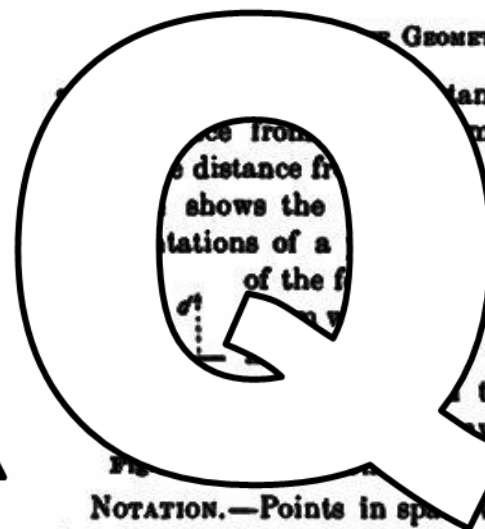


# ARQ

1. PLANOS
2. CLASSIFICAÇÃO DE PLANOS
3. PERTINENCIA DE RETA A PLANOS



GEOMETRY.

9

distance from  $p$  to  $V$ .

meas-

distance from  
shows the  
positions of a  
of the f

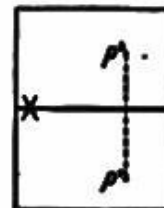


Fig. 2.

the same perpen-  
may be taken as the  
ent in space.

**NOTATION.**—Points in space will be designated by the small letters, as  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . The  $V$  projections by the same letters with the exponent  $v$ , as  $a^v$ ,  $b^v$ ,  $c^v$ . The  $H$  projections with the same letters with the exponent  $h$ , as  $a^h$ ,  $b^h$ ,  $c^h$ . Successive positions of the same points will be denoted by subscripts, as  $a_1^h$ ,  $a_2^h$ ,  $a_3^h$ .

**PROBLEM 1.**—Having the direction and distance of a point in space, from  $H$  and  $V$  to draw its projections.

Draw any perpendicular line  $X$  (above if the point be above  $H$ , below if the point be below  $H$ ) the distance of the point from  $H$ ; this will be the projection of the point on the  $H$  plane. On the same perpendicular line set off the distance of the point from  $V$  to draw its projection on the  $V$  plane.

# 201

## AVISOS

---

1. NÃO HAVERÁ AULAS PRÁTICAS (CAD E PRANCHETA) PARA A TURMA PRÁTICA P5 ESTA SEMANA. LIBERADOS PARA AS ATIVIDADES DO SAI 2019.
2. ENTREGA DOS TRABALHOS DE CAD (CORTE) FICAM POSTERGADAS PARA A PRÓXIMA SEMANA.
3. SEMANA QUE VEM, 28/10, NÃO HAVERÁ AULA - DIA DO SERVIDOR PÚBLICO



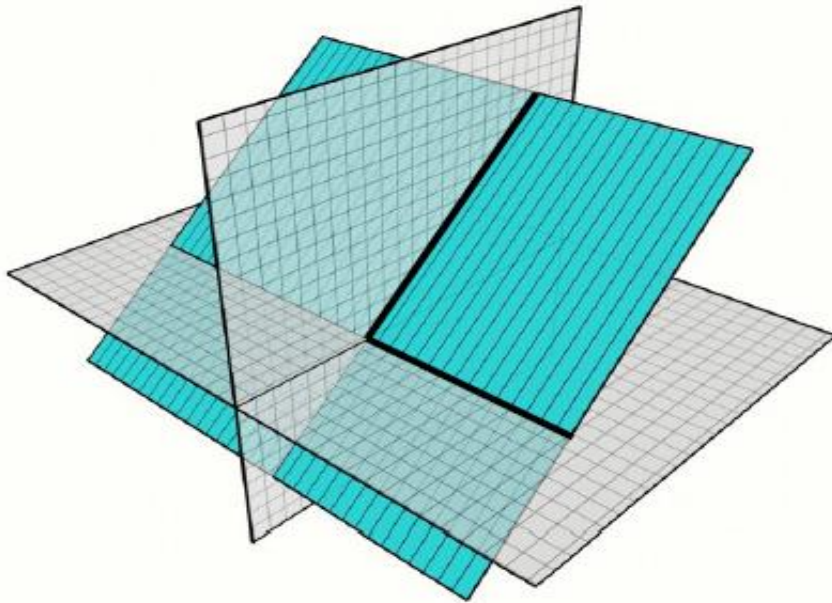
# PLANOS



# PLANOS

NO SISTEMA DE PROJEÇÕES IREMOS ENCONTRAR DUAS SITUAÇÕES ENVOLVENDO PLANOS:

- 1) QUANDO TRATAMOS DA ENTIDADE ABSTRATA "PLANO" QUE É INFINITA, SEM LIMITES;
- 2) QUANTO TRATAMOS DE UMA ÁREA DEFINIDA DENTRO DESTA ABSTRAÇÃO: UMA "FIGURA PLANA".



PLANO VERTICAL, INFINITO, CRUZA TODOS DIEDROS. GERA **TRAÇOS DO PLANO** NOS PLANOS DE PROJEÇÃO.

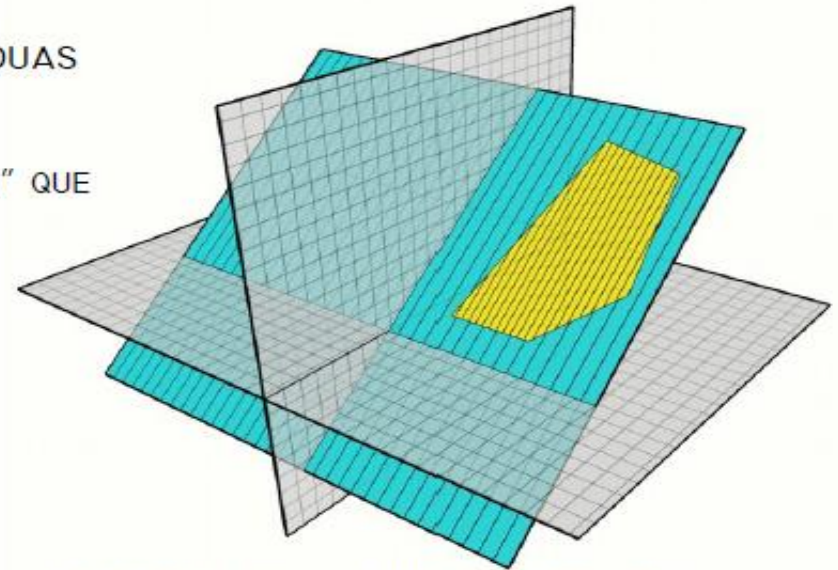
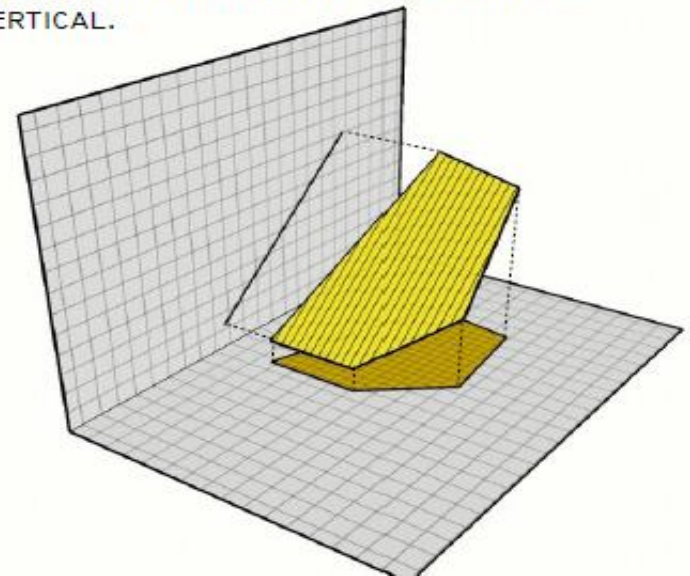


FIGURA PLANA, PERTENCENTE A UM PLANO VERTICAL.



# REPRESENTAÇÃO



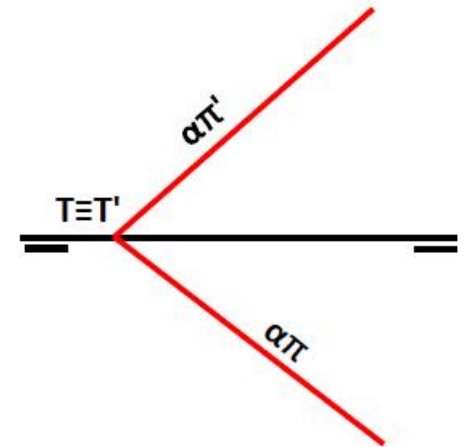
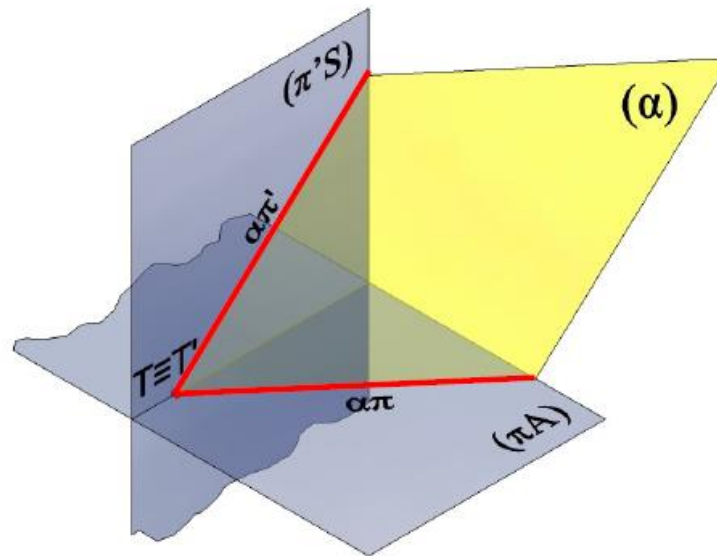
# PLANOS

A REPRESENTAÇÃO DOS PLANOS EM ÉPURA SERÁ DADA PELOS SEUS **TRAÇOS**.

**TRAÇOS** DE UM PLANO É A INTERSEÇÃO DESSE PLANO COM OS PLANOS DE PROJEÇÕES.

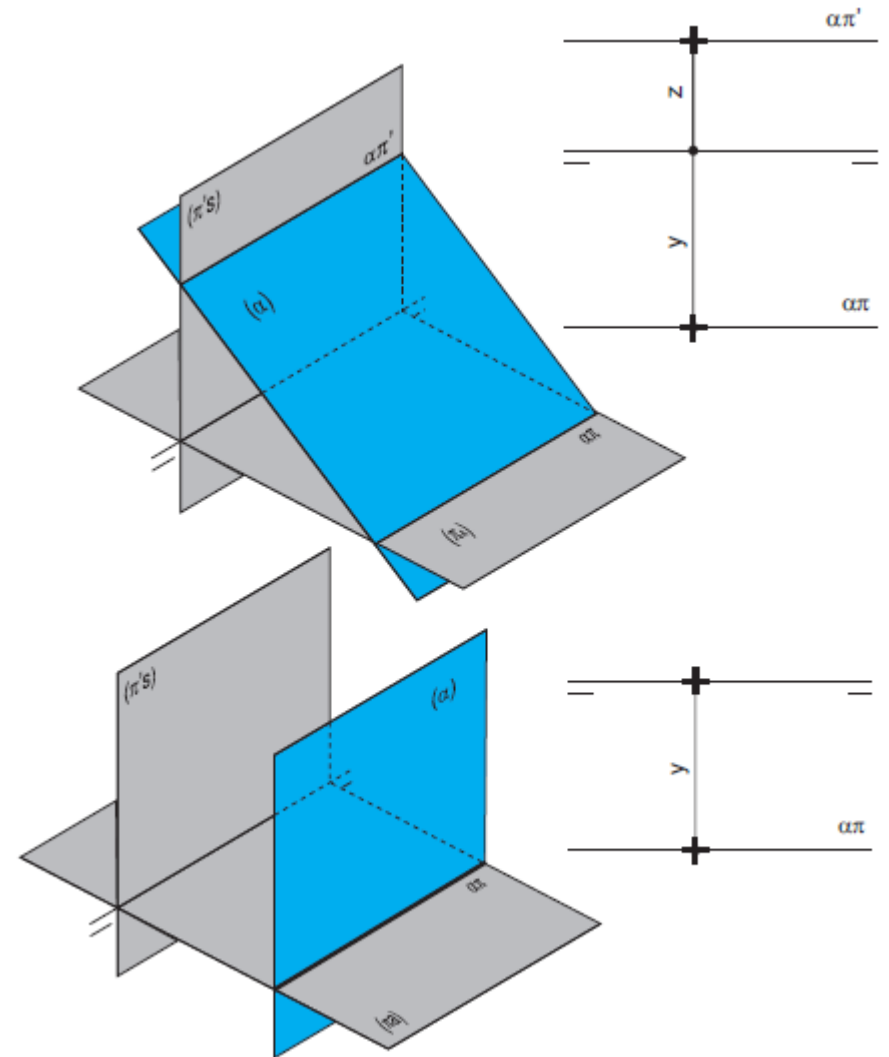
$\alpha\pi'$  É A INTERSEÇÃO DE  $\alpha$  COM  $\pi'$

$\alpha\pi$  É A INTERSEÇÃO DE  $\alpha$  COM  $\pi$



# PLANOS

UM PLANO PODE POSSUIR UM OU DOIS TRAÇOS.

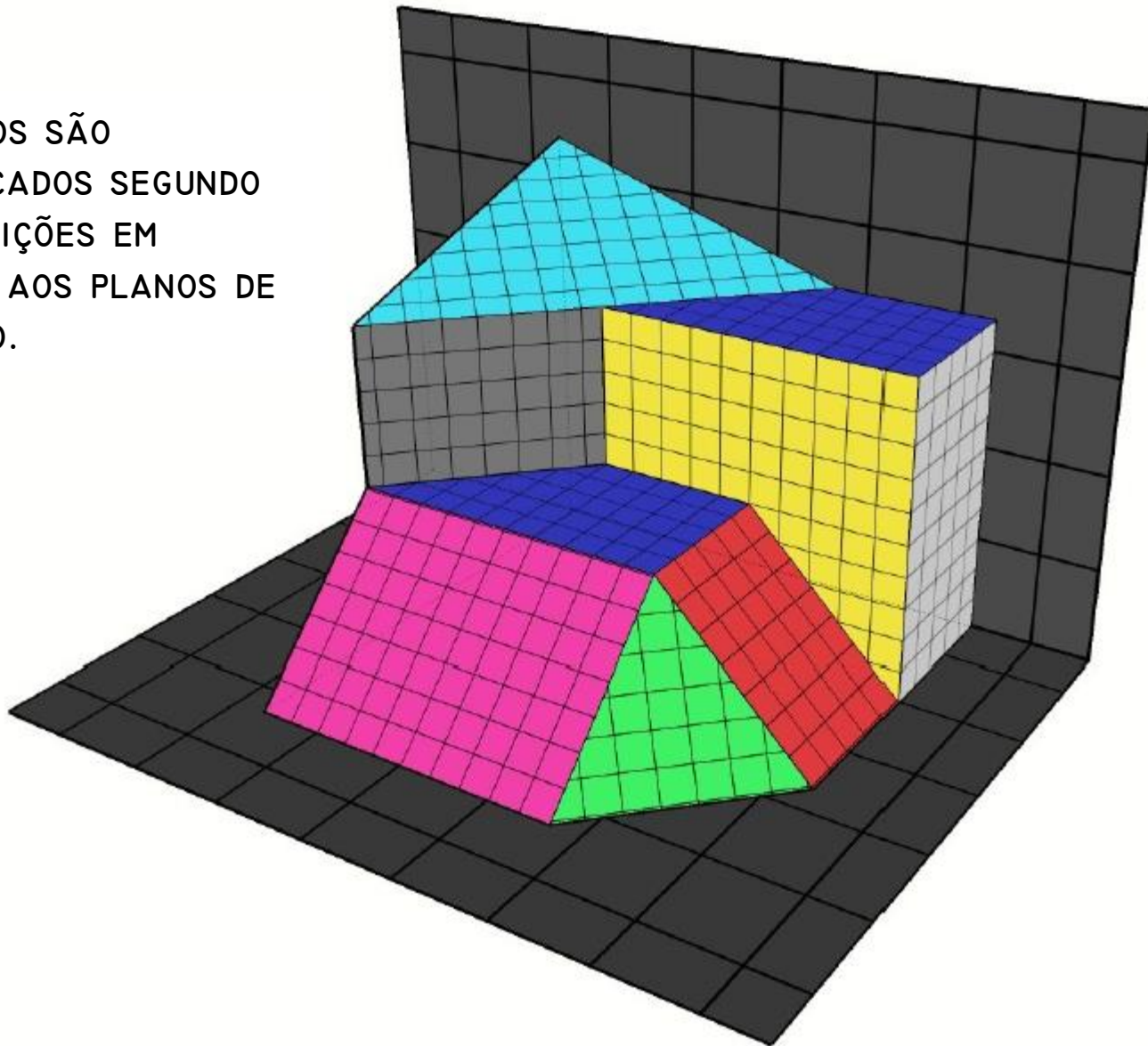




## PLANOS - CLASSIFICAÇÃO

---

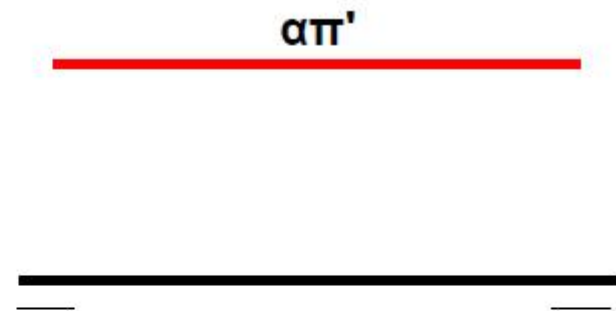
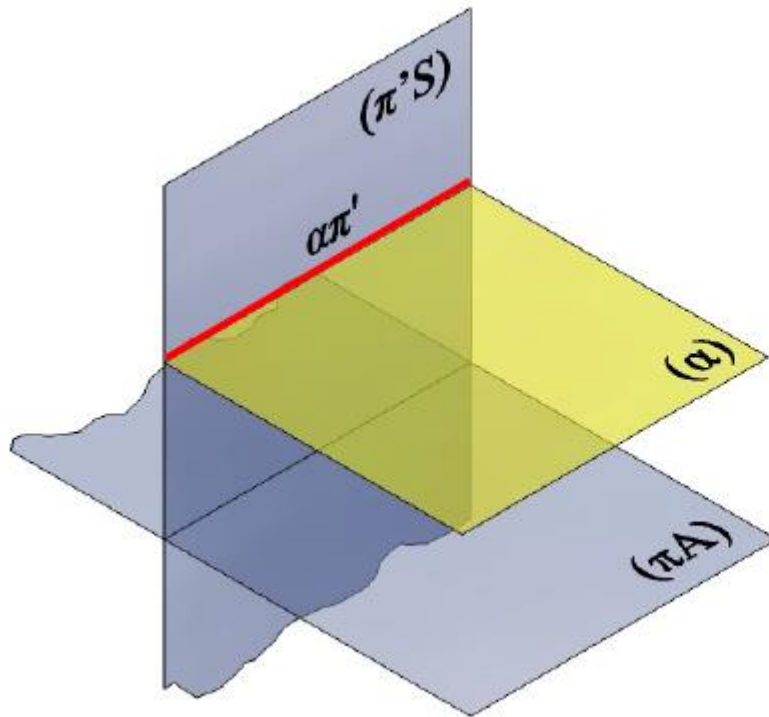
OS PLANOS SÃO  
CLASSIFICADOS SEGUNDO  
SUAS POSIÇÕES EM  
RELAÇÃO AOS PLANOS DE  
PROJEÇÃO.





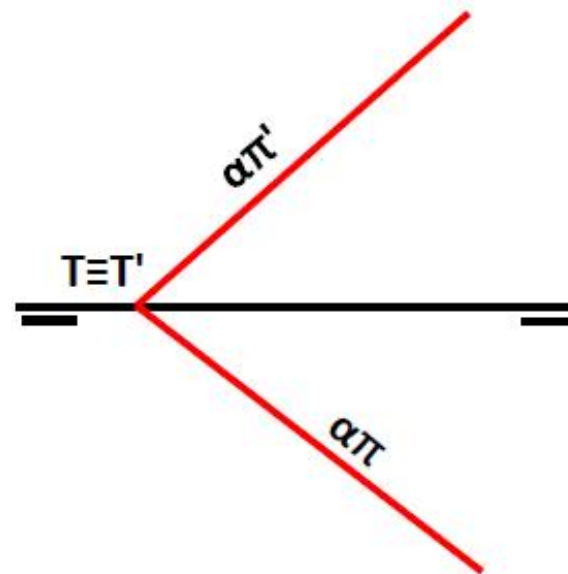
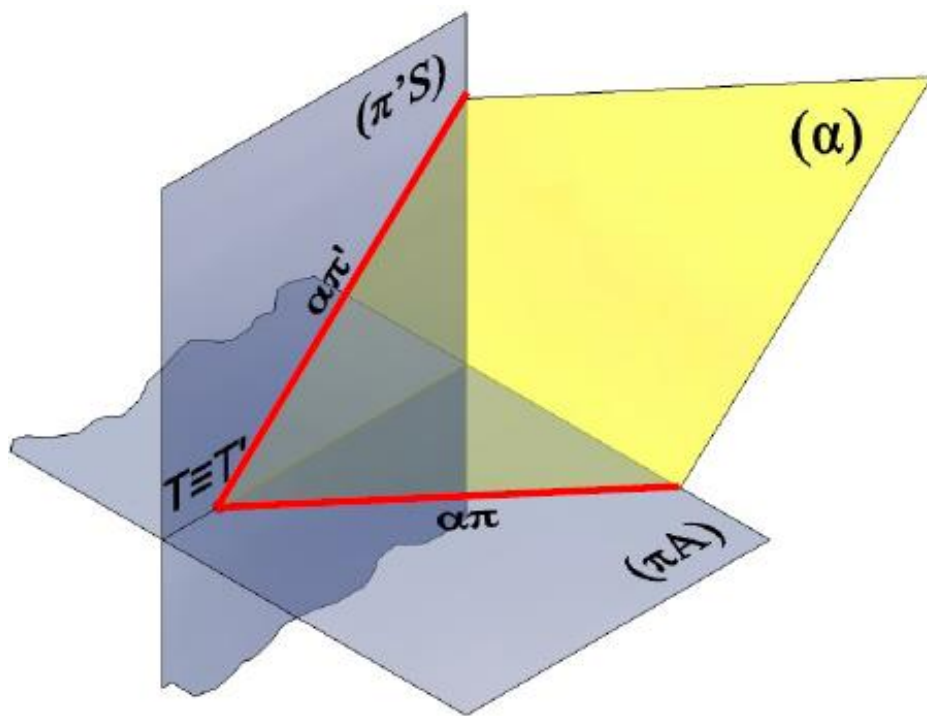
## PLANOS - CLASSIFICAÇÃO

**PLANO HORIZONTAL (OU DE NÍVEL):** É O PLANO PARALELO AO PLANO HORIZONTAL DE PROJEÇÕES. É CARACTERIZADO POR POSSUIR APENAS O TRAÇO VERTICAL, PARALELO À LINHA DE TERRA.



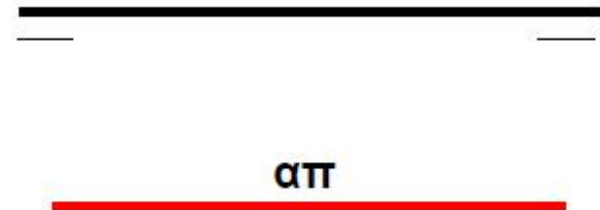
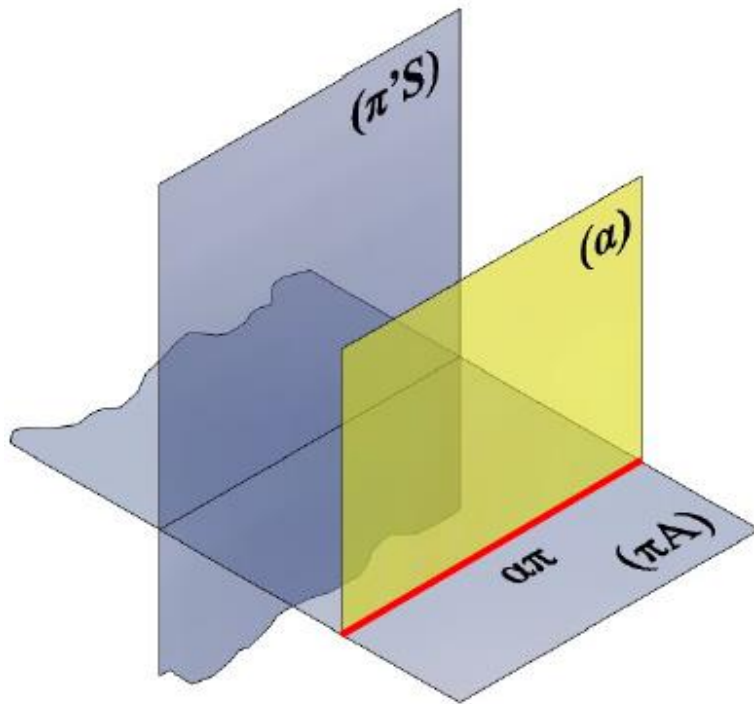
## PLANOS - CLASSIFICAÇÃO

**PLANO QUALQUER:** É O PLANO OBLÍQUO A AMBOS OS PLANOS DE PROJEÇÃO.  
O PONTO (T) É A INTERSEÇÃO DAS RETAS QUE REPRESENTAM OS DOIS TRAÇOS - SEMPRE ACONTECE SOBRE A LINHA DE TERRA.



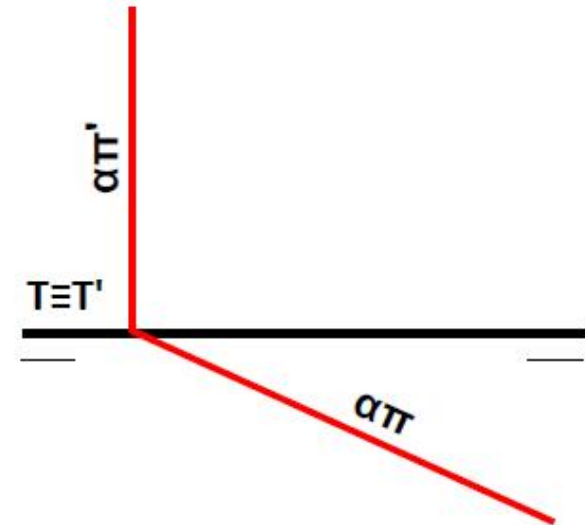
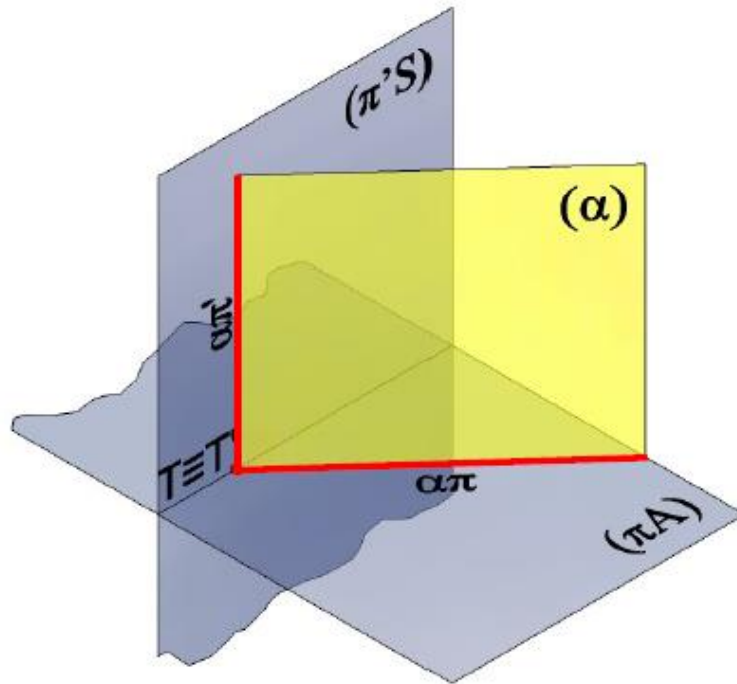
## PLANOS - CLASSIFICAÇÃO

**PLANO FRONTAL:** É O PLANO PARALELO AO PLANO VERTICAL. É CARACTERIZADO POR POSSUIR APENAS O TRAÇO HORIZONTAL, PARALELO À LINHA DE TERRA.



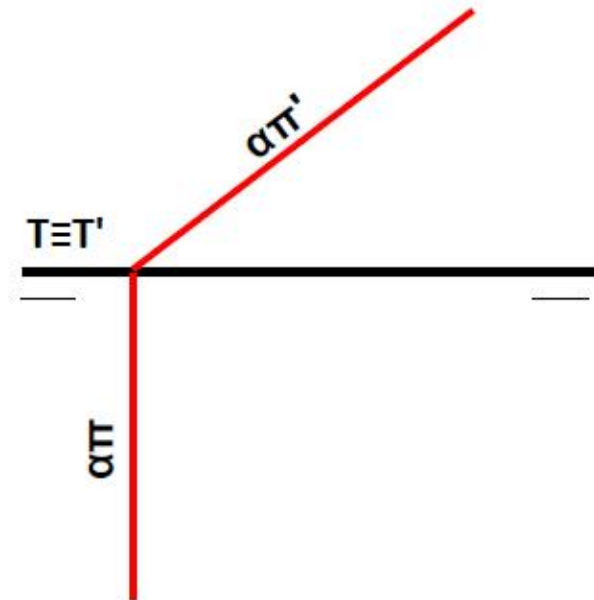
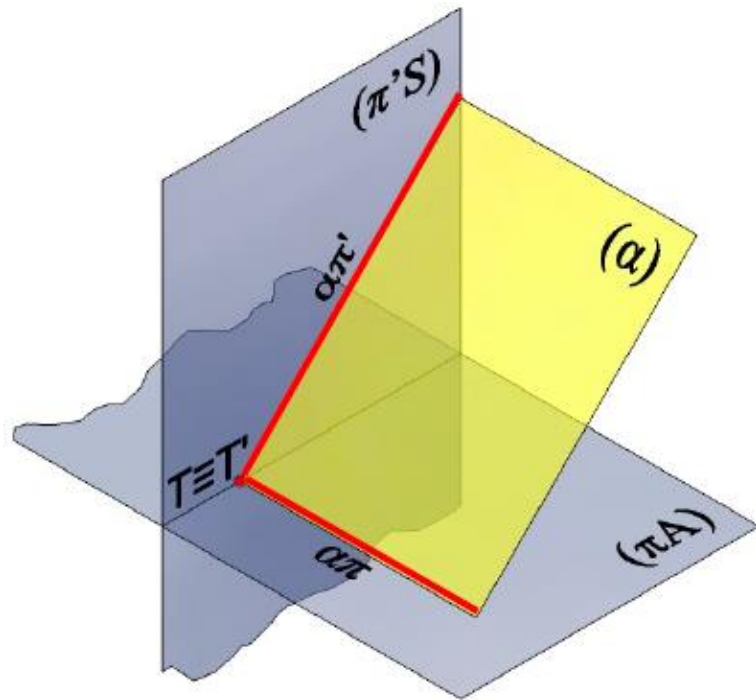
## PLANOS - CLASSIFICAÇÃO

**PLANO VERTICAL:** É O PLANO PERPENDICULAR AO PLANO HORIZONTAL E OBLÍQUO AO VERTICAL. É CARACTERIZADO POR POSSUIR O TRAÇO VERTICAL PERPENDICULAR À LINHA DE TERRA.



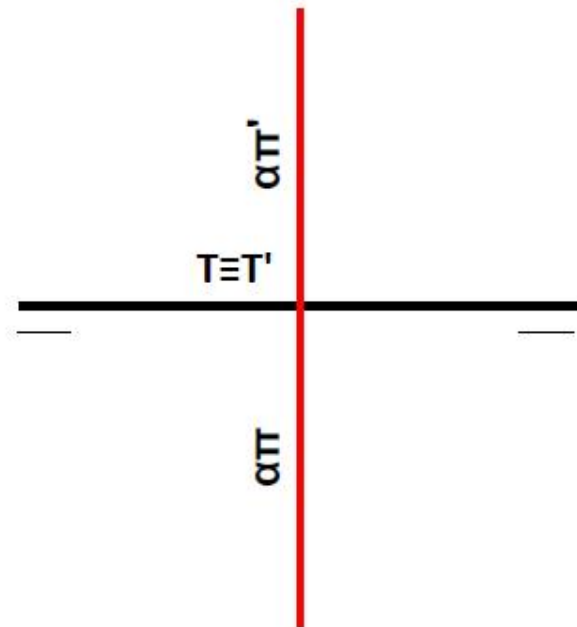
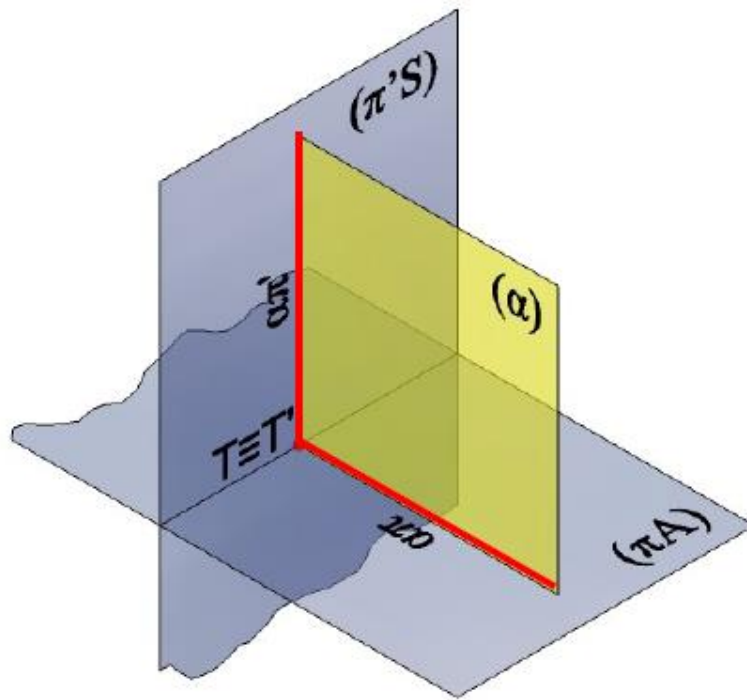
## PLANOS - CLASSIFICAÇÃO

**PLANO DE TOPO:** É O PLANO PERPENDICULAR AO PLANO VERTICAL DE PROJEÇÕES E OBLÍQUO AO HORIZONTAL. É CARACTERIZADO POR POSSUIR O TRAÇO HORIZONTAL PERPENDICULAR À LINHA DE TERRA.

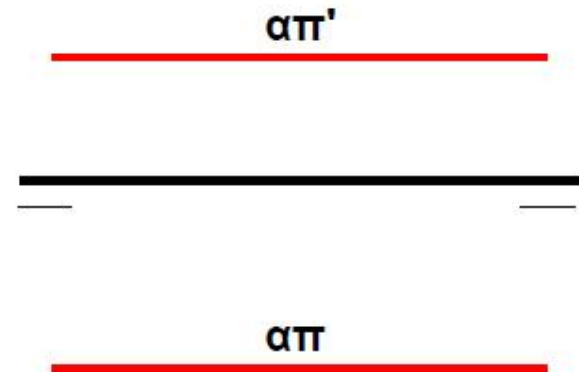
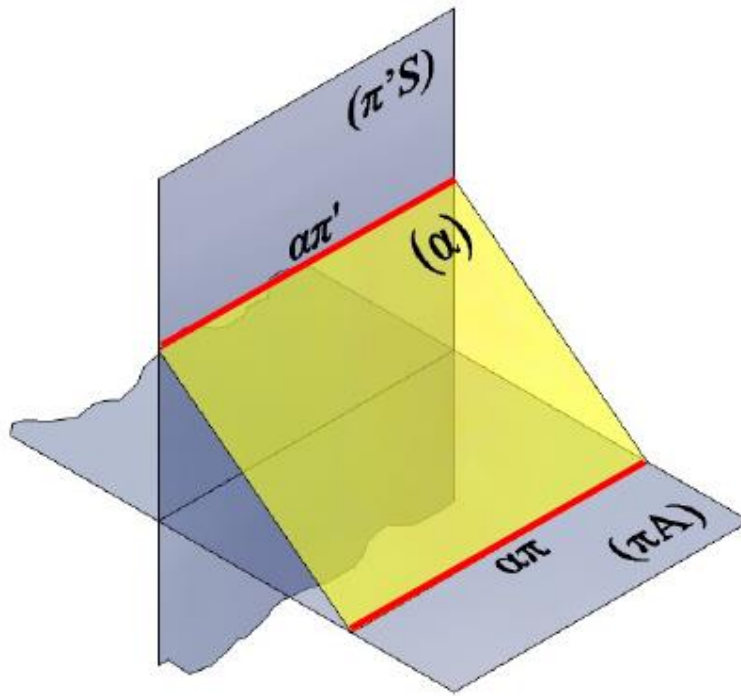


## PLANOS - CLASSIFICAÇÃO

**PLANO DE PERFIL:** É O PLANO PERPENDICULAR AOS DOIS PLANOS DE PROJEÇÃO. SUA ÉPURA É CARACTERIZADA POR POSSUIR AMBOS OS TRAÇOS EM COINCIDÊNCIA, PERPENDICULARES À LINHA DE TERRA.

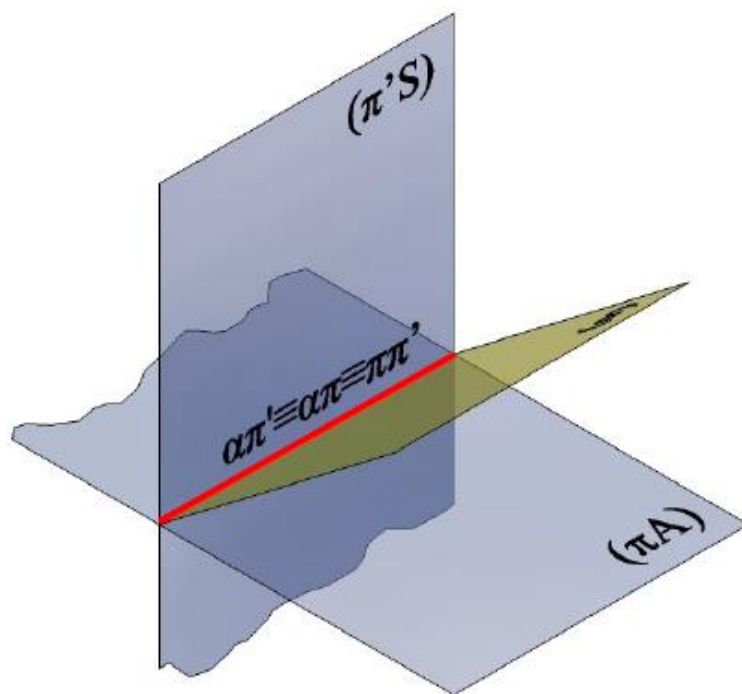


**PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA (OU PLANO DE RAMPA):** É O PLANO OBLÍQUO AOS DOIS PLANOS DE PROJEÇÃO EM UMA POSIÇÃO PARTICULAR. SEUS TRAÇOS SÃO PARALELOS À LINHA DE TERRA.





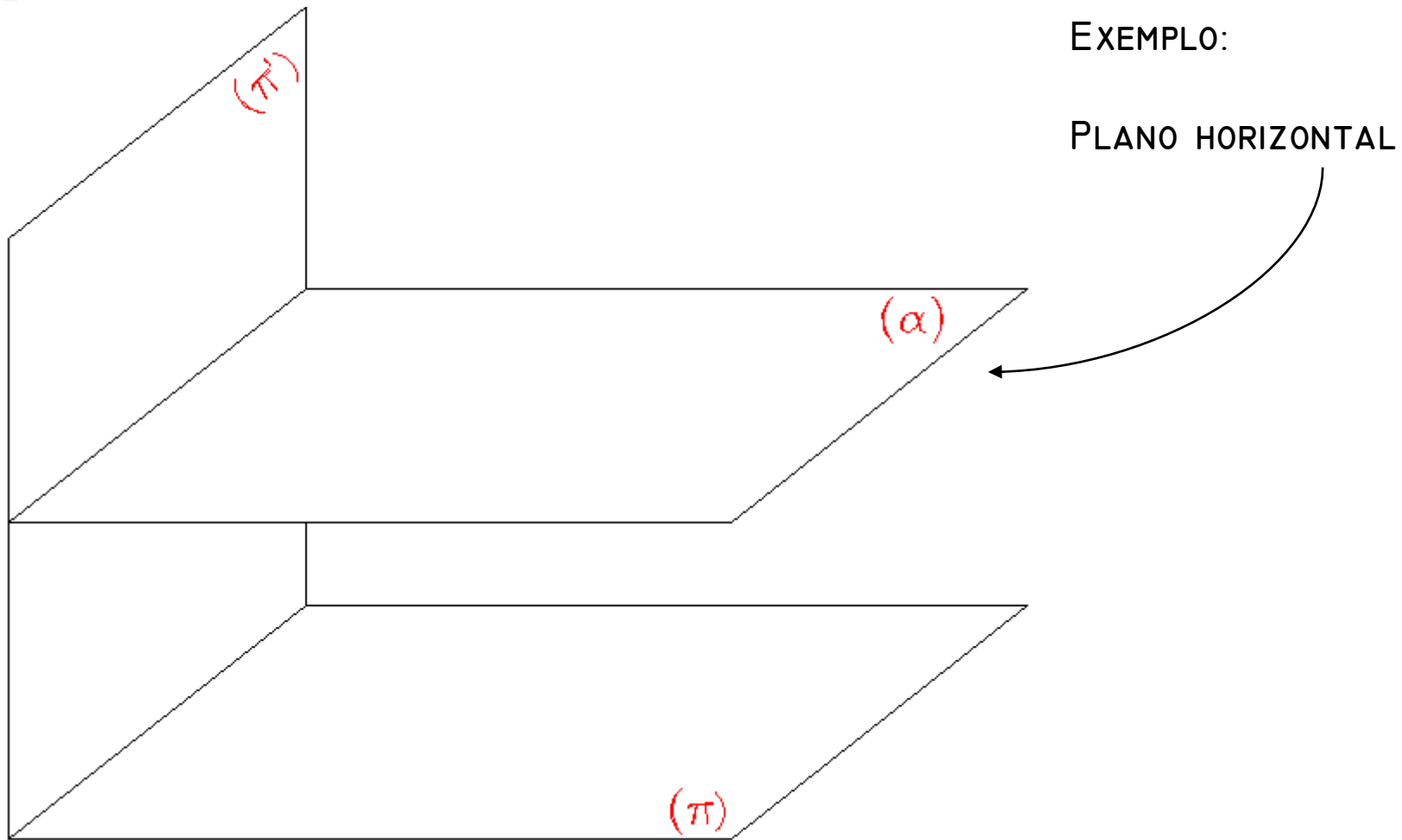
**PLANO QUE CONTÉM A LINHA DE TERRA:** É O PLANO QUE PASSA PELA LINHA DE TERRA. SUA ÉPURA É CARACTERIZADA POR POSSUIR AMBOS OS TRAÇOS COINCIDENTES SOBRE A LINHA DE TERRA.



$$\underline{\alpha\pi' \equiv \alpha\pi \equiv \pi\pi'}$$

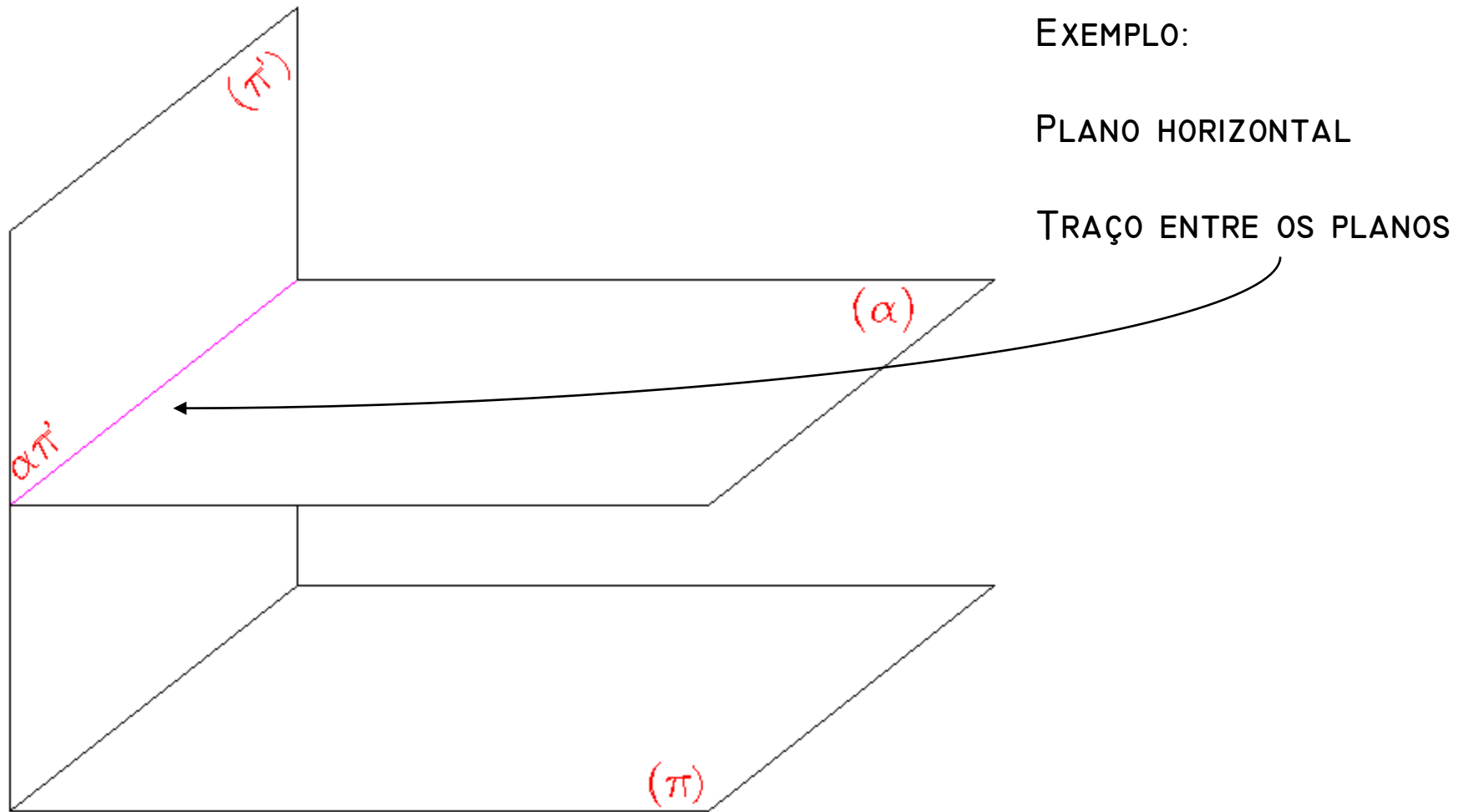
## PERTINÊNCIA DE RETA E PLANO

UM PLANO NÃO PODE CONTER SENÃO DETERMINADAS RETAS.



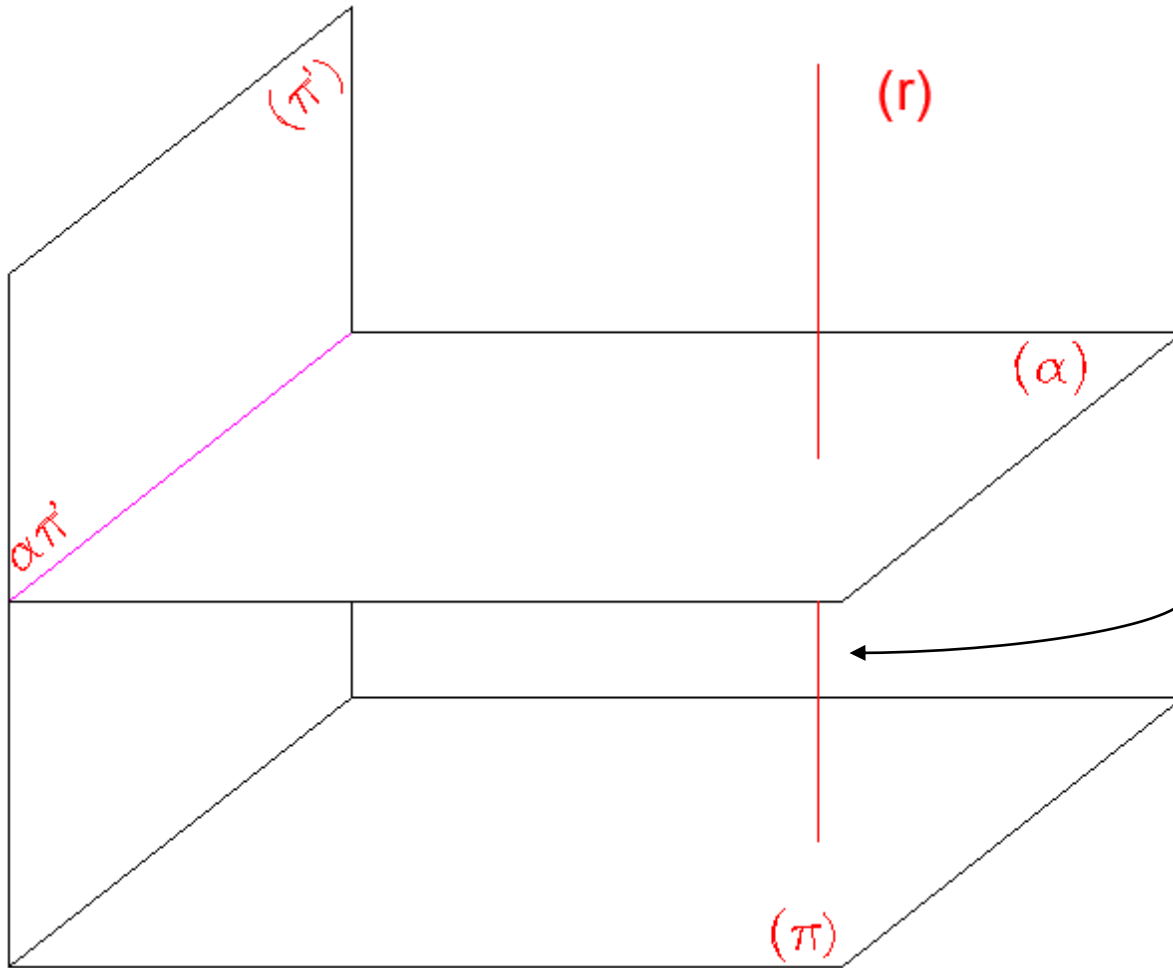
## PERTINÊNCIA DE RETA E PLANO

UM PLANO NÃO PODE CONTER SENÃO DETERMINADAS RETAS.



## PERTINÊNCIA DE RETA E PLANO

UM PLANO NÃO PODE CONTER SENÃO DETERMINADAS RETAS.



EXEMPLO:

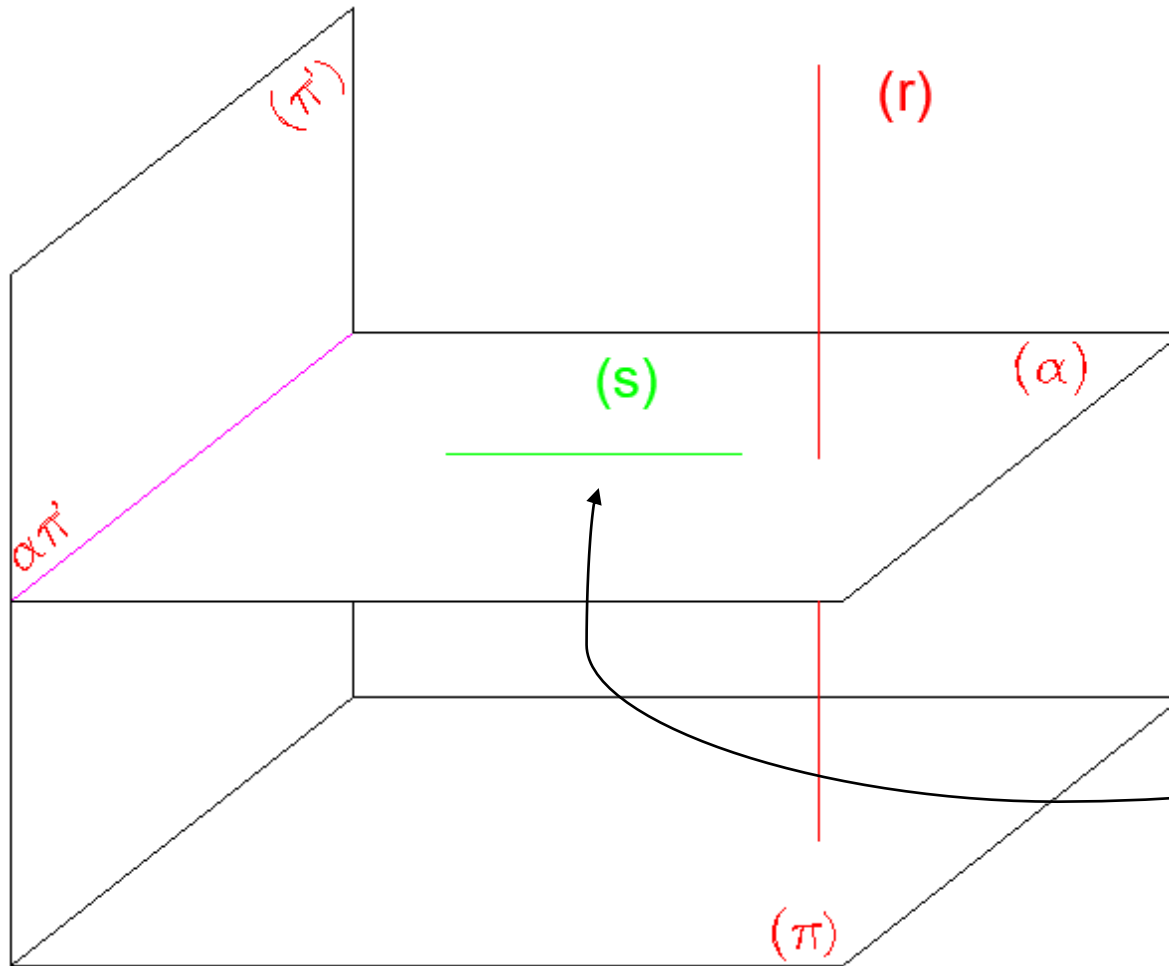
PLANO HORIZONTAL

TRAÇO ENTRE OS PLANOS

PLANO HORIZONTAL NÃO  
CONTÉM A RETA VERTICAL  
(R)

## PERTINÊNCIA DE RETA E PLANO

UM PLANO NÃO PODE CONTER SENÃO DETERMINADAS RETAS.



EXEMPLO:

PLANO HORIZONTAL

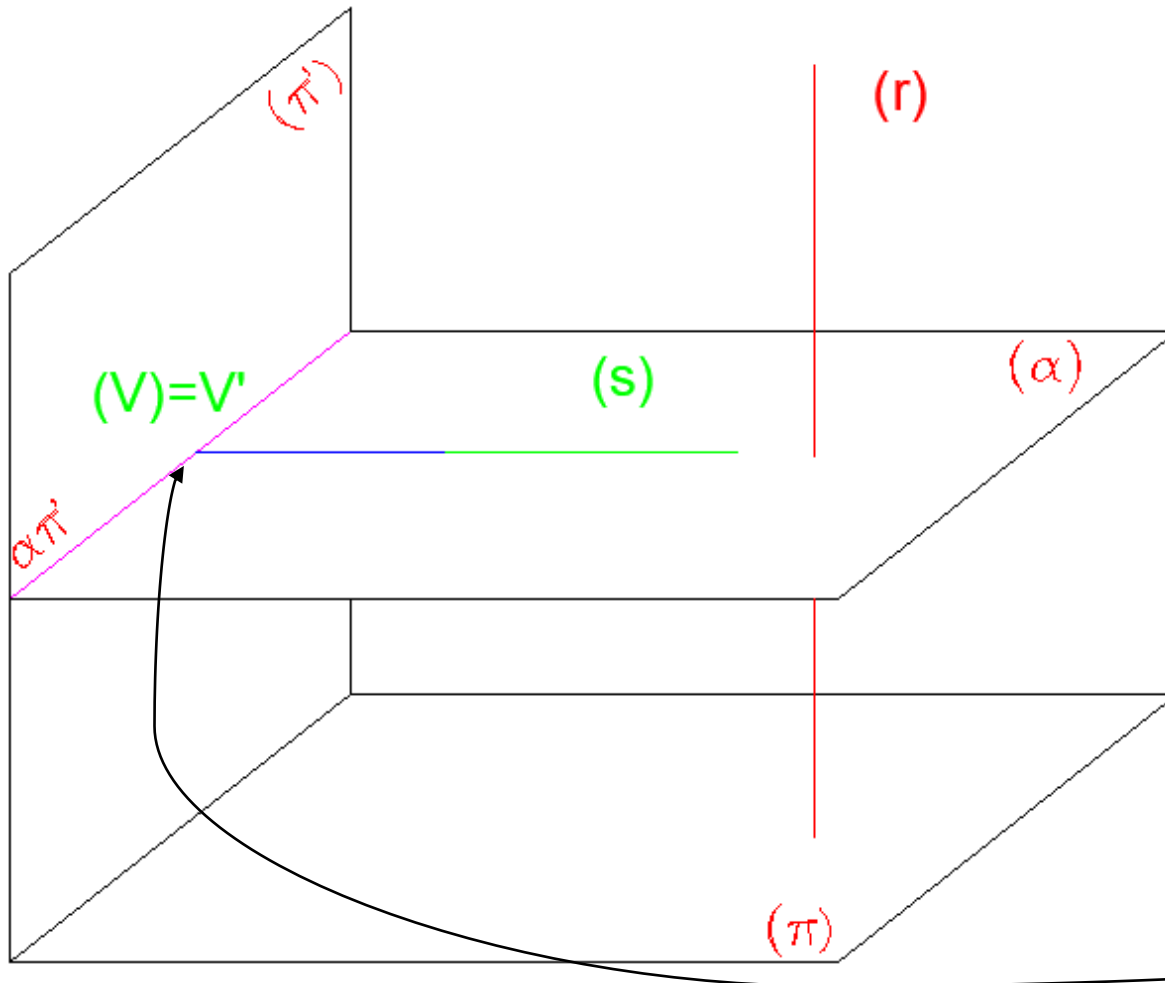
TRAÇO ENTRE OS PLANOS

PLANO HORIZONTAL NÃO  
CONTÉM A RETA VERTICAL  
(R)

PORÉM CONTÉM A RETA DE  
TOPO (S)

## PERTINÊNCIA DE RETA E PLANO

UM PLANO NÃO PODE CONTER SENÃO DETERMINADAS RETAS.



EXEMPLO:

PLANO HORIZONTAL

TRAÇO ENTRE OS PLANOS

PLANO HORIZONTAL NÃO  
CONTÉM A RETA VERTICAL  
(R)

PORÉM CONTÉM A RETA DE  
TOPO (S)

A QUAL TEM SEU TRAÇO (V)  
SOBRE O TRAÇO VERTICAL DO  
PLANO - **REGRA GERAL**

### REGRA GERAL

UMA RETA PERTENCE A UM PLANO QUANDO POSSUI OS SEUS TRAÇOS SOBRE OS TRAÇOS CORRESPONDENTES DO PLANO

*EXCEÇÃO: PLANO QUE PASSA PELA LINHA DE TERRA*



### I) RETAS DE PLANO QUALQUER

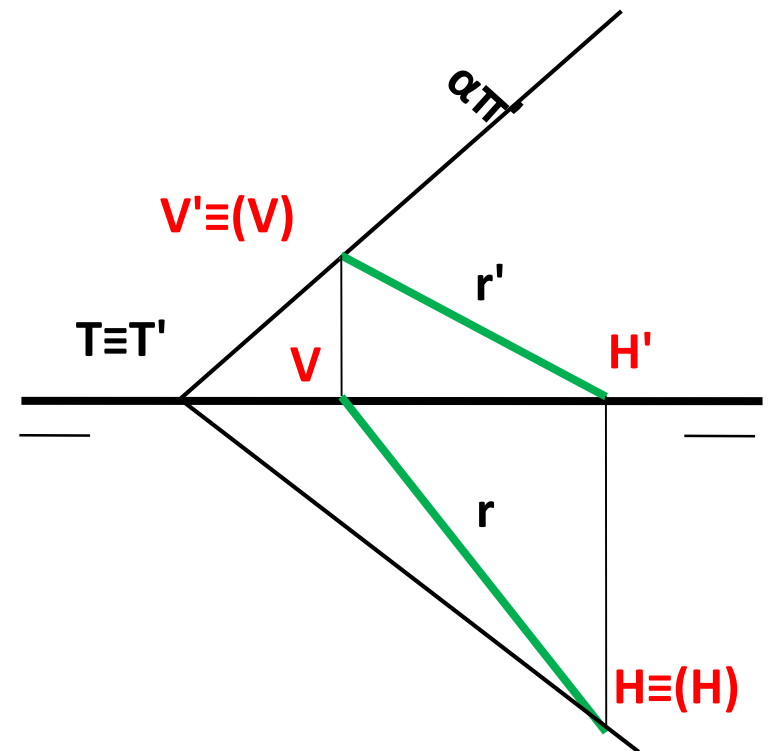
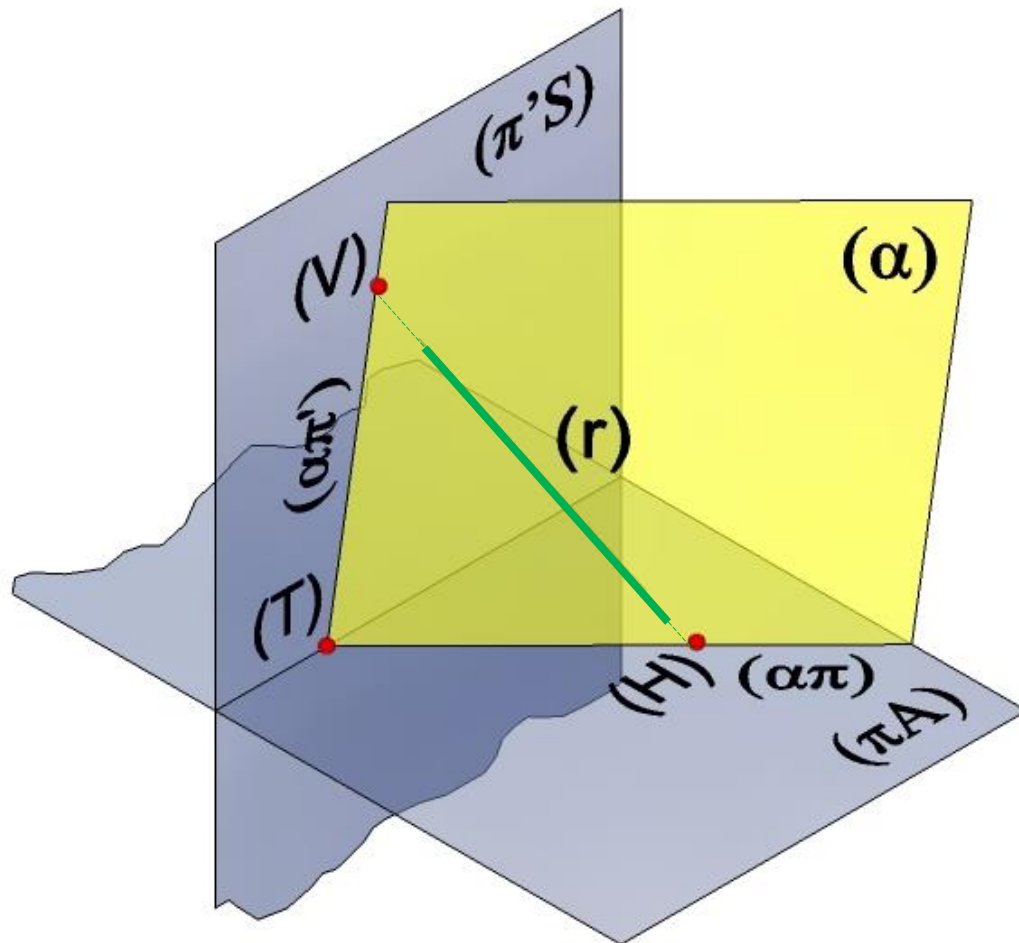
UM PLANO QUALQUER SENDO OBLÍQUO AOS DOIS PLANOS DE PROJEÇÃO, PODERÁ CONTER AS RETAS QUE TAMBÉM SEJAM OBLÍQUAS A ELES OU, NO MÍNIMO, A UM DELES.

SÃO ELAS:

- QUALQUER
- HORIZONTAL
- FRONTAL
- DE PERFIL

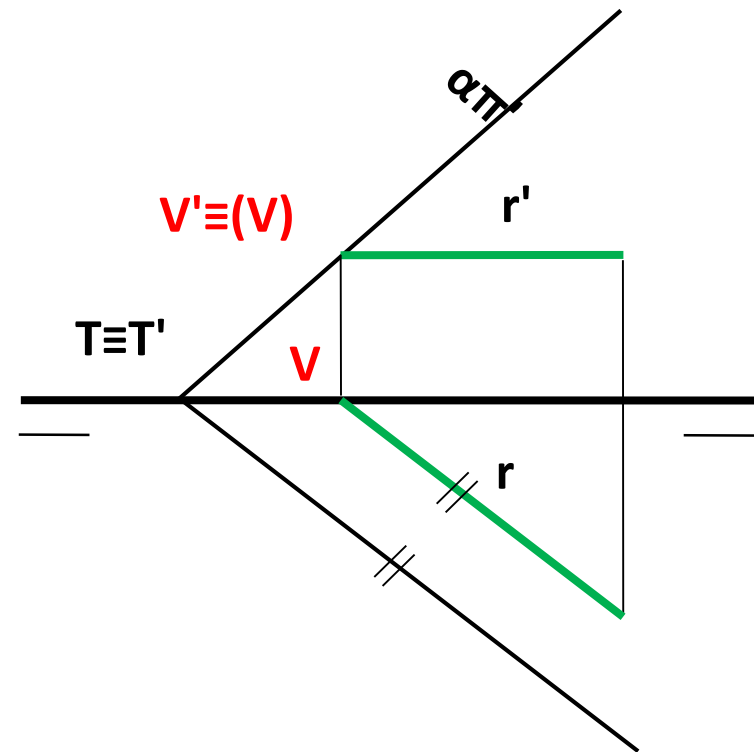
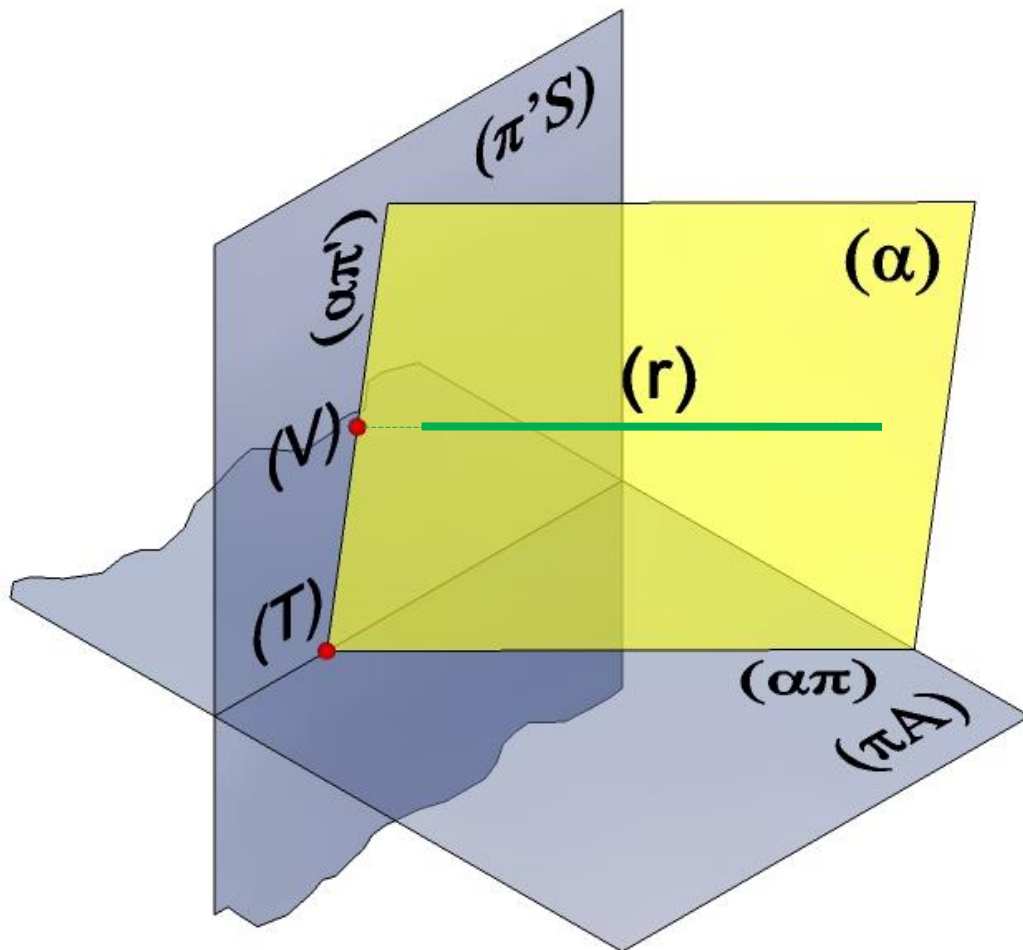
## I) RETAS DE PLANO QUALQUER

### RETA QUALQUER



## I) RETAS DE PLANO QUALQUER

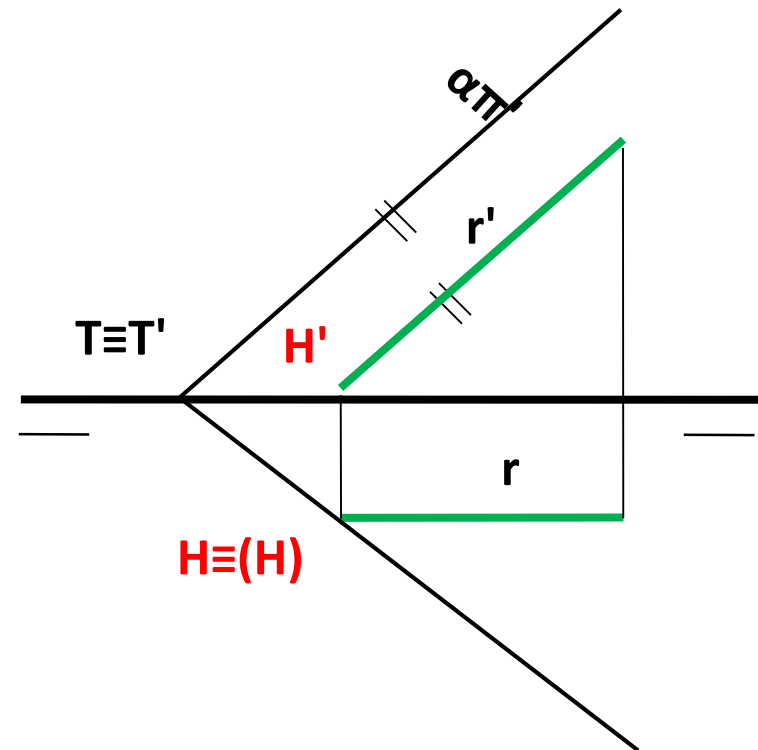
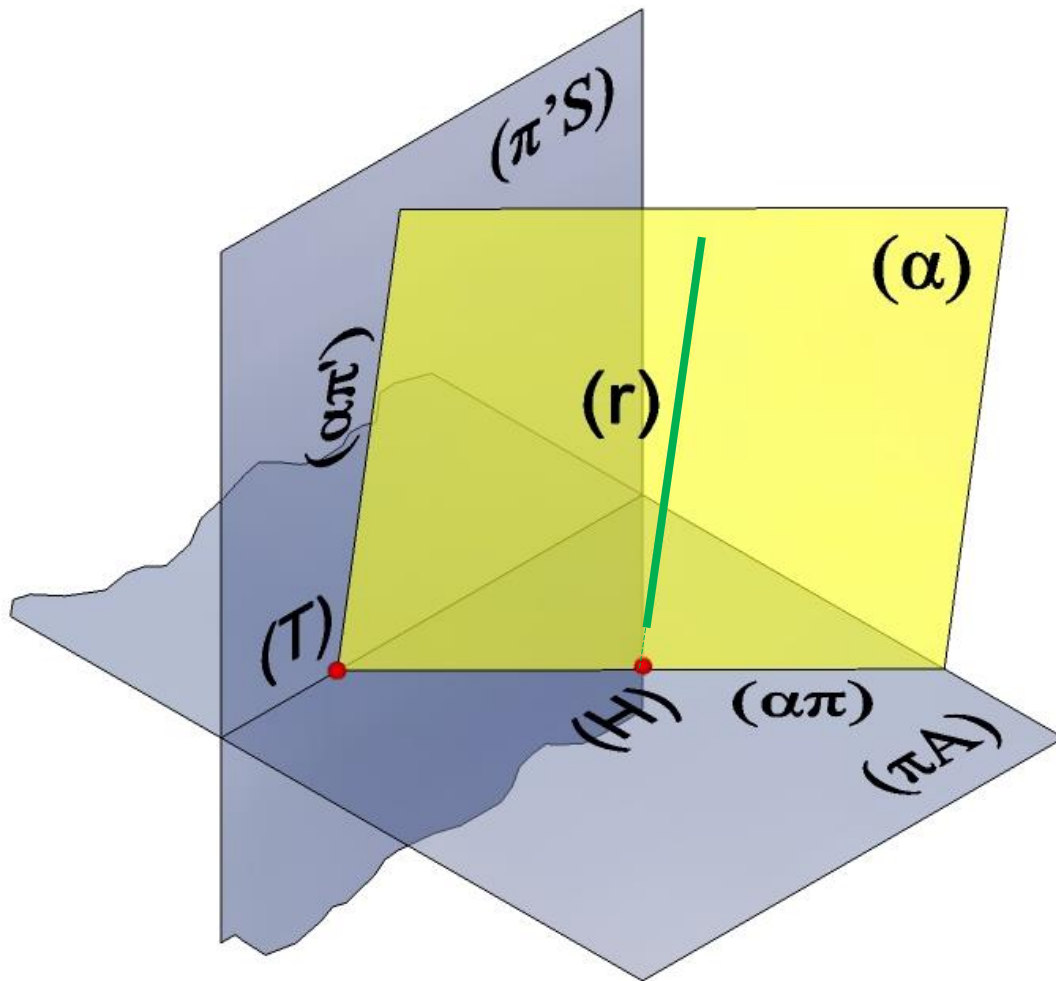
### RETA HORIZONTAL



# PERTINÊNCIA DE RETA E PLANO

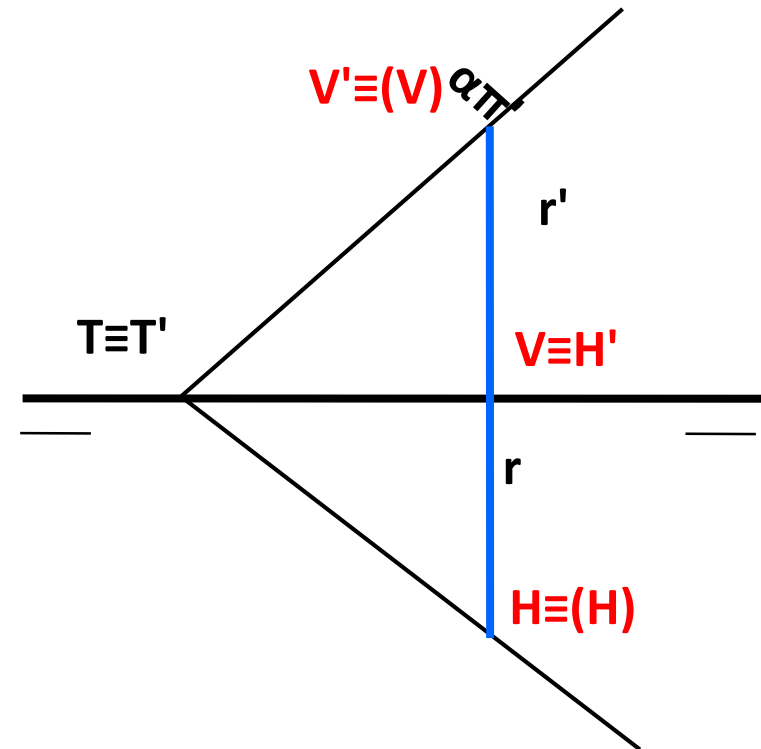
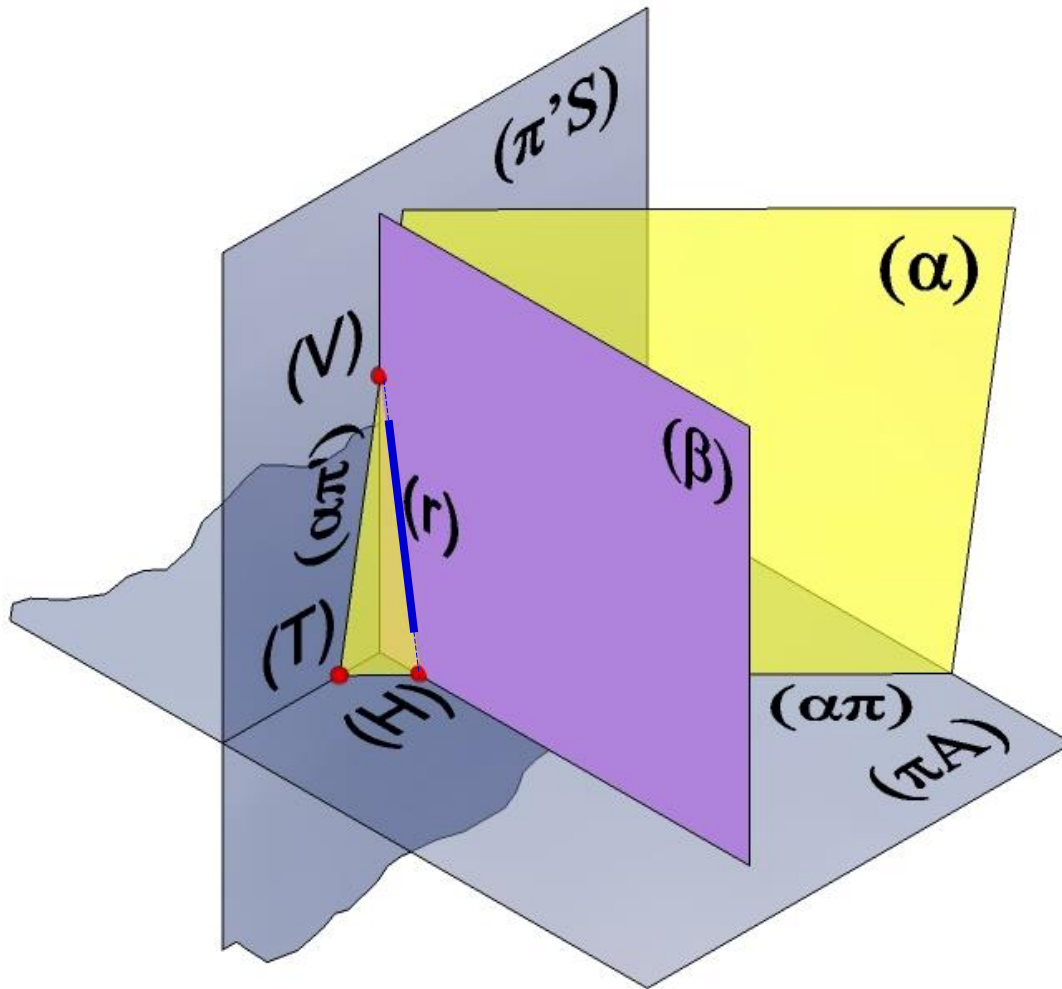
## I) RETAS DE PLANO QUALQUER

### RETA FRONTAL



## 1) RETAS DE PLANO QUALQUER

## RETA DE PERFIL



### 2) RETAS DE PLANO HORIZONTAL

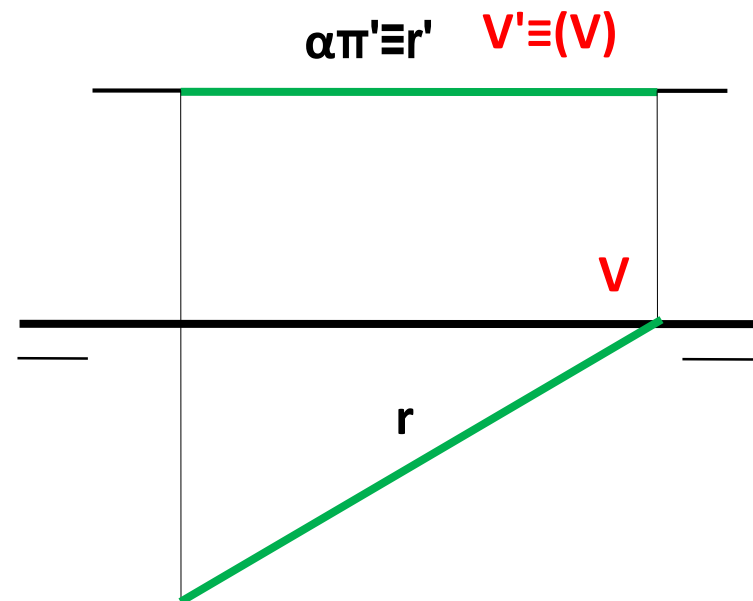
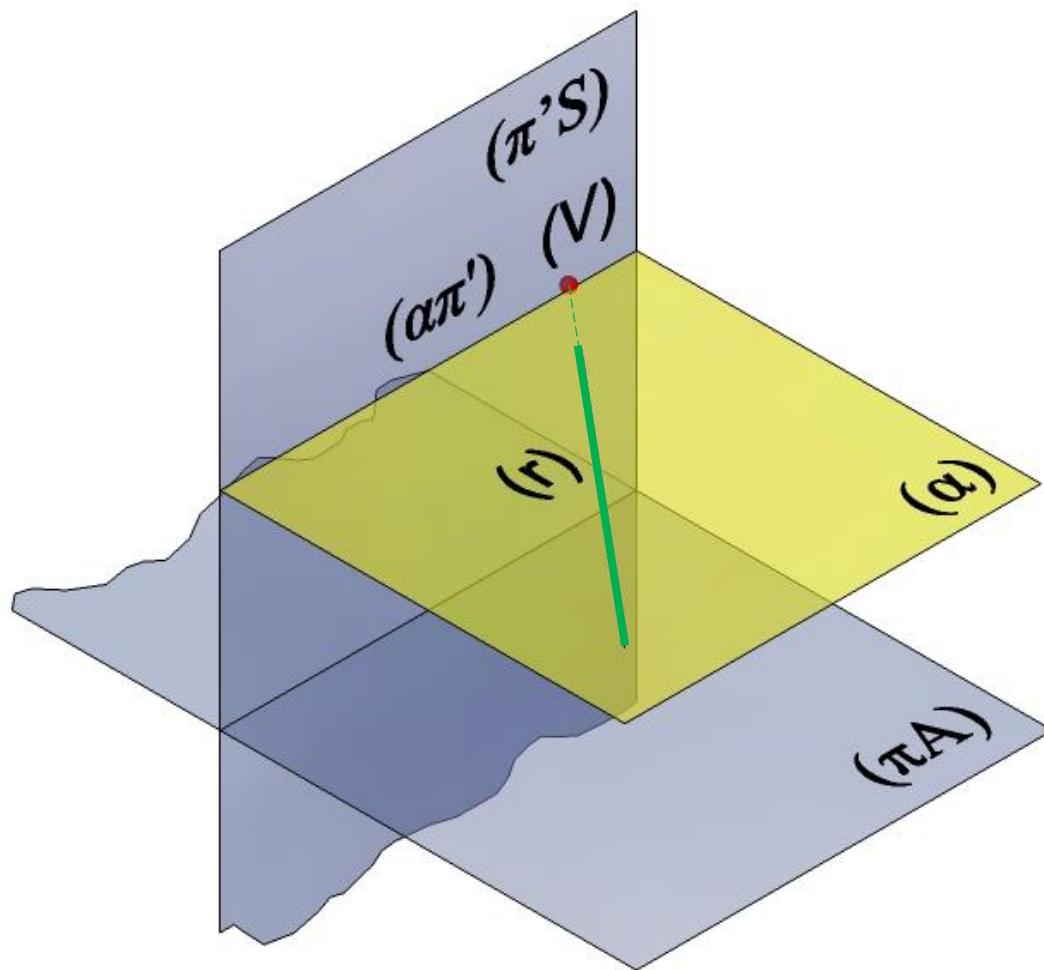
COMO O PLANO HORIZONTAL É PARALELO AO PLANO HORIZONTAL DE PROJEÇÃO, ENTÃO ELE SÓ PODERÁ CONTER RETAS QUE TAMBÉM SEJAM PARALELAS AO PLANO HORIZONTAL DE PROJEÇÕES.

SÃO ELAS:

- HORIZONTAL
- FRONTOHORIZONTAL
- DE TOPO

## 2) RETAS DE PLANO HORIZONTAL

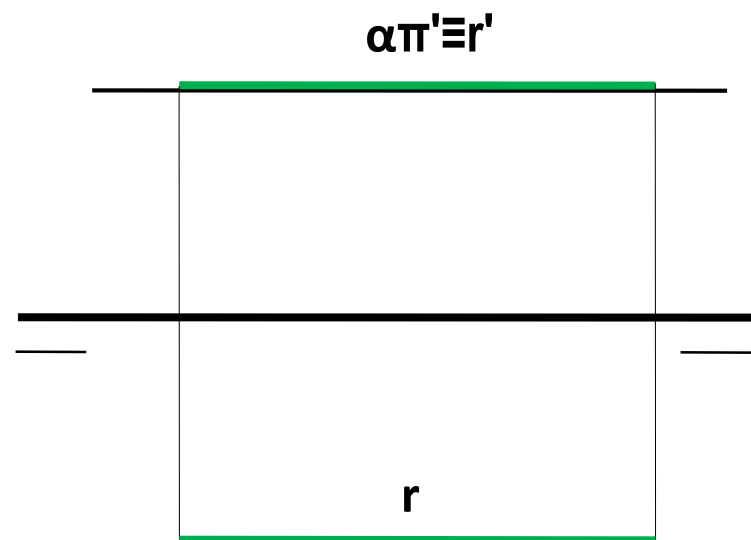
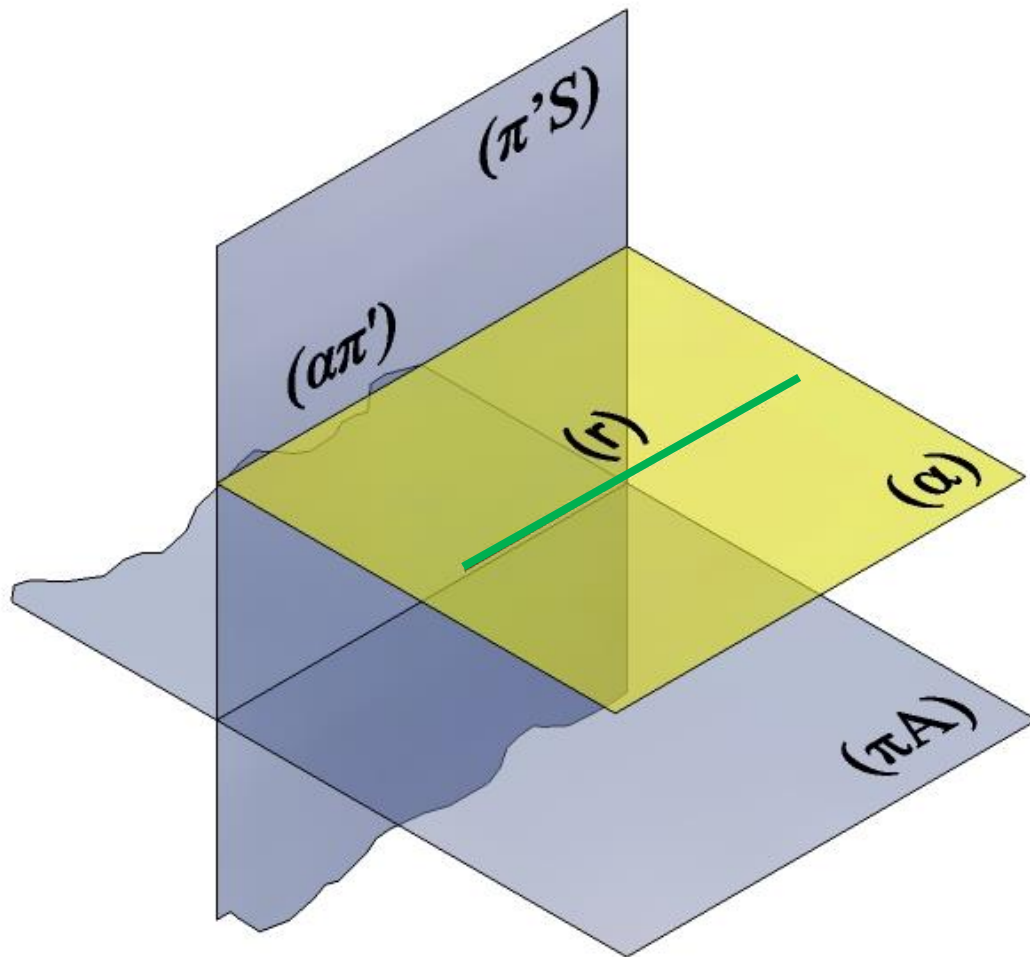
### RETA HORIZONTAL





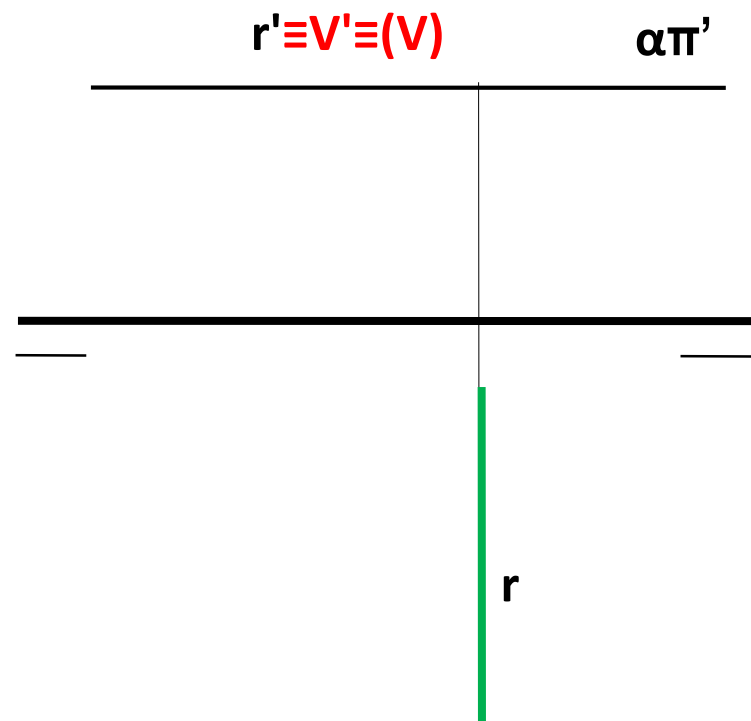
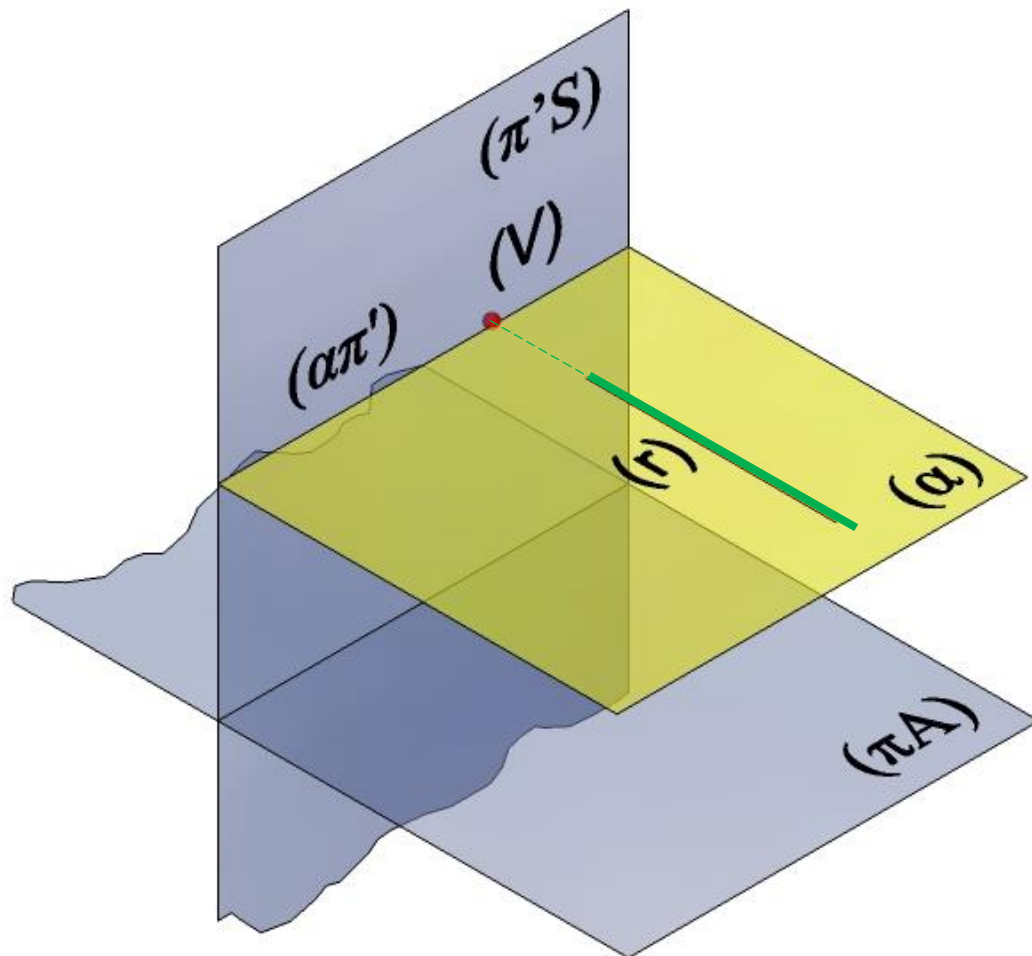
## 2) RETAS DE PLANO HORIZONTAL

### RETA FRONTOHORIZONTAL



## 2) RETAS DE PLANO HORIZONTAL

### RETA DE TOPO



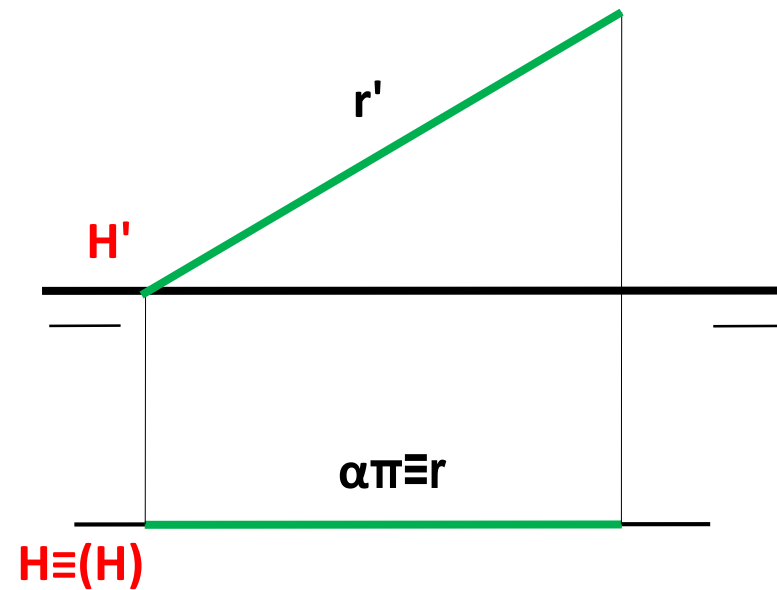
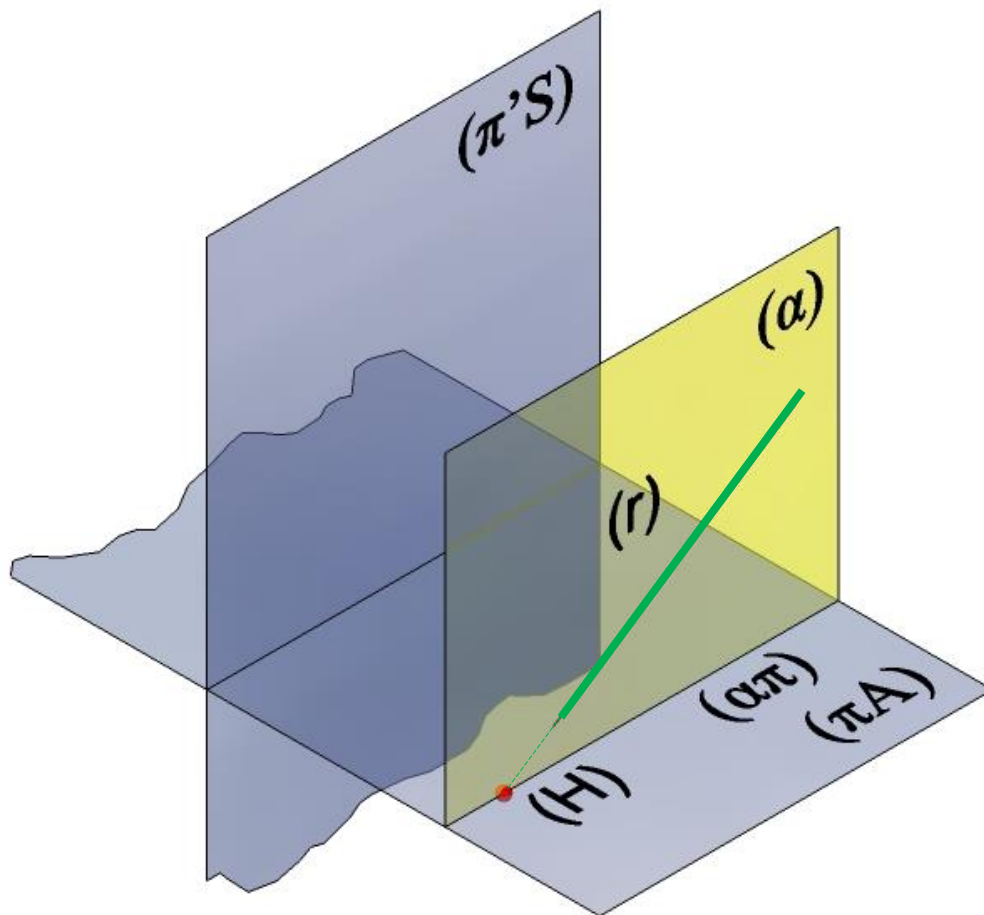
### 3) RETAS DO PLANO FRONTAL

COMO O PLANO FRONTAL É PARALELO AO PLANO VERTICAL DE PROJEÇÃO, ENTÃO ELE SÓ PODERÁ CONTER AS RETAS QUE TAMBÉM FORAM PARALELAS AO MESMO PLANO  
SÃO ELAS:

- FRONTAL
- FRONTOHORIZONTAL
- VERTICAL

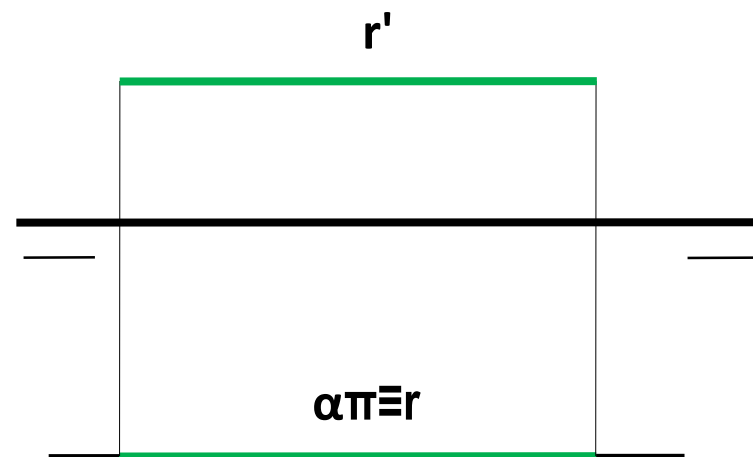
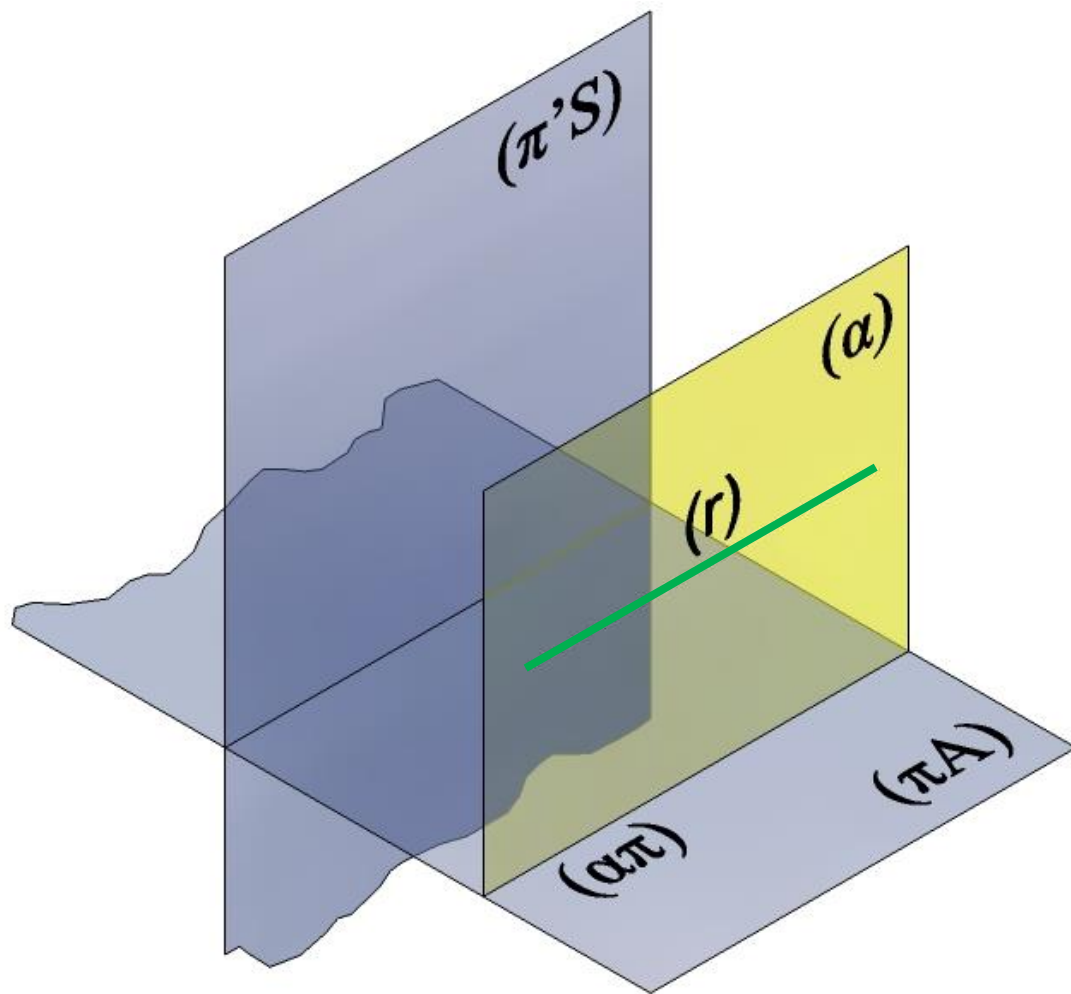
## 3) RETAS DO PLANO FRONTAL

### RETA FRONTAL



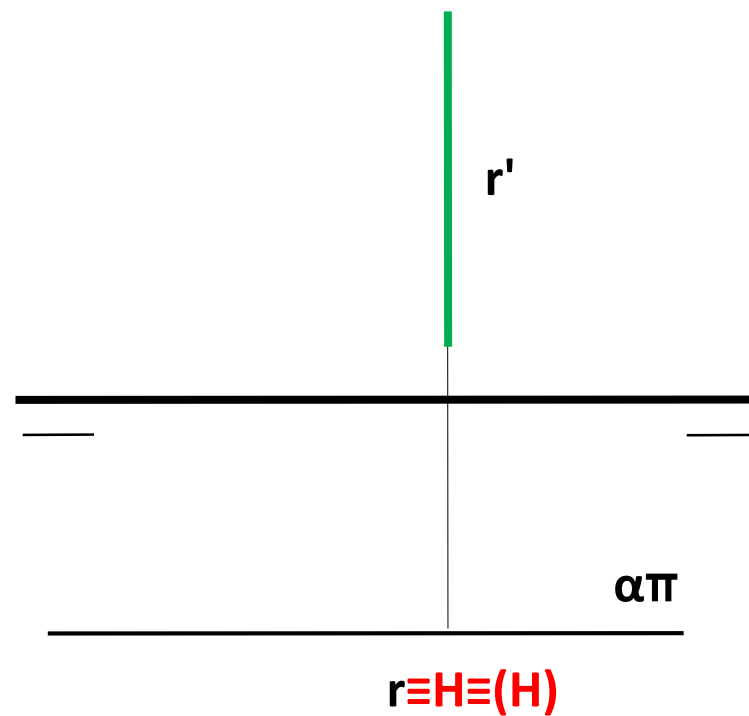
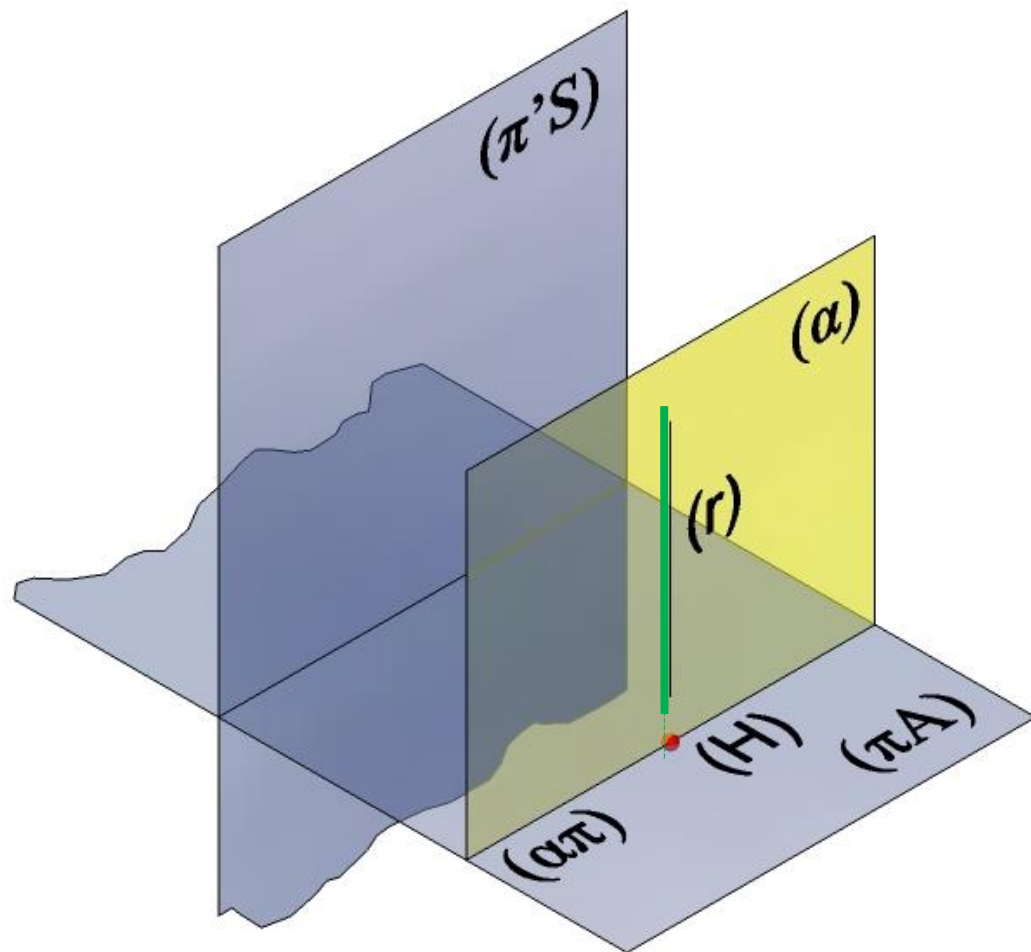
## 3) RETAS DO PLANO FRONTAL

### RETA FRONTOHORIZONTAL



## 3) RETAS DO PLANO FRONTAL

### RETA VERTICAL



### 4) RETAS DE UM PLANO VERTICAL

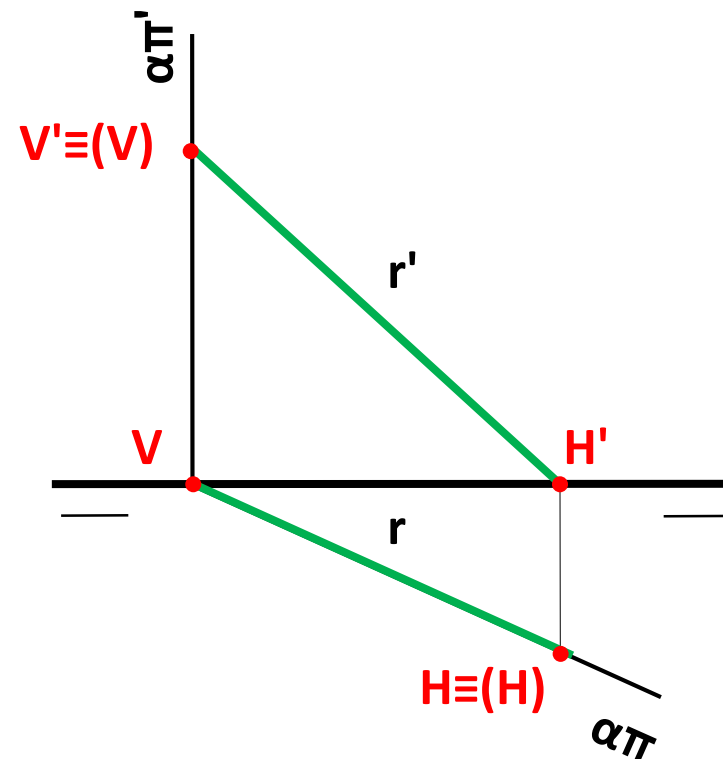
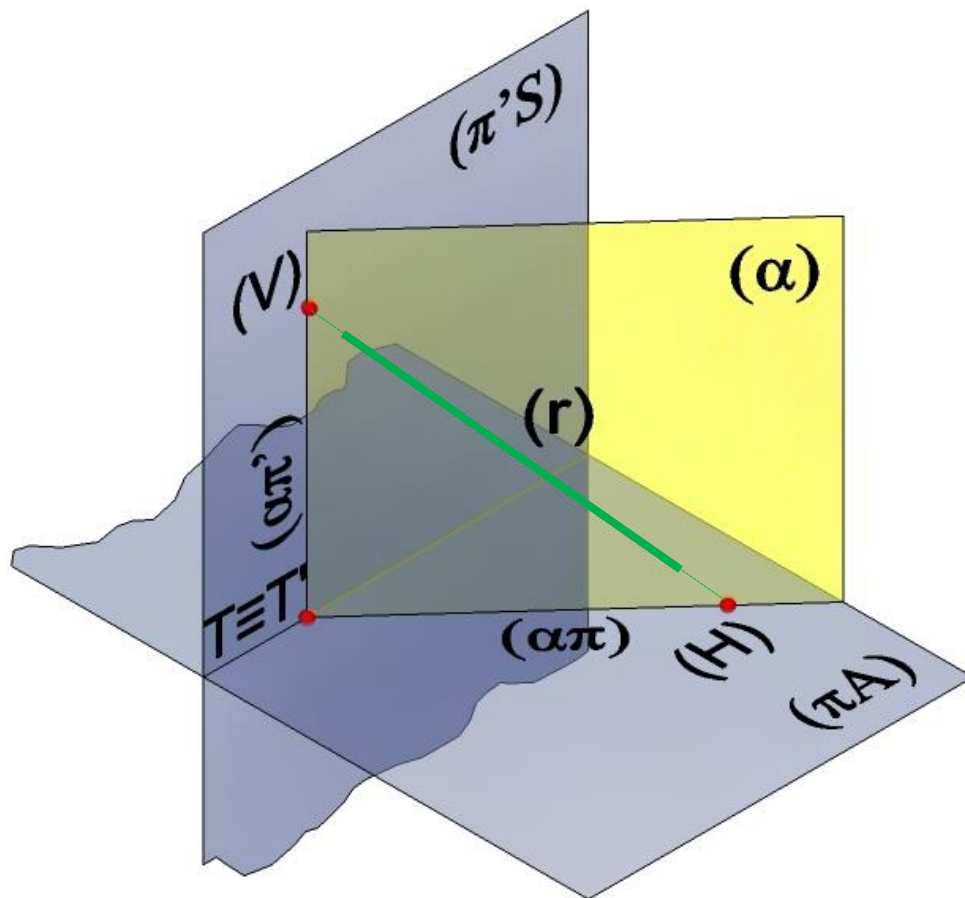
SENDO O PLANO VERTICAL PERPENDICULAR AO PLANO HORIZONTAL E OBLÍQUO AO VERTICAL, ENTÃO ELE SÓ PODERÁ CONTER AS SEGUINTE RETAS:

- QUALQUER
- HORIZONTAL
- VERTICAL



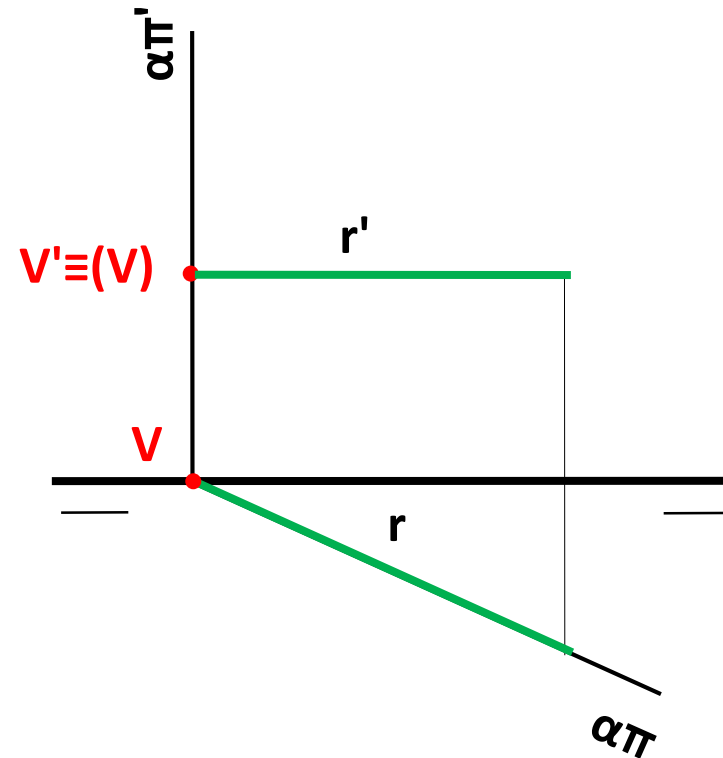
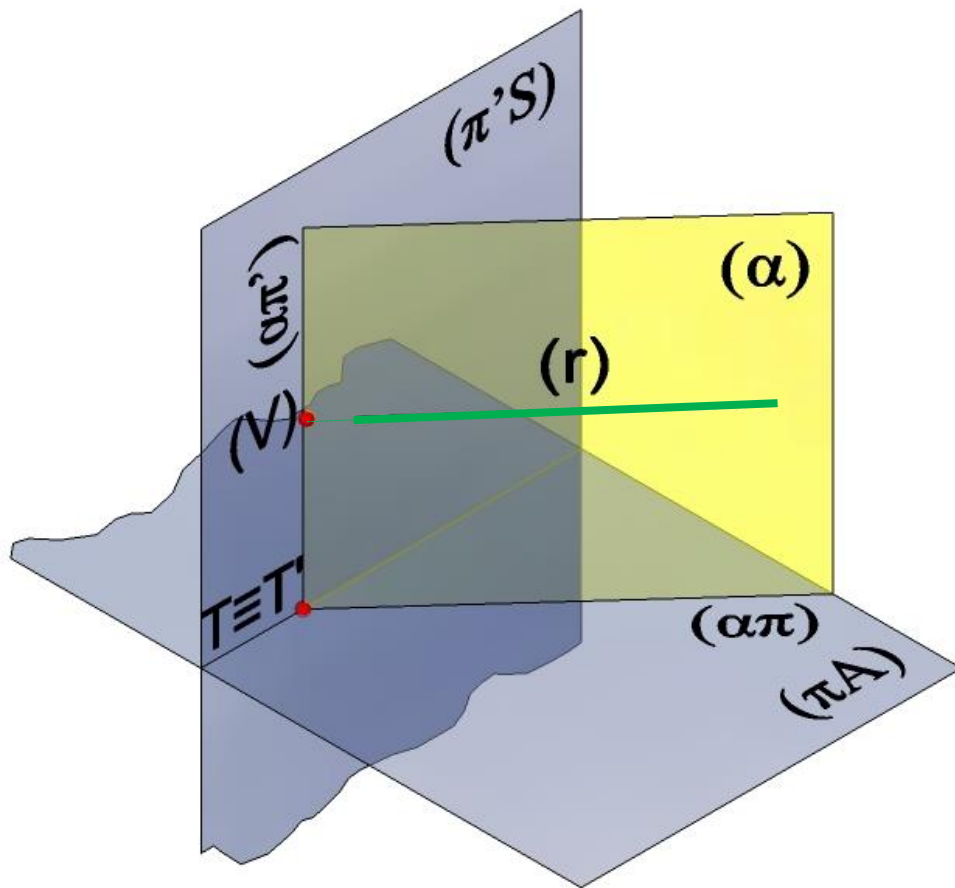
## 4) RETAS DE UM PLANO VERTICAL

### RETA QUALQUER



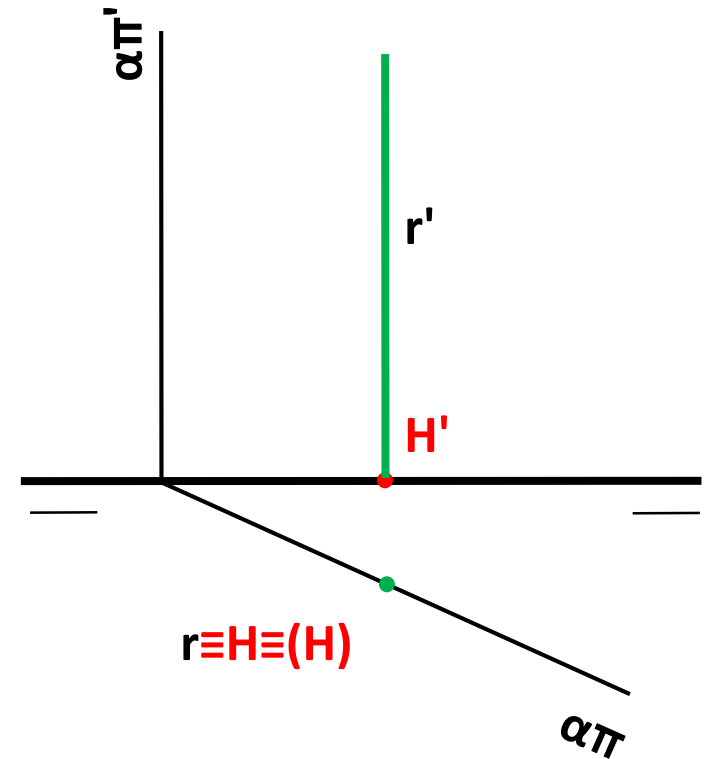
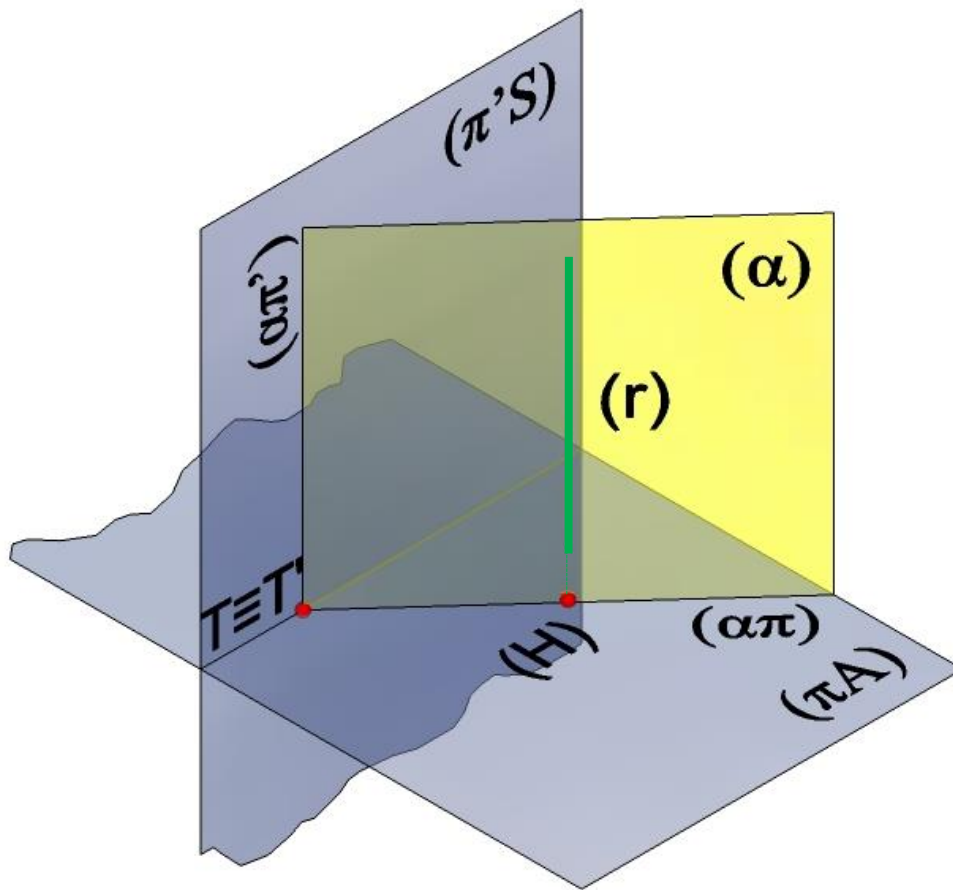
## 4) RETAS DE UM PLANO VERTICAL

### RETA HORIZONTAL



## 4) RETAS DE UM PLANO VERTICAL

### RETA VERTICAL



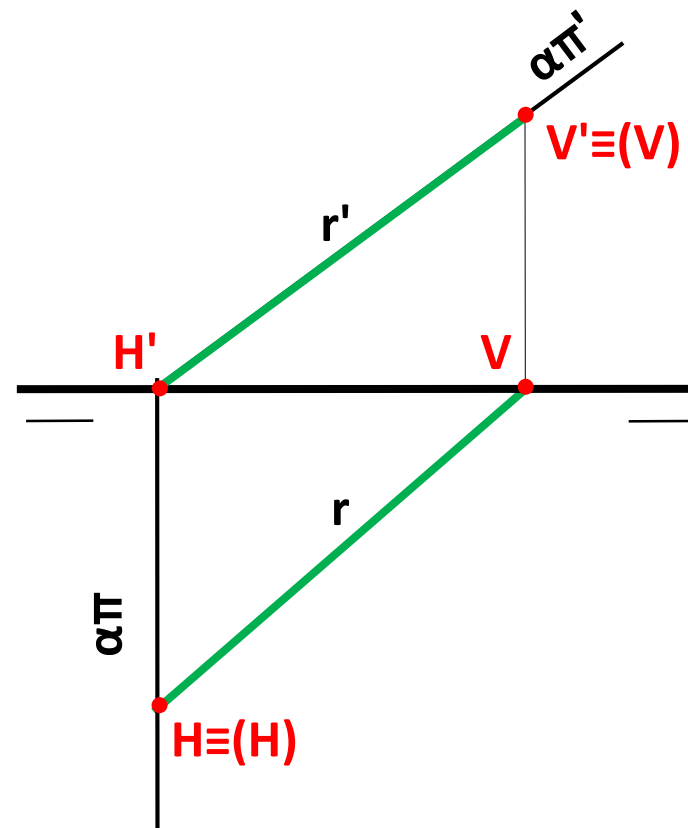
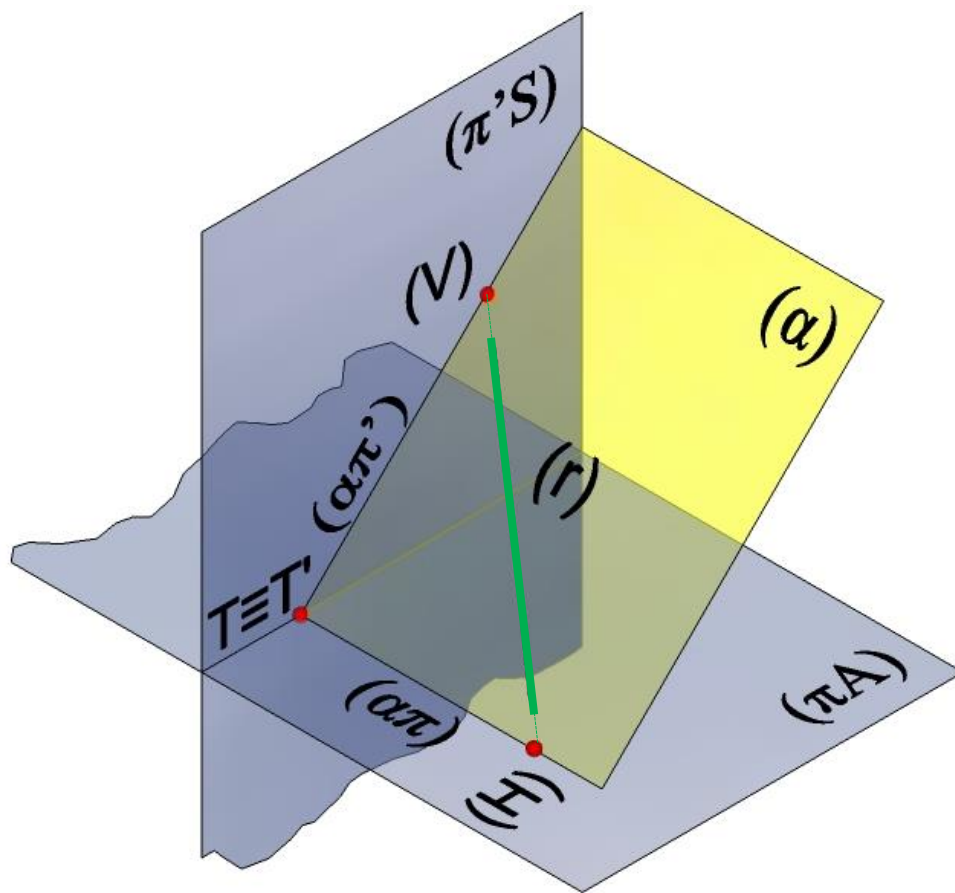
### 5) RETAS DE UM PLANO DE TOPO

SEND O PLANO DE TOPO PERPENDICULAR AO VERTICAL DE PROJEÇÃO E OBLÍQUO AO HORIZONTAL, SÓ PODERÁ CONTER AS SEGUINTE RETAS:

- QUALQUER
- FRONTAL
- DE TOPO

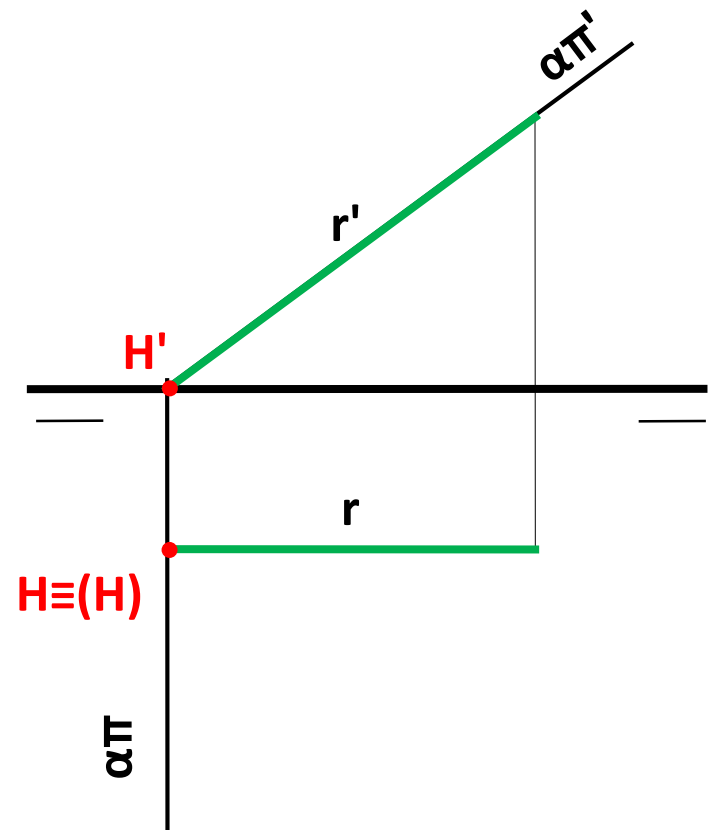
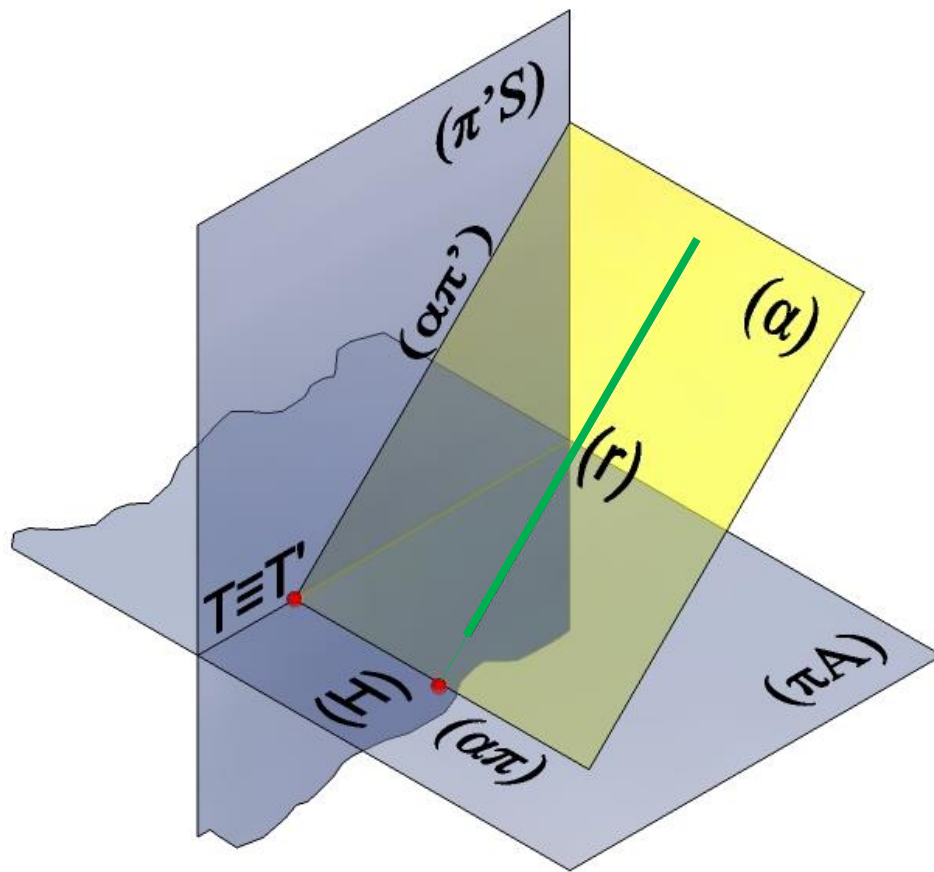
## 5) RETAS DE UM PLANO DE TOPO

### RETA QUALQUER



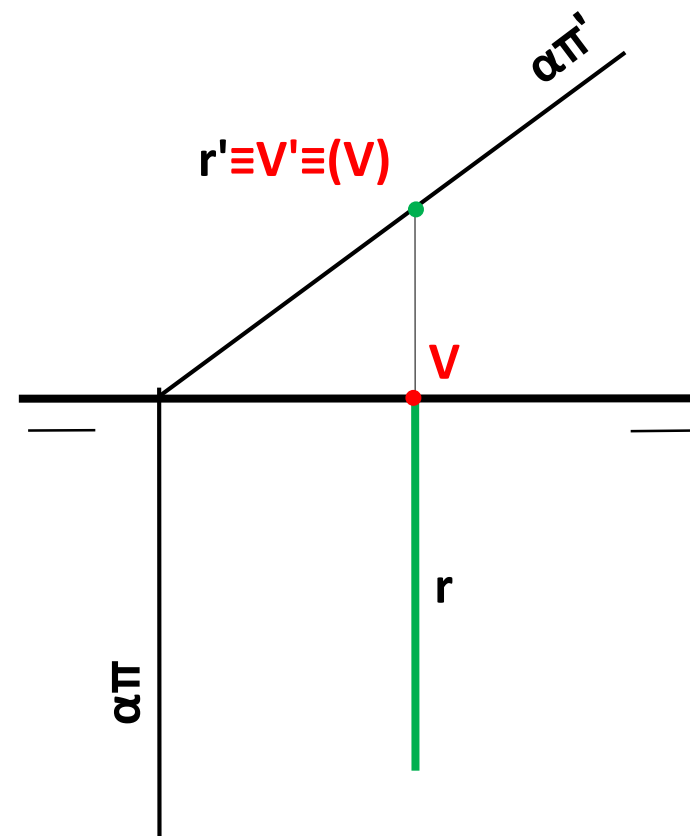
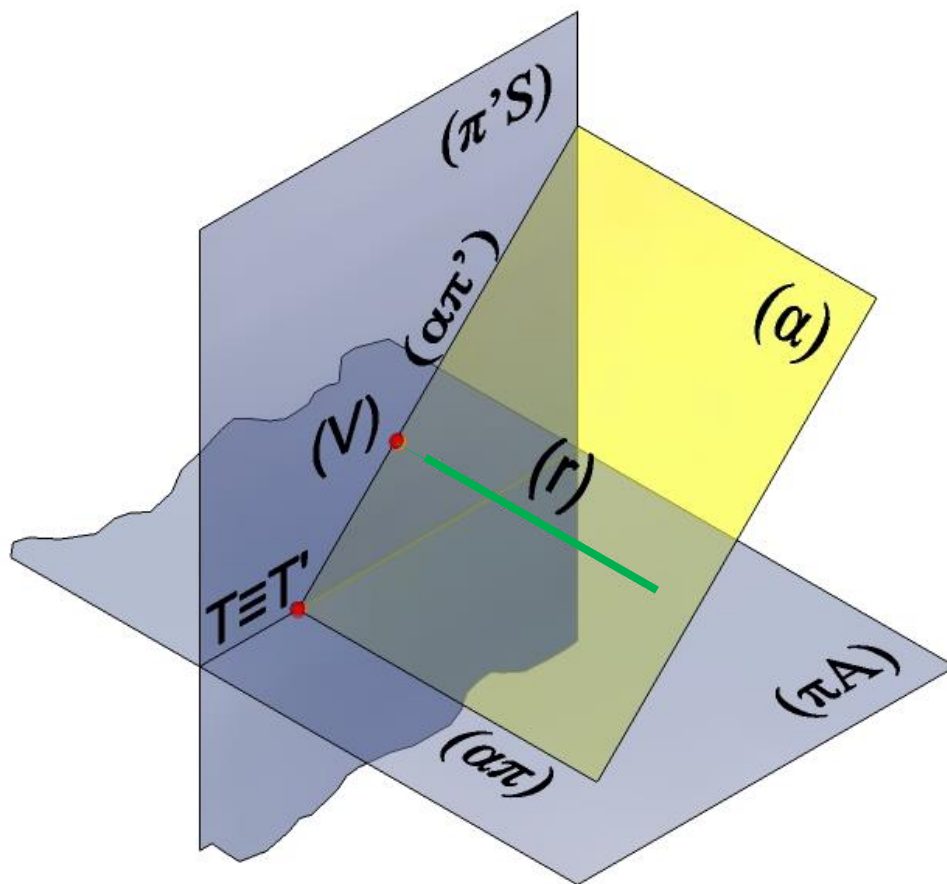
## 5) RETAS DE UM PLANO DE TOPO

### RETA FRONTAL



## 5) RETAS DE UM PLANO DE TOPO

### RETA DE TOPO



### 6) RETAS DE UM PLANO DE PERFIL

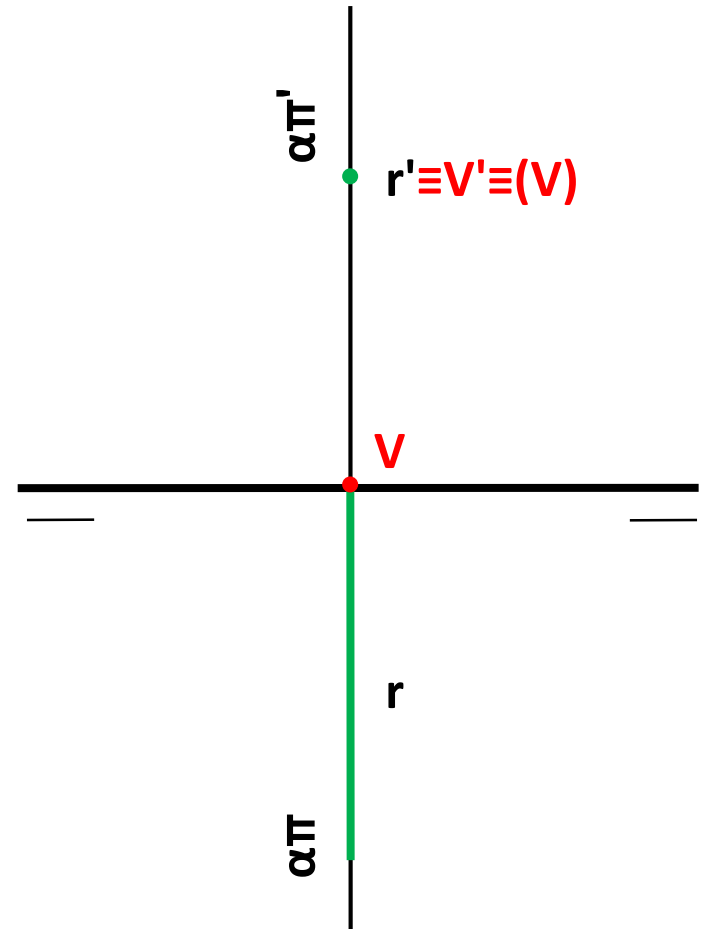
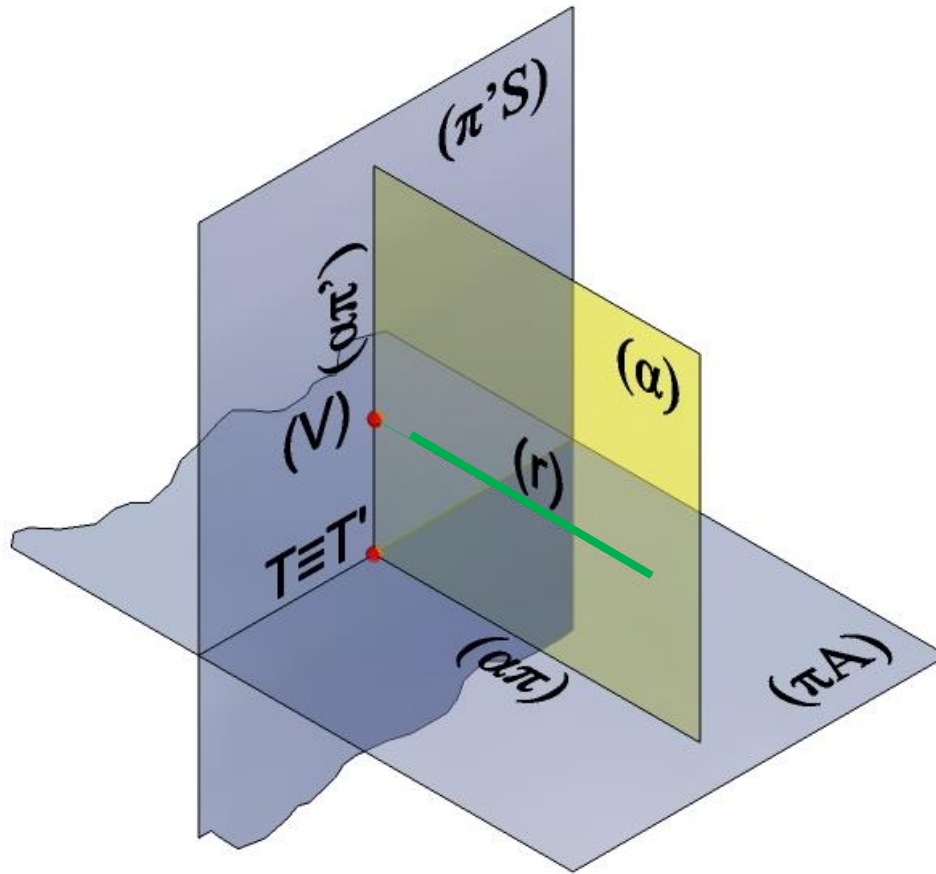
SEND O PLANO DE PERFIL PERPENDICULAR A AMBOS OS PLANOS DE PROJEÇÃO, ELE SÓ PODERÁ CONTER AS SEGUINTE RETAS:

- DE TOPO
- VERTICAL
- DE PERFIL



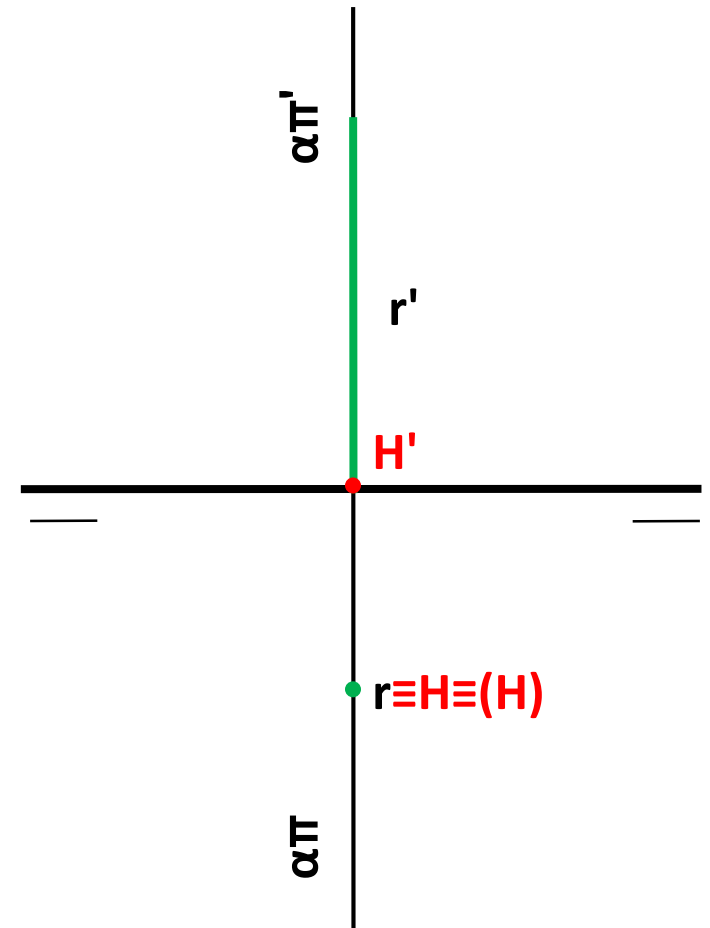
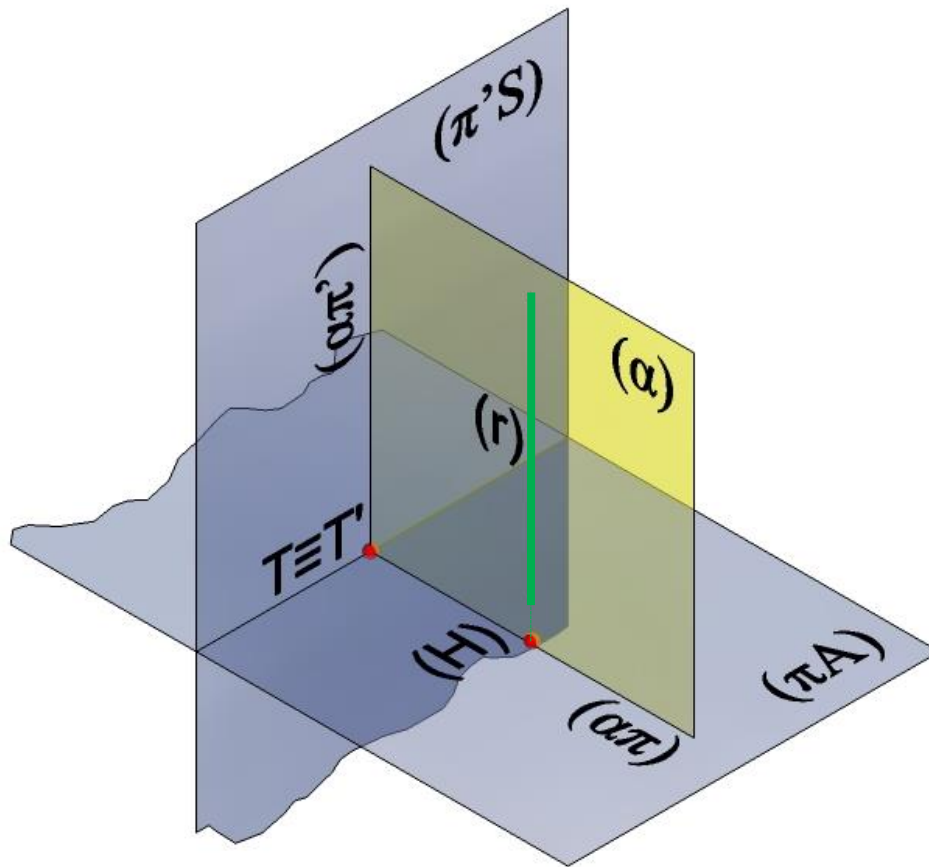
## 6) RETAS DE UM PLANO DE PERFIL

### RETA DE TOPO



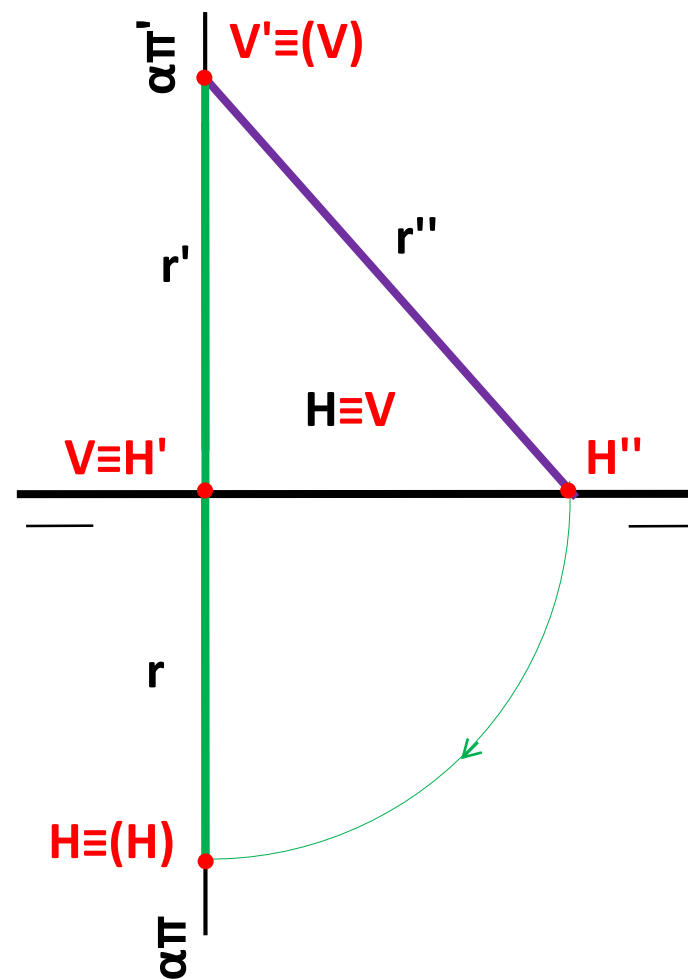
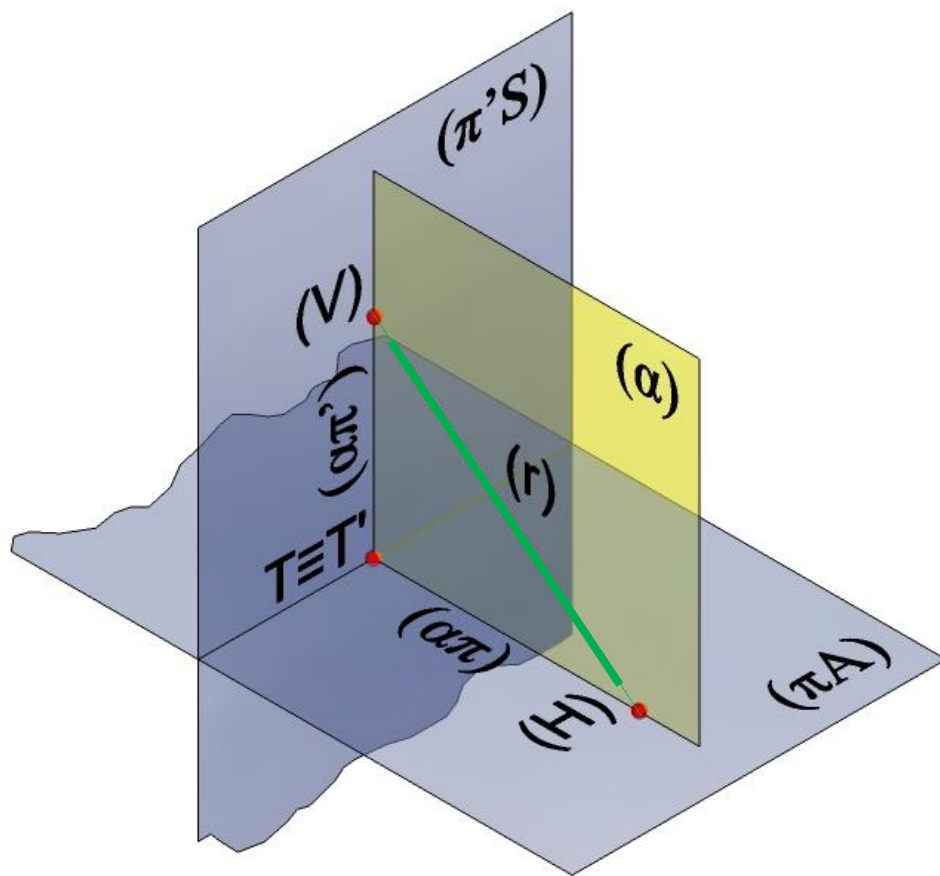
## 6) RETAS DE UM PLANO DE PERFIL

### RETA VERTICAL



## 6) RETAS DE UM PLANO DE PERFIL

### RETA DE PERFIL



### 7) RETAS DE UM PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA

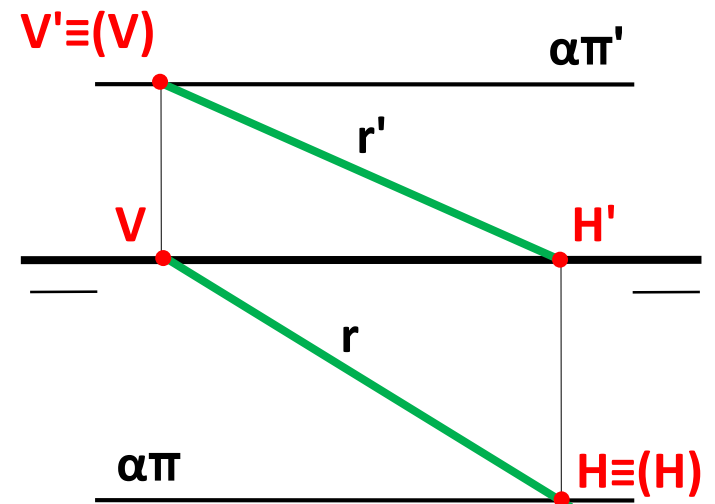
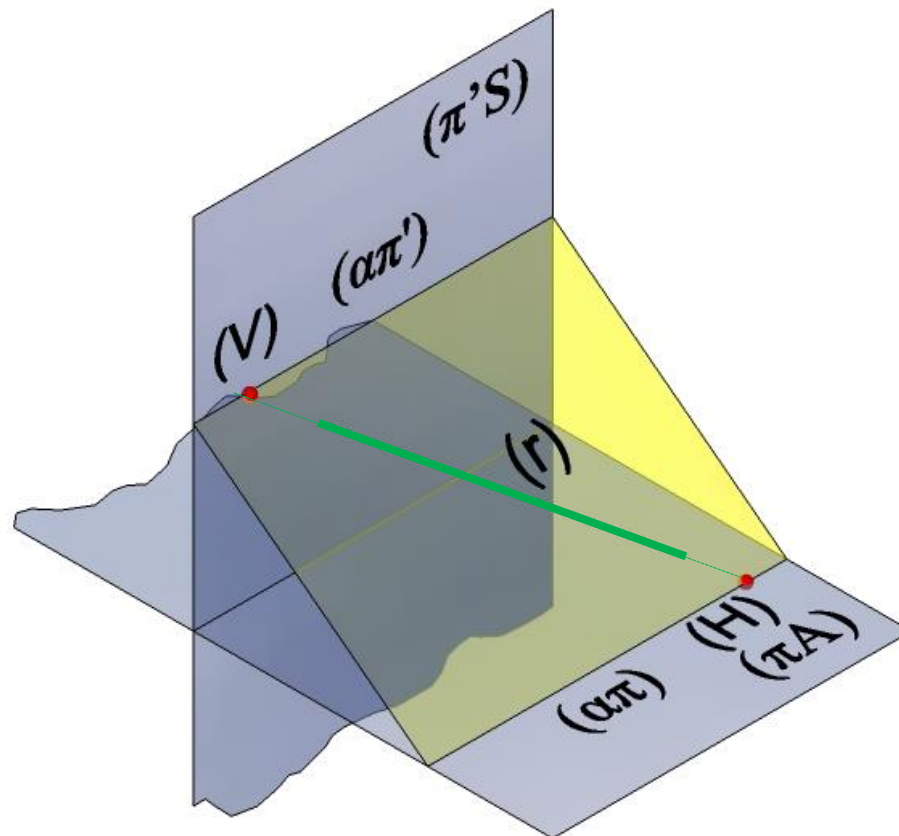
SEND O PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA OBLÍQUO AOS DOIS PLANOS DE PROJEÇÃO, ELE SÓ PODERÁ CONTER RETAS PARALELAS À LINHA DE TERRA E OBLÍQUAS ÀQUELAS PLANOS

SÃO ELAS:

- QUALQUER
- FRONTOHORIZONTAL
- DE PERFIL

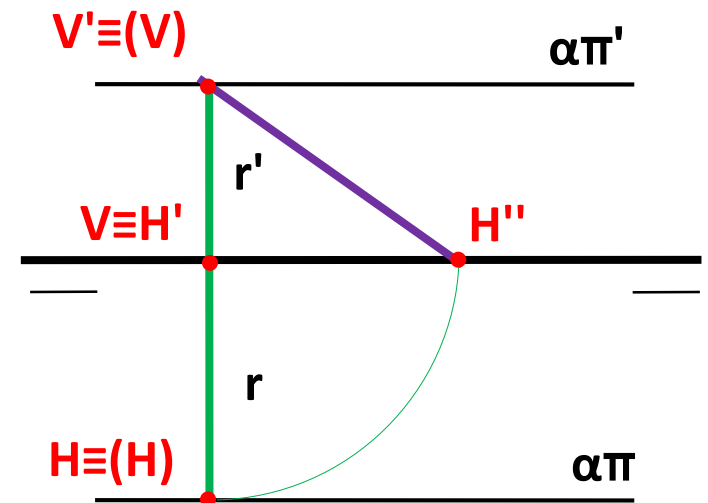
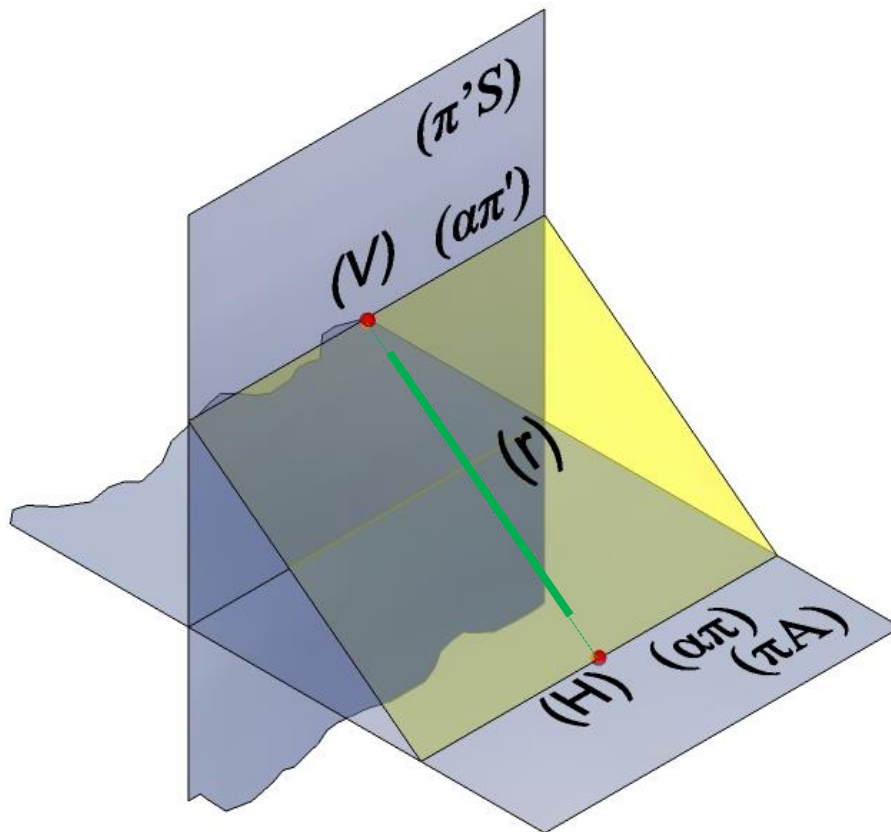
## 7) RETAS DE UM PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA

RETA QUALQUER



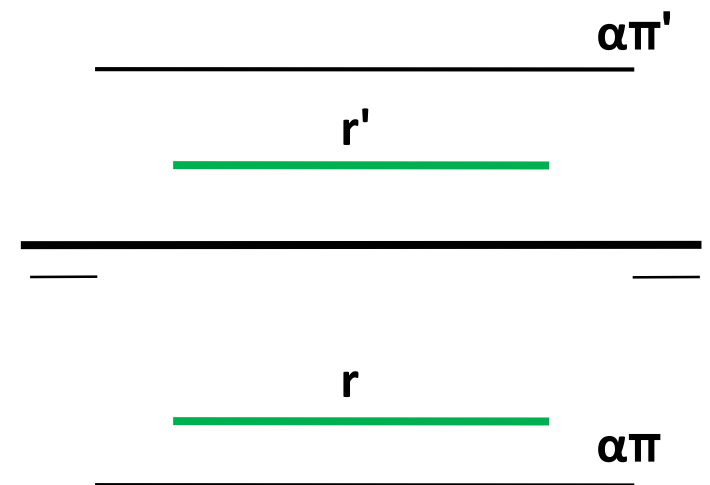
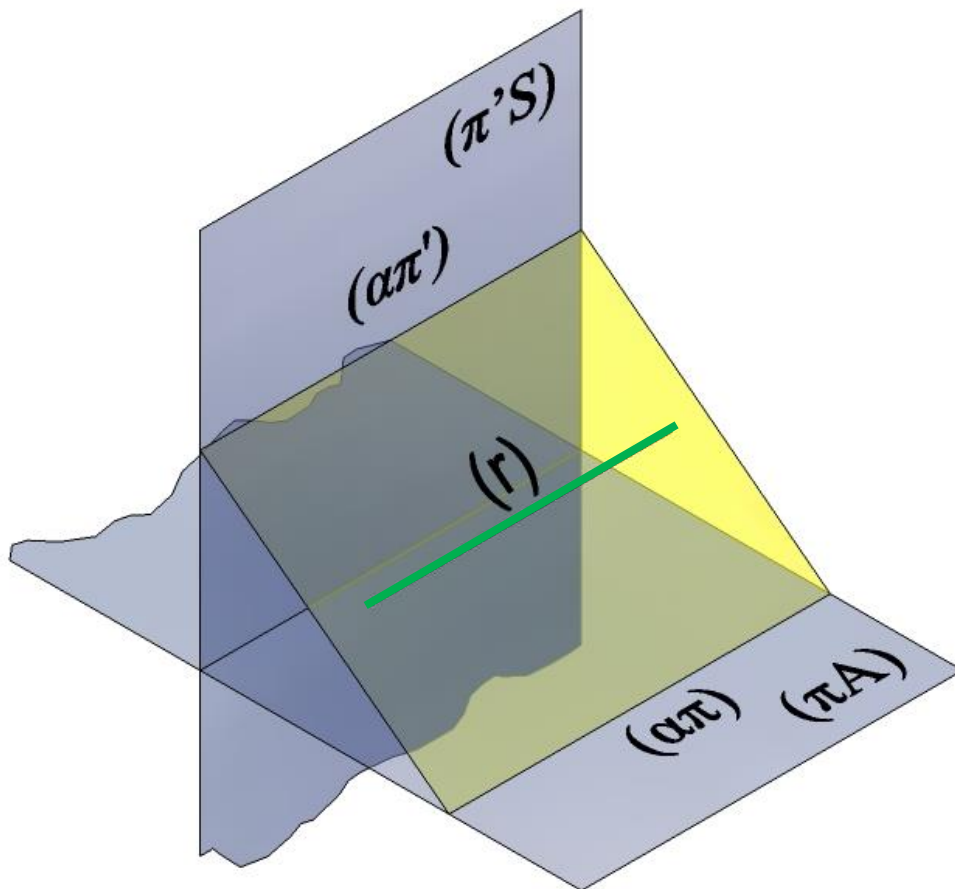
## 7) RETAS DE UM PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA

### RETA DE PERFIL



## 7) RETAS DE UM PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA

### RETA FRONTOHORIZONTAL



### 7) RETAS DE UM PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA

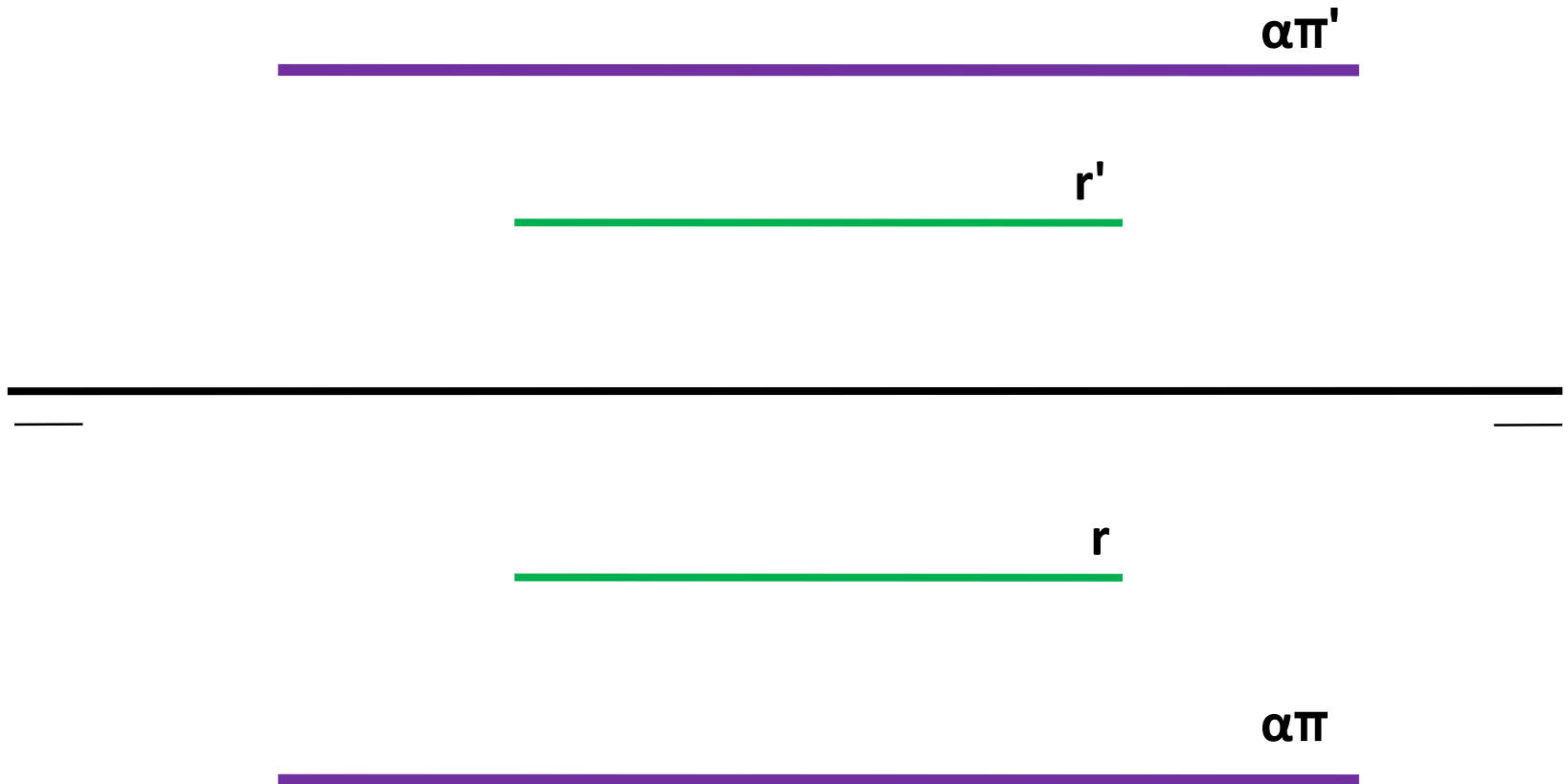
#### RETA FRONTOHORIZONTAL

- PARA SE DETERMINAR A PERTINÊNCIA DE UMA RETA FRONTO-HORIZONTAL EM RELAÇÃO À UM PLANO PARALELO À  $(\pi\pi')$ , VERIFICA-SE A CONCORRÊNCIA DESTA COM UMA OUTRA RETA PERTENCENTE A ESTE PLANO.
- TOMA-SE UM PONTO QUALQUER QUE PERTENÇA A RETA FRONTO-HORIZONTAL.
- CASO SEJA POSSÍVEL DETERMINAR UMA RETA QUALQUER PERTENCENTE A ESTE PLANO QUE PASSA POR ESTE PONTO, CONCLUI-SE QUE AS DUAS RETAS PERTENCEM AO MESMO PLANO, OU SEJA, O PLANO PARALELO À  $(\pi\pi')$ .



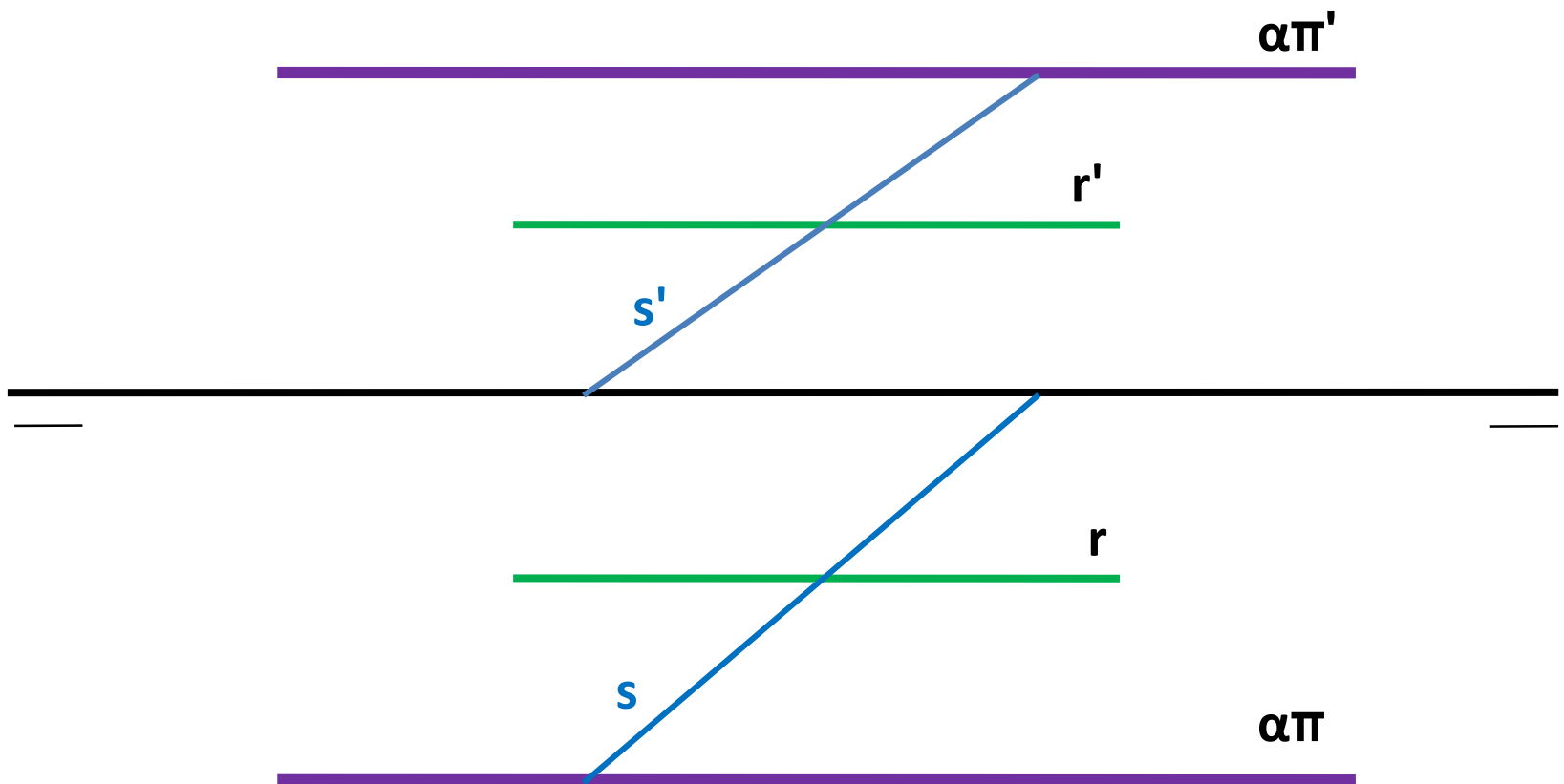
## 7) RETAS DE UM PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA

(r) Reta Fronto-Horizontal



## 7) RETAS DE UM PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA

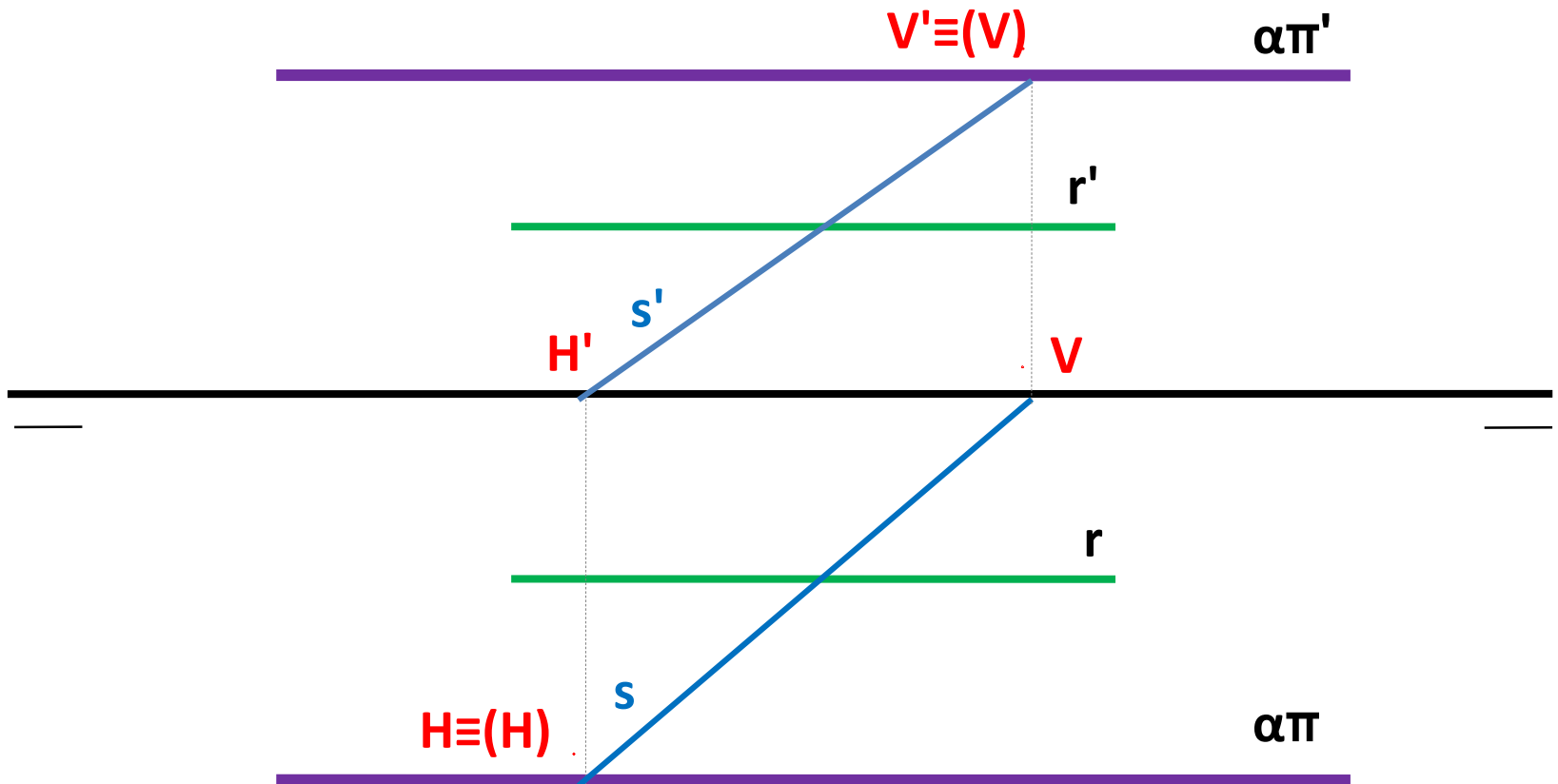
(S) RETA QUALQUER QUE PERTENCE A ( $\alpha$ )



## 7) RETAS DE UM PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA

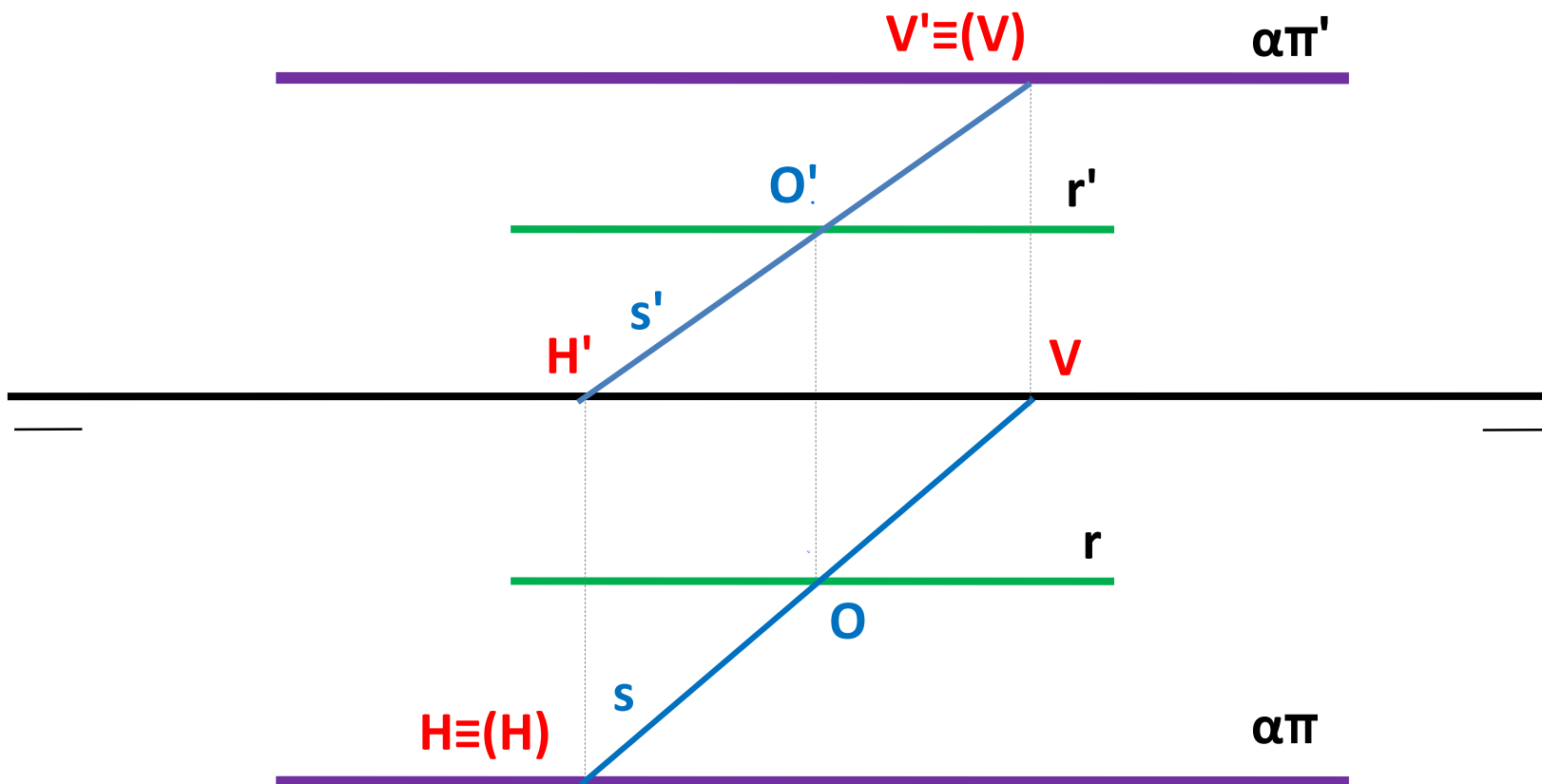
(s) RETA QUALQUER QUE PERTENCE A ( $\alpha$ )

( $\alpha$ ) CONTÉM OS TRAÇOS DE (s)



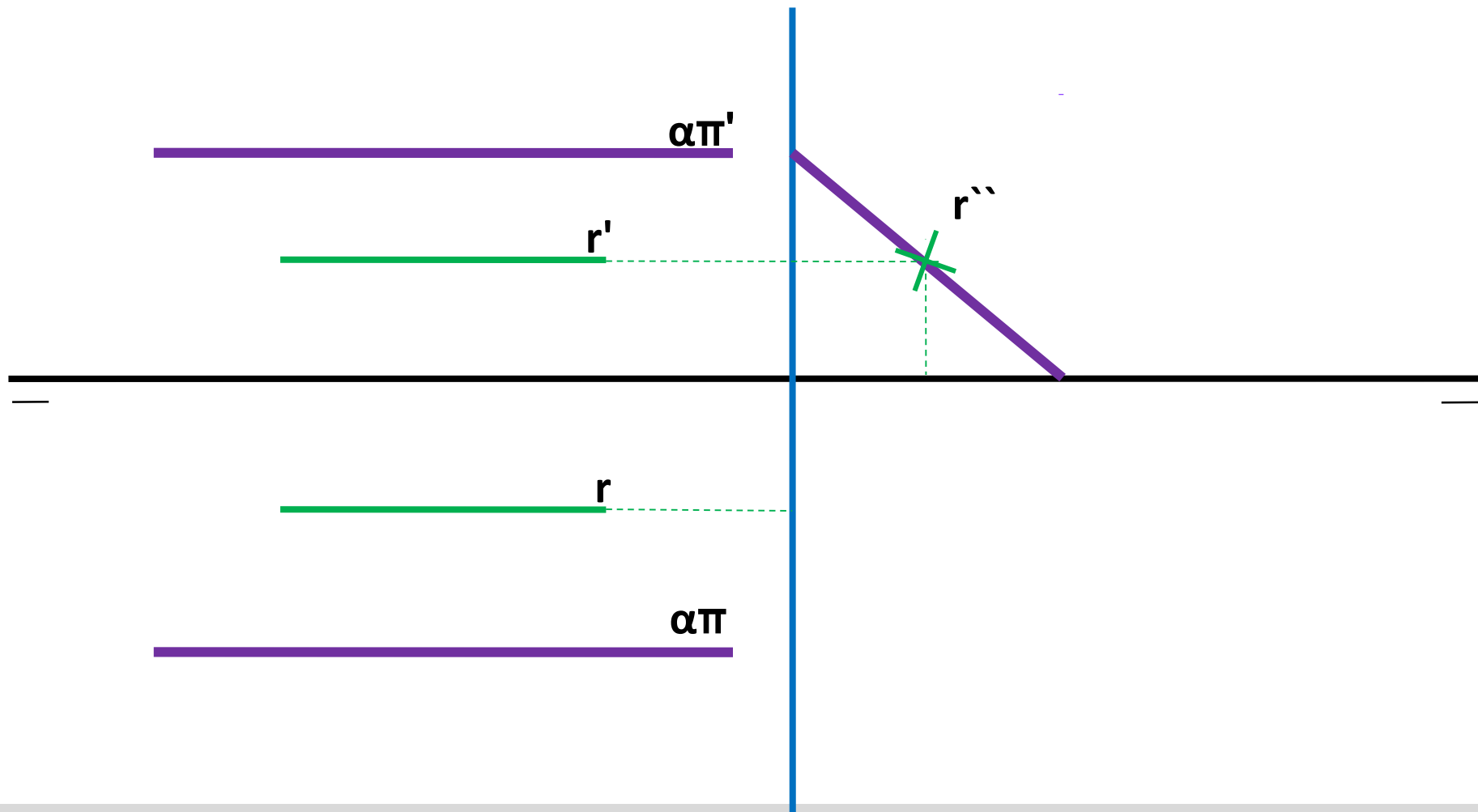
## 7) RETAS DE UM PLANO PARALELO À LINHA DE TERRA

(O) É comum às duas retas (r) e (s), portanto (r) pertence a ( $\alpha$ )



## B) VISTA LATERAL DO SISTEMA

Comprovamos que  $(\alpha)$  contém  $(r)$ .

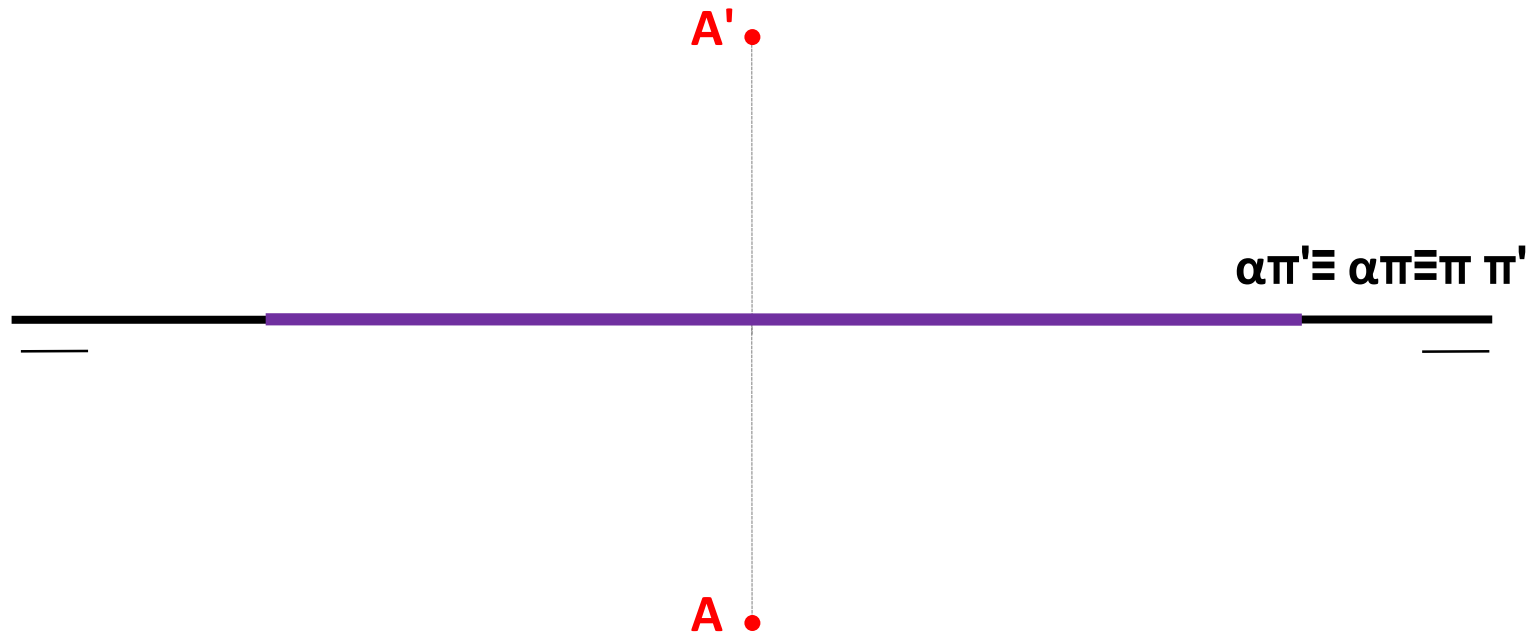


### **Retas de um Plano que Contém a Linha de Terra ( $\pi\pi'$ )**

- O Plano que Contém ( $\pi\pi'$ ), é um plano oblíquo aos dois planos de projeção nessa posição particular.
- Se ele estiver igualmente inclinado em relação aos planos de projeção, será então o plano bissetor.
- Este plano só poderá conter retas que passem pela linha de terra ou paralelas a esta linha.
- Como se observa, os traços deste plano se confunde em uma única linha que é ( $\pi\pi'$ ), e como normalmente uma reta só não define um plano, segue-se que somente ( $\pi\pi'$ ) não pode definir o plano que por ela passa. Portanto, torna-se necessário pelo menos mais um ponto do plano para que, com a ( $\pi\pi'$ ), possam definir o plano.

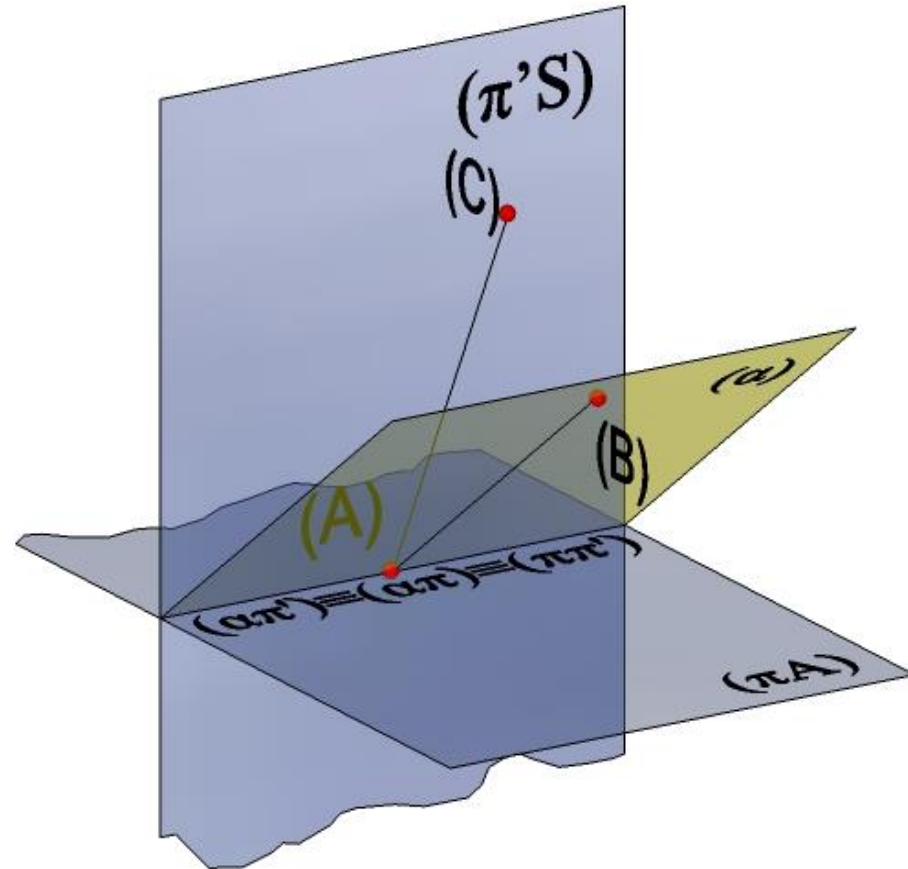
### Retas de um Plano que Contém a Linha de Terra ( $\pi\pi'$ )

- Seja, por exemplo, a épura do plano bissetor ímpar.



### Retas de um Plano que Contém a Linha de Terra ( $\pi\pi'$ )

- Na figura, observa-se que (A)(B) pertence ao plano ( $\alpha$ ), enquanto (A)(C) não.
- O ponto (A) é o traço de ambas as retas em ( $\pi\pi'$ ).
- Com a simples análise em épura, não é possível verificar a pertinência das retas em relação à ( $\alpha$ ). Neste caso, torna-se necessário verificar se mais um ponto da reta pertence a ( $\alpha$ ).





## EXERCÍCIOS AVALIATIVOS

---

1. DADA UMA RETA (A)(B) DE PERFIL, PEDE-SE

A) OS TRAÇOS;

(A)  $[2; -2; 3,5]$

B) SUA VERDADEIRA GRANDEZA

(B)  $[?; 2,5; -1,5]$

C) OS DIEDROS QUE ATRAVESSA

2. DETERMINAR OS TRAÇOS DA RETA (A)(B) SABENDO-SE QUE (A) PERTENCE AO PLANO BISSECTOR PAR E QUE (B) ESTÁ NO PLANO VERTICAL INFERIOR.

(A)  $[3; ?; 2,5]$

(B)  $[3; ?; -2]$