

# Introdução aos princípios de máquinas

## OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

- Aprender os fundamentos da mecânica de rotacional: velocidade angular, aceleração angular, conjugado e a lei de Newton para a rotação.
- Aprender como produzir um campo magnético.
- Compreender os circuitos magnéticos.
- Compreender o comportamento dos materiais ferromagnéticos.
- Compreender a histerese nos materiais ferromagnéticos.
- Compreender a lei de Faraday.
- Compreender como se produz uma força induzida em um fio condutor.
- Compreender como se produz uma tensão induzida em um fio condutor.
- Compreender o funcionamento de uma máquina linear simples.
- Ser capaz de trabalhar com as potências ativa, reativa e aparente.

## 1.1 MÁQUINAS ELÉTRICAS E TRANSFORMADORES NA VIDA DIÁRIA

Uma **máquina elétrica** é um dispositivo que pode converter tanto a energia mecânica em energia elétrica como a energia elétrica em energia mecânica. Quando tal dispositivo é usado para converter energia mecânica em energia elétrica, ele é denominado *gerador*. Quando converte energia elétrica em energia mecânica, ele é denominado *motor*. Como qualquer máquina elétrica é capaz de fazer a conversão da energia em ambos os sentidos, então qualquer máquina pode ser usada como gerador ou como motor. Na prática, quase todos os motores fazem a conversão da energia de uma forma em outra pela ação de um campo magnético. Neste livro, estudaremos somente máquinas que utilizam o campo magnético para realizar tal conversão.

O *transformador* é um dispositivo elétrico que apresenta uma relação próxima com as máquinas elétricas. Ele converte energia elétrica CA de um nível de tensão em energia elétrica CA de outro nível de tensão. Em geral, eles são estudados juntamente com os geradores e motores, porque os transformadores funcionam com base nos mesmos princípios, ou seja, dependem da ação de um campo magnético para que ocorram mudanças no nível de tensão.

No cotidiano da vida moderna, esses três tipos de dispositivos elétricos estão presentes em todos os lugares. Nas casas, os motores elétricos acionam refrigeradores, *freezers*, aspiradores de ar, processadores de alimentos, aparelhos de ar condicionado, ventiladores e muitos outros eletrodomésticos similares. Nas indústrias, os motores produzem a força motriz para mover praticamente todas as máquinas. Naturalmente, para fornecer a energia utilizada por todos esses motores, há necessidade de geradores.

Por que motores e geradores elétricos são tão comuns? A resposta é muito simples: a energia elétrica é uma fonte de energia limpa e eficiente, fácil de ser transmitida a longas distâncias e fácil de ser controlada. Um motor elétrico não requer ventilação constante nem combustível na forma que é exigida por um motor de combustão interna. Assim, o motor elétrico é muito apropriado para uso em ambientes onde não são desejáveis poluentes associados com combustão. Em vez disso, a energia térmica ou mecânica pode ser convertida para a forma elétrica em um local distanciado. Em seguida, a energia elétrica pode ser transmitida por longas distâncias até o local onde deverá ser utilizada e, por fim, pode ser usada de forma limpa em todas as casas, escritórios e indústrias. Os transformadores auxiliam nesse processo, reduzindo as perdas energéticas entre o ponto de geração da energia elétrica e o ponto de sua utilização.

## 1.2 OBSERVAÇÃO SOBRE UNIDADES E NOTAÇÃO

O projeto e estudo das máquinas e sistemas de potência elétricos estão entre as áreas mais antigas da engenharia elétrica. O estudo iniciou-se no período final do século XIX. Naquela época, as unidades elétricas estavam sendo padronizadas internacionalmente e essas unidades foram universalmente adotadas pelos engenheiros. Volts, ampères, ohms, watts e unidades similares, que são parte do sistema métrico de unidades, são utilizadas há muito tempo para descrever as grandezas elétricas nas máquinas.

Nos países de língua inglesa, no entanto, as grandezas mecânicas vêm sendo medidas há muito tempo com o sistema inglês de unidades (polegadas, pés, libras, etc.). Essa prática foi adotada no estudo das máquinas. Assim, há muitos anos, as grandezas elétricas e mecânicas das máquinas são medidas com diversos sistemas de unidades.

Em 1954, um sistema abrangente de unidades baseado no sistema métrico foi adotado como padrão internacional. Esse sistema de unidades tornou-se conhecido como o *Sistema Internacional (SI)* e foi adotado em quase todo o mundo. Os Estados Unidos são praticamente a única exceção – mesmo a Inglaterra e o Canadá já adotaram o SI.

Inevitavelmente, com o passar do tempo, as unidades do SI acabarão sendo padronizadas nos Estados Unidos. As sociedades profissionais, como o Institute of

Electrical and Electronics Engineers (IEEE), já padronizaram unidades do sistema métrico para serem usadas em todos os tipos de atividade. Entretanto, muitas pessoas cresceram usando as unidades inglesas, as quais ainda permanecerão sendo usadas diariamente por muito tempo. Hoje, os engenheiros e os estudantes de engenharia que atuam nos Estados Unidos devem estar familiarizados com os dois sistemas de unidades, porque durante toda a vida profissional eles se depararão com ambos os sistemas. Portanto, este livro inclui problemas e exemplos que usam unidades inglesas e do SI. A ênfase é nas unidades do SI, mas leva-se em consideração também o sistema mais antigo.

### Notação

Neste livro, os vetores, os fasores elétricos e outras grandezas complexas são mostradas em negrito (por exemplo, **F**), ao passo que os escalares são mostrados em itálico (por exemplo, *F*). Além disso, um tipo especial de letra é usado para representar grandezas magnéticas, como a força magnetomotriz (por exemplo,  $\mathcal{F}$ ).

## 1.3 MOVIMENTO DE ROTAÇÃO, LEI DE NEWTON E RELAÇÕES DE POTÊNCIA

Quase todas as máquinas elétricas giram em torno de um eixo, que é denominado *eixo* da máquina. Devido à natureza rotativa das máquinas, é importante ter um entendimento básico do movimento rotacional. Esta seção contém uma breve revisão dos conceitos de distância, velocidade, aceleração, lei de Newton e potência, tais como são aplicados às máquinas elétricas. Para uma discussão mais detalhada dos conceitos da dinâmica das rotações, veja as Referências 2, 4 e 5.

Em geral, é necessário um vetor tridimensional para descrever completamente a rotação de um objeto no espaço. No entanto, as máquinas normalmente giram em torno de um eixo fixo, de modo que sua rotação está restrita a uma única dimensão angular. Em relação a uma dada extremidade do eixo da máquina, o sentido de rotação pode ser descrito como *horário* (H) ou como *anti-horário* (AH). Para os objetivos deste livro, assume-se que um ângulo de rotação anti-horário é positivo e um ângulo horário é negativo. Para uma rotação em torno de um eixo fixo, como é o caso nesta seção, todos os conceitos ficam reduzidos a grandezas escalares.

Cada conceito importante do movimento rotacional é definido abaixo e está associado à ideia correspondente no movimento retilíneo.

### Posição angular $\theta$

A posição angular  $\theta$  de um objeto é o ângulo com o qual ele está orientado, medido desde um ponto de referência arbitrário. A posição angular é usualmente medida em radianos ou graus. Corresponde ao conceito linear de distância ao longo de uma reta.

### Velocidade angular $\omega$

A velocidade angular é a taxa de variação da posição angular em relação ao tempo. Assume-se que ela é positiva quando ocorre no sentido anti-horário. A velocidade

angular é o análogo rotacional do conceito de velocidade em uma reta. A velocidade linear unidimensional ao longo de uma reta é definida como a taxa de variação do deslocamento ao longo da reta ( $v$ ) em relação ao tempo.

$$v = \frac{dr}{dt} \tag{1-1}$$

De modo similar, a velocidade angular  $\omega$  é definida como a taxa de variação do deslocamento angular  $\theta$  em relação ao tempo.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \tag{1-2}$$

Se as unidades de posição angular forem radianos, então a velocidade angular será medida em radianos por segundo.

Quando os engenheiros trabalham com máquinas elétricas comuns, frequentemente usam outras unidades além de radianos por segundo para descrever a velocidade do eixo. Comumente, a velocidade é dada em rotações por segundo ou rotações por minuto. Como a velocidade é uma grandeza muito importante no estudo das máquinas, costuma-se usar símbolos diferentes para a velocidade quando ela é expressa em unidades diferentes. Usando esses símbolos diferentes, qualquer confusão possível em relação às unidades usadas é minimizado. Neste livro, os seguintes símbolos são usados para descrever a velocidade angular:

- $\omega_m$  velocidade angular expressa em radianos por segundo (rad/s)
- $f_m$  velocidade angular expressa em rotações ou revoluções por segundo (rps)
- $n_m$  velocidade angular expressa em rotações ou revoluções por minuto (rpm)

Nesses símbolos, o índice  $m$  é usado para diferenciar uma grandeza mecânica de uma grandeza elétrica. Se não houver nenhuma possibilidade de confusão entre as grandezas mecânicas e elétricas, então frequentemente o índice será omitido.

Essas medidas de velocidade do eixo estão relacionadas entre si pelas seguintes equações:

$$n_m = 60f_m \tag{1-3a}$$

$$f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} \tag{1-3b}$$

### Aceleração angular $\alpha$

A aceleração angular é a taxa de variação da velocidade angular em relação ao tempo. Assume-se que ela será positiva se a velocidade angular estiver crescendo no sentido algébrico. A aceleração angular é o análogo rotacional do conceito de aceleração em uma reta. Assim como a aceleração retilínea unidimensional é definida pela equação

$$a = \frac{dv}{dt} \tag{1-4}$$

temos que a aceleração angular é definida por

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1-5}$$

Se as unidades de velocidade angular forem radianos por segundo, então a aceleração angular será medida em radianos por segundo ao quadrado.

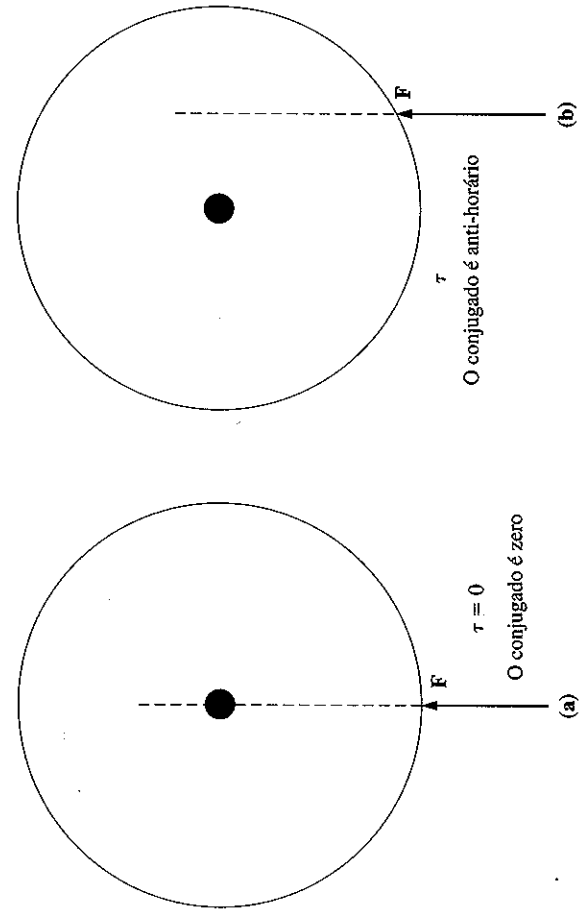
### Conjugado $\tau$

No movimento retilíneo, uma *força* aplicada a um objeto altera sua velocidade. Na ausência de uma força líquida ou resultante, sua velocidade é constante. Quanto maior for a força aplicada ao objeto, tanto mais rapidamente será variada sua velocidade.

Há um conceito similar para a rotação: quando um objeto está em rotação, sua velocidade angular é constante, a menos que um *conjugado* esteja presente atuando sobre si. Quanto maior for o conjugado aplicado ao objeto, tanto mais rapidamente irá variar a velocidade angular do objeto.

Que é conjugado? Sem ser rigoroso, ele pode ser denominado “força de fazer girar” um objeto. Intuitivamente, pode-se entender facilmente o conjugado. Imagine um cilindro que está livre para girar em torno de seu eixo. Se uma força for aplicada ao cilindro de tal modo que a sua reta de ação passa pelo eixo (Figura 1-1a), então o cilindro não entrará em rotação. Entretanto, se a mesma força for posicionada de tal modo que sua reta de ação passa à direita do eixo (Figura 1-1b), então o cilindro tenderá a girar no sentido anti-horário. O conjugado ou a ação de fazer girar o cilindro depende de (1) o valor da força aplicada e (2) a distância entre o eixo de rotação e a reta de ação da força.

O conjugado de um objeto é definido como o produto da força aplicada ao objeto to vezes a menor distância entre a reta de ação da força e o eixo de rotação do objeto.



**FIGURA 1-1**  
(a) Força aplicada a um cilindro de modo que ele passa pelo eixo de rotação,  $\tau = 0$ .  
(b) Força aplicada a um cilindro de modo que a reta de ação não passa pelo eixo de rotação. Aqui  $\tau$  é anti-horário.

Se  $r$  for um vetor que aponta desde o eixo de rotação até o ponto de aplicação da força e se  $F$  for a força aplicada, então o conjugado poderá ser descrito como

$$\begin{aligned} \tau &= (\text{força aplicada})(\text{distância perpendicular}) \\ &= (F)(r \sin \theta) \\ &= rF \sin \theta \end{aligned} \tag{1-6}$$

em que  $\theta$  é o ângulo entre o vetor  $r$  e o vetor  $F$ . O sentido do conjugado será horário se ele tender a fazer com que a rotação seja horária e será anti-horário se ele tender a fazer com que a rotação seja anti-horária (Figura 1-2).

As unidades de conjugado são newton-metro em unidades do SI e libra-pé no sistema inglês.

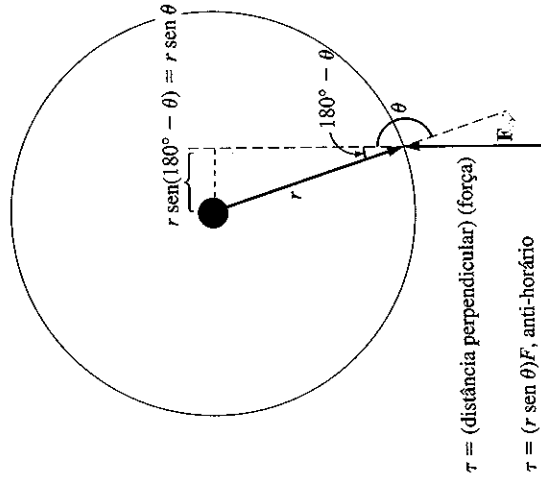


FIGURA 1-2  
Dedução da equação do conjugado em um objeto.

### Lei de Newton da rotação

A lei de Newton, para objetos que se movem ao longo de uma linha reta, descreve a relação entre a força aplicada ao objeto e sua aceleração resultante. Essa relação é dada pela equação

$$F = ma \tag{1-7}$$

em que

$F$  = força líquida ou resultante aplicada a um objeto

$m$  = massa do objeto

$a$  = aceleração resultante

Em unidades do SI, a força é medida em newtons, a massa é medida em quilogramas e a aceleração, em metros por segundo ao quadrado. No sistema inglês, a

força é medida em libras\*, a massa é medida em slugs\*\* e a aceleração, em pés por segundo ao quadrado.

Uma equação similar descreve a relação entre o conjugado aplicado a um objeto e sua aceleração resultante. Essa relação, denominada *lei da rotação de Newton*, é dada pela equação

$$\tau = J\alpha \tag{1-8}$$

em que  $\tau$  é o conjugado líquido aplicado, em newtons-metros ou libras-pés, e  $\alpha$  é a aceleração angular resultante, em radianos por segundo ao quadrado. A grandeza  $J$  desempenha o mesmo papel que a massa de um objeto no movimento retilíneo. Recebe a denominação *momento de inércia* do objeto, sendo medido em quilogramas-metros ao quadrado ou slugs-pés ao quadrado. O cálculo do momento de inércia está além dos objetivos deste livro. Para informação a esse respeito, veja a Ref. 2.

### Trabalho W

No movimento retilíneo, o trabalho é definido como a aplicação de uma *força* que se desloca por uma *distância*. Na forma de equação,

$$W = \int F dr \tag{1-9}$$

onde assume-se que a força é colinear com o sentido do movimento. No caso especial de uma força constante aplicada de forma colinear com o sentido do movimento, essa equação torna-se simplesmente

$$W = Fr \tag{1-10}$$

As unidades de trabalho são o joule no SI e o pé-libra no sistema inglês.

No movimento de rotação, o trabalho é a aplicação de um *conjugado* por um *ângulo*. Aqui, a equação do trabalho é

$$W = \int \tau d\theta \tag{1-11}$$

e, se o conjugado for constante, teremos

$$W = \tau\theta \tag{1-12}$$

### Potência P

A potência é a taxa de produção de trabalho, ou o incremento de trabalho por unidade de tempo. A equação da potência é

$$P = \frac{dW}{dt} \tag{1-13}$$

\* N. de T.: No caso, trata-se de libra-força. Dependendo do contexto, a libra pode estar se referindo a uma força (libra-força) ou a uma massa (libra-massa).

\*\* N. de T.: Unidade inglesa de massa que corresponde a 14,59 kg. Neste livro, sua denominação será mantida em inglês. Ela corresponde à arroba, uma antiga unidade portuguesa de medida que equivale a 14,69 kg.

Usualmente, sua unidade de medida é o joule por segundo (watt), mas também pode ser o pé-libra por segundo, ou ainda o HP (*horsepower*).

Por essa definição, e assumindo que a força é constante e colinear com o sentido do movimento, a potência é dada por

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} (Fr) = F \left( \frac{dr}{dt} \right) = Fv \quad (1-14)$$

De modo similar, assumindo um conjugado constante, a potência no movimento de rotação é dada por

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} (\tau\theta) = \tau \left( \frac{d\theta}{dt} \right) = \tau\omega \quad (1-15)$$

A Equação (1-15) é muito importante no estudo de máquinas elétricas, porque ela pode descrever a potência mecânica no eixo de um motor ou gerador.

A Equação (1-15) será a relação correta entre potência, conjugado e velocidade se a potência for medida em watts, o conjugado em newtons-metros e a velocidade em radianos por segundo. Se outras unidades forem usadas para medir qualquer uma das grandezas anteriores, então uma constante deverá ser introduzida na equação para fazer a conversão de unidades. Na prática de engenharia dos Estados Unidos, ainda é comum medir o conjugado em libras-pés, a velocidade em rotações por minuto e a potência em watts ou HP (*horsepower*). Se os fatores de conversão adequados forem introduzidos em cada termo, então a Equação (1-15) irá se tornar

$$P \text{ (watts)} = \frac{\tau \text{ (libras-pés)} n \text{ (rpm)}}{7,04} \quad (1-16)$$

$$P \text{ (HP)} = \frac{\tau \text{ (libras-pés)} n \text{ (rpm)}}{5,252} \quad (1-17)$$

em que o conjugado é medido em libras-pés e a velocidade em rotações por minuto.

## 1.4 O CAMPO MAGNÉTICO

Como afirmado anteriormente, os campos magnéticos constituem o mecanismo fundamental pelo qual a energia é convertida de uma forma em outra nos motores, geradores e transformadores. Quatro princípios básicos descrevem como os campos magnéticos são usados nesses dispositivos:

1. Um fio condutor de corrente produz um campo magnético em sua vizinhança.
2. Um campo magnético variável no tempo induzirá uma tensão em uma bobina se esse campo passar através dessa bobina. (Esse é o fundamento da *ação de transformador*.)
3. Um fio condutor de corrente, na presença de um campo magnético, tem uma força induzida nele. (Esse é o fundamento da *ação de motor*.)
4. Um fio movendo-se na presença de um campo magnético tem uma tensão induzida nele. (Esse é o fundamento da *ação de gerador*.)

Esta seção descreve e elabora a produção de um campo magnético por meio de um fio que está conduzindo uma corrente, ao passo que as seções posteriores deste capítulo explicarão os demais três princípios.

### Produção de um campo magnético

A lei fundamental que rege a produção de um campo magnético por uma corrente é a lei de Ampère:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{liq} \quad (1-18)$$

em que  $\mathbf{H}$  é a intensidade do campo magnético que é produzido pela corrente líquida  $I_{liq}$  e  $d\mathbf{l}$  é um elemento diferencial de comprimento ao longo do caminho de integração. Em unidades do SI,  $I$  é medida em ampères e  $H$  é medida em ampères-espiras por metro. Para melhor compreender o significado dessa equação, é útil aplicá-la ao exemplo simples da Figura 1-3. Essa figura mostra um núcleo retangular com um enrolamento de  $N$  espiras de fio envolvendo uma das pernas do núcleo. Se o núcleo for composto de ferro ou de outros metais similares (coletivamente denominados *materiais ferromagnéticos*), então essencialmente todo o campo magnético produzido pela corrente permanecerá dentro do núcleo, de modo que na lei de Ampère o caminho de integração é dado pelo comprimento do caminho médio no núcleo  $l_n$ . A corrente líquida  $I_{liq}$  que passa dentro do caminho de integração é então  $Ni$ , porque a bobina cruza o caminho de integração  $N$  vezes quando está conduzindo a corrente  $i$ . Assim, a lei de Ampère torna-se

$$Hl_n = Ni \quad (1-19)$$

Aqui,  $H$  é a magnitude ou módulo do vetor  $\mathbf{H}$  da intensidade de campo magnético. Portanto, o valor da intensidade de campo magnético no núcleo, devido à corrente aplicada, é

$$H = \frac{Ni}{l_n} \quad (1-20)$$

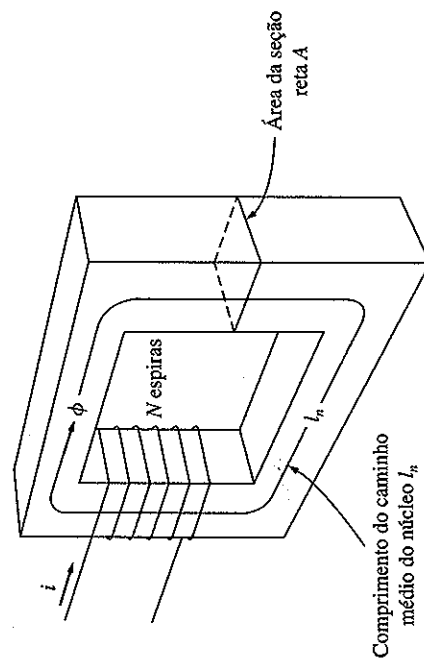


FIGURA 1-3  
Núcleo magnético simples.

Em certo sentido, a intensidade de campo magnético  $\mathbf{H}$  é uma medida do “esforço” que uma corrente está fazendo para estabelecer um campo magnético. A intensidade do fluxo de campo magnético produzido no núcleo depende também do material do núcleo. A relação entre a intensidade de campo magnético  $\mathbf{H}$  e a densidade de fluxo magnético resultante  $\mathbf{B}$  dentro de um material é dada por

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1-21)$$

em que

$\mathbf{H}$  = intensidade de campo magnético

$\mu$  = permeabilidade magnética do material

$\mathbf{B}$  = densidade de fluxo magnético produzido resultante

Portanto, a densidade de fluxo magnético real produzido em um pedaço de material é dada pelo produto de dois fatores:

$\mathbf{H}$ , representando o esforço exercido pela corrente para estabelecer um campo magnético

$\mu$ , representando a facilidade relativa de estabelecer um campo magnético em um dado material

A unidade de intensidade de campo magnético é ampère-espira por metro, a unidade de permeabilidade é henry por metro e a unidade de densidade de fluxo resultante é weber por metro quadrado, conhecida como tesla (T).

A permeabilidade do vácuo é denominada  $\mu_0$  e seu valor é

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} \quad (1-22)$$

A permeabilidade de qualquer outro material quando comparada com a permeabilidade do vácuo é denominada *permeabilidade relativa*:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (1-23)$$

A permeabilidade relativa é uma maneira conveniente de comparar a capacidade de magnetização dos materiais. Por exemplo, os aços utilizados nas máquinas modernas têm permeabilidades relativas de 2000 a 6000 ou mesmo mais. Isso significa que, para uma dada intensidade de corrente, é produzido de 2000 a 6000 vezes mais fluxo em um pedaço de aço do que no respectivo volume de ar. (A permeabilidade do ar é essencialmente a mesma permeabilidade do vácuo.) Obviamente, os metais de um núcleo de transformador ou motor desempenham um papel extremamente importante no incremento e concentração do fluxo magnético no dispositivo.

Também, como a permeabilidade do ferro é muito maior do que a do ar, a maior parte do fluxo em um núcleo de ferro, como o da Figura 1-3, permanece no interior do núcleo, em vez de se deslocar através do ar circundante cuja permeabilidade é muito menor. Nos transformadores e motores, o pequeno fluxo residual de dispersão que deixa realmente o núcleo de ferro é muito importante na determinação dos fluxos concatenados entre as bobinas e as auto-indutâncias das bobinas.

Em um núcleo, como o mostrado na Figura 1-3, o valor da densidade de fluxo é dado por

$$B = \mu H = \frac{\mu Ni}{l_n} \quad (1-24)$$

Agora, o fluxo total em uma dada área é dado por

$$\phi = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (1-25a)$$

em que  $dA$  é a unidade diferencial de área. Se o vetor de densidade de fluxo for perpendicular a um plano de área  $A$  e se a densidade de fluxo for constante através da área, então essa equação se reduzirá a

$$\phi = BA \quad (1-25b)$$

Assim, o fluxo total do núcleo da Figura 1-3, devido à corrente  $i$  no enrolamento, é

$$\phi = BA = \frac{\mu NiA}{l_n} \quad (1-26)$$

em que  $A$  é a área da seção reta do núcleo.

### Circuitos magnéticos

Na Equação (1-26), vemos que a *corrente* em uma bobina de fio enrolado em um núcleo produz um fluxo magnético nesse núcleo. De certa forma, isso é análogo a uma tensão que em um circuito elétrico produz o fluxo de corrente. É possível definir um “circuito magnético” cujo comportamento é regido por equações análogas as de um circuito elétrico. Frequentemente, no projeto de máquinas elétricas e transformadores, utiliza-se o modelo de circuito magnético que descreve o comportamento magnético para simplificar o processo de projeto que, de outro modo, seria bem complexo.

Em um circuito elétrico simples, como o mostrado na Figura 1-4a, a fonte de tensão  $V$  alimenta uma corrente  $I$  ao longo do circuito através de uma resistência  $R$ . A relação entre essas grandezas é dada pela lei de Ohm:

$$V = IR$$

No circuito elétrico, o fluxo de corrente é acionado por uma tensão ou força eletromotriz. Por analogia, a grandeza correspondente no circuito magnético é denominada *força magnetomotriz* (FMM). A força magnetomotriz do circuito magnético é igual ao fluxo efetivo de corrente aplicado ao núcleo, ou

$$\mathcal{F} = Ni \quad (1-27)$$

em que  $\mathcal{F}$  é o símbolo da força magnetomotriz, medida em ampères-espiras.

Como uma fonte de tensão no circuito elétrico, a força magnetomotriz no circuito magnético também tem uma polaridade associada. O terminal *positivo* da fonte de FMM é o terminal de onde o fluxo sai e o terminal *negativo* da fonte de FMM é

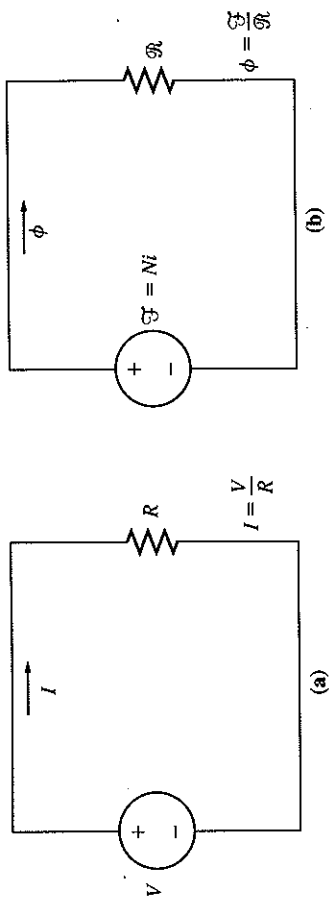


FIGURA 1-4 (a) Circuito elétrico simples. (b) Circuito magnético análogo a um núcleo de transformador.

o terminal no qual o fluxo volta a entrar. A polaridade da FMM de uma bobina pode ser determinada modificando-se a regra da mão direita: se os dedos da mão direita curvarem-se no sentido do fluxo de corrente em uma bobina, então o polegar apontará no sentido de FMM positiva (veja Figura 1-5).

No circuito elétrico, a tensão aplicada faz com que circule uma corrente  $I$ . De modo similar, em um circuito magnético, a força magnetomotriz aplicada faz com que um fluxo  $\phi$  seja produzido. A relação entre tensão e corrente em um circuito elétrico é a lei de Ohm ( $V = IR$ ). Do mesmo modo, a relação entre força magnetomotriz e fluxo é

$\mathcal{F} = \phi \mathcal{R}$

(1-28)

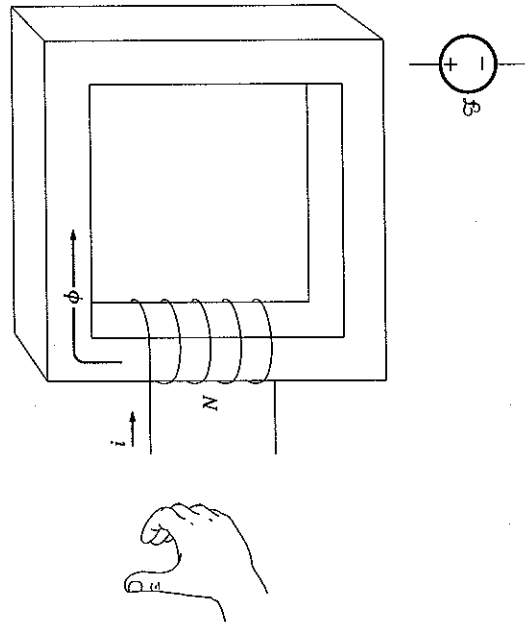


FIGURA 1-5 Determinação da polaridade de uma fonte de força magnetomotriz em um circuito magnético.

em que

$\mathcal{F}$  = força magnetomotriz do circuito

$\phi$  = fluxo do circuito

$\mathcal{R}$  = relutância do circuito

A relutância de um circuito magnético é o equivalente da resistência elétrica, sendo a sua unidade o ampère-espira (A.e) por weber (Wb).

Há também um equivalente magnético da condutância. Assim como a condutância de um circuito elétrico é o inverso de sua resistência, a permeância  $\mathcal{P}$  de um cima é o inverso de sua relutância:

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}} \tag{1-29}$$

Desse modo, a relação entre a força magnetomotriz e o fluxo pode ser expressa como

$$\phi = \mathcal{F} \mathcal{P} \tag{1-30}$$

Em certas circunstâncias, é mais fácil trabalhar com a permeância de um circuito magnético do que com sua relutância.

Qual é a relutância do núcleo da Figura 1-3? O fluxo resultante nesse núcleo é dado pela Equação (1-26):

$$\begin{aligned} \phi &= BA = \frac{\mu N i A}{l_n} \\ &= N i \left( \frac{\mu A}{l_n} \right) \\ \phi &= \mathcal{F} \left( \frac{\mu A}{l_n} \right) \end{aligned} \tag{1-26} \tag{1-31}$$

Comparando a Equação (1-31) com a Equação (1-28), vemos que a relutância do núcleo é

$$\mathcal{R} = \frac{l_n}{\mu A} \tag{1-32}$$

As relutâncias em um circuito magnético obedecem às mesmas regras que as resistências em um circuito elétrico. A relutância equivalente de diversas relutâncias em série é simplesmente a soma das relutâncias individuais:

$$\mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3 + \dots \tag{1-33}$$

De modo similar, relutâncias em paralelo combinam-se conforme a equação

$$\frac{1}{\mathcal{R}_{eq}} = \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2} + \frac{1}{\mathcal{R}_3} + \dots \tag{1-34}$$

Permeâncias em série e em paralelo obedecem às mesmas regras que as condutâncias elétricas.

Quando são usados os conceitos de circuito magnético em um núcleo, os cálculos de fluxo são sempre aproximados – no melhor dos casos, eles terão uma exatidão

de fluxo, no projeto prático de máquinas. Cálculos exatos usando as equações de Maxwell são demoradamente difíceis e, de qualquer forma, não são necessários porque resultados satisfatórios podem ser conseguidos usando esse método aproximado.

Os seguintes exemplos ilustram os cálculos básicos usados em circuitos magnéticos. Observe que nestes exemplos as respostas são dadas com três dígitos significativos.

**EXEMPLO 1-1** Um núcleo ferromagnético é mostrado na Figura 1-7a. Três de seus lados têm larguras uniformes, ao passo que a largura do quarto lado é menor. A profundidade do núcleo (para dentro da página) é 10 cm e as outras dimensões são mostradas na figura. Uma bobina de 200 espiras está enrolada no lado esquerdo do núcleo. Assumindo uma permeabilidade relativa  $\mu_r$  de 2500, quanto fluxo será produzido por uma corrente de 1 ampère?

### Solução

Resolveremos este problema duas vezes, primeiro manualmente e depois usando um programa MATLAB. Mostraremos que ambas as abordagens produzem a mesma resposta.

Três lados do núcleo têm as mesmas áreas de seção reta, ao passo que o quarto lado tem uma área diferente. Assim, o núcleo pode ser dividido em duas regiões: (1) um lado menos espesso e (2) três outros lados tomados em conjunto. O respectivo circuito magnético desse núcleo está mostrado na Figura 1-7b.

O comprimento do caminho médio da região 1 é 45 cm e a área da seção reta é  $10 \times 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$ . Portanto, a relutância da primeira região é

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{l_1}{\mu A_1} = \frac{l_1}{\mu_r \mu_0 A_1} \\ &= \frac{0,45 \text{ m}}{(2500)(4\pi \times 10^{-7})(0,01 \text{ m}^2)} \\ &= 14.300 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \end{aligned} \quad (1-32)$$

O comprimento do caminho médio da região 2 é 130 cm e a área da seção reta é  $15 \times 10 \text{ cm} = 150 \text{ cm}^2$ . Assim, a relutância da segunda região é

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{l_2}{\mu A_2} = \frac{l_2}{\mu_r \mu_0 A_2} \\ &= \frac{1,3 \text{ m}}{(2500)(4\pi \times 10^{-7})(0,015 \text{ m}^2)} \\ &= 27.600 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \end{aligned} \quad (1-32)$$

Portanto, a relutância total do núcleo é

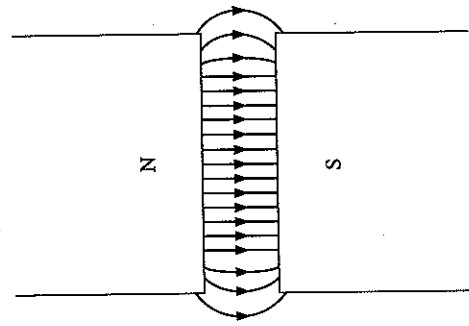
$$\begin{aligned} R_{eq} &= R_1 + R_2 \\ &= 14.300 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} + 27.600 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \\ &= 41.900 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \end{aligned}$$

A força magnetomotriz total é

$$\mathcal{F} = Ni = (200 \text{ A} \cdot \text{e/Wb})(1,0 \text{ A}) = 200 \text{ A} \cdot \text{e}$$

O fluxo total no núcleo é dado por

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\mathcal{F}}{R} = \frac{200 \text{ A} \cdot \text{e}}{41.900 \text{ A} \cdot \text{e/Wb}} \\ &= 0,0048 \text{ Wb} \end{aligned}$$



**FIGURA 1-6**

Efeito de espraçamento de um campo magnético no entreferro. Observe o aumento da área da seção reta do entreferro em comparação com a área da seção reta do metal.

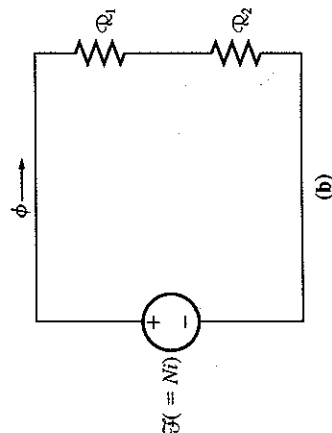
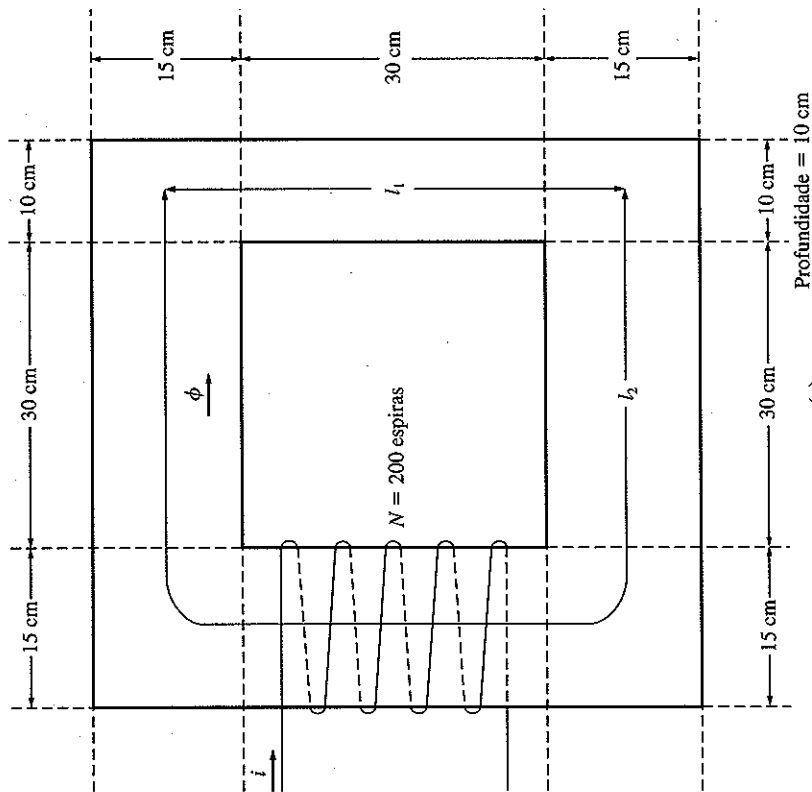
de cerca de 5% em relação ao valor real. Há uma série de razões para essa falta inerente de exatidão:

1. O conceito de circuito magnético assume que todo o fluxo está confinado ao interior do núcleo magnético. Infelizmente, isso não é totalmente verdadeiro. A permeabilidade de um núcleo ferromagnético é de 2000 a 6000 vezes a do ar, mas uma pequena fração do fluxo escapa do núcleo indo para o ar circundante, cuja permeabilidade é baixa. Esse fluxo no exterior do núcleo é denominado *fluxo de dispersão* e desempenha um papel muito importante no projeto de máquinas elétricas.
2. Os cálculos de relutância assumem um certo comprimento de caminho médio e de área de seção reta para o núcleo. Essas suposições não são realmente muito boas, especialmente nos cantos.
3. Nos materiais ferromagnéticos, a permeabilidade varia com a quantidade de fluxo que já está presente no material. Esse efeito não linear será descrito em detalhe. Ele acrescenta outra fonte de erro à análise do circuito magnético, já que as relutâncias usadas nos cálculos de circuitos magnéticos dependem da permeabilidade do material.
4. Se houver entreferros de ar no caminho de fluxo do núcleo, a área efetiva da seção reta do entreferro de ar será maior do que a área da seção reta do núcleo de ferro de ambos os lados. A área efetiva extra é causada pelo denominado “efeito de espraçamento” do campo magnético no entreferro de ar (Figura 1-6).

Nos cálculos, pode-se compensar parcialmente essas fontes inerentes de erro. Para tanto, valores “corrigidos” ou “efetivos” de comprimento de caminho médio e de área de seção reta são usados no lugar dos valores reais de comprimento e área.

Há muitas limitações inerentes ao conceito de circuito magnético, mas ele ainda é a ferramenta de projeto mais facilmente usável que está disponível para os cálculos





**FIGURA 1-7**  
(a) O núcleo ferromagnético do Exemplo 1-1. (b) O respectivo circuito magnético de (a).

Se desejado, esse cálculo poderá ser executado usando um arquivo de programa em MATLAB (*M-file*). Um programa simples para calcular o fluxo do núcleo é mostrado a seguir.

```
% M-file: ex1_1.m
% M-file para o cálculo de fluxo de Exemplo 1-1.
l1 = 0.45; % Comprimento da região 1
l2 = 1.3; % Comprimento da região 2
```

```
a1 = 0.01; % Área da região 1
a2 = 0.015; % Área da região 2
ur = 2500; % Permeabilidade relativa
u0 = 4*pi*1e-7; % Permeabilidade do vácuo
n = 200; % Número de espiras no núcleo
i = 1; % Corrente em ampères

% Cálculo da primeira relutância
r1 = l1 / (ur * u0 * a1);
disp(['r1 = ', num2str(r1)]);

% Cálculo da segunda relutância
r2 = l2 / (ur * u0 * a2);
disp(['r2 = ', num2str(r2)]);

% Cálculo da relutância total
rtot = r1 + r2;

% Cálculo da FMM (mmf)
mmf = n * i;

% Finalmente, obtenha o fluxo (flux) no núcleo
flux = mmf / rtot;

% Mostre o resultado
disp(['Fluxo = ', num2str(flux)]);
```

Quando esse programa é executado, os resultados são:

```
>> ex1_1
r1 = 14323.9449
r2 = 27586.8568
Fluxo = 0.004772
```

Esse programa produziu o mesmo resultado que o nosso cálculo a mão, com o número de dígitos significativos do problema.

**EXEMPLO 1-2** A Figura 1-8a mostra um núcleo ferromagnético cujo comprimento de caminho médio é 40 cm. Há um entreferro delgado de 0,05 cm no núcleo, o qual é inteiriço no restante. A área da seção reta do núcleo é 12 cm<sup>2</sup>, a permeabilidade relativa do núcleo é 4000 e a bobina enrolada no núcleo tem 400 espiras. Assuma que o espraimento no entreferro aumente a área efetiva da seção reta em 5%. Dada essa informação, encontre (a) a relutância total do caminho de fluxo (ferro mais entreferro) e (b) a corrente necessária para produzir uma densidade de fluxo de 0,5 T no entreferro.

### Solução

O circuito magnético correspondente a esse núcleo é mostrado na Figura 1-8b.

(a) A relutância do núcleo é

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_c &= \frac{l_n}{\mu A_n} = \frac{l_n}{\mu_r \mu_0 A_n} \\ &= \frac{0,4 \text{ m}}{(4000)(4\pi \times 10^{-7})(0,0012 \text{ m}^2)} \\ &= 66.300 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \end{aligned} \quad (1-32)$$

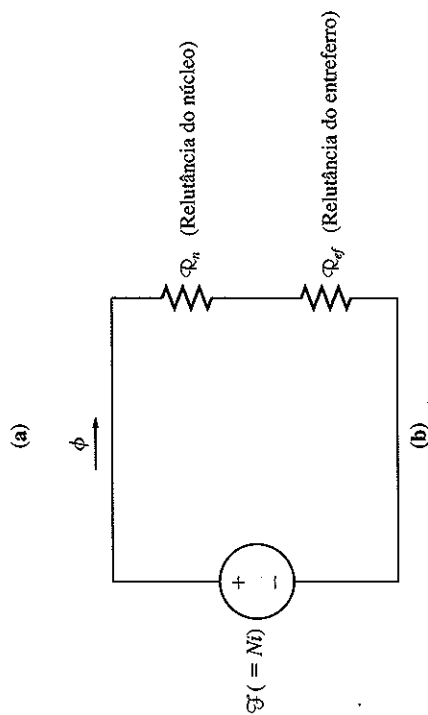
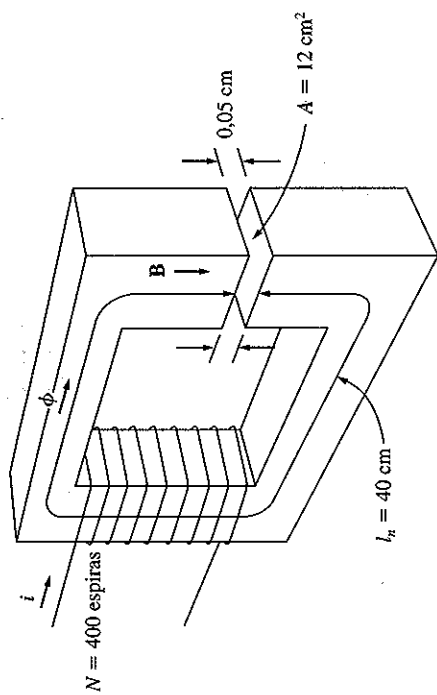


FIGURA 1-8

(a) O núcleo ferromagnético do Exemplo 1-2. (b) O respectivo circuito magnético de (a).

A área efetiva do entreferro é  $1,05 \times 12 \text{ cm}^2 = 12,6 \text{ cm}^2$ , de modo que a relutância do entreferro (ef) é

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{ef} &= \frac{l_{ef}}{\mu_0 A_{ef}} \\ &= \frac{0,0005 \text{ m}}{(4\pi \times 10^{-7})(0,00126 \text{ m}^2)} \\ &= 316.000 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \end{aligned} \quad (1-32)$$

Portanto, a relutância total do caminho de fluxo é

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{eq} &= \mathcal{R}_n + \mathcal{R}_{ef} \\ &= 66.300 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} + 316.000 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \\ &= 382.300 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \end{aligned}$$

Observe que o entreferro contribui com a maior parte da relutância, embora seu caminho de fluxo seja 800 vezes mais curto do que o do núcleo.

(b) Da Equação (1-28), temos

$$\mathcal{F} = \phi \mathcal{R} \quad (1-28)$$

Como o fluxo  $\phi = BA$  e  $\mathcal{F} = Ni$ , essa equação torna-se

$$Ni = BA\mathcal{R}$$

de modo que

$$\begin{aligned} i &= \frac{BA\mathcal{R}}{N} \\ &= \frac{(0,5 \text{ T})(0,00126 \text{ m}^2)(382.200 \text{ A} \cdot \text{e/Wb})}{400} \\ &= 0,602 \text{ A} \end{aligned}$$

Observe nessa equação que, como foi necessário obter o fluxo de *entreferro*, então foi usada a área efetiva do entreferro.

**EXEMPLO 1-3** A Figura 1-9a mostra de forma simplificada o rotor e o estator de um motor CC. O comprimento do caminho médio do estator é 50 cm e a área de sua seção reta é  $12 \text{ cm}^2$ . O comprimento do caminho médio do rotor é 5 cm e pode-se assumir que a área de sua seção reta é também  $12 \text{ cm}^2$ . Cada entreferro entre o rotor e o estator tem  $0,05 \text{ cm}$  de largura e a área da seção reta de cada entreferro (incluindo o espraiamento) é  $14 \text{ cm}^2$ . O ferro do núcleo tem permeabilidade relativa de 2000 e há 200 espiras de fio sobre o núcleo. Se a corrente no fio for ajustada para 1 A, qual será a densidade de fluxo resultante nos entreferros?

### Solução

Para determinar a densidade de fluxo no entreferro, é necessário calcular primeiro a força magnetomotriz aplicada ao núcleo e a relutância total do caminho de fluxo. Com essas informações, pode-se encontrar o fluxo total no núcleo. Finalmente, conhecendo a área da seção reta dos entreferros, pode-se calcular a densidade de fluxo.

A relutância do estator é

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_s &= \frac{l_s}{\mu_r \mu_0 A_s} \\ &= \frac{0,5 \text{ m}}{(2000)(4\pi \times 10^{-7})(0,0012 \text{ m}^2)} \\ &= 166.000 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \end{aligned}$$

A relutância do rotor é

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_r &= \frac{l_r}{\mu_r \mu_0 A_r} \\ &= \frac{0,05 \text{ m}}{(2000)(4\pi \times 10^{-7})(0,0012 \text{ m}^2)} \\ &= 16.600 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \end{aligned}$$

A relutância dos entreferros é

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{ef} &= \frac{l_{ef}}{\mu_r \mu_0 A_{ef}} \\ &= \frac{0,0005 \text{ m}}{(1)(4\pi \times 10^{-7})(0,0014 \text{ m}^2)} \\ &= 284.000 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \end{aligned}$$

Por fim, a densidade de fluxo magnético no entreferro do motor é

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{0,000266 \text{ Wb}}{0,0014 \text{ m}^2} = 0,19 \text{ T}$$

### Comportamento magnético dos materiais ferromagnéticos

Anteriormente, nesta seção, a permeabilidade magnética foi definida pela equação

$$B = \mu H \quad (1-21)$$

Foi explicado antes que a permeabilidade dos materiais magnéticos é muito elevada, até 6000 vezes a permeabilidade do vácuo. Naquela análise e nos exemplos que se seguiram, assumiu-se que a permeabilidade era constante, independentemente da força magnetomotriz aplicada ao material. Embora a permeabilidade seja constante no vácuo, isso certamente *não* é verdadeiro para o ferro e outros materiais magnéticos.

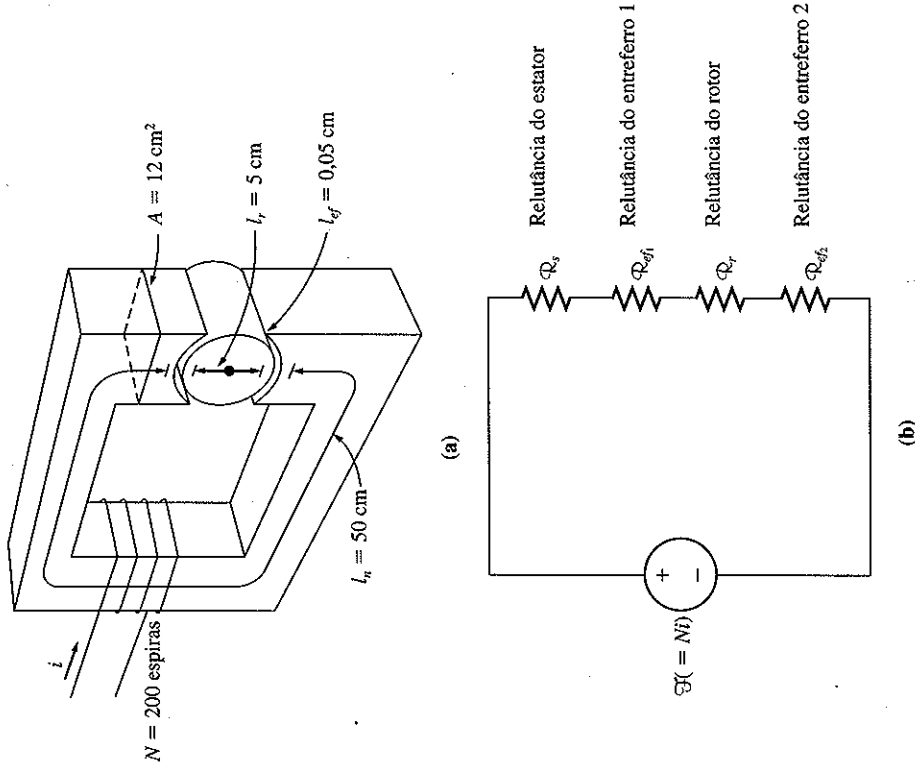
Para ilustrar o comportamento da permeabilidade magnética em um material ferromagnético, aplique uma corrente contínua ao núcleo mostrado na Figura 1-3, começando com 0 A e lentamente subindo até a máxima corrente permitida. Quando se faz um gráfico do fluxo produzido no núcleo *versus* a força magnetomotriz que produz, o resultado é como o da Figura 1-10a. Esse tipo de gráfico é denominado *curva de saturação* ou *curva de magnetização*. Inicialmente, um pequeno incremento na força magnetomotriz produz um grande incremento no fluxo resultante. Após um determinado ponto, contudo, novos incrementos na força magnetomotriz produzem incrementos relativamente menores no fluxo. No final, um aumento na força magnetomotriz produz quase nenhuma alteração. A região nessa figura onde a curva fica plana é denominada *região de saturação* e diz-se que o núcleo está *saturado*. Por outro lado, a região onde o fluxo varia muito rapidamente é denominada *região insaturada* ou *não saturada* da curva e diz-se que o núcleo está *não saturado*. A região de transição entre a região não saturada e a região saturada é denominada algumas vezes *joelho* da curva. Na região não saturada, observe que o fluxo produzido no núcleo relaciona-se linearmente com a força magnetomotriz aplicada e, na região de saturação, o fluxo aproxima-se de um valor constante que independe da força magnetomotriz.

Um outro gráfico estreitamente relacionado é mostrado na Figura 1-10b. Essa figura apresenta um gráfico da densidade de fluxo magnético **B** *versus* a intensidade de campo magnético **H**. Das Equações (1-20) e (1-25b), obtém-se

$$H = \frac{Ni}{l_n} = \frac{\mathcal{F}}{l_n} \quad (1-20)$$

$$\phi = BA \quad (1-25b)$$

Observa-se facilmente que, em qualquer núcleo, a intensidade de campo magnético é *diretamente proporcional à força magnetomotriz e a densidade de fluxo magnético é diretamente proporcional ao fluxo*. Portanto, a relação entre **B** e **H** tem a mesma forma que a relação entre fluxo e força magnetomotriz. A inclinação da curva de densidade de fluxo *versus* a intensidade de campo magnético para qualquer valor dado de **H** na Figura 1-10b é, por definição, a permeabilidade do núcleo para essa intensidade de campo magnético. A curva mostra que a permeabilidade é elevada e relativamente



**FIGURA 1-9**  
(a) Diagrama simplificado do rotor e do estator de um motor CC. (b) O respectivo circuito magnético de (a).

O respectivo circuito magnético dessa máquina está mostrado na Figura 1-9b. A relutância total do caminho de fluxo é, portanto,

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{eq} &= \mathcal{R}_s + \mathcal{R}_{ef1} + \mathcal{R}_r + \mathcal{R}_{ef2} \\ &= 166.000 + 284.000 + 16.600 + 284.000 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \\ &= 751.000 \text{ A} \cdot \text{e/Wb} \end{aligned}$$

A força magnetomotriz líquida aplicada ao núcleo é

$$\mathcal{F} = Ni = (200 \text{ e})(1,0 \text{ A}) = 200 \text{ A} \cdot \text{e}$$

Portanto, o fluxo total no núcleo é

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} = \frac{200 \text{ A} \cdot \text{e}}{751.000 \text{ A} \cdot \text{e/Wb}} \\ &= 0,000266 \text{ Wb} \end{aligned}$$

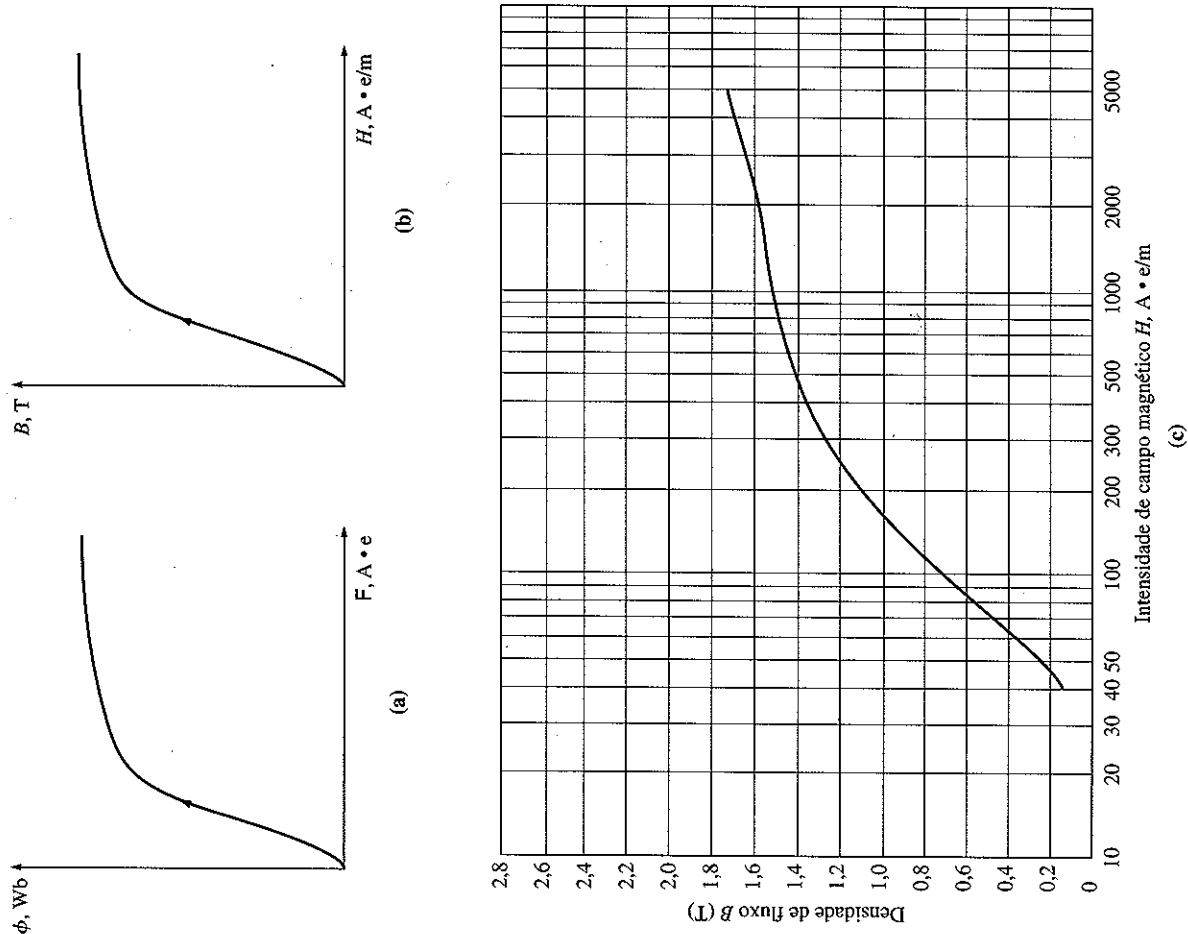


FIGURA 1-10

(a) Gráfico de uma curva de magnetização CC de um núcleo ferromagnético. (b) Curva de magnetização expressa em termos de densidade de fluxo e intensidade de campo magnético. (c) Curva de magnetização detalhada de uma peça típica de aço. (d) Gráfico de permeabilidade relativa  $\mu_r$ , em função da intensidade de campo magnético  $H$  para uma peça típica de aço.

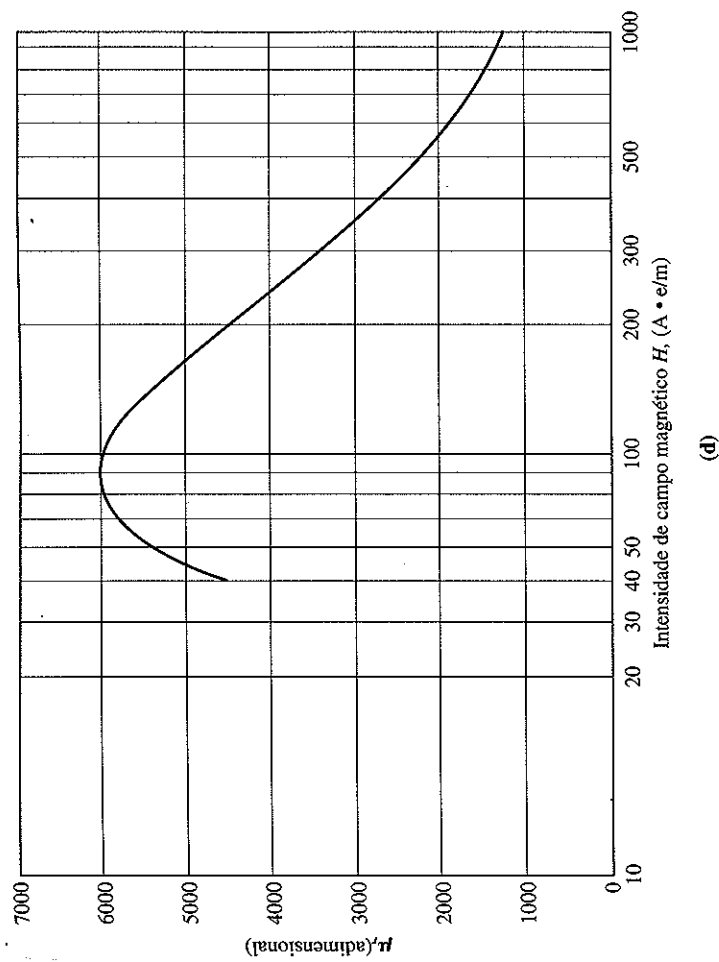


FIGURA 1-10  
(continuação)

constante na região não saturada e, em seguida, decresce gradualmente até um valor bem baixo à medida que o núcleo torna-se fortemente saturado.

A Figura 1-10c é uma curva de magnetização para um bloco típico de aço, mostrado com mais detalhe e com a intensidade de campo magnético em escala logarítmica. Somente usando a escala logarítmica para a intensidade de campo magnético é que se pode incluir no gráfico a região da curva de saturação elevada.

Para uma mesma força magnetomotriz dada, a vantagem de utilizar material ferromagnético nos núcleos das máquinas elétricas e dos transformadores é que se pode conseguir muito mais fluxo usando o ferro do que o ar. Entretanto, se o fluxo resultante tiver que ser proporcional, ou aproximadamente proporcional, à força magnetomotriz aplicada, então o núcleo *deverá* estar operando na região não saturada da curva de magnetização.

Como os geradores e motores reais dependem de fluxo magnético para produzir tensão e conjugado, eles são projetados para produzir o máximo fluxo possível. Como resultado, a maioria das máquinas reais opera próximo do joelho da curva de magnetização e o fluxo magnético em seus núcleos não se relaciona linearmente com a força magnetomotriz que o produz. Essa não linearidade é a razão de muitos comportamentos peculiares que são apresentados pelas máquinas e que serão explicados nos próximos capítulos. Usaremos MATLAB para obter as soluções dos problemas que envolvem o comportamento não linear das máquinas reais.

**EXEMPLO 1-4** Encontre a permeabilidade relativa de um material ferromagnético típico, cuja curva de magnetização está mostrada na Figura 1-10c, nos pontos (a)  $H = 50$ , (b)  $H = 100$ , (c)  $H = 500$  e (d)  $H = 1000 \text{ A} \cdot \text{e/m}$ .

**Solução**

A permeabilidade de um material é dada por

$$\mu = \frac{B}{H}$$

e a permeabilidade relativa é dada por,

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (1-23)$$

Assim, é fácil determinar a permeabilidade para qualquer intensidade de campo magnético dada.

(a) Para  $H = 50 \text{ A} \cdot \text{e/m}$ , temos  $B = 0,25 \text{ T}$ . Logo,

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0,25 \text{ T}}{50 \text{ A} \cdot \text{e/m}} = 0,0050 \text{ H/m}$$

e

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0,0050 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 3980$$

(b) Para  $H = 100 \text{ A} \cdot \text{e/m}$ , temos  $B = 0,72 \text{ T}$ . Logo,

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0,72 \text{ T}}{100 \text{ A} \cdot \text{e/m}} = 0,0072 \text{ H/m}$$

e

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0,0072 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 5730$$

(c) Para  $H = 500 \text{ A} \cdot \text{e/m}$ , temos  $B = 1,40 \text{ T}$ . Logo,

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1,40 \text{ T}}{500 \text{ A} \cdot \text{e/m}} = 0,0028 \text{ H/m}$$

e

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0,0028 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 2230$$

(d) Para  $H = 1000 \text{ A} \cdot \text{e/m}$ , temos  $B = 1,51 \text{ T}$ . Logo,

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1,51 \text{ T}}{1000 \text{ A} \cdot \text{e/m}} = 0,00151 \text{ H/m}$$

e

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0,00151 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 1200$$

Observe que, à medida que a intensidade do campo magnético é incrementada, a permeabilidade relativa cresce no início e então começa a diminuir. A permeabilidade relativa de um material ferromagnético típico em função da intensidade de campo magnético está mostrada na Figura 1-10d. Essa forma de curva é bem típica de todos os materiais ferromagnéticos. Pode-se ver facilmente da curva de  $\mu_r$  versus  $H$  que a suposição de permeabilidade relativa constante feita nos Exemplos 1-1 a 1-3 é válida apenas dentro de um intervalo relativamente estreito de intensidades de campo magnético (ou forças magnetomotriz).

No exemplo seguinte, não se assume que a permeabilidade relativa é constante. No lugar disso, a relação entre  $B$  e  $H$  é dada por um gráfico.

**EXEMPLO 1-5** Um núcleo magnético quadrado tem um comprimento de caminho médio de  $55 \text{ cm}$  e uma área da seção reta de  $150 \text{ cm}^2$ . Uma bobina com 200 espiras é enrolada em torno de uma perna do núcleo. O núcleo é feito de um material cuja curva de magnetização é mostrada na Figura 1-10c.

- Quanta corrente é necessária para produzir  $0,012 \text{ Wb}$  de fluxo no núcleo?
- Qual é a permeabilidade relativa do núcleo nesse nível de corrente?
- Qual é sua relutância?

**Solução**

(a) A densidade de fluxo requerida no núcleo é

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{0,012 \text{ Wb}}{0,015 \text{ m}^2} = 0,8 \text{ T}$$

Da Figura 1-10c, a intensidade de campo magnético requerida é

$$H = 115 \text{ A} \cdot \text{e/m}$$

Da Equação (1-20), a força magnetomotriz necessária para produzir essa intensidade de campo magnético é

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= Ni = Hl_n \\ &= (115 \text{ A} \cdot \text{e/m})(0,55 \text{ m}) = 63,25 \text{ A} \cdot \text{e} \end{aligned}$$

Assim, a corrente necessária é

$$i = \frac{\mathcal{F}}{N} = \frac{63,25 \text{ A} \cdot \text{e}}{200} = 0,316 \text{ A}$$

(b) Para essa corrente, a permeabilidade do núcleo é

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0,8 \text{ T}}{115 \text{ A} \cdot \text{e/m}} = 0,00696 \text{ H/m}$$

Portanto, a permeabilidade relativa é

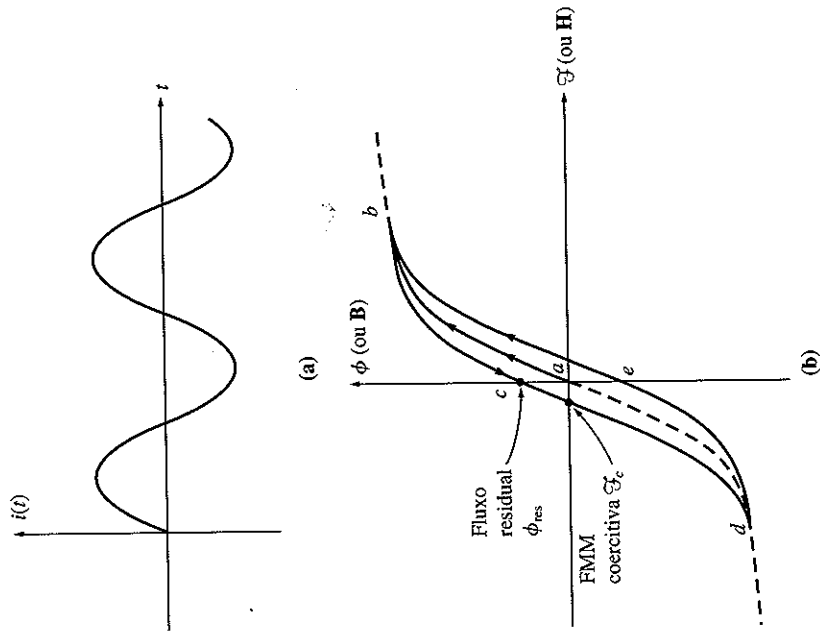
$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0,00696 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 5.540$$

(c) A relutância do núcleo é

$$\mathcal{R} = \frac{\mathcal{F}}{\phi} = \frac{63,25 \text{ A} \cdot \text{e}}{0,012 \text{ Wb}} = 5.270 \text{ A} \cdot \text{e/Wb}$$

### Perdas de energia em um núcleo ferromagnético

Em vez de aplicar uma corrente contínua ao enrolamento do núcleo, agora vamos aplicar uma corrente alternada e observar o que ocorre. A corrente que será aplicada está mostrada na Figura 1-11a. Assuma que inicialmente o fluxo é zero no núcleo. Quando a corrente começa a ser aumentada, o fluxo no núcleo percorre o caminho *ab* da Figura 1-11b. Essa é basicamente a curva de saturação mostrada na Figura 1-10. Entretanto, quando a corrente volta a diminuir, o *fluxo percorrido segue um caminho diferente daquele que foi percorrido quando a corrente foi incrementada*. À medida que a corrente diminui, o fluxo do núcleo segue o caminho *bcd* e depois, quando a corrente cresce novamente, o fluxo segue o caminho *deb*. Observe que a quantidade de fluxo presente no núcleo depende não só do valor da corrente aplicada ao enrolamento do núcleo, mas também da história prévia do fluxo no núcleo. Essa dependência da história anterior do fluxo e a impossibilidade resultante de se repetir os mesmos caminhos de fluxo é denominada *histerese*. O caminho *bcdeb* na Figura 1-11b, que é percorrido quando há mudança na intensidade da corrente aplicada, é denominado *laço de histerese*.



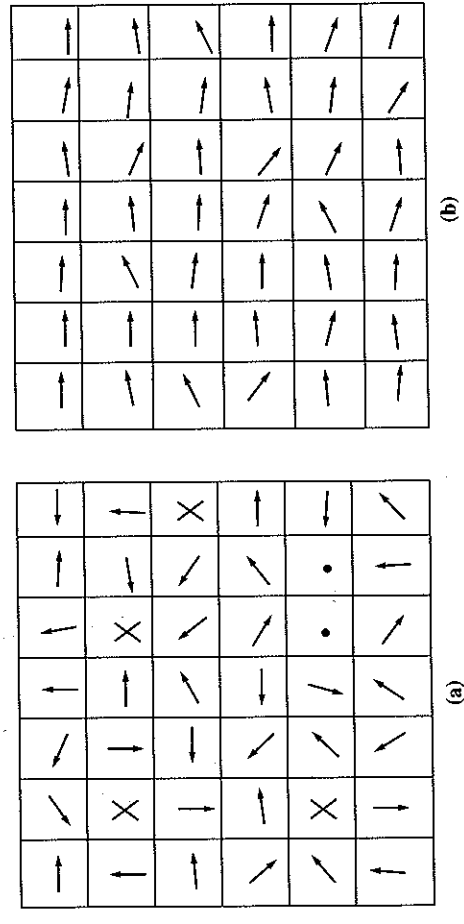
**FIGURA 1-11**  
Laço de histerese traçado a partir do fluxo em um núcleo quando a corrente  $i(t)$  é aplicada nele.

Observe que, se uma força magnetomotriz elevada for aplicada primeiro ao núcleo e removida em seguida, então o fluxo no núcleo seguirá o caminho *abc*. Quando a força magnetomotriz é removida, o fluxo no núcleo *não* vai até zero. Em vez disso, um campo magnético permanece no núcleo. Esse campo magnético é denominado *fluxo residual* do núcleo. Os ímãs permanentes são produzidos exatamente dessa maneira. Para que o fluxo seja forçado a voltar a zero, um valor de força magnetomotriz conhecido como *força magnetomotriz coercitiva  $G_c$*  deve ser aplicado ao núcleo no sentido oposto.

Por que ocorre a histerese? Para compreender o comportamento dos materiais ferromagnéticos, é necessário conhecer um pouco sua estrutura. Nos átomos de ferro e de outros metais similares (cobalto, níquel e algumas de suas ligas), os campos magnéticos tendem a estar estreitamente alinhados entre si. No interior do metal, há inúmeras regiões minúsculas denominadas *domínios*. Em cada domínio, os átomos estão alinhados de forma que todos os seus campos magnéticos apontam no mesmo sentido, de modo que cada domínio dentro do material comporta-se como um pequeno ímã permanente. Um bloco inteiro de ferro pode aparentar não ter nenhum fluxo porque todos esses domínios estão orientados de forma aleatória dentro do material. A Figura 1-12 dá um exemplo da estrutura dos domínios no interior de um bloco de ferro.

Inicialmente, quando um campo magnético externo é aplicado a esse bloco de ferro, os domínios que estão apontando com o mesmo sentido que o campo crescem à custa dos domínios que apontam em outras direções. Os domínios que apontam no sentido do campo magnético crescem, porque os átomos em suas periferias sofrem rotação, mudando fisicamente de orientação e alinhando-se com o campo magnético aplicado. Esses átomos extras, alinhados com o campo, aumentam o fluxo magnético no ferro. Isso, por sua vez, faz com que mais átomos mudem de orientação e aumentem ainda mais a força do campo magnético. Esse efeito de realimentação positiva leva o ferro a ter uma permeabilidade muito mais alta do que a do ar.

À medida que o campo magnético externo continua crescendo, domínios inteiros alinhados na direção errada terminam se reorientando e formando um bloco único alinhado com o campo externo. Finalmente, quando quase todos os átomos e domínios



**FIGURA 1-12**  
(a) Domínios magnéticos orientados aleatoriamente. (b) Domínios magnéticos alinhados na presença de um campo magnético externo.

no ferro estiverem alinhados com o campo externo, então qualquer incremento adicional na força magnetomotriz causará apenas o mesmo aumento de fluxo que ocorreria no vácuo. (Uma vez que tudo estiver alinhado, não é possível haver mais efeito de realimentação para reforçar o campo.) Neste ponto, o ferro tornou-se saturado com o fluxo. Essa é a situação na região de saturação da curva de magnetização da Figura 1-10.

A chave de explicação da histerese é que quando o campo magnético externo é removido, os domínios não voltam completamente a ter orientações aleatórias. Por que os domínios permanecem alinhados? Porque a rotação necessária para realinhar seus átomos requer *energia*. Originalmente, a energia para realizar o alinhamento foi fornecida pelo campo magnético externo. Quando o campo é removido, não há nenhuma fonte de energia para fazer com que os domínios sofram rotação de volta a suas posições originais. Agora, o bloco de ferro tornou-se um ímã permanente.

Uma vez que os domínios tenham sido realinhados, alguns deles permanecerão assim até que uma fonte de energia externa seja aplicada para mudá-los. Exemplos de fontes de energia externa, que podem alterar as fronteiras e/ou os alinhamentos dos domínios, são uma força magnetomotriz aplicada em outra direção, um choque mecânico intenso e um aumento de temperatura. Qualquer um desses eventos pode dar energia aos domínios e permitir que eles sofram realinhamento. (É por essa razão que um ímã permanente poderá perder seu magnetismo se cair no chão, se for submetido a uma batida de martelo ou se for aquecido.)

Um tipo comum de perda de energia em todas as máquinas e transformadores deve-se ao fato de que há necessidade de usar energia para fazer o realinhamento dos domínios no ferro. A *perda por histerese* em um núcleo de ferro é a energia necessária para realizar a reorientação dos domínios a cada ciclo de uma corrente alternada aplicada ao núcleo. Pode-se demonstrar que a área delimitada pelo laço de histerese, formado pela aplicação de uma corrente alternada ao núcleo, é diretamente proporcional à energia perdida em um dado ciclo CA. Quanto menores forem as excursões da força magnetomotriz aplicada ao núcleo, menores serão as áreas do laço de histerese resultante e, portanto, menores serão as perdas resultantes. A Figura 1-13 ilustra esse ponto.

Outra forma de perda deveria ser mencionada neste ponto, já que também é causada pelos campos magnéticos variáveis dentro do núcleo de ferro. É a perda por *corrente parasita*. O mecanismo das perdas por corrente parasita será explicado mais adiante, depois que a lei de Faraday for apresentada. Ambas as perdas, por histerese e por corrente parasita, causam aquecimento no material do núcleo e ambas devem ser levadas em consideração no projeto de qualquer máquina ou transformador. Como ambas as perdas ocorrem no metal do núcleo, elas são usualmente combinadas e denominadas *perdas no núcleo*.

## 1.5 LEI DE FARADAY – TENSÃO INDUZIDA A PARTIR DE UM CAMPO MAGNÉTICO VARIÁVEL NO TEMPO

Até aqui, o foco de nossa atenção tem sido a produção de um campo magnético e suas propriedades magnéticas. Agora, chegou o momento de examinarmos os vários modos pelos quais um campo magnético existente pode afetar sua vizinhança.

O primeiro efeito importante a ser considerado é denominado *lei de Faraday*. Constitui a base de funcionamento de um transformador. A lei de Faraday afirma que, se houver um fluxo passando através de uma espira de fio condutor, então uma tensão

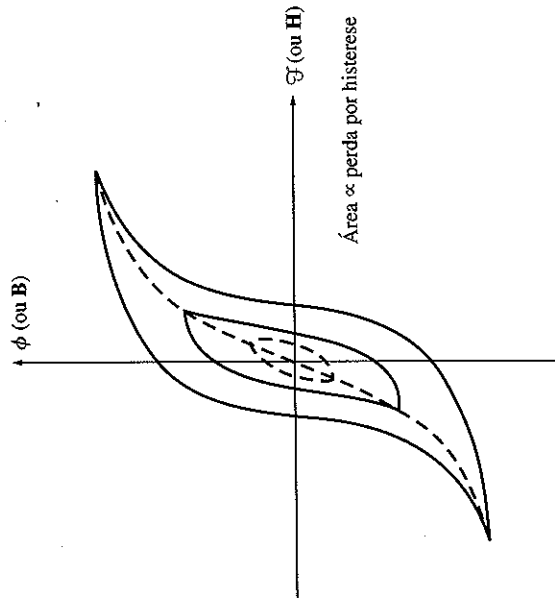


FIGURA 1-13  
Efeito da magnitude das excursões de força magnetomotriz sobre a perda por histerese.

será induzida sendo diretamente proporcional à taxa de variação do fluxo em relação ao tempo. Na forma de equação, temos

$$e_{\text{ind}} = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (1-35)$$

em que  $e_{\text{ind}}$  é a tensão induzida em uma espira da bobina e  $\phi$  é o fluxo que passa através da espira. Se uma bobina tiver  $N$  espiras e se o mesmo fluxo cruzar todas elas, então a tensão induzida na bobina inteira será dada por

$$e_{\text{ind}} = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (1-36)$$

em que

$e_{\text{ind}}$  = tensão induzida na bobina

$N$  = número de espiras de fio da bobina

$\phi$  = fluxo que passa através da bobina

O sinal negativo nas equações é uma expressão da *lei de Lenz*. Essa lei afirma que o sentido com que a tensão cresce na bobina é tal que, se os terminais da bobina fossem colocados em curto-circuito, então seria produzida uma corrente que causaria um fluxo oposto à variação original de fluxo. Como a tensão induzida opõe-se à variação que a está produzindo, então incluiremos um sinal negativo na Equação (1-36). Para compreender claramente esse conceito, examine a Figura 1-14. Se a intensidade do fluxo mostrado na figura estiver *aumentando*, então a tensão que está sendo induzida na bobina tenderá a produzir um fluxo que se opõe a esse incremento. Uma corrente fluindo, como a mostrada na Figura 1-14b, produziria um fluxo que se oporia ao incremento. Desse modo, a

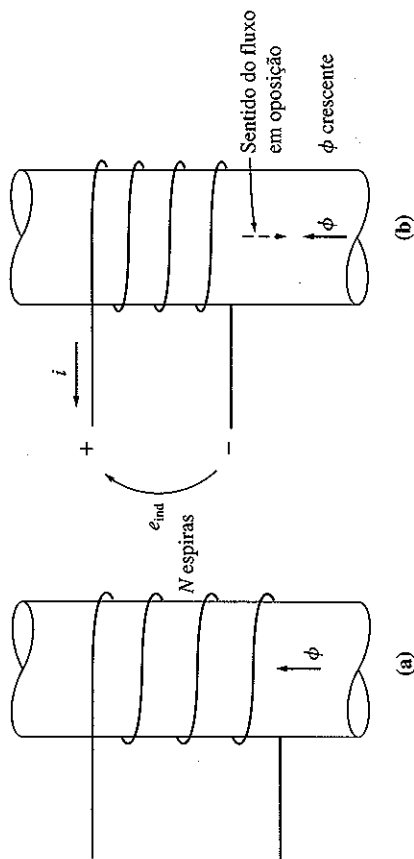


FIGURA 1-14

O significado da lei de Lenz: (a) Uma bobina envolvendo um fluxo magnético crescente; (b) determinação da polaridade da tensão resultante.

tensão na bobina deve ser produzida com a polaridade necessária para impulsionar essa corrente através do circuito externo. Portanto, a tensão deve ser criada com a polaridade mostrada na figura. Como a polaridade da tensão resultante pode ser determinada a partir de considerações físicas, o sinal negativo nas Equações (1-35) e (1-36) é frequentemente omitido. No restante deste livro, ele não será incluído na lei de Faraday.

Nos problemas práticos, há uma dificuldade importante em relação à Equação (1-36). Essa equação pressupõe que em todas as espiras da bobina está presente exatamente o mesmo fluxo. Infelizmente, o fluxo que escapa ou se dispersa do núcleo, indo para o ar circundante, impede que isso seja verdadeiro. Se os enrolamentos estiverem fortemente acoplados, de modo que a maior parte do fluxo que atravessa uma espira da bobina passa também através de todas as demais espiras, então a Equação (1-36) dará respostas válidas. Entretanto, se a dispersão for bem elevada ou se for necessário uma exatidão extrema, então será necessário uma expressão diferente que não faça tal suposição. O valor da tensão na  $i$ -ésima espira da bobina é sempre dado por

$$e_i = \frac{d(\phi_i)}{dt} \quad (1-37)$$

Se houver  $N$  espiras na bobina, a tensão total na bobina será

$$e_{\text{ind}} = \sum_{i=1}^N e_i \quad (1-38)$$

$$= \sum_{i=1}^N \frac{d(\phi_i)}{dt} \quad (1-39)$$

$$= \frac{d}{dt} \left( \sum_{i=1}^N \phi_i \right) \quad (1-40)$$

O termo entre parênteses na Equação (1-40) é denominado *fluxo concatenado*  $\lambda$  da bobina. A lei de Faraday pode ser também escrita em termos do fluxo concatenado como

$$e_{\text{ind}} = \frac{d\lambda}{dt} \quad (1-41)$$

$$\lambda = \sum_{i=1}^N \phi_i \quad (1-42)$$

em que

A unidade de fluxo concatenado é o weber-espira (Wb.e).

A lei de Faraday constitui a propriedade fundamental apresentada pelos campos magnéticos que estão presentes no funcionamento de um transformador. A lei de Lenz permite prever a polaridade das tensões induzidas nos enrolamentos do transformador.

A lei de Faraday também explica as perdas por corrente parasita mencionadas anteriormente. Um fluxo variável no tempo induz uma tensão no interior do núcleo ferromagnético, exatamente do mesmo modo que uma tensão é induzida em um fio que está enrolado em torno desse núcleo. Essas tensões fazem com que correntes fluam dentro no núcleo, formando caminhos circulares ou vórtices, de modo muito parecido com os pequenos redemoinhos que podem ser vistos próximos das margens de um rio quando a água está em movimento. É a forma de redemoinho dessas correntes que dá origem à denominação *correntes parasitas*\*, também denominadas *correntes de Foucault* ou *correntes de vórtice*. Essas correntes estão circulando em um material resistivo (o ferro do núcleo) e, sendo assim, elas devem dissipar energia. Essa energia perdida transforma-se em calor no interior do núcleo de ferro.

A quantidade de energia perdida devido às correntes parasitas depende do tamanho dos vórtices de corrente e da resistividade do material dentro do qual circulam as correntes. Quanto maior o vórtice, maior será a tensão induzida resultante (devido ao maior fluxo no interior do vórtice). Quanto maior a tensão induzida, maior será o fluxo de corrente resultante e, portanto, maiores serão as perdas do tipo  $I^2R$ . Por outro lado, quanto maior a resistividade do material em que as correntes fluem, menor será o fluxo de corrente para uma dada tensão induzida no vórtice.

Esses fatos dão-nos duas abordagens possíveis para reduzir as perdas por corrente parasita em um transformador ou máquina elétrica. Se um núcleo ferromagnético, submetido a um fluxo magnético alternado, for dividido em muitas camadas ou lâminas delgadas, então o tamanho máximo de um vórtice de corrente será reduzido, resultando uma tensão induzida menor, uma corrente menor e perdas menores. Essa redução é grosseiramente proporcional à espessura dessas lâminas, de modo que as mais finas são melhores. O núcleo é construído com muitas lâminas em paralelo. Uma resina isolante é usada entre elas, limitando os caminhos das correntes parasitas a áreas muito pequenas. Como as camadas isolantes são extremamente finas, há uma diminuição das perdas por correntes parasitas e um efeito muito pequeno sobre as propriedades magnéticas do núcleo.

\* N. de T.: O autor está se referindo à expressão em inglês para corrente parasita (*eddy current*), associando-a com o termo redemoinho (*eddy*).



## 1.6 PRODUÇÃO DE FORÇA INDUZIDA EM UM CONDUTOR

Um segundo efeito importante de um campo magnético no seu entorno é que ele induz uma força em um fio que esteja conduzindo uma corrente dentro do campo. O conceito básico envolvido está ilustrado na Figura 1-16. A figura mostra um condutor que está presente no interior de um campo magnético uniforme de densidade de fluxo  $\mathbf{B}$ , que aponta para dentro da página. O condutor tem  $l$  metros de comprimento e conduz uma corrente de  $i$  ampères. A força induzida no condutor é dada por

$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \quad (1-43)$$

em que

$i$  = valor da corrente no fio condutor

$l$  = comprimento do fio, com o sentido de  $l$  definido como igual ao sentido do fluxo de corrente

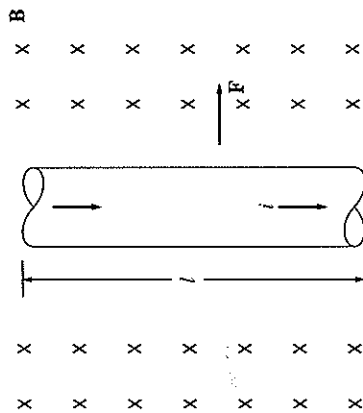
$\mathbf{B}$  = vetor densidade de fluxo magnético

O sentido da força é dado pela regra da mão direita: se o dedo indicador da mão direita apontar no sentido do vetor  $l$  e o dedo médio apontar no sentido do vetor  $\mathbf{B}$  de densidade de fluxo, então o polegar apontará no sentido da força resultante sobre o fio. O valor da força é dado pela equação

$$F = iB \sin \theta \quad (1-44)$$

em que  $\theta$  é o ângulo entre o fio condutor e o vetor densidade de fluxo.

**EXEMPLO 1-7** A Figura 1-16 mostra um fio conduzindo uma corrente na presença de um campo magnético. A densidade de fluxo magnético é 0,25 T, com o sentido para dentro da página. Se o fio condutor tiver 1,0 m de comprimento e estiver conduzindo 0,5 A de corrente no sentido do topo para baixo da página, quais serão o valor e o sentido da força induzida no fio?



**FIGURA 1-16**  
Fio condutor de corrente na presença de um campo magnético.

A segunda abordagem para reduzir as perdas por correntes parasitas consiste em aumentar a resistividade do material do núcleo. Frequentemente, isso é feito pela adição de um pouco de silício ao aço do núcleo. Para um dado fluxo, se a resistência do núcleo for mais elevada, então as correntes e as perdas  $I^2R$  serão menores.

Para controlar as correntes parasitas, podem-se usar lâminas ou materiais de alta resistividade. Em muitos casos, ambas as abordagens são utilizadas. Em conjunto, elas podem reduzir as perdas devido às correntes parasitas a tal ponto que se tornam muito inferiores às perdas por histerese no núcleo.

**EXEMPLO 1-6** A Figura 1-15 mostra uma bobina de fio enrolado em torno de um núcleo de ferro. O fluxo no núcleo é dado pela equação

$$\phi = 0,05 \sin 377t \quad \text{Wb}$$

Se houver 100 espiras no núcleo, que tensão será produzida nos terminais da bobina? De qual polaridade será a tensão durante o intervalo em que o fluxo está *crecendo* de acordo com o sentido de referência mostrado na figura? Suponha que todo o fluxo magnético permaneça dentro no núcleo (isto é, assuma que o fluxo de dispersão é zero).

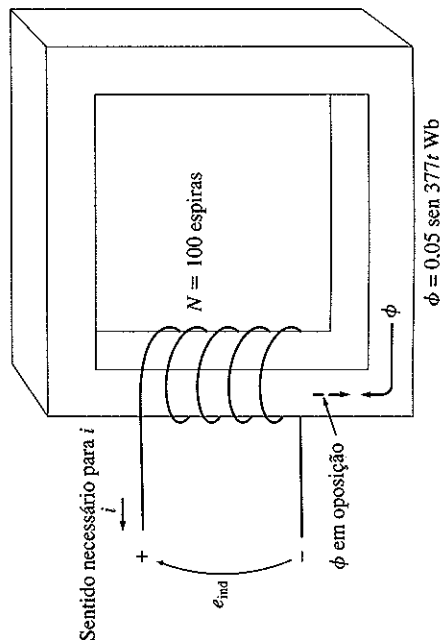
### Solução

Quando o fluxo está crescendo no sentido de referência e usando o mesmo raciocínio desenvolvido na discussão das páginas 29-30, temos que o sentido da tensão deve ser de positivo para negativo, como mostra a Figura 1-15. A *magnitude* da tensão é dada por

$$\begin{aligned} e_{\text{ind}} &= N \frac{d\phi}{dt} \\ &= (100 \text{ espiras}) \frac{d}{dt} (0,05 \sin 377t) \\ &= 1885 \cos 377t \end{aligned}$$

ou, alternativamente,

$$e_{\text{ind}} = 1885 \sin(377t + 90^\circ) \text{ V}$$



**FIGURA 1-15**  
Núcleo do Exemplo 1-6. A figura mostra como determinar a polaridade da tensão nos terminais.

### Solução

O sentido da força é dado pela regra da mão direita como sendo para a direita. O valor é dado por

$$F = iB \sin \theta$$

$$= (0,5 \text{ A})(1,0 \text{ m})(0,25 \text{ T}) \sin 90^\circ = 0,125 \text{ N} \quad (1-44)$$

Portanto,

$$\mathbf{F} = 0,125 \text{ N, orientado para a direita}$$

A indução de uma força em um fio condutor por uma corrente na presença de um campo magnético é o fundamento da chamada *ação de motor*. Quase todo tipo de motor depende desse princípio básico para produzir as forças e conjugados que o colocam em movimento.

## 1.7 TENSÃO INDUZIDA EM UM CONDUTOR QUE SE DESLOCA DENTRO DE UM CAMPO MAGNÉTICO

Há uma terceira forma importante pela qual um campo magnético interage com seu entorno. Se um condutor estiver orientado adequadamente e se deslocando dentro de um campo magnético, então uma tensão será induzida nele. Essa ideia é apresentada na Figura 1-17. A tensão induzida no condutor é dada por

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \quad (1-45)$$

em que

$\mathbf{v}$  = velocidade do condutor

$\mathbf{B}$  = vetor densidade de fluxo magnético

$\mathbf{l}$  = comprimento do condutor dentro do campo magnético

O vetor  $\mathbf{l}$  tem a mesma direção do condutor e aponta para a extremidade que faz o menor ângulo com o vetor  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . A tensão no condutor é produzida de modo que o polo positivo aponta no mesmo sentido do vetor  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . Os exemplos seguintes ilustram esse conceito.

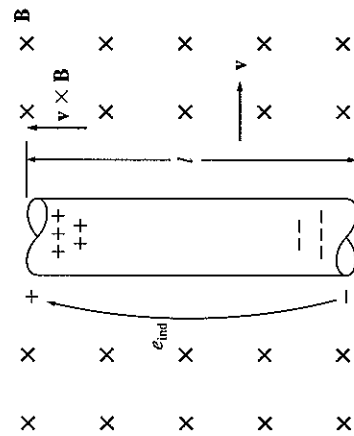


FIGURA 1-17

Condutor movendo-se na presença de um campo magnético.

**EXEMPLO 1-8** A Figura 1-17 mostra um condutor deslocando-se com uma velocidade de 5,0 m/s para a direita, na presença de um campo magnético. A densidade de fluxo é 0,5 T para dentro da página e o condutor tem 1,0 m de comprimento, orientado como está mostrado. Quais são o valor e a polaridade da tensão induzida resultante?

### Solução

O sentido do produto  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  neste exemplo é para cima. Portanto, a tensão no condutor será produzida com o polo positivo na parte de cima da página em relação à parte de baixo do condutor. O sentido do vetor  $\mathbf{l}$  é para cima, para que se tenha o menor ângulo em relação ao vetor  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ .

Como  $\mathbf{v}$  é perpendicular a  $\mathbf{B}$  e como  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  é paralelo a  $\mathbf{l}$ , o valor da tensão induzida reduz-se a

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \quad (1-45)$$

$$= (vB \sin 90^\circ) l \cos 0^\circ$$

$$= vBl$$

$$= (5,0 \text{ m/s})(0,5 \text{ T})(1,0 \text{ m})$$

$$= 2,5 \text{ V}$$

Portanto, a tensão induzida é de 2,5 V, positiva na parte de cima do condutor.

**EXEMPLO 1-9** A Figura 1-18 mostra um condutor deslocando-se com uma velocidade de 10 m/s para a direita, na presença de um campo magnético. A densidade de fluxo é 0,5 T para fora da página e o condutor tem 1,0 m de comprimento, orientado como está mostrado. Quais são o valor e a polaridade da tensão induzida resultante?

### Solução

O sentido do produto  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  é para baixo. O condutor não está orientado seguindo uma linha reta de cima para baixo, portanto, escolha o sentido de  $\mathbf{l}$  como está mostrado para que se tenha

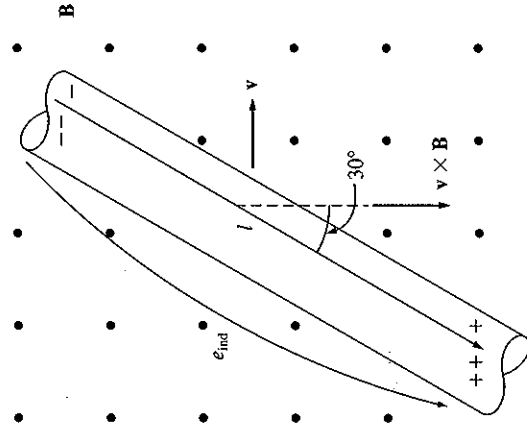


FIGURA 1-18

Condutor do Exemplo 1-9.

o menor ângulo com o sentido de  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . A tensão é positiva na parte de baixo, em relação à parte de cima do condutor. O valor da tensão é

$$\begin{aligned} e_{\text{ind}} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= (vB \sin 90^\circ) l \cos 30^\circ \\ &= (10,0 \text{ m/s})(0,5 \text{ T})(1,0 \text{ m}) \cos 30^\circ \\ &= 4,33 \text{ V} \end{aligned}$$

A indução de tensões em um condutor que se desloca dentro de um campo magnético é fundamental para o funcionamento de todos os tipos de geradores. Por essa razão, é denominada *ação de gerador*.

## 1.8 MÁQUINA LINEAR CC – UM EXEMPLO SIMPLES

Uma *máquina linear CC* constitui a versão mais simples e mais fácil de entender uma máquina CC e, contudo, funciona seguindo os mesmos princípios e apresentando o mesmo comportamento dos geradores e motores reais. Portanto, ela serve como um bom ponto de partida para o estudo das máquinas.

A Figura 1-19 mostra uma máquina linear CC. Ela consiste em uma bateria, uma resistência e uma chave conectadas a um par de trilhos sem atrito. Ao longo do leito desliza uma barra de metal condutora, de densidade uniforme e orientada para dentro da página. Uma barra de metal condutora está assentada sobre os trilhos.

Como funciona esse dispositivo incomum? Seu comportamento pode ser determinado a partir da aplicação de quatro equações básicas à máquina. Essas equações são

1. A equação da força induzida em um condutor na presença de um campo magnético:

$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \quad (1-43)$$

em que  $\mathbf{F}$  = força no fio condutor

$i$  = valor da corrente no condutor

$\mathbf{l}$  = comprimento do fio, com o sentido de  $\mathbf{l}$  definido no sentido do fluxo da corrente

$\mathbf{B}$  = vetor densidade de fluxo magnético

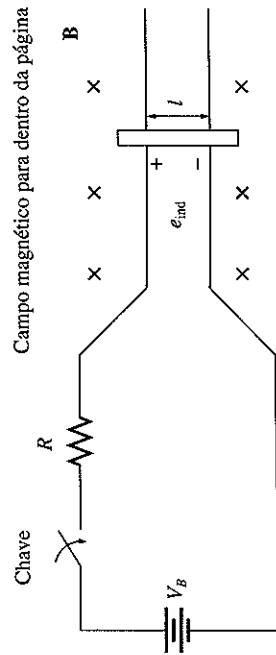


FIGURA 1-19  
Uma máquina linear CC. O campo magnético aponta para dentro da página.

2. A equação da tensão induzida em um condutor que se desloca em um campo magnético:

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \quad (1-45)$$

em que  $e_{\text{ind}}$  = tensão induzida no condutor

$\mathbf{v}$  = velocidade do condutor

$\mathbf{B}$  = vetor densidade de fluxo magnético

$\mathbf{l}$  = comprimento do condutor dentro do campo magnético

3. Lei de Kirchhoff das tensões para essa máquina. Da Figura 1-19, essa lei resulta em

$$V_B - iR - e_{\text{ind}} = 0$$

$$V_B = e_{\text{ind}} + iR = 0 \quad (1-46)$$

4. Lei de Newton para a barra assentada sobre os trilhos:

$$F_{\text{liq}} = ma \quad (1-7)$$

Agora, exploremos o comportamento básico dessa máquina CC simples usando essas quatro equações como ferramentas.

### Dando partida à máquina linear CC

A Figura 1-20 mostra a máquina linear CC em condições de partida. Para dar partida a essa máquina, simplesmente feche a chave. Agora, uma corrente flui na barra, cujo valor é dado pela lei de Kirchhoff das tensões:

$$i = \frac{V_B - e_{\text{ind}}}{R} \quad (1-47)$$

Como a barra está inicialmente em repouso,  $e_{\text{ind}} = 0$ , de modo que  $i = V_B/R$ . A corrente flui para baixo pela barra através dos trilhos. Contudo, a partir da Equação (1-43), uma corrente que circula através de um fio condutor na presença de um campo magnético induz uma força no fio. Devido à geometria da máquina, essa força é

$$F_{\text{ind}} = i l B \quad \text{para a direita} \quad (1-48)$$

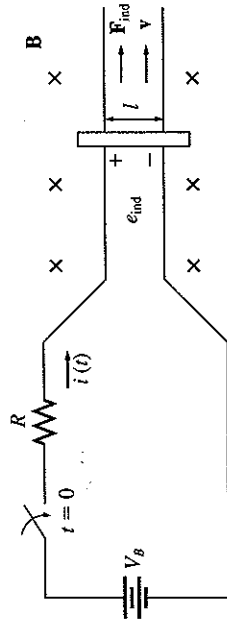


FIGURA 1-20  
Dando partida a uma máquina linear CC.

Portanto, a barra acelerará para a direita (pela lei de Newton). Entretanto, quando a velocidade da barra começa a crescer, uma tensão aparece na barra. A tensão é dada pela Equação (1-45), que, no caso dessa geometria, reduz-se a

$$e_{\text{ind}} = vBl \quad \text{positivo para cima} \quad (1-49)$$

Agora a tensão diminui a corrente que flui na barra, porque pela lei de Kirchhoff das tensões tem-se

$$i \downarrow = \frac{V_B - e_{\text{ind}} \uparrow}{R} \quad (1-47)$$

À medida que  $e_{\text{ind}}$  aumenta, a corrente  $i$  diminui.

No final, como resultado dessa ação, a barra atingirá uma velocidade constante de regime permanente\*, tal que a força líquida sobre a barra torna-se zero. Isso ocorrerá quando  $e_{\text{ind}}$  tiver crescido até se igualar à tensão induzida  $V_B$ . Nesse momento, a barra estará se deslocando a uma velocidade dada por

$$\begin{aligned} V_B &= e_{\text{ind}} = v_{ss}Bl \\ v_{ss} &= \frac{V_B}{Bl} \end{aligned} \quad (1-50)$$

A barra continuará a se deslocar indefinidamente nessa velocidade sem carga, a menos que alguma força externa venha a perturbá-la. Quando é dada a partida no motor, a velocidade  $v$ , a tensão induzida  $e_{\text{ind}}$ , a corrente  $i$  e a força induzida  $F_{\text{ind}}$  podem ser representadas graficamente como se mostra na Figura 1-21.

Resumindo, na partida, a máquina linear CC comporta-se como segue:

1. Quando a chave é fechada, é produzida uma corrente dada por  $i = V_B/R$ .
2. O fluxo de corrente produz sobre a barra uma força dada por  $F = iBl$ .
3. A barra é acelerada para a direita, produzindo uma tensão induzida  $e_{\text{ind}}$  à medida que a velocidade aumenta.
4. Essa tensão induzida diminui o fluxo de corrente  $i = (V_B - e_{\text{ind}})/R$ .
5. Dessa forma, a força induzida é diminuída ( $F = iBl$ ) até que, no final,  $F = 0$ . Nesse ponto,  $e_{\text{ind}} = V_B$ ,  $i = 0$  e a barra se deslocará sem carga com velocidade constante  $v_{ss} = V_B/Bl$ .

Esse é precisamente o comportamento observado durante a partida de motores reais.

### A máquina linear CC como motor

Assuma que a máquina linear está inicialmente funcionando nas condições de regime permanente sem carga descritas antes. Que acontecerá a essa máquina se uma carga externa lhe for aplicada? Para descobrir, vamos examinar a Figura 1-22. Aqui, uma força  $F_{\text{carga}}$  é aplicada à barra no sentido de se opor ao seu movimento. Como a barra estava inicialmente em regime permanente, a aplicação da força  $F_{\text{carga}}$  resultará em uma força líquida sobre a barra com sentido oposto ao do movimento ( $F_{\text{liq}} = F_{\text{carga}} -$

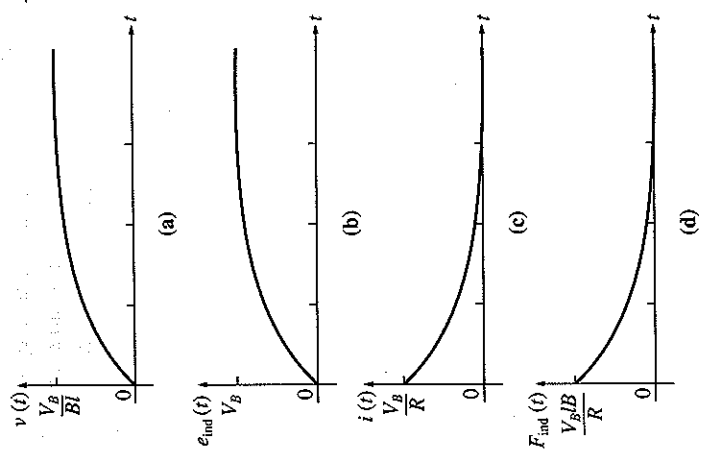


FIGURA 1-21 A máquina linear CC durante a partida. (a) Velocidade  $v(t)$  em função do tempo; (b) tensão induzida  $e_{\text{ind}}(t)$ ; (c) corrente  $i(t)$ ; (d) força induzida  $F_{\text{ind}}(t)$ .

$F_{\text{ind}}$ ). O efeito dessa força será o de diminuir a velocidade da barra. No entanto, tão logo a barra comece a perder velocidade, a tensão induzida na barra cai ( $e_{\text{ind}} = vBl$ ). À medida que a tensão induzida diminui, o fluxo de corrente na barra aumenta:

$$i \uparrow = \frac{V_B - e_{\text{ind}} \downarrow}{R} \quad (1-47)$$

Portanto, a força induzida também cresce ( $F_{\text{ind}} = iBl$ ). O efeito total dessa cadeia de eventos é que a força induzida cresce até que se torna igual e oposta à força de carga e a

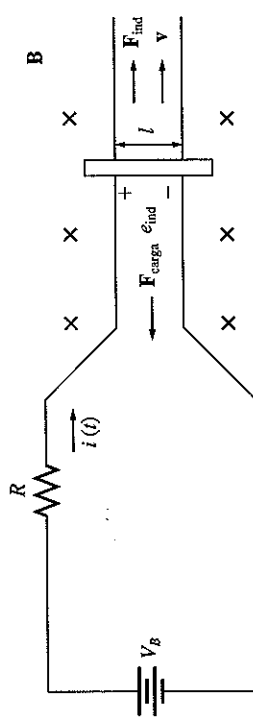


FIGURA 1-22 A máquina linear CC como motor.

\* N. de T.: Quando for necessário se referir ao estado de regime permanente, será adotado o índice  $ss$ , como em  $V_{ss}$ , vindo do inglês "steady state" (regime permanente).

barra começa novamente a se deslocar em regime permanente, mas com uma velocidade menor. Quando uma carga é aplicada à barra, a velocidade  $v$ , a tensão induzida  $e_{ind}$ , a corrente  $i$  e a força induzida  $F_{ind}$  podem ser representadas como nos gráficos da Figura 1-23.

Agora, há uma força induzida no sentido de movimento da barra. A potência também está sendo convertida da forma elétrica para a forma mecânica de modo a manter a barra em movimento. A potência que está sendo convertida é

$$P_{conv} = e_{ind}i = F_{ind}v \quad (1-51)$$

Uma quantidade de potência elétrica igual a  $e_{ind}i$  está sendo consumida na barra e substituída por potência mecânica igual a  $F_{ind}v$ . Como a potência é convertida da forma elétrica para a mecânica, essa barra está operando como um motor.

Resumindo esse funcionamento:

1. Uma força  $F_{carga}$  é aplicada em oposição ao sentido do movimento, o que causa uma força líquida  $F_{liq}$  que se opõe ao sentido desse mesmo movimento.
2. A aceleração resultante  $a = F_{liq} / m$  é negativa, de modo que a velocidade da barra diminui ( $v \downarrow$ ).
3. A tensão  $e_{ind} = v \downarrow Bl$  diminui e, portanto,  $i = (V_B - e_{ind} \downarrow) / R$  aumenta.

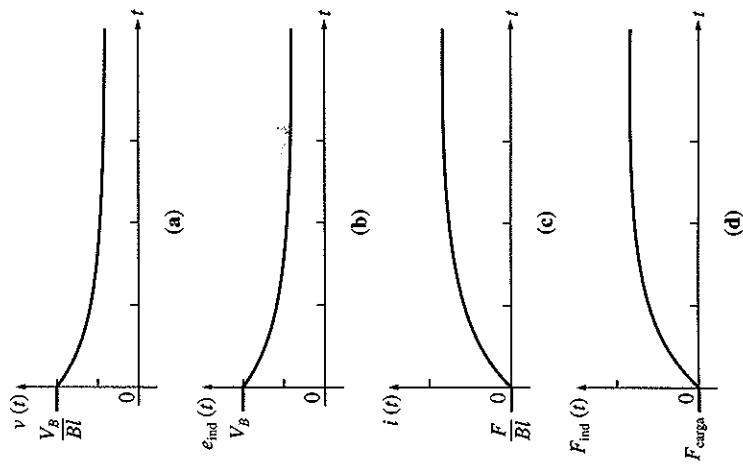


FIGURA 1-23

A máquina linear CC operando em condições de ausência de carga (a vazio) e, em seguida, com carga como em um motor. (a) Velocidade  $v(t)$  em função do tempo; (b) tensão induzida  $e_{ind}(t)$ ; (c) corrente  $i(t)$ ; (d) força induzida  $F_{ind}(t)$ .

4. A força induzida  $F_{ind} = i \uparrow l B$  aumenta até que  $|F_{ind}| = |F_{carga}|$  com uma velocidade  $v$  menor.
5. Uma quantidade de potência elétrica  $e_{ind}i$  e agora é convertida em potência mecânica  $F_{ind}v$  e a máquina opera como motor.

Um motor CC real com carga opera de modo exatamente semelhante: quando uma carga é adicionada ao seu eixo, o motor começa a perder velocidade, o que reduz sua tensão interna e aumenta seu fluxo de corrente. O fluxo de corrente aumentado incrementa seu conjugado induzido e esse conjugado irá se igualar ao conjugado do motor em uma nova velocidade, mais baixa.

Observe que a potência convertida por esse motor linear da forma elétrica para a mecânica foi dada pela equação  $P_{conv} = F_{ind}v$ . A potência convertida da forma elétrica para a mecânica em um motor rotativo real é dada pela equação

$$P_{conv} = \tau_{ind}\omega \quad (1-52)$$

em que o conjugado induzido  $\tau_{ind}$  é o análogo rotativo da força induzida  $F_{ind}$  e a velocidade angular  $\omega$  é o análogo rotativo da velocidade linear  $v$ .

## A máquina linear CC como gerador

Suponha que a máquina linear esteja novamente operando em condições de regime permanente sem carga. Desta vez, aplique uma força no sentido do movimento e veja o que acontecerá.

A Figura 1-24 mostra uma máquina linear com uma força aplicada  $F_{ap}$  no sentido do movimento. Agora, a força aplicada acelerará a barra no sentido do deslocamento e a velocidade  $v$  da barra aumentará. A medida que a velocidade aumenta,  $e_{ind} = v \uparrow Bl$  também crescerá e será maior do que a tensão  $V_B$  da bateria. Com  $e_{ind} > V_B$ , a corrente inverte o sentido, sendo dada agora pela equação

$$i = \frac{e_{ind} - V_B}{R} \quad (1-53)$$

Agora, como a corrente na barra está fluindo para cima, ela produzirá nessa barra uma força dada por

$$F_{ind} = i l B \quad \text{para a esquerda} \quad (1-54)$$

O sentido da força induzida é dado pela regra da mão direita. Essa força induzida opõe-se à força aplicada na barra.

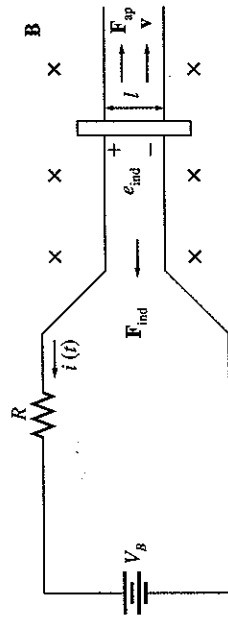


FIGURA 1-24

A máquina linear CC como gerador.

Finalmente, a força induzida será igual e oposta à força aplicada e a barra se moverá com uma velocidade *maior* do que antes. Observe que agora a *bateria está sendo carregada* porque a máquina linear serve de gerador, convertendo a potência mecânica  $F_{ind}v$  em potência elétrica  $e_{ind}i$ .

Resumindo esse comportamento:

1. Uma força  $F_{ap}$  é aplicada no sentido do movimento; a força líquida  $F_{liq}$  atua no mesmo sentido desse movimento.
2. A aceleração  $a = F_{liq} / m$  é positiva, de modo que a velocidade da barra aumenta ( $v \uparrow$ ).
3. A tensão  $e_{ind} = vBl$  aumenta e, portanto,  $i = (e_{ind} - V_B)/R$  também aumenta.
4. A força induzida  $F_{ind} = iBl$  aumenta até que  $|F_{ind}| = |F_{carga}|$  com uma velocidade  $v$  maior.
5. Uma quantidade de potência mecânica igual a  $F_{ind}v$  agora convertida em potência elétrica  $e_{ind}i$  e a máquina opera como gerador.

Novamente, um gerador CC real comporta-se exatamente da seguinte maneira: Um conjugado é aplicado ao eixo *no sentido do movimento*, a velocidade do eixo aumenta, a tensão interna aumenta e a corrente flui para fora do gerador indo para a carga. Em um gerador rotativo real, a quantidade de potência mecânica convertida para a forma elétrica é dada novamente pela Equação (1-52):

$$P_{conv} = T_{ind}\omega \tag{1-52}$$

É interessante que a mesma máquina opera *tanto como motor ou gerador*. A única diferença entre as duas está em que as forças externas aplicadas atuam no sentido do movimento (gerador) ou em oposição ao movimento (motor). Eletricamente, quando  $e_{ind} > V_B$ , a máquina atua como gerador e, quando  $e_{ind} < V_B$ , a máquina atua como motor. Independentemente de a máquina ser um motor ou um gerador, tanto a força induzida (ação de motor) e a tensão induzida (ação de gerador) estão sempre presentes em todos os instantes. Em geral, isso é verdadeiro em relação a todas as máquinas – ambas as ações estão presentes e serão apenas os sentidos relativos das forças externas em relação ao sentido do movimento que determinarão se a máquina no todo se comportará como um motor ou como um gerador.

Outro fato interessante deve ser observado: essa máquina era um gerador quando se movia rapidamente e um motor quando se movia mais lentamente. No entanto, ela sempre se movia no mesmo sentido, independentemente de ser um motor ou um gerador. Quando começam a estudar as máquinas elétricas, muitos estudantes esperam que uma máquina se mova em um sentido quando ela está funcionando como gerador e em sentido oposto quando está funcionando como motor. *Isso não ocorre*. Trata-se apenas de uma pequena mudança na velocidade de operação e de uma inversão no sentido da corrente.

### Problemas de partida da máquina linear

Uma máquina linear está mostrada na Figura 1-25. Essa máquina é alimentada com uma fonte CC de 250 V e sua resistência interna  $R$  tem cerca de  $0,10 \, \Omega$ . (O resistor  $R$  representa a resistência interna de uma máquina CC real e esse valor de resistência interna é bem razoável para um motor CC de tamanho médio.)

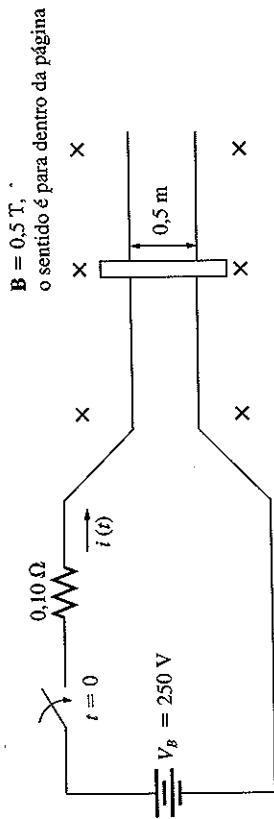


FIGURA 1-25

A máquina linear CC com os valores dos componentes ilustra o problema da corrente de partida excessiva.

Os dados reais usados nessa figura põem em evidência um problema importante que ocorre com as máquinas (e seu modelo linear simples). Nas condições de partida, a velocidade da barra é zero, de modo que  $e_{ind} = 0$ . A corrente na partida é

$$i_{partida} = \frac{V_B}{R} = \frac{250 \text{ V}}{0,1 \, \Omega} = 2500 \text{ A}$$

Essa corrente é muito elevada, frequentemente acima de 10 vezes a corrente nominal da máquina. Tais correntes podem danificar gravemente um motor. Durante a partida, ambas as máquinas CA e CC reais sofrem de problemas similares devido às correntes elevadas.

Como tais danos podem ser evitados? No caso da máquina linear simples, o método mais fácil é inserir uma resistência extra no circuito durante a partida, diminuindo assim o fluxo de corrente até que uma tensão suficiente  $e_{ind}$  tenha sido produzida para limitá-la. A Figura 1-26 mostra uma resistência de partida inserida no circuito da máquina.

O mesmo problema existe em máquinas CC reais, sendo tratado precisamente da mesma forma – durante a partida, um resistor é inserido no circuito de armadura do motor. Nas máquinas CA reais, o controle da corrente de partida elevada é tratado usando técnicas diferentes, que serão descritas no Capítulo 6.

**EXEMPLO 1-10** Na Figura 1-27a, a máquina linear CC mostrada tem uma tensão de bateria de 120 V, uma resistência interna de  $0,3 \, \Omega$  e uma densidade de fluxo magnético de  $0,1 \text{ T}$ .

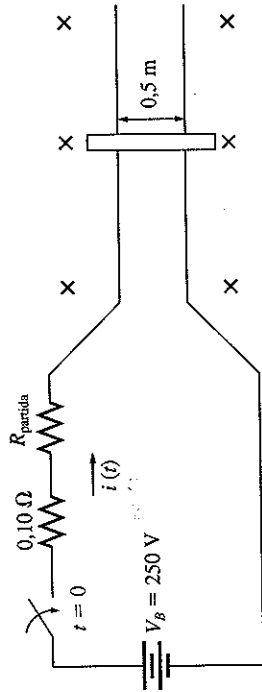


FIGURA 1-26

Uma máquina linear CC com um resistor extra em série que foi inserido para controlar a corrente de partida.

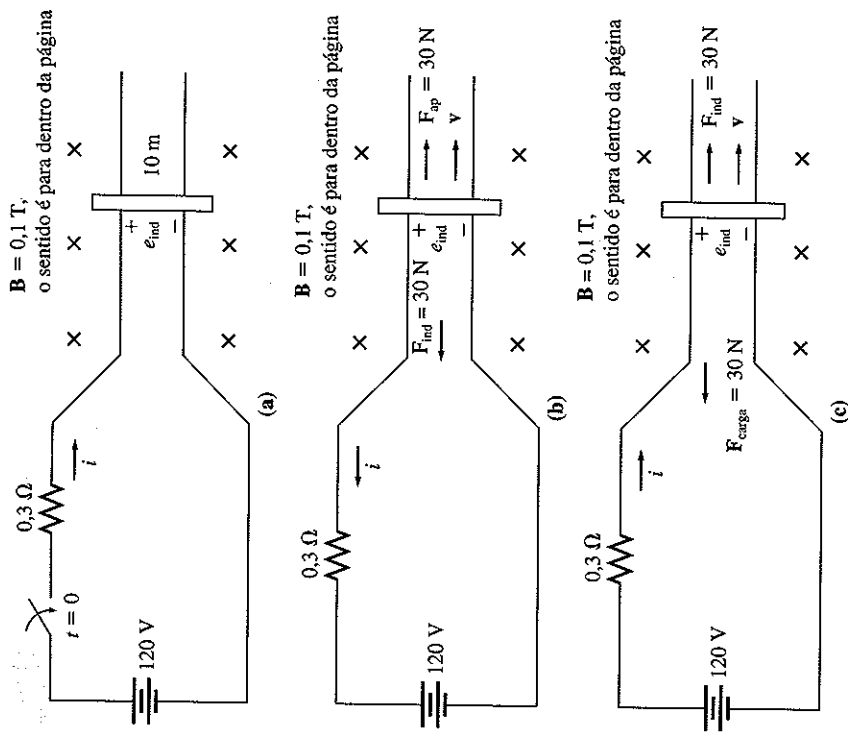


FIGURA 1-27

A máquina linear CC do Exemplo 1-10. (a) Condições de partida; (b) funcionando como gerador; (c) funcionando como motor.

- Qual é a corrente máxima de partida dessa máquina? Qual é a sua velocidade de regime permanente sem carga?
- Suponha que uma força de 30 N, apontando para a direita, fosse aplicada à barra. Qual seria a velocidade de regime permanente? Quanta potência a barra estaria produzindo ou consumindo? Quanta potência a bateria estaria produzindo ou consumindo? Explique a diferença entre esses dois últimos valores numéricos. Essa máquina estaria funcionando como motor ou como gerador?
- Agora, suponha que uma força de 30 N, apontando para a esquerda, fosse aplicada à barra. Qual seria a nova velocidade de regime permanente? Essa máquina seria um motor ou um gerador?
- Suponha que uma força apontando para a esquerda seja aplicada à barra. Calcule a velocidade da barra em função da força para valores de 0 N a 50 N, indo em passos de 10 N. Faça um gráfico da velocidade da barra *versus* a força aplicada.
- Assuma que a barra esteja sem carga e que, repentinamente, entre em uma região onde o campo magnético está enfraquecido tendo o valor de 0,08 T. Com que velocidade a barra se deslocará?

## Solução

(a) Nas condições de partida, a velocidade da barra é 0, de modo que  $e_{\text{ind}} = 0$ . Portanto,

$$i = \frac{V_B - e_{\text{ind}}}{R} = \frac{120 \text{ V} - 0 \text{ V}}{0,3 \Omega} = 400 \text{ A}$$

Quando a máquina entra em regime permanente,  $F_{\text{ind}} = 0$  e  $i = 0$ . Portanto,

$$VB = e_{\text{ind}} = v_{ss}Bl$$

$$v_{ss} = \frac{V_B}{Bl}$$

$$= \frac{120 \text{ V}}{(0,1 \text{ T})(10 \text{ m})} = 120 \text{ m/s}$$

(b) Consulte a Figura 1-27b. Se uma força de 30 N orientada para a direita for aplicada à barra, o regime permanente final ocorrerá quando a força induzida  $F_{\text{ind}}$  for igual e oposta à força aplicada  $F_{\text{ap}}$ , de modo que a força líquida na barra é zero:

$$F_{\text{ap}} = F_{\text{ind}} = i l B$$

Portanto,

$$i = \frac{F_{\text{ind}}}{lB} = \frac{30 \text{ N}}{(10 \text{ m})(0,1 \text{ T})}$$

$$= 30 \text{ A} \text{ fluindo para cima na barra}$$

A tensão induzida  $e_{\text{ind}}$  na barra deve ser

$$e_{\text{ind}} = V_B + iR = 120 \text{ V} + (30 \text{ A})(0,3 \Omega) = 129 \text{ V}$$

e a velocidade final de regime permanente deve ser

$$v_{ss} = \frac{e_{\text{ind}}}{Bl} = \frac{129 \text{ V}}{(0,1 \text{ T})(10 \text{ m})} = 129 \text{ m/s}$$

A barra produz  $P = (129 \text{ V})(30 \text{ A}) = 3870 \text{ W}$  de potência e a bateria consome  $P = (120 \text{ V})(30 \text{ A}) = 3600 \text{ W}$ . A diferença entre esses dois números representa 270 W de perdas no resistor. Essa máquina está atuando como gerador.

(c) Consulte a Figura 1-25c. Desta vez, a força é aplicada para a esquerda e a força induzida aponta para a direita. Em regime permanente,

$$F_{\text{ap}} = F_{\text{ind}} = i l B$$

$$i = \frac{F_{\text{ind}}}{lB} = \frac{30 \text{ N}}{(10 \text{ m})(0,1 \text{ T})}$$

$$= 30 \text{ A} \text{ fluindo para baixo na barra}$$

A tensão induzida  $e_{\text{ind}}$  na barra deve ser

$$e_{\text{ind}} = V_B - iR = 120 \text{ V} - (30 \text{ A})(0,3 \Omega) = 111 \text{ V}$$

e a velocidade final deve ser

$$v_{ss} = \frac{e_{ind}}{Bl}$$

$$= \frac{111 \text{ V}}{(0,1 \text{ T})(10 \text{ m})} = 111 \text{ m/s}$$

Agora, essa máquina e atua como *motor*, convertendo energia da bateria em energia mecânica de movimento na barra.

(d) Esta tarefa é bem adequada para MATLAB. Tiraremos proveito dos cálculos com vetores de MATLAB para determinar a velocidade da barra para cada valor de força. O programa MATLAB (*M-file*) para realizar esse cálculo é simplesmente uma versão das etapas que foram executadas manualmente na parte c. O programa mostrado a seguir calcula a corrente, a tensão induzida e velocidade nessa ordem. A seguir, ele plota a velocidade versus a força na barra.

```
% M-file: ex1_10.m
% M-file para calcular o gráfico da velocidade de
% um motor linear em função da carga.
VB = 120; % Tensão da bateria (V)
r = 0.3; % Resistência (ohms)
l = 1; % Comprimento da barra (m)
B = 0.6; % Densidade de fluxo (T)
```

```
% Seleção das forças que serão aplicadas à barra
F = 0:10:50; % Força (N)
```

```
% Cálculo das correntes que fluem no motor.
i = F ./ (l * B); % Corrente (A)
```

```
% Cálculo das tensões induzidas na barra.
eind = VB - i .* r; % Tensão induzida (V)
```

```
% Cálculo das velocidades da barra.
v_bar = eind ./ (l * B); % Velocidade (m/s)
```

```
% Plota a velocidade da barra versus a força.
plot(F,v_bar);
title ('Gráfico de Velocidade versus Força Aplicada');
xlabel ('Força (N)');
ylabel ('Velocidade (m/s)');
axis ([0 50 0 200]);
```

O gráfico resultante é mostrado na Figura 1-28. Observe que a barra perde velocidade à medida que a carga aumenta.

(e) Se a barra estiver inicialmente sem carga, então  $e_{ind} = V_B$ . Se a barra atingir repentinamente uma região de campo magnético mais fraco, ocorrerá um transitório. Contudo, tão logo o transitório tenha passado,  $e_{ind}$  irá igualar novamente  $V_B$ .

Esse fato pode ser usado para determinar a velocidade final da barra. A *velocidade inicial* era 120 m/s. A *velocidade final* é

$$VB = e_{ind} = v_{ss} Bl$$

$$v_{ss} = \frac{V_B}{Bl}$$

$$= \frac{120 \text{ V}}{(0,08 \text{ T})(10 \text{ m})} = 150 \text{ m/s}$$

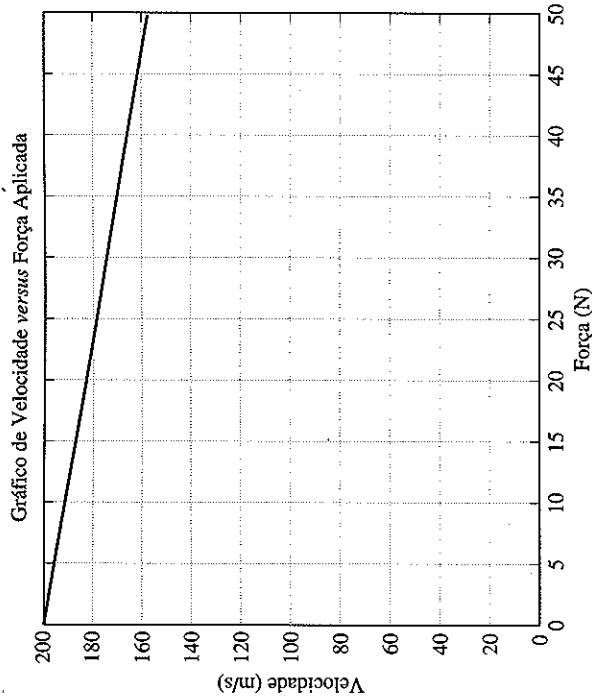


FIGURA 1-28 Gráfico de velocidade versus força para uma máquina linear CC.

Assim, quando o fluxo enfraquece no motor linear, a velocidade da barra aumenta. O mesmo comportamento ocorre em motores CC reais: quando o fluxo de campo de um motor CC enfraquece, ele gira mais rapidamente. Aqui, novamente, a máquina linear comporta-se de modo muito similar a um motor CC real.

## 1.9 POTÊNCIAS ATIVA, REATIVA E APARENTE EM CIRCUITOS CA MONOFÁSICOS

Esta seção descreve as relações entre potências ativa, reativa e aparente em circuitos CA monofásicos. Uma discussão similar para circuitos CA trifásicos pode ser encontrada no Apêndice A.

Em um circuito CC, tal como o mostrado na Figura 1-29a, a potência fornecida à carga CC é simplesmente o produto da tensão na carga vezes a corrente que circula nela.

$$P = VI \quad (1-55)$$

Infelizmente, a situação nos circuitos CA senoidais é mais complexa, porque pode haver uma diferença de fase entre a tensão CA e a corrente CA fornecidas à carga. A potência *instantânea* fornecida a uma carga CA ainda será o produto da tensão instantânea vezes a corrente instantânea, mas a potência *média* fornecida à carga será afetada pelo ângulo de fase entre a tensão e a corrente. Agora, iremos explorar os efeitos dessa diferença de fase sobre a potência média fornecida a uma carga CA.

A Figura 1-29b mostra uma fonte de tensão monofásica que fornece potência a uma carga monofásica de impedância  $Z = Z \angle \theta \Omega$ . Se assumirmos que a carga é



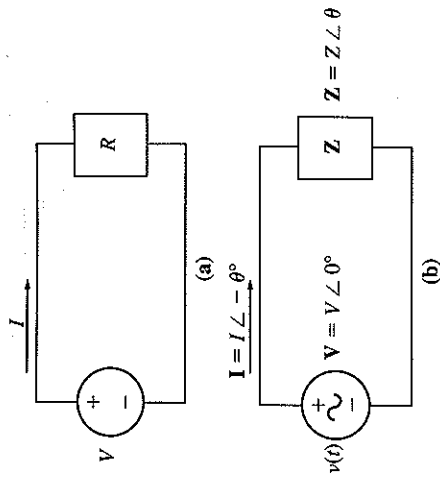


FIGURA 1-29

(a) Fonte de tensão CC alimentando uma carga com resistência  $R$ . (b) Uma fonte de tensão CA alimentando uma carga com impedância  $Z = Z \angle \theta \Omega$ .

indutiva, então o ângulo de impedância  $\theta$  da carga será positivo e a corrente estará atrasada em relação à tensão em  $\theta$  graus.

A tensão aplicada a essa carga é

$$v(t) = \sqrt{2}V \cos \omega t \quad (1-56)$$

em que  $V$  é o valor eficaz (RMS) da tensão aplicada à carga e a corrente resultante é

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t - \theta) \quad (1-57)$$

em que  $I$  é o valor eficaz da corrente que circula na carga.

A potência instantânea fornecida a essa carga no instante  $t$  é

$$p(t) = v(t)i(t) = 2VI \cos \omega t \cos(\omega t - \theta) \quad (1-58)$$

O ângulo  $\theta$  nessa equação é o ângulo de impedância da carga. Para cargas indutivas, o ângulo de impedância é positivo e a forma de onda da corrente está atrasada em relação à forma de onda da tensão em  $\theta$  graus.

Se aplicarmos identidades trigonométricas à Equação (1-58), poderemos manipulá-la chegando a uma expressão de forma

$$p(t) = VI \cos \theta (1 + \cos 2\omega t) + VI \sin \theta \sin 2\omega t \quad (1-59)$$

O primeiro termo dessa equação representa a potência fornecida à carga pela componente de corrente que está em fase com a tensão, ao passo que o segundo termo representa a potência fornecida à carga pela componente de corrente que está  $90^\circ$  fora de fase em relação à tensão. As componentes dessa equação estão plotadas na Figura 1-30.

Observe que o primeiro termo da expressão da potência instantânea é sempre positivo. Contudo, esse termo produz pulsos de potência em vez de um valor constante. O valor médio desse termo é

$$P = VI \cos \theta \quad (1-60)$$

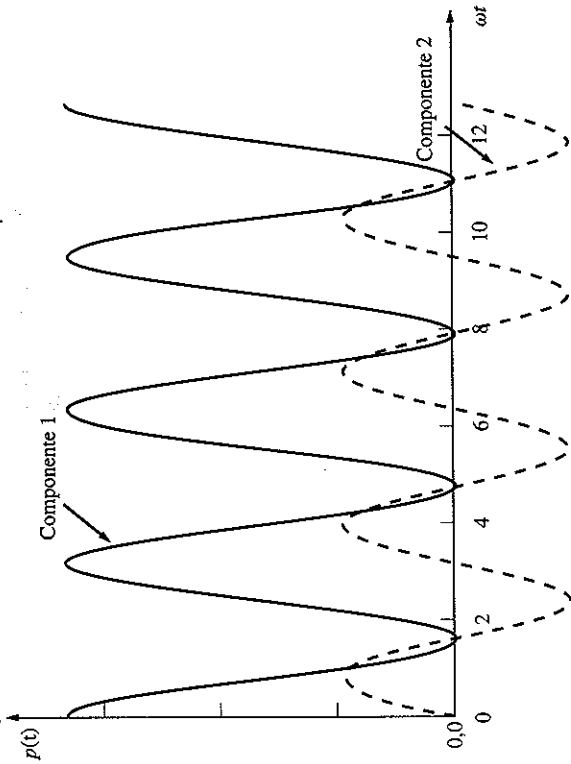


FIGURA 1-30

As componentes de potência fornecidas a uma carga monofásica versus tempo. A primeira componente representa a potência fornecida pela componente de corrente em fase com a tensão, ao passo que o segundo termo representa a potência fornecida pela componente de corrente  $90^\circ$  fora de fase com a tensão.

que é a potência ( $P$ ) média ou ativa fornecida à carga pelo primeiro termo da Equação (1-59). A unidade de potência ativa é o watt (W), em que  $1 \text{ W} = 1 \text{ V} \times 1 \text{ A}$ .

Observe que o segundo termo da expressão de potência instantânea é positivo na metade do tempo e negativo na outra metade do tempo, de modo que a potência média fornecida por esse termo é zero. Esse termo representa a potência que é primeiro transferida da fonte para a carga e em seguida retornada da carga para a fonte. A potência que continuamente vai e vem entre a fonte e a carga é conhecida como potência reativa ( $Q$ ). A potência reativa representa a energia que é primeiro armazenada e em seguida liberada do campo magnético de um indutor, ou do campo elétrico de um capacitor.

A potência reativa de uma carga é dada por

$$Q = VI \sin \theta \quad (1-61)$$

em que  $\theta$  é o ângulo de impedância da carga. Por convenção,  $Q$  é positiva para cargas indutivas e negativa para cargas capacitivas, porque o ângulo de impedância  $\theta$  é positivo para cargas indutivas e negativo para cargas capacitivas. A unidade de potência reativa é o volt-ampère reativo (var), em que  $1 \text{ var} = 1 \text{ V} \times 1 \text{ A}$ . Embora as unidades dimensionais sejam as mesmas do watt, uma denominação própria é tradicionalmente atribuída à potência reativa para distingui-la da potência que é realmente fornecida a uma carga.

A potência aparente ( $S$ ) fornecida a uma carga é definida como o produto da tensão na carga vezes a corrente que circula nessa carga. Essa é a potência que "parece" ser fornecida à carga se as diferenças de ângulo de fase entre a tensão e a corrente são ignoradas. Portanto, a potência aparente de uma carga é dada por

$$S = VI \quad (1-62)$$

A unidade de potência aparente é o volt-ampère (VA), em que  $1 \text{ VA} = 1 \text{ V} \times 1 \text{ A}$ . Assim como acontece com a potência reativa, uma unidade diferente é atribuída à potência aparente para evitar confundi-la com a potência ativa ou reativa.

### Formas alternativas das equações de potência

Se uma carga tiver uma impedância constante, então a lei de Ohm poderá ser usada para deduzir expressões alternativas para as potências ativa, reativa e aparente que são fornecidas à carga. Como o valor da tensão sobre a carga é dado por

$$V = IZ \tag{1-63}$$

então a substituição da Equação (1-63) nas Equações (1-60) a (1-62) produzirá equações para as potências ativa, reativa e aparente, expressas em termos de corrente e impedância:

$$P = I^2 Z \cos \theta \tag{1-64}$$

$$Q = I^2 Z \sin \theta \tag{1-65}$$

$$S = I^2 Z \tag{1-66}$$

em que  $Z$  é o módulo da impedância de carga,  $|Z|$ .

Como a impedância da carga  $Z$  pode ser expressa como

$$Z = R + jX = |Z| \cos \theta + j |Z| \sin \theta$$

venmos, a partir dessa equação, que  $R = |Z| \cos \theta$  e  $X = |Z| \sin \theta$ , de modo que as potências ativa e reativa de uma carga também podem ser expressas como

$$P = I^2 R \tag{1-67}$$

$$Q = I^2 X \tag{1-68}$$

em que  $R$  é a resistência e  $X$  é a reatância da carga  $Z$ .

### Potência complexa

Para simplificar os cálculos de computador, as potências ativa e reativa são representadas algumas vezes em conjunto na forma de uma *potência complexa*  $S$ , em que

$$S = P + jQ \tag{1-69}$$

A potência complexa  $S$  fornecida a uma carga pode ser calculada a partir da equação

$$S = VI^* \tag{1-70}$$

em que o asterisco representa o operador de conjugado complexo.

Para compreender essa equação, suponhamos que a tensão aplicada a uma carga seja  $V = V \angle \alpha$  e que a corrente através da carga seja  $I = I \angle \beta$ . Então, a potência complexa fornecida à carga será

$$\begin{aligned} S &= VI^* = (V \angle \alpha)(I \angle -\beta) = VI \angle (\alpha - \beta) \\ &= VI \cos(\alpha - \beta) + jVI \sin(\alpha - \beta) \end{aligned}$$

O ângulo de impedância  $\theta$  é a diferença entre o ângulo da tensão e o ângulo da corrente ( $\theta = \alpha - \beta$ ), de modo que essa equação reduz-se a

$$\begin{aligned} S &= VI \cos \theta + jVI \sin \theta \\ &= P + jQ \end{aligned}$$

### Relações entre ângulo de impedância, ângulo de corrente e potência

Como sabemos da teoria básica de circuitos, uma carga indutiva (Figura 1-31) tem um ângulo de impedância  $\theta$  positivo, porque a reatância de um indutor é positiva. Se o ângulo de impedância  $\theta$  de uma carga for positivo, o ângulo de fase da corrente que circula na carga estará *atrasado* em relação ao ângulo de fase da tensão na carga em  $\theta$  graus.

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V \angle 0^\circ}{|Z| \angle \theta} = \frac{V}{|Z|} \angle -\theta$$

Além disso, se o ângulo de impedância  $\theta$  de uma carga for positivo, então a potência reativa consumida pela carga será positiva (Equação 1-65) e diremos que a carga consome potência ativa e também potência reativa da fonte.

Por outro lado, uma carga capacitiva (Figura 1-32) tem um ângulo de impedância  $\theta$  negativo, já que a reatância de um capacitor é negativa. Se o ângulo de impedância  $\theta$  de uma carga for negativo, então o ângulo de fase da corrente que cir-

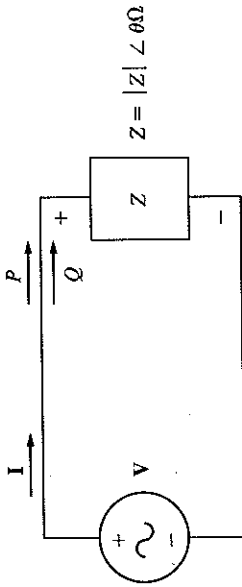


FIGURA 1-31

Uma carga indutiva tem um ângulo de impedância  $\theta$  positivo. Essa carga produz uma corrente *atrasada* e consome uma potência ativa  $P$  e também uma potência reativa  $Q$  da fonte.

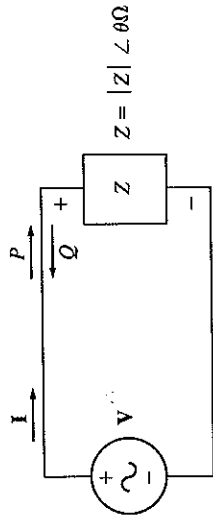


FIGURA 1-32

Uma carga capacitiva tem um ângulo de impedância  $\theta$  negativo. Essa carga produz uma corrente *adiantada* e consome uma potência ativa  $P$  da fonte e ao mesmo tempo fornece uma potência reativa  $Q$  para a fonte.

cula na carga estará *adiantado* em relação ao ângulo de fase da tensão na carga em  $\theta$  graus. Além disso, se o ângulo de impedância  $\theta$  de uma carga for negativo, então a potência reativa  $Q$  consumida pela carga será *negativa* (Equação 1-65). Nesse caso, dizemos que a carga está consumindo potência ativa da fonte e fornecendo potência reativa à fonte.

### O triângulo de potência

As potências ativa, reativa e aparente fornecidas a uma carga se relacionam entre si pelo *triângulo de potência*. A Figura 1-33 mostra um triângulo de potência. O ângulo no canto inferior esquerdo é o ângulo de impedância  $\theta$ . O lado adjacente é a potência ativa  $P$  fornecida à carga, o lado oposto é a potência reativa  $Q$  fornecida à carga e a hipotenusa do triângulo é a potência aparente  $S$  da carga.

A quantidade  $\theta$  é conhecida usualmente como o *fator de potência* de uma carga. O fator de potência é definido como a fração da potência aparente  $S$  que está verdadeiramente fornecendo potência ativa a uma carga. Assim,

$$FP = \cos \theta \quad (1-71)$$

em que  $\theta$  é o ângulo de impedância da carga.

Observe que  $\theta = \cos(-\theta)$ , de modo que o fator de potência produzido por um ângulo de impedância de  $+30^\circ$  é exatamente o mesmo que o fator de potência produzido por um ângulo de impedância de  $-30^\circ$ . Como não é possível distinguir se uma carga é indutiva ou capacitiva baseando-se apenas no fator de potência, costuma-se dizer também se a corrente está adiantada ou atrasada em relação à tensão sempre que um fator de potência é fornecido.

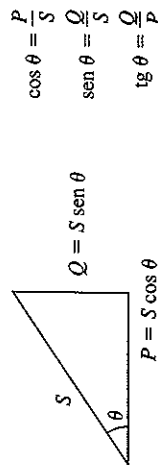
O triângulo de potência esclarece as relações entre a potência ativa, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência. É capaz de fornecer ainda um modo conveniente de calcular as várias grandezas relacionadas com a potência, quando algumas delas são conhecidas.

**EXEMPLO 1-11** A Figura 1-34 mostra uma fonte de tensão CA, que fornece potência a uma carga de impedância  $Z = 20 \angle -30^\circ$ . Calcule a corrente  $I$  que circula na carga, o fator de potência da carga e as potências ativa, reativa, aparente e complexa que são fornecidas à carga.

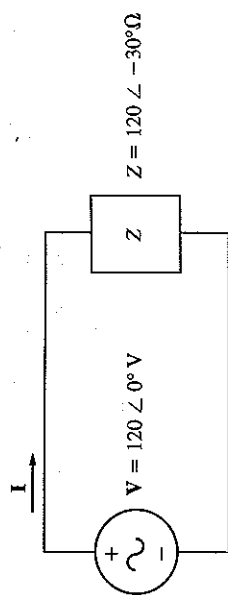
#### Solução

A corrente fornecida a essa carga é

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{120 \angle 0^\circ \text{ V}}{20 \angle -30^\circ \Omega} = 6 \angle 30^\circ \text{ A}$$



**FIGURA 1-33**  
O triângulo de potência.



**FIGURA 1-34**  
Circuito do Exemplo 1-11.

O fator de potência da carga é

$$FP = \cos \theta = \cos(-30^\circ) = 0,866 \text{ adiantado} \quad (1-71)$$

(Observe que essa carga é capacitiva, de modo que o ângulo de impedância  $\theta$  é negativo e a corrente está *adiantada* em relação à tensão.)

A potência ativa fornecida à carga é

$$P = VI \cos \theta \quad (1-60)$$

$$P = (120 \text{ V})(6 \text{ A}) \cos(-30^\circ) = 623,5 \text{ W}$$

A potência reativa fornecida à carga é

$$Q = VI \sin \theta \quad (1-61)$$

$$Q = (120 \text{ V})(6 \text{ A}) \sin(-30^\circ) = -360 \text{ var}$$

A potência aparente fornecida à carga é

$$S = VI \quad (1-62)$$

$$Q = (120 \text{ V})(6 \text{ A}) = 720 \text{ VA}$$

A potência complexa fornecida à carga é

$$\begin{aligned} S &= VI^* \\ &= (120 \angle 0^\circ \text{ V})(6 \angle -30^\circ \text{ A})^* \\ &= (120 \angle 0^\circ \text{ V})(6 \angle 30^\circ \text{ A}) = 720 \angle 30^\circ \text{ VA} \\ &= 623,5 - j360 \text{ VA} \end{aligned}$$

## 1.10 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Este capítulo fez uma breve revisão de mecânica dos sistemas rotativos com um eixo simples e introduziu as fontes e os efeitos dos campos magnéticos que são importantes para compreender os transformadores, os motores e os geradores.

Historicamente, nos países de fala inglesa, o sistema inglês de unidades é usado para medir as grandezas mecânicas associadas às máquinas. Recentemente, as unidades do SI superaram o sistema inglês em quase todos os lugares do mundo, exceto nos Estados Unidos, onde rápidos progressos estão sendo feitos no sentido de adoção do SI. Como o Sistema Internacional está se tornando quase universal, os exemplos deste livro usam em sua maioria (mas não todos) o SI nas medições mecânicas. As grandezas elétricas são sempre medidas em unidades do SI.

Na seção sobre mecânica, foram explicados os conceitos de posição angular, velocidade angular, aceleração angular, conjugado, lei de Newton, trabalho e potência, todos dirigidos para o caso especial de rotação em torno de um eixo simples. Algumas relações fundamentais (tais como as equações de potência e velocidade) foram dadas tanto no SI como no sistema inglês de unidades.

A produção de um campo magnético por uma corrente foi explicada e as propriedades especiais dos materiais ferromagnéticos foram exploradas em detalhe. As perdas por corrente parasita foram discutidas e a forma da curva de magnetização e o conceito de histerese foram explicados em termos da teoria de domínios dos materiais ferromagnéticos.

A lei de Faraday afirma que em uma bobina de fio condutor será gerada uma tensão que é proporcional à taxa de variação do fluxo que atravessa a bobina. A lei de Faraday é o fundamento da denominada ação de transformador, que será explorada em detalhe no Capítulo 3.

Se um fio condutor de corrente estiver movendo-se dentro de um campo magnético com a orientação adequada, então haverá uma força induzida nele. Esse comportamento é a base da denominada ação de motor que ocorre em todas as máquinas reais.

Um condutor movendo-se através de um campo magnético, na orientação adequada, terá uma tensão induzida nele. Esse comportamento é o fundamento da denominada ação de gerador que ocorre em todas as máquinas reais.

Muitos dos atributos dos motores e geradores reais são ilustrados por uma máquina linear CC simples, a qual consiste em uma barra que se move no interior de um campo magnético. Quando uma carga é submetida à barra, a velocidade diminui e a máquina passa a operar como um motor, convertendo energia elétrica em energia mecânica. Quando uma força puxa a barra mais rapidamente do que quando em regime permanente sem carga, a máquina passa a atuar como um gerador, convertendo energia mecânica em energia elétrica.

Em um circuito CA, a potência ativa  $P$  é a potência média fornecida por uma fonte para a carga. A potência reativa  $Q$  é a componente da potência que é trocada alternadamente entre uma fonte e uma carga. Por convenção, potência reativa positiva é consumida por cargas indutivas ( $+\theta$ ) e potência reativa negativa é consumida (ou potência reativa positiva é fornecida) por cargas capacitivas ( $-\theta$ ). A potência aparente  $S$  é a potência que "parece" ser fornecida à carga se forem considerados somente os módulos das tensões e correntes.

## PERGUNTAS

- 1.1 O que é conjugado? Que papel desempenha o conjugado no movimento rotativo das máquinas?
- 1.2 O que é a lei de Ampère?
- 1.3 O que é intensidade de campo magnético? O que é densidade de fluxo magnético? Como essas grandezas relacionam-se entre si?
- 1.4 Como o conceito de circuito magnético pode auxiliar no projeto de núcleos de transformadores e máquinas?
- 1.5 O que é relutância?
- 1.6 O que é material ferromagnético? Por que a permeabilidade dos materiais ferromagnéticos é tão elevada?

- 1.7 Como a permeabilidade relativa de um material ferromagnético varia com a força magnetostriz?
- 1.8 O que é histerese? Explique a histerese em termos da teoria dos domínios magnéticos.
- 1.9 O que são perdas por corrente parasita? O que pode ser feito para minimizar as perdas por corrente parasita em um núcleo?
- 1.10 Por que todos os núcleos submetidos a variações CA de fluxo são laminados?
- 1.11 O que é a lei de Faraday?
- 1.12 Que condições são necessárias para que um campo magnético produza força em um fio condutor?
- 1.13 Que condições são necessárias para que um campo magnético produza tensão em um fio?
- 1.14 Por que a máquina linear é um bom exemplo do comportamento observado em máquinas CC reais?
- 1.15 A máquina linear da Figura 1-19 opera em regime permanente. O que aconteceria à barra se a tensão da bateria fosse aumentada? Explique com detalhes.
- 1.16 Exatamente de que forma uma diminuição de fluxo produz aumento de velocidade em uma máquina linear?
- 1.17 A corrente estará adiantada ou atrasada em relação à tensão em uma carga indutiva? A potência reativa da carga será positiva ou negativa?
- 1.18 O que são potências ativa, reativa e aparente? Em que unidades elas são medidas? Como elas se relacionam entre si?
- 1.19 O que é o fator de potência?

## PROBLEMAS

- 1.1 O eixo de um motor está girando a uma velocidade de 1800 rpm. Qual é a velocidade do eixo em radianos por segundo?
- 1.2 Um volante com um momento de inércia de  $4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  está inicialmente em repouso. Se um conjugado de  $6 \text{ N} \cdot \text{m}$  (anti-horário) for aplicado repentinamente ao volante, qual será a velocidade do volante após 5 s? Expresse essa velocidade em radianos por segundo e em rotações por minuto.
- 1.3 Uma força de 10 N é aplicada a um cilindro de raio  $r = 0,15 \text{ m}$ , como mostrado na Figura P1-1. O momento de inércia desse cilindro é  $J = 4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Quais são o valor e o sentido do conjugado produzido no cilindro? Qual é a aceleração angular  $\alpha$  do cilindro?

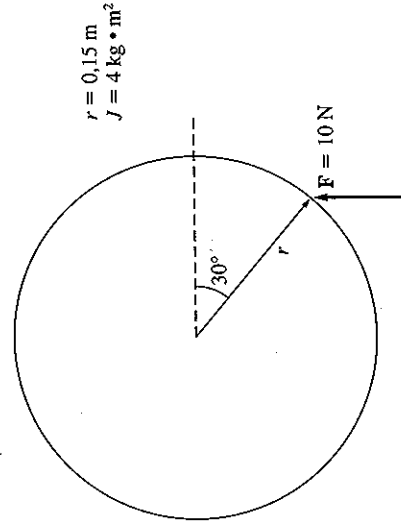
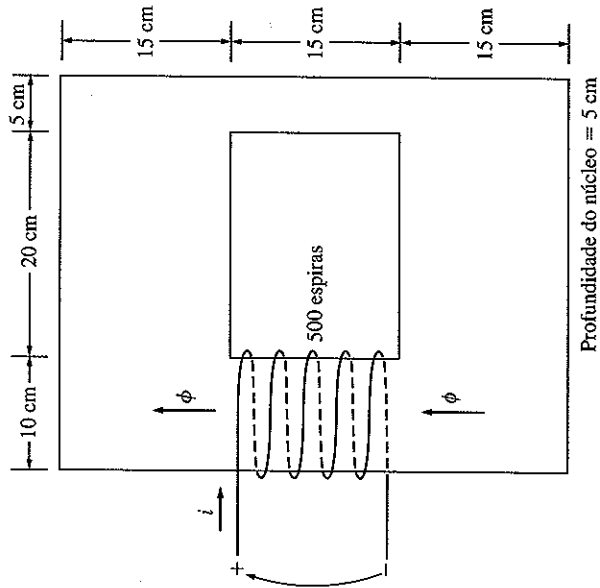


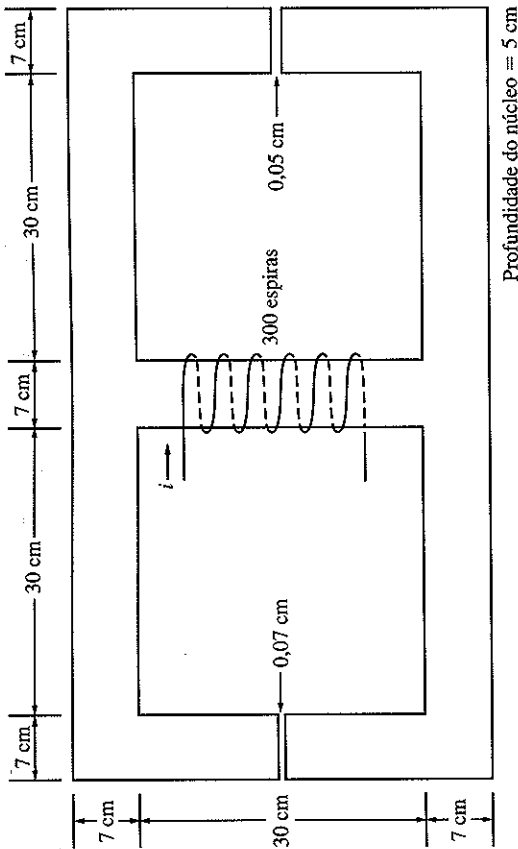
FIGURA P1-1  
Cilindro do Problema 1-3.

- 1.4 Um motor fornece  $50 \text{ N} \cdot \text{m}$  de conjugado para sua carga. Se o eixo do motor estiver girando a  $1500 \text{ rpm}$ , qual será a potência mecânica fornecida à carga em watts? E em HP?
- 1.5 A Figura P1-2 mostra um núcleo ferromagnético. A profundidade (para dentro da página) do núcleo é  $5 \text{ cm}$ . As demais dimensões do núcleo estão mostradas na figura. Encontre o valor da corrente que produzirá um fluxo de  $0,005 \text{ Wb}$ . Com essa corrente, qual é a densidade do fluxo no lado superior do núcleo? Qual é a densidade do fluxo no lado direito do núcleo? Assuma que a permeabilidade relativa do núcleo é  $800$ .

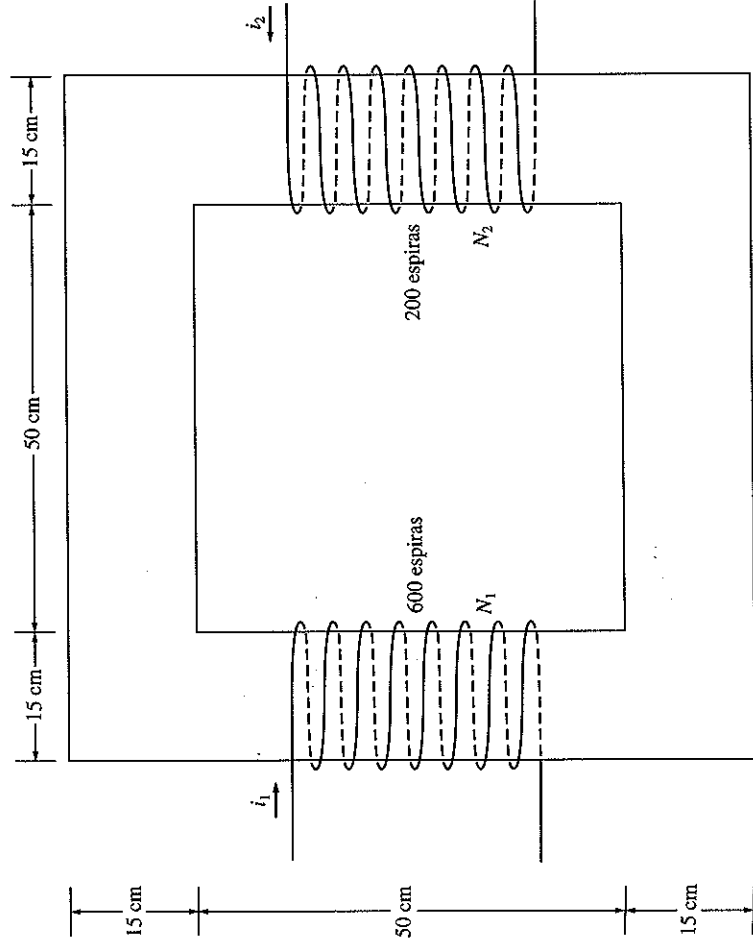


**FIGURA P1-2**  
Núcleo dos Problemas 1-5 e 1-16.

- 1.6 Um núcleo ferromagnético com uma permeabilidade relativa de  $1500$  está mostrado na Figura P1-3. As dimensões são as mostradas no diagrama e a profundidade do núcleo é  $5 \text{ cm}$ . Os entreferros nos lados esquerdo e direito do núcleo são  $0,050 \text{ cm}$  e  $0,070 \text{ cm}$ , respectivamente. Devido ao efeito de espraçamento, a área efetiva dos entreferros é  $5\%$  maior do que o seu tamanho físico. Se na bobina houver  $300$  espiras enroladas em torno da perna central do núcleo e se a corrente na bobina for  $1,0 \text{ A}$ , quais serão os valores de fluxo de fluxo para as pernas esquerda, central e direita do núcleo? Qual é a densidade de fluxo em cada entreferro?
- 1.7 Um núcleo de duas pernas está mostrado na Figura P1-4. O enrolamento da perna esquerda do núcleo ( $N_1$ ) tem  $600$  espiras e o enrolamento da perna direita do núcleo ( $N_2$ ) tem  $200$  espiras. As bobinas são enroladas nos sentidos mostrados na figura. Se as dimensões forem as mostradas, quais serão os fluxos produzidos pelas correntes  $i_1 = 0,5 \text{ A}$  e  $i_2 = 1,00 \text{ A}$ ? Assuma que  $\mu_r = 1200$  é constante.
- 1.8 Um núcleo com três pernas está mostrado na Figura P1-5. Sua profundidade é  $5 \text{ cm}$  e há  $100$  espiras na perna esquerda. Pode-se assumir que a permeabilidade relativa do núcleo é  $2000$  e constante. Que fluxo existe em cada uma das três pernas do núcleo? Qual é a densidade de fluxo em cada uma das pernas? Assuma um aumento de  $5\%$  na área efetiva do entreferro devido aos efeitos de espraçamento.



**FIGURA P1-3**  
O núcleo do Problema 1-6.



**FIGURA P1-4**  
O núcleo dos Problemas 1-7 e 1-12.

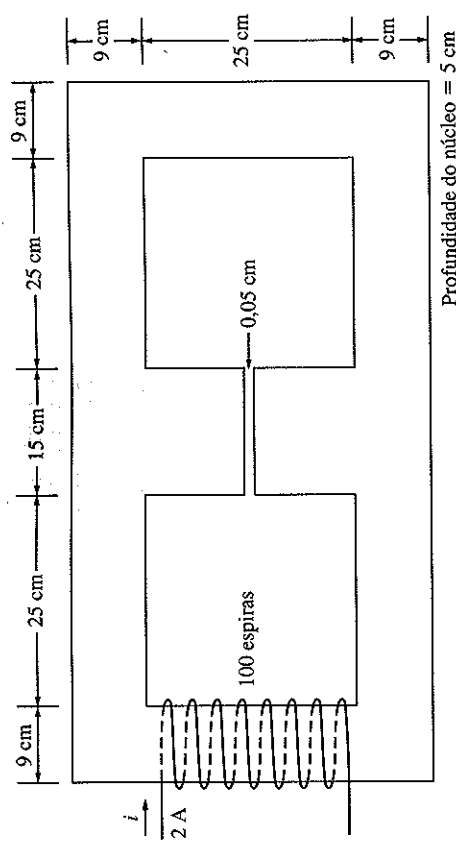


FIGURA P1-5

O núcleo do Problema 1-8.

- 1.9 A Figura P1-6 mostra um fio que conduz 2,0 A na presença de um campo magnético. Calcule o valor e o sentido da força induzida no fio.

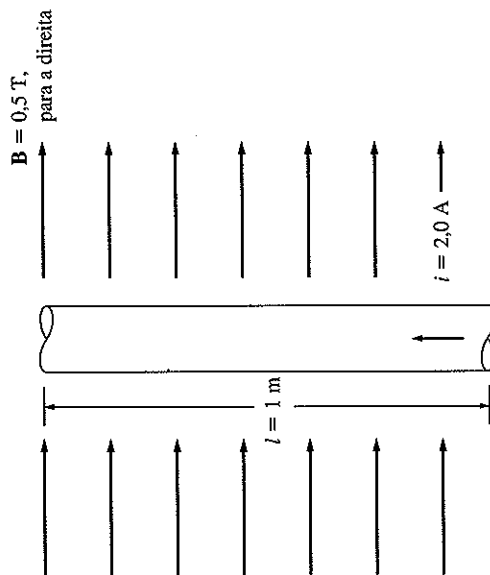


FIGURA P1-6

Um fio conduzindo uma corrente em um campo magnético (Problema 1-9).

- 1.10 A Figura P1-7 mostra um fio que se move na presença de um campo magnético. Com a informação dada na figura, determine o valor e o sentido da tensão induzida no fio.

- 1.11 Repita o Problema 1-10 para o condutor da Figura P1-8.

- 1.12 O núcleo mostrado na Figura P1-4 é feito de um aço cuja curva de magnetização está mostrada na Figura P1-9. Repita o Problema 1-7, mas desta vez *não* assuma que  $\mu_r$  tem um valor constante. Quanto fluxo é produzido no núcleo pelas correntes especificadas? Qual é a permeabilidade relativa do núcleo nessas condições? Foi boa a suposição do Problema 1-7 de que a permeabilidade relativa era igual a 1200 para essas condições? Em termos gerais, ela é uma boa suposição?

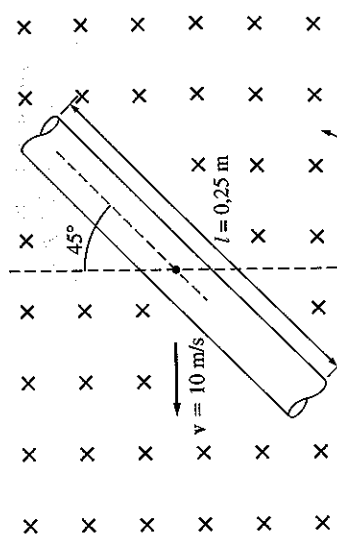


FIGURA P1-7

Um fio movendo-se em um campo magnético (Problema 1-10).

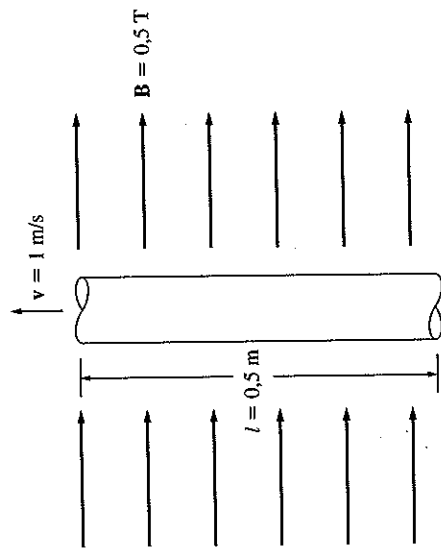


FIGURA P1-8

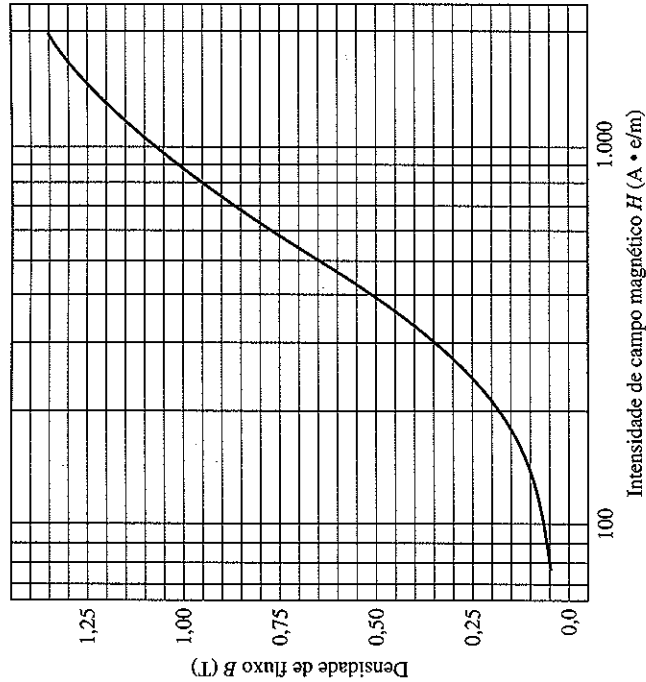
Um condutor movendo-se em um campo magnético (Problema 1-11).

- 1.13 Um núcleo com três pernas é mostrado na Figura P1-10. Sua profundidade é 5 cm e há 400 espiras na perna central. As demais dimensões estão mostradas na figura. O núcleo é composto de um aço cuja curva de magnetização está mostrada na Figura 1-10c. Responda às seguintes perguntas sobre esse núcleo:

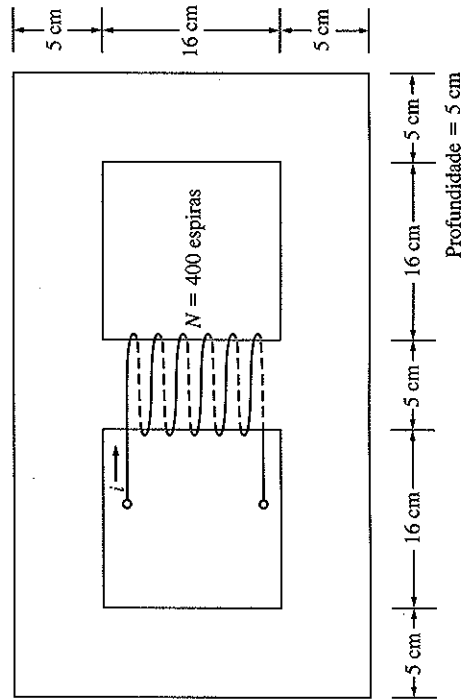
- Que corrente é necessária para produzir uma densidade de fluxo de 0,5 T na perna central do núcleo?
- Que corrente é necessária para produzir uma densidade de fluxo de 1,0 T na perna central do núcleo? Essa corrente é o dobro da corrente da parte (a)?
- Quais são as relutâncias das pernas central e direita do núcleo para as condições da parte (a)?
- Quais são as relutâncias das pernas central e direita do núcleo para as condições da parte (b)?
- A que conclusões você pode chegar a respeito das relutâncias dos núcleos magnéticos reais?

- 1.14 Um núcleo magnético de duas pernas e um entreferro está mostrado na Figura P1-11. A profundidade do núcleo é 5 cm, o comprimento do entreferro do núcleo é 0,05 cm e o número de espiras no núcleo é 1.000. A curva de magnetização do material do núcleo está mostrada na Figura P1-9. Assuma um incremento de 5% na área efetiva do entre-

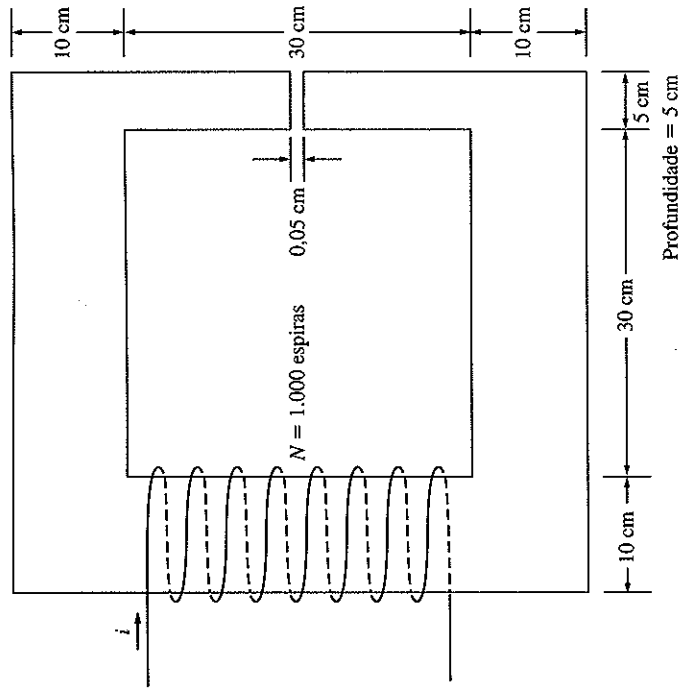
ferro para compensar o espraçamento. Quanta corrente é necessária para produzir uma densidade de fluxo no entreferro de 0,5 T? Quais são as densidades de fluxo dos quatro lados no núcleo com essa corrente? Qual é o fluxo total presente no entreferro?



**FIGURA P1-9**  
A curva de magnetização para o material do núcleo dos Problemas 1-12 e 1-14.

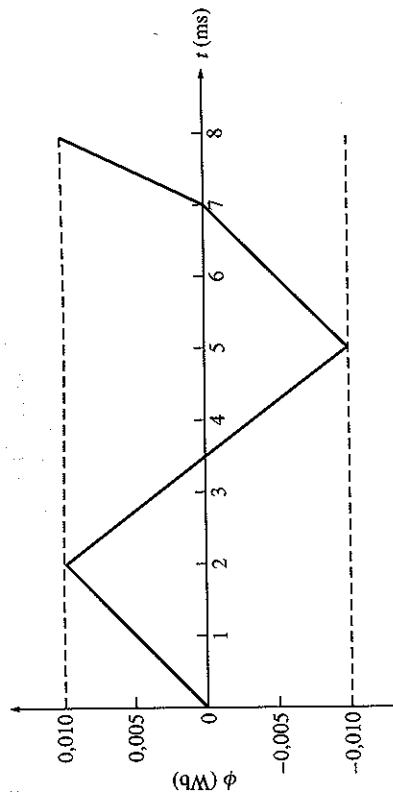


**FIGURA P1-10**  
O núcleo do Problema 1-13.

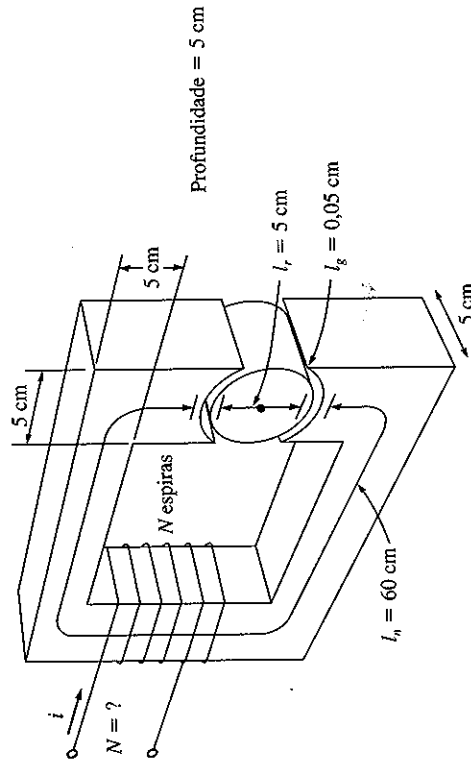


**FIGURA P1-11**  
O núcleo do Problema 1-14.

- 1.15** Um núcleo de transformador com comprimento efetivo de caminho médio de 6 pol (polegadas) tem uma bobina de 200 espiras enrolada em torno de uma perna. A área de sua seção reta é 0,25 pol<sup>2</sup> (polegadas quadradas) e sua curva de magnetização é mostrada na Figura 1-10c. Se uma corrente de 0,3 A estiver circulando na bobina, qual será o fluxo total no núcleo? Qual é a densidade de fluxo?
- 1.16** O núcleo mostrado na Figura P1-2 tem o fluxo  $\phi$  mostrado na Figura P1-12. Faça um gráfico da tensão presente nos terminais da bobina.
- 1.17** A Figura P1-13 mostra o núcleo de um motor CC simples. A curva de magnetização do metal desse núcleo está na Figura 1-10c e d. Assuma que a área da seção reta de cada entreferro seja 18 cm<sup>2</sup> e que a largura de cada entreferro é 0,05 cm. O diâmetro efetivo do núcleo do rotor é 5 cm.
- (a) Queremos construir uma máquina com densidade de fluxo tão grande quanto possível e ao mesmo tempo evitar a saturação excessiva no núcleo. O que seria uma densidade de fluxo máxima razoável para esse núcleo?
- (b) Qual seria o fluxo total no núcleo para a densidade de fluxo da parte (a)?
- (c) A corrente de campo máxima possível para essa máquina é 1 A. Determine um número razoável de espiras de fio para fornecer a densidade de fluxo desejada e ao mesmo tempo não exceder a corrente máxima disponível.
- 1.18** Assuma que a tensão aplicada à carga é  $V = 208 \angle -30^\circ$  V e que a corrente que circula na carga é  $I = 2 \angle 20^\circ$  A.
- (a) Calcule a potência complexa  $S$  consumida por essa carga.
- (b) Essa carga é indutiva ou capacitiva?
- (c) Calcule o fator de potência dessa carga.



**FIGURA P1-12**  
Gráfico do fluxo  $\phi$  em função do tempo para o Problema 1-16.



**FIGURA P1-13**  
O núcleo do Problema 1-17.

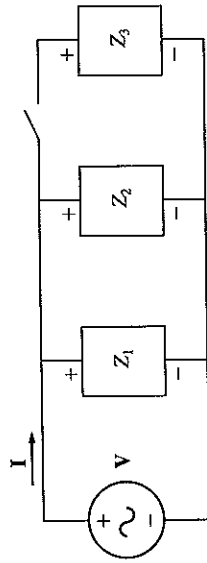
**1.19** A Figura P1-14 mostra um sistema de potência CA monofásico simples com três cargas. A fonte de tensão é  $V = 240 \angle 0^\circ \text{ V}$  e as impedâncias das três cargas são

$$Z_1 = 10 \angle 30^\circ \Omega \quad Z_2 = 10 \angle 45^\circ \Omega \quad Z_3 = 10 \angle 90^\circ \Omega$$

Responda às seguintes questões sobre esse sistema de potência.

- Assuma que a chave mostrada na figura está inicialmente aberta. Calcule a corrente  $I$ , o fator de potência e as potências ativa, reativa e aparente que são fornecidas pela fonte.
- Quanta potência ativa, reativa e aparente é consumida por cada carga com a chave aberta?

- Agora suponha que a chave mostrada na figura seja fechada. Calcule a corrente  $I$ , o fator de potência e as potências ativa, reativa e aparente que são fornecidas pela fonte.
- Quanta potência ativa, reativa e aparente é consumida por cada carga com a chave fechada?
- O que aconteceu com a corrente que fluía da fonte quando a chave foi fechada? Por quê?



**FIGURA P1-14**  
O circuito do Problema 1-19.

**1.20** Demonstre que a Equação (1-59) pode ser obtida da Equação (1-58) usando identidades trigonométricas simples.

$$p(t) = v(t)i(t) = 2VI \cos \omega t \cos(\omega t - \theta) \quad (1-58)$$

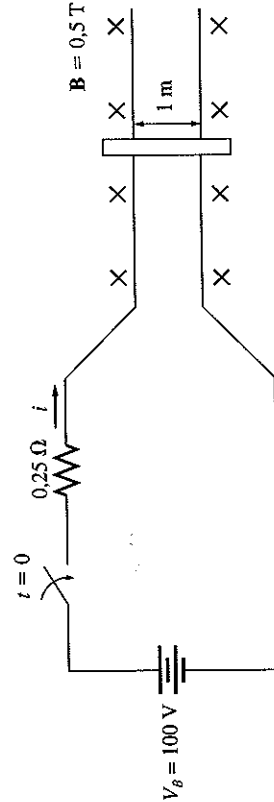
$$p(t) = VI \cos \theta (1 + \cos 2\omega t) + VI \sin \theta \sin 2\omega t \quad (1-59)$$

Sugestão: As seguintes identidades serão úteis:

$$\begin{aligned} \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)] \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

**1.21** A máquina linear mostrada na Figura P1-15 tem uma densidade de fluxo magnético de  $0,5 \text{ T}$  para dentro da página, uma resistência de  $0,25 \Omega$ , um comprimento de barra de  $l = 1,0 \text{ m}$  e uma tensão de bateria de  $100 \text{ V}$ .

- Qual é a força inicial na barra durante a partida? Qual é o fluxo de corrente inicial?
- Qual é a velocidade de regime permanente sem carga da barra?
- Se a barra for carregada com uma força de  $25 \text{ N}$  em oposição ao sentido do movimento, qual é a nova velocidade de regime permanente? Qual é a eficiência da máquina nessas circunstâncias?



**FIGURA P1-15**  
A máquina linear do Problema 1-21.



# Transformadores

## OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

- Compreender a finalidade de um transformador em um sistema de potência.
- Conhecer as relações de tensão, corrente e impedância nos enrolamentos de um transformador ideal.
- Compreender como os transformadores reais aproximam-se do funcionamento de um transformador ideal.
- Ser capaz de explicar como as perdas no cobre, o fluxo de dispersão, a histerese e as correntes parasitas são modeladas nos circuitos equivalentes de transformador.
- Usar um circuito equivalente de transformador para encontrar as transformações de tensão e corrente em um transformador.
- Ser capaz de calcular as perdas e a eficiência de um transformador.
- Ser capaz de deduzir o circuito equivalente de um transformador a partir de medidas.
- Compreender o sistema por unidade de medidas.
- Ser capaz de calcular a regulação de tensão de um transformador.
- Compreender o autotransformador.
- Compreender os transformadores trifásicos, incluindo casos especiais em que apenas dois transformadores são usados.
- Compreender as especificações nominais de um transformador.
- Compreender os transformadores de instrumentação – transformadores de potencial e transformadores de corrente.

1.22 Uma máquina linear tem as seguintes características:

$$\begin{aligned} B &= 0,5 \text{ T para dentro da página} & R &= 0,25 \Omega \\ l &= 0,5 \text{ m} & V_B &= 120 \text{ V} \end{aligned}$$

- Se uma carga de 20 N por aplicada a essa barra, opondo-se ao sentido do movimento, qual será a velocidade de regime permanente da barra?
- Se a barra deslocar-se até uma região onde a densidade de fluxo cai para 0,45 T, que acontecerá com a barra? Qual será a velocidade final de regime permanente?
- Agora suponha que  $V_B$  seja diminuída para 100 V com tudo mais permanecendo como na parte (b). Qual é a nova velocidade de regime permanente da barra?
- Dos resultados das partes (b) e (c), quais são dois métodos de controlar a velocidade de uma máquina linear (ou um motor CC real)?

1.23 Para a máquina linear do Problema 1-22:

- Quando essa máquina opera como um motor, calcule a velocidade da barra para cargas de 0 N a 30 N em passos de 5 N. Plote a velocidade da barra em função da carga.
- Assuma que o motor está funcionando com uma carga de 30 N. Calcule e plote a velocidade da barra para as densidades de fluxo magnético de 0,3 T a 0,5 T em passos de 0,05 T.
- Assuma que o motor funciona em condições de ausência de carga (a vazio) com uma densidade de fluxo de 0,5 T. Qual é a velocidade da barra? Agora aplique uma carga de 30 N à barra. Qual é a nova velocidade da barra? Que valor de densidade de fluxo seria necessário para fazer com que a velocidade da barra com carga fosse a mesma que ela tinha quando sem carga?

## REFERÊNCIAS

- Alexander, Charles K., and Matthew N. O. Sadiku: *Fundamentals of Electric Circuits*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, 2008.
- Bear, F., and E. Johnston, Jr.: *Vector Mechanics for Engineers: Dynamics*, 7th ed., McGraw-Hill, New York, 2004.
- Hayt, William H.: *Engineering Electromagnetics*, 5th ed., McGraw-Hill, New York, 1989.
- Mulligan, J. F.: *Introductory College Physics*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1991.
- Sears, Francis W., Mark W. Zemansky, and Hugh D. Young: *University Physics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1982.