representada pela Equação (12).

$$\mathbf{A}_0^g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & y_0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{A}_0^g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & y_0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_1^g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y_0 + d_1^* \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_2^g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & y_0 + d_1^* \\ 0 & -1 & 0 & d_2^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3^g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & d_3^* \\ -1 & 0 & 0 & y_0 + d_1^* \\ 0 & -1 & 0 & d_2^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_4^g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & d_3^* \\ 0 & 1 & 0 & y_0 + d_1^* \\ -1 & 0 & 0 & d_2^* - a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

3.3 Geração de Trajetória

3.3.1 Traçando uma reta qualquer no espaço

Para realizar o controle do manipulador cartesiano, foi desenvolvido um programa no MatLab, utilizando a estratégia polinomial, a qual utiliza como parâmetros de entrada: o tempo (inicial e final), as posições do efetuador (posição inicial e final) e as velocidades do efetuador (inicial e final). Para verificar o movimento e a precisão do manipulador, foi realizado uma simulação que consistia em traçar uma linha reta no espaço de trabalho tridimensional utilizando a estratégia polinomial. Para isto, ao considerar as restrições de tempo (t_i e t_f), a trajetória pode ser modelada pela Equação (15) e (16).

$$q_{id} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (15)$$

$$\dot{q}_{id} = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 \quad (16)$$

Algoritmo 1: Planejamento de trajetória

Entrada: posição inicial, posição final, tempo inicial, tempo final

Resultado: Vetor P de trajetória

```
1 Função gerar trajetória ( $q_0, q_f, t_0, t_f$ )
2 begin
3   Inicializar o vetor de restrições  $Q = [q_0, 0, q_f, 0]^T$ 
4   Inicializar a matriz T de coeficientes a partir das equações (15) e (16)
5   Inicializar o vetor de pontos  $P = \{\}$ 
6   Calcular as constantes  $a_1, a_2, \dots, a_n$ 
7    $A \leftarrow T^{-1} \cdot Q$ 
8   Inicializar temporizador  $t$ 
9   while  $t \leq t_f$  do
10     $q \leftarrow a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$ 
11     $P \leftarrow [P, q]^T$ 
12    Inicializar temporizador  $t_1$ 
13    while  $t_1 \leq 0,1$  do
14      |   Aguarda
15    end
16  end
17 end
18 return P
```

3.3.2 Espaço de Trabalho

Baseando-se no algoritmo anterior, para descrever o espaço de trabalho foram traçadas retas as quais percorrem as arestas do cubo, Figura 6, de forma a demonstrar que o efetuador alcança todos pontos externos do volume do espaço de trabalho, sendo esta apresentado na Figura 7. A operação realizada para obter a trajetória das arestas do volume de trabalho está mostrada no algoritmo 2, após obter a trajetória foi realizada a plotagem.

Algoritmo 2: Volume de trabalho

Entrada: Vetor P com os pontos extremos do volume de trabalho

Resultado: Arestas do volume de trabalho

```
1 Função gerar volume de trabalho (P)
2 begin
3   |    $Q \leftarrow$  Executar a função gerar trajetória ( $p_i, p_{i+1}, 0, 0.5$ )  $\forall p_i \in P$ 
4 end
   Resultado: Q
```

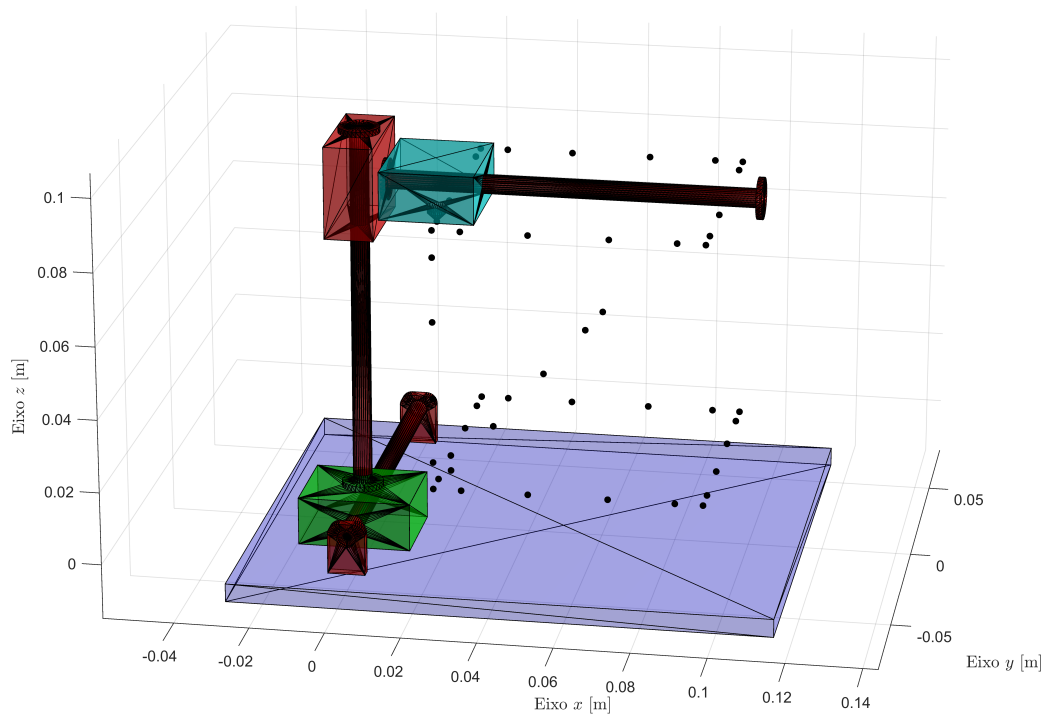


Figura 6 – Aresta do espaço de trabalho.

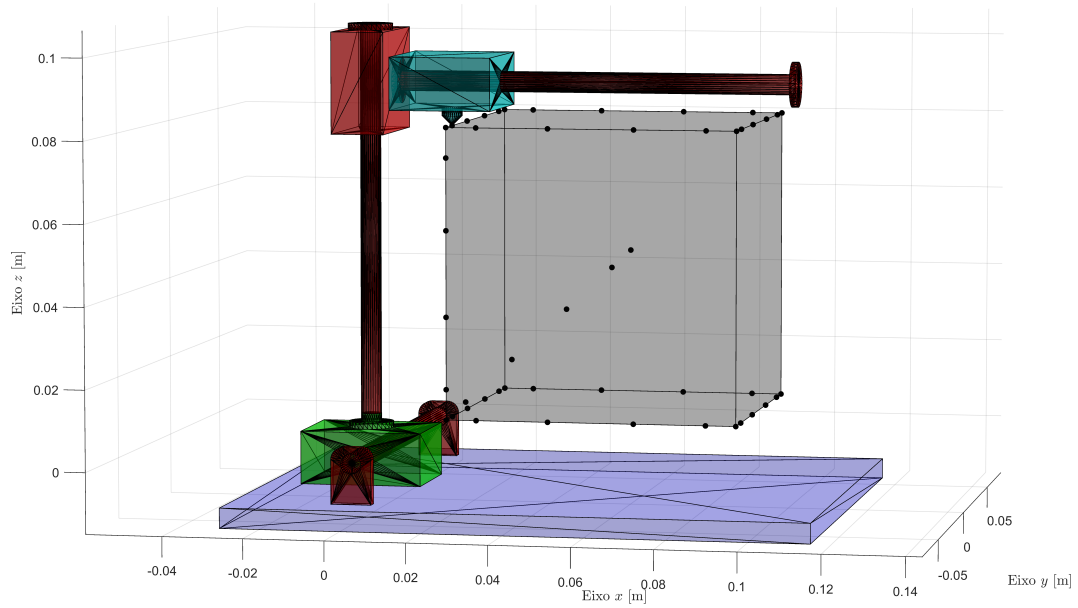


Figura 7 – Volume do espaço de trabalho.

3.4 Condições de Singularidades

Os pontos de singularidade do manipulador cartesiano são determinados pelos pontos externos ao espaço de trabalho, ou seja, os pontos que o efetuador não alcança, portanto, os pontos fora do cubo da Figura 7.

4 Modelo do manipulador real

Com base no manipulador implementado na prática, a Tabela ?? a seguir exemplifica os valores sobre a extensão mínima e máxima dos movimentos em cada um dos 3 eixos x,y e z, levando em consideração o comprimento útil do fuso usado pela plataforma de deslocamento. Ademais, é informado tanto o comprimento dos fusos e também o comprimento total dos eixos do manipulador após o acoplamento dos micro servo motores.

Itens	Tipo	x [mm]	y [mm]	z [mm]
Junta ₁	Max	0	78	0
	Min	0	8	0
Junta ₂	Max	0	78	103
	Min	0	8	35
Junta ₃	Max	0	100	103
	Min	70	30	35
Efetuador	Max	0	111	93
	Min	70	41	25
Eixo ₁ Eixo ₂ Eixo ₃	Comprimento Total	91		
Braço _x Braço _y Braço _z	Comprimento Total	140 136 150		

5 Conclusão

Dado a simplicidade do manipulador implementado na prática e validado por testes experimentais, verificou-se a sua praticidade e eficiência em aplicações do cotidiano dadas as tarefas de transporte de carga e paletização. Analisando-se o desempenho do manipulador, observou-se compatibilidade com a norma ISO 9283, que estabelece quais são os testes que devem ser realizados no manipulador de acordo com a tarefa a ser executada. Sua controlabilidade se mostrou eficiente ao ter um tempo mínimo de posicionamento e de estabilização e deslocamentos adequados, em contraste com sua complexidade.

Referências

ÇETIN, A. E. *Handling interaction forces between an object and cartesian robot arm in planar motion*. Tese (Doutorado) — Marmara Universitesi (Turkey), 2002.

SICILIANO, B.; KHATIB, O.; KRÖGER, T. *Springer handbook of robotics*. [S.l.]: Springer, 2008. v. 200.

SPONG, M. W.; HUTCHINSON, S.; VIDYASAGAR, M. *Robot modeling and control*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2020.