Exercício #06 — **Solução**

	$\mathbf{x}_B$	$\mathbf{x}_N$	
f	**0**	$-c_j + \mathbf{c}_B\mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_j$	$\mathbf{c}_B\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$
$\mathbf{x}_B$	**I**	$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{N}$	$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$

Forma Canônica da Tabela Simplex

Questão 1

Considere a **Questão 2** do **Exercício #04**. Considerando a Base ótima mostrada no gabarito, responda:

a) Usando a equação matricial mostrada na Aula 08, faça a análise de sensibilidade para o recurso b_1 (reta da mão de obra, valor original = 400).

b) Usando as equações matriciais mostradas na Aula 08, faça a análise de sensibilidade para o valor de c_1 (lucro relativo à variável x_1).

Obs.: você pode usar a solução dada pelo LINGO para conferir seus resultados.

```
x1 e x2 = quantidade de chapéus do tipo 1 e 2 por dia, respectivamente.

Modelo na Forma Padrão:

Maximizar Lucro = 8x1 + 5x2
s.a.:
      2x1 + x2 + x3            = 400
       x1           + x4       = 150
            x2           + x5  = 200
```

Base Ótima = (x1, x2, x4)

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.5 & 1 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 400 \\ 150 \\ 200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \\ 50 \end{bmatrix}$$

a)

$$B^{-1}b \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.5 & 1 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 400 + u_1 \\ 150 \\ 200 \end{bmatrix} \geq 0$$

$$\begin{cases} 200 + 0.5u_1 - 100 \geq 0 \\ 200 \geq 0 \\ -200 - 0.5u_1 + 150 + 100 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 \geq -200 \\ u_1 \leq 100 \end{cases} \Rightarrow \quad 200 \leq b_1 \leq 500$$

b)

Como c_1 pertence a uma VB, precisamos usar a equação de otimalidade para todas as duas VNB:

$$-c_j + c_B B^{-1} a_j \geq 0$$

Pré-calculando o termo $c_B B^{-1}$ e aplicando a equação acima para todas as VNB (x3, x5), temos:

$$c_B B^{-1} = [8 + d_1 \quad 5 \quad 0] \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.5 & 1 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$= [4 + 0.5d_1 \quad 0 \quad -4 - 0.5d_1 + 5]$$

$$= [4 + 0.5d_1 \quad 0 \quad 1 - 0.5d_1]$$

$$-c_3 + c_B B^{-1} a_3 \geq 0$$

$$0 + [4 + 0.5d_1 \quad 0 \quad 1 - 0.5d_1] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \geq 0$$

$$4 + 0.5d_1 \geq 0 \therefore d_1 \geq -8$$

$$-c_5 + c_B B^{-1} a_5 \geq 0$$

$$0 + [4 + 0.5d_1 \quad 0 \quad 1 - 0.5d_1] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \geq 0$$

$$1 - 0.5d_1 \geq 0 \therefore d_1 \leq 2$$

Juntando tudo, temos:

$$-8 \leq d_1 \leq 2 \Longrightarrow 0 \leq c_1 \leq 10$$

Questão 2

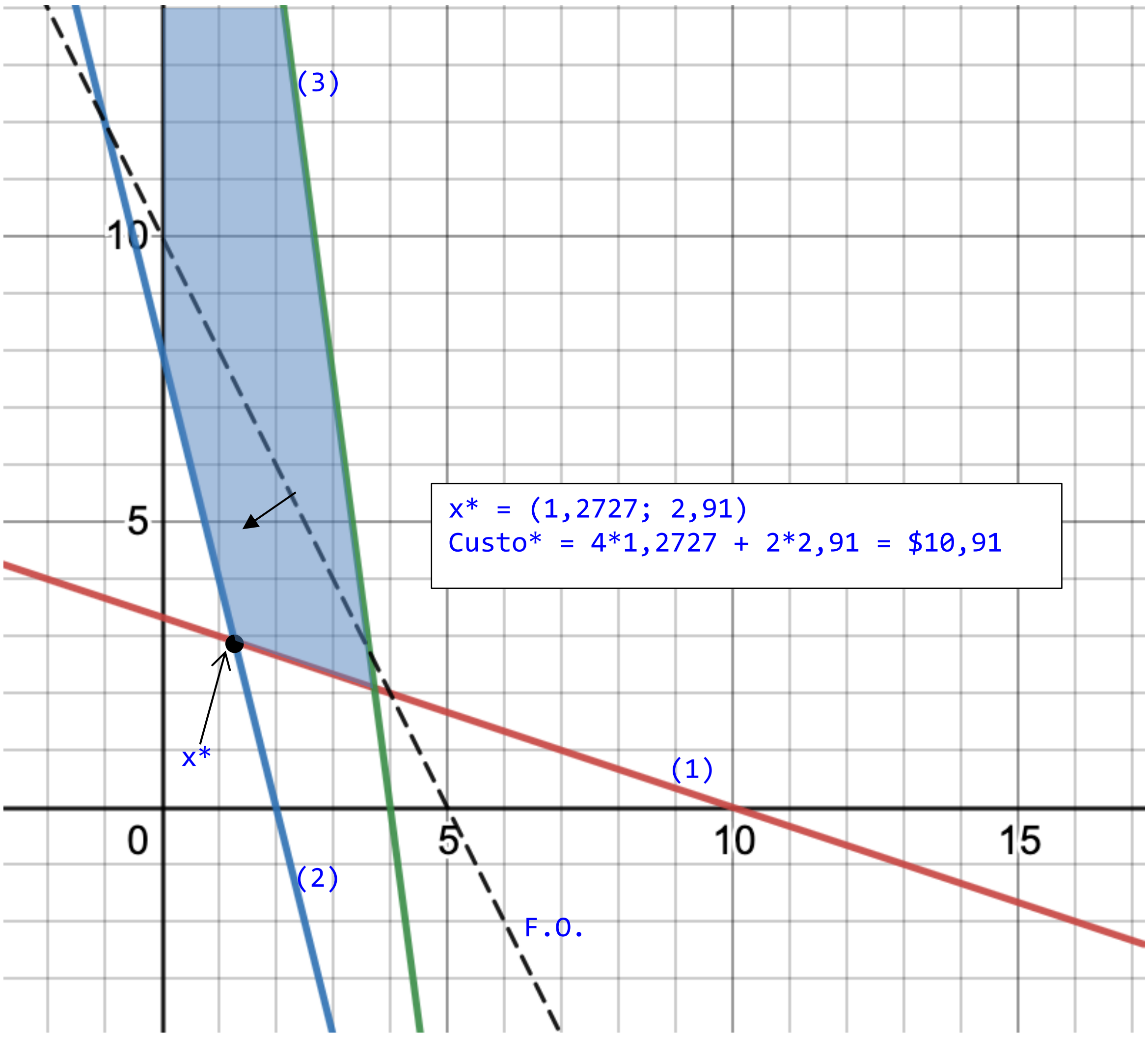
Usando a solução gráfica já pronta na solução do **Exercício #3**, faça a análise de sensibilidade gráfica para a **Proteína** (b_2) e para o custo da **porção de batata** (c_2).

Modelo de PL:

```
x1 e x2 = número de porções de Bife e Batatas, respectivamente.

Minimizar Custo = 4x1 + 2x2
sujeito a:
Carb) 5x1 + 15x2 >= 50        (1)
Prot) 20x1 + 5x2 >= 40        (2)
Gord) 15x1 + 2x2 <= 60        (3)
```

Solução Gráfica:



Obs.: você pode usar a solução dada pelo LINGO para conferir seus resultados.

Proteína: $b_2 = 40$

<u>Limite inferior</u>: quando a reta (2) (azul) passa pelo ponto (0; 50/15). Isso acontece quando:

prot) 20x1 + 5x2 = 0 + 50/3 = 16,667

<u>Limite superior</u>: quando a reta (2) passa ponto de interseção entre as retas (1) e (3):

x2 = (50 - 5x1)/15

15x1 + 2 * (50 - 5x1)/15 = 60

15x1 - 2/3x1 = 60 - 100/15 ∴ x1 = 3,72093 x2 = (50 - 5x1)/15 = 2,09302

prot) 20x1 + 5x2 = 84,884

Resposta: $16.667 \leq b_2 \leq 84.884$

Custo batata: $c_2 = 2$

Limite inferior: quando a reta da F.O. assume a mesma inclinação da reta (2):

$$\frac{c_2}{4} = \frac{5}{20} \therefore c_2 = 1$$

Limite superior: quando a reta da F.O. assume a mesma inclinação da reta (1):

$$\frac{c_2}{4} = \frac{15}{5} \therefore c_2 = 12$$

Resposta: $1 \leq c_2 \leq 12$