

Prova 2

Solução

Valor total: 18 pontos

Parte 1 (Baseado em Taha, pg. 14)

Uma empresa imobiliária está desenvolvendo um projeto habitacional de casas de aluguel e um espaço para o comércio varejista. O projeto habitacional consiste em apartamentos funcionais, apartamentos duplex e unidades residenciais simples. A demanda máxima de inquilinos potenciais é estimada em 500 apartamentos funcionais, 300 apartamentos duplex e 250 unidades residenciais simples, mas pelo menos 40% das habitações devem ser compostas por apartamentos duplex. O espaço para o comércio varejista deve conter pelo menos 10 m² para cada apartamento funcional, mais 15 m² para cada apartamento duplex e 18 m² para cada unidade residencial simples (chamaremos essa restrição de **r6**). Contudo, a disponibilidade de terreno limita o espaço de comércio varejista a não mais do que 10 mil m². A receita mensal de aluguéis é estimada em \$600, \$750 e \$1.200 para cada apartamento funcional, apartamento duplex e unidade residencial simples, respectivamente. O aluguel de espaços para comércio varejista é \$100/m². Deseja-se determinar a área ótima de espaço para comércio varejista e o número de unidades residenciais de cada tipo.

1. Resolva esse PPL e preencha a tabela abaixo com a solução obtida. Obs.: pode arredondar os resultados das variáveis de decisão, pegando o valor inteiro mais próximo.

xcv = área de comércio varejista.
xaf = quantidade de apartamentos funcionais.
xad = quantidade de apartamentos duplex.
xrs = quantidade de unidades residenciais simples.

Max = 100*xcv + 600*xaf + 750*xad + 1200*xrs;

[r1] xcv ≤ 10000;
[r2] xaf ≤ 500;
[r3] xad ≤ 300;
[r4] xrs ≤ 250;
[r5] xad ≥ 0.4*(xaf + xad + xrs);
[r6] xcv ≥ 10*xaf + 15*xad + 18*xrs;

Objective value: 1590000.

Variable	Value	Reduced Cost
XCV	10000.00	0.000000
XAF	150.0000	0.000000
XAD	266.6667	0.000000
XRS	250.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
R1	0.000000	155.0000
R2	350.0000	0.000000
R3	33.33333	0.000000
R4	0.000000	160.0000
R5	0.000000	-125.0000
R6	0.000000	-55.00000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
XCV	100.0000	INFINITY	155.0000

XAF	600.0000	114.2857	100.0000
XAD	750.0000	150.0000	1650.000
XRS	1200.000	INFINITY	160.0000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
R1	10000.00	1000.000	3000.000
R2	500.0000	INFINITY	350.0000
R3	300.0000	INFINITY	33.33333
R4	250.0000	107.1429	125.0000
R5	0.000000	40.00000	280.0000
R6	0.000000	3000.000	1000.000

Comércio Varejista (m²):	10000
Qtd. apartamentos funcionais:	150
Qtd. apartamentos duplex:	267
Qtd. unidades residenciais simples:	250
Receita total:	\$ 1.590.000

2,0

2. Monte a matriz B para a Base ótima obtida na solução.

Base = (xcv, xaf, xad, xrs, r2, r3)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.4 & 0.6 & -0.4 & 0 & 0 \\ 1 & -10 & -15 & -18 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Considere os limites máximos para a área destinada ao comércio varejista e quantidades dos tipos de moradia. Se você pudesse aumentar apenas um desses limites o máximo possível sem alterar a Base da solução, qual deles você escolheria? Justifique sua resposta usando apenas as informações da resposta obtida pelo LINGO na questão 1.

Limite	Preço Dual	Aumento máximo	Receita adicional
xcv	155	1000	155.000
xrs	160	107	17.120

Comparando as duas opções, o que traria mais benefícios seria o aumento do limite para a área destinada ao comércio varejista.

4. Após algumas consultas na prefeitura, a empresa recebe a notícia de que poderia aumentar a oferta máxima de unidades residenciais simples para 450, mas a um custo extra em impostos e outras taxas de \$140 por mês. Verifique se essa oferta vale a pena. Use apenas os dados obtidos pelo LINGO na solução do problema para justificar sua resposta. Ou seja, suponha que você não pode resolver outro modelo de PL.

Não é possível dizer se vale a pena apenas com os dados da solução, porque o retorno de \$160 por unidade só vale para aumentos de até 107 unidades.

5. Qual o significado do Preço Dual de -55 para a restrição **r6**?

$$x_{cv} \geq 10x_{af} + 15x_{ad} + 18x_{rs} + 1$$

Para cada 1 m² de espaço de comércio varejista a mais que a empresa for obrigada a construir em relação à função (10x_{af} + 15x_{ad} + 18x_{rs}), a empresa perderá \$55. Esse valor ocorrerá até um aumento máximo de 3000 m². Essa perda em receita ocorrerá por causa da diminuição da quantidade de moradias construídas em relação à área de comércio varejista. Da mesma forma, a redução de área em relação às moradias implicará em um ganho de \$55 por m², caso essa redução seja de até 1000 m². Na prática, o que isso significa é que, se a empresa conseguir reduzir o valor desses multiplicadores (10; 15; 18), ele conseguirá aumentar sua receita.

6. Após obter a solução ótima na Questão 1, a empresa cogitou a construção de apartamentos de luxo. Cada unidade desse novo tipo requer um adicional de espaço na área de comércio varejista de 16 m², e a restrição de pelo menos 40% das em apartamentos duplex deve levar em conta essas novas unidades também. Não há restrição na quantidade máxima de apartamentos de luxo. Usando apenas a restrição Dual correspondente, conforme mostrado na matéria sobre Dualidade, determine o valor mínimo para o aluguel desse novo tipo de moradia, de modo que sua oferta seja interessante economicamente.

Tabela de conversão primal / dual:

Problema de Maximização		Problema de Minimização
≥ 0	\leftrightarrow	\geq
Variáveis ≤ 0	\leftrightarrow	\leq Restrições
Livre	\leftrightarrow	$=$
\leq	\leftrightarrow	≥ 0
Restrições \geq	\leftrightarrow	≤ 0 Variáveis
$=$	\leftrightarrow	Livre

$$\text{Max. } 100x_{cv} + 600x_{af} + 750x_{ad} + 1200x_{rs}$$

$$\begin{array}{rcll} x_{cv} & & & \leq 10000 \\ & x_{af} & & \leq 500 \\ & & x_{ad} & \leq 300 \\ & & & x_{rs} \leq 250 \\ & -0.4x_{af} + 0.6x_{ad} & - 0.4x_{rs} & \geq 0 \\ x_{cv} & - 10x_{af} & - 15x_{ad} & - 18x_{rs} \geq 0 \end{array}$$

Introduzindo a nova coluna, temos:

x_{al} = quantidade de apartamentos de luxo

$$\text{Max. } 100x_{cv} + 600x_{af} + 750x_{ad} + 1200x_{rs} + \text{cal} \cdot x_{al}$$

$$\begin{array}{rcll} x_{cv} & & & \leq 10000 \\ & x_{af} & & \leq 500 \\ & & x_{ad} & \leq 300 \\ & & & x_{rs} \leq 250 \\ & -0.4x_{af} + 0.6x_{ad} & - 0.4x_{rs} & - 0.4x_{al} \geq 0 \\ x_{cv} & - 10x_{af} & - 15x_{ad} & - 18x_{rs} - 16x_{al} \geq 0 \end{array}$$

A nova coluna inserida no modelo Primal corresponderia a uma nova restrição no modelo Dual:

$$-0.4y_5 - 16y_6 \geq \text{cal}$$

$$-0.4 \cdot (-125) - 16 \cdot (-55) \geq \text{cal} \therefore \text{cal} \leq 930$$

Ou seja, para que valha a pena oferecer apartamentos de luxo, o aluguel deles deverá ser de pelo menos \$930.