

Exercício #1

Questão 1 (Taha, pg. 10)

A ChemLabs usa as matérias primas I e II para produzir dois produtos líquidos para limpeza doméstica, A e B. As disponibilidades diárias de I e II, são de 150 e 145 unidades, respectivamente. Uma unidade do produto A consome 0,5 unidade da matéria-prima I e 0,6 unidades de matéria-prima II, e uma unidade do produto B usa 0,5 unidade de I e 0,4 de II. Os lucros por unidades dos produtos A e B são \$ 8 e \$ 10, respectivamente. A demanda do produto A varia entre 30 e 150 unidades e a do produto B, entre 40 e 200 unidades. Determine um modelo de PL que permita determinar o lucro da empresa.

Questão 2 (Taha, pg. 10)

A Wild West produz dois tipos de chapéus de vaqueiro. O do tipo 1 requer duas vezes mais mão de obra do que a do tipo 2. Se todas as horas de trabalho forem dedicadas só ao do tipo 2, a empresa pode produzir 400 chapéus por dia. Os limites (máximos) de mercado respectivos para os dois tipos são 150 e 200 chapéus dia. O lucro é \$ 8 por chapéu do tipo 1 e \$ 5 por chapéu do tipo 2. Determine um modelo de PL que permita determinar o lucro da empresa.

Questão 3 (Adaptado de Taha, pg. 10)

No armazém de secos e molhados Ma-and-Pa, o espaço de prateleira é limitado e deve ser usado com efetividade para aumentar o lucro. Os dois itens de cereal A e B disputam o espaço de 60m². Uma caixa de A ocupa 0,2 m² e uma caixa de B ocupa 0,4 m². As demandas mínimas diárias de A e B são de 100 e 40 caixas cada. Uma caixa de A gera um lucro de \$ 1, e uma caixa de B, \$1,35. Determine um modelo de PL que permita determinar o lucro da empresa.

Questão 4

Uma fundição deve produzir exatamente 10 toneladas de um tipo de ferro-gusa, a partir de quantidades variadas de produtos (ingredientes) como: lingotes de ferro, grafite, restos de processos industriais e domiciliares. O ferro-gusa é composto de carbono, silício, (entre outros elementos). Os dados dos produtos estão na tabela a seguir, bem como deve ser a composição do ferro-gusa.

| Produtos Composição % | Lingotes | Grafite | Restos Industriais | Restos domiciliares | Composição Mínima |
|--|-----------------|----------------|---------------------------|----------------------------|--------------------------|
| Carbono | 0,5 | 0,9 | 0,5 | 0,15 | 0,43 |
| Silício | 0,2 | | 0,02 | 0,29 | 0,19 |
| Manganês | 0,23 | | 0,16 | 0,05 | 0,12 |
| Custo R\$/ton | 90 | 180 | 25 | 35 | |

Escreva um modelo de otimização linear para determinar as quantidades dos ingredientes na liga metálica de modo que o custo seja mínimo.

Questão 5

Certa fazenda usa no mínimo 800 kg de ração especial por dia. Essa ração é uma mistura de milho e soja com as composições elencadas na tabela abaixo.

| Ingrediente | kg de nutriente por kg de ingrediente | | Custo dos ingredientes (R\$/kg) |
|-------------|---------------------------------------|-------|---------------------------------|
| | Proteína | Fibra | |
| Milho | 0,09 | 0,02 | 0,30 |
| Soja | 0,6 | 0,06 | 0,90 |

Os requisitos nutricionais da ração especial são de no mínimo 30% de proteína e de no máximo 5% de fibra. A fazenda quer determinar a mistura de ingredientes que gera a ração de mínimo custo diário. Escreva um modelo de PL para resolver esse problema.

Questão 6 (Baseado em Taha, pg. 28)

Um hospital emprega voluntários para trabalhar na mesa de recepção entre 8 e 22h. Cada voluntário pode trabalhar em apenas um turno de quatro horas consecutivas durante o dia. O último turno começa às 18h. A necessidade mínima de voluntários é dada pela tabela abaixo. Como a maioria dos voluntários é de pessoas aposentadas, elas estão dispostas a oferecer seus serviços a qualquer hora do dia (das 8h às 22h). Contudo, devido ao grande número de instituições de caridade que disputam os serviços desses voluntários, o número total necessário deve ser mantido o mais baixo possível. Escreva um modelo de PL para resolver esse problema.

| | | | | | | | |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Horário: | 08:00 10:00 | 10:00 12:00 | 12:00 14:00 | 14:00 16:00 | 16:00 18:00 | 18:00 20:00 | 20:00 22:00 |
| Demanda: | 4 | 6 | 8 | 18 | 16 | 18 | 20 |

Questão 7 (Adaptado de Taha, pg. 28)

A Pacific Paper Company produz rolos de papel com uma largura de 20 pés cada. Pedidos especiais de clientes com larguras diferentes são produzidos pelo corte desses rolos. Em uma determinada semana a empresa recebeu a demanda descrita na tabela abaixo:

| <i>Pedido</i> | <i>Largura desejada (pés)</i> | <i>Quantidade de rolos</i> |
|---------------|-------------------------------|----------------------------|
| 1 | 9 | 300 |
| 2 | 7 | 200 |
| 3 | 5 | 150 |

A empresa precisa determinar a melhor forma de cortar os rolos de 20 pés de modo a atender a demanda da semana, usando a menor quantidade de rolos possível. Escreva um modelo de PL para resolver esse problema.

Modelo 1

Maximizar $8x_1 + 5x_2$

s.a.

$$2x_1 + x_2 \leq 400$$

$$x_1 \leq 150$$

$$x_2 \leq 200$$

Modelo 2

Minimizar $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$

s.a.

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 300$$

$$x_2 + 2x_4 + x_5 \geq 200$$

$$2x_3 + x_4 + 2x_5 + 4x_6 \geq 150$$

Modelo 3

Maximizar $8x_A + 10x_B$

s.a:

$$0.5x_A + 0.5x_B \leq 150$$

$$0.6x_A + 0.4x_B \leq 145$$

$$x_A \geq 30$$

$$x_A \leq 150$$

$$x_B \geq 40$$

$$x_B \leq 200$$

Modelo 4

Minimizar $90x_1 + 180x_2 + 25x_3 + 35x_4$

s.a:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

$$0.5x_1 + 0.9x_2 + 0.5x_3 + 0.15x_4 \geq 0.43 * 10$$

$$0.2x_1 + 0.02x_3 + 0.29x_4 \geq 0.19 * 10$$

$$0.23x_1 + 0.16x_3 + 0.05x_4 \geq 0.12 * 10$$

Modelo 5

$$\text{Min. } f = \sum_{j=1}^{11} x_j$$

s.a.

$$x_1 \geq 4$$

$$x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 6$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 6$$

$$x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 8$$

$$x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 8$$

$$x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 18$$

$$x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \geq 18$$

$$x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 16$$

$$x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} \geq 16$$

$$x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 18$$

$$x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 18$$

$$x_{10} + x_{11} \geq 20$$

$$x_{11} \geq 20$$

Modelo 6

Maximizar $1x_A + 1.35x_B$

s.a.

$$0.2x_A + 0.4x_B \leq 60$$

$$x_A \geq 100$$

$$x_B \geq 40$$

Modelo 7

Minimizar $0.3x_1 + 0.9x_2$

s.a.

$$x_1 + x_2 \geq 800$$

$$0.09x_1 + 0.6x_2 \geq 0.3 * (x_1 + x_2)$$

$$0.02x_1 + 0.06x_2 \leq 0.05 * (x_1 + x_2)$$