



# **Condução de Calor em Regime Transiente**

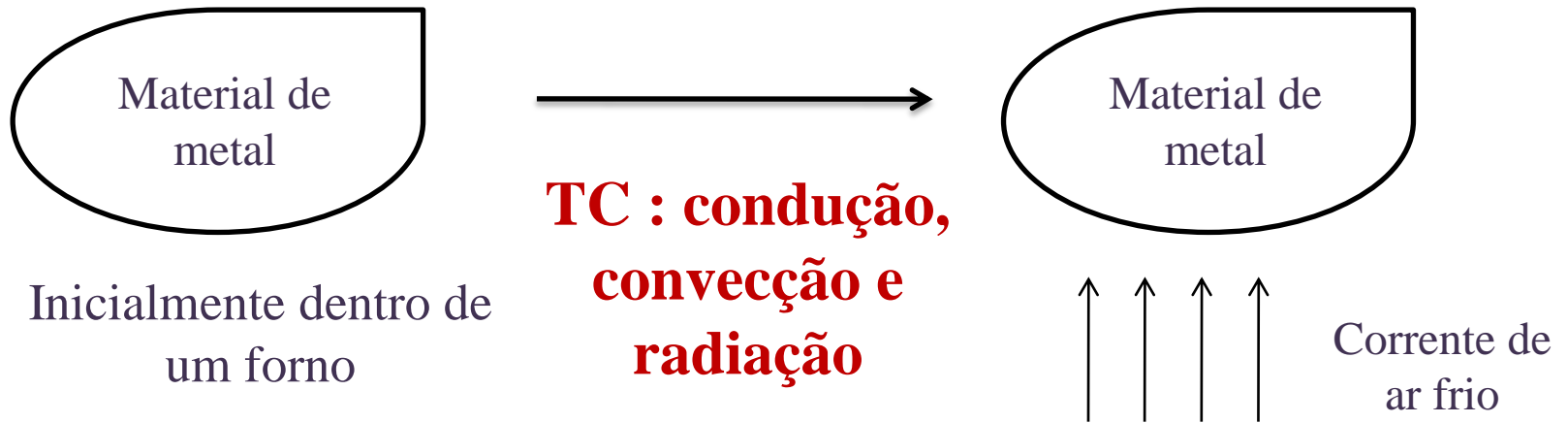
## Condução em Regime Transiente

Variação da temperatura  
de um corpo

$T(x, y, z, t)$  – coordenadas cartesianas  
 $T(r, \phi, z, t)$  – coordenadas cilíndricas  
 $T(r, \phi, \Theta, t)$  – coordenadas esféricas

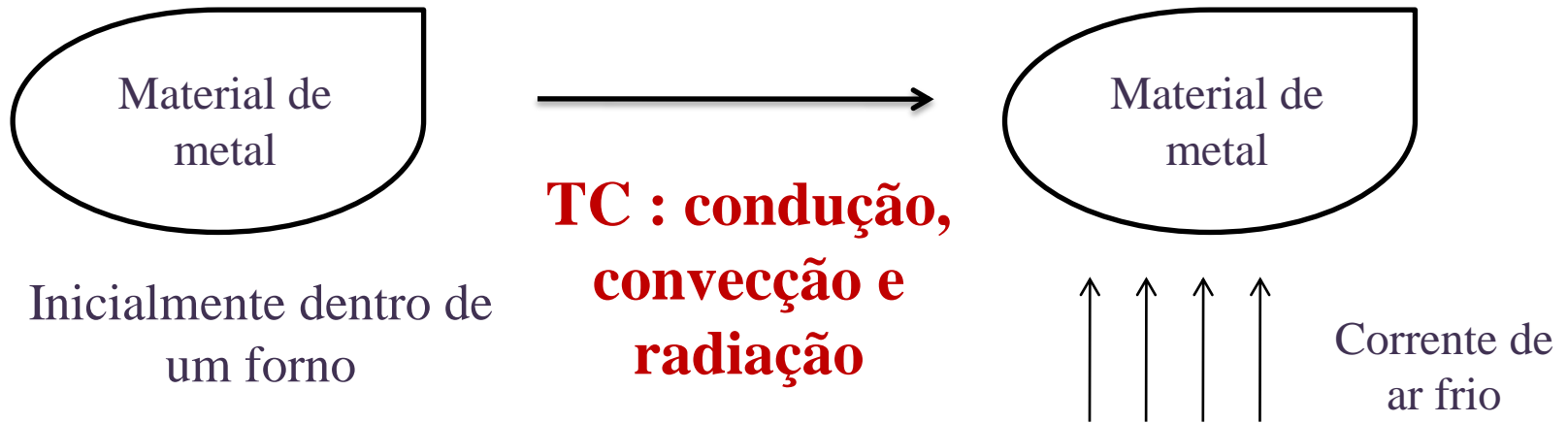
*Problemas não estacionários ou transiente surgem quando as condições de contorno de um sistema são mudadas!*

Seja um material de metal removido de um forno e submetido a uma corrente de ar frio



A temperatura do material irá decrescer até que a condição de regime estacionário seja alcançada.

Seja um material de metal removido de um forno e submetido a uma corrente de ar frio



A temperatura do material irá decrescer até que a condição de regime estacionário seja alcançada.

- ✓ As **propriedades finais** do metal dependerão significativamente do **histórico do tempo da temperatura**, que resulta da TC.
- ✓ O controle da **TC** é uma **chave** para produção de **novos materiais** com propriedades melhores.

## **Método da Capacitância Global**

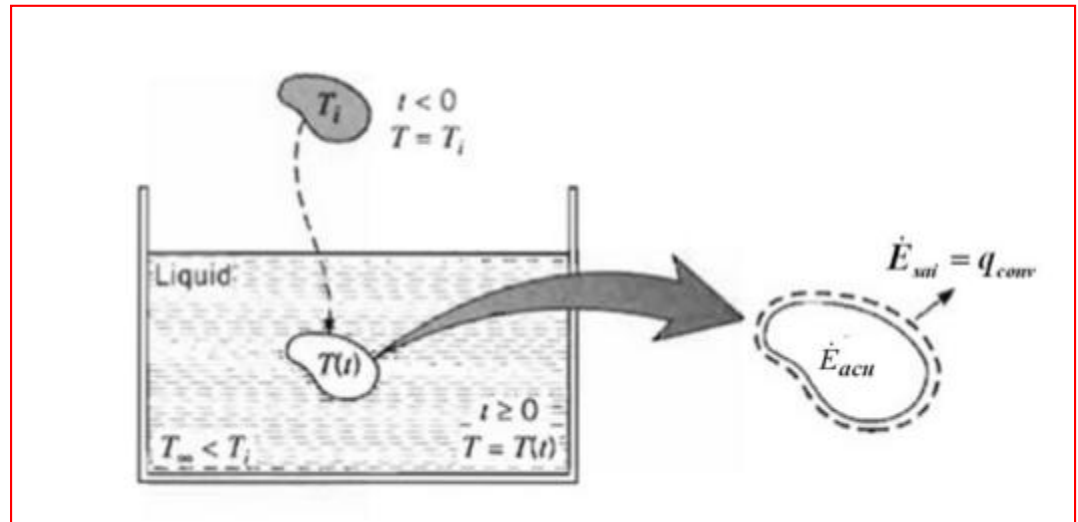
O gradiente de temperatura no interior do sólido pode ser desprezado

## Estudo de caso: sólido com mudança súbita de temperatura

Hipótese - a resistência à condução no interior do sólido é pequena em comparação à resistência à TC entre o sólido e sua vizinhança.

Como não existe gradientes de temperatura no interior do sólido, a equação do calor não pode ser utilizada e, portanto, a análise deve ser realizada com base no B.E.

$$\text{Balanço de Energia: } \dot{E}_{entra} - \dot{E}_{sai} + \dot{E}_g = \dot{E}_{acumulada}$$



## Estudo de caso: sólido com mudança súbita de temperatura

Hipótese - a resistência à condução no interior do sólido é pequena em comparação à resistência à TC entre o sólido e sua vizinhança.

Como não existe gradientes de temperatura no interior do sólido, a equação do calor não pode ser utilizada e, portanto, a análise deve ser realizada com base no B.E.

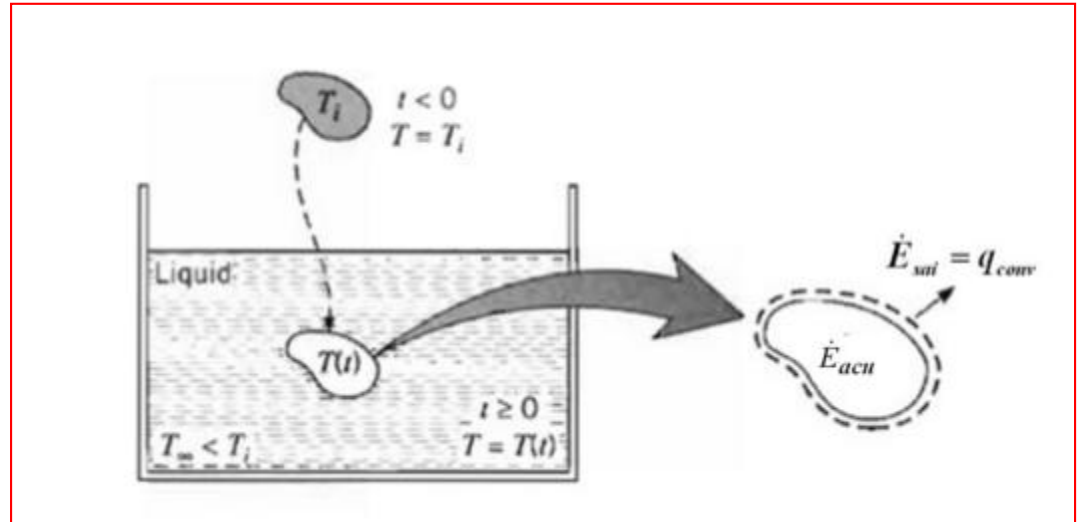
**Balço de Energia:**  $\dot{E}_{entra} - \dot{E}_{sai} + \dot{E}_g = \dot{E}_{acumulada}$

$$\dot{E}_{entra} = 0$$

$$\dot{E}_{sai} = hA_s(T - T_\infty)$$

$$\dot{E}_g = 0$$

$$\dot{E}_{acumulada} = \rho.V.c.\frac{dT}{dt}$$





$$-hA_s(T - T_\infty) = \rho c V \frac{dT}{dt}$$

Definindo temperatura:  $\theta = T - T_\infty \longrightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{dT}{dt}$

Se  $T_\infty$  é constante temos que:  $-hA_s\theta = \rho c V \frac{d\theta}{dt}$

Separando as variáveis:  $\frac{\rho c V}{hA_s} \int_{\theta_i}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = - \int_0^t dt$

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp \left[ - \left( \frac{hA_s}{\rho c V} \right) t \right]$$

### Significado físico

*A variação de temperatura do sólido e do fluido deve diminuir exponencialmente para zero a medida que o  $t$  (tempo) se aproxima do infinito!*

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = \exp \left[ - \left( \frac{hA_s}{\rho c V} \right) \cdot t \right]$$

*Essa equação pode ser utilizada para calcular o tempo necessário para o sólido alcançar uma dada temperatura  $T$ , ou a temperatura alcançada em algum tempo.*

## Significado físico

*A variação de temperatura do sólido e do fluido deve diminuir exponencialmente para zero a medida que o  $t$  (tempo) se aproxima do infinito!*

Inverso da constante  
de tempo térmica

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = \exp \left[ - \left( \frac{hA_s}{\rho c V} \right) \cdot t \right]$$

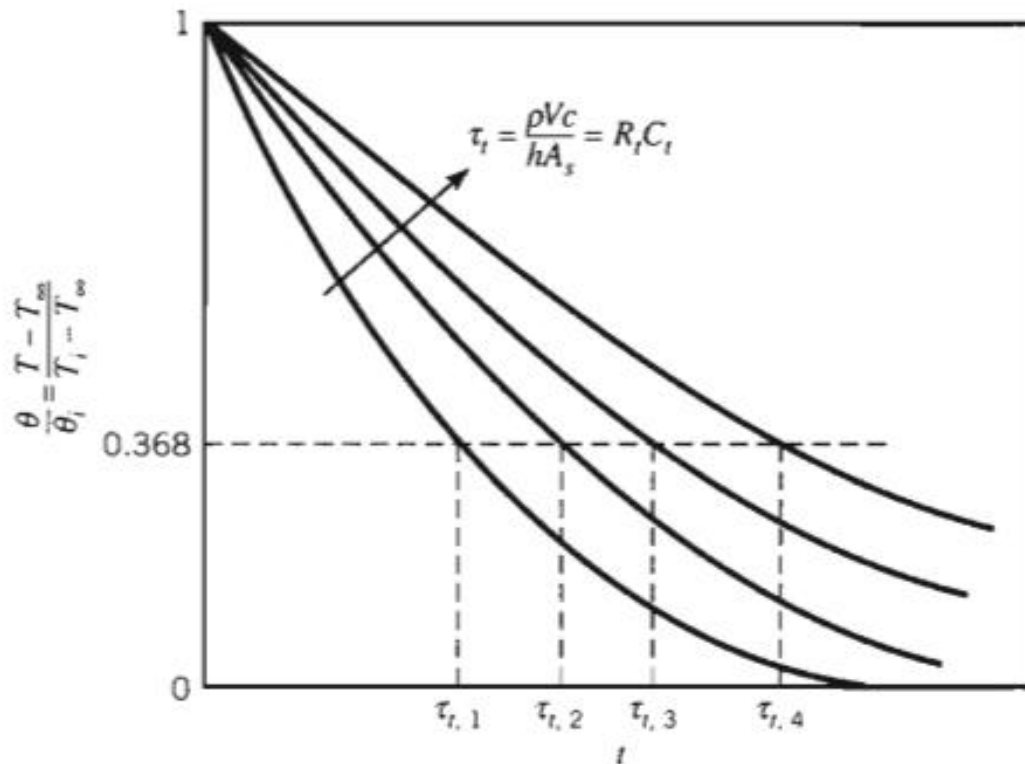
$$\tau_t = \left( \frac{1}{hA_s} \right) \cdot (\rho c V) = R_t \cdot C_t$$

$R_t$  - Resistência a TC por convecção

$C_t$  - Capacitância Térmica global do sólido

## Graficamente

Qualquer aumento em  $R_t$  ou  $C_t$  fará com que o sólido responda mais lentamente a variações do seu ambiente térmico e irá aumentar o tempo necessário para alcançar o equilíbrio térmico ( $\Theta = 0$ ).



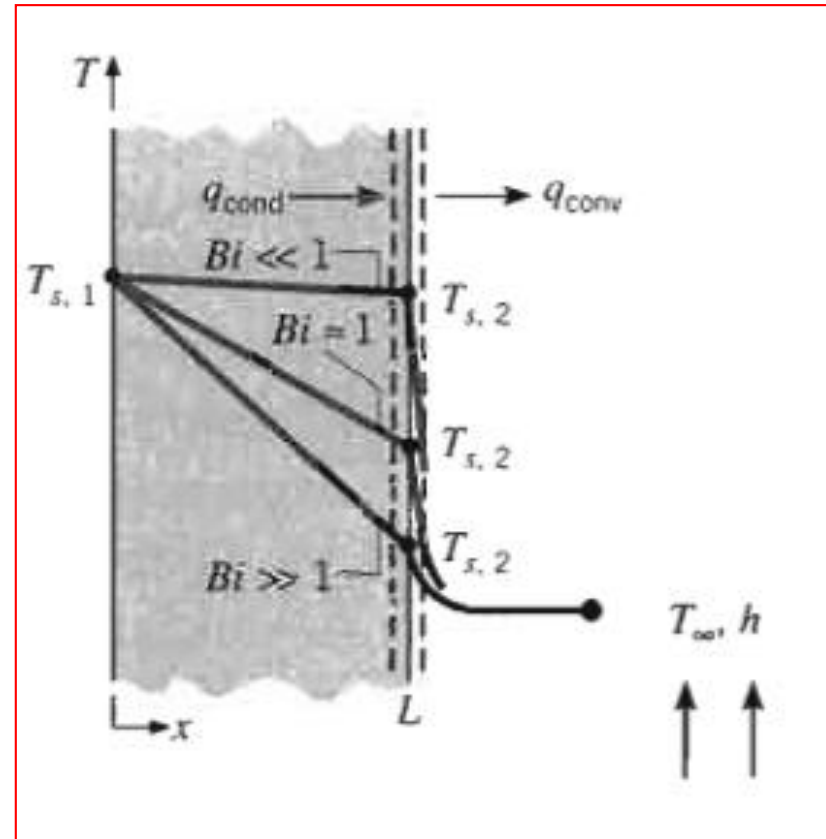
## Validade do Método – Capacitância Global

- ✓ Considere a condução em regime estacionário através de uma parede plana de área A.
- ✓  $T_{\infty} < T_{s1}$
- ✓  $T_{\infty} < T_{s2} < T_{s1}$

### Balço de energia na S.C.

$$\frac{kA}{L}(T_{s1} - T_{s2}) = hA(T_{s2} - T_{\infty})$$

$$\frac{(T_{s1} - T_{s2})}{(T_{s2} - T_{\infty})} = \frac{hL}{k} \equiv Bi$$



## Número de Biot – Parâmetro adimensional

**Significado Físico:** fornece a medida da queda de temperatura no sólido em relação à diferença de temperaturas entre a sua superfície e o fluido.

$$\frac{(T_{s1} - T_{s2})}{(T_{s2} - T_{\infty})} = \frac{hL}{k} \equiv Bi \equiv \frac{R_{t,condução}}{R_{t,convecção}}$$

## Método de Capacitância Global – $Bi < 0,1$

**$Bi \ll 1$**



$$R_{t,\text{condução}} \ll R_{t,\text{convecção}}$$

*A existência de temperaturas uniformes no interior do sólido é razoável!*

$$T(\mathbf{x},t) = T(t)$$

**$Bi \gg 1$**



*A diferença de temperatura ao longo do sólido é muito maior que a diferença de temperatura entre a superfície e o fluido!*

$$T(\mathbf{x},t) \neq T(t)$$

## Método de Capacitância Global – $Bi < 0,1$

$$Bi \ll 1$$

$$R_{t,\text{condução}} \ll R_{t,\text{convecção}}$$

*A existência de temperaturas uniformes no interior do sólido é razoável!*

$$T(\mathbf{x},t) = T(t)$$

$$Bi \gg 1$$

*A diferença de temperatura ao longo do sólido é muito maior que a diferença de temperatura entre a superfície e o fluido!*

$$T(\mathbf{x},t) \neq T(t)$$



## Distribuição de temperaturas transientes para diferentes n° de Biot em uma parede plana simetricamente resfriada por convecção

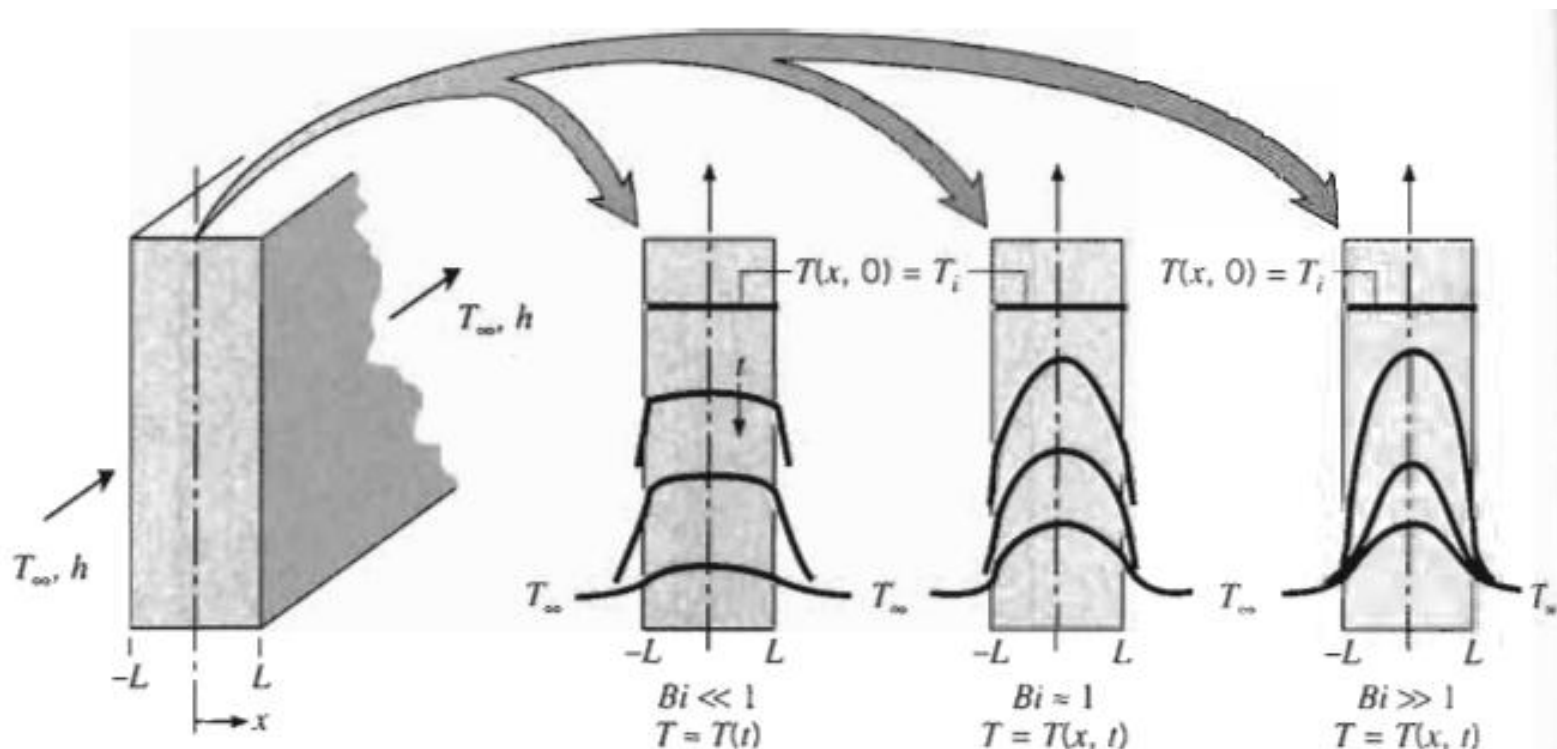


FIGURE 5.4 Transient temperature distributions for different Biot numbers in a plane wall symmetrically cooled by convection.

## Número de Biot – Parâmetro adimensional – base de cálculo

$$\frac{(T_{s1} - T_{s2})}{(T_{s2} - T_{\infty})} = \frac{hL_c}{k} \equiv Bi \equiv \frac{R_{t,condução}}{R_{t,convecção}}$$

Comprimento característico

- ✓ Parede plana espessura  $2L$ :  $L_c = L$
- ✓ Cilindro longo:  $L_c = r_o/2$
- ✓ Esfera:  $L_c = r_o/3$

Bolas de aço com 12 mm de diâmetro são temperadas pelo aquecimento a 1150 K seguido pelo resfriamento lento até 400 K em um ambiente com ar a  $T_\infty = 325$  K e  $h = 20$  W/(m<sup>2</sup> · K). Supondo que as propriedades do aço sejam  $k = 40$  W/(m · K),  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup> e  $c = 600$  J/(kg · K), estime o tempo necessário para o processo de resfriamento.

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp \left[ - \left( \frac{hA_s}{\rho c V} \right) \cdot t \right]$$

$$\frac{(T_{s1} - T_{s2})}{(T_{s2} - T_\infty)} = \frac{hL_c}{k} \equiv Bi \equiv \frac{R_{t,condução}}{R_{t,convecção}}$$

✓ Parede plana espessura 2L:  $L_c = L$

✓ Cilindro longo:  $L_c = r_0/2$

✓ Esfera:  $L_c = r_0/3$

## Exercícios

5.5

5.7

5.8

5.10

5.11

5.12

5.15

5.16