

1.22 Uma máquina linear tem as seguintes características:

$B = 0,5 \text{ T}$ para dentro da página

$R = 0,25 \, \Omega$

$l = 0,5 \text{ m}$

$V_B = 120 \text{ V}$

- (a) Se uma carga de 20 N por aplicada a essa barra, opondo-se ao sentido do movimento, qual será a velocidade de regime permanente da barra?
- (b) Se a barra deslocar-se até uma região onde a densidade de fluxo cai para 0,45 T, que acontecerá com a barra? Qual será a velocidade final de regime permanente?
- (c) Agora suponha que V_B seja diminuída para 100 V com tudo mais permanecendo como na parte (b). Qual é a nova velocidade de regime permanente da barra?
- (d) Dos resultados das partes (b) e (c), quais são dois métodos de controlar a velocidade de uma máquina linear (ou um motor CC real)?

1.23 Para a máquina linear do Problema 1-22:

- (a) Quando essa máquina opera como um motor, calcule a velocidade da barra para cargas de 0 N a 30 N em passos de 5 N. Plote a velocidade da barra em função da carga.
- (b) Assuma que o motor está funcionando com uma carga de 30 N. Calcule e plote a velocidade da barra para as densidades de fluxo magnético de 0,3 T a 0,5 T em passos de 0,05 T.
- (c) Assuma que o motor funciona em condições de ausência de carga (a vazio) com uma densidade de fluxo de 0,5 T. Qual é a velocidade da barra? Agora aplique uma carga de 30 N à barra. Qual é a nova velocidade da barra? Que valor de densidade de fluxo seria necessário para fazer com que a velocidade da barra com carga fosse a mesma que ela tinha quando sem carga?

REFERÊNCIAS

- 1. Alexander, Charles K., and Matthew N. O. Sadiku: *Fundamentals of Electric Circuits*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, 2008.
- 2. Beer, F., and E. Johnston, Jr.: *Vector Mechanics for Engineers: Dynamics*, 7th ed., McGraw-Hill, New York, 2004.
- 3. Hayt, William H.: *Engineering Electromagnetics*, 5th ed., McGraw-Hill, New York, 1989.
- 4. Mulligan, J. F.: *Introductory College Physics*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1991.
- 5. Sears, Francis W., Mark W. Zemansky, and Hugh D. Young: *University Physics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1982.

Transformadores

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

- Compreender a finalidade de um transformador em um sistema de potência.
- Conhecer as relações de tensão, corrente e impedância nos enrolamentos de um transformador ideal.
- Compreender como os transformadores reais aproximam-se do funcionamento de um transformador ideal.
- Ser capaz de explicar como as perdas no cobre, o fluxo de dispersão, a histerese e as correntes parasitas são modeladas nos circuitos equivalentes de transformador.
- Usar um circuito equivalente de transformador para encontrar as transformações de tensão e corrente em um transformador.
- Ser capaz de calcular as perdas e a eficiência de um transformador.
- Ser capaz de deduzir o circuito equivalente de um transformador a partir de medidas.
- Compreender o sistema por unidade de medidas.
- Ser capaz de calcular a regulação de tensão de um transformador.
- Compreender o autotransformador.
- Compreender os transformadores trifásicos, incluindo casos especiais em que apenas dois transformadores são usados.
- Compreender as especificações nominais de um transformador.
- Compreender os transformadores de instrumentação – transformadores de potencial e transformadores de corrente.

Um *transformador* é um dispositivo que converte, por meio da ação de um campo magnético, a energia elétrica CA de uma dada frequência e nível de tensão em energia elétrica CA de mesma frequência, mas outro nível de tensão. Ele consiste em duas ou mais bobinas de fio enroladas em torno de um núcleo ferromagnético comum. Essas bobinas (usualmente) não estão conectadas diretamente entre si. A única conexão entre as bobinas é o fluxo magnético comum presente dentro do núcleo.

Um dos enrolamentos do transformador é ligado a uma fonte de energia elétrica CA e o segundo (e possivelmente um terceiro) enrolamento do transformador fornece energia às cargas. O enrolamento do transformador ligado à fonte de energia é denominado *enrolamento primário* ou *enrolamento de entrada* e o enrolamento conectado às cargas é denominado *enrolamento secundário* ou *enrolamento de saída*. Se houver um terceiro enrolamento, ele será denominado *enrolamento terciário*.

2.1 POR QUE OS TRANSFORMADORES SÃO IMPORTANTES À VIDA MODERNA?

O primeiro sistema de distribuição de energia elétrica dos Estados Unidos foi um sistema CC de 120 V inventado por Thomas A. Edison para fornecer energia a lâmpadas incandescentes. A primeira estação geradora de energia elétrica de Edison entrou em operação na cidade de Nova York em setembro de 1882. Infelizmente, seu sistema gerava e transmitia energia elétrica com tensões tão baixas que se tornavam necessárias correntes muito elevadas para fornecer quantidades significativas de energia. Essas correntes elevadas causavam quedas de tensão e perdas energéticas muito grandes nas linhas de transmissão, restringindo severamente a área de atendimento de uma estação geradora. Na década de 1880, as usinas geradoras estavam localizadas a poucos quarteirões umas das outras para superar esse problema. O fato de que, usando

sistemas de energia CC de baixa tensão, a energia não podia ser transmitida para longe significava que as usinas geradoras deveriam ser pequenas e localizadas pontualmente sendo, portanto, relativamente ineficientes.

A invenção do transformador e o desenvolvimento simultâneo de estações geradoras de energia CA eliminaram para sempre essas restrições de alcance e de capacidade dos sistemas de energia elétrica. Idealmente, um transformador converte um nível de tensão CA em outro nível de tensão sem afetar a potência elétrica real fornecida. Se um transformador elevar o nível de tensão de um circuito, ele deverá diminuir a corrente para manter a potência que chega ao dispositivo igual à potência que o deixa. Portanto, a energia elétrica CA pode ser gerada em um local centralizado, em seguida sua tensão é elevada para ser transmitida a longa distância, com perdas muito baixas, e finalmente sua tensão é abaixada novamente para seu uso final. Em um sistema de energia elétrica, as perdas de transmissão são proporcionais ao quadrado da corrente que circula nas linhas. Desse modo, usando transformadores, uma elevação da tensão de transmissão por um fator de 10 permitirá reduzir as perdas de transmissão elétrica em 100 vezes devido à redução das correntes de transmissão pelo mesmo fator. Sem o transformador, simplesmente não seria possível usar a energia elétrica em muitas das formas em que é utilizada hoje.

Em um sistema moderno de energia elétrica, a energia é gerada com tensões de 12 a 25 kV. Os transformadores elevam a tensão a um nível entre 110 kV e aproximadamente 1.000 kV para realizar a transmissão a longa distância com perdas muito baixas. Então, os transformadores abaixam a tensão para a faixa de 12 a 34,5 kV para fazer a distribuição local e finalmente permitir que a energia elétrica seja usada de forma segura em lares, escritórios e fábricas com tensões tão baixas quanto 120 V.

2.2 TIPOS E CONSTRUÇÃO DE TRANSFORMADORES

A finalidade principal de um transformador é a de converter a potência elétrica CA de um nível de tensão em potência elétrica CA de mesma frequência e outro nível de tensão. Os transformadores também são usados para outros propósitos (por exemplo, amostragem de tensão, amostragem de corrente e transformação de impedância). Contudo, este capítulo será dedicado primariamente ao transformador de potência.

Os transformadores de potência são construídos com um núcleo que pode ser de dois tipos. Um deles consiste em um bloco retangular laminado simples de aço com os enrolamentos do transformador envolvendo dois lados do retângulo. Esse tipo de construção é conhecido como *núcleo envolvido* e está ilustrado na Figura 2-2. O outro tipo consiste em um núcleo laminado de três pernas com os enrolamentos envolvendo a perna central. Esse tipo de construção é conhecido como *núcleo envolvente* e está ilustrado na Figura 2-3. Em ambos os casos, o núcleo é construído com lâminas ou chapas delgadas, eletricamente isoladas entre si para minimizar as correntes parasitas.

Em um transformador real, os enrolamentos primário e secundário envolvem um o outro, sendo o enrolamento de baixa tensão o mais interno. Essa disposição atende a dois propósitos:

1. Simplifica o problema de isolar o enrolamento de alta tensão do núcleo.
2. Resulta muito menos fluxo de dispersão do que seria o caso se os dois enrolamentos estivessem separados de uma distância no núcleo.

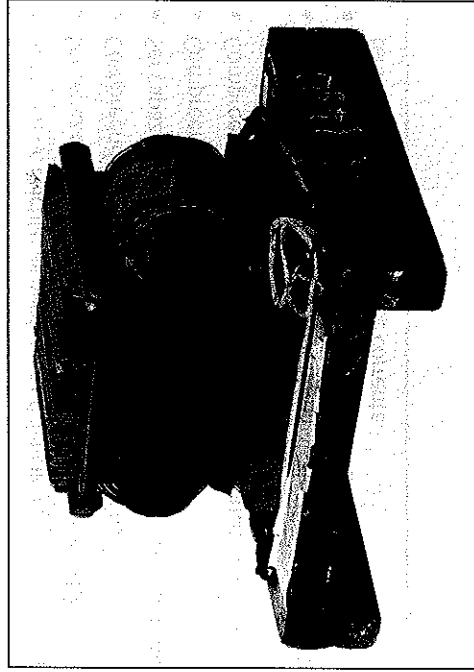


FIGURA 2-1
O primeiro transformador moderno prático, construído por William Stanley em 1885. Observe que o núcleo é constituído de chapas individuais de metal (lâminas). (Cortesia da General Electric Company.)

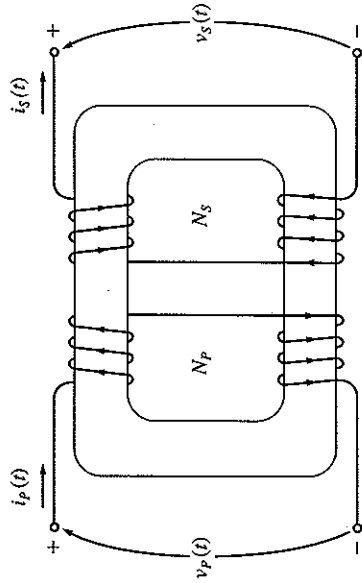


FIGURA 2-2
Construção de transformador do tipo núcleo envolvido.

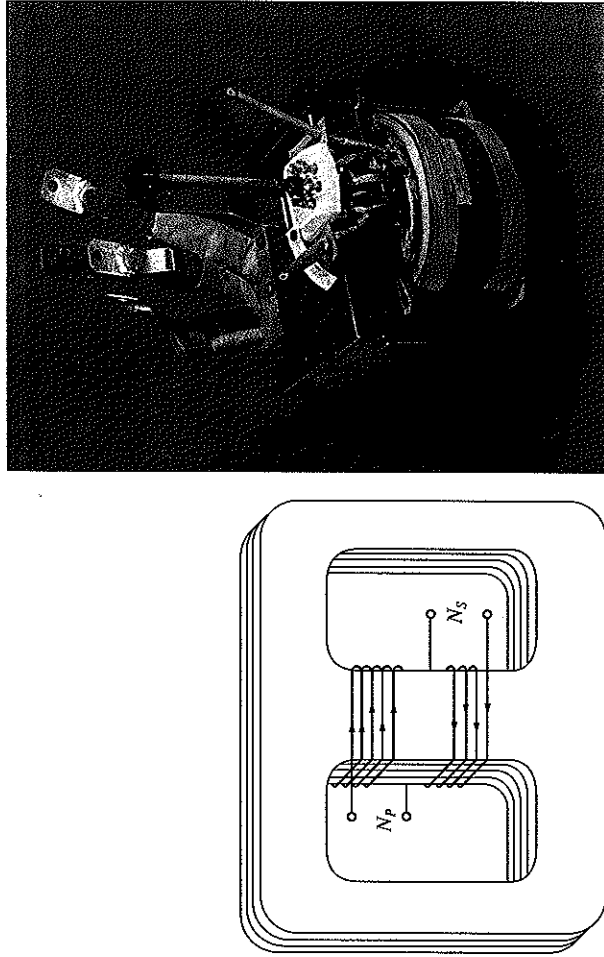


FIGURA 2-3
(a) Construção de transformador do tipo núcleo envolvente. (b) Um típico transformador de núcleo envolvente. (Cortesia da General Electric Company.)

Os transformadores de potência recebem diversos nomes, dependendo do uso que é feito nos sistemas de potência elétrica. Um transformador conectado à saída de uma unidade geradora e usado para elevar a tensão até o nível de transmissão (110 + kV) é denominado algumas vezes *transformador da unidade de geração*. Na outra extremidade da linha de transmissão, o denominado *transformador da subestação* abaixa a tensão do nível de transmissão para o nível de distribuição (de 2,3 a 34,5 kV). Finalmente,

o transformador que recebe a tensão de distribuição é denominado *transformador de distribuição*. Esse transformador abaixa a tensão de distribuição para o nível final, que é a tensão realmente utilizada (110, 127, 220 V, etc.). Todos esses dispositivos são essencialmente o mesmo – a única diferença entre eles está na finalidade da utilização.

Além dos diversos transformadores de potência, dois transformadores de finalidade especial são usados para medir a tensão e a corrente nas máquinas elétricas e nos sistemas de potência elétrica. O primeiro desses transformadores especiais é um dispositivo especialmente projetado para tomar uma amostra de alta tensão e produzir uma baixa tensão secundária que lhe é diretamente proporcional. Esse transformador é denominado *transformador de potencial*. Um transformador de potência também produz uma tensão secundária diretamente proporcional à sua tensão primária. A diferença entre um transformador de potencial e um de potência é que o transformador de potencial é projetado para trabalhar apenas com uma corrente muito pequena. O segundo tipo de transformador especial é um dispositivo projetado para fornecer uma corrente secundária muito menor do que, mas diretamente proporcional, sua corrente primária. Esse dispositivo é denominado *transformador de corrente*. Esses dois transformadores de finalidade especial serão discutidos em uma seção mais adiante deste capítulo.

2.3 O TRANSFORMADOR IDEAL

Um *transformador ideal* é um dispositivo sem perdas com um enrolamento de entrada e um enrolamento de saída. As relações entre a tensão de entrada e a tensão de saída e entre a corrente de entrada e a corrente de saída são dadas por duas equações simples. A Figura 2-4 mostra um transformador ideal.

O transformador mostrado na Figura 2-4 tem N_p espiras de fio no lado do enrolamento primário e N_s espiras de fio no lado do secundário. A relação entre a tensão $v_P(t)$ aplicada no lado do enrolamento primário do transformador e a tensão $v_S(t)$ produzida no lado do secundário é

$$\frac{v_P(t)}{v_S(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a \quad (2-1)$$

em que a é definido como a *relação de espiras* ou de *transformação* do transformador:

$$a = \frac{N_P}{N_S} \quad (2-2)$$

A relação entre a corrente $i_P(t)$ que entra no lado primário do transformador e a corrente $i_S(t)$ que sai do lado secundário do transformador é

$$N_P i_P(t) = N_S i_S(t) \quad (2-3a)$$

ou

$$\frac{i_P(t)}{i_S(t)} = \frac{1}{a} \quad (2-3b)$$

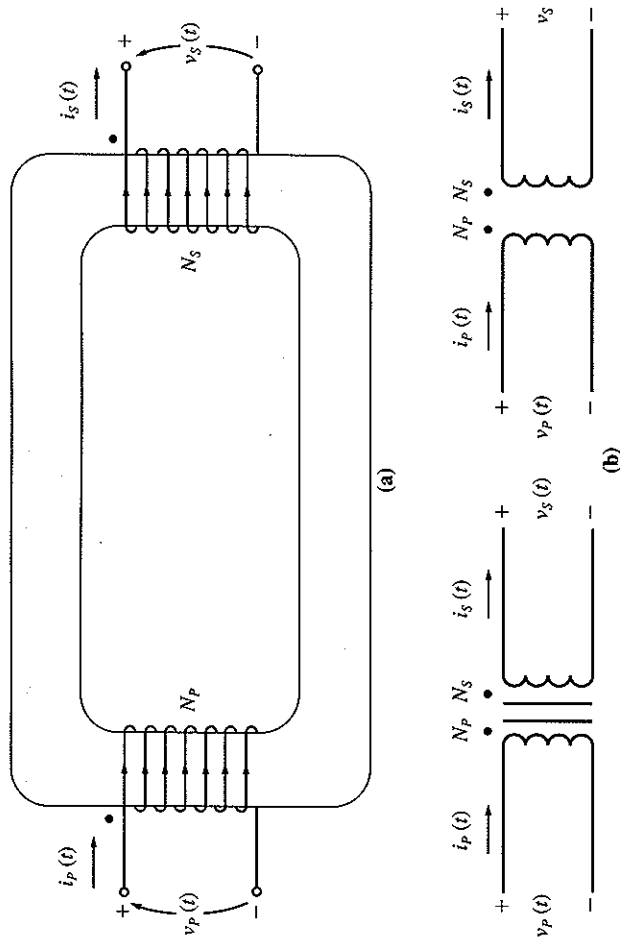


FIGURA 2-4
(a) Desenho esquemático de um transformador ideal. (b) Símbolos esquemáticos de um transformador. Algumas vezes, o núcleo de ferro é mostrado no símbolo e outras vezes, não.

Em termos de grandezas fasoriais, essas equações são

$$\frac{V_P}{V_S} = a \quad (2-4)$$

e

$$\frac{I_P}{I_S} = \frac{1}{a} \quad (2-5)$$

Observe que o ângulo de fase de V_P é o mesmo que o ângulo de V_S e o ângulo de fase de I_P é o mesmo que o ângulo de fase de I_S . A relação de espiras do transformador ideal afeta as *magnitudes* das tensões e correntes, mas não os seus *ângulos*.

As Equações (2-1) a (2-5) descrevem as relações entre as magnitudes e ângulos das tensões e correntes dos lados primários e secundário do transformador, mas elas deixam uma pergunta sem resposta: se fosse dado que a tensão do circuito primário é positiva em um terminal específico da bobina, qual seria a *polaridade* da tensão do circuito secundário? Nos transformadores reais, poderíamos dizer qual seria a polaridade do secundário somente se o transformador fosse aberto e seus enrolamentos examinados. Para evitar essa necessidade, os transformadores utilizam a *convenção do ponto* ou *da marca*. Os pontos (pequenas marcas circulares) que aparecem em uma das terminações de cada enrolamento da Figura 2-4 indicam a polaridade da tensão e

da corrente no lado do enrolamento secundário do transformador. A relação é a que segue:

1. Se a *tensão* primária for positiva no terminal com ponto (marca) do enrolamento, em relação ao terminal sem ponto, então a tensão secundária também será positiva no terminal com ponto. As polaridades de tensão são as mesmas em relação aos pontos de cada lado do núcleo.
2. Se a *corrente* primária do transformador fluir para *dentro* do terminal com ponto no enrolamento primário, então a corrente secundária fluirá para *fora* do terminal com ponto no enrolamento secundário.

O significado físico da convenção do ponto e a razão pela qual as polaridades comportam-se dessa forma serão explicadas na Seção 2.4, que trata do transformador real.

Potência em um transformador ideal

A potência ativa de entrada P_{entrada} fornecida ao transformador pelo circuito primário é dada pela equação

$$P_{\text{entrada}} = V_P I_P \cos \theta_P \quad (2-6)$$

em que θ_P é o ângulo entre a tensão primária e a corrente primária. A potência ativa $P_{\text{saída}}$ fornecida pelo circuito secundário do transformador à sua carga é dada pela equação

$$P_{\text{saída}} = V_S I_S \cos \theta_S \quad (2-7)$$

em que θ_S é o ângulo entre a tensão secundária e a corrente secundária. Como em um transformador ideal os ângulos entre tensão e corrente não são afetados, então temos $\theta_P = \theta_S = \theta$. Os enrolamentos primário e secundário de um transformador ideal têm o *mesmo fator de potência*.

De que forma a potência que entra no circuito primário do transformador compare-se com a potência que sai pelo outro lado? Isso pode ser obtido através de uma aplicação simples das equações de tensão e corrente [Equações (2-4) e (2-5)]. A potência de saída é

$$P_{\text{saída}} = V_S I_S \cos \theta \quad (2-8)$$

Aplicando as equações que envolvem a relação de espiras, obtemos $V_S = V_P/a$ e $I_S = aI_P$, de modo que

$$P_{\text{saída}} = \frac{V_P}{a} (aI_P) \cos \theta$$

$$P_{\text{saída}} = V_P I_P \cos \theta = P_{\text{entrada}} \quad (2-9)$$

Portanto, a *potência de saída de um transformador ideal é igual à sua potência de entrada*.

A mesma relação aplica-se à potência reativa Q e à potência aparente S :

A impedância aparente do circuito primário do transformador é

$$Z'_L = \frac{V_p}{I_p} \tag{2-14}$$

Como a tensão primária pode ser expressa como

$$V_p = aV_s$$

e a corrente primária pode ser expressa como

$$I_p = \frac{I_s}{a}$$

então, a impedância aparente do primário é

$$Z'_L = \frac{V_p}{I_p} = \frac{aV_s}{I_s/a} = a^2 \frac{V_s}{I_s}$$

$$\boxed{Z'_L = a^2 Z_L} \tag{2-15}$$

Por meio de um transformador, é possível casar a impedância da carga com a impedância da fonte simplesmente usando a relação de espiras adequada.

Análise dos circuitos que contêm transformadores ideais

Se um circuito contiver um transformador ideal, o modo mais simples de analisar o circuito em relação a suas tensões e correntes será substituir a parte do circuito de um dos lados do transformador por um circuito equivalente que tenha as mesmas características de terminais. Depois que um lado foi substituído pelo circuito equivalente, o novo circuito (sem a presença do transformador) pode ser resolvido em relação a suas tensões e correntes. Na parte do circuito que não foi substituída, as soluções obtidas serão os valores corretos de tensão e corrente do circuito original. A seguir, a relação de espiras do transformador poderá ser usada para determinar as tensões e correntes no outro lado do transformador. O processo de substituir um lado de um transformador pelo seu equivalente de nível de tensão no outro lado é conhecido como *referir* ou *refletir* o primeiro lado do transformador ao segundo lado.

Como o circuito equivalente é obtido? Sua forma é exatamente a mesma da estrutura do circuito original. Os valores de tensão no lado que está sendo substituído são alterados pela Equação (2-4) e os valores de impedância são alterados pela Equação (2-15). As polaridades das fontes de tensão no circuito equivalente terão os sentidos invertidos em relação ao circuito original se os pontos de um lado dos enrolamentos do transformador estiverem invertidos quando comparados com os pontos no outro lado dos enrolamentos do transformador.

A solução de circuitos que contêm transformadores ideais é ilustrada no exemplo seguinte.

EXEMPLO 2-1 Um sistema de potência monofásico consiste em um gerador de 480 V e 60 Hz alimentando uma carga $Z_{carga} = 4 + j3 \Omega$ por meio de uma linha de transmissão de impedância $Z_{linha} = 0,18 + j0,24 \Omega$. Responda às seguintes perguntas sobre esse sistema.

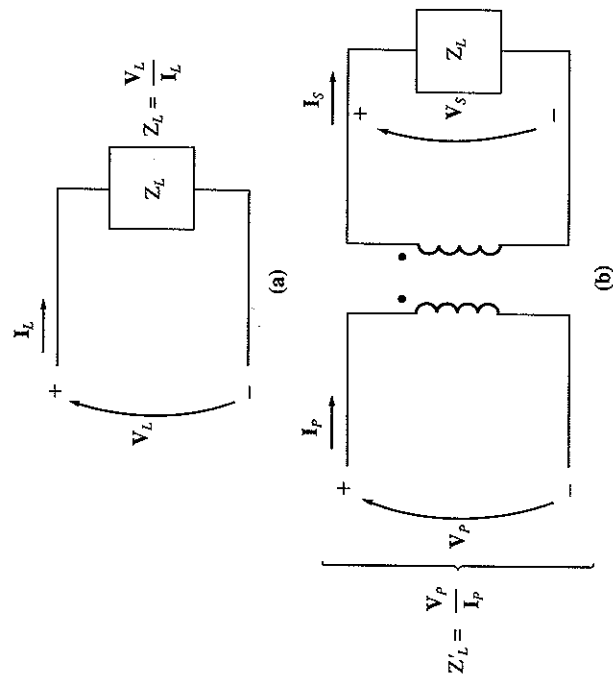


FIGURA 2-5
(a) Definição de impedância. (b) Alteração de impedância em um transformador.

$$\boxed{Q_{entrada} = V_p I_p \cos \theta = V_s I_s \cos \theta = Q_{saída}} \tag{2-10}$$

$$\boxed{S_{entrada} = V_p I_p = V_s I_s = S_{saída}} \tag{2-11}$$

Transformação de impedância em um transformador

A impedância de um dispositivo ou de um elemento de circuito é definida como a razão entre a tensão fasorial no dispositivo e a corrente fasorial que está através dele:

$$Z_L = \frac{V_L}{I_L} \tag{2-12}$$

Uma das propriedades interessantes de um transformador é que, como ele altera os níveis de tensão e corrente, ele altera também a *razão* entre a tensão e a corrente e, portanto, a impedância aparente de um elemento. Para entender essa ideia, consulte a Figura 2-5. Se a corrente secundária for denominada I_s e a tensão secundária, V_s , então a impedância da carga é dada por*

$$Z_L = \frac{V_s}{I_s} \tag{2-13}$$

* N. de T.: Nestas equações, o índice L indica carga, vindo do inglês Load (Carga).

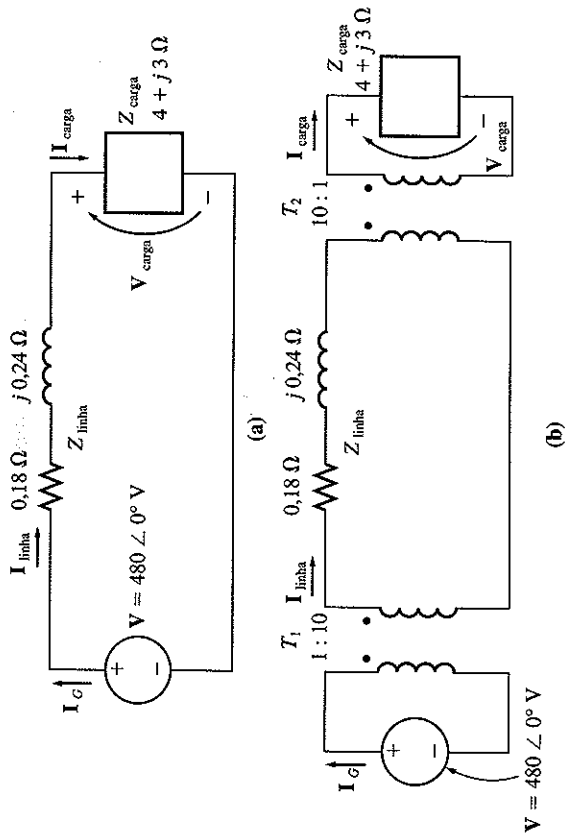


FIGURA 2-6
O sistema de potência do Exemplo 2-1 (a) sem e (b) com transformadores nas extremidades da linha de transmissão.

- (a) Se o sistema de potência for exatamente como o recém descrito (e mostrado na Figura 2-6a), qual será a tensão sobre a carga? Quais serão as perdas na linha de transmissão?
- (b) Suponha que um transformador elevador de tensão 1:10 seja colocado na extremidade da linha de transmissão que está junto ao gerador. Um outro transformador abaixador 10:1 é colocado na extremidade da linha de transmissão que está junto à carga (como mostrado na Figura 2-6b). Agora, qual será a tensão sobre a carga? Quais serão as perdas na linha de transmissão?

Solução

(a) A Figura 2-6a mostra o sistema de potência sem transformadores. Aqui, temos $I_G = I_{linha} = I_{carga}$. A corrente de linha desse sistema é dada por

$$\begin{aligned}
 I_{linha} &= \frac{V}{Z_{linha} + Z_{carga}} \\
 &= \frac{480 \angle 0^\circ \text{ V}}{(0,18 \Omega + j0,24 \Omega) + (4 \Omega + j3 \Omega)} \\
 &= \frac{480 \angle 0^\circ}{4,18 + j3,24} = \frac{480 \angle 0^\circ}{5,29 \angle 37,8^\circ} \\
 &= 90,8 \angle -37,8^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

Portanto, a tensão na carga é

$$\begin{aligned}
 V_{linha} &= I_{linha} Z_{carga} \\
 &= (90,8 \angle -37,8^\circ \text{ A})(4 \Omega + j3 \Omega) \\
 &= (90,8 \angle -37,8^\circ \text{ A})(5 \angle 36,9^\circ \Omega) \\
 &= 454 \angle -0,9^\circ \text{ V}
 \end{aligned}$$

e as perdas na linha são

$$\begin{aligned}
 P_{perdas} &= (I_{linha})^2 R_{linha} \\
 &= (90,8 \text{ A})^2 (0,18 \Omega) = 1.484 \text{ W}
 \end{aligned}$$

(b) A Figura 2-6b mostra o sistema de potência com os transformadores. Para analisar esse sistema, é necessário convertê-lo em um nível de tensão comum. Isso pode ser feito em dois passos:

1. Eliminar o transformador T_2 referindo a carga ao nível de tensão da linha de transmissão.
2. Eliminar o transformador T_1 referindo os elementos da linha de transmissão e a carga equivalente, no nível de tensão de transmissão, ao lado da fonte.

O valor da impedância de carga quando refletida ao nível da tensão do sistema de transmissão é

$$\begin{aligned}
 Z'_{carga} &= a^2 Z_{carga} \\
 &= \left(\frac{10}{1}\right)^2 (4 \Omega + j3 \Omega) \\
 &= 400 \Omega + j300 \Omega
 \end{aligned}$$

A impedância total no nível da linha de transmissão é agora

$$\begin{aligned}
 Z_{eq} &= Z_{linha} + Z'_{carga} \\
 &= 400,18 \Omega + j300,24 \Omega = 500,3 \angle 36,88^\circ \Omega
 \end{aligned}$$

Esse circuito equivalente é mostrado na Figura 2-7a. Agora, a impedância total no nível da linha de transmissão ($Z_{linha} + Z'_{carga}$) está refletida através de T_1 ao nível da tensão da fonte:

$$\begin{aligned}
 Z'_{eq} &= a^2 Z_{eq} \\
 &= a^2 (Z_{linha} + Z'_{carga}) \\
 &= \left(\frac{1}{10}\right)^2 (0,18 \Omega + j0,24 \Omega + 400 \Omega + j300 \Omega) \\
 &= (0,0018 \Omega + j0,0024 \Omega + 4 \Omega + j3 \Omega) \\
 &= 5,003 \angle 36,88^\circ \Omega
 \end{aligned}$$

Observe que $Z'_{carga} = 4 + j3 \Omega$ e $Z'_{linha} = 0,0018 + j0,0024 \Omega$. O circuito equivalente resultante está mostrado na Figura 2-7b. A corrente do gerador é

$$I_G = \frac{480 \angle 0^\circ \text{ V}}{5,003 \angle 36,88^\circ \Omega} = 95,94 \angle -36,88^\circ \text{ A}$$

Conhecendo a corrente I_G , podemos retroceder e encontrar I_{linha} e I_{carga} . Trabalhando de volta através de T_1 , obtemos

$$\begin{aligned}
 N_P I_G &= N_S I_{linha} \\
 I_{linha} &= \frac{N_P}{N_S} I_G \\
 &= \frac{1}{10} (95,94 \angle -36,88^\circ \text{ A}) = 9,594 \angle -36,88^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

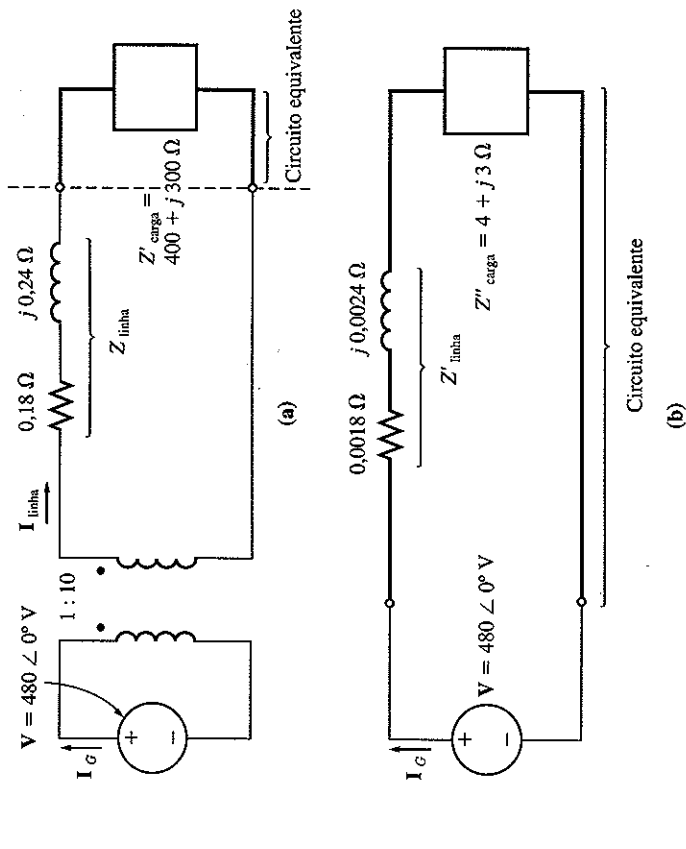


FIGURA 2-7

(a) Sistema com a carga referida ao nível de tensão do sistema de transmissão. (b) Sistema com a carga e a linha de transmissão referidas ao nível de tensão do gerador.

Trabalhando de volta através de T_2 , obtemos

$$\begin{aligned}
 N_2 I_{\text{linha}} &= N_{S2} I_{\text{carga}} \\
 I_{\text{carga}} &= \frac{N_2}{N_{S2}} I_{\text{linha}} \\
 &= \frac{10}{1} (9,594 \angle -36,88^\circ \text{ A}) = 95,94 \angle -36,88^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

Agora, podemos responder às perguntas feitas originalmente. A tensão sobre a carga é dada por

$$\begin{aligned}
 V_{\text{carga}} &= I_{\text{carga}} Z_{\text{carga}} \\
 &= (95,94 \angle -36,88^\circ \text{ A}) (5 \angle 36,87^\circ \Omega) \\
 &= 479,7 \angle -0,01^\circ \text{ V}
 \end{aligned}$$

e as perdas na linha serão dadas por

$$\begin{aligned}
 P_{\text{perdas}} &= (I_{\text{linha}})^2 R_{\text{linha}} \\
 &= (9,594 \text{ A})^2 (0,18 \Omega) = 16,7 \text{ W}
 \end{aligned}$$

Observe que a elevação da tensão de transmissão do sistema de potência reduziu as perdas de transmissão em aproximadamente 90 vezes! Além disso, a tensão na carga caiu muito menos no sistema com transformadores do que no sistema sem transformadores. Esse exemplo simples ilustra dramaticamente as vantagens do uso

de linhas de transmissão que operam com tensão mais elevada, assim como a extrema importância dos transformadores nos sistemas modernos de potência.

Os sistemas de potência reais geram energia elétrica com tensões na faixa de 4 a 30 kV. A seguir, são usados *transformadores elevadores* para aumentar a tensão até um nível muito mais alto (digamos 500 kV) e então realizar a transmissão a longas distâncias. Finalmente, *transformadores abaixadores* são utilizados para reduzir a tensão a um nível razoável e então efetuar a distribuição e a utilização final. Como vimos no Exemplo 2.1, isso pode reduzir grandemente as perdas de transmissão no sistema de potência.

2.4 TEORIA DE OPERAÇÃO DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS REAIS

Naturalmente, os transformadores ideais descritos na Seção 2.3 nunca poderão ser construídos na realidade. O que pode ser construído são transformadores reais – duas ou mais bobinas de fio fisicamente enroladas em torno de um núcleo ferromagnético. As características de um transformador real se aproximam das características de um transformador ideal, mas somente até um certo grau. Esta seção trata do comportamento dos transformadores reais.

Para compreender o funcionamento de um transformador real, consulte Figura 2-8. Essa figura mostra um transformador que consiste em duas bobinas de fio enroladas em torno de um núcleo de transformador. O enrolamento primário do transformador está conectado a uma fonte de potência CA e o secundário está em circuito aberto. A curva de histerese do transformador é mostrada na Figura 2-9.

A fundamentação do funcionamento do transformador pode ser obtida a partir da lei de Faraday:

$$e_{\text{ind}} = \frac{d\lambda}{dt} \quad (1-41)$$

em que λ é o fluxo concatenado na bobina na qual a tensão está sendo induzida. O fluxo concatenado λ é a soma do fluxo que passa através de cada espira da bobina adicionado ao de todas as demais espiras da bobina:

$$\lambda = \sum_{i=1}^N \phi_i \quad (1-42)$$

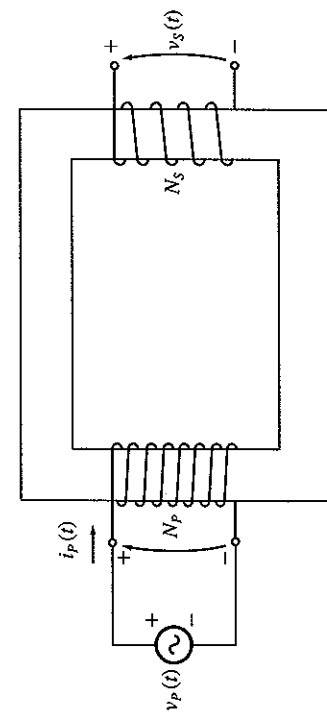


FIGURA 2-8

Diagrama esquemático de um transformador real sem nenhuma carga aplicada ao seu secundário.

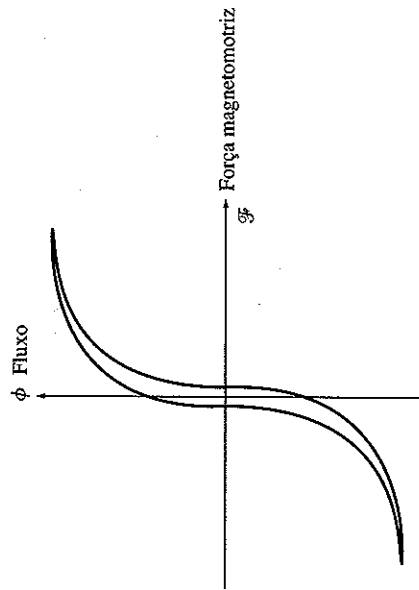


FIGURA 2-9
Curva de histerese do transformador.

O fluxo concatenado total através de uma bobina não é simplesmente $N\phi$, em que N é o número de espiras da bobina, porque o fluxo que passa através de cada espira de uma bobina é ligeiramente diferente do fluxo que atravessa as outras espiras, dependendo da posição da espira dentro da bobina.

Entretanto, é possível definir um *fluxo médio* por espira em uma bobina. Se o fluxo concatenado de todas as espiras da bobina for λ e se houver N espiras, o *fluxo médio por espira* será dado por

$$\bar{\phi} = \frac{\lambda}{N} \tag{2-16}$$

e a lei de Faraday poderá ser escrita como

$$e_{\text{ind}} = N \frac{d\bar{\phi}}{dt} \tag{2-17}$$

A relação de tensão em um transformador

Na Figura 2-8, se a tensão da fonte for $v_P(t)$, então ela será aplicada diretamente à bobina do enrolamento primário do transformador. Como o transformador irá reagir a essa tensão aplicada? A lei de Faraday explica o que acontecerá. Quando o fluxo médio presente no enrolamento primário do transformador é isolado na Equação (2-17), ignorando a resistência do enrolamento, obtemos o resultado

$$\bar{\phi}_P = \frac{1}{N_P} \int v_P(t) dt \tag{2-18}$$

Essa equação diz que o fluxo médio no enrolamento é proporcional à integral da tensão aplicada ao enrolamento e que a constante de proporcionalidade é o recíproco do número de espiras do enrolamento primário $1/N_P$.

Esse fluxo está presente na *bobina primária* do transformador. Que efeito terá ele sobre a bobina secundária do transformador? O efeito depende de quanto fluxo atinge a bobina secundária. Nem todo o fluxo produzido na bobina primária passa também através da bobina secundária – porque, em lugar disso, algumas das linhas de

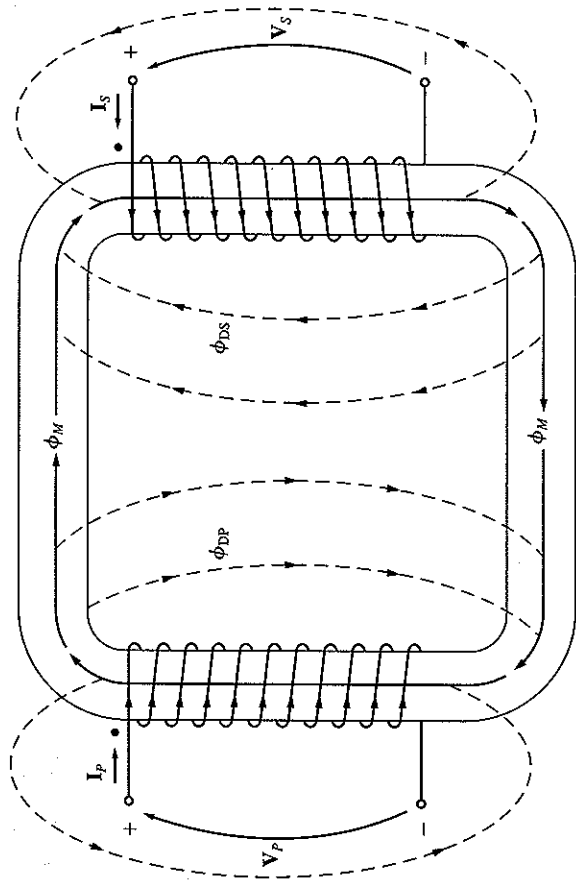


FIGURA 2-10
Fluxos concatenado e mútuo em um núcleo de transformador.

fluxo deixam o núcleo de ferro passando através do ar (veja a Figura 2-10). A parte do fluxo que passa através de uma das bobinas do transformador, mas não através da outra, é denominada *fluxo de dispersão*. O fluxo na bobina primária do transformador pode assim ser dividido em duas componentes: um *fluxo mútuo*, que permanece no núcleo e concatena ou enlaça ambos os enrolamentos e um pequeno *fluxo de dispersão*, que passa através do enrolamento primário mas retorna através do ar, contornando o enrolamento secundário:

$$\bar{\phi}_P = \phi_M + \phi_{DP} \tag{2-19}$$

em que $\bar{\phi}_P$ = fluxo primário (P) médio total

ϕ_M = componente do fluxo que concatena mutuamente (M) as bobinas primária e secundária

ϕ_{DP} = fluxo de dispersão primário (DP)

Há uma divisão similar de fluxo no enrolamento secundário entre o fluxo mútuo e o fluxo de dispersão, o qual passa através do enrolamento secundário e retorna através do ar, contornando o enrolamento primário:

$$\bar{\phi}_S = \phi_M + \phi_{DS} \tag{2-20}$$

em que $\bar{\phi}_S$ = fluxo secundário (S) médio total

ϕ_M = componente do fluxo que concatena mutuamente (M) ambas as bobinas primária e secundária

ϕ_{DS} = fluxo de dispersão secundário (DS)