

# Escoamento Viscoso interno e incompressível



<http://flyadvisor.blogspot.com.br/2011/08/bellagio-fascinating-fountains-on-earth.html>

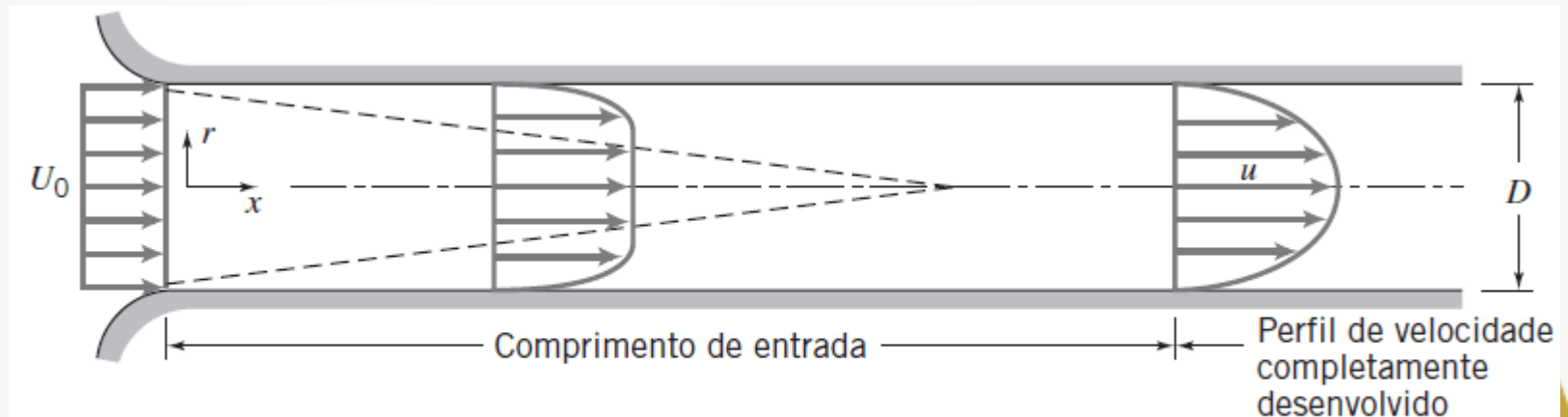
## Escoamento Viscoso interno e incompressível

São aqueles cujo escoamento é limitado por superfícies sólidas. Exemplo: escoamento no interior de tubulações, dutos, bocais, difusores, contrações e expansões, válvulas, etc. Estes escoamentos podem ser laminar ou turbulentos.

Um escoamento é incompressível quando o número de Mach  $< 0,3$ .  $M = 0,3$  no ar corresponde a uma velocidade de aproximadamente 100 m/s (por quê?).

*Exemplo de um escoamento interno laminar no interior de um tubo ( $Re < 2300$ )*

Observe a figura abaixo:



**Fig. 8.1** Escoamento na região de entrada de um tubo.



Na entrada do tubo a velocidade é uniforme  $U_0$ . Uma camada limite desenvolve-se ao longo das paredes do tubo a partir da entrada. Como a superfície sólida exerce uma força cisalhante retardante sobre o escoamento, a velocidade do fluido próximo a superfície é reduzida (**observe o perfil de velocidade**). Observe que este efeito é tanto maior à medida que o fluido se afasta da região de entrada, até atingir um perfil de velocidade **completamente desenvolvido**. O comprimento entre a entrada até o ponto onde inicia o *escoamento completamente desenvolvido* chama-se *comprimento de entrada* ( $L$ ).

Para escoamento laminar  $L$  é dado por:

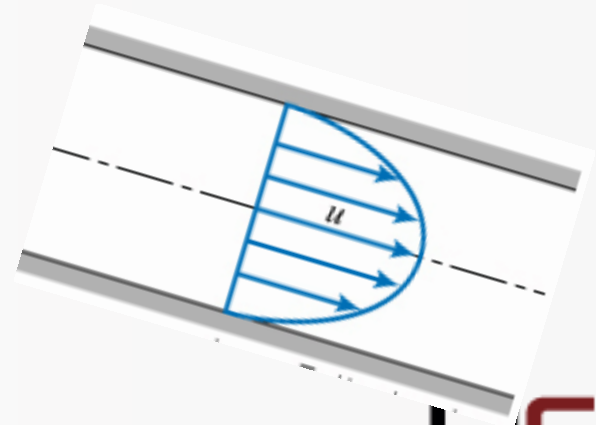
$$\frac{L}{D} \cong 0,06 \frac{\rho \bar{V} D}{\mu}$$

## ESCOAMENTO LAMINAR COMPLETAMENTE DESENVOLVIDO EM UM TUBO

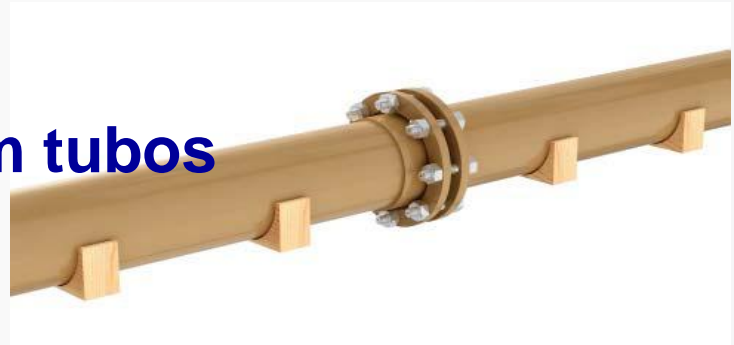
Este tipo de escoamento apresenta certo comportamento podendo, portanto, ser modelado por meio de equações diferenciais que permite calcular:

$$Q = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot D^4}{128 \cdot \mu \cdot L}$$

$$\frac{u}{U} = 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2$$



## Escoamento de fluidos real em tubos



Durante o escoamento de fluidos no interior de tubos verifica-se queda de pressão (perdas de pressão) devido ao atrito. Estas perdas são divididas em:

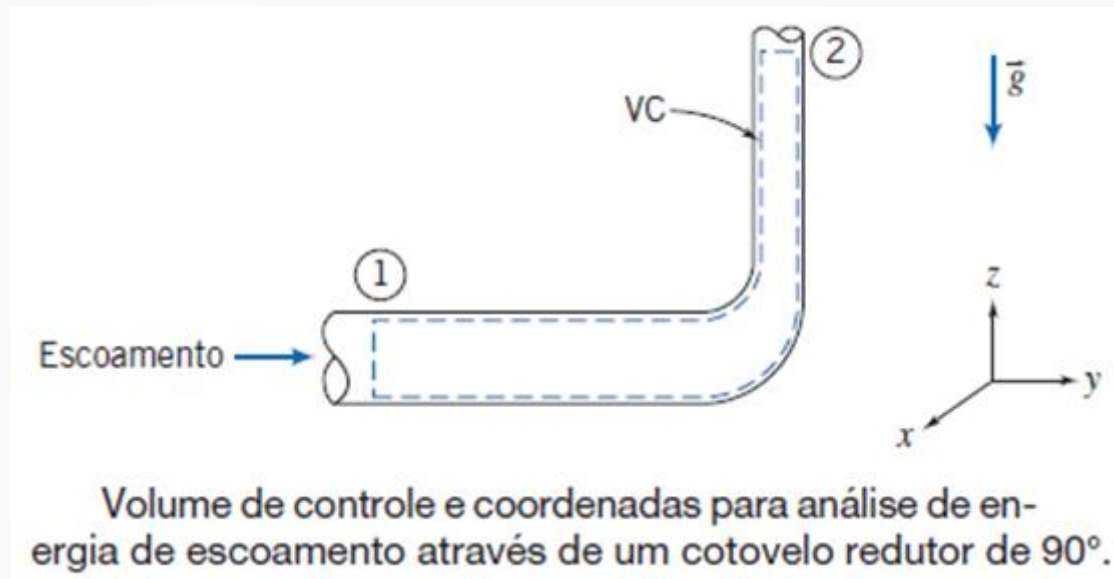
**Perda maiores ou principal ( $h_l$ ):** causada pelo atrito ao longo do comprimento da tubulação de área constante num escoamento completamente desenvolvido;

**Perdas menores ou secundárias ( $h_{lm}$ ):** causadas devido a presença de joelhos, derivações, registros, válvulas, têes, etc.

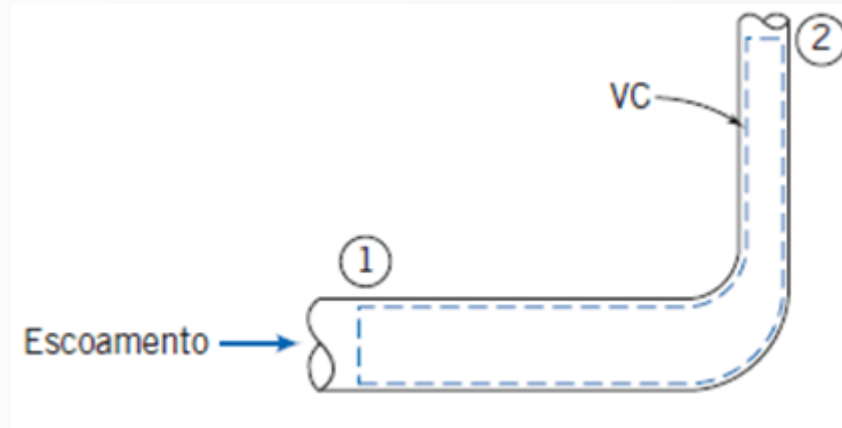
## ENERGIA NO ESCOAMENTO EM TUBOS

Durante o escoamento viscoso a energia mecânica do fluido diminui devido ao atrito, fazendo com que a LE (que representa a energia mecânica total do fluido - “de pressão”, cinética e potencial) diminui na direção do escoamento.

### Aplicação da equação da Primeira Lei da Termodinâmica num escoamento viscoso



$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_{\text{shear}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{CV}} e \rho dV + \int_{\text{CS}} \left( u + pv + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$



Considerações:

- 1 –  $W_s = 0$ ;  $W_{\text{outros}} = 0$
- 2 –  $W_{\text{cis}} = 0$
- 3 – Escoamento permanente
- 4- Escoamento incompressível
- 5- Energia interna e pressão uniformes nas seções 1 e 2;
- 6- Velocidade **não uniformes** nas seções 1 e 2. **Por quê?**

$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_{\text{shear}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{cv}} e/\rho \, dV + \int_{\text{cs}} \left( u + pv + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q} = \dot{m}(u_2 - u_1) + \dot{m} \left[ \frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} \right] + \dot{m}g(z_2 - z_1) \\ + \int_{A_2} \frac{V_2^2}{2} \rho V_2 \, dA_2 - \int_{A_1} \frac{V_1^2}{2} \rho V_1 \, dA_1 \end{aligned}$$

Como resolver a integral se a velocidade não é uniforme?



## Coeficiente de energia cinética ( $\alpha$ )

$$\int_A \frac{V^2}{2} \rho V dA = \alpha \int_A \frac{\bar{V}^2}{2} \rho V dA = \alpha \dot{m} \frac{\bar{V}^2}{2} \quad (8.26a)$$

$$\alpha = \frac{\int_A \rho V^3 dA}{\dot{m} \bar{V}^2} \quad (8.26b)$$

- ✓ Para escoamento laminar no interior de um tubo  $\alpha = 2$ ;
- ✓ Para escoamento turbulento na maioria dos casos  $\alpha = 1$ .



## Escoamento de fluidos real em tubos



Durante o escoamento de fluidos no interior de tubos verifica-se queda de pressão (perdas de pressão) devido ao atrito. Estas perdas são divididas em:

**Perda maiores ou principal ( $h_l$ ):** causada pelo atrito ao longo do comprimento da tubulação de área constante num escoamento completamente desenvolvido;

**Perdas menores ou secundárias ( $h_{lm}$ ):** causadas devido a presença de joelhos, derivações, registros, válvulas, têes, etc.

## Perda de carga

Durante o escoamento de um fluido parte da energia mecânica é convertida em calor devido ao atrito e perdida para o meio. Esta perda é denominada perda de energia total. Quando expressa por unidade de massa é representada pelo símbolo  $h_{IT}$  (head loss total = perda de carga total). Então, entre duas seções de um tubo verifica-se pela equação da energia que:

$$\left( \frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} + gz_1 \right) - \left( \frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} + gz_2 \right) = h_{l_T}$$

Na equação da energia, quais termos estão sendo representados por  $h_{IT}$ ?

É comum expressar a perda de carga por unidade de peso do líquido escoando. Neste caso basta dividir a equação anterior por “g”:

$$\left( \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left( \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + z_2 \right) = \frac{h_{l_T}}{g} = H_{l_T}$$

## Cálculo da perda de carga

Fator de atrito (f)

Para um escoamento completamente desenvolvido numa tubulação de seção constante, a perda de carga pode ser determinada aplicando a equação da energia. Note que neste caso  $h_{lm} = 0$  e  $V_1$  e  $V_2$  são iguais, e caso o tubo esteja na horizontal ( $z_1 = z_2$ ), logo a equação se reduz a:

$$p_1 - p_2 = \frac{\Delta p}{\rho} = h_l$$

Ou seja, a perda de carga principal (maior) pode ser expressa como a perda de pressão entre duas seções do escoamento.

## Perda de carga em escoamento laminar

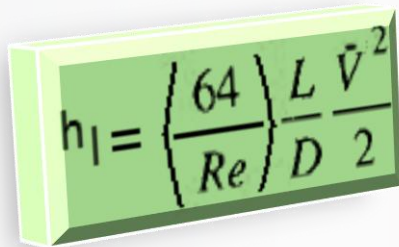
Como este tipo de escoamento possui certo comportamento, a perda de carga pode ser calculada analiticamente a partir da equação (veja dedução na página 303):

$$\Delta p = \frac{128\mu L Q}{\pi D^4} = \frac{128\mu L \bar{V}(\pi D^2/4)}{\pi D^4} = 32 \frac{L}{D} \frac{\mu \bar{V}}{D}$$

Como  $h_l = \Delta p/\rho$

Então:

$$h_l = 32 \frac{L}{D} \frac{\mu \bar{V}}{\rho D} = \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2} \left( 64 \frac{\mu}{\rho \bar{V} D} \right) = \left( \frac{64}{Re} \right) \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2}$$


$$h_l = \left( \frac{64}{Re} \right) \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2}$$

Perda de carga distribuída, principal ou maior para escoamento laminar

## Perda de carga em escoamento turbulento

Neste tipo de escoamento, na maioria dos casos, é impossível determinar a perda de carga analiticamente. A determinação é feita utilizando dados de ensaios experimentais. A experiência mostra que num escoamento turbulento completamente desenvolvido, a  $\Delta p$  depende de:

$$\Delta p = \Delta p(D, L, e, \bar{V}, \rho, \mu)$$

Tais experiências mostraram que a perda de carga é proporcional ao número de Reynold,  $L/D$ , e a rugosidade relativa  $e/D$ , podendo ser escrita como:

$$h_l = \frac{V^2}{2} \frac{L}{D} \phi_2 \left( R_e \frac{e}{D} \right)$$

A função desconhecida

$$\phi_2 \left( R_e, \frac{e}{D} \right)$$

é definida como o fator de atrito  $f$

$$f \equiv \phi_2(R_e, \frac{e}{D})$$

logo, a perda de carga distribuída por unidade de massa pode ser escrita como:

$$h_l = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2}$$

Onde  $f$  é conhecido como fator de atrito de DARCY (determinado experimentalmente)

A perda de carga pode ser expressa em m dividindo a expressão anterior por “g”.

$$H_l = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

O fator de atrito  $f$  é obtido no diagrama de Moody a partir do número de  $Re$  e da rugosidade relativa ( $e/D$ ).



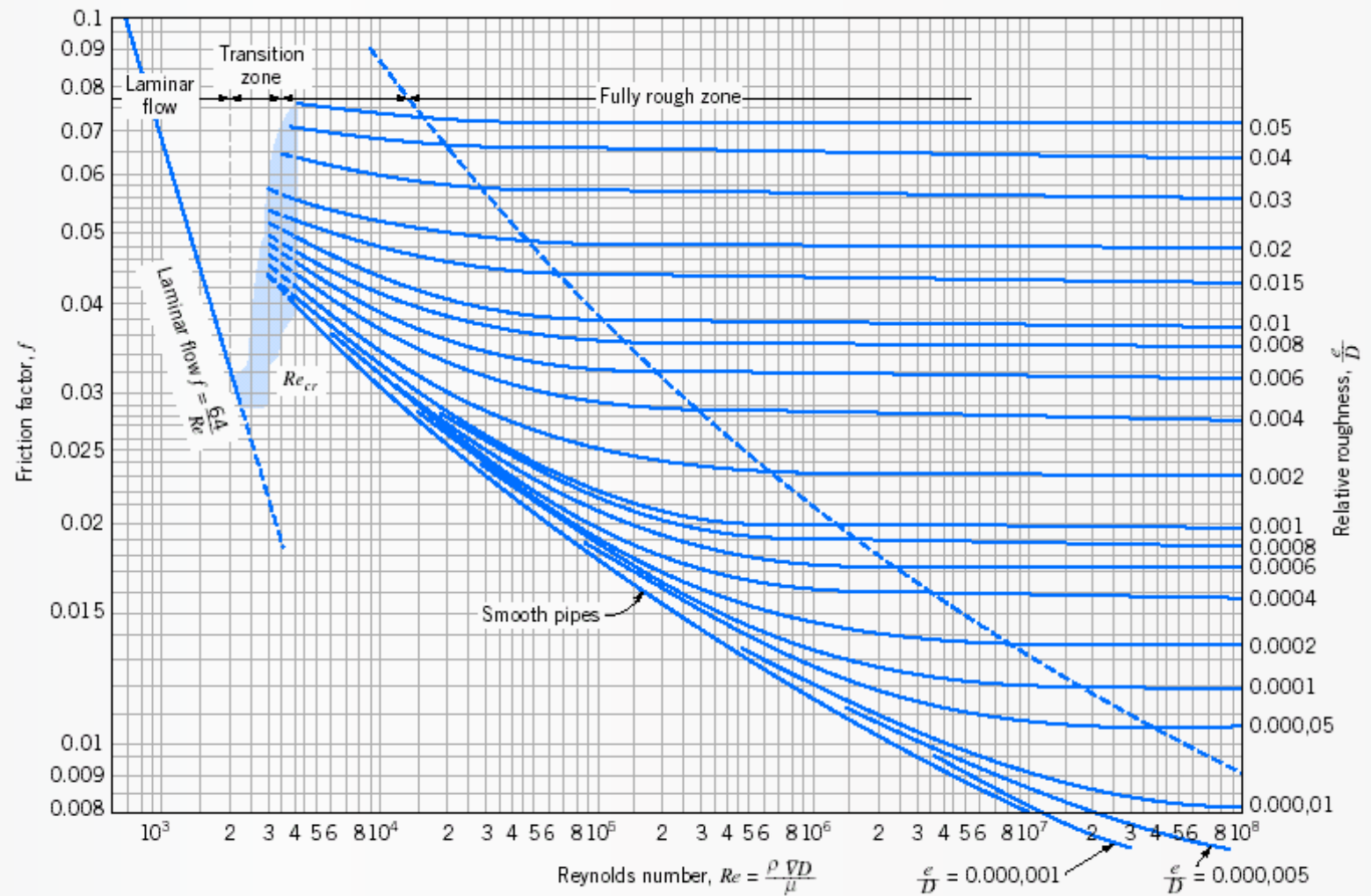


Fig. 8.12 Friction factor for fully developed flow in circular pipes. (Data from [8], used by permission.)

Para um escoamento laminar, o fator de atrito pode ser obtido comparando as equações:

$$h_l = \left( \frac{64}{Re} \right) \frac{L}{D} \frac{\tilde{V}^2}{2} \longleftrightarrow h_l = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2}$$

onde, então:

$$f_{\text{laminar}} = \frac{64}{Re}$$

### Equação de Colebrook

Em vez do uso de gráfico  $f$  pode ser calculado pela expressão:

$$\frac{1}{f} = -2. \log \left( \frac{\frac{e}{D}}{3,7} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

## Perdas de cargas localizadas - $h_{lm}$ (perdas menores)

A presença de curvas, joelhos, expansões, reduções, registros ao longo de uma tubulação causam perdas de carga no escoamento devido a separação do escoamento. Estas perdas são relativamente menores que a distribuídas quando se considera longos trechos retos de tubos de seção constante. As perdas localizadas são calculadas aplicando-se um coeficiente de perda ( $k$ ) sobre a energia cinética do fluido.

$$h_{lm} = k \frac{V^2}{2}$$

onde

$h_{lm}$  – perda de carga secundária (head loss minor);

$K$  – coeficiente de perda de carga (determinado experimentalmente para cada tipo de acessório);

A perda de carga secundária (localizadas) pode ser calculada em termos de um comprimento equivalente de um tubo reto ( $L_e$ ) que causaria a mesma perda de carga do acessório:

$$h_{lm} = f \frac{L_e}{D} \frac{V^2}{2}$$

Fitting Type	Equivalent Length, <sup>a</sup> $L_e/D$
Valves (fully open)	
Gate valve	8
Globe valve	340
Angle valve	150
Ball valve	3
Lift check valve: globe lift	600
angle lift	55
Foot valve with strainer: poppet disk	420
hinged disk	75
Standard elbow: 90°	30
45°	16
Return bend, close pattern	50
Standard tee: flow through run	20
flow through branch	60



## Equação da energia aplicada a uma bomba

Para um escoamento onde uma bomba fornece energia mecânica para o fluido, de modo aumentar a energia mecânica do escoamento, a equação da energia permite escrever (desprezando a transferência de calor e variação de energia interna):

$$\dot{W}_{bomba} = \dot{m} \left[ \left( \frac{p}{\rho} + \frac{\overline{V^2}}{2} + gz \right)_{descarga} - \left( \frac{p}{\rho} + \frac{\overline{V^2}}{2} + gz \right)_{sucção} \right]$$

Considere que:

- os diâmetros de sucção e recalque são iguais;
- a diferença de nível entre a entrada e saída da bomba é insignificante;

$$\dot{W}_{bomba} = Q \cdot \Delta p$$

## Equação de Bernoulli aplicada a Bombeamento

Para um escoamento onde uma bomba fornece energia mecânica para o fluido, de modo aumentar a energia mecânica do escoamento, a equação de Bernoulli pode ser escrita como:

$$\left( \frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} + gz_1 \right) - \left( \frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} + gz_2 \right) = h_{l_T} - \Delta h_{\text{bomba}}$$

Onde

$\Delta h_{\text{bomba}}$

é a altura de carga correspondente à energia mecânica que é transferida da bomba para o escoamento para compensar a perda de carga.

Analizando somente a bomba, suponha que:

- os diâmetros de sucção e recalque são iguais;
- a diferença de nível entre a entrada e saída da bomba é insignificante;
- transferência de calor e variação de energia interna no fluido são desprezíveis;

Então  $V_1 = V_2$ ,  $z_1 = z_2$  e

$$\left( \frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} \right) = \Delta h_{\text{bomba}}$$

$$\Delta h_{\text{pump}} = \frac{\Delta p_{\text{pump}}}{\rho}$$

Multiplicando ambos membros por  $\rho Q$ :

$$\Delta p \cdot Q = \rho \cdot Q \cdot \Delta h_{\text{bomba}}, \text{ onde } \dot{W} = Q \cdot \Delta p$$

ou

$$\dot{W} = \dot{m} \cdot \Delta h_{\text{bomba}}$$

$$\eta = \frac{\dot{W}_{\text{pump}}}{\dot{W}_{\text{in}}}$$

8.149

Um grande reservatório fornece água para a comunidade. **Uma parte** do sistema de abastecimento de água é mostrada. A água é bombeada de um reservatório para um grande tanque de armazenagem antes de ser enviada para a instalação de tratamento de água. O sistema é projetado para fornecer 1310 L/s de água a 20° C. De B para C, o sistema consiste de uma entrada de borda viva, 760 m de tubo, três válvulas de gaveta e quatro cotovelos de 45° e dois de 90°. A pressão manométrica em C é 197KPa. O sistema entre F e G contem 760m de tubo, duas válvulas de gaveta e quatro cotovelos de 90°. Todo o tubo é de ferro fundido de 508mm de diâmetro. **Calcule a velocidade média da água do tubo, a pressão manométrica na seção transversal em F e a potência de acionamento da bomba (sua eficiência é 80%)**

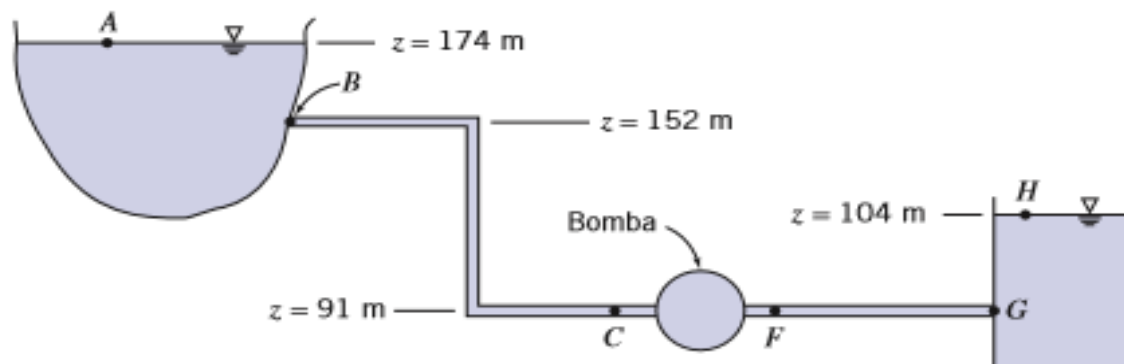


Fig. snº 42 Pág. 366

