

Alexandre Santos Brandão

*Estudo Dirigido: Desenvolvimento de
Controladores para Navegação de Robôs
Móveis Utilizando Sensor de Varredura Laser*

Vitória - ES

Alexandre Santos Brandão

*Estudo Dirigido: Desenvolvimento de
Controladores para Navegação de Robôs
Móveis Utilizando Sensor de Varredura Laser*

Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Departamento de Engenharia Elétrica
Centro Tecnológico
Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Mário Sarcinelli Filho

Vitória - ES

Lista de Figuras

1	Robô Móvel Pioneer 2 DX da ActivMedia.	p. 5
2	Diagrama de blocos da arquitetura de um robô móvel com raciocínio deliberativo.	p. 6
3	Diagrama de blocos da arquitetura de um robô móvel com raciocínio reativo.	p. 6
4	Sistemas de coordenadas absoluta e do robô.	p. 7
5	Sistemas de coordenadas absoluta e do robô com busca a uma postura prede- terminada.	p. 8
6	Diagrama de Blocos do Controlador de Posição Final.	p. 13
7	Trajetória descrita pelo robô em busca do ponto destino.	p. 14
8	Velocidades Linear (a) e Angular (b) enviadas e efetivamente deesenvolvidas pelo robô.	p. 15
9	Erro de posição $\rho(a)$ e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação $\phi(c)$	p. 16
10	Trajetória descrita pelo robô em busca do ponto destino para controlador de posição final com orientação nula.	p. 18
11	Velocidades Linear $\nu(a)$ e Angular $\omega(b)$ enviadas e efetivamente executadas pelo robô.	p. 18
12	Erro de posição $\rho(a)$ e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação $\phi(c)$	p. 19
13	Trajetória descrita pelo robô em busca do ponto destino para controlador de posição final com orientação final predefinida.	p. 22
14	Velocidades Linear $\nu(a)$ e Angular $\omega(b)$ enviadas e efetivamente executadas pelo robô.	p. 22
15	Erro de posição ρ (a) e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação ϕ (c).	p. 23
16	Varredura do sensor laser.	p. 24

17	Desvio Tangencial - Determinação do ângulo de rotação.	p. 24
18	Diagrama de Blocos do Desvio Tangencial.	p. 25
19	Trajectoria descrita pelo robô desviando tangencialmente de dois objetos circulares.	p. 26
20	Velocidades Linear $\nu(a)$ e Angular $\omega(b)$ enviadas e efetivamente desenvolvidas pelo robô.	p. 27
21	Erro de posição $\rho(a)$ e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação $\phi(c)$	p. 28
22	Trajectoria descrita pelo robô desviando tangencialmente de dois objetos circulares.	p. 28
23	Velocidades Linear $\nu(a)$ e Angular $\omega(b)$ enviadas e efetivamente executadas pelo robô.	p. 29
24	Erro de posição $\rho(a)$ e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação $\phi(c)$	p. 30
25	Trajectoria descrita pelo robô desviando tangencialmente de dois objetos circulares.	p. 30
26	Velocidades Linear ν (a) e Angular ω (b) enviadas e efetivamente executadas pelo robô.	p. 31
27	Erro de posição ρ (a) e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação ϕ (c).	p. 32
28	Trajectoria descrita pelo robô desviando tangencialmente de dois objetos circulares.	p. 34
29	Velocidades Linear ν (a) e Angular ω (b) enviadas e efetivamente executadas pelo robô.	p. 34
30	Erro de posição ρ (a) e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação ϕ (c).	p. 35

Sumário

Lista de Figuras	p. 1
1 Introdução	p. 4
1.1 Classificação de Robôs Móveis	p. 5
1.2 Modelo Cinemático do Robô	p. 7
1.3 Objetivo	p. 9
2 Projeto de Controladores	p. 11
2.1 Navegação sem Desvio de Obstáculos	p. 11
2.1.1 Controlador de Posição sem Orientação Final	p. 11
2.1.2 Controlador de Posição com Orientação Final Nula	p. 14
2.1.3 Controlador de Posição com Orientação Final	p. 18
2.2 Navegação com Desvio de Obstáculos	p. 22
2.2.1 Controlador de Posição sem Orientação Final	p. 26
2.2.2 Controlador de Posição com Orientação Final	p. 26
2.2.3 Controlador Chaveado de Posição com Orientação Final	p. 29
Referências	p. 36

1 *Introdução*

Por definição, robô móvel é uma máquina automática capaz de se mover em ambientes sem a necessidade de intervenção humana. Provido de sensores e atuadores, ele se torna apto a interagir com o ambiente em que é posto a navegar. Dotado, freqüentemente, de um grau de inteligência previamente programado e um sistema de controle de movimentos, ele executa atividades também programadas em busca de um objetivo específico.

O ambiente no qual o robô navega normalmente é classificado como estruturado ou semi-estruturado. No primeiro caso, o ambiente é bem conhecido e o movimento do robô pode ser previamente planejado. No outro caso, não se tem o conhecimento completo do ambiente de navegação, sendo necessário o planejamento de estratégias para transpor possíveis obstáculos [3].

Robôs Móveis se locomovem basicamente por movimentos de translação e rotação, havendo distinção quanto sua forma de locomoção, que pode ser a patas, rodas ou esteiras, sendo a escolha da forma normalmente ditada pela estrutura do ambiente de navegação do robô.

Para este trabalho será utilizado o robô móvel Pioneer 2 DX da ActivMedia (Figura 1), o qual é um robô móvel a rodas para a navegação e sensoriameto em ambientes do mundo real [5]. O Pioneer utilizado possui basicamente:

- um conjunto de baterias para fornecer energia aos componentes eletrônicos e balanceá-lo para o caso de inserção não centralizadas de acessórios sobre sua plataforma;
- um par de rodas com tração diferencial, que torna possível a rotação sobre seu próprio eixo;
- codificadores óptico (encoders) para estimação da posição e velocidade de translação e rotação;
- um sensor de Varredura Laser para mapear o ambiente de navegação e inferir a distância aos objetos contido no raio de atuação deste sensor, e;

- um microcontrolador e um software servidor onboard que gerenciam as informações recebidas por, ou destinadas a, qualquer um dos itens anteriores.



Figura 1: Robô Móvel Pioneer 2 DX da ActivMedia.

De posse disso, o robô móvel pode ser programado para executar tarefas de seguimento de paredes, navegação no centro de corredores, desvio de obstáculos e, conforme aspira este trabalho, seguir objetos predefinidos e realizar tarefas cooperativas.

Conforme mostrado em [2], durante a construção de um robô móvel tentamos nos espelhar nas características intrínsecas do ser humano, o qual é capaz de navegar em ambientes em busca de um objetivo, desviando de obstáculos e consumindo o mínimo de energia. No entanto, existe um enorme desafio em fazer com que a máquina em desenvolvimento navegue com segurança até um alvo, realizando tarefas de reconhecimento do ambiente onde está trafegando, aprendendo situações anteriormente vivenciadas e, quando necessário, cooperando com outros robôs para realização da tarefa proposta.

1.1 Classificação de Robôs Móveis

Robôs Móveis, segundo De Piere [1], podem ser classificados de acordo com sua arquitetura, tomando como base sua estrutura, que pode ser centralizada ou distribuída, e no seu tipo raciocínio, reativo ou deliberativo.

Um robô com estrutura centralizada é um agente capaz de tomar suas próprias decisões baseado nas informações que coleta do meio a partir de seus próprios sensores. Todavia, é incapaz de interagir com outros agente presentes no meio. Por outro lado, na estrutura distribuída, o robô é um agente que faz parte de uma sociedade e tem o seu papel bem definido, não agindo, portanto, de forma isolada, mas sim mediante sua interação com os demais agentes.

Um robô dotado de um raciocínio deliberativo deve primeiramente obter as informações de seus sensores para construir o mais fielmente possível o mundo em que irá navegar.

Baseado neste mundo, o algoritmo de controle inicia o planejamento das ações, a fim de realizar a tarefa que lhe foi estipulada, e, posteriormente, envia comandos predefinidos aos atuadores. A Figura 2 apresenta o digrama de blocos do raciocínio deliberativo, o qual não é eficiente em ambientes dinâmicos, além de requerer um elevado esforço computacional.

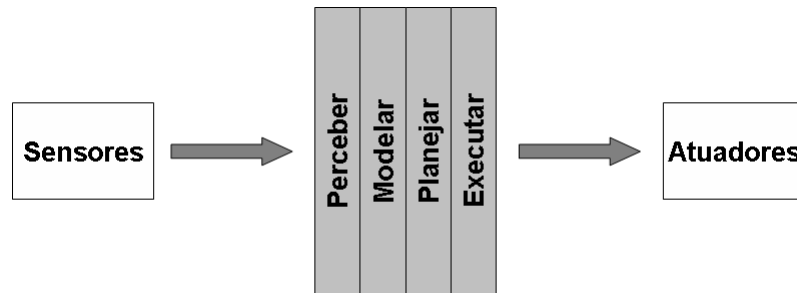


Figura 2: Diagrama de blocos da arquitetura de um robô móvel com raciocínio deliberativo.

Por sua vez, um robô dotado de um raciocínio reativo não requer informações prévias do mundo em que está prestes a navegar, impossibilitando a construção de um mundo virtual e, portanto, dispensando o planejamento prévio das ações. Conforme ilustrado na Figura 3, o diagrama de blocos deste tipo de raciocínio demonstra que cada comportamento (ou cada ação) é tratado de forma paralela, e é excitado com de acordo com as informações obtidas durante a navegação, tornando o robô mais apto a navegar em ambientes onde obstáculos podem se localizar em diversas posições, pois estes podem ser detectados e, de maneira reativa, o robô age para evitá-los [4].

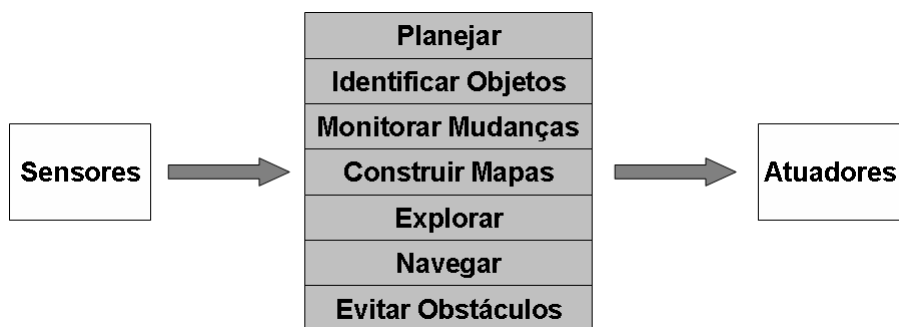


Figura 3: Diagrama de blocos da arquitetura de um robô móvel com raciocínio reativo.

As dificuldades inerentes ao raciocínio reativo se devem basicamente ao paralelismo, pois torna-se inevitável a determinação da precedência de cada comportamento, tanto na execução das ações quanto para a determinação de quais deles prevalecem para que o objetivo seja alcançado.

Finalmente, mediante a informação do ambiente em que o robô é posto a navegar, a arquitetura deste é melhor escolhida, por exemplo, uma abordagem deliberativa pode ser utilizada se temos um ambiente estruturado (estático). Por outro lado, em um ambiente semi-estruturado, a abordagem reativa é mais viável.

1.2 Modelo Cinemático do Robô

O movimento descrito por um robô móvel no ambiente para alcançar um dado objetivo pode ser descrito por seu modelo cinemático. Considerando que a navegação ocorre somente em um plano horizontal e tendo o conhecimento de que o Pioneer 2 DX possui tração diferencial que possibilita a rotação sobre o próprio eixo, o movimento do robô se dá pelo movimento em conjunto de suas rodas que lhe proporciona uma velocidade linear ν e outra angular ω . Sendo $\langle o \rangle$ a origem do sistema de coordenadas absoluta (inercial) e $\langle a \rangle$ a origem do sistema de coordenadas do robô, a velocidade linear está orientada na direção de um dos eixos do robô, e a velocidade angular perpendicular ao plano de navegação, conforme ilustrado na Figura 4.

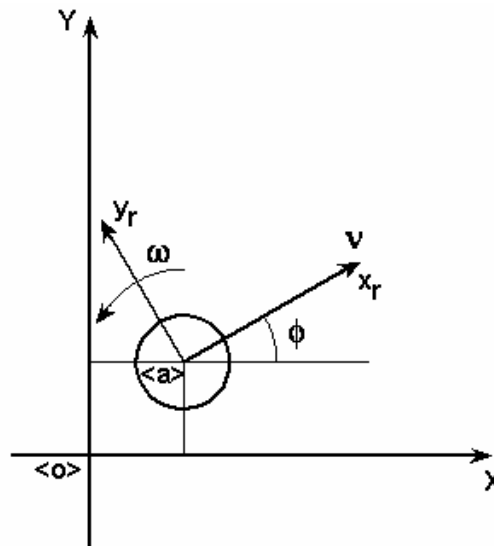


Figura 4: Sistemas de coordenadas absoluta e do robô.

Considerando que uma postura qualquer de um robô móvel é dada por $\begin{bmatrix} x & y & \phi \end{bmatrix}^T$, onde os dois primeiros termos representam as coordenadas do centro de rotação do robô e o último representa seu ângulo de orientação tomando como base o referencial inercial. O sistema de equações que descreve o movimento do robô ao longo do tempo, no plano cartesiano, é dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 \\ \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

onde ν , ϕ e ω podem ser visualizados na Figura 4.

Muitas vezes, as atividades requerem que o robô móvel encontre um alvo e lá permaneça em uma postura previamente definida, como mostrado na Figura 5. Então, a tarefa é sair da origem do plano absoluto $\langle o \rangle$ e ir até a posição $\langle g \rangle$, sendo que em alguns casos se deseja também chegar ao ponto com uma orientação definida. A estes casos dá-se o nome de Controle de Posição Final ou, de forma mais completa, Controle de Posição e Orientação Final, que serão tratados nos capítulos subseqüentes.

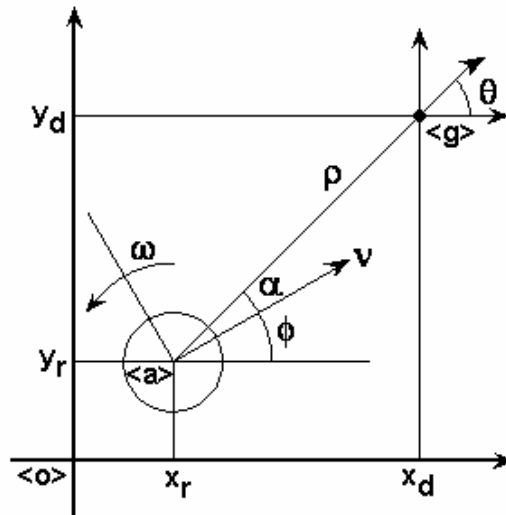


Figura 5: Sistemas de coordenadas absoluta e do robô com busca a uma postura predeterminada.

As equações cinemáticas do robô mostrado na Figura 5 podem ser representadas, em coordenadas polares, auxiliando a representação e desenvolvimento dos controladores de posição final, orientação final ou ambos. A equação, portanto, se torna

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta - \phi) & 0 \\ \frac{\sin(\theta - \phi)}{\rho} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

onde ρ representa o erro de posição, denotado pela distância do robô ao ponto de destino $\langle g \rangle$

e θ é a orientação do robô tomando como base também o ponto desejado $\langle g \rangle$. Tendo em vista que θ é dado pela soma da orientação do robô em relação ao referencial inercial $\langle o \rangle$ e um ângulo α , tem-se que

$$\theta = \phi + \alpha \Rightarrow \alpha = \theta - \phi \quad (1.3)$$

Daí define-se, α como o erro entre a orientação do robô em relação a $\langle o \rangle$ e a orientação do robô em relação a $\langle g \rangle$. Derivando no tempo a Equação 1.3, tem-se

$$\dot{\alpha} = \dot{\theta} - \dot{\phi} \quad (1.4)$$

Substituindo 1.3 e 1.4 em 1.2, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & 0 \\ \frac{\sin(\alpha)}{\rho} & -1 \\ \frac{\sin(\alpha)}{\rho} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

É sensato observar que não é possível ordenar ao robô que chegue ao ponto desejado, pois, para que isto ocorra, o erro de posição ρ deve ser nulo, causando, por conseguinte, uma indeterminação da derivada temporal das variáveis de estado α e θ .

1.3 Objetivo

Este estudo dirigido tem como objetivo geral estudar uma estratégia para fazer com que um robô dotado de sensor de varredura Laser possa seguir um outro robô, mantendo uma distância fixa do mesmo e mantendo a mesma orientação. E, por fim, projetar um controlador para assegurar que os dois robôs supracitados possam navegar mantendo esta formação e sendo capaz de desviar de possíveis obstáculos.

Contudo, antes de buscar o objetivo geral do trabalho, estipula-se alguns objetivos específicos, a fim de reduzir a complexidade do trabalho e auxiliar no conhecimento do comportamento do robô móvel quando realiza tarefas consideradas mais simples. Dentro deste contexto, pode-se destacar:

- estudar o modelo cinemático de um robô móvel;
- propor estratégias de controle de posição final para que o robô possa chegar a um ponto

desejado e permanecer sobre este;

- incorporar ao item anterior um controle de orientação final, para que o robô possa estar orientado com um ângulo desejado, no momento em que chegar ao ponto desejado;
- propor estratégias de desvio de obstáculos embutidas nos controladores, tanto de posição final quanto de posição e orientação final, para que o robô possa transitar em um ambiente sem se chocar com outros objetos.

2 *Projeto de Controladores*

Este capítulo visa desenvolver alguns controladores que serão úteis durante o trabalho, pois tanto servirão de base para o aprendizado quanto estarão incorporados no projeto, a fim de alcançar os objetivos citados no Capítulo 1.

2.1 Navegação sem Desvio de Obstáculos

Quando um robô está navegando em um espaço livre não há a necessidade de se preocupar com objetos que cruzem o seu caminho, pois esta situação é improvável, desde que se tome as devidas precauções no ambiente de trabalho.

Os controles propostos nesta seção são denominados controle de posição, pois o robô dever ser controlado para sair de uma dada posição (origem), ir até uma posição desejada e permanecer ali.

2.1.1 Controlador de Posição sem Orientação Final

A Figura 5 apresenta uma distância entre o robô e o ponto de destino, denotada pelo parâmetro ρ , que representa o erro de posição, e que deve ser levado a um valor próximo de zero, visto que, conforme dito anteriormente, não pode ser nulo. Logo, o controlador proposto deve ser capaz de levar o robô da origem a um ponto desejado, tendo como informações a posição e orientação do robô a cada instante, e, baseado nessas informações, agir através das velocidades linear ν e angular ω para que o destino possa ser alcançado.

Como para este controlador a informação de orientação final é suprimida durante a navegação, o vetor das variáveis de estado é somente $\begin{bmatrix} \rho & \alpha \end{bmatrix}^T$.

Utilizando análise de Lyapunov para verificar a estabilidade do sistema, considera-se como função candidata de Lyapunov [7]

$$V(\rho, \alpha) = \frac{1}{2}\rho^2 + \frac{1}{2}\alpha^2 \quad (2.1)$$

a qual é definida positiva radialmente não limitada, suficiente para provar a estabilidade assintótica global do sistema. Sua derivada temporal é dada por

$$\dot{V}(\rho, \alpha) = \rho\dot{\rho} + \alpha\dot{\alpha} \quad (2.2)$$

e, por sua vez, deve ser definida negativa para que o sistema seja estável. Substituindo em 2.2 as equações de estado de $\dot{\rho}$ e $\dot{\alpha}$, apresentadas na equação 1.5, obtém-se

$$\dot{V}(\rho, \alpha) = -\rho\nu \cos \alpha + \alpha \left(-\omega + \nu \frac{\sin \alpha}{\rho} \right) \quad (2.3)$$

Separando 2.3 em duas outras, a saber

$$\dot{V}(\rho, \alpha) = \underbrace{-\rho\nu \cos \alpha}_{\dot{V}_1} + \underbrace{\alpha \left(-\omega + \nu \frac{\sin \alpha}{\rho} \right)}_{\dot{V}_2} \quad (2.4)$$

percebe-se que, se $\dot{V}_1 \leq 0$ e $\dot{V}_2 \leq 0$, como $\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$, pode-se afirmar que $\dot{V} \leq 0$.

Tomando

$$\nu = \nu_{max} \tanh(\rho) \cos \alpha \quad (2.5)$$

tem-se,

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\rho, \alpha) &= -\rho\nu \cos \alpha \\ &= -\nu_{max}\rho \tanh(\rho) \cos^2 \alpha \end{aligned} \quad (2.6)$$

Como ν_{max} é uma constante positiva, que representa a velocidade linear máxima aplicada ao robô, e o resultado do produto $\rho \tanh(\rho)$ é positivo, tem-se que $\dot{V}_1 \leq 0$.

Substituindo 2.5 na equação de \dot{V}_2 , resulta que

$$\dot{V}_2(\rho, \alpha) = \alpha \left(-\omega + \nu_{max} \frac{\tanh(\rho)}{\rho} \sin \alpha \cos \alpha \right) \quad (2.7)$$

onde o objetivo é estimar ω para que $\dot{V}_2 \leq 0$. Assumindo que

$$\omega = \omega_{max}\alpha + \nu_{max} \frac{\tanh(\rho)}{\rho} \sin \alpha \cos \alpha \quad (2.8)$$

e inserindo 2.8 em 2.7, obtém-se que

$$\dot{V}_2(\rho, \alpha) = -\omega_{max}\alpha^2 \quad (2.9)$$

e, como ω_{max} é uma constante positiva, tem-se que $\dot{V}_2 \leq 0$.

As equações 2.6 e 2.9 e as conclusões tiradas sobre elas corroboram a hipótese de que \dot{V} é semidefinida negativa. Por fim, a Equação 2.3 resulta em

$$\dot{V}(\rho, \alpha) = -\nu_{max}\rho \tanh(\rho) \cos^2 \alpha - \omega_{max}\alpha^2 < 0 \quad (2.10)$$

que é definida negativa, por conseguinte, as variáveis de estado ρ e α convergem assintoticamente para zero com o decorrer do tempo, independentemente das condições iniciais.

Devido às restrições físicas do robô, é necessário inserir de antemão uma saturação nas ações de controle. Esta abordagem foi levada em consideração durante a prova de estabilidade, pois é fácil verificar que a velocidade linear máxima é dada por ν_{max} e como $\alpha \in [-\pi, \pi]$, o módulo da velocidade angular máxima é dado por

$$|\omega_{max}| = \omega_{max}\pi + 0.5\nu_{max}$$

Mediante as equações anteriormente desenvolvidas, podemos escrever 1.5 como

$$\begin{cases} \dot{\rho} = -\nu_{max} \tanh(\rho) \cos^2 \alpha \\ \dot{\alpha} = -\omega_{max} \alpha \\ \dot{\theta} = \nu_{max} \frac{\tanh(\rho)}{\rho} \sin \alpha \cos \alpha \end{cases} \quad (2.11)$$

O diagrama de blocos da Figura 6 ilustra o sistema de controle proposto, apresentando os vetores $X_d = [x_d \ y_d]$ e $X_r = [x \ y]$ que representam as coordenadas da posição desejada e da posição real do robô, respectivamente.

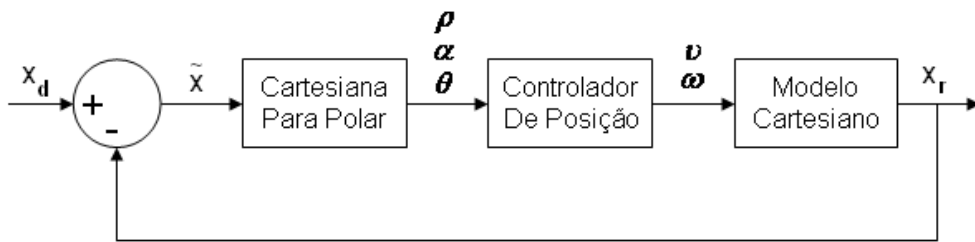


Figura 6: Diagrama de Blocos do Controlador de Posição Final.

Para validar as equações de controle acima desenvolvidas, foram realizadas simulações utilizando o ambiente ARIA, que é um software de simulação incluído no pacote Pioneer da ActivMedia (descrições mais detalhadas podem ser encontradas em [6]).

Uma das simulações é mostrada a seguir, cujo objetivo é levar o robô móvel da posição de origem (0,0) à coordenada (4000mm, 3000mm). As constantes adotadas para esta

simulação foram $\nu_{max} = 0,35m/s$ e $\omega_{max} = 0,44rad/s$, para que se tenha uma saturação das velocidades linear e angular em $350mm/s$ e $90^\circ/s$, respectivamente. Um outro fator importante a ser destacado é o erro mínimo de posição adotado ($\rho_{min} = 30mm$), a fim de evitar indeterminações no sistema de controle, conforme mencionado anteriormente.

A trajetória descrita pelo robô durante a simulação é apresentada na Figura 7.

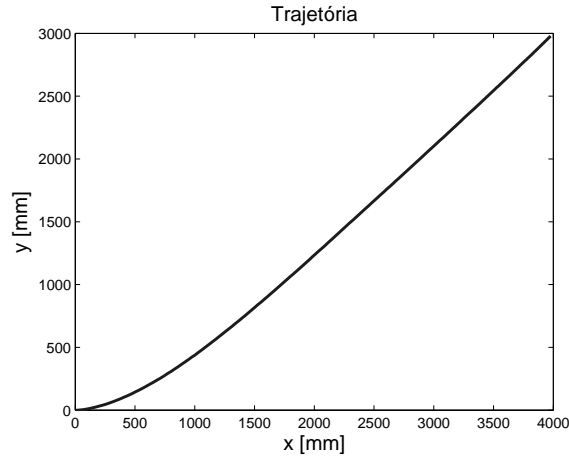


Figura 7: Trajetória descrita pelo robô em busca do ponto destino.

Na Figura 8(a) é apresentada tanto a velocidade linear enviada ao robô quanto aquela que é efetivamente desenvolvida por ele. Na Figura 8(b), por sua vez, é ilustrada a velocidade angular enviada e recebida do robô. Em ambas as velocidades aplicadas, é possível observar que as mesmas decrescem à medida que o robô se aproxima do ponto destino, reforçando a consideração realizada durante a prova de estabilidade, que tanto ν quanto ω dependem diretamente do valor do erro de posição ρ e de orientação α . A Figura 9 mostra as variáveis de estado tendendo assintoticamente a zero durante a navegação, conforme esperado.

Na Figura 9(a) é possível verificar que o erro de posição tende a zero, mas é limitado pela condição de valor mínimo, por motivos já explicados.

Como o controlador proposto não leva em consideração a orientação final do robô, pode-se observar na Figura 9(c) que quando ele se aproxima do alvo, sua orientação do robô não é nula, porém é limitada.

2.1.2 Controlador de Posição com Orientação Final Nula

Conforme mostrado na Figura 9(c), a orientação do robô não tende a zero com o decorrer do tempo. O controlador proposto nesta subseção tem como objetivo fazer com que todas as variáveis de estado descritas por $V = \begin{bmatrix} \rho & \alpha & \theta \end{bmatrix}^T$ tendam assintoticamente a zero.

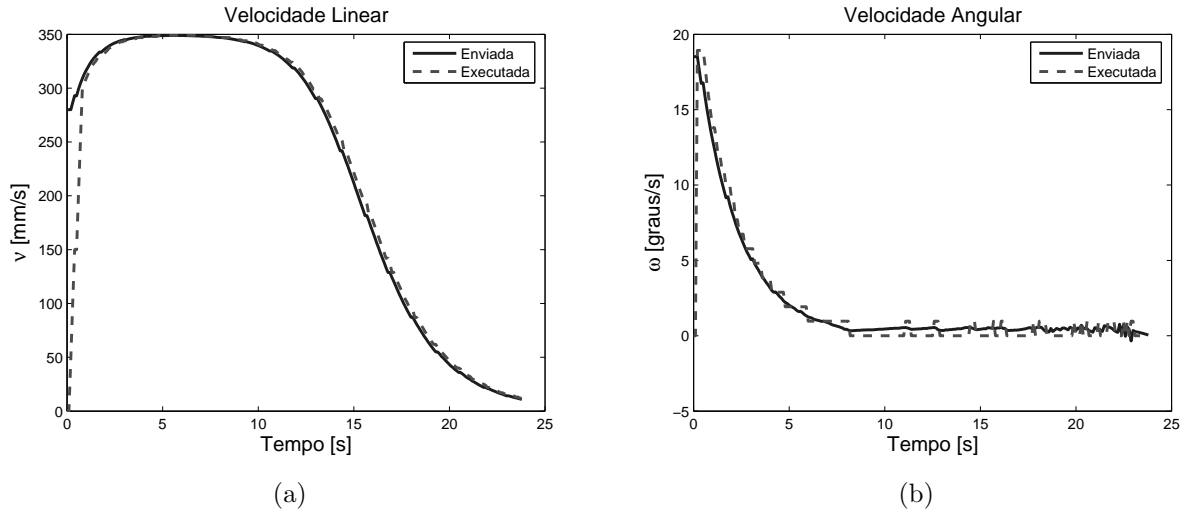


Figura 8: Velocidades Linear (a) e Angular (b) enviadas e efetivamente desenvolvidas pelo robô.

Escolhe-se então, uma função candidata de Lyapunov que leve em consideração todas as variáveis de estado, tal como

$$V(\rho, \alpha, \theta) = \frac{1}{2}\rho^2 + \frac{1}{2}\alpha^2 + \frac{1}{2}\theta^2 \quad (2.12)$$

a qual é radialmente não limitada e crescente, a fim de verificar a estabilidade assintótica global do sistema.

Tomando a derivada da função candidata de Lyapunov, tem-se

$$\dot{V}(\rho, \alpha, \theta) = \rho\dot{\rho} + \alpha\dot{\alpha} + \theta\dot{\theta} \quad (2.13)$$

Substituindo as equações de estado descritas em 1.5 na derivada da função candidata 2.13, tem-se que

$$\dot{V}(\rho, \alpha, \theta) = -v\rho \cos \alpha + \alpha \left(-\omega + \nu \frac{\text{sen}\alpha}{\rho} \right) + \theta \nu \frac{\text{sen}\alpha}{\rho} \quad (2.14)$$

Separando \dot{V} em outras duas partes, a saber

$$\dot{V}(\rho, \alpha, \theta) = \underbrace{-v\rho \cos \alpha}_{\dot{V}_1} + \underbrace{\alpha \left(-\omega + \nu \frac{\text{sen}\alpha}{\rho} \right) + \theta \nu \frac{\text{sen}\alpha}{\rho}}_{\dot{V}_2} \quad (2.15)$$

e garantindo que $\dot{V}_1 \leq 0$ e $\dot{V}_2 \leq 0$, conclui-se que $\dot{V} \leq 0$.

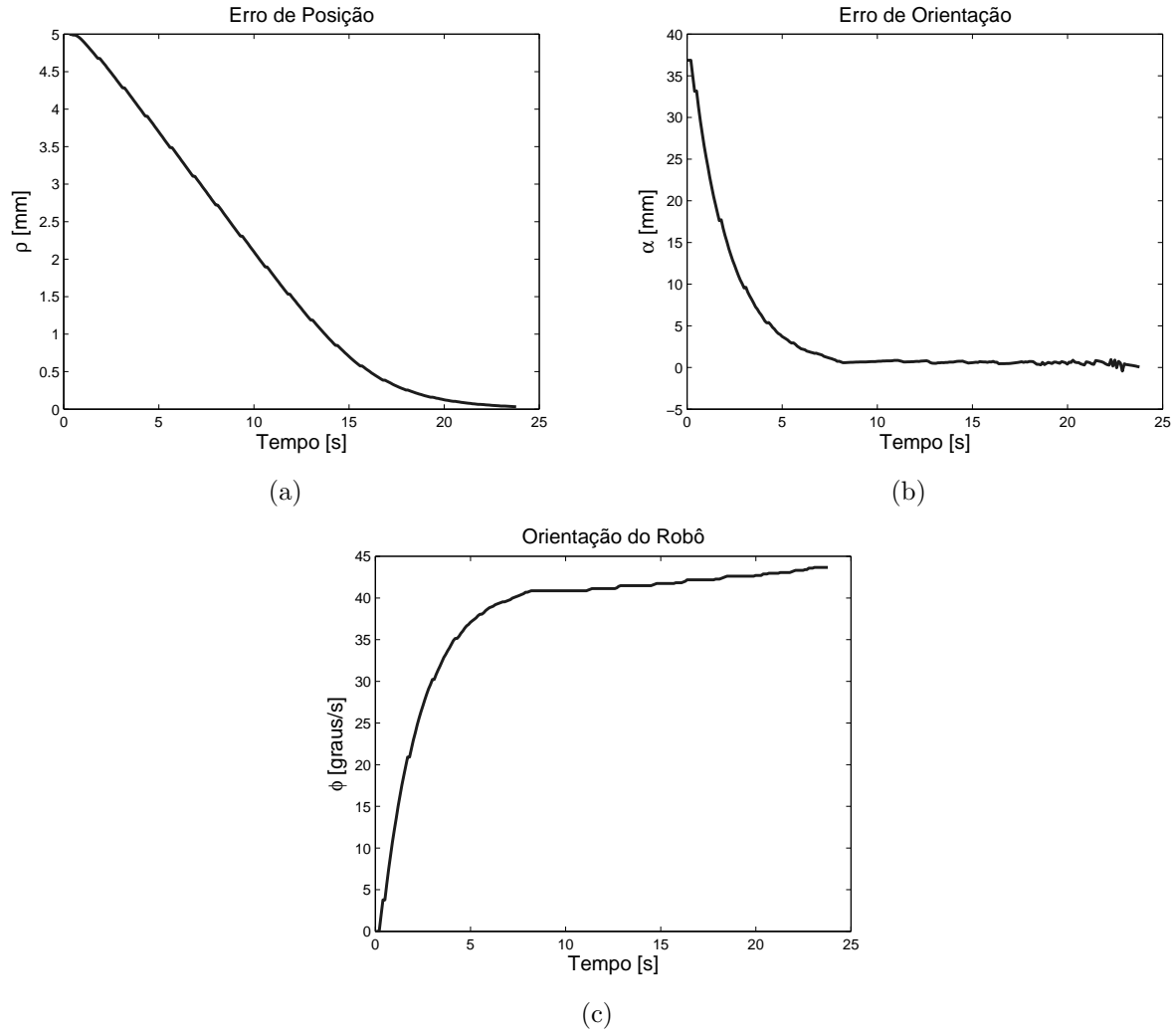


Figura 9: Erro de posição ρ (a) e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação ϕ (c).

Para $\dot{V}_1(\rho, \alpha, \theta) = -\nu \rho \cos \alpha$, fazendo

$$\nu = \nu_{max} \tanh \rho \cos \alpha \quad (2.16)$$

tem-se,

$$\dot{V}_1(\rho, \alpha, \theta) = -\nu_{max} \rho \tanh \rho \cos^2 \alpha \quad (2.17)$$

Como ν_{max} é uma constante positiva e o produto $\rho \tanh \rho$ também o é. É correto afirmar que $\dot{V}_1 \leq 0$.

Substituindo 2.16 na expressão referente a $\dot{V}_2(\rho, \alpha, \theta)$, tem-se

$$\dot{V}_2(\rho, \alpha, \theta) = \alpha \left(-\omega + \nu_{max} \frac{\tanh \rho}{\rho} \sin \alpha \cos \alpha \right) + \theta \nu_{max} \frac{\tanh \rho}{\rho} \sin \alpha \cos \alpha \quad (2.18)$$

Assumindo que ω tenha a forma

$$\omega = k_\alpha \tanh \alpha + k_\theta \theta \frac{\tanh \theta}{\alpha} + \nu_{max} \frac{\tanh \rho}{\rho} \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha + \theta \nu_{max} \frac{\tanh \rho}{\rho} \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha} \cos \alpha \quad (2.19)$$

e, por fim, substituindo 2.19 em 2.18, obtém-se

$$\dot{V}_2(\rho, \alpha, \theta) = -k_\alpha \alpha \tanh \alpha + k_\theta \theta \tanh \theta \quad (2.20)$$

Assumindo que $k_\alpha, k_\theta > 0$, a afirmação $\dot{V}_2 \leq 0$ é correta. Recordando que $\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$, obtém-se

$$\dot{V}(\rho, \alpha, \theta) = -\nu_{max} \rho \tanh \rho \cos^2 \alpha - k_\alpha \alpha \tanh \alpha + k_\theta \theta \tanh \theta < 0 \quad (2.21)$$

que é definida negativa. Conseqüentemente, as variáveis de estado tendem assintoticamente a zero para o tempo tendendo ao infinito.

Levando em consideração a saturação das ações de controle, para que a velocidade máxima desejada seja 350mm/s , então $\nu_{max} = 0,35\text{m/s}$. Para evitar situações singulares de indeterminação no cálculo da velocidade angular, considera-se um valor mínimo da variável de estado α tal que

$$w = \begin{cases} k_\alpha \tanh \alpha + k_\theta \theta \frac{\tanh \theta}{\alpha} + \nu_{max} \frac{\tanh \rho}{\rho} \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha + \theta \nu_{max} \frac{\tanh \rho}{\rho} \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha} \cos \alpha & \text{para } |\alpha| \geq \alpha_{min} \\ k_\alpha \alpha_{min} + k_\theta \theta \frac{\tanh \theta}{\alpha_{min}} + \nu_{max} \theta \frac{\tanh \rho}{\rho} & \text{para } |\alpha| < \alpha_{min} \end{cases} \quad (2.22)$$

Para garantir que $|\omega_{max}| = 90^\circ/\text{s}$, foram adotados $k_\alpha = 1,2$ e $k_\theta = 1,5 \cdot 10^{-4}$, para $\alpha_{min} = 0,01^\circ$.

Por fim, as equações de malha fechada do sistema se tornam

$$\begin{cases} \dot{\rho} = -\nu_{max} \tanh \rho \cos^2 \alpha \\ \dot{\alpha} = -k_\alpha \tanh \alpha - k_\theta \theta \frac{\tanh \theta}{\alpha} - \theta \nu_{max} \frac{\tanh \rho}{\rho} \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha} \cos \alpha \\ \dot{\theta} = \nu_{max} \frac{\tanh \rho}{\rho} \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha} \cos \alpha \end{cases} \quad (2.23)$$

A seguir são apresentados os resultados obtidos com o simulador ARIA. A Figura 10 apresenta a trajetória descrita pelo robô móvel para sair da posição $(0\text{mm}, 0\text{mm})$ e atingir o ponto alvo localizado na posição $(4000\text{mm}, 3000\text{mm})$, fato que, como observado, realmente ocorre.

A Figura 11 apresenta a comportamento da velocidade linear e angular durante a navegação destacando aquelas que foram enviadas e aquelas efetivamente desenvolvidas pelo

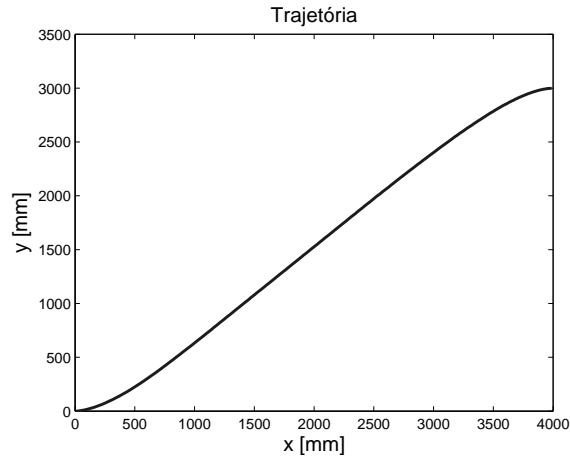


Figura 10: Trajetória descrita pelo robô em busca do ponto destino para controlador de posição final com orientação nula.

robô. Tanto na Figura 11(a) quanto Figura 11(b) é possível verificar que à medida que o robô se aproxima do ponto de destino, as velocidades tendem assintoticamente a zero, devido à dependência direta das variáveis de estado, as quais tendem assintoticamente a zero, conforme pode ser visualizado na Figura 12.

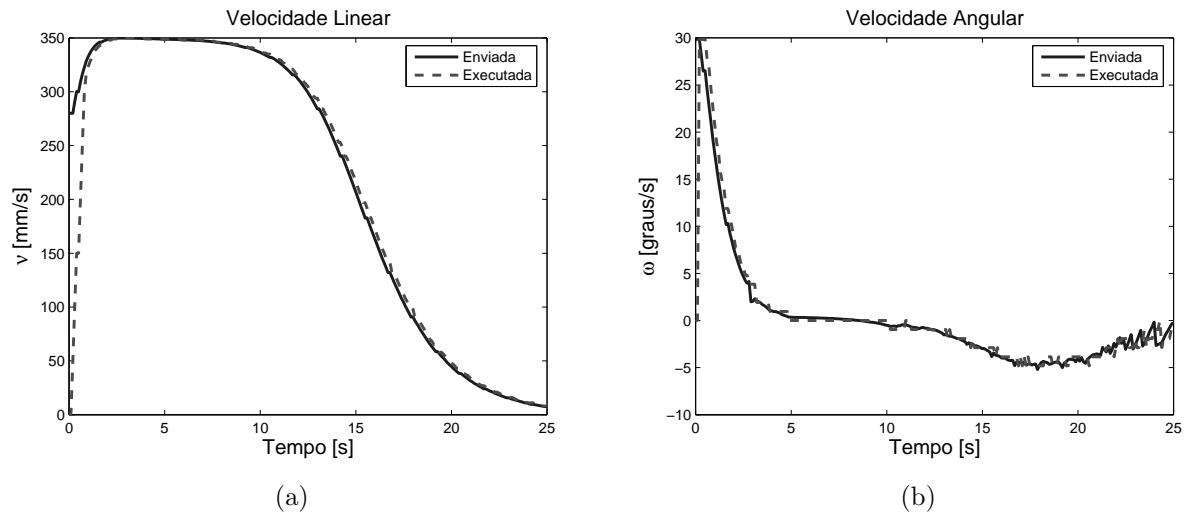


Figura 11: Velocidades Linear ν (a) e Angular ω (b) enviadas e efetivamente executadas pelo robô.

2.1.3 Controlador de Posição com Orientação Final

Em algumas situações, o robô não só deve atingir um ponto alvo como também ficar posicionado com uma orientação pré-definida, como, por exemplo, no caso de um robô dotado de uma garra, o qual deve estar orientado de forma que sua ferramenta esteja orientada na

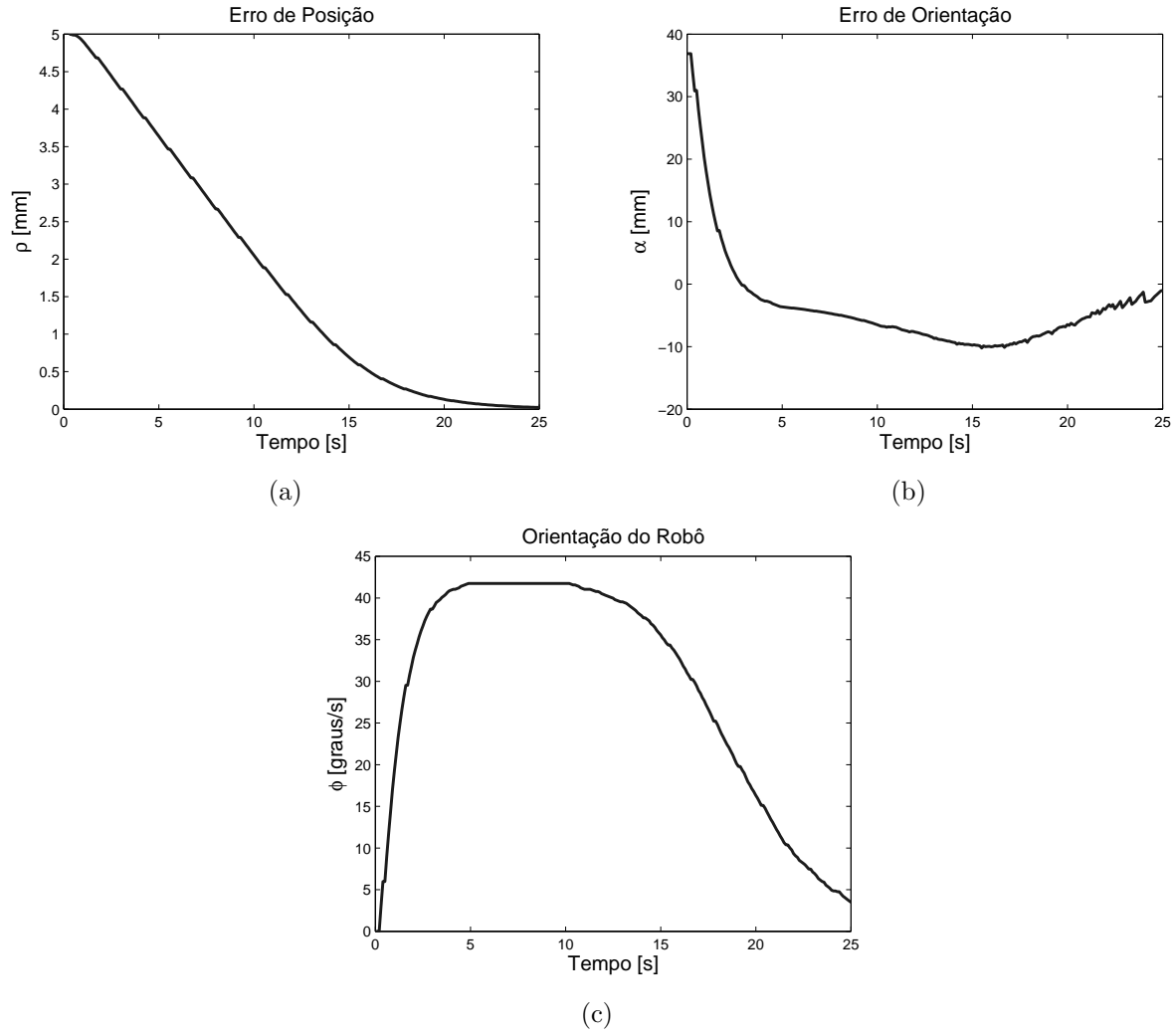


Figura 12: Erro de posição ρ (a) e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação ϕ (c).

direção do objeto a ser agarrado. Neste contexto é necessário que se projete um controlador com orientação final, conforme desenvolvimento a seguir.

Define-se, então, como variáveis de estado, $\begin{bmatrix} \rho & \alpha & \tilde{\theta} \end{bmatrix}^T$, onde $\tilde{\theta}$ é o erro de orientação final do robô, definido por

$$\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_d - \theta \quad (2.24)$$

e θ_d é o valor da orientação final desejada. Tomando a derivada temporal de 2.24, resulta

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\theta} \quad (2.25)$$

Substituindo 2.25 em 1.5, o sistema de equações de estado em coordenadas polares

se torna

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\tilde{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & 0 \\ \frac{\text{sen}(\alpha)}{\rho} & -1 \\ -\frac{\text{sen}(\alpha)}{\rho} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Escolhe-se, então, para função candidata de Lyapunov

$$V(\rho, \alpha, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2}\rho^2 + \frac{1}{2}\alpha^2 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^2 \quad (2.27)$$

radialmente não limitada e crescente, com o objetivo de verificar a estabilidade assintótica global do sistema.

Derivando a função candidata de Lyapunov e, posteriormente, substituindo as equações de estado descritas em 2.26, tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V}(\rho, \alpha, \tilde{\theta}) &= \rho\dot{\rho} + \alpha\dot{\alpha} + \tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}} \\ &= -\rho\nu \cos \alpha + \alpha \left(-\omega + \nu \frac{\text{sen}\alpha}{\rho} \right) - \tilde{\theta}\nu \frac{\text{sen}\alpha}{\rho} \end{aligned} \quad (2.28)$$

a qual deve ser definida negativa. Fazendo

$$\dot{V}(\rho, \alpha, \tilde{\theta}) = \underbrace{-\rho\nu \cos \alpha}_{\dot{V}_1} + \underbrace{\alpha \left(-\omega + \nu \frac{\text{sen}\alpha}{\rho} \right) - \tilde{\theta}\nu \frac{\text{sen}\alpha}{\rho}}_{\dot{V}_2} \quad (2.29)$$

e garantindo que $\dot{V}_1 \leq 0$ e $\dot{V}_2 \leq 0$, pode-se concluir que $\dot{V} \leq 0$.

Sendo $\dot{V}_1 = \rho\nu \cos \alpha$ e assumindo que

$$\nu = \nu_{max} \tanh \rho \cos \alpha \text{ para } \nu_{max} > 0 \quad (2.30)$$

resulta em

$$\dot{V}_1 = \nu_{max} \rho \tanh \rho \cos^2 \alpha \leq 0 \quad (2.31)$$

Repetindo a análise anterior para \dot{V}_2 , tem-se que

$$\dot{V}_2 = \alpha \left(-\omega + \nu \frac{\text{sen}\alpha}{\rho} \right) - \tilde{\theta}\nu \frac{\text{sen}\alpha}{\rho} \quad (2.32)$$

e assumindo

$$\omega = k_\alpha \alpha + k_\theta \frac{\tilde{\theta}^2}{\alpha} + \nu \frac{\text{sen}\alpha}{\rho} - \nu \frac{\tilde{\theta}}{\rho} \frac{\text{sen}\alpha}{\alpha} \text{ para } k_\alpha, k_\theta > 0 \quad (2.33)$$

e substituindo 2.33 em 2.32, resulta em

$$\dot{V}_2 = -k_\alpha \alpha^2 - k_\theta \tilde{\theta}^2 \leq 0 \quad (2.34)$$

Desta forma, como $\dot{V}_1 \leq 0$ e $\dot{V}_2 \leq 0$, corrobora-se a hipótese de que

$$\dot{V}(\rho, \alpha, \tilde{\theta}) = -\nu_{max} \rho \tanh \rho \cos^2 \alpha - k_\alpha \alpha^2 - k_\theta \tilde{\theta}^2 \leq 0 \quad (2.35)$$

Mais ainda, $\dot{V}(\rho, \alpha, \tilde{\theta}) < 0$ resultando em um sistema assintoticamente estável.

Substituindo 2.30 e 2.33 em 2.26, as equações de malha fechada do sistema se tornam

$$\begin{cases} \dot{\rho} = -\nu_{max} \tanh \rho \cos^2 \alpha \\ \dot{\alpha} = -k_\alpha \alpha - k_\theta \frac{\tilde{\theta}}{\alpha} - \nu_{max} \tilde{\theta} \frac{\tanh \rho}{\rho} \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cos \alpha \\ \dot{\tilde{\theta}} = -\nu_{max} \frac{\tanh \rho}{\rho} \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cos \alpha \end{cases} \quad (2.36)$$

e é correto afirmar que

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \alpha \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

de forma assintótica. Mais ainda, como

$$\tilde{\theta} = \theta_d - \theta \rightarrow 0 \Rightarrow \theta \rightarrow \theta_d$$

conforme desejado.

No que diz respeito à saturação das ações de controle, adotou-se $\nu_{max} = 0,35m/s$, para que a velocidade linear máxima ν não fosse superior $350mm/s$. Por outro lado a atribuição de $k_\alpha = 0,44$ e $k_\theta = 10^{-3}$ para $\alpha_{min} = 0,01^\circ$, garantem uma velocidade angular máxima ω igual a $90^\circ/s$, uma vez que $\alpha \in [-\pi, \pi]$ e $\tilde{\theta} \in [-\pi, \pi]$.

As simulações realizadas nesta subseção tiveram como objetivo atingir o ponto de destino localizado na posição (3000mm, 4000mm) com uma orientação final de 135° . A Figura 13 ilustra a trajetória descrita pelo robô durante a busca pelo alvo, utilizando os dados obtidos pela simulação no software ARIA.

É possível verificar que o ponto alvo é atingindo mediante uma trajetória totalmente distinta daquelas apresentadas nas subseções anteriores, devido à orientação final desejada. A Figura 14 destaca as velocidade lineares e angulares enviadas e efetivamente desenvolvidas e, como pode ser visualizado, estas tendem a zero quando o robô se aproxima do ponto de destino

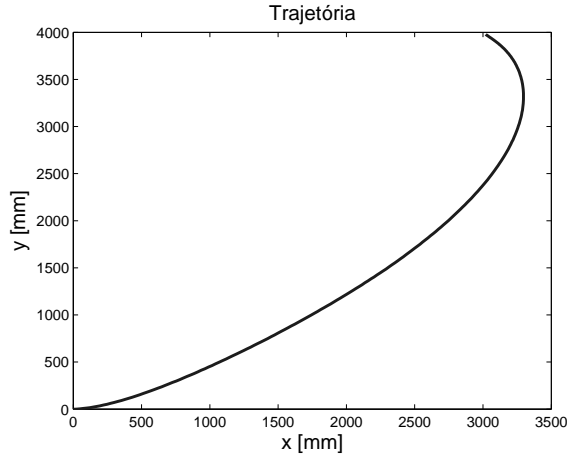


Figura 13: Trajetória descrita pelo robô em busca do ponto destino para controlador de posição final com orientação final predefinida.

em decorrência do fato destas ações de controle dependerem diretamente das variáveis de estado.

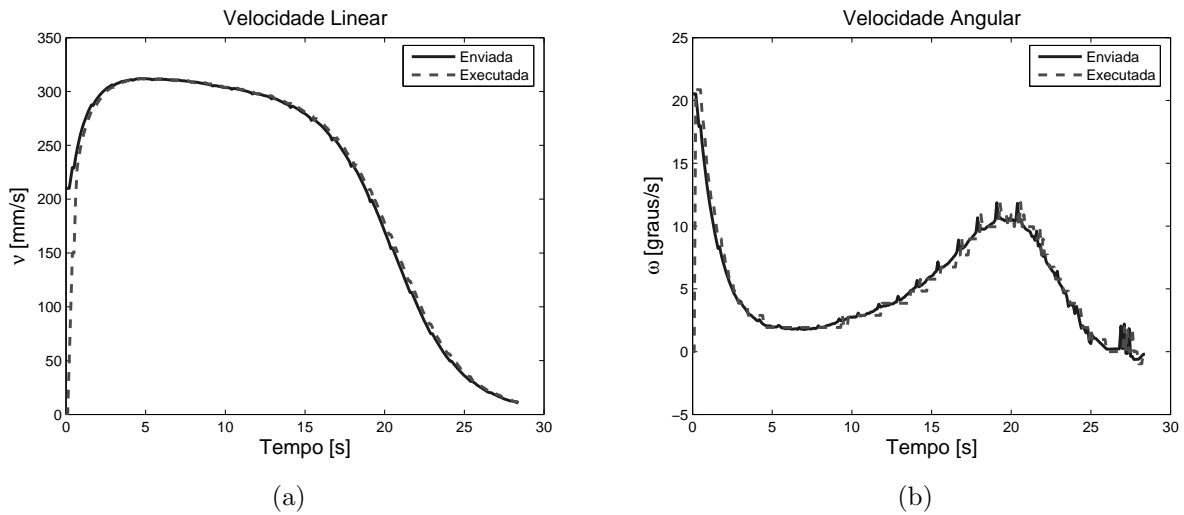


Figura 14: Velocidades Linear ν (a) e Angular ω (b) enviadas e efetivamente executadas pelo robô.

A Figura 15 ilustra o fato de que as variáveis de estado ρ e α tendem assintoticamente a zero e ϕ tende a 135° , conforme previsto.

2.2 Navegação com Desvio de Obstáculos

Os controladores propostos nas subseções anteriores não levam em consideração o desvio de obstáculos que podem aparecer durante a navegação do robô em busca do ponto

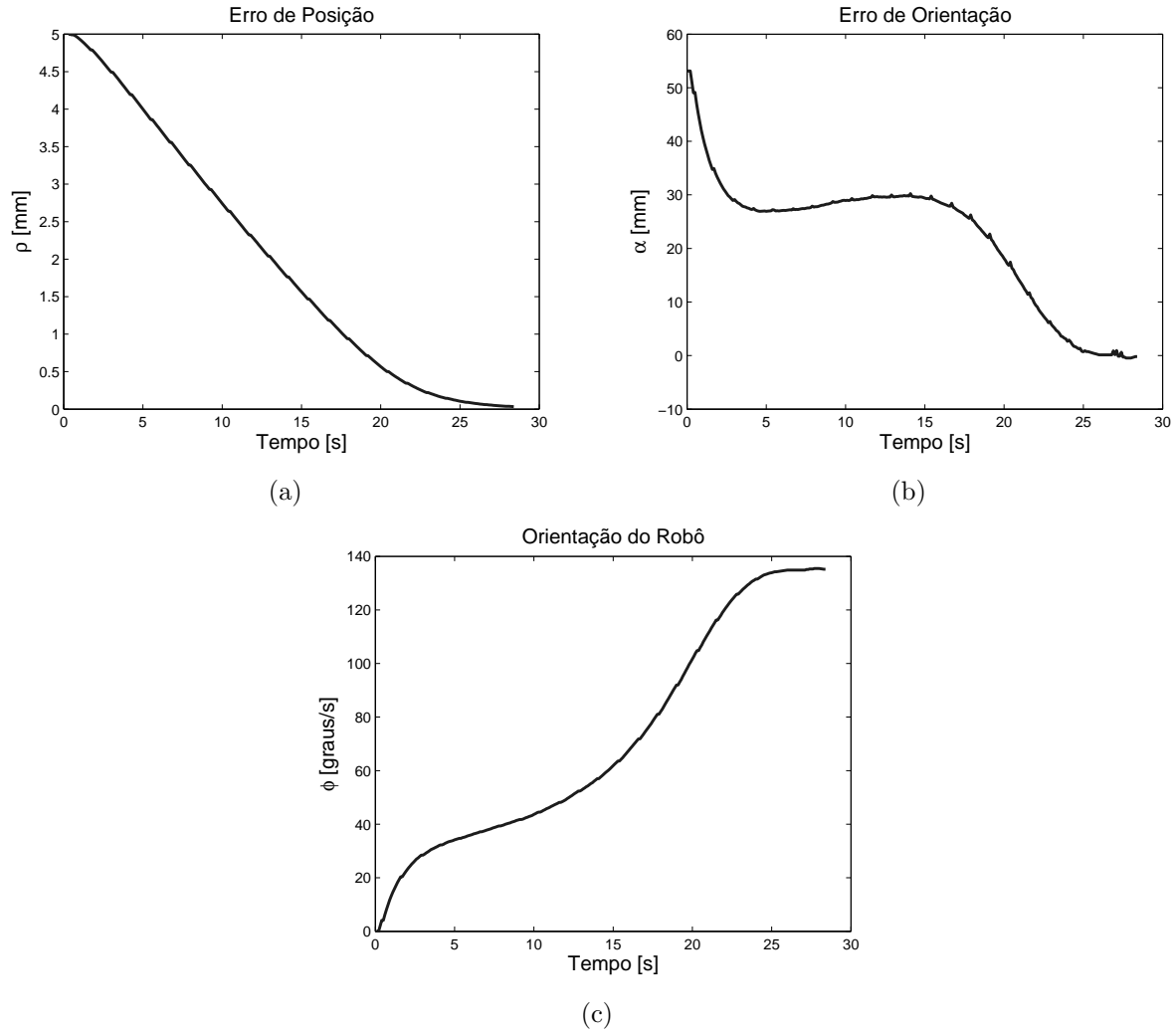


Figura 15: Erro de posição ρ (a) e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação ϕ (c).

alvo. Neste trabalho, a técnica utilizada para evitar objetos consiste em um algoritmo com abordagem reativa, cujo ambiente de navegação é a priori desconhecido, sendo necessário a utilização de sensores externos para que o robô móvel possa traçar uma trajetória segura até seu destino. Este controlador foi proposto e implementado em [8] e [4], utilizando-se sensores ultra-sônicos e um sensor de varredura Laser, respectivamente, a fim de fornecer as informações sobre o ambiente.

A técnica em questão denomina-se *Desvio Tangencial*, cujo fundamento é evitar obstáculos mediante a execução de trajetórias tangenciais a estes. Uma vez que há um obstáculo no caminho em busca do ponto de destino, para transpô-lo, é gerado um alvo virtual temporário rotacionado, que deverá ser atingido pelo robô. Quando o algoritmo de desvio, após analisar os dados provenientes do sensor externo, verifica a ausência de obstáculos, o alvo real é retomado e o robô retoma sua trajetória em busca deste.

A informação de distância entre o robô e possíveis obstáculos é proveniente das medidas do sensor de varredura Laser, que está configurado para uma resolução de 1° e cobre o semi-círculo à frente do robô (180°), conforme mostrado na Figura 16.

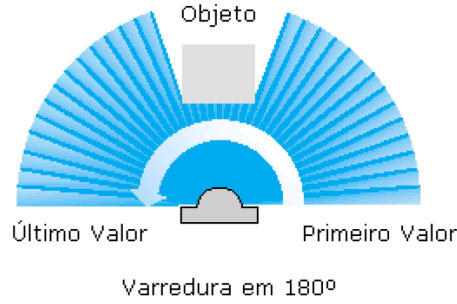


Figura 16: Varredura do sensor laser.

A Figura 17 ilustra a técnica de desvio tangencial. Quando um objeto é detectado, através das medidas da varredura laser, encontra-se o ponto mais próximo ao obstáculo e seu ângulo em relação à orientação do robô β . Em conjunto com o erro de orientação do robô α , é definido o ângulo de giro γ necessário para rotacionar o alvo de modo que o alvo virtual esteja numa situação em que a trajetória a ser seguida em sua busca seja tangente ao obstáculo. O ângulo de giro γ é definido por

$$\gamma = \text{sgn}\beta(\beta - 90^\circ) - \alpha \quad (2.37)$$

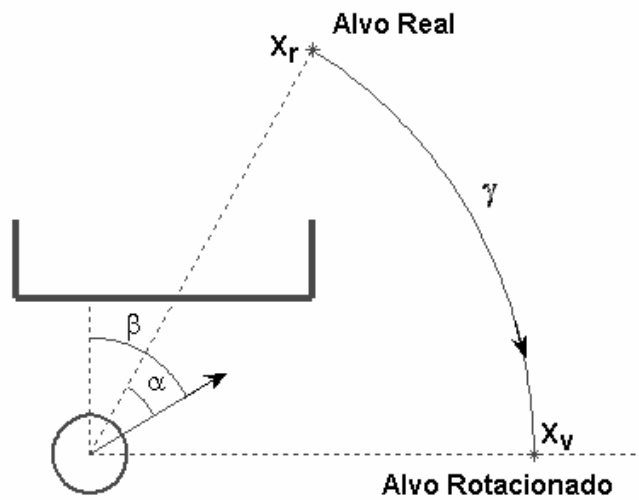


Figura 17: Desvio Tangencial - Determinação do ângulo de rotação.

A rotação do alvo, considerando somente o plano de navegação XY , é realizada por

$$X_v = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} X_r \quad (2.38)$$

onde X_r e X_v são o alvo real e o alvo virtual, respectivamente, e são definidos por

$$X_r = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^T \text{ e } X_v = \begin{bmatrix} x_v & y_v \end{bmatrix}^T$$

A região de segurança do robô para uma navegação cautelosa é definida como uma semicircunferência de $700mm$ de raio criada pela varredura do sensor Laser.

Com o intuito de reduzir a velocidade linear ν do robô durante o desvio de obstáculos, quando um objeto se encontra na região de segurança, o alvo real é rotacionado para iniciar o desvio e, mais ainda, este é aproximado para uma distância de $450mm$, afinal a velocidade linear depende diretamente do erro de posição ρ , como equacionado em 2.30.

Quando o alvo é aproximado e a velocidade se torna constante, a fim de se executar a trajetória tangencial, há uma comutação entre controladores, passando, portanto, a ser tratado como um sistema chaveado, cuja estabilidade é comprovada utilizando função de Lyapunov comum para ambos os controladores, como ocorre neste trabalho, afinal as equações cinemáticas não sofreram alterações. Esta análise é descrita em [9] como uma extensão direta do teorema da estabilidade de Lyapunov.

O diagrama de bloco do desvio tangencial é semelhante ao mostrado na Figura ?? . Todavia, é acrescido de um laço externo, responsável por gerar o ângulo de giro quando um objeto é detectado. Uma vez mostrado que o controlador de posição final é estável, pode se dizer que o controlador ilustrado na Figura 18 também é, pois o controlador proposto apenas gera valores de referência esporadicamente.

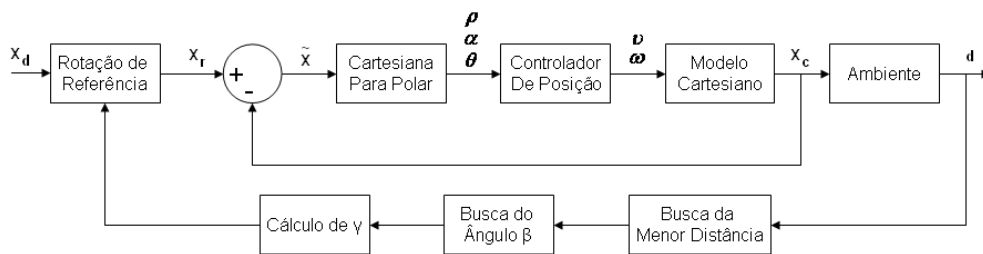


Figura 18: Diagrama de Blocos do Desvio Tangencial.

Na Figura 18, X_d representa o alvo a ser atingindo, X_r é o alvo rotacionado, sendo igual a X_d se o caminho até o alvo está livre e X_c é a posição corrente do robô.

2.2.1 Controlador de Posição sem Orientação Final

Esta subseção utiliza o controlador ilustrado na Figura 18, cujo objetivo é navegar até o ponto de destino localizado na posição $(2400mm, 2400mm)$ desviando de dois objetos circulares de $100mm$ de raio localizados na posição $(1300mm, 300mm)$ e $(1300mm, 1500mm)$.

A velocidade máxima linear adotada foi $250mm/s$, com $\nu_{max} = 0,25m/s$ e uma velocidade angular máxima de $90^\circ/s$, com $k_\omega = 0,30$.

A Figura 19 apresenta a trajetória descrita pelo robô, a fim de atingir o ponto destino.

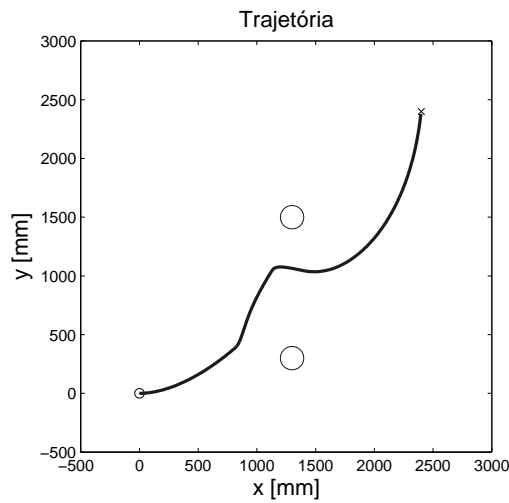


Figura 19: Trajetória descrita pelo robô desviando tangencialmente de dois objetos circulares.

A Figura 20 apresenta as velocidades lineares e angulares enviadas com a ação de controle para que o alvo seja atingido, assim como as velocidades efetivamente desenvolvidas pelo robô. Ambas as velocidades tendem a zero quanto o robô se aproxima do destino, em decorrência da dependência das variáveis de estado $\begin{bmatrix} \rho & \alpha \end{bmatrix}^T$, que também tendem a zero.

A Figura 21 ilustra as variáveis de estado ρ e α tendendo assintoticamente a zero, e ϕ assumindo um valor qualquer limitado, já que seu controle não estava previsto durante a prova de estabilidade mostrada na subseção 2.1.1.

2.2.2 Controlador de Posição com Orientação Final

Agregando ao controlador de posição a orientação final, no laço de desvio tangencial, o objetivo é levar o robô ao ponto de destino localizado na posição $(2000mm, 2000mm)$ com uma orientação final de 135° , desviando de dois objetos circulares de $100mm$ de raio localizados

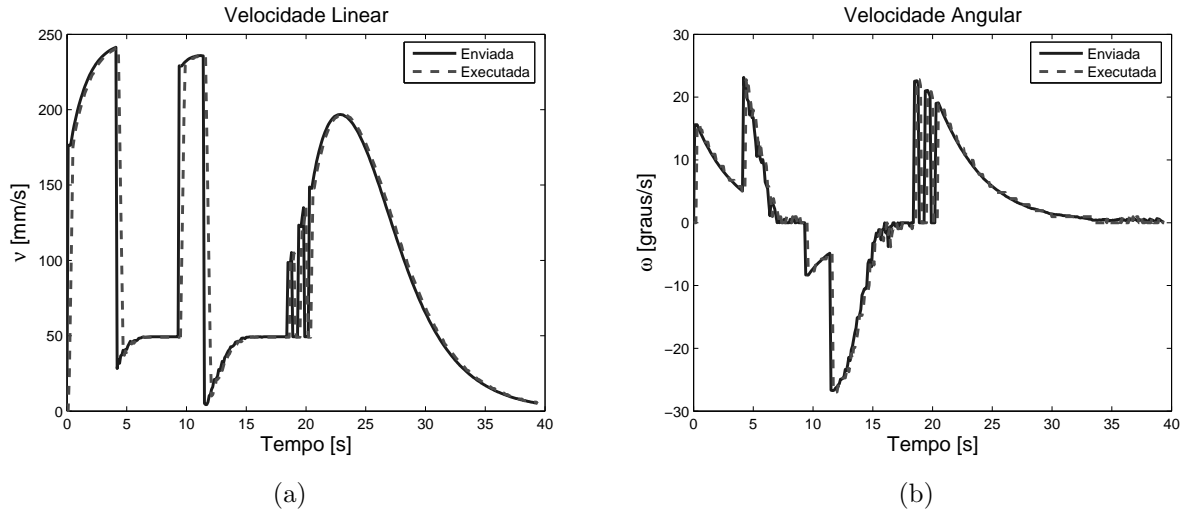


Figura 20: Velocidades Linear ν (a) e Angular ω (b) enviadas e efetivamente desenvolvidas pelo robô.

na posição $(1300mm, 300mm)$ e $(1300mm, 1500mm)$.

A velocidade máxima linear adotada foi $250mm/s$, com $\nu_{max} = 0,25m/s$ e uma velocidade angular máxima de $90^\circ/s$, com $k_\omega = 0,30$ e $k_\theta = 0,001$, para $\alpha_{min} = 0,01^\circ$.

A Figura 22 apresenta a trajetória descrita pelo robô, a fim de atingir o ponto destino com a orientação predeterminada.

A Figura 23 destaca o decaimento assintótico das ações de controle convergindo a zero nas proximidades do alvo, devido à dependência das variáveis de estado $\begin{bmatrix} \rho & \alpha & \tilde{\theta} \end{bmatrix}^T$, as quais tendem assintoticamente a zero.

A Figura 24 ilustra as variáveis de estado ρ e α tendendo assintoticamente a zero e ϕ tendendo a 135° , uma vez que $\tilde{\theta} \rightarrow 0$ e, conseqüentemente, $\theta \rightarrow \theta_d = 135^\circ$.

Porém, se o alvo desejado se localizar na posição $(2400mm, 2400mm)$ com a mesma orientação final de 135° , o resultado não é tão satisfatório, pois uma vez que o robô tenha que manobrar para atingir a orientação desejada, ele se aproxima da parede, habilitando, portanto, o controlador de desvio tangencial e, conseqüentemente, ignorando o alvo desejado a priori. Todavia, gastando um pouco mais de energia, ele é capaz de executar a tarefa.

A Figura 25 ilustra a trajetória descrita para atingir o destino, mediante as ações de controle exibidas na Figura 26.

A convergência assintótica das variáveis de estado $\begin{bmatrix} \rho & \alpha \end{bmatrix}^T$ a zero e θ a 135° são ilustradas na Figura 27. Uma solução mais eficiente é ilustrada na subseção seguinte.

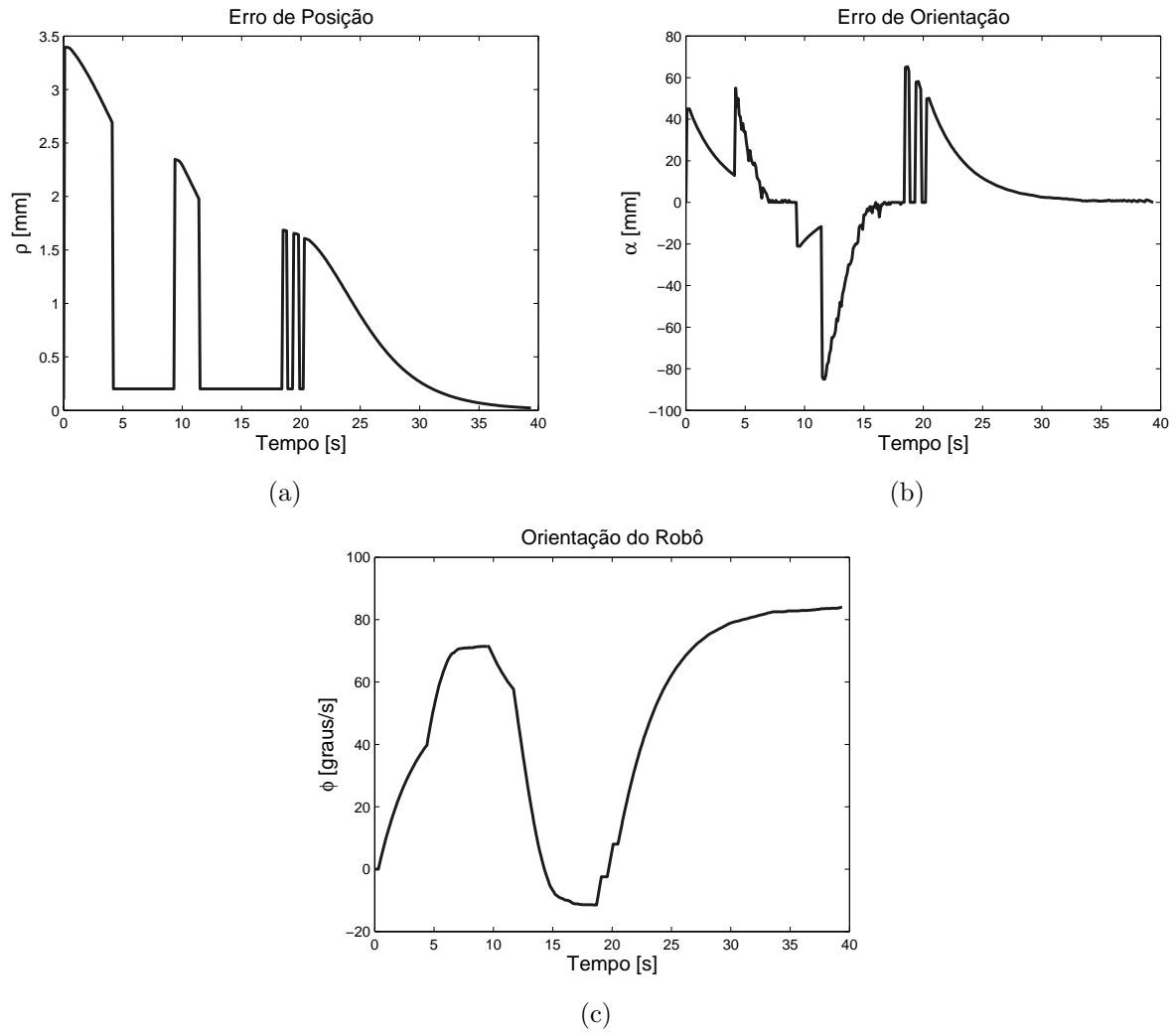


Figura 21: Erro de posição ρ (a) e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação ϕ (c).

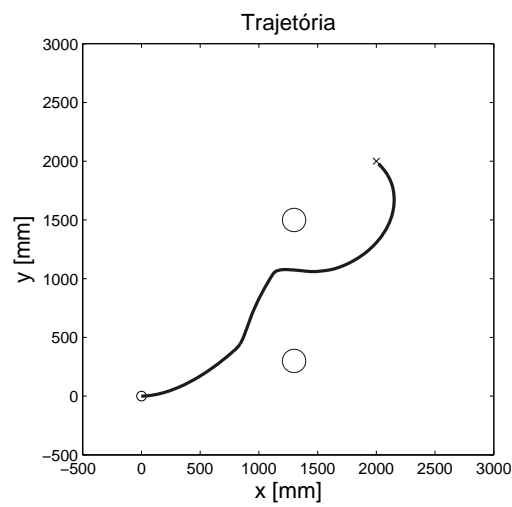


Figura 22: Trajetória descrita pelo robô desviando tangencialmente de dois objetos circulares.

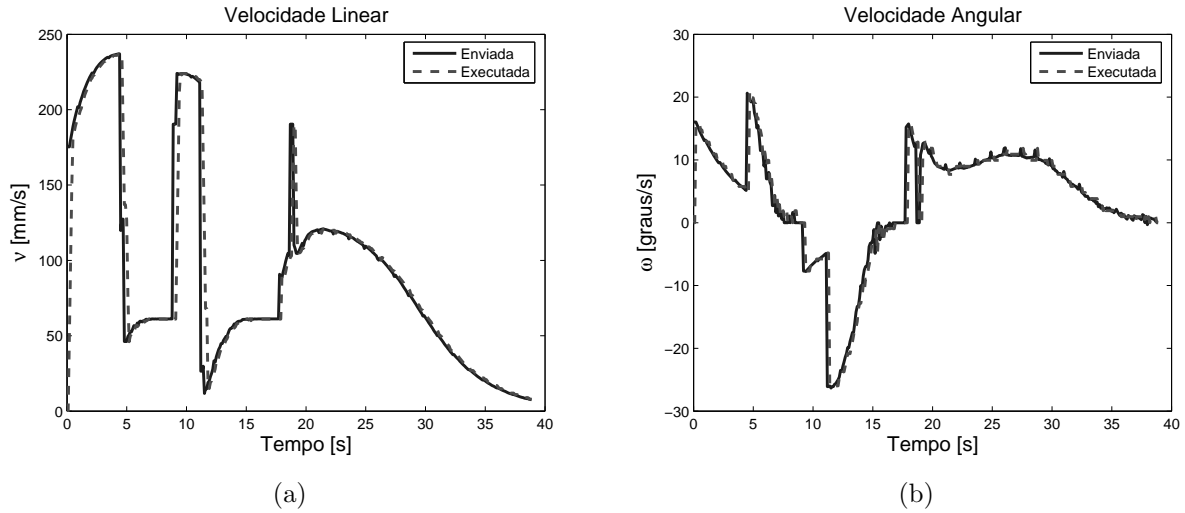


Figura 23: Velocidades Linear ν (a) e Angular ω (b) enviadas e efetivamente executadas pelo robô.

2.2.3 Controlador Chaveado de Posição com Orientação Final

A idéia do controlador proposto nesta subseção leva em consideração o fato do robô navegar até o alvo desejado e, posteriormente, rotacionar sobre o próprio eixo até atingir a orientação desejada.

Nesta caso, o sistema é composto inicialmente de um controlador de posição final sem orientação com desvio tangencial incorporado no laço de controle e outro de orientação final. Os dois primeiros já foram mencionados em subseções anteriores. Contudo, este último exige uma prova de estabilidade.

Neste tipo de situação haverá um chaveamento de controlador e, segundo [9], uma vez que se tenha uma função de Lyapunov comum para ambos os controladores, devido à extensão direta do teorema da estabilidade de Lyapunov, é correto afirmar que o sistema será estável.

Reescrevendo as equações do sistema em coordenadas polares

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & 0 \\ \frac{\sin(\alpha)}{\rho} & -1 \\ \frac{\sin(\alpha)}{\rho} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

e considerando a função candidata de Lyapunov

$$V(\rho, \alpha) = \frac{1}{2}\rho^2 + \frac{1}{2}\alpha^2 \quad (2.40)$$

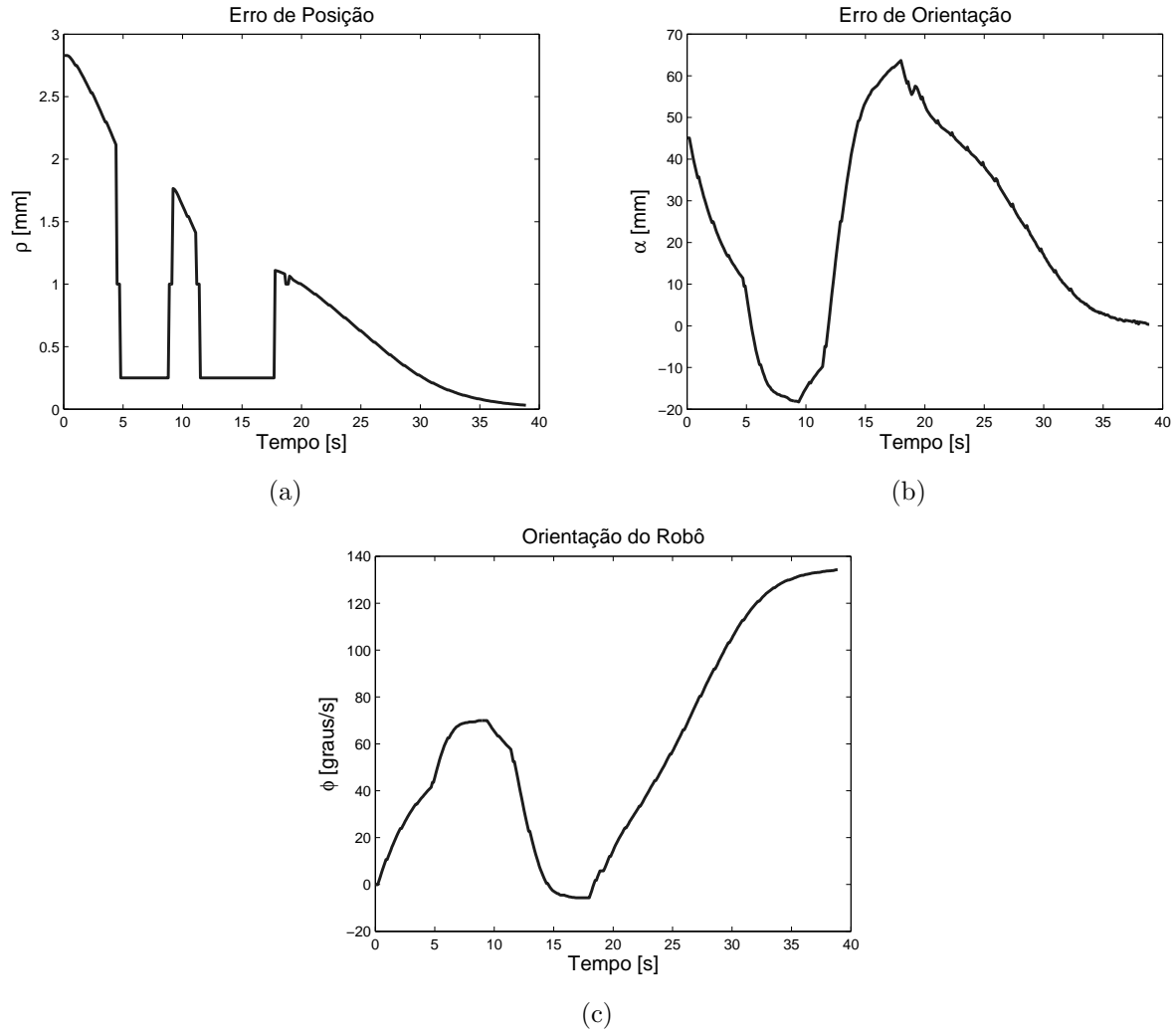


Figura 24: Erro de posição ρ (a) e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação ϕ (c).

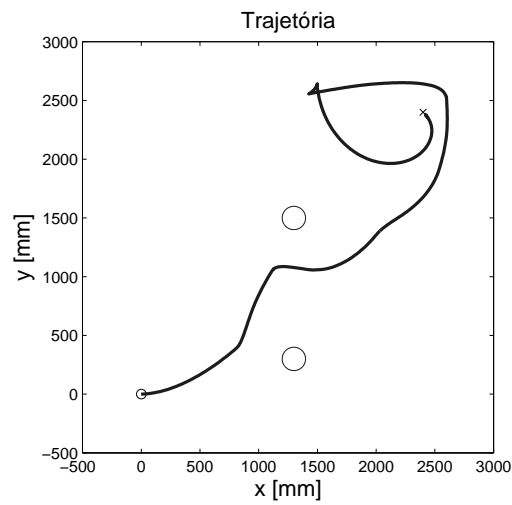


Figura 25: Trajetória descrita pelo robô desviando tangencialmente de dois objetos circulares.

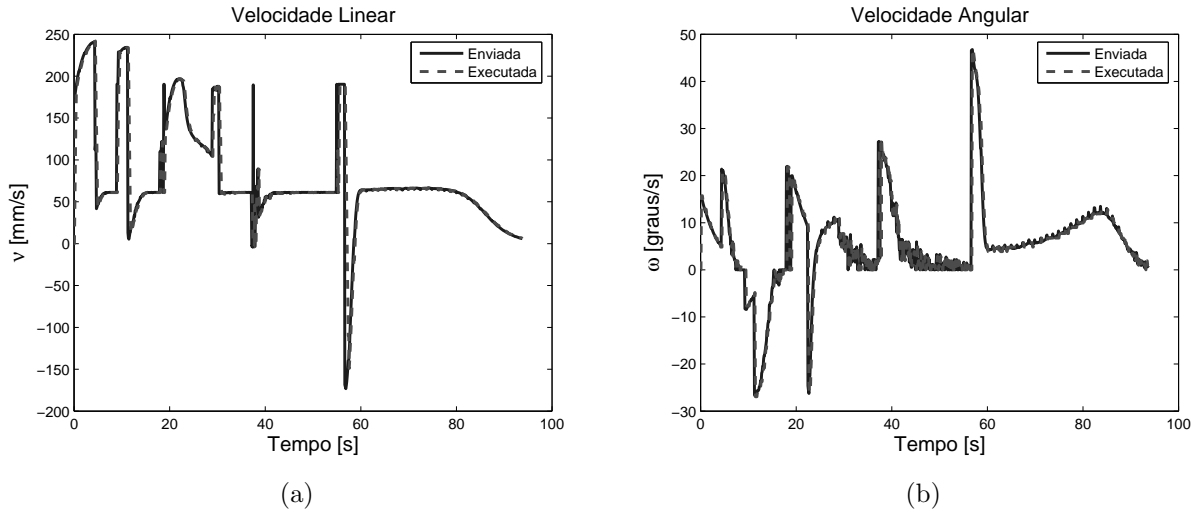


Figura 26: Velocidades Linear ν (a) e Angular ω (b) enviadas e efetivamente executadas pelo robô.

a qual é definida positiva e radialmente ilimitada, pode-se provar a estabilidade assintótica global do sistema.

A estabilidade do controlador de posição final sem orientação com desvio tangencial incorporado já foi demonstrada na subseção 2.1.1 e tem como ação de controle

$$\begin{cases} \nu = \nu_{max} \rho \tanh \rho \cos \alpha \\ \omega = \omega_{max} \alpha + \nu_{max} \frac{\tanh(\rho)}{\rho} \text{sen} \alpha \cos \alpha \end{cases} \quad (2.41)$$

Considerando agora o controlador de orientação final, cuja função candidata de Lyapunov é idêntica a 2.40, e lembrando que $\alpha = \theta - \phi$ e é desejado, neste caso, que $\phi \rightarrow \phi_d$, então, define-se o erro de orientação do robô em relação ao valor de referência definido por

$$\tilde{\phi} = \phi_d - \phi \quad (2.42)$$

no entanto, $\alpha = \theta - (\phi_d - \tilde{\phi})$, cuja derivada no tempo é $\dot{\alpha} = \dot{\theta} + \dot{\tilde{\phi}}$, afinal ϕ_d é um valor constante.

Reescrevendo as equações do sistema em coordenadas polares, obtém-se

$$\begin{cases} \dot{\rho} = -\nu \cos \alpha \\ \dot{\alpha} = \dot{\theta} + \dot{\tilde{\phi}} = -\omega + \nu \frac{\text{sen} \alpha}{\rho} \\ \dot{\theta} = \nu \frac{\text{sen} \alpha}{\rho} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\rho} = -\nu \cos \alpha \\ \dot{\tilde{\phi}} = -\omega \\ \dot{\theta} = \nu \frac{\text{sen} \alpha}{\rho} \end{cases} \quad (2.43)$$

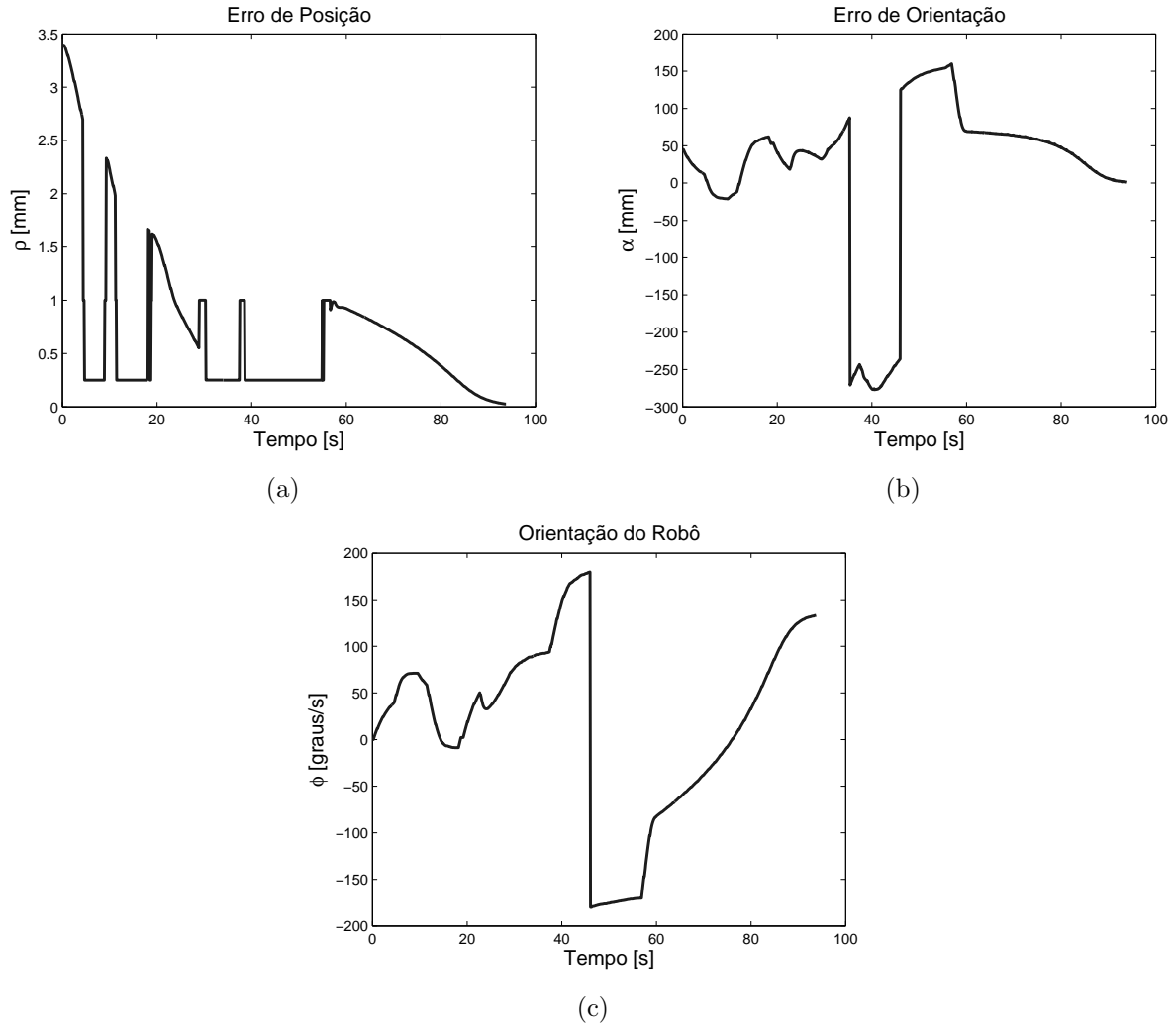


Figura 27: Erro de posição ρ (a) e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação ϕ (c).

Tomando a derivada temporal de 2.40, obtém-se

$$\dot{V}(\rho, \alpha) = \rho\dot{\rho} + \alpha\dot{\alpha} \quad (2.44)$$

sendo $\dot{V}_1(\rho, \alpha) = -\rho\nu \cos \alpha$. Assumindo

$$\nu = \nu_{max} \tanh \rho \cos \alpha, \text{ para } \nu_{max} > 0 \quad (2.45)$$

tem-se que $\dot{V}_1 \leq 0$. Para $\dot{V}_2(\rho, \alpha) = \alpha\dot{\alpha}$, tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\alpha) &= \alpha(\dot{\theta} + \ddot{\phi}) \\ &= \alpha\left(\nu \frac{\sin \alpha}{\rho} - \omega\right) \end{aligned} \quad (2.46)$$

Assumindo que

$$\omega = \nu \frac{\sin \alpha}{\rho} + \omega_{max} \tanh(k_\omega \alpha) \quad (2.47)$$

e substituindo 2.47 em 2.46, obtém-se

$$\dot{V}_2(\alpha) = -\omega_{max} \alpha \tanh(k_\omega \alpha) \leq 0, \text{ para } k_\omega, \omega_{max} > 0 \quad (2.48)$$

Logo, como $\dot{V}_1(\rho, \alpha) \leq 0$ e $\dot{V}_2(\alpha) \leq 0$ e

$$\begin{aligned} \dot{V}(\rho, \alpha) &= \dot{V}_1(\rho, \alpha) + \dot{V}_2(\alpha) \\ &= -\nu_{max} \rho \tanh \rho \cos^2 \alpha - \omega_{max} \alpha \tanh(k_\omega \alpha) \end{aligned} \quad (2.49)$$

é correto afirmar que $\dot{V}(\rho, \alpha) < 0$, ou seja, é definida negativa, confirmando a estabilidade do controlador.

O controlador de orientação final somente é ativado quando o erro de posição ρ está dentro de um entorno predeterminado, tão pequeno quanto desejado, porém distinto de zero. Baseado nesta afirmação, a velocidade linear ν será tão pequena que pode ser considerada nula, afinal o robô em questão pode rotacionar sobre o próprio eixo. Com esta aproximação, as ações de controle se tornam

$$\begin{cases} \nu = 0 \\ \omega = \omega_{max} \tanh(k_\omega \alpha), \text{ para } \omega_{max}, k_\omega > 0 \end{cases} \quad (2.50)$$

Os valores para controlar a saturação das ações de controle foram $\nu_{max} = 0,25m/s$ para uma velocidade linear máxima de $250mm/s$ durante a execução do controle de trajetória, $\omega_{max} = 0,35$ e $k_\omega = 2,50$ para uma velocidade angular máxima de $90^\circ/s$ no controlador de posição final e de $35^\circ/s$ no de orientação final.

A Figura 28, que ilustra a trajetória do robô em busca do alvo localizado na posição $(2400mm, 2400mm)$, é bastante similar à Figura 19, devido à semelhança no controlador de posição final. A diferença entre os métodos está no que se refere às ações de controle, conforme ilustrado na Figura 29. Ao se aproximar do ponto desejado, as variáveis de controle $\begin{bmatrix} \nu & \omega \end{bmatrix}^T$ decrescem assintoticamente a zero, em função da proporcionalidade com as variáveis de estado $\begin{bmatrix} \rho & \alpha \end{bmatrix}^T$, que também tendem a zero à medida que o robô se aproxima do alvo, como mostrado na Figura 30.

Entretanto, uma descontinuidade pode ser visualizada claramente nas Figuras 29(b) e 30(c) em virtude da comutação dos controladores, que agora tem como objetivo rotacionar o robô que está numa orientação qualquer para outra predefinida, nesta simulação $\phi_d = 135^\circ$.

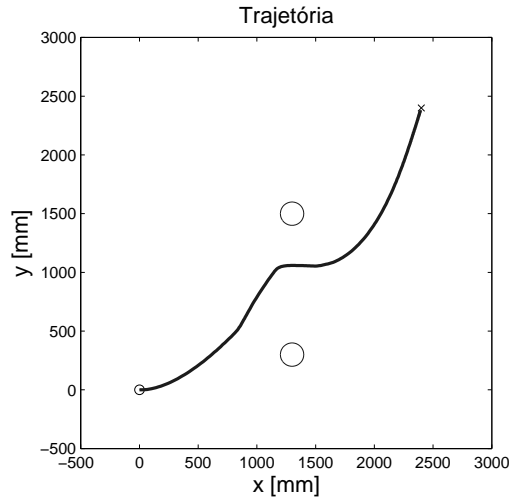


Figura 28: Trajetória descrita pelo robô desviando tangencialmente de dois objetos circulares.

E, conforme esperado, a velocidade angular ω decresce assintoticamente a zero, novamente, enquanto a orientação do robô ϕ tende ao valor desejado.

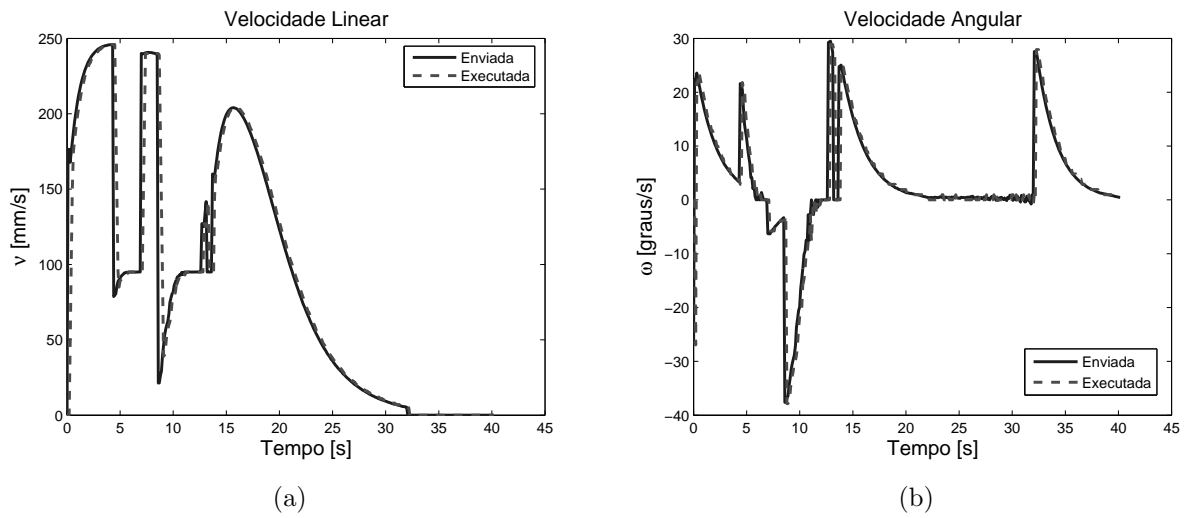


Figura 29: Velocidades Linear ν (a) e Angular ω (b) enviadas e efetivamente executadas pelo robô.

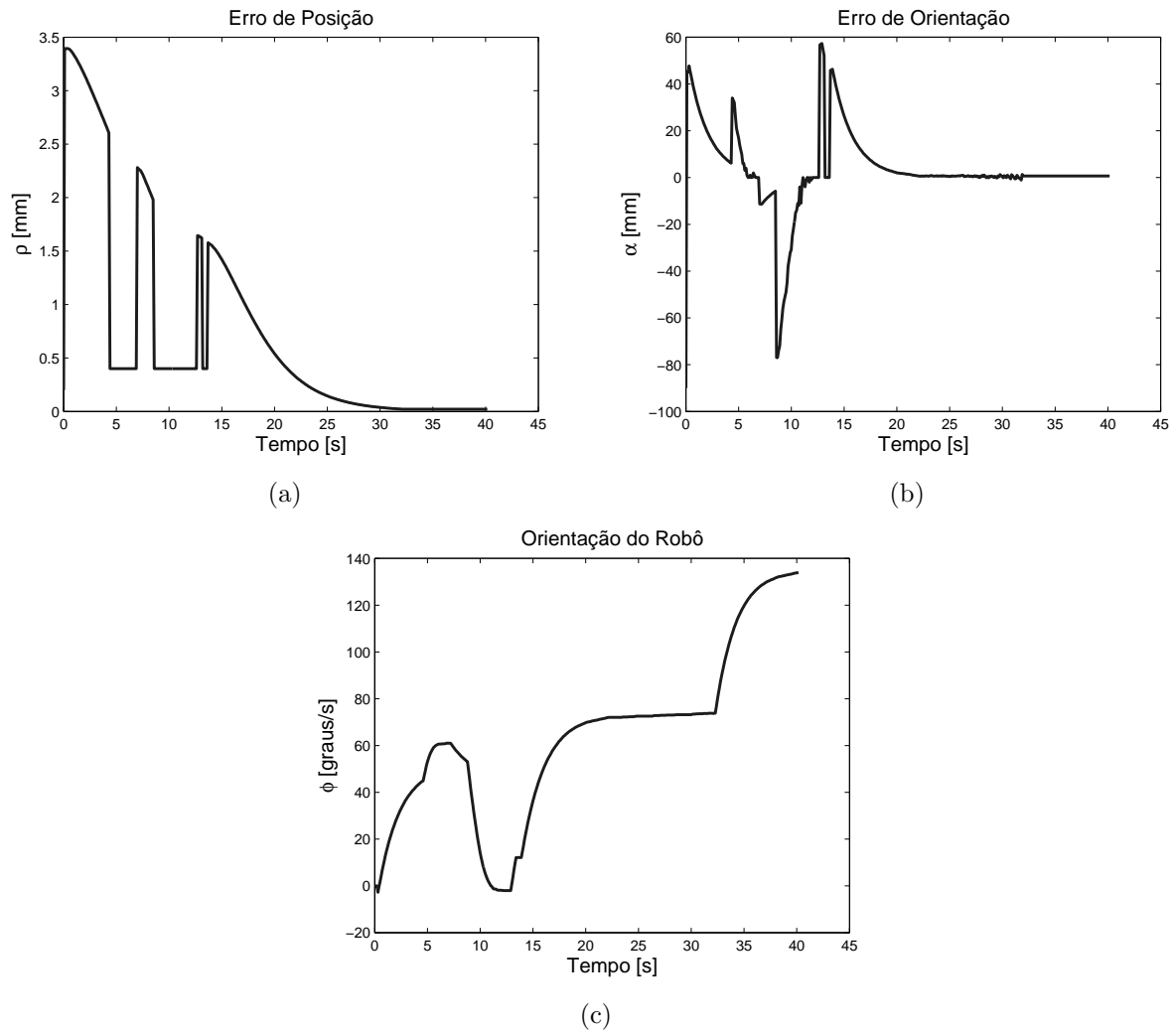


Figura 30: Erro de posição ρ (a) e de orientação α (b) durante a navegação do robô e sua orientação ϕ (c).

Referências

- [1] PIERI, E. R. (2002). Apostila do Curso de Robótica Móvel. Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica.
- [2] BASTOS FILHO, T. F. (2001). *Apostila do Curso de Oficina de Robótica*. Universidade Federal do Espírito Santo, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica.
- [3] PATIÑO, H. D. E CARELLI, R. (2004). Neural Network-Based Optimal Control for Autonomous Mobile Vehicle Navigation. *International Symposium on Intelligent Control*, pp. 391-395.
- [4] PEREIRA, F. G. (2006). *Navegação e Desvio de Obstáculos Usando um Robô Móvel Dotado de Sensor de Varredura Laser*. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória - Brasil, 2006.
- [5] ACTIVMEDIA ROBOTICS (2001). *Pioneer 2 Mobile Robots - Computer and Software Manual*.
- [6] KONOLIGE, K. G. (2001). *Saphira and Aria Software Manual*. Menlo Park, California, 2001.
- [7] SECCHI, H. A. (1998). *Control de Vehículos Auto guiados con Realimentación Sensorial*. Dissertação de Mestrado - Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de San Juan, San Juan - Argentina, 1998.
- [8] FERREIRA, A. (2004). *Desvio Tangencial de Obstáculos para um Robô Móvel Navegando em Ambientes Semi-Estruturados*. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória - Brasil, 2006.
- [9] VIDYASAGAR, M. (1993). *Nonlinear System Analysis*, 2º edition. Prentice Hall, New Jersey, 1993.