ENG 275 Fenômenos de transporte

Prof. Natalia dos Santos Renato
Departamento de Engenharia Agrícola

Capítulo 3
ESTÁTICA DOS FLUIDOS

A roda de Falkirk

ESTÁTICA DOS FLUIDOS

Ramo da Mecânica dos Fluidos que estuda os fluidos em repouso ou em movimento de corpo rígido.

Fluido em repouso

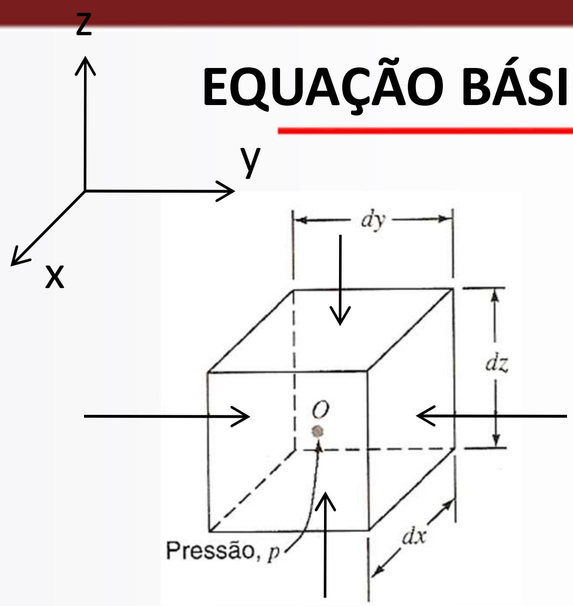
- Ausência de forças cisalhantes (portanto, não se deforma mantém sua identidade)
-Sujeito apenas as tensões normais (forças de superfícies → pressão).
-forças de campo (gravitacional).

Aplicações

✓Dimensionamento de barragens
✓Desenvolvimentos de instrumentos de pressão
✓Determinação de forças sobre objetos submersos
✓Estudo de sistemas de transmissão hidráulica
✓Estudo da pressão no fundo dos oceanos
✓Determinação de propriedades da atmosfera em função da altitude

UFV

EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS



Elemento diferencial de fluido de massa dm e volume dV = dx.dy.dz

$$dm = \rho\, dV$$

$$dm = \rho . dx . dy . dz$$

Aplicando a segunda lei de Newton

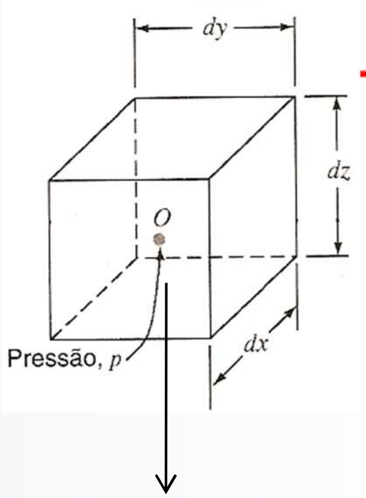
$$\sum F = ma$$

Estando o fluido em repouso **a = 0**

$$\sum F = 0$$

UFV

EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS



Força de corpo

Estando o fluido sujeito a força de gravidade, a força de campo sobre este elemento diferencial será:

$d\mathbf{F}_{B} = \mathbf{g}\, dm$

$d\mathbf{F}_B = \mathbf{g}\, \rho\, dV$

$d\mathbf{F}_B = \rho\, \mathbf{g}\, dx\, dy\, dz$

onde

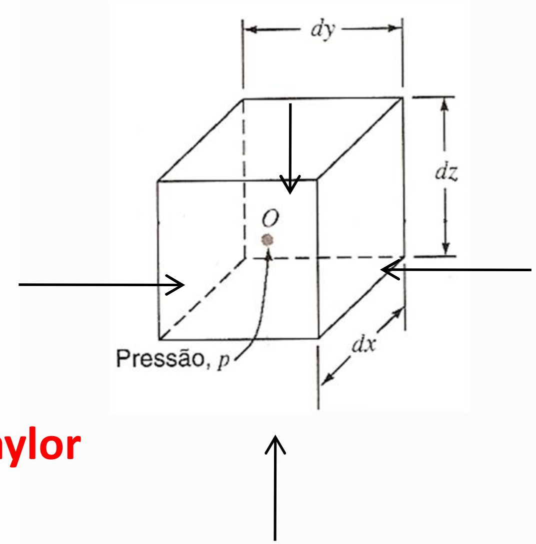
g – vetor da gravidade local

ρ - massa específica do fluido

dV – volume do elemento diferencial (dx dy dz)

EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS

Qual é a força líquida resultante sobre as seis faces deste elemento?



Recordemos a Série de Taylor

$$f(b)=f(a)+\frac{f'(a)}{1!}(b-a)+\frac{f''(a)}{2!}(b-a)^2+\ldots$$

Tomando o ponto a na origem: a = O:

$$f(b)=f(o)+\frac{f'(o)}{1!}b+\ldots$$

Por analogia em relação ao eixo y:

$$P(b)=P(o)+\frac{\partial P}{\partial y}b+\ldots$$

Slide 7

RPL1 A serie de Taylor permite calcular por aproximacao o valor de uma funcao em torno de um ponto
Roberto Precci Lopes; 16/03/2015

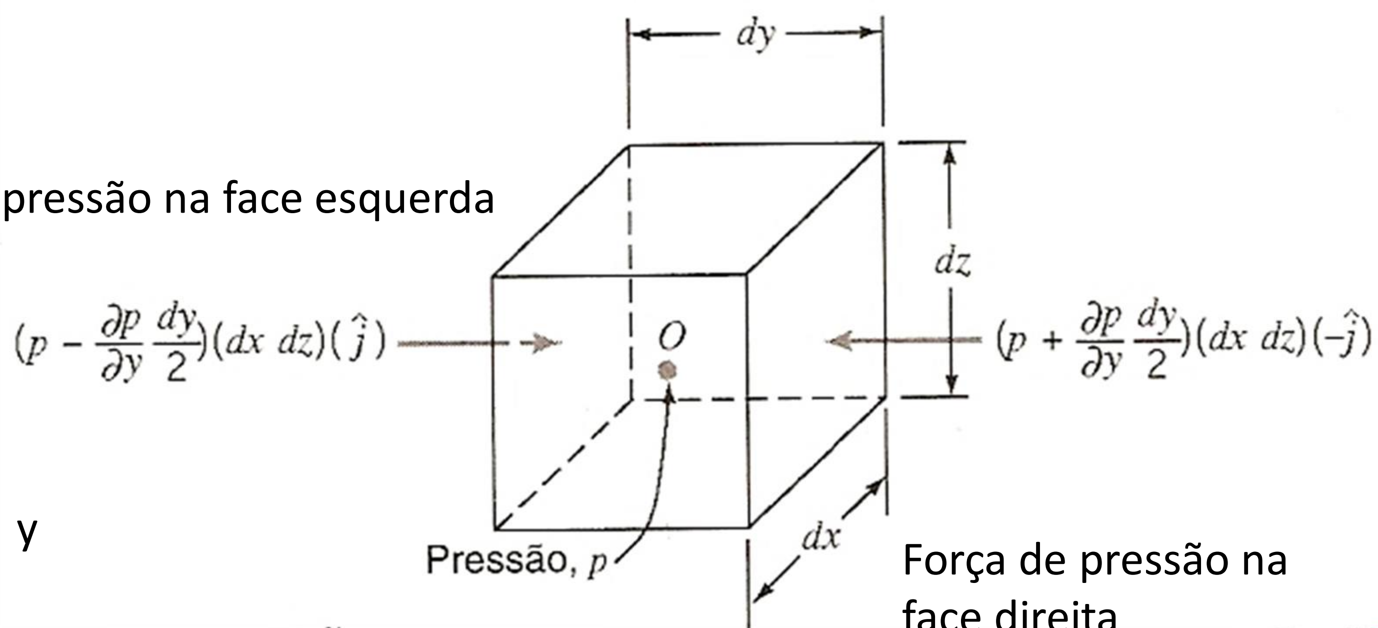
Pressão na face esquerda do elemento diferencial

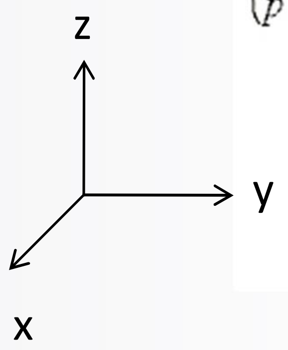
$$P_L\left(-\frac{dy}{2}\right) = P + \frac{\partial P}{\partial y}\left(-\frac{dy}{2}\right) = P - \frac{\partial P}{\partial y}\left(\frac{dy}{2}\right)$$

Pressão na face direita do elemento diferencial

$$P_R\left(\frac{dy}{2}\right) = P + \frac{\partial P}{\partial y}\left(\frac{dy}{2}\right)$$

Força de pressão na face esquerda





Força de pressão na face direita

Somando todas as forças de superfície sobre o elemento de volume dV:

$$dF_{s=}\left(P-\frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)(\mathrm{dy\ dz})(\mathbf{i})+\left(P+\frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)(\mathrm{dy\ dz})(-\mathbf{i})+$$

$$\left(P-\frac{\partial P}{\partial y}\frac{dy}{2}\right)(\mathrm{dx\ dz})(\mathbf{j})+\left(P+\frac{\partial P}{\partial y}\frac{dy}{2}\right)(\mathrm{dx\ dz})(-\mathbf{j})+$$

$$\left(P-\frac{\partial P}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)(\mathrm{dx\ dy})(\mathbf{k})+\left(P+\frac{\partial P}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)(\mathrm{dx\ dy})(-\mathbf{k})$$

Agrupando e simplificando

$$dF_{s=}-\left(\frac{\partial P}{\partial x}\boldsymbol{i}+\frac{\partial P}{\partial y}\boldsymbol{j}+\frac{\partial P}{\partial z}\boldsymbol{k}\right)\mathrm{dx.\,dy.\,dz}$$

$$dF_{s=}-\ \nabla p\ dx\ dy\ dz$$

Somando as forças de superfícies com as de campo:

$$dF = dF_S + dF_B$$

$$dF = (-\nabla p + \rho \mathbf{g})\, dx\, dy\, dz \qquad dF = (-\nabla p + \rho \mathbf{g})\, dV$$

$$\frac{dF}{dV} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} \qquad (1)$$

Reportando a segunda lei de Newton

d**F** = **a** dm = a ρdV ou dF/dV = a.ρ. Estando o fluido estático, **a** = 0

$$\frac{dF}{dV} = a\rho = 0 \qquad (2)$$

(1) = (2)

$$\boxed{-\nabla p + \rho \mathbf{g} = 0}$$

$$\begin{Bmatrix} \text{Força de pressão resultante} \\ \text{por unidade de volume em um ponto} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \text{Força de campo por unidade} \\ \text{de volume em um ponto} \end{Bmatrix} = 0$$

$$-\nabla p + \rho \mathbf{g} = 0$$

Em termos das componentes

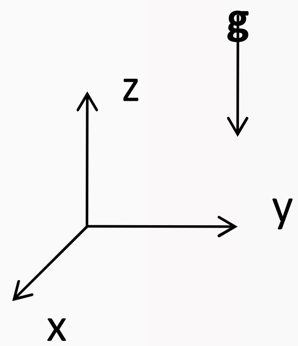
$$-\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x = 0 \; na \; direção \; x$$

$$-\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y = 0 \; na \; direção \; y$$

$$-\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z = 0 \; na \; direção \; z$$

Adotando o eixo z orientado para cima como alinhado ao vetor gravidade

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$



$g_x = 0$

$g_y = 0$

$g_z = -g$

Conclusão:

- ✓A pressão é independente das coordenadas x e y
- ✓Não existe gradiente de pressão nas direções x e y
- ✓A pressão é constante nas direções x e y
- ✓A pressão depende apenas da diferença de nível (z)

✓ p é função apenas de uma variável, logo a derivada total pode ser usada no lugar da derivada parcial:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g = -\gamma$$

Restrições

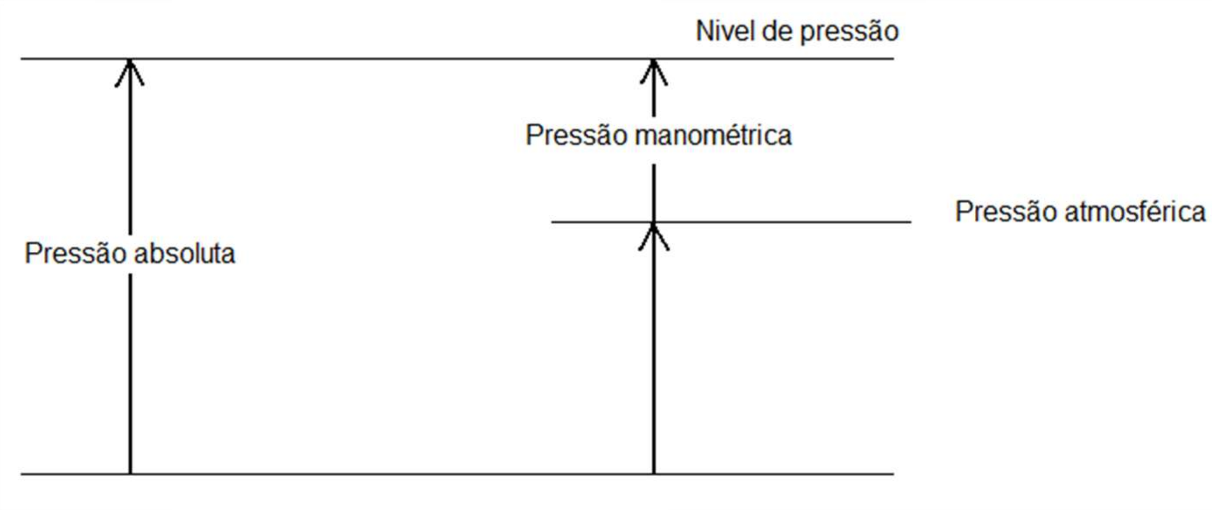
$$-\nabla p + \rho \mathbf{g} = 0$$

✓Válida somente para fluido estático (aceleração do fluido = 0)
✓A gravidade é a única força de campo
✓O eixo z é vertical e orientado para cima

Nível de referência

Vácuo (zero absoluto de pressão) – **pressões absoluta** (cálculos com equações de estado).

Os níveis de pressão medidos em relação a pressão atmosférica são denominados **pressão manométrica** (dado por manômetros).

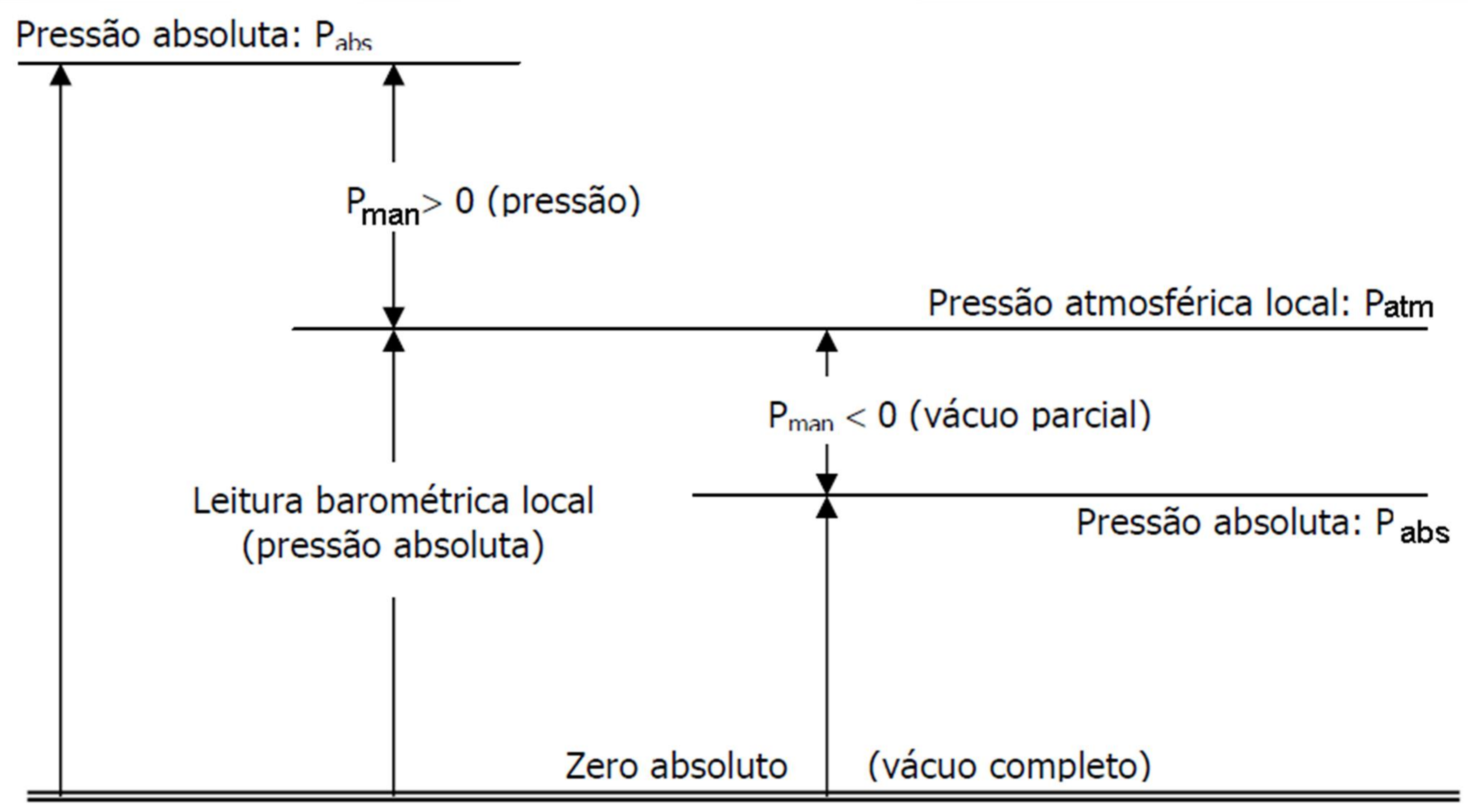


Obs.: se o nível de pressão for a pressão atmosférica a pressão manométrica é zero, ou seja, o pneu estaria murcho.

Slide 13

u1 Se o pneu fosse cheio na lua, teríamos 30 lbf/in2 absoluta, pois a pressão atmosférica é nula. Neste caso a pressão manométrica seria igual a pressão absoluta.
usuário; 25/03/2011

u2 Ao calibrar o pneu do automóvel com 30 lbf/in2 estamos nos referindo a pressão manométrica. A pressão absoluta do pneu seria a monométrica + a atmosférica (14,7 lbf/in2).
Quando a pressão manométrica seria zero? quando o nível de referência for igual a pressão atmosférica, ou seja, se a pressão no interior do pneu fosse igual a da atmosfera local, ou seja, quando o pneu encontrar-se murcho.
usuário; 25/03/2011



Pressão absoluta: Pabs
Pman> 0 (pressão)
Pressão atmosférica local: Patm
Pman < 0 (vácuo parcial)
Leitura barométrica local
(pressão absoluta)
Pressão absoluta: P abs
Zero absoluto
(vácuo completo)

UFV

VARIAÇÃO DA PRESSÃO NUM FLUIDO ESTÁTICO

Como podemos determinar a diferença de pressão ao longo da coordenada z ?

Antes responda:

- a massa específica varia com a diferença de nível ?
-a gravidade varia com a diferença de altitude ?

Se o fluido for incompressível e o valor da aceleração da gravidade for constante:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \qquad \qquad \int_{p0}^{p} dp = -\int_{z0}^{z} \rho g \, dz$$

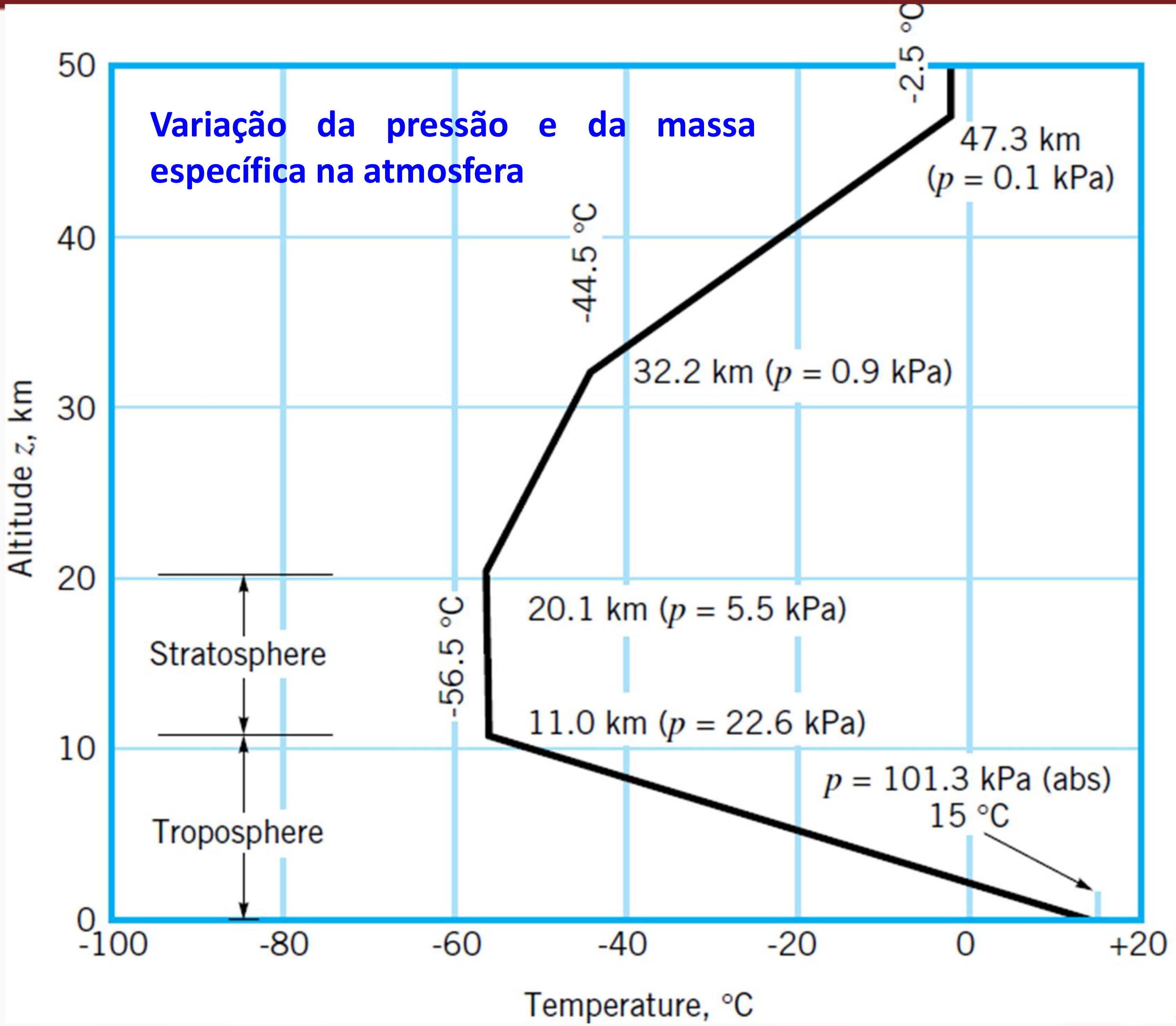
$$p - p_0 = -\rho g(z - z_0) = \rho g(z_0 - z) = \rho g h$$

Conclusão: Conhecendo a diferença de elevação entre dois pontos de um fluido estático pode se determinar a diferença de pressão entre eles.

Exemplo 3.2

Um manômetro de reservatório com tubo inclinado é construído como mostrado. Deduza uma expressão geral para a deflexão do líquido, L, no tubo inclinado, em termo da diferença de pressão aplicada, ∇p. Obtenha, também, uma expressão geral para a sensibilidade do manômetro.

Variação da pressão e da massa específica na atmosfera



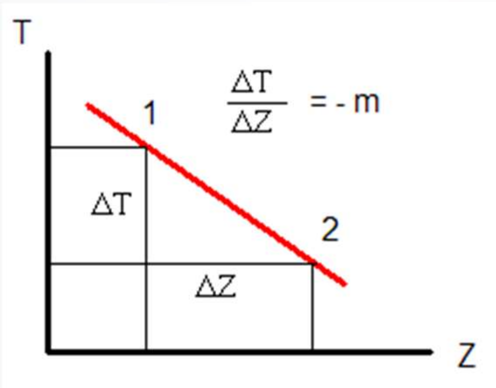
Slide 17

u1 Até a altitude de 11 km podemos dizer que existe um gradinte linear de temperatura versus altitude, sendo o gradiente negativo, ou seja, quanto mais sobe menor é a temperatura.
usuário; 25/03/2011

Para situações em que a massa específica varia com a altitude, é necessário considerar a temperatura e a pressão no nível considerado, uma vez que a $\rho = \rho(T, p)$

$$P(b) = P(o) + \frac{\partial P}{\partial y} b + \ldots$$

Variação da temperatura com a altitude



$$\frac{T_2 - T_1}{z_2 - z_1} = -m$$

$$T = T_0 - mz$$

Como $dp = -\rho g dz$ e $\rho = \dfrac{p}{RT}$

A variação da pressão em um gás cuja temperatura varia linearmente com a elevação é dada por **(mostre!)**:

$$\boxed{p = p_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{mR}}}$$

Itens excluídos

- 3.6 Empuxo e estabilidade (visto em FIS 202)
- 3.7 Fluidos em movimento de corpo rígido;

Probl. propostos	
Problema Equivalente	
7 Ed	6 Ed
3.3	3.4
3.4	3,3
3.5	3.5
3.6	3.6
3.16	-
3.20	3,17
3.21	3,18
3.22	3.19
3.24	3.21
3.26	3,23
3.27	3,24
3.28	3,25
3.29	3,26
3.30	3,27
3.32	3.29
3.33	3,3
3.45	3.41
3.46	3.43
3.48	3.44
3.53	3.47
3.62	3.55
3.64	3.57
3.65	3.58