UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – CCE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - DEL

Medidas Elétricas e Magnéticas
ELT210

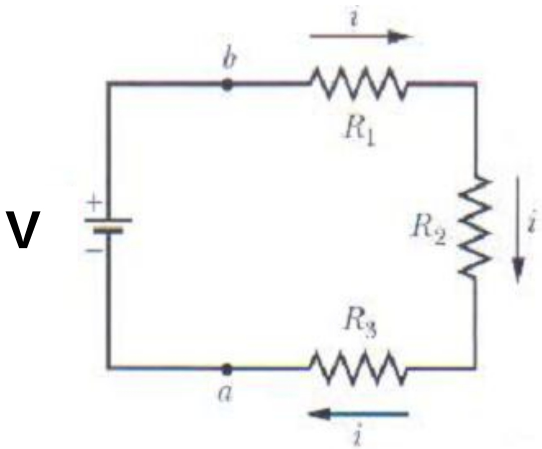
AULA 02 – Leis de Kirchhoff
(Malhas e Nós)

Prof. Tarcísio Pizziolo

1. Lei de Kirchhoff das Tensões ou das Malhas

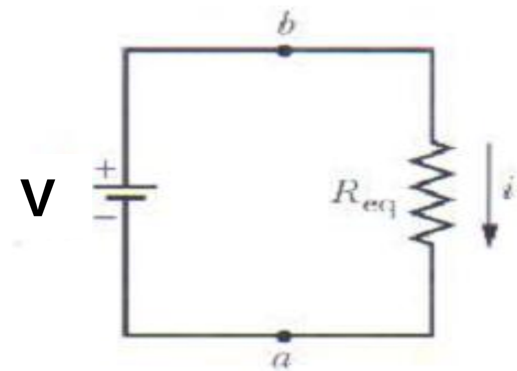
REGRA DAS MALHAS: A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao percorrer uma malha fechada é sempre zero.

Quando uma diferença de potencial *V* é aplicada a resistências ligadas em série a corrente *i* é a mesma em todas as resistências, e a soma das diferenças de potencial das resistências é igual à diferença de potencial aplicada *V*.



$$V - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0,$$

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + R_3}.$$



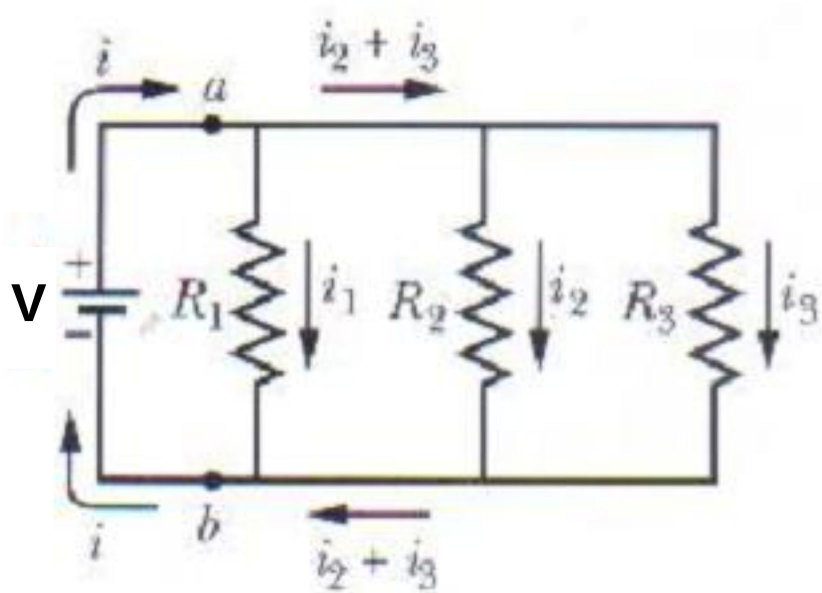
Como $V = R.i \Rightarrow i = \dfrac{V}{R_{eq}}$

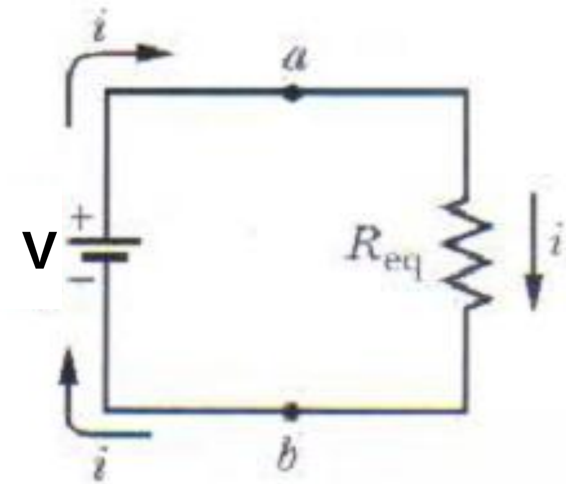
$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3.$$

3. Lei de Kirchhoff das Correntes ou dos Nós

REGRA DOS NÓS: A soma das corrente que entram em um nó é igual à soma das correntes que saem do nó.

Quando uma diferença de potencial V é aplicada a resistências ligadas em paralelo todas as resistências são submetidas à mesma diferença de potencial V.





$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right).$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j} \quad (n \text{ resistências em paralelo}).$$

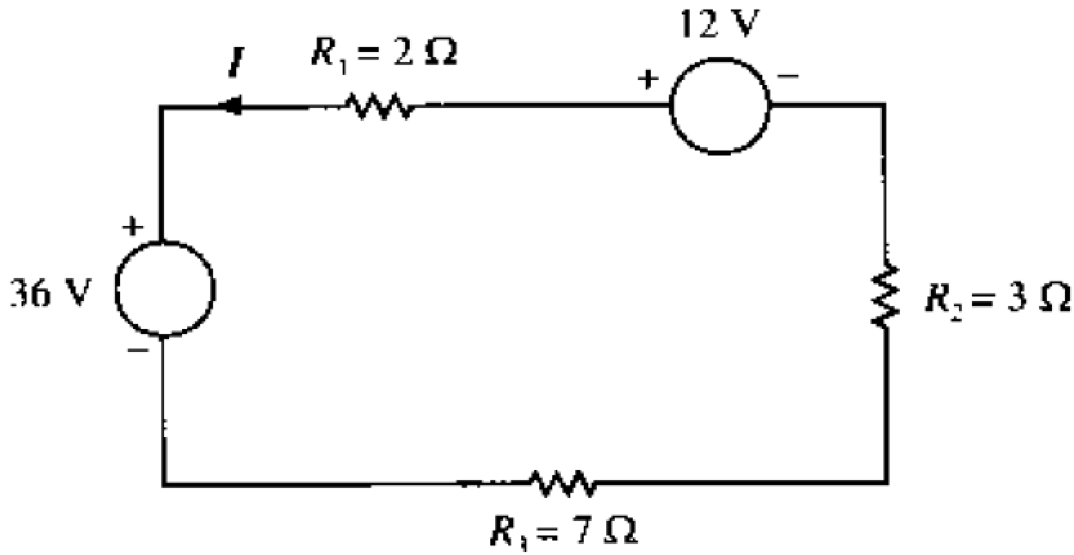
Como $\mathbf{V = R.i \Rightarrow i = \dfrac{V}{R_{eq}}}$

4. Associação de Resistores

Em série	Em paralelo
Resistores	
$R_{eq} = \sum_{j=1}^{n} R_j$	$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j}$
A corrente é a mesma em todos os resistores	A diferença de potencial é a mesma em todos os resistores

5. Exemplos

1) Dado o circuito da figura, determinar a corrente **I**, a potência dissipada pelo resistor R_2.



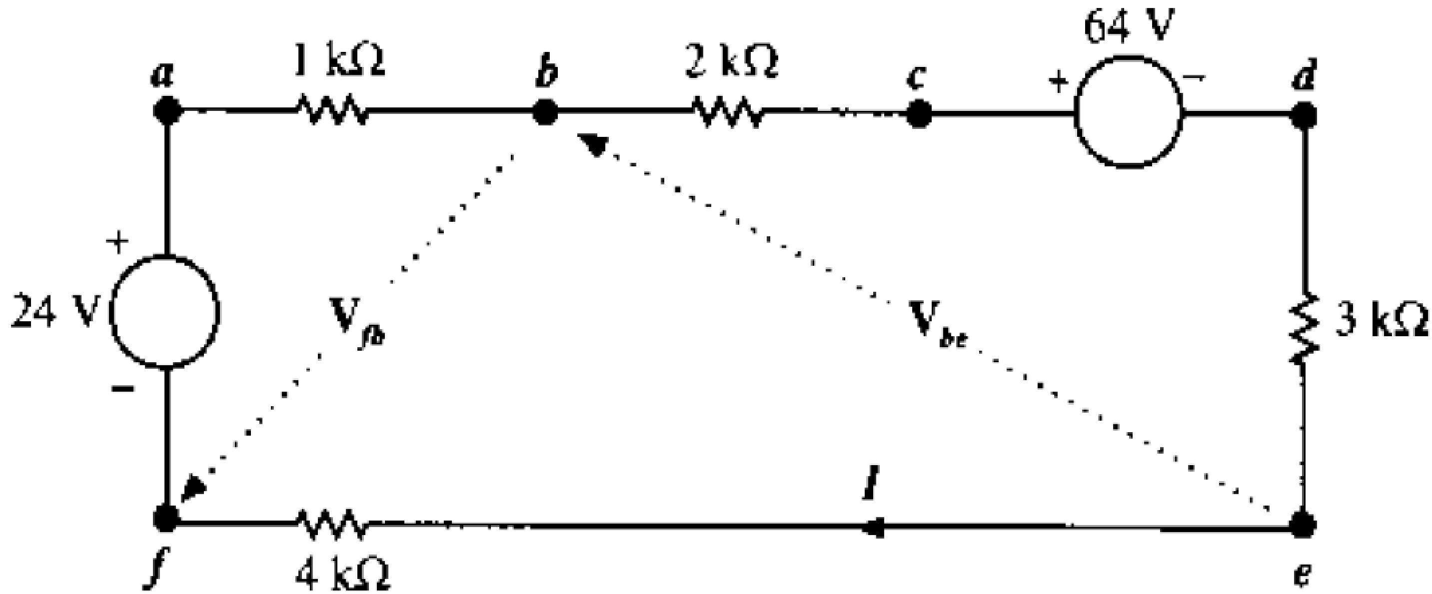
Assumindo que a corrente flui no sentido anti-horário e definindo a variável de corrente de acordo, a lei de Kirchhoff para tensão produz a equação:

$36 + 7.\mathbf{I} + 3.\mathbf{I} - 12 + 2.\mathbf{I} = 0 \Rightarrow (7 + 3 + 2).\mathbf{I} = 12 - 36 \Rightarrow \mathbf{I} = -2\ \text{A}$

Portanto, a magnitude da corrente é de 2 A, porém ela flui no sentido horário.

A potência dissipada pelo resistor R_2 é: $P = R_2.I^2 = 3 \times 2^2 = 12$ W.

2) Dada a rede da figura, determine a corrente I e as tensões V_{fb} e V_{be}.



Considerando que a corrente flui no sentido horário e percorrendo o circuito começando no ponto *f*, a lei de Kirchhoff para tensão (LKT) determina que:

$- 24 + 1K.\mathbf{I} + 2k.\mathbf{I} + 64 + 3k.\mathbf{I} + 4k.\mathbf{I} = 0 \;\Rightarrow (1k + 2k + 3k + 4k).\mathbf{I} = 24 – 64$

Portanto **I** = - 4 mA

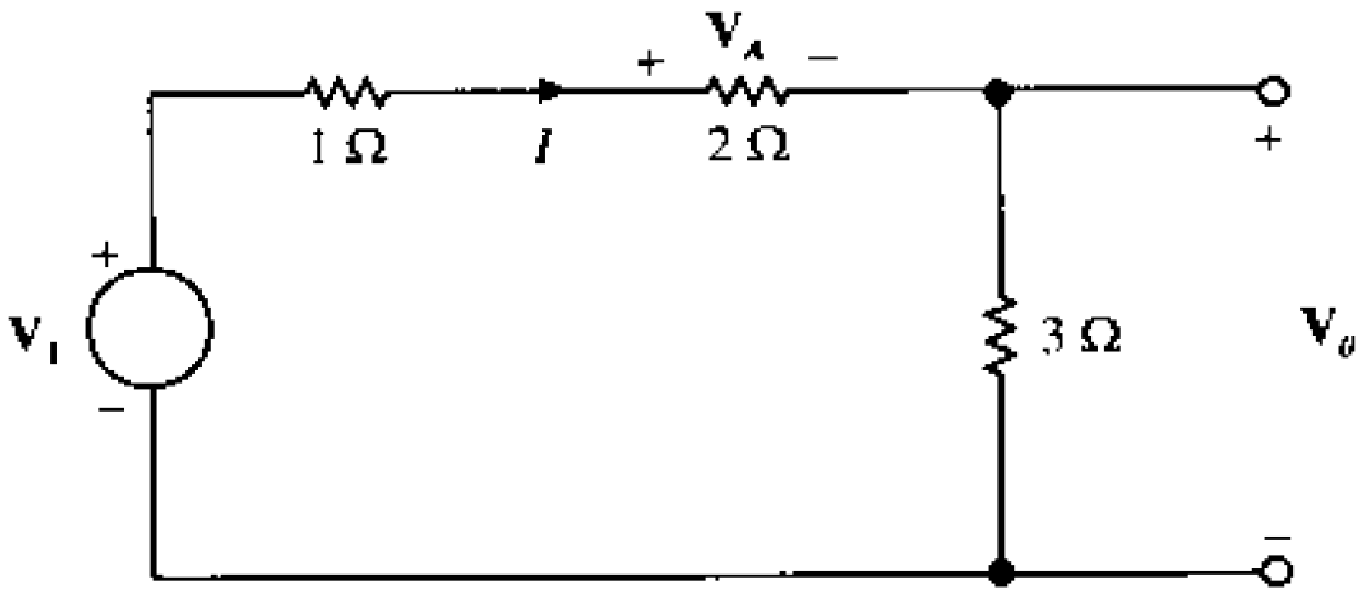
Fazendo uso deste valor de **I**, a tensão V_{fb} pode ser obtida usando-se o caminho *fabf* ou *bcdefb*

Adotando o primeiro caso $-V_{fb} - 24 + 1k.\mathbf{I} = 0 \;\Rightarrow\; V_{fb} = - 28$ V

De forma semelhante, V_{be} pode ser obtido usando-se o caminho *bcdeb* ou *befab* ou o caminho da tensão V_{fb}, agora conhecida.

Adotando novamente o primeiro caso: $2k.\mathbf{I} + 64 + 3k.\mathbf{I} – V_{be} = 0 \;\Rightarrow\; V_{be} = 44$ V

3) A tensão V_A sobre o resistor de 2 Ω da figura abaixo é 8 V. Determinar as tensões V_1 e V_0.



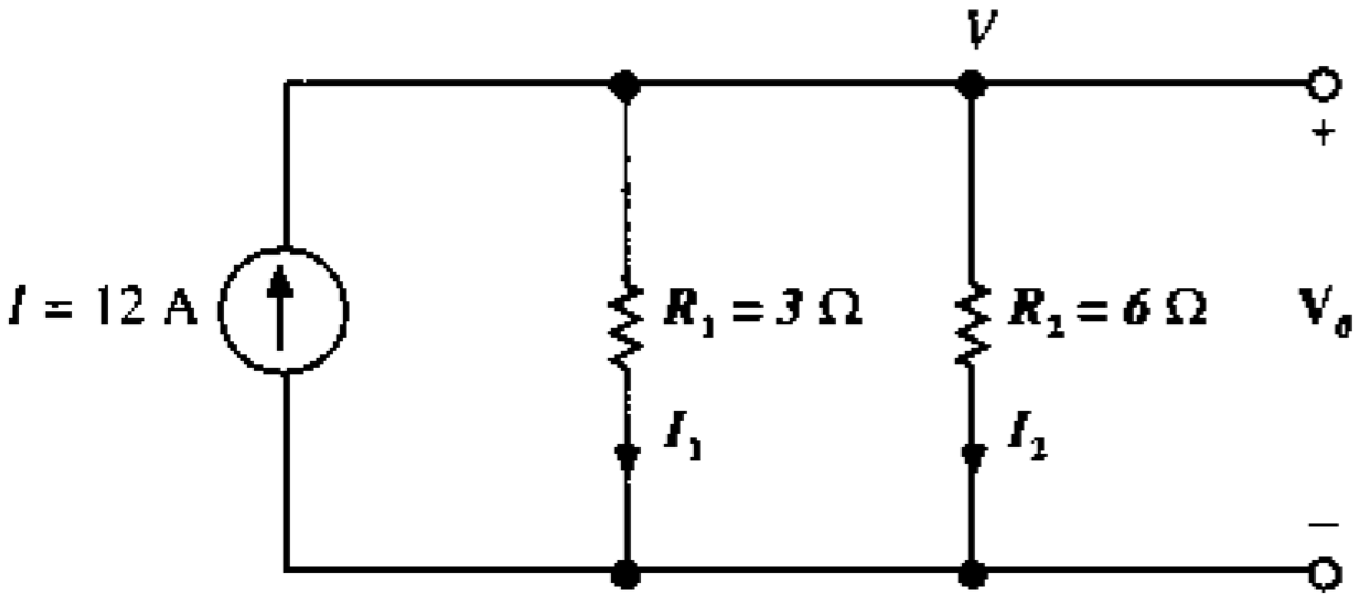
Usando-se a lei de Ohm, a corrente no resistor de 2 Ω será:

$V_A = 2.I \quad \Rightarrow \quad 8 = 2.I \quad \Rightarrow \quad I = 4\ A$

A corrente I que flui através do resistor de 3 Ω e então $V_0 = 3.I = 12\ V$

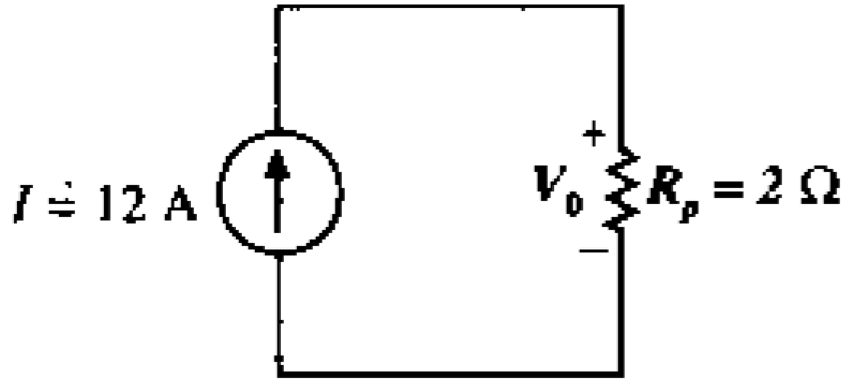
Aplicando LKT por todo o laço, tem-se $-V_1 + 1.I + 2.I + 3.I = 0 \Rightarrow V_1 = 6.I = 24\ V$

4) Dado o circuito mostrado na figura, determinar as correntes e a resistência equivalente.



A resistência equivalente para o circuito é $R_p = \dfrac{R_1 . R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{3x6}{3+6} = 2\Omega$

O circuito equivalente é mostrado no circuito abaixo



Agora V_0 pode ser calculado como: $V_0 = R_p.\mathbf{I} = 2 \times 12 = 24$ V

Com a tensão V_0, aplicando a lei de Ohm, podemos calcular as correntes I_1 e I_2.

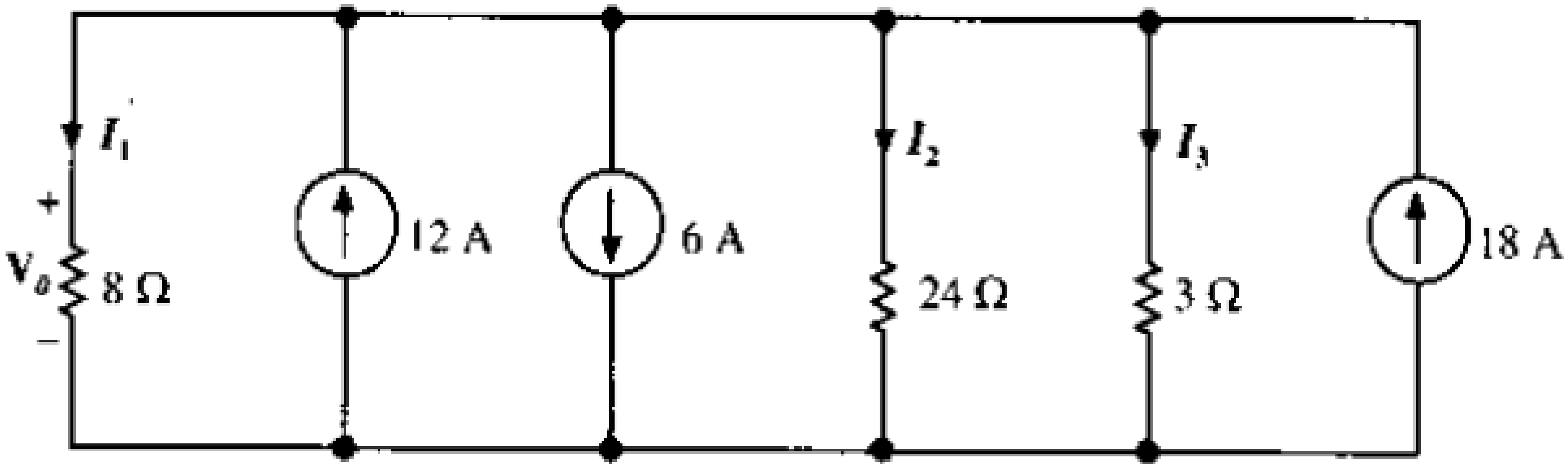
$$I_1 = \frac{V_0}{R_1} = \frac{24}{3} = 8.A \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{V_0}{R_2} = \frac{24}{6} = 4.A$$

Observe como essas correntes satisfazem a lei de Kirchhoff para corrente tanto no nó inferior como no superior. $I = I_1 + I_2 \Rightarrow 12\text{ A} = 8\text{ A} + 4\text{ A}$

Podemos determinar as correntes, aplicando a divisão de corrente., que neste caso:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.I = \frac{6}{3+6}.12 = 8.A \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.I = \frac{3}{3+6}.12 = 4.A$$

5) Para o circuito da figura, determinar a tensão V_0 e as correntes em cada resistor.



Empregando-se a lei de Kirchhoff para corrente (LKC), obtém-se:

$$(G_1 + G_2 + G_3).V_0 = 12 - 6 + 18 \Rightarrow \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{3}\right).V_0 = 24 \Rightarrow \frac{1}{2}.V_0 = 24 \Rightarrow V_0 = 48.V$$

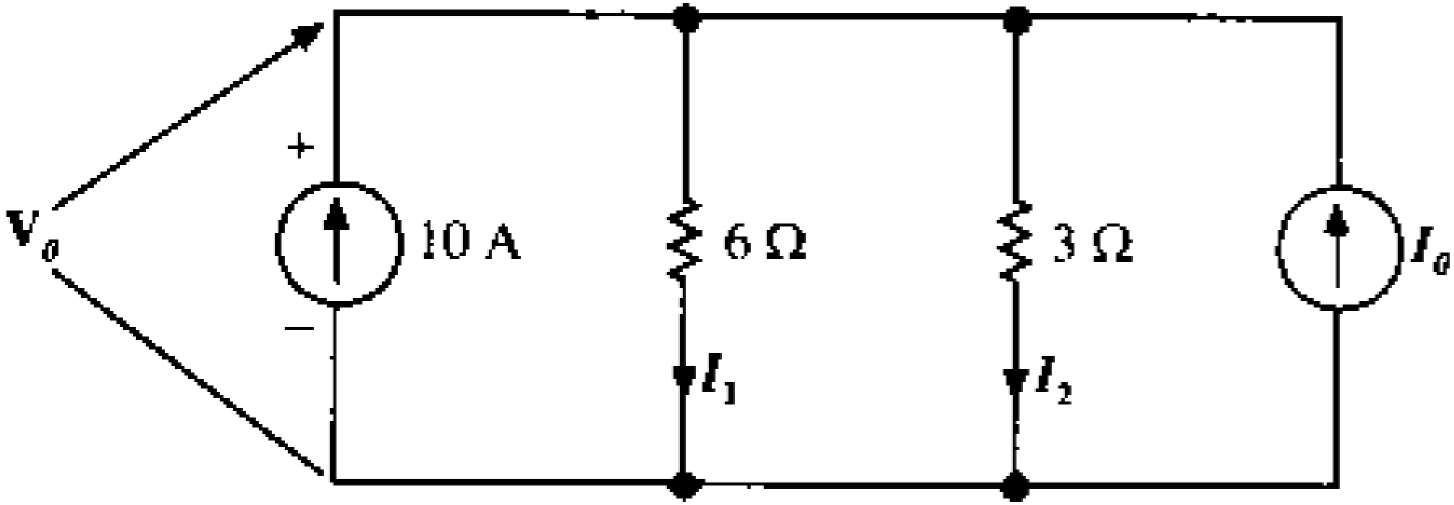
G = 1 / R (Condutância)

Então: $I_1 = \frac{V_0}{8} = \frac{48}{8} = 6.A$; $I_2 = \frac{V_0}{24} = \frac{48}{24} = 2.A$ e $I_3 = \frac{V_0}{3} = \frac{48}{3} = 16.A$

Aplicando agora a LKC ao nó superior, tem-se -6 + 12 – 6 – 2 – 16 + 18 = 0

A resistência equivalente é $R_p = \frac{1}{\frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{3}} = 2.\Omega$. Portanto o circuito equivalente consiste de uma fonte de corrente de 24 A em paralelo com um resistor de 2 Ω.

6) No circuito da figura, a potência absorvida pelo resistor de 6 Ω é de 24 W. Determinar a valor da fonte de corrente de I_0.



Como $P = R.I^2 \Rightarrow 24 = 6.I_1^2 \Rightarrow I_1 = \pm 2$ A

Portanto, a tensão V_0 é $V_0 = 6 \,.\, I_1 = \pm 12$ V

A corrente I_2 pode ser calculada usando-se a lei de Ohm.

$$I_2 = \frac{V_0}{3} = \pm\frac{12}{3} = \pm 4.A$$

Aplicando agora a LKC no nó superior, tem-se:

$10 - 2 - 4 + I_0 = 0 \Rightarrow I_0 = -4$ A ou $10 + 2 + 4 + I_0 = 0 \Rightarrow I_0 = -16$ A

6. Exercícios de Aplicações

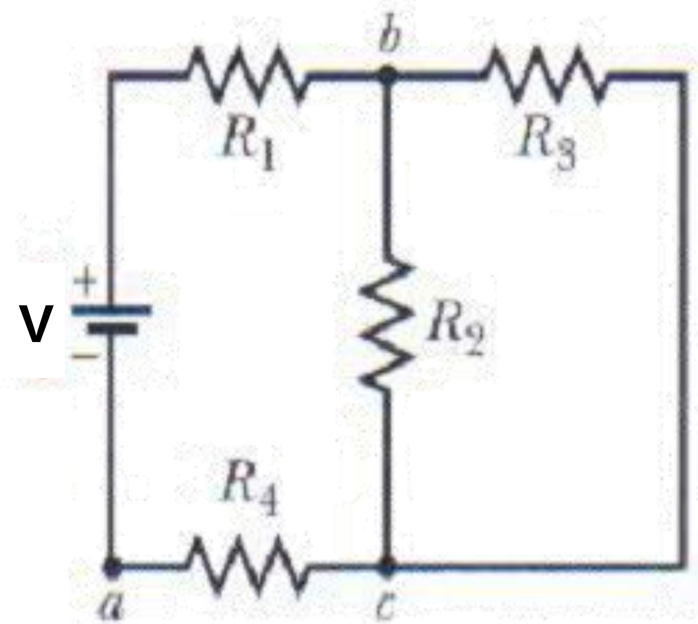
1) A figura dada mostra um circuito com mais de uma malha formado por uma fonte ideal e quatro resistências com os seguintes valores:

$$R_1 = 20\ \Omega, \quad R_2 = 20\ \Omega, \quad \mathbf{V} = 12\ V,$$
$$R_3 = 30\ \Omega, \quad R_4 = 8{,}0\ \Omega.$$

(a) Qual é a corrente na fonte?

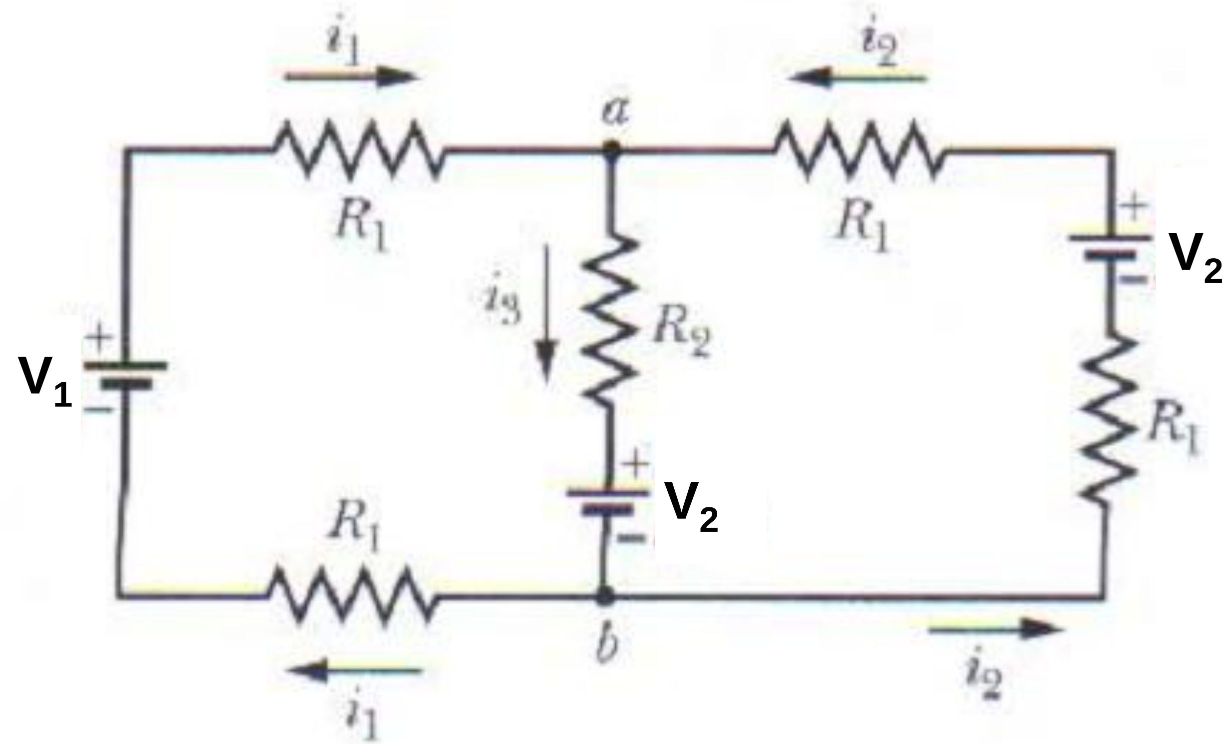
(b) Qual é a corrente i_2 em R_2?

(c) Qual é a corrente i_3 em R_3?



Respostas: a) 0,30 A; b) 0,18 A; c) 0,12 A

2) Determine os valores e os sentidos das correntes nos três ramos.



$V_1 = 3{,}0\ \text{V}$, $V_2 = 6{,}0\ \text{V}$,
$R_1 = 2{,}0\ \Omega$, $R_2 = 4{,}0\ \Omega$.

Respostas:

$i_1 = -0{,}50\ \text{A}$.

$i_2 = 0{,}25\ \text{A}$.