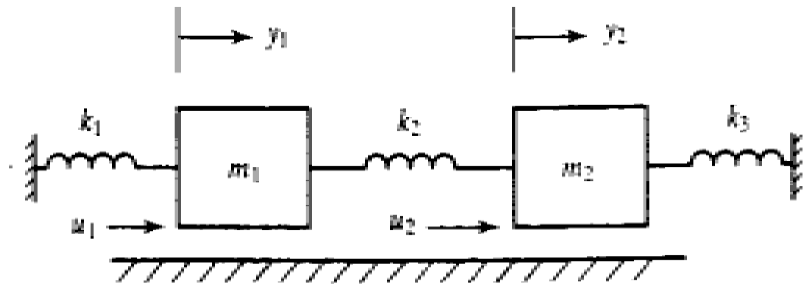
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – CCE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - DEL

ELT330 – SISTEMAS DE CONTROLE I
Prof. Tarcísio Pizziolo

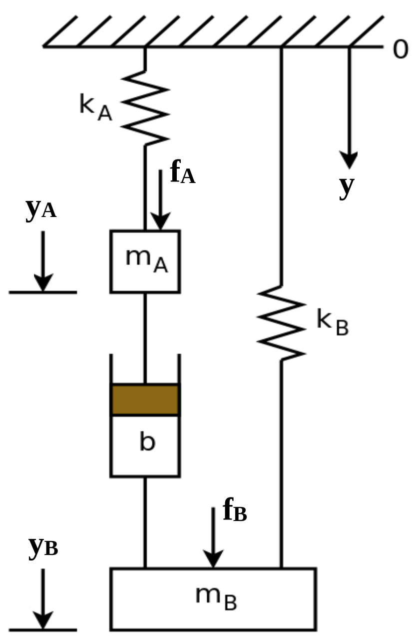
4ª Lista de Exercícios

Variáveis de Estado

1 – Considere o sistema mecânico de vibração abaixo. São aplicadas duas forças $\mathbf{u_1}$ e $\mathbf{u_2}$ nos blocos de massas $\mathbf{m_1}$ e $\mathbf{m_2}$ respectivamente. As molas possuem constantes de elasticidade $\mathbf{k_1}$, $\mathbf{k_2}$ e $\mathbf{k_3}$ e não existe atrito entre os blocos e o solo. Ao serem aplicadas as forças $\mathbf{u_1}$ e $\mathbf{u_2}$ nos blocos de massas $\mathbf{m_1}$ e $\mathbf{m_2}$ estes apresentam deslocamentos $\mathbf{y_1}$ e $\mathbf{y_2}$ respectivamente. Determinar as Equações de Espaço de Estados para o sistema dado.

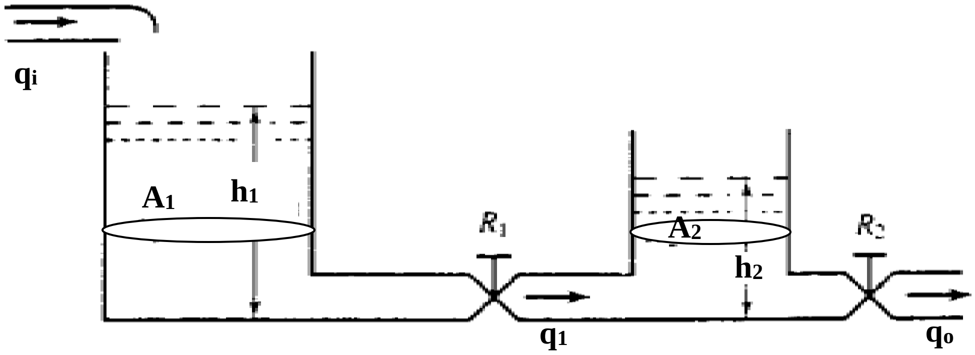


2 - Considere o sistema mecânico de translação dado a seguir com coeficiente de atrito $\mathbf{b} > \mathbf{0}$, massas $\mathbf{m_a}$ e $\mathbf{m_b} > \mathbf{0}$, constantes de mola $\mathbf{k_A}$ e $\mathbf{k_B} > \mathbf{0}$ e forças $\mathbf{f_A}$ e $\mathbf{f_B}$ aplicadas às respectivas massas.

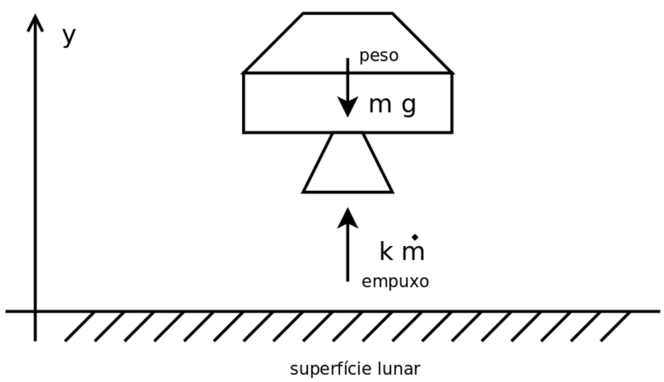


Detemine a modelagem do sistema no espaço de estados, sabendo que as posições $\mathbf{y_A}$ e $\mathbf{y_B}$ são medidas individualmente.

3 - Determine as Equações de Espaço de Estados para o sistema hidráulico de controle de nível a seguir.

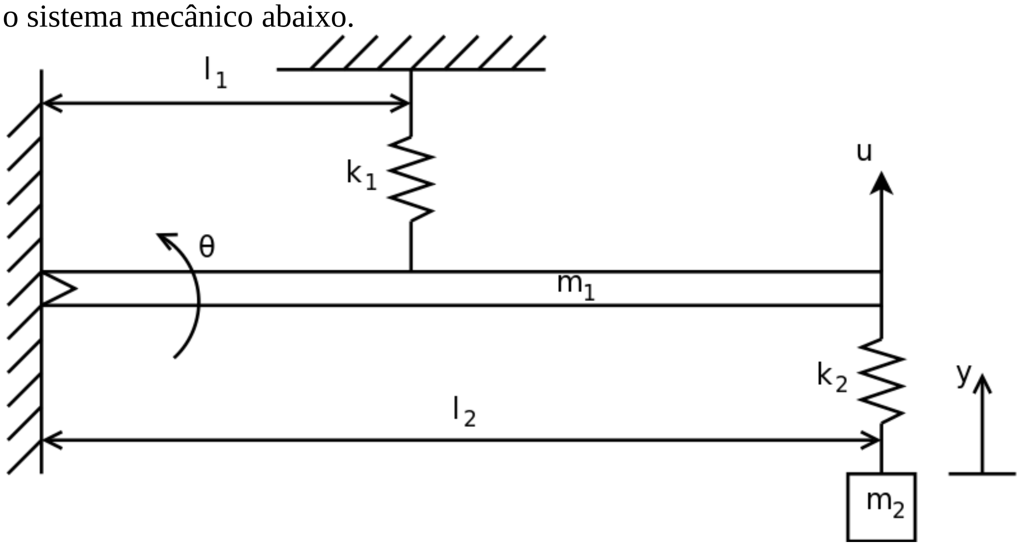


4 - O pouso suave de uma nave na lua pode ser modelado como mostra o esquema a seguir.



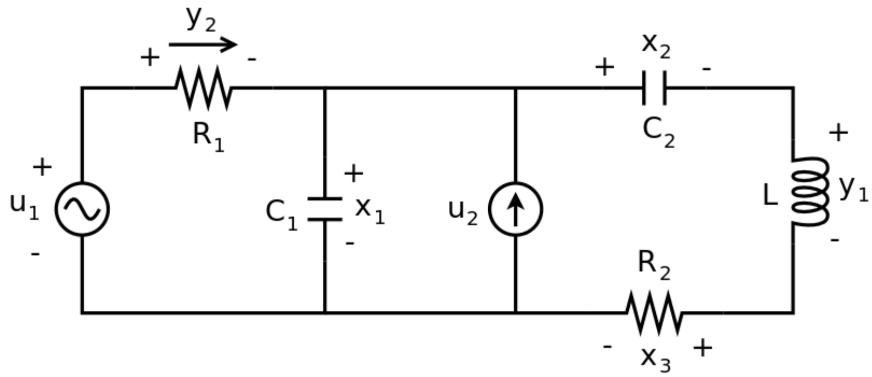
O empuxo gerado pelo propulsor é proporcional a $\dot{\mathbf{m}}$, onde **m** é a massa do módulo lunar. A dinâmica do sistema pode ser representada por $\mathbf{m}\ddot{\mathbf{y}} = -\mathbf{k}\dot{\mathbf{m}} - \mathbf{mg}$, onde **g** é a constante gravitacional da superfície lunar. Definindo os estados $\mathbf{x_1} = \mathbf{y}$, $\mathbf{x_2} = \dot{\mathbf{y}}$, $\mathbf{x_3} = \mathbf{m}$ e a entrada $\mathbf{u} = \dot{\mathbf{m}}$, encontre uma **equação no espaço de estados** para o sistema.

5 - Considere o sistema mecânico abaixo.

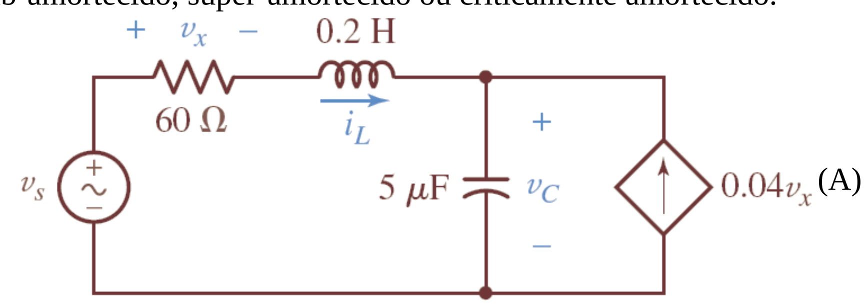


A barra de densidade uniforme e massa $\mathbf{m_1}$ pode girar um ângulo $\boldsymbol{\theta}$ ao redor de seu ponto de fixação. A barra possui momento de inércia $\mathbf{I} = \dfrac{\mathbf{m_1 l_2^2}}{3}$ e recebe a aplicação de uma força **u** em sua extremidade. O deslocamento vertical da massa $\mathbf{m_2}$ a partir do equilíbrio é **y**. Para pequenos deslocamento angulares de $\boldsymbol{\theta}$ pede-se a modelagem no espaço de estados do sistema e sua Função de Transferência $\mathbf{G(s)} = \dfrac{\mathbf{Y(s)}}{\mathbf{U(s)}}$.

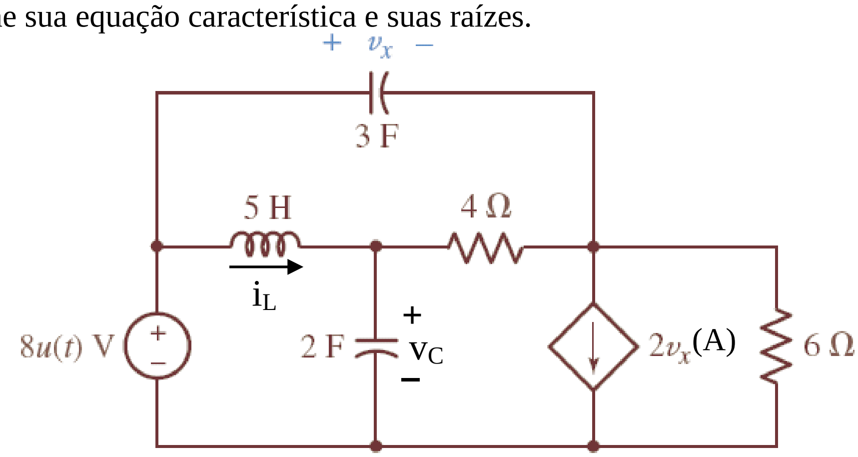
6 - Obtenha uma modelagem no espaço de estados para o circuito elétrico representado abaixo com as entradas $\mathbf{u_1}$ (tensão), $\mathbf{u_2}$ (corrente) e saídas em tensão $\mathbf{y_1}$ e em corrente $\mathbf{y_2}$.



7 – Escreva as Equações de Espaço de Estados do circuito abaixo empregando $\mathbf{i_L}$ e $\mathbf{v_C}$ como variáveis de estado. Determine sua equação característica e suas raízes. Identifique qual o tipo de comportamento que o circuito apresenta: sub-amortecido, super-amortecido ou criticamente amortecido.

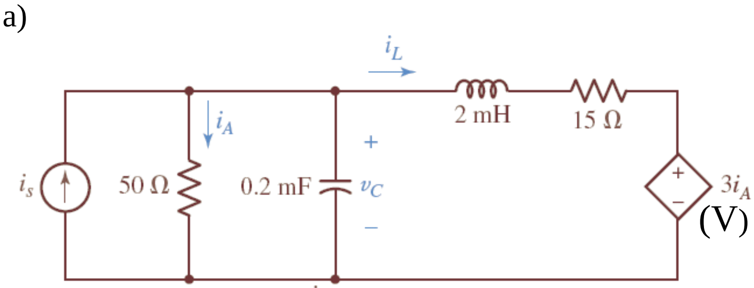


8 - Escreva as Equações de Espaço de Estados do circuito abaixo empregando $\mathbf{i_L}$, $\mathbf{v_C}$ e $\mathbf{v_x}$ como variáveis de estado. Determine sua equação característica e suas raízes.



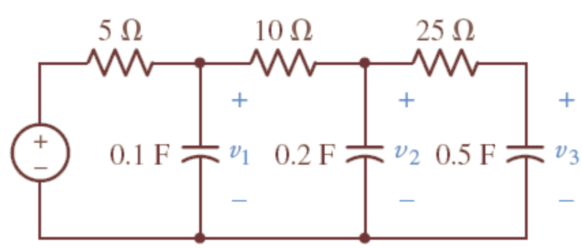
9 - Escreva as Equações de Espaço de Estados para os circuitos abaixo empregando as variáveis de estados especificados abaixo de cada um deles. Determine sua equação característica e suas raízes.

a)



i_L, v_C

b)



v_1, v_2, v_3

10 - A **Figura 1** ilustra um sistema hidráulico que representa dois reservatórios de líquidos com interação.

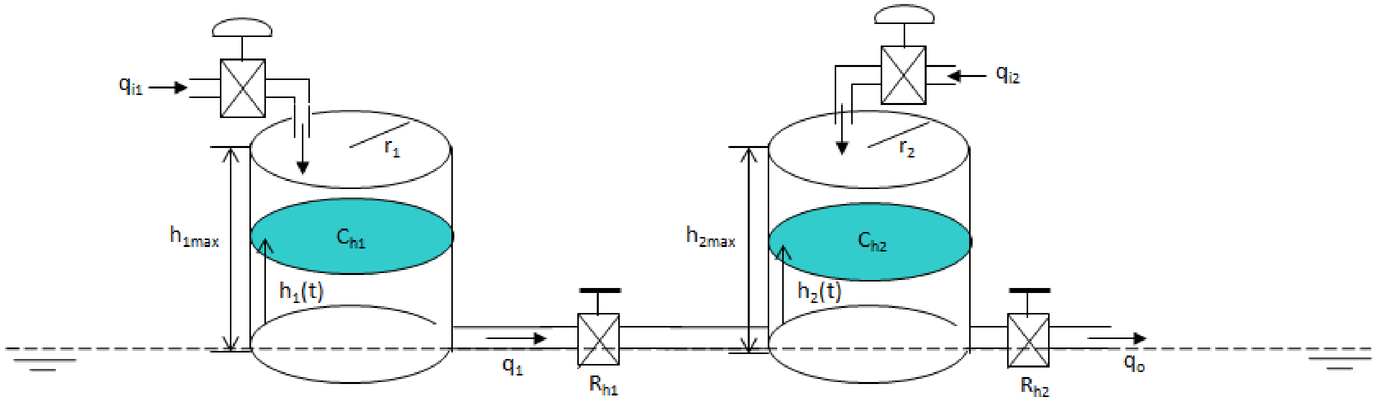


Figura 1

Considerando as condições iniciais nulas e que as seções retas dos reservatórios são constantes com $\mathbf{r_1 = 0{,}5642\ m}$ e $\mathbf{r_2 = 0{,}7978\ m}$ e $\mathbf{R_{h1} = R_{h2} = 1\ s/m^2}$; resolva as questões a seguir.

1. Modelar o sistema através de um circuito análogo elétrico (qualitativo).
2. Escrever as **Equações de Espaço de Estados** para se observar as variações dos níveis de líquido $\mathbf{h_1(t)}$ e $\mathbf{h_2(t)}$.
3. Efetuar a **discretização** nas **Equações de Espaço de Estados** que descrevem o sistema.
4. Utilizando a **discretização** feita no item anterior, **plotar os gráficos** de saída $\mathbf{h_1(t)}$ e $\mathbf{h_2(t)}$ para uma variação de $\mathbf{0{,}1\ m^3/s}$ nas entradas $\mathbf{q_{i1}}$ e $\mathbf{q_{i2}}$ a partir de $\mathbf{0{,}5\ m^3/s}$ até $\mathbf{1{,}0\ m^3/s}$ simultaneamente até que o sistema atinja o estado permanente. Construa uma tabela indicando os valores finais de $\mathbf{h_1(t)}$ e $\mathbf{h_2(t)}$ para cada entrada de $\mathbf{q_{i1}}$ e de $\mathbf{q_{i2}}$ utilizada.
5. Assumindo os valores das entradas $\mathbf{q_{i1} = 0{,}5\ m^3/s}$ e $\mathbf{q_{i2} = 1\ m^3/s}$, plotar os gráficos de saída $\mathbf{h_1(t)}$ e $\mathbf{h_2(t)}$ até que o sistema atinja o estado permanente. Quais os valores finais de $\mathbf{h_1(t)}$ e $\mathbf{h_2(t)}$ para esta situação?
6. Mantendo-se os valores de $\mathbf{q_{i1} = q_{i2} = 1\ m^3/s}$ e variando o valor de $\mathbf{R_{h1}}$ para $\mathbf{R_{h1} = 2\ s/m^2}$ mantendo-se o valor de $\mathbf{R_{h2} = 1\ s/m^2}$, **plotar os gráficos** de saída $\mathbf{h_1(t)}$ e $\mathbf{h_2(t)}$ até que o sistema atinja o estado permanente. Quais os valores finais de $\mathbf{h_1(t)}$ e $\mathbf{h_2(t)}$ para esta situação?
7. Mantendo-se os valores de $\mathbf{q_{i1} = q_{i2} = 1\ m^3/s}$ e variando o valor de $\mathbf{R_{h2} = 2\ s/m^2}$ mantendo-se o valor de $\mathbf{R_{h1} = 1\ s/m^2}$, **plotar os gráficos** de saída $\mathbf{h_1(t)}$ e $\mathbf{h_2(t)}$ até que o sistema atinja o estado permanente. Quais os valores finais de $\mathbf{h_1(t)}$ e $\mathbf{h_2(t)}$ para esta situação?
8. Se os reservatórios tivessem $\mathbf{h_{1max}}$ e $\mathbf{h_{2max}}$ igual a **4 m**, em quais situações dos itens anteriores haveria **transbordamento de líquido**?