Aula Prática 7: Transformada de Fourier - Processamento de Imagens

Wérikson Frederiko de Oliveira Alves - 96708
Departamento de Engenharia Elétrica,
Universidade Federal de Viçosa, Viçosa - MG Email: werikson.alves@ufv.com

***Resumo*—O presente relatório trata-se sobre a transformada de Fourier bi-dimensional. Nele, será abordado o efeito da variação da fase e do módulo sobre a transformada de uma imagem, e da combinação entre o modulo e fase das duas imagens. Assim, por meio do *software* MatLab foram realizados algumas simulações que ao final, são apresentados as imagens demonstrando os devidos resultados de cada alteração.**

I. Introdução

A transformada de Fourier, em termos de módulo e fase, é dada pela Equação 1. Dessa forma, pode-se obter a representação matemática de um sinal $x(t)$ como o somatório de exponenciais complexas em diferentes frequências. Dessa forma, a magnitude $|X(j)|$ revela a informação sobre as magnitudes relativas das exponenciais complexas que constituem $x(t)$, o qual são chamadas de espectro. Já o ângulo de fase (θ), não afeta as amplitudes dos componentes espectrais individuais. Entretanto, fornece informações acerca das fases relativas de cada exponencial. Com ambas os valores (módulo e fase) são obtidas informações significativas sobre natureza do sinal.

$$X(j\omega) = |X(j\omega)|e^{j\theta(j\omega)}; \quad (1)$$

A transformada de Fourier e a transformada inversa são muito utilizadas na representação de sinais periódicos, podendo também ser usada em Imagens, por meio da transformada de Fourier bidimensional, $X(j\omega_1, j\omega_2)$. Assim, a transformada, representa a decomposição da imagem em diferentes componentes da forma exponencial que capturam as variações espaciais em diferentes frequências em cada uma das coordenadas.

Portanto, este relatório tem por objetivo verificar o papel do módulo e da fase da transformada de Fourier na representação de imagens e o efeito de distorções nestas variáveis para reconstrução de imagens.

II. Materiais e Métodos

Para a realização deste trabalho foi utilizado o *software MatLab*. Dessa forma, inicialmente foi realizado o *download* de duas imagens aleatórias retiradas de [1], sendo elas apresentadas na Figura 1.

Depois, por meio do comando *fft2* foram obtidos as transformadas de Fourier bi-dimensionais da imagem A, $X_A(j\omega_1, j\omega_2)$, e da imagem B, $X_B(j\omega_1, j\omega_2)$. Com isto, foram calculadas as magnitudes e as fases de $X_A(j\omega_1, j\omega_2)$ e $X_B(j\omega_1, j\omega_2)$, através dos comandos *abs e angle*.

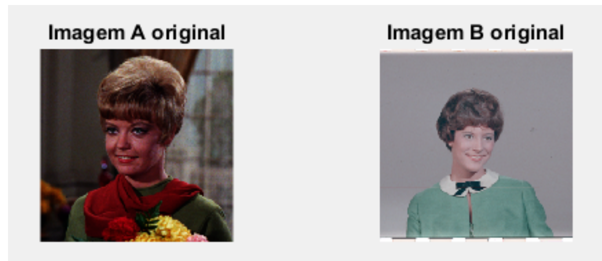

Figura 1. Imagens originais.

Além disto, pode-se forçar as fases ou a magnitudes para um valor especifico. Com isto, as fases de $X_A(j\omega_1, j\omega_2)$ e $X_B(j\omega_1, j\omega_2)$ foram forçadas a zero e as magnitudes não foram alteradas.

Novamente, seguindo o mesmo procedimento em $X_A(j\omega_1, j\omega_2)$, a fase foi mantida igual a original e a magnitude foi forçada a um.

Por último, foi gerado um novo conjunto de valores constituídos com os módulos de $X_B(j\omega_1, j\omega_2)$ e as fases de $X_A(j\omega_1, j\omega_2)$ e outro constituído com os módulos de $X_A(j\omega_1, j\omega_2)$ e as fases de $X_B(j\omega_1, j\omega_2)$.

III. Resultados e Discussões

Para realização das simulações, as imagens foram tiradas as médias pixel a pixel para obter a imagem em tons de cinza e em seguida plotadas, Figura 2.

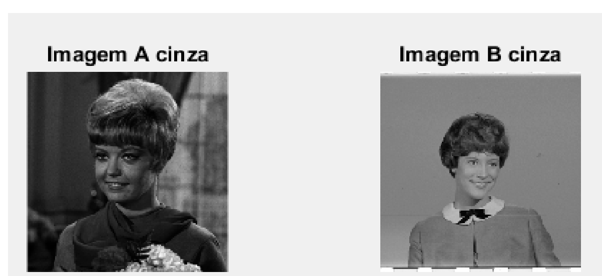

Figura 2. Imagens em tom de cinza.

Por meio da transformada foram geradas duas Imagens, sendo que uma delas é composta apenas com os módulos, e a outra é composta apenas com as fases, apresentadas na Figura 3 e 4.

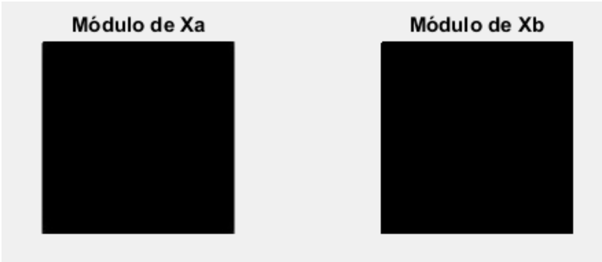

Figura 3. Representação do módulo.

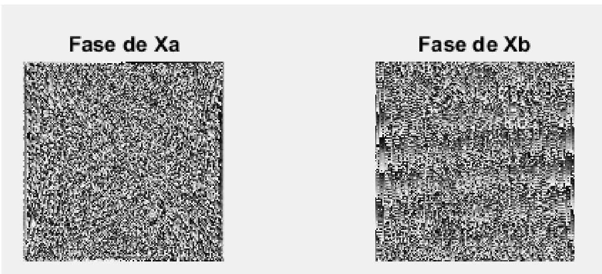

Figura 4. Representação da fase.

Em seguida foram realizadas a transformada inversa, das imagens, sendo que uma está com a fase forçada a zero, apresentada na Figura 5 e outra está com a magnitude forçada a 1, representada na Figura 6.

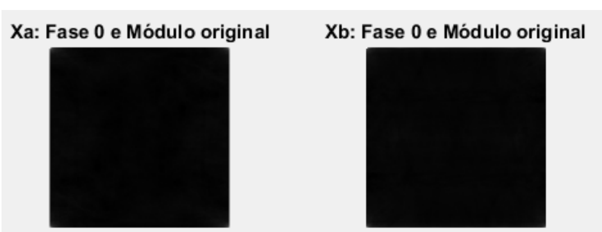

Figura 5. Representação de valores forçados.

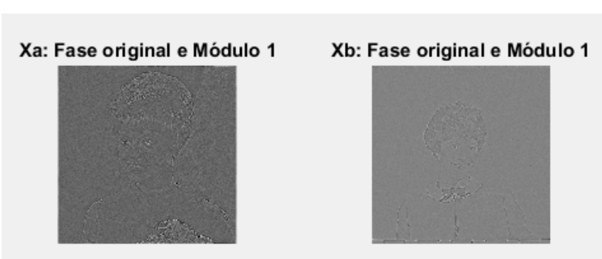

Figura 6. Representação de valores forçados.

Por último, foi gerada uma imagem com as informações obtidas da combinação dos módulos de $X_B(j\omega_1, j\omega_2)$ e as fases de $X_A(j\omega_1, j\omega_2)$ e da combinação dos módulos de $X_A(j\omega_1, j\omega_2)$ e as fases de $X_B(j\omega_1, j\omega_2)$, Figura 7.

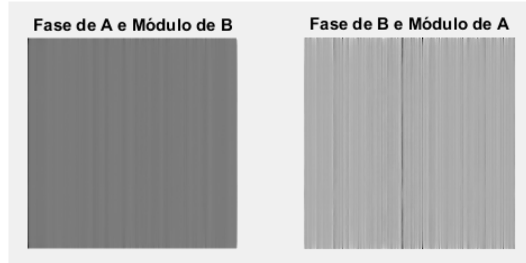

Figura 7. Combinação de X_A e X_B.

IV. Conclusão

Portanto, por meio deste relatório foi possível identificar e entender a influencia dos valores da transformada sobre uma imagem, ao variá-los, resultando em mudanças de tom e de coloração na nova imagem. Além disto, foi possível compreender o que acontece ao tender a um valor especifico a magnitude ou fase de uma transformada.

Referências

[1] Signal and image processing institute ming hsieh department of electrical engineering http://sipi.usc.edu/services/database/database.cgi?volume=misc.

[2] Bhagwandas Pannalal Lathi and Roger A Green. *Linear systems and signals*, volume 2. Oxford University Press New York, 2005.

[3] Alan V Oppenheim, Alan S Willsky, and S Hamid Nawab. *Sinais e Sistemas*. Pearson Educación, 1998.

V. Apêndice

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% NOME:  Werikson Alves - 96708
% Relat rio 07 de ELT 410
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Roteiro:
clear all; close all; clc

% Item 1
i1 = imread('4.1.01.tiff'); % Importa a imagem A
i2 = imread('4.1.03.tiff'); % Importa a imagem B
figure()
subplot(221)
imshow(i1,[]); % Plota a imagem A
title('Imagem A original');
subplot(222)
imshow(i2,[]); % Plota a imagem B
title('Imagem B original');

im1 = rgb2gray(imread('4.1.01.tiff')); % Importa a imagem A e coloca em cinza
im2 = rgb2gray(imread('4.1.03.tiff')); % Importa a imagem B e coloca em cinza
%figure()
subplot(223)
imshow(im1,[]); % Plota a imagem A
title('Imagem A cinza');
subplot(224)
imshow(im2,[]); % Plota a imagem B
title('Imagem B cinza');

% Item 2 e 3
IM1=fft2(im1); % A' = Faz a transformada bidimensional de A
IM2=fft2(im2); % B' = Faz a transformada bidimensional de B

% Item 4
ima1=((abs(IM1))); % A1 = Parte real da trans. bi. de A'.
imb1=((abs(IM2))); % B1 = Parte real da trans. bi. de B'.
figure()
subplot(221)
imshow(ima1,[]); % Exibe A1
title('M dulo de Xa');
subplot(222)
imshow(imb1,[]); % Exibe B1
title('M dulo de Xb');

% Item 5
ima2=((angle(IM1))); % A2 = Parte imag. da trans. inv. bi. de A'.
subplot(223)
imshow(ima2,[]); % Exibe A2
title('Fase de Xa');

imb2=((angle(IM2))); % B2 = Parte imag. da trans. inv. bi. de B'.
subplot(224)
imshow(imb2,[]); % Exibe B2
title('Fase de Xb');

%Item 6
ima3=real(ifft2(abs(IM1)*exp(0*1i))); % A3 = Fase igual a zero e mag. cte.
figure()
subplot(221)
imshow(ima3,[]); % Exibe a imagem A3
title('Xa: Fase 0 e M dulo original');

imb3=real(ifft2(abs(IM2)*exp(0*1i))); % B3 = Fase igual a zero e mag. cte.
subplot(222)
imshow(imb3,[]); % Exibe a imagem B3
title('Xb: Fase 0 e M dulo original');

%Item 7
ima4=real(ifft2(1*exp(angle(IM1)*1i))); % A4 = Fase original e mag igual a 1.
```

```
subplot(223)
imshow(ima4,[]); % Exibe a imagem A4
title('Xa: Fase original e M dulo 1');

imb4=real(ifft2(1*exp(angle(IM2)*1i))); % B4 = Fase original e mag igual a 1.
subplot(224)
imshow(imb4,[]); % Exibe a imagem B4
title('Xb: Fase original e M dulo 1');

%Item 8
ima5=real(ifft2(abs(IM2)*exp(1i*angle(IM1)))); % A5 = Fase de A e mag de B.
imb5=real(ifft2(abs(IM1)*exp(1i*angle(IM2)))); % B5 = Fase de B e mag de A.
figure()
subplot(121)
imshow(ima5,[]); % Exibe a imagem A5
title('Fase de Xa e M dulo de Xb');
subplot(122)
imshow(imb5,[]); % Exibe a imagem A5
title('Fase de Xb e M dulo de Xa');
```