ELT221 - Circuitos Elétricos II

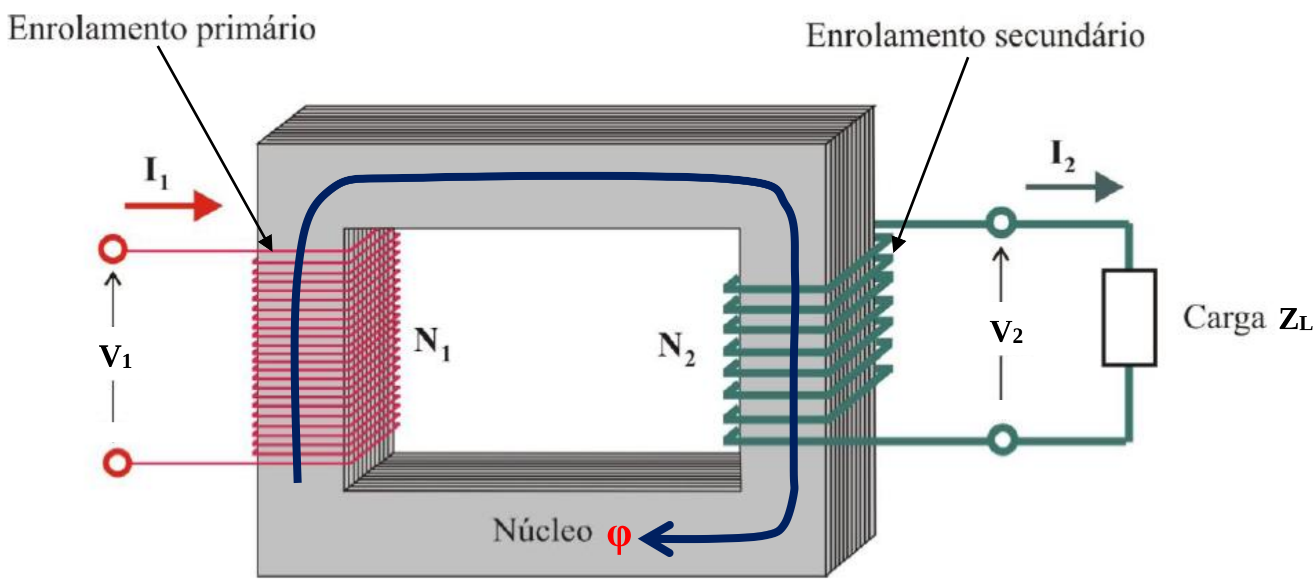
Prof. Tarcísio Pizziolo

Aula 10

10) Transformador Ideal - CA

O **Transformador Ideal** é um equipamento em que o **acoplamento** entre suas bobinas é **perfeito**. Todas as bobinas concatenam, ou "**abraçam**", o mesmo fluxo, o que vale dizer que não há dispersão de fluxo. Isso implica assumir a hipótese de que a permeabilidade magnética do núcleo ferromagnético é alta ou, no caso ideal, infinita, e o circuito magnético é fechado. Além disso, admite-se que o transformador não possui perdas de qualquer natureza, seja nos enrolamentos, seja no núcleo.

Seja o esquema dado a seguir:



Partes constitutivas de um Transformador Ideal

Onde:

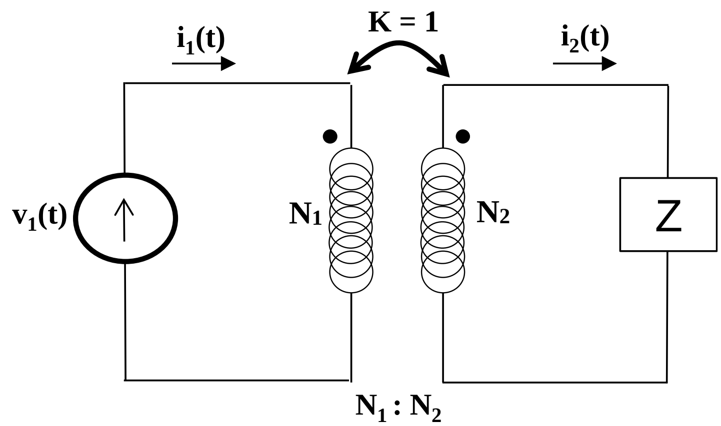
N_1 = número de bobinas (enrolamentos) no primário
V_1 = tensão no primário
I_1 = corrente no primário
N_2 = número de bobinas (enrolamentos) no secundário
V_2 = tensão no secundário
I_2 = corrente no secundário
Núcleo = núcleo ferromagnético com permeabilidade magnética infinita
φ = fluxo magnético que enlaça as bobinas

Considerações:

- A r**esistência** elétrica r_b dos enrolamentos é **nula**.
- O **acoplamento magnético** entre as bobinas é perfeito (**$K = 1$**).
- O material constituinte do núcleo não possui **histerese**.
- As **perdas no núcleo são nulas** (por efeito das correntes de Foucault).
- A **Potência no primário** = a **Potência no secundário** (**$P_1 = P_2 \Rightarrow V_1 I_1 = V_2 I_2$**).

(Os Transformadores com núcleo de Ferro Silício (**FeSi**) "**aproximam-se**" do ideal!)

Circuito equivalente de um **Transformador Ideal**:

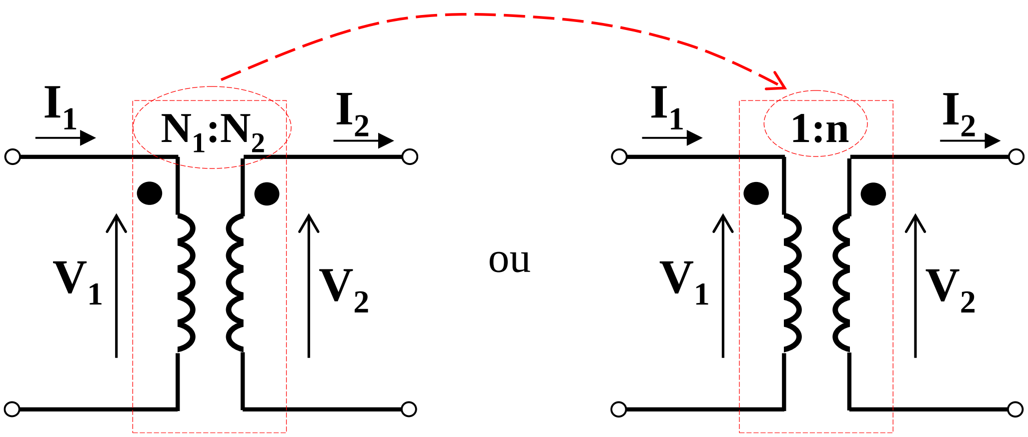


<u>Relação do Número de Espiras</u>:

$$\text{Definição: } \mathbf{n} = \frac{N_2}{N_1}$$

N_1 = Número de espiras primário.
N_2 = Número de espiras secundário.

<u>Símbolo</u>:



<u>Relação entre as Auto-Indutâncias</u>:

Considerando que:

$$\varphi_{11} = \alpha N_1 i_1 \quad \text{e} \quad \varphi_{22} = \alpha N_2 i_2$$

($\boldsymbol{\alpha}$ = constante de proporcionalidade e depende das propriedades físicas do transformador)

E sabendo-se que:

$$L_1 i_1 = N_1 \varphi_{11} \quad \text{e} \quad L_2 i_2 = N_2 \varphi_{22}$$

Dividindo-se **L_1i_1/L_2i_2** obtém-se a relação entre as **auto-indutâncias**:

$$\frac{L_1 i_1}{L_2 i_2} = \frac{N_1 \varphi_{11}}{N_2 \varphi_{22}} \Rightarrow \frac{L_1 i_1}{L_2 i_2} = \frac{N_1(\alpha N_1 i_1)}{N_2(\alpha N_2 i_2)} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = \frac{1}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{L_2}{L_1} = n^2}$$

Relação entre as Tensões e Correntes do Primário e do Secundário

A relação entre as tensões do **primário** (v_1) e do **secundário** (v_2) pode ser calculada aplicando-se a **Lei de Faraday**. Sabe-se que:

$$\textbf{Tensão induzida no primário} \Rightarrow v_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \Rightarrow \frac{d\phi}{dt} = \frac{v_1}{N_1}$$

$$\textbf{Tensão induzida no secundário} \Rightarrow v_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} \Rightarrow \frac{d\phi}{dt} = \frac{v_2}{N_2}$$

Como a variação do fluxo magnético é a mesma podemos igualar as expressões:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{v_1}{N_1} \quad \text{e} \quad \frac{d\phi}{dt} = \frac{v_2}{N_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_1}{N_1} = \frac{v_2}{N_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

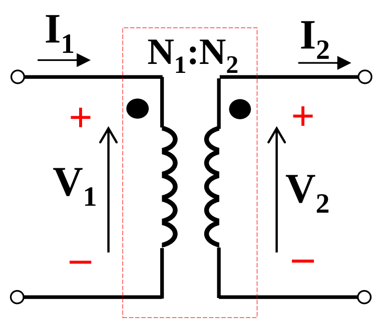
A relação entre as correntes do **primário** (i_1) e do **secundário** (i_2) pode ser calculada considerando que a potência P_1 do **primário** é igual à potência P_2 do **secundário**.

Assim:

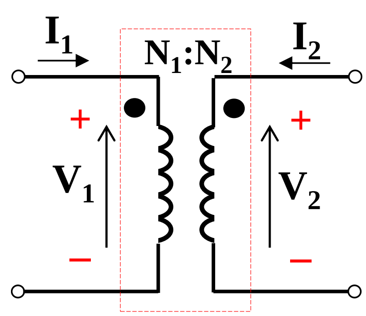
$$P_1 = P_2 \quad \Rightarrow \quad v_1 i_1 = v_2 i_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}}$$

É importante verificar a polaridade apropriada das tensões e os sentidos das correntes no Transformador Ideal! A polaridade implica na mudança de sinal da relação de espiras!

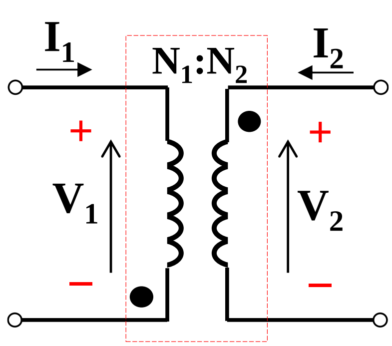
Vejamos:



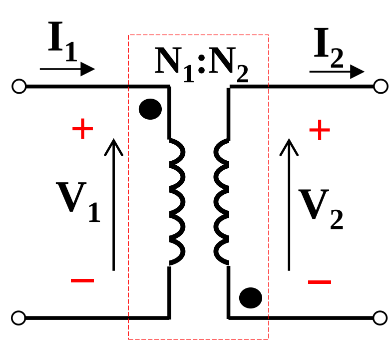
$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}} \quad \text{e} \quad \boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}}$$



$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}} \quad \text{e} \quad \boxed{\frac{I_1}{I_2} = -\frac{N_2}{N_1}}$$



$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = -\frac{N_1}{N_2}} \quad \text{e} \quad \boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}}$$



$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = -\frac{N_1}{N_2}} \quad \text{e} \quad \boxed{\frac{I_1}{I_2} = -\frac{N_2}{N_1}}$$

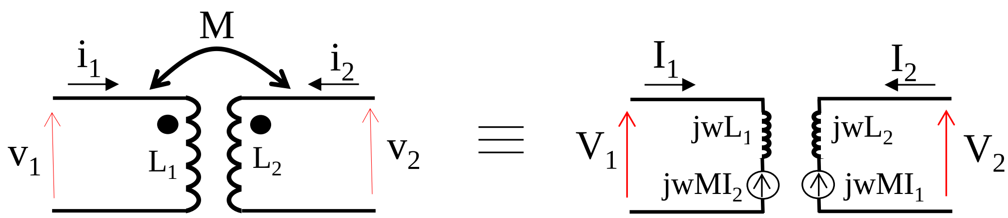
IMPORTANTE:

- Se tanto $\mathbf{V_1}$ quanto $\mathbf{V_2}$ forem **positivas** ou ambas forem **negativas** nos **terminais pontuados**, deve-se usar **+n** na relação de espiras. Caso **contrário** deve-se usar **–n**.

- Se tanto $\mathbf{I_1}$ quanto $\mathbf{I_2}$ **entrarem** ou ambas **deixarem** os **terminais pontuados**, deve-se usar **-n** na relação de espiras. Caso **contrário** deve-se usar **+n**.

Circuito Elétrico Equivalente

O **comportamento eletromagnético** das duas **bobinas acopladas** representadas na figura a seguir é descrito pelas duas equações de malha dadas:



$$\begin{cases} v_1(t) = L_1 \dfrac{di_1(t)}{dt} + M \dfrac{di_2(t)}{dt} \\ v_2(t) = M \dfrac{di_1(t)}{dt} + L_2 \dfrac{di_2(t)}{dt} \end{cases}$$

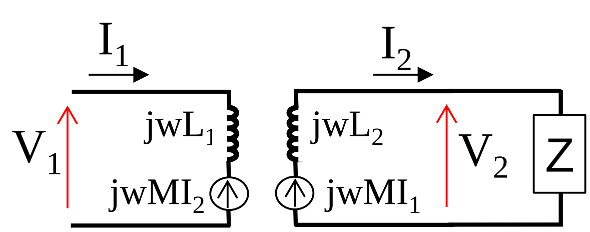
No caso particular do **regime permanente senoidal** onde **s = jw** pode-se representar como:

$$\begin{cases} V_1(s) = sL_1I_1(s) + sMI_2(s) \\ V_2(s) = sMI_1(s) + sL_2I_2(s) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = jwL_1I_1 + jwMI_2 \\ V_2 = jwMI_1 + jwL_2I_2 \end{cases}$$

Impedância Refletida

a) Impedância Refletida pelos parâmetros do circuito

Admita agora que aos terminais da **bobina-2** conecta-se uma **carga (impedância) Z** conforme a figura seguinte.



Então: $\mathbf{V_2 = Z.I_2}$.

Aplicando a **LKT**:

$$\begin{cases} V_1 = jwL_1I_1 + jwM(-I_2) \\ 0 = jwMI_1 + (Z + jwL_2)(-I_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = jwL_1I_1 - jwMI_2 \text{..................(1)} \\ I_2 = \dfrac{jwMI_1}{(Z + jwL_2)} \text{...........................(2)} \end{cases}$$

Substituindo **(2)** em **(1)** eliminando **I2**: $\mathbf{V_1 = \left[jwL_1 - \frac{[jwM(jwM)]}{(Z + jwL_2)} \right] I_1}$

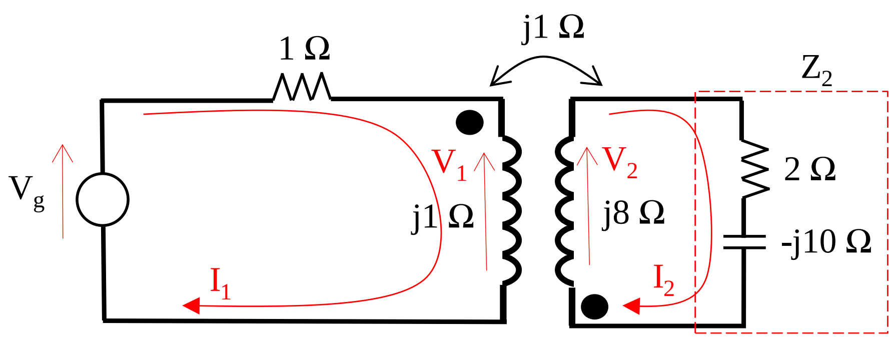
A expressão da impedância vista nos terminais do **Primário** do Transformador é:

$$\mathbf{Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = jwL_1 + \frac{w^2M^2}{(Z + jwL_2)} \Rightarrow \boxed{Z_1 = jwL_1 + Z_R}}$$

A parcela $\mathbf{Z_R} = \frac{\mathbf{w^2M^2}}{\mathbf{(Z + jwL_2)}}$ é devida ao **acoplamento mútuo** entre as bobinas do primário e a do secundário. Esta parcela designa-se por **Impedância Refletida (ou Acoplada)** e representa a **reflexão** para os terminais da **bobina-1** do primário da **indutância da bobina-2** do secundário **e dos componentes a ela ligados** (neste caso a **carga Z**).
A impedância de entrada vista pela fonte será:

$$\boxed{\mathbf{Z_{in} = jwL_1 + Z_R} \quad ; \quad \text{onde: } \mathbf{Z_R} = \frac{\mathbf{w^2M^2}}{\mathbf{(Z + jwL_2)}}}$$

<u>**Exemplo)**</u> Determine $\mathbf{i_1(t)}$ para o circuito dado abaixo aplicando **impedância refletida pelos parâmetros do circuito**.



Dados:

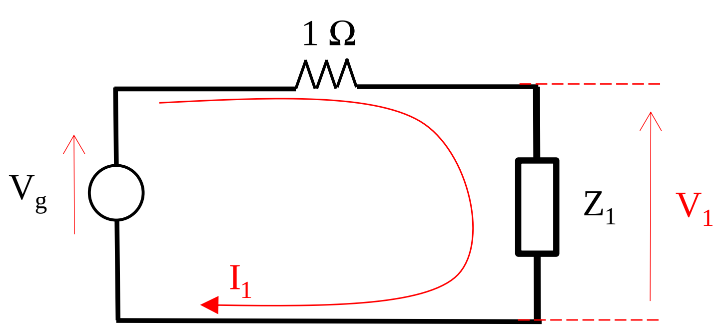
$\mathbf{V_g = 10\angle 0^o \ \ (V)}$ e $\mathbf{w} = 2\left(\mathbf{rd/s}\right)$

LKT:

$$\begin{cases} \mathbf{V_1 = jwL_1 I_1 + jwMI_2} \\ \mathbf{0 = jwMI_1 + (Z_2 + jwL_2) I_2} \end{cases} ; \quad \mathbf{Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = jwL_1 + \frac{w^2M^2}{(Z + jwL_2)}}$$

Determinação da indutância mútua M: $\mathbf{jwM = j1 \Rightarrow 2M = 1 \Rightarrow M = \frac{1}{2}\,(H)}$

Circuito com a impedância refletida:



Cálculo da impedância refletida:

$$\mathbf{Z}_1 = \left[\mathbf{j}1 + \frac{4\left(\frac{1}{2}\right)^2}{(2-\mathbf{j}10)+\mathbf{j}8} \right] = \mathbf{j}1 + \frac{1}{(2-\mathbf{j}2)} = \frac{(\mathbf{j}2+2+1)}{(2-\mathbf{j}2)} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{Z}_1 = \frac{(3+\mathbf{j}2)}{(2-\mathbf{j}2)}$$

$$\mathbf{V_g} = 1\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_1\mathbf{I}_1 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_g} = (1+\mathbf{Z}_1)\,\mathbf{I}_1 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V_g}}{(\mathbf{Z}_1+1)}$$

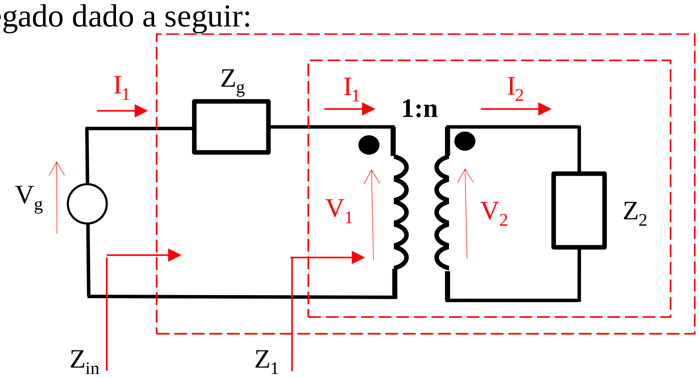
$$\mathbf{I}_1 = \frac{10\angle 0^{\circ}}{\left[\frac{(3+\mathbf{j}2)}{(2-\mathbf{j}2)}+1\right]} = \frac{10\angle 0^{\circ}}{\frac{(3+\mathbf{j}2)+(2-\mathbf{j}2)}{(2-\mathbf{j}2)}} = \frac{10\angle 0^{\circ}}{\left[\frac{5}{(2-\mathbf{j}2)}\right]} \Rightarrow \mathbf{I}_1 = \frac{(2-\mathbf{j}2)(10\angle 0^{\circ})}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{I}_1 = 4\sqrt{2}\angle -45^{\circ}\ \mathbf{(A)}$$

No domínio do tempo: $\mathbf{i_1(t) = 4\sqrt{2}(\cos 2t - 45^{\circ})\ (A)}$

<u>b) Impedância Refletida pela relação de espiras</u>

Seja o **Trafo Ideal** carregado dado a seguir:



- Tanto **V_1** quanto **V_2** são **positivas** nos **terminais pontuados** => usar **+n** na relação de espiras.
- **I_1 entra** e **I_2 deixa** o **terminal pontuado** => usar **+n**.

Então:

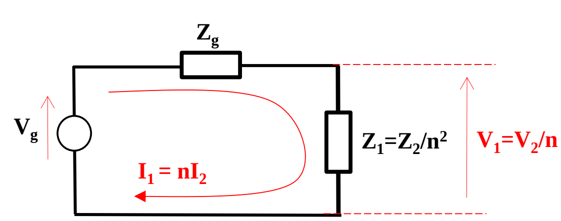
$$\mathbf{\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow v_1 = \frac{V_2}{n} \quad e \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow I_1 = nI_2}$$

Daí:

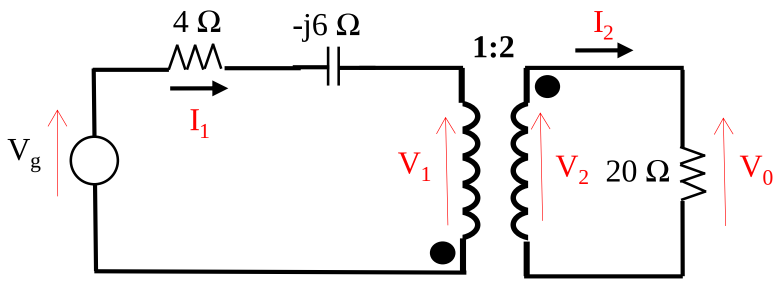
$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1} = \frac{\left(\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{n}}\right)}{\mathbf{nI}_2} = \frac{\left(\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_2}\right)}{\mathbf{n}^2} \quad \mathbf{ou} \quad \boxed{\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{n}^2}}$$

$$\mathbf{Z_{in}} = \mathbf{Z_g} + \mathbf{Z}_1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{Z_{in}} = \mathbf{Z_g} + \frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{n}^2}}$$

Assim:



<u>Exemplo)</u> Dado que $\mathbf{v_g = 120\angle 0^o}$ **(V)** no circuito abaixo, determine $\mathbf{I_1}$, $\mathbf{V_0}$ e a potência complexa **S** fornecida pela fonte aplicando **impedância refletida pela relação de espiras**.



A impedância de **20 Ω** refletida no primário é: $Z_R = 20/n^2 = 20/(2)^2$ => $\mathbf{Z_R = 5\ \Omega}$

Portanto: $\mathbf{Z_{in}} = (4 - j6) + Z_R = (4 - j6) + 5 = (9 - j6) = \mathbf{10{,}82\angle -33{,}69^o\ \Omega}$

$$\mathbf{I_1 = \frac{V_g}{Z_{in}} \Rightarrow I_1 = \frac{120\angle 0^o}{10{,}82\angle -33{,}69^o} \Rightarrow I_1 = 11{,}09\angle 33{,}69^o\ (A)}$$

Como $\mathbf{I_1}$ e $\mathbf{I_2}$ **deixam** o **terminal pontuado** => usar **-n**.

$$\mathbf{I_2 = -\frac{1}{n} I_1 = -\frac{11{,}09\angle 33{,}69^o}{2} \Rightarrow I_2 = -5{,}545\angle 33{,}69^o\ (A)}$$

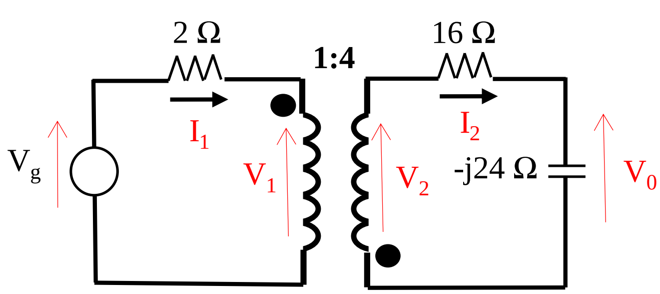
$$\mathbf{e \quad V_0 = 20 I_2 \Rightarrow V_0 = (20)\times(-5{,}545\angle 33{,}69^o) \Rightarrow V_0 = -110{,}9\angle 33{,}69^o\ (V)}$$

$$\mathbf{Ou: \quad V_0 = 110{,}9\angle 213{,}69^o\ (V)}$$

A potência complexa **S** será dada por:

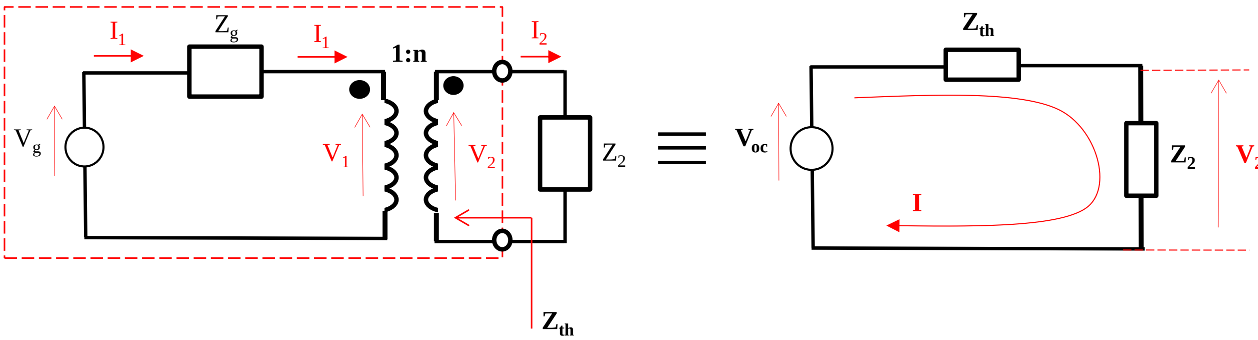
$S = V_g.I_1^*$ => $S = (120\angle 0^o).(11{,}09\angle -33{,}69^o)$ => $\mathbf{S = 1.330{,}8\angle -33{,}69^o\ (VA)}$

<u>Exercício)</u> Dado que $\mathbf{v_g = 100\angle 0^o}$ **(V)** no circuito abaixo, determine $\mathbf{V_0}$ e a potência complexa **S** fornecida pela fonte aplicando **impedância refletida pela relação de espiras**.



c) Impedância Refletida pelo Teorema de Thévenin

Determinar o circuito refletido no **secundário** aplicando o **Teorema de Thévenin** para o circuito dado.



Cálculo de Zth:

$$\boxed{Z_{th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}}} \quad ; \quad \begin{cases} V_2 = nV_1 \\ I_1 = nI_2 \end{cases}$$

Cálculo de Voc:

$$V_{oc} = V_2 = nV_1 \; ; \quad \boxed{I_2 = 0}$$

$$\text{Como:} \quad I_1 = nI_2 \Rightarrow I_1 = 0.$$

$$\text{Como:} \quad I_1 = 0 \Rightarrow V_g - \underbrace{Z_g I_1}_{Z_g I_1 = 0} - V_1 = 0 \Rightarrow \boxed{V_g = V_1}$$

$$\text{Daí:} \quad V_{oc} = nV_1 \Rightarrow \boxed{V_{oc} = nV_g}$$

Cálculo de Isc:

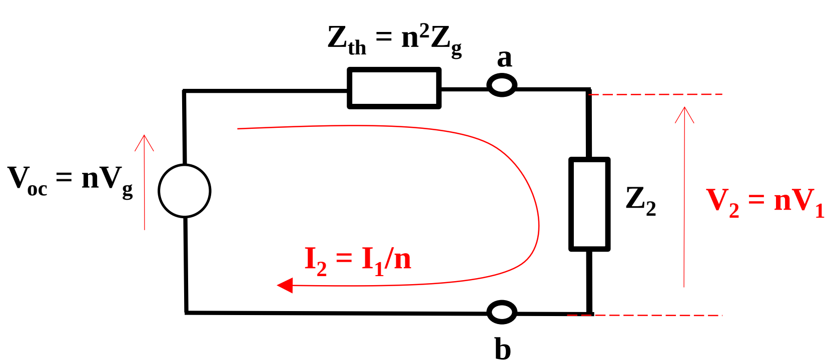
$$I_{sc} = I_2 \Rightarrow V_2 = 0 \Rightarrow V_1 = nV_2 \Rightarrow \boxed{V_1 = 0}; \quad \text{então:} \quad \boxed{I_{sc} = I_2 = \frac{I_1}{n}}$$

$$\text{Mas:} \quad I_1 = \frac{V_g}{Z_g} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_{sc} = \frac{V_g}{nZ_g}}$$

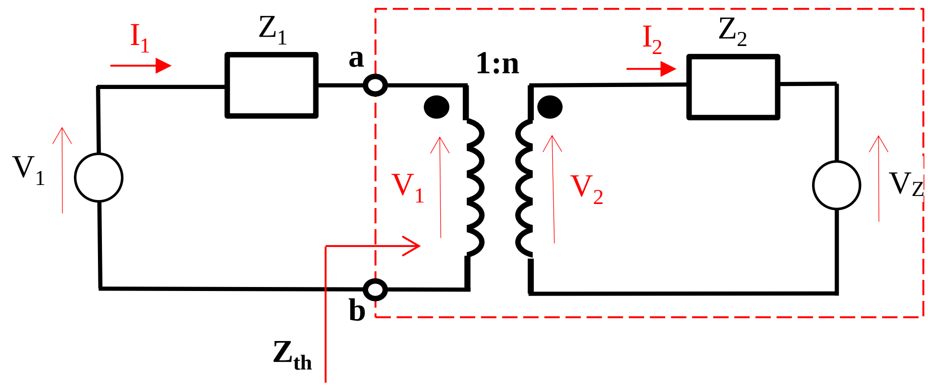
Zth:

$$Z_{th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} \Rightarrow Z_{th} = \frac{nV_g}{\left(\dfrac{V_g}{nZ_g}\right)} \Rightarrow \boxed{Z_{th} = n^2 Z_g}$$

Finalmente:



<u>Exemplo)</u> Determinar o circuito refletido no **primário** aplicando o **Teorema de Thévenin** para o circuito dado.

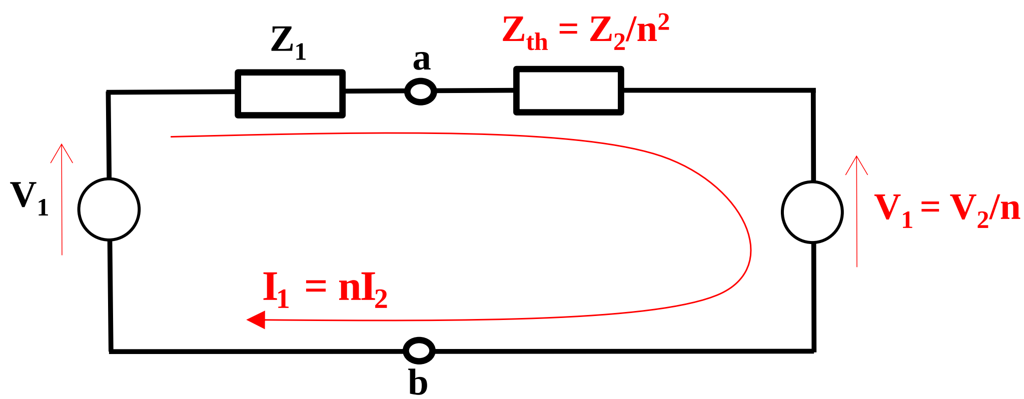


Cálculo de Z_{th}:

$$Z_{th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} \Rightarrow Z_{th} = \frac{V_1}{I_1} \quad ; \quad \begin{cases} \boxed{V_1 = \dfrac{V_2}{n}} \\ I_1 = nI_2 \end{cases}$$

$$Z_{th} = \frac{\frac{V_2}{n}}{nI_2} \Rightarrow Z_{th} = \frac{V_2}{n^2 I_2} \Rightarrow \boxed{Z_{th} = \frac{Z_2}{n^2}}$$

Finalmente:



AUTOTRANSFORMADORES

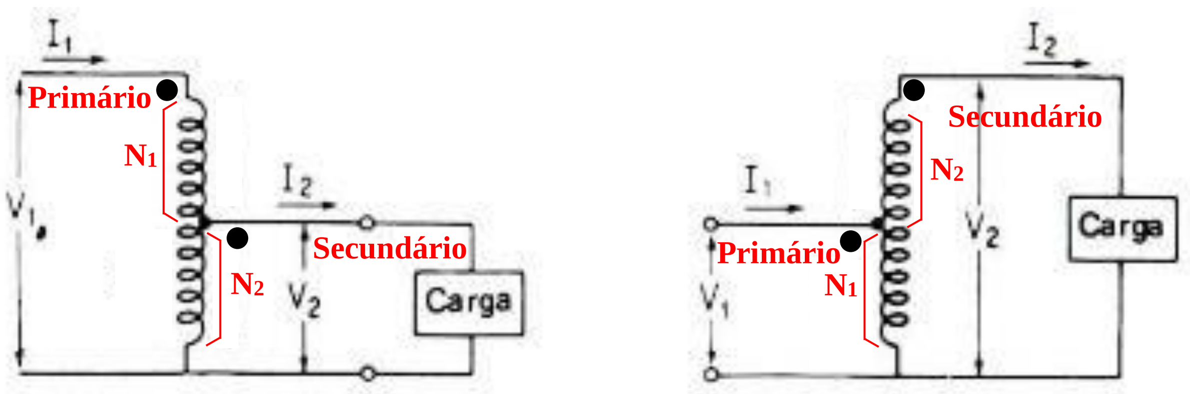
Denomina-se **Autotransformador** um transformador cujos **enrolamentos primário e secundário estão conectados em série**.
A **ABNT** define o **Autotransformador** como sendo o Transformador no qual parte do enrolamento é comum a ambos os circuitos (primário e secundário) a ele ligados.

Vantagens:
1) Corrente de excitação menor;
2) Melhor regulação;
3) Menor custo;
4) Maior rendimento;
5) Menores dimensões.

Desvantagens:
1) Corrente de curto-circuito mais elevada;
2) Existência de conexão elétrica entre os enrolamentos de maior e menor tensão.

Relações entre Tensões e Correntes

Sejam os esquemas de **Autotransformadores** dados nas **Figuras a** e **b** a seguir, onde os mesmos apresentam **enrolamentos subtrativos (Regra do Ponto)**.



(a) Abaixador. (b) Elevador.

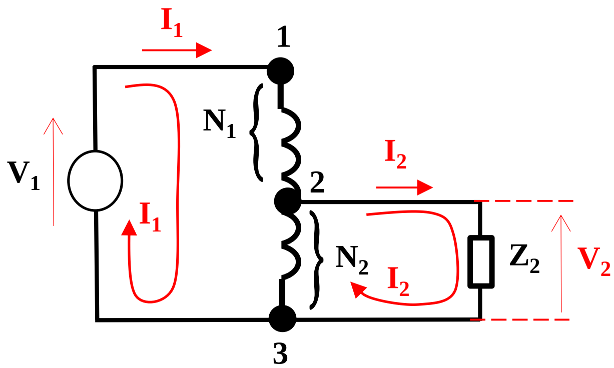
Para o Autotransformador Abaixador (**Figura a**) temos que:

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{(N_1 + N_2)}{N_2}} \quad \text{e} \quad \boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{(N_1 + N_2)}}$$

Para o Autotransformador Elevador (**Figura b**) temos que:

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{(N_1 + N_2)}} \quad \text{e} \quad \boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{(N_1 + N_2)}{N_1}}$$

Exemplo: Seja o Autotransformador dado.



a) Se o enrolamento do primário é $N_P = (N_1 + N_2)$ e o enrolamento do secundário é N_2, calcule as relações de tensão e de corrente.

b) Se $\mathbf{V_1} = 100\angle 0^o$ **V**, $\mathbf{I_1} = 4\angle 30^o$ **A**; $\mathbf{N_1} = 1000$ **e** $\mathbf{N_2} = 400$, calcule **V2** e **I2**.

$$\textbf{a)}\quad \textbf{Sabe-se que:}\quad \frac{V_P}{V_S} = \frac{N_P}{N_S} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{(N_1 + N_2)}{N_2}$$

$$\textbf{Como } P_P = P_S \Rightarrow V_P I_P = V_S I_S \Rightarrow \frac{V_P}{V_S} = \frac{I_S}{I_P} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{(N_1 + N_2)}$$

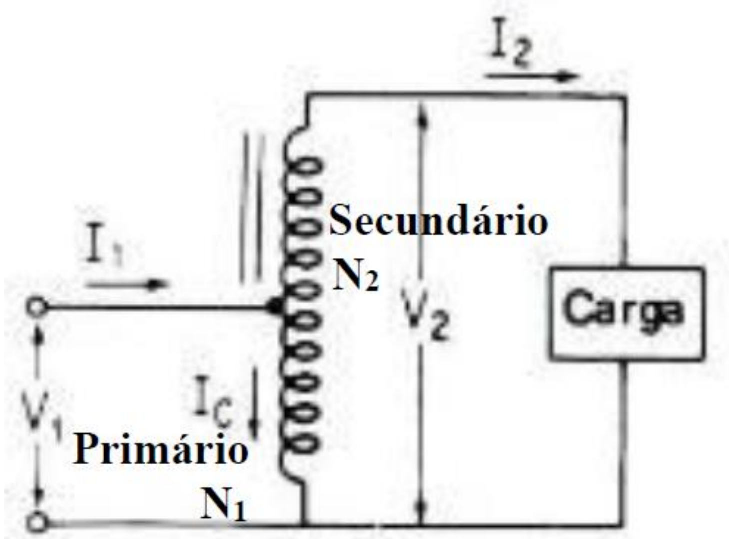
b)

$$\begin{cases} V_1 = 100\angle 0^o \\ N_1 = 1000 \\ N_2 = 400 \end{cases}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{(N_1 + N_2)}{N_2} \Rightarrow V_2 = \frac{N_2}{(N_1 + N_2)} V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{400}{(1000 + 400)}(100\angle 0^o) \Rightarrow V_2 = 28{,}57\angle 0^o \ \ V$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{(N_1 + N_2)} \Rightarrow I_2 = \frac{(N_1 + N_2)}{N_2} I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{(1000 + 400)}{400}(4\angle 30^o) \Rightarrow I_2 = 14\angle 30^o \ A$$

Exercício: Seja o Autotransformador elevador dado a seguir.



Considerando que **V_1 = 120 ∟30º**, **N_1 = 80**, **N_2 = 120** e que a carga seja igual a **Z_L = 8 + j6 (Ω)**, determinar:

a) a corrente **I_1**; b) a corrente **I_2**; c) a corrente **I_C**; d) a potência complexa fornecida **S** pela carga.

Transformador Ideal – CC

O transformador somente apresentará tensão no **estágio permanente** em seu secundário se for aplicada uma **tensão CA** em seu primário (e vice-versa). Ao se aplicar uma **tensão CC** no primário de um transformador **não haverá tensão no secundário no estágio permanente**. **A aplicação de uma tensão CC no primário de um transformador somente induzirá tensão no secundário do mesmo no estágio transitório**. Isto ocorre porque o transformador só funciona com tensão variável. É preciso que a tensão varie no primário para que alguma tensão seja induzida no secundário.

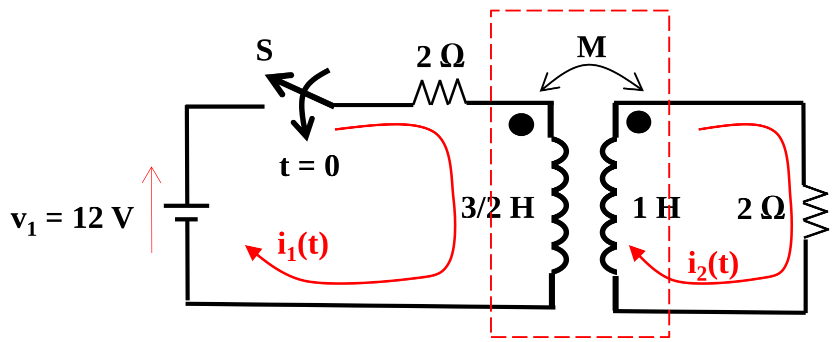
Considerando que a impedância $\mathbf{Z_b}$ da bobina do primário é dada por $\mathbf{Z_b = R_b + jX_b}$ e que $\mathbf{X_b = wL_b}$, para **CC** temos que $\mathbf{w = 0}$ no estágio estacionário implicando em $\mathbf{X_b = 0}$. Assim sendo, no **estágio permanente** temos somente $\mathbf{Z_b = R_b}$ para a impedância da bobina. Daí, aplicando-se uma **fonte CC** ao primário do transformador, coloca-se a fonte em um "**quase curto-circuito**", pois para a fonte CC o enrolamento primário será somente um "**resistor**" ($\mathbf{R_b}$) dado pelo condutor da bobina com valores de resistência extremamente baixos.

Conclusão

"Ao se aplicar **tensão CC** no primário do transformador, a tensão induzida no secundário do mesmo ocorrerá somente no **estágio transitório**, não havendo assim indução no secundário no estágio permanente!"

Circuitos com Transformador em CC

Seja o circuito:



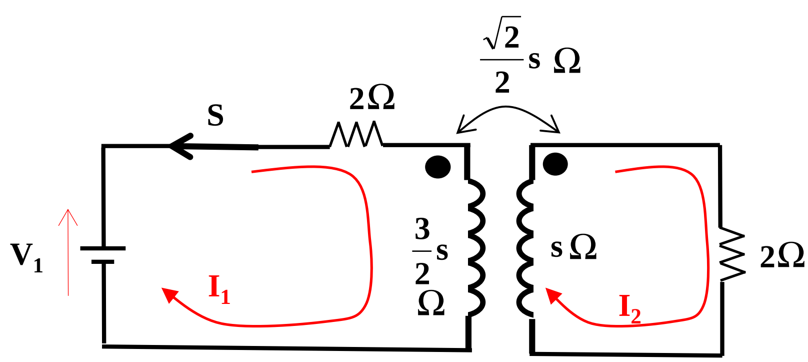
Calcular $\mathbf{i_1(t)}$ **e** $\mathbf{i_2(t)}$ para $\mathbf{t > 0}$.

Dados que: $\mathbf{M} = \frac{\sqrt{2}}{2}\ \mathbf{(H)}\mathbf{;}\ \mathbf{i}_1(0^-) = \mathbf{i}_2(0^-) = 0.$

$$\textbf{Como } \mathbf{v_1} \textbf{ é cc} \Rightarrow \mathbf{i_{2f} = 0} \ ; \ \textbf{só existirá } \mathbf{i_{2n}}. \quad \begin{cases} \mathbf{i_{2f}} = \textbf{resposta forçada} \\ \mathbf{i_{2n}} = \textbf{resposta natural} \end{cases}$$

Também sabemos que : $\mathbf{i_1(0^+) = i_2(0^+) = 0}$ **(indutor).**

Circuito Fasorial:



Aplicando a **LKT** nas malhas do primário e do secundário:

$$\begin{cases} V_1 = \left(\frac{3}{2}s + 2\right)\ I_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}sI_2 \\ 0 = -\frac{\sqrt{2}}{2}sI_1 + (s+2)I_2 \end{cases}$$

Daí: $\quad H(s) = \frac{I_2}{V_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\frac{s}{(s+1)(s+4)}\right] \quad ; \quad G(s) = \frac{I_1}{V_1} = \frac{(s+2)}{(s+1)(s+4)} \quad$ e $\quad V_1 = \frac{12}{s}$

Pólos: $\quad s_1 = -1 \quad$ e $\quad s_2 = -4$

A resposta natural (transitória) será: $\quad i_{2n} = A_1e^{-t} + A_2e^{-4t}$

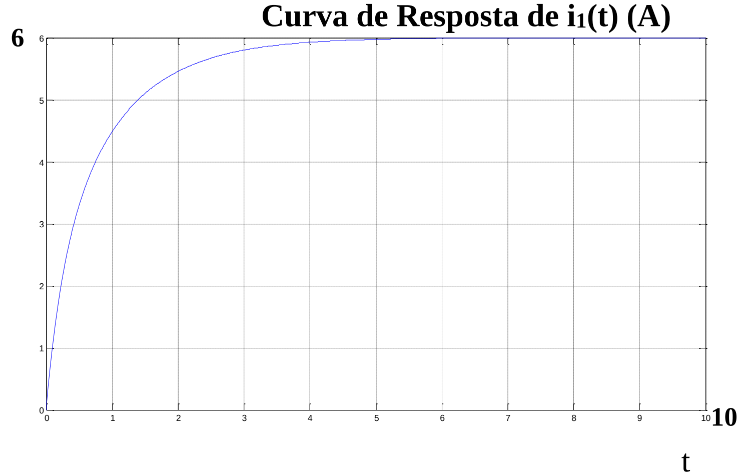
Através das condições iniciais: $\begin{cases} 12 = (2 \times 0) + \left(\frac{3}{2}\right)\left[\frac{di_1(0^+)}{dt}\right] - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left[\frac{di_2(0^+)}{dt}\right] \\ 0 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left[\frac{di_1(0^+)}{dt}\right] + \left[\frac{di_2(0^+)}{dt}\right] + (2 \times 0) \end{cases} \quad \therefore$

$\therefore \frac{di_2(0^+)}{dt} = 6\sqrt{2} \quad \left({}^{A}/_{s}\right)$

Então: $\quad A_1 = 2\sqrt{2} \quad$ e $\quad A_2 = -2\sqrt{2}$

Finalmente: $\quad i_1(t) = 6 - (2e^{-4t} + 4e^{-t})\ (A) \quad$ e $\quad i_2(t) = 2\sqrt{2}(e^{-t} - e^{-4t}) \quad (A)$

Curva de Resposta de $i_1(t)$ (A)



Curva de Resposta de $i_2(t)$ (A)