

# ELT221 - Circuitos Elétricos II

Prof. Tarcísio Pizziolo

## Aula 2

### 2) Função de Transferência (Função de Rede)

Função de Transferência é definida como a relação entre o **FASOR resposta** (saída) e o **FASOR de excitação** (entrada) do circuito considerando uma única entrada e uma única saída e que as condições iniciais do circuito sejam iguais a zero.

Outra definição para Função de Transferência é dada utilizando-se a *Transformada de Laplace*  $\mathcal{L}\{\cdot\}$ , sendo a relação entre a  $\mathcal{L}\{\text{saída}\}$  pela  $\mathcal{L}\{\text{entrada}\}$  considerando uma única entrada e uma única saída e que as condições iniciais do circuito também sejam iguais a zero.

Seja a **EDOL** que descreve a relação entrada e saída de um circuito com entrada  $x(t)$  (tensão ou corrente) e saída  $y(t)$  (tensão ou corrente).

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{(n-1)} \frac{d^{(n-1)} y}{dt^{(n-1)}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{(m-1)} \frac{d^{(m-1)} x}{dt^{(m-1)}} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x$$

Pela definição de **Função de Transferência** e utilizando **Fasores** temos que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Para } v(t) \Rightarrow \dot{V} = \text{Re al} [V_m e^{j\varphi} e^{(\sigma+j\omega)t}] = \text{Re al} [V_m e^{j\varphi} e^{st}] \\ \text{Para } \frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow \frac{d\dot{V}}{dt} = \frac{d}{dt} \{ \text{Re al} [V_m e^{j\varphi} e^{st}] \} = s \{ \text{Re al} [V_m e^{j\varphi} e^{st}] \} = s \dot{V} \\ \text{Para } \frac{d^2 v(t)}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 \dot{V}}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{d}{dt} \{ \text{Re al} [V_m e^{j\varphi} e^{st}] \} \right\} = s^2 \dot{V} \\ \vdots \\ \text{Para } \frac{d^n v(t)}{dt^n} \Rightarrow \frac{d^n \dot{V}}{dt^n} = \frac{d^n}{dt^n} \left\{ \frac{d}{dt} \{ \text{Re al} [V_m e^{j\varphi} e^{st}] \} \right\} = s^n \dot{V} \end{array} \right.$$

Daí:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{(n-1)} \frac{d^{(n-1)} y}{dt^{(n-1)}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y &= b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{(m-1)} \frac{d^{(m-1)} x}{dt^{(m-1)}} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x \Rightarrow \\ \Rightarrow a_n s^n \dot{Y} + a_{(n-1)} s^{(n-1)} \dot{Y} + \dots + a_1 s \dot{Y} + a_0 \dot{Y} &= b_m s^m \dot{X} + b_{(m-1)} s^{(m-1)} \dot{X} + \dots + b_1 s \dot{X} + b_0 \dot{X} \Rightarrow \\ \Rightarrow (a_n s^n + a_{(n-1)} s^{(n-1)} + \dots + a_1 s + a_0) \dot{Y} &= (b_m s^m + b_{(m-1)} s^{(m-1)} + \dots + b_1 s + b_0) \dot{X} \Rightarrow \end{aligned}$$

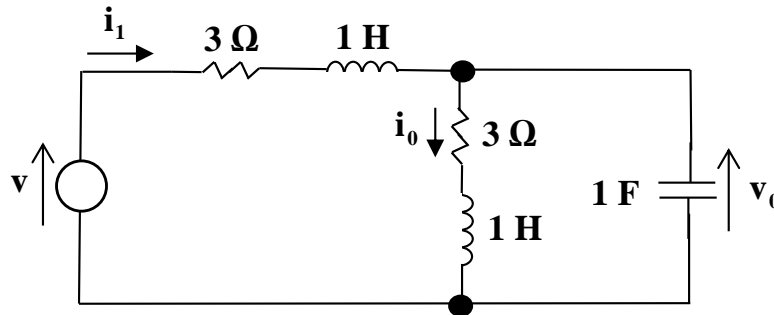
$$\begin{array}{l} \text{Fasor Saída} \Rightarrow \dot{Y}(s) = \frac{(b_m s^m + b_{(m-1)} s^{(m-1)} + \dots + b_1 s + b_0)}{(a_n s^n + a_{(n-1)} s^{(n-1)} + \dots + a_1 s + a_0)} \Rightarrow F(s) = \frac{(b_m s^m + b_{(m-1)} s^{(m-1)} + \dots + b_1 s + b_0)}{(a_n s^n + a_{(n-1)} s^{(n-1)} + \dots + a_1 s + a_0)} \\ \text{Fasor Entrada} \Rightarrow \dot{X}(s) \end{array}$$

O polinômio do denominador é denominado “**Polinômio Característico**” dado que seus coeficientes advêm dos parâmetros **R**, **L** e **C** que descrevem do circuito.

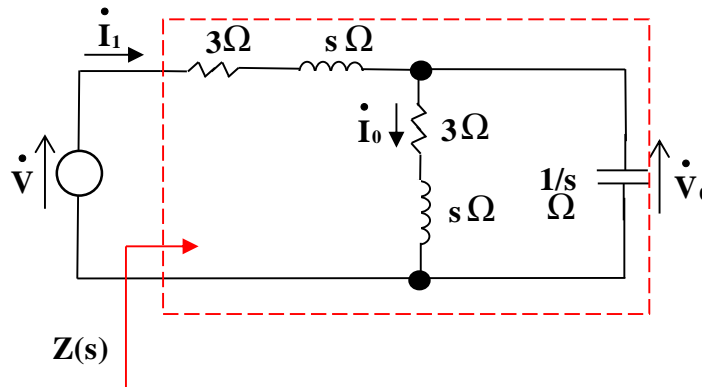
**Importante:** Transformando o circuito do domínio do tempo  $t$  para o domínio da frequência  $s$  aplicando Fasores, permite-nos determinar a Função de Transferência  $F(s)$ , a qual descreve a relação entrada e saída do circuito, através dos métodos de resolução de circuito elétricos lineares.

**Exemplo:** Considerando  $v$  como a entrada do circuito, determine a **Função de Transferência**  $F(s)$  se a resposta do circuito for:

- a)  $i_1$
- b)  $i_0$
- c)  $v_0$



Circuito no domínio da frequência  $s$ :



$$\begin{aligned} \text{a) } F(s) &= \frac{I_1(s)}{V(s)}; \quad I_1(s) = \frac{V(s)}{Z(s)}; \quad Z(s) = (3 + s) + \frac{(3 + s) \times \left(\frac{1}{s}\right)}{\left(3 + s + \frac{1}{s}\right)} = (3 + s) + \frac{(3 + s)}{(3s + s^2 + 1)} \Rightarrow \\ \Rightarrow Z(s) &= \frac{(9s + 3s^2 + 3 + 3s^2 + s^2 + s + 3 + s)}{(3s + s^2 + 1)} \Rightarrow Z(s) = \frac{(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)}{(s^2 + 3s + 1)}; \end{aligned}$$

$$F(s) = \frac{V(s)}{V(s)} = \frac{1}{Z(s)} \Rightarrow F(s) = \frac{(s^2 + 3s + 1)}{(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)} \Rightarrow F(s) = \frac{(s^2 + 3s + 1)}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)} \leftarrow$$

$$\text{b) } F(s) = \frac{I_0(s)}{V(s)}; \quad I_0(s) = \frac{\frac{1}{s}}{\left(3 + s + \frac{1}{s}\right)} \times I_1(s) = \frac{1}{(s^2 + 3s + 1)} \times \frac{V(s)}{Z(s)} \Rightarrow$$

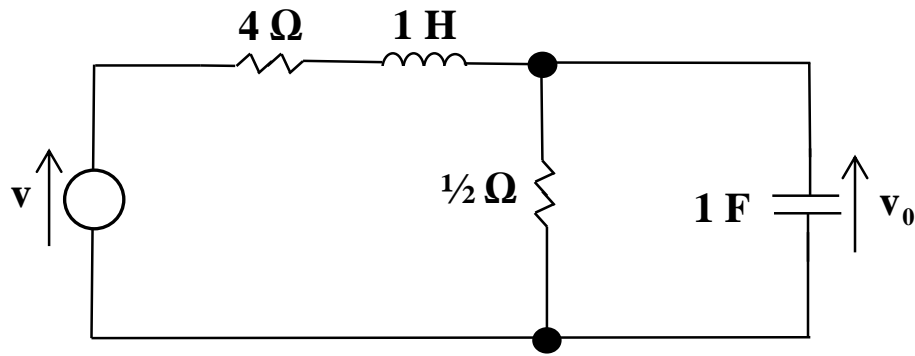
$$\Rightarrow I_0(s) = \frac{1}{(s^2 + 3s + 1)} \times \frac{V(s)(s^2 + 3s + 1)}{(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)} \Rightarrow F(s) = \frac{I_0(s)}{V(s)} \Rightarrow F(s) = \frac{1}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)} \leftarrow$$

$$\text{c) } F(s) = \frac{V_0(s)}{V(s)}; \quad V_0(s) = (3 + s)I_0(s) = \frac{(s + 3)V(s)}{(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)} \Rightarrow \frac{V_0(s)}{V(s)} = \frac{(s + 3)}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F(s) = \frac{(s + 3)}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)} \leftarrow$$

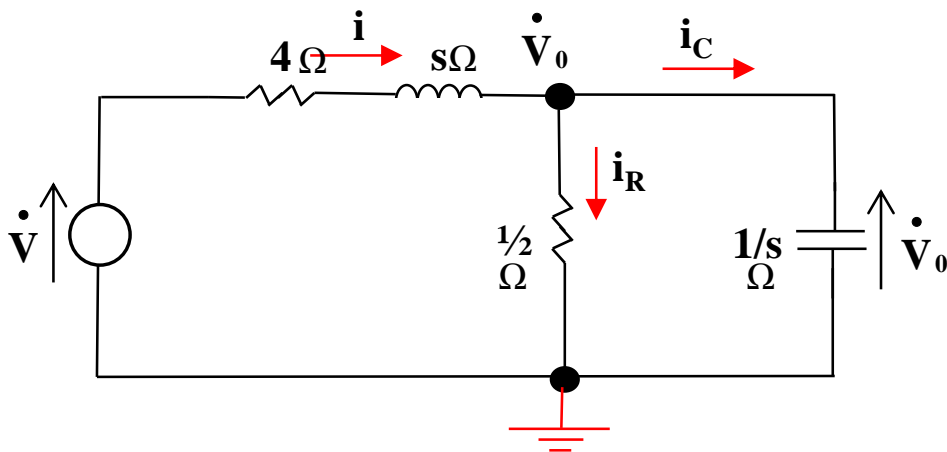
**Importante:** Todas as Funções de Transferência associadas a um circuito possuem o mesmo polinômio característico (denominador de  $F(s)$ ).

**Exemplo:** Seja o circuito dado a seguir com  $v(t) = 3 + 10\cos(t) + 3\cos(3t + 30^\circ)$  (V):



- a) Determine sua Função de Transferência  $F(s) = \frac{\dot{V}_0(s)}{\dot{V}(s)}$ .
- b) Determine a tensão  $v_0$  de saída em estado permanente.

Circuito no domínio da frequência  $s$ .



Como a fonte  $v(t)$  possui três frequências diferentes ( $s = 0$ ,  $s = j1$  e  $s = j3$ ), deve-se aplicar o **Teorema da Superposição** considerando cada frequência para uma fonte independente. Então:

$$\dot{V} = \dot{V}_1 \Big|_{s=0} + \dot{V}_2 \Big|_{s=1} + \dot{V}_3 \Big|_{s=3} \Rightarrow \dot{V} = 3\angle 0^\circ \Big|_{s=0} + 10\angle 0^\circ \Big|_{s=j1} + 3\angle 30^\circ \Big|_{s=j3}$$

a) Aplicando a LKC:

$$\begin{aligned} i = i_R + i_C &\Rightarrow \frac{(\dot{V} - \dot{V}_0)}{(4 + s)} = \frac{\dot{V}_0}{\frac{1}{2}} + \frac{\dot{V}_0}{\frac{1}{s}} \Rightarrow \frac{\dot{V}}{(4 + s)} - \frac{\dot{V}_0}{(4 + s)} = 2\dot{V}_0 + s\dot{V}_0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\dot{V}}{(s + 4)} = 2\dot{V}_0 + s\dot{V}_0 + \frac{\dot{V}_0}{(s + 4)} \Rightarrow \left[ \frac{1 + 2(s + 4) + s(s + 4)}{(s + 4)} \right] \dot{V}_0 = \frac{\dot{V}}{(s + 4)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow (s^2 + 6s + 9) \dot{V}_0 = \dot{V} \Rightarrow \frac{\dot{V}_0}{\dot{V}} = \frac{1}{(s^2 + 6s + 9)} \Rightarrow F(s) = \frac{1}{(s^2 + 6s + 9)} \end{aligned}$$

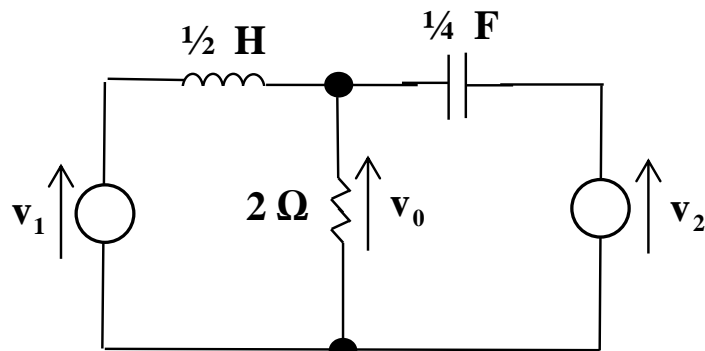
b) A saída  $v_0(t)$  no estado permanente pode ser calculada aplicando a **Função de Transferência** do circuito para cada entrada com sua respectiva frequência somando-as em seguida.

$$\begin{aligned} \frac{\dot{V}_0}{\dot{V}} &= \frac{1}{(s^2 + 6s + 9)} \Rightarrow \dot{V}_0 = \frac{\dot{V}}{(s^2 + 6s + 9)} \Rightarrow \dot{V}_0 = \underbrace{\frac{1}{(s^2 + 6s + 9)} \Big|_{s=0}}_{\text{Saída contínua}} \dot{V}_1 + \underbrace{\frac{1}{(s^2 + 6s + 9)} \Big|_{s=j1}}_{\text{Saída senoidal com } s=1} \dot{V}_2 + \\ &+ \underbrace{\frac{1}{(s^2 + 6s + 9)} \Big|_{s=j3}}_{\text{Saída senoidal com } s=3} \dot{V}_3 \Rightarrow \dot{V}_0 = \frac{1}{(s^2 + 6s + 9)} \Big|_{s=0} (3\angle 0^\circ) + \frac{1}{(s^2 + 6s + 9)} \Big|_{s=j1} (10\angle 0^\circ) + \\ &+ \frac{1}{(s^2 + 6s + 9)} \Big|_{s=j3} (3\angle 30^\circ) \Rightarrow \dot{V}_0 = \frac{1}{3} + \frac{1}{((j1)^2 + 6(j1) + 9)} \Big|_{s=j1} (10\angle 0^\circ) + \\ &+ \frac{1}{((j3)^2 + 6(j3) + 9)} \Big|_{s=j3} (3\angle 30^\circ) \Rightarrow \dot{V}_0 = \frac{1}{3} + \frac{(10\angle 0^\circ)}{(8 + j6)} + \frac{(3\angle 30^\circ)}{j18} \Rightarrow \dot{V}_0 = \frac{1}{3} + 1\angle -36,9^\circ + \frac{1}{6}\angle -60^\circ \end{aligned}$$

A resposta completa no domínio do tempo será:

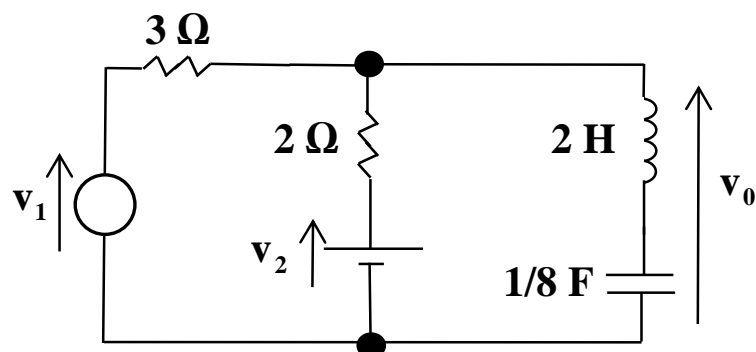
$$v_0(t) = \frac{1}{3} + \cos(t - 36,9^\circ) + \frac{1}{6} \cos(3t - 60^\circ) \quad (\text{V})$$

**Exercício:** Seja o circuito dado a seguir com  $v_1(t) = [2 + 2\cos(2t)]$  V e  $v_2(t) = 3\sin(2t)$  V



Determine a tensão  $v_0$  de saída em estado permanente.

**Exercício:** Seja o circuito dado a seguir com  $v_1(t) = [2\cos(2t) + \sin(4t)]$  V e  $v_2(t) = 10$  V



Determine a tensão  $v_0$  de saída em estado permanente.

## 2.1) Pólos e Zeros

Uma Função de Transferência  $F(s)$  é o quociente de dois polinômios em  $s$ . Supondo que esses dois polinômios sejam  $A(s)$  e  $B(s)$  expressos na forma fatorada a seguir:

$$F(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{(b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0)}{(a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0)} = K \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)}$$

Onde  $K = \frac{b_m}{a_n}$

Ao serem igualados a zero, o numerador de  $F(s)$  fornece raízes  $z_m$  e o denominador fornece raízes  $p_n$ . Às  $z_m$  raízes do numerador denomina-se “**Zeros**” e às  $p_n$  raízes do denominador denomina-se “**Pólos**”.

Ao igualar-se o “**Polinômio Característico**” de  $F(s)$  a zero tem-se a “**Equação Característica**”, a qual fornecerá os **Pólos**  $p_n$ .

### Importante:

$z_1, z_2, \dots, z_m$  são valores para os quais  $F(s)$  torna-se zero.

$p_1, p_2, \dots, p_n$  são valores para os quais  $F(s) \rightarrow \infty$ .

Os **Pólos** e **Zeros** podem ser representados em um plano complexo denominado “**Plano da Frequência Complexa**”. Como  $s = (\sigma + j\omega)$ , os eixos real e imaginário podem ser chamados de **eixo- $\sigma$**  e **eixo- $j\omega$** , respectivamente. **Pólos** são indicados com **cruzes** e **Zeros** por **círculos**.

O número de **Zeros** têm que ser igual ao número de **Pólos** em uma Função de Transferência  $F(s)$ . Caso haja diferença entre o número finito de **Zeros** e de **Pólos**, considera-se que a quantidade de **Pólos** ou **Zeros** faltante está no infinito.

**Exemplo:** Um dado circuito possui a seguinte Função de Transferência  $F(s)$ :

$$F(s) = \left[ \frac{6(s+1)(s^2+2s+2)}{s(s+2)(s^2+4s+13)} \right] \Rightarrow F(s) = \left[ \frac{6(s+1)(s+1+j1)(s+1-j1)}{s(s+2)(s+2+j3)(s+2-j3)} \right]$$

Esboçar o **Diagrama de Pólos e Zeros** para  $F(s)$ .

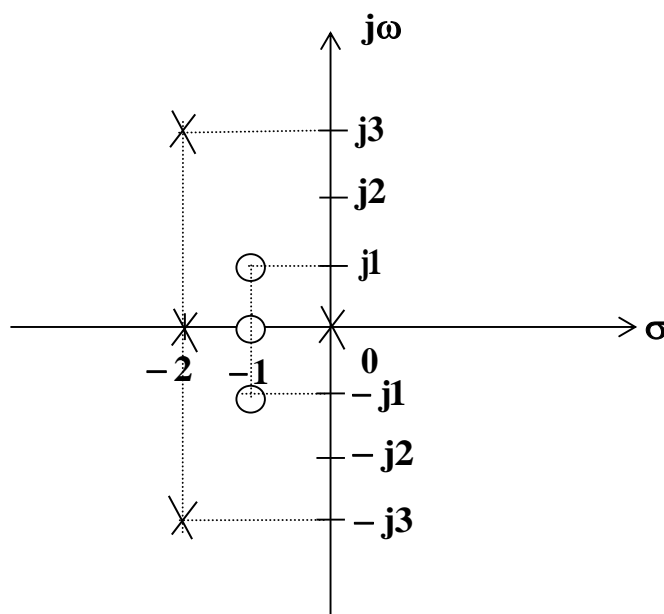
A  $F(s)$  possui 3 Zeros e 4 Pólos finitos. Então, um dos Zeros está localizado no infinito.

**Pólos:**  $p_1 = 0$ ;  $p_2 = -2$ ;  $p_3 = (-2 - j3)$  e  $p_4 = (-2 + j3)$

**Zeros:**  $z_1 = -1$ ;  $z_2 = (-1 - j1)$  e  $z_3 = (-1 + j1)$  e  $z_4$  no infinito!

### Diagrama de Pólos e Zeros

#### Plano $s$



#### Marcação no Diagrama:

Pólos:  $\times$

Zeros:  $\circ$

**Exemplo:** Se a equação diferencial a seguir representa a solução de um circuito, determine  $F(s)$  e esboce o Diagrama de Pólos e Zeros.

$$\frac{d^2 v_0}{dt^2} + 4 \frac{dv_0}{dt} + 13v_0 = 2 \frac{dv_i}{dt} + 4v_i$$

Aplicando Fasores:

$$\text{Para } v(t) \Rightarrow \dot{V} = \text{Re al} [V_m e^{j\varphi} e^{(\sigma + j\omega)t}] = \text{Re al} [V_m e^{j\varphi} e^{st}]$$

$$\text{Para } \frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow \frac{d\dot{V}}{dt} = \frac{d}{dt} \{ \text{Re al} [V_m e^{j\varphi} e^{st}] \} = s \{ \text{Re al} [V_m e^{j\varphi} e^{st}] \} = s \dot{V}$$

$$\text{Para } \frac{d^2 v(t)}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 \dot{V}}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{d}{dt} \{ \text{Re al} [V_m e^{j\varphi} e^{st}] \} \right\} = s^2 \dot{V}$$

Daí:

$$(s^2 + 4s + 13)V_0(s) = (2s + 4)V_i(s) \Rightarrow \frac{V_0(s)}{V_i(s)} = \frac{(2s + 4)}{(s^2 + 4s + 13)} \Rightarrow F(s) = \frac{(2s + 4)}{(s^2 + 4s + 13)}$$

A  $F(s)$  possui 2 Pólos e 1 Zero finitos.

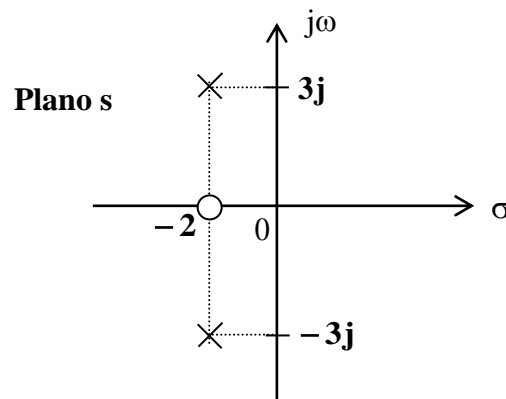
Diagrama de Pólos e Zeros

Pólos :

Raízes:

$$s = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 52}}{2} \quad \begin{cases} p_1 = (-2 + j3) \\ p_2 = (-2 - j3) \end{cases}$$

$$\text{Zeros : } 2s + 4 = 0 \Rightarrow z_1 = s_1 = -2 \text{ e } z_2 = s_2 \rightarrow \infty$$



**Exercício:** Construir o Plano da Frequência Complexa considerando que um dado circuito apresente a seguinte Função de Transferência  $F(s)$ ,

$$F(s) = \frac{(s + 3)(s^2 + s + 1)}{s(s + 1)(s^2 + 2s + 4)}$$

## 2.2) A Resposta Completa de Circuitos utilizando F(s)

A resposta completa de um circuito é a soma da resposta natural com a resposta forçada.

$$\mathbf{y(t) = y_n(t) + y_f(t)}$$

Seja a **EDOL** que descreve a relação entrada e saída de um circuito com entrada **x(t)** (tensão ou corrente) e saída **y(t)** (tensão ou corrente).

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{(n-1)} \frac{d^{(n-1)} y}{dt^{(n-1)}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{(m-1)} \frac{d^{(m-1)} x}{dt^{(m-1)}} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x$$

Pela **Função de Transferência** tem-se que:

$$F(s) = \frac{(b_m s^m + b_{(m-1)} s^{(m-1)} + \dots + b_1 s + b_0)}{(a_n s^n + a_{(n-1)} s^{(n-1)} + \dots + a_1 s + a_0)}$$

Por inspeção tem-se que os coeficientes do polinômio do denominador são os coeficientes do lado esquerdo da EDOL acima. Ou seja, os **Pólos** de **F(s)** serão determinados a partir da **Equação Característica** da EDOL dada.

**Resposta Natural:  $y_n(t)$**

A resposta natural é advinda de uma **EDOLH**, ou seja, na **EDOL** que descreve a relação entrada e saída do circuito faz-se a entrada igual a zero. Então:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{(n-1)} \frac{d^{(n-1)} y}{dt^{(n-1)}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = 0$$

Na resolução desta **EDOLH** obtém-se  $a_n \lambda^n + a_{(n-1)} \lambda^{(n-1)} + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0$  que representa a **Equação Característica** da EDOL.

Ao determinar as raízes desta **Equação Característica** obtém-se os **Pólos** da **F(s)** do circuito, os quais são as **Frequências Naturais** do circuito.

Assim, a resposta natural  **$y_n(t)$**  poderá ser obtida por:

$$y_n(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \dots + A_n e^{p_n t}$$

- *Se houver Frequência Natural com duplicidade, ou igual à frequência da fonte, deve-se eliminar a dependência linear.*

**Resposta Forçada:  $y_f(t)$**

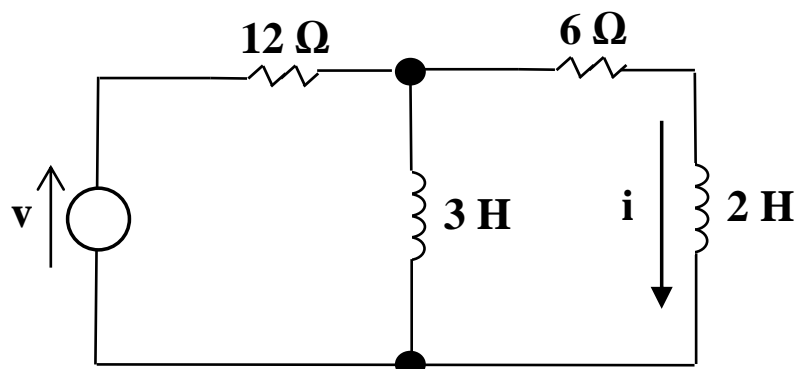
É determinada pela **Resposta Fasorial**, ou **Resposta em Estado Permanente**.

**Resposta Completa:**

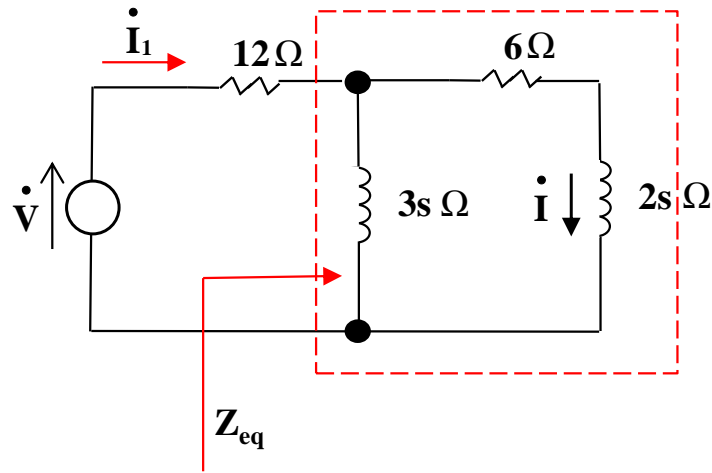
$$y(t) = y_n(t) + y_f(t) \Rightarrow y(t) = \underbrace{A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \dots + A_n e^{p_n t}}_{y_n(t)} + \underbrace{y_{\text{Fasorial}}(t)}_{y_f(t)}$$

**Exemplo:** Dado que  **$v(t) = 2e^{-2t} \cos(t)$  V**, calcular a **resposta completa** para  **$i(t)$** .

$$\dot{V}(s) = 2 \angle 0^\circ \quad e \quad s = (-2 + j1)$$



Circuito no domínio da frequência:



$$\dot{\mathbf{I}}(s) = \frac{3s}{(3s + 2s + 6)} \times \dot{\mathbf{I}}_1 = \frac{3s}{(5s + 6)} \times \underbrace{\frac{\dot{\mathbf{V}}(s)}{\{12 + \mathbf{Z}_{eq}\}}}_{\dot{\mathbf{I}}_1} \Rightarrow \dot{\mathbf{I}}(s) = \frac{3s}{(5s + 6)} \times \frac{\dot{\mathbf{V}}(s)}{\left\{12 + \frac{[3s(2s + 6)]}{(3s + 2s + 6)}\right\}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{\mathbf{I}}(s) = \frac{\dot{\mathbf{I}}(s)}{\dot{\mathbf{V}}(s)} = \frac{s}{2(s+1)(s+12)} \Rightarrow \text{pólos : } s_1 = -1 \text{ e } s_2 = -12 \Rightarrow i_n(t) = (A_1 e^{-t} + A_2 e^{-12t}) \text{ (A)}$$

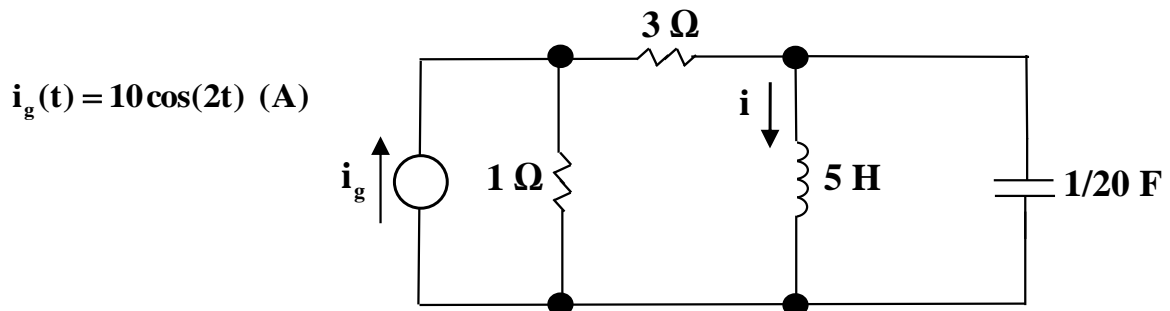
$$\text{Como } s = (-2 + j1) \Rightarrow \dot{\mathbf{I}}(s) = \frac{s \dot{\mathbf{V}}(s)}{2(s+1)(s+12)} \Rightarrow \dot{\mathbf{I}}(s) = \frac{s(2\angle 0^\circ)}{2(s+1)(s+12)} \Big|_{s=(-2+j1)} = \dot{\mathbf{I}}(s) = 0,16\angle 12,7^\circ$$

Então a Resposta Forçada será :  $i_f(t) = 0,16.e^{-2t} \cos(t + 12,7^\circ)$  (A)

A Resposta Completa é dada por :  $i(t) = A_1 e^{-t} + A_2 e^{-12t} + 0,16e^{-2t} \cos(t + 12,7^\circ)$  (A)

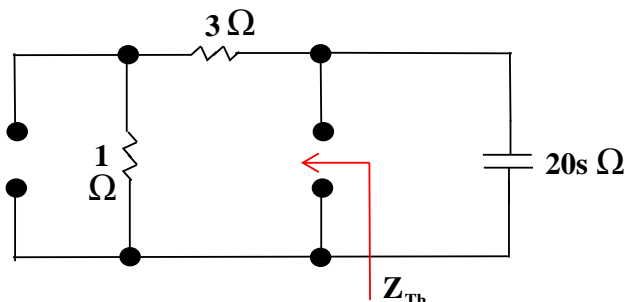
**Exemplo (Resolver por Norton):** Calcular a Resposta Completa  $i(t)$  para  $t > 0$ . Dados:  $i(0) = 0$

$$\text{e } \frac{di(0)}{dt} = 8 \text{ (A/s)}.$$



Aplica-se o Teorema de Norton.

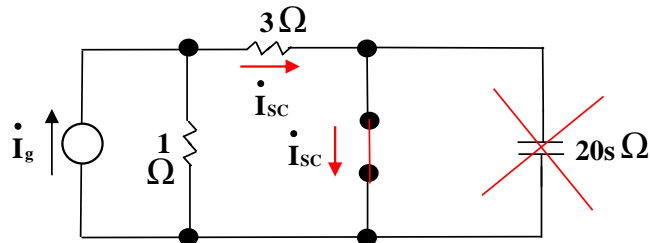
Cálculo da  $\mathbf{Z}_{Th}$ :



$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{4(\frac{20}{s})}{\left(4 + \frac{20}{s}\right)} \Rightarrow \mathbf{Z}_{Th} = \frac{80}{(4s + 20)} \Rightarrow \mathbf{Z}_{th} = \frac{20}{(s + 5)}$$



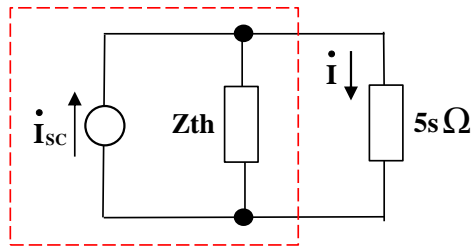
Cálculo da  $I_{sc}$ :



$$\dot{I}_g = 10\angle 0^\circ \text{ (A)}; s = (0 + j2)$$

$$\dot{I}_{sc} = \frac{1}{(1+3)} \dot{I}_g \Rightarrow \dot{I}_{sc} = \frac{1}{4} \dot{I}_g \Rightarrow \dot{I}_{sc} = \frac{1}{4} (10\angle 0^\circ) \Rightarrow \dot{I}_{sc} = \frac{5}{2} \text{ (A)}$$

Circuito de Norton:



$$\dot{I} = \left[ \frac{Z_{Th}}{(Z_{Th} + 5s)} \right] \dot{I}_{sc} \Rightarrow \dot{I} = \left[ \frac{\frac{20}{(s+5)}}{\left( \frac{20}{(s+5)} + 5s \right)} \right] \left( \frac{5}{2} \right) \Rightarrow$$

$$\dot{I} = \left[ \frac{\frac{20}{(s+5)}}{(5s^2 + 25s + 20)} \right] \left( \frac{5}{2} \right) \Rightarrow \dot{I} = \frac{10}{(s^2 + 5s + 4)}$$

Pólos :  $p_1 = -1$  e  $p_2 = -4 \Rightarrow i_n(t) = A_1 e^{-t} + A_2 e^{-4t} \text{ (A)}$ ;

$$I = \left. \frac{10}{(s^2 + 5s + 4)} \right|_{s=(0+j2)} \Rightarrow I = 1\angle 90^\circ \text{ (A)} \Rightarrow i_f(t) = \cos(2t - 90^\circ) \text{ (A)}$$

Daí:  $i(t) = A_1 e^{-t} + A_2 e^{-4t} + \sin(2t) \quad \therefore \quad \begin{cases} A_1 = 2 \\ A_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow i(t) = 2e^{-t} - 2e^{-4t} + \sin(2t) \text{ (A)}$

**Exercício:** Dado o circuito a seguir  $i(t) = 15e^{-5t}\cos(10t) \text{ (A)}$ . Calcular a **Resposta Completa**  $v(t)$  para  $t > 0$ . Dados:  $v(0) = 0$  e  $\frac{dv(0)}{dt} = 0$ .

