ENG 275 Fenômenos de transporte

Prof. Natalia dos Santos Renato
Departamento de Engenharia Agrícola

INTRODUÇÃO GERAL A TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Livro texto:

INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P., BERGMAN, T. L., LAVINE, A. S. Fundamentos de transferência de calor e de massa. 6 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. 643p.

Bibliografia complementar

ÇENGEL, Y. A. Transferência de calor e massa: uma abordagem prática. 3 ed. São Paulo: McGraw Hill. 2009, 902p.

UFV

Capítulo 2- Introdução à Condução

Veremos:

- ✓ Lei de Fourier – forma mais aprofundada
- ✓ Propriedades térmicas da matéria
- ✓ Equação da difusão térmica em coordenadas cartesianas, cilíndricas e esféricas
- ✓ Condições de contorno

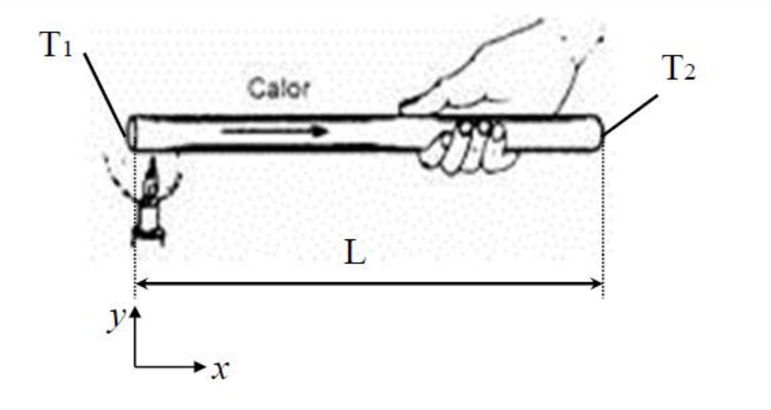
Objetivo – a partir de princípios básicos desenvolver a equação da condução de calor, que governa a distribuição de temperatura no meio.

UFV

A Equação da Taxa de TC por Condução

$$q_x = -kA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Equação fenomenológica, ou seja, desenvolvida a partir de observações experimentais ao invés de ser derivada de princípios fundamentais!



PONTOS IMPORTANTES:

- **Entender os mecanismos físicos que fundamentam os modos de transferência de calor -** identificação dos fenômenos e relevância de cada um deles nas situações de interesse.

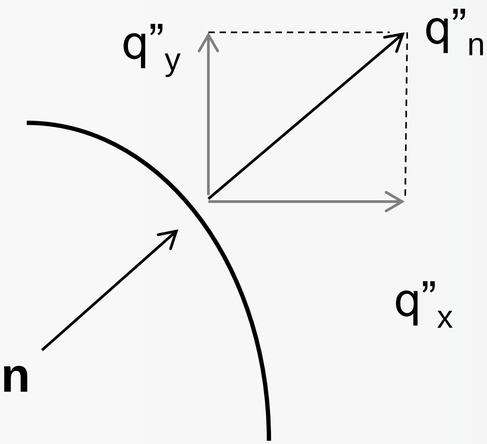
- **Utilizar as equações da taxas/fluxo -** determinam a quantidade de energia transferida por uma unidade de tempo/área .

$$\text{Taxa} = \frac{\text{Quantidade de Energia}}{\text{Tempo}}$$

$$\text{Fluxo} = \frac{\text{Taxa}}{\text{Área}}$$

FLUXO

$$q''_x = \frac{q_x}{A} = -k\frac{\Delta T}{\Delta x}$$



Reconhecendo que ***FLUXO*** é uma grandeza ***VETORIAL!***

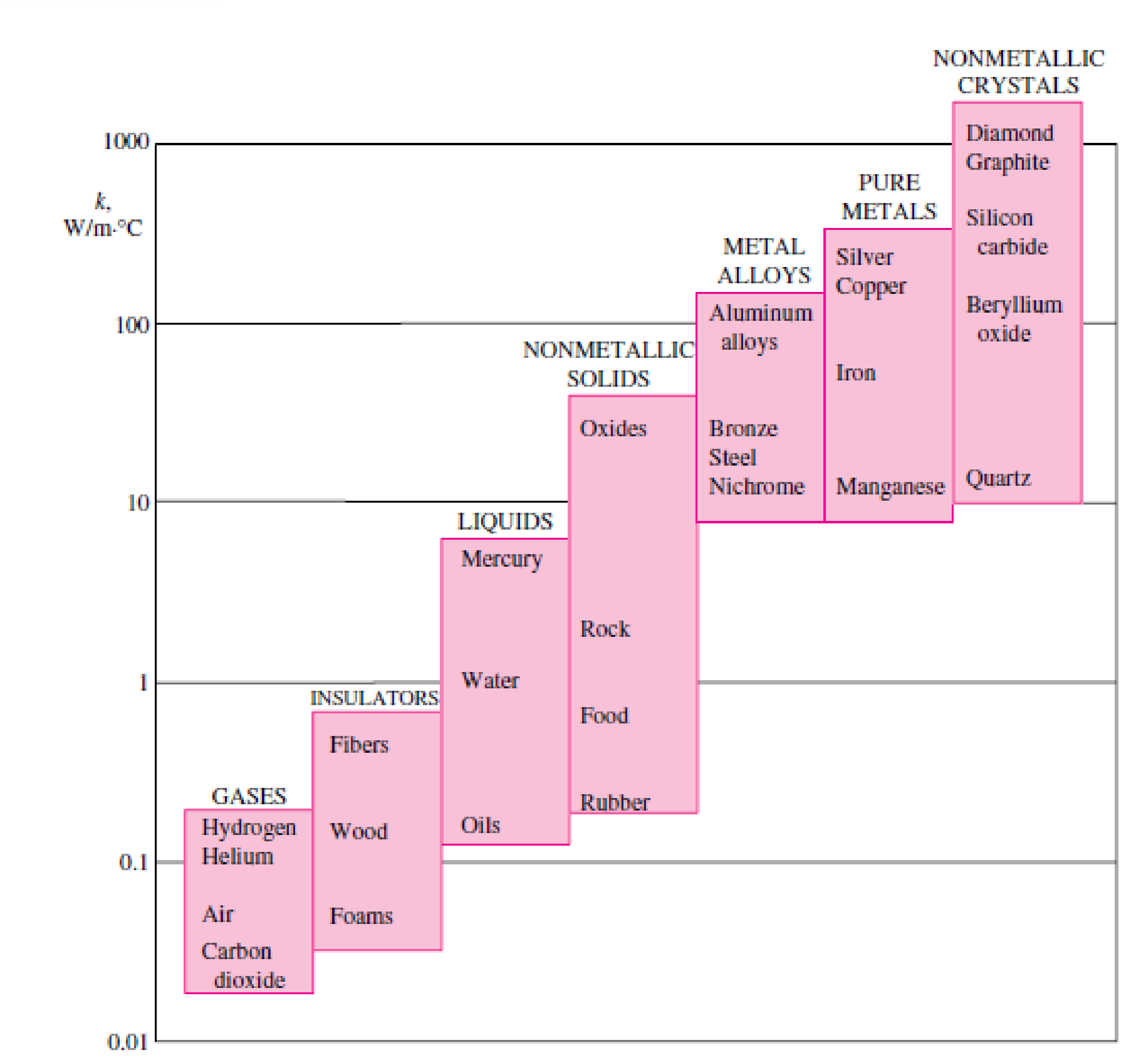
$$\vec{q}\,'' = -k\vec{\nabla}T = -k\left(i\frac{\partial T}{\partial x} + j\frac{\partial T}{\partial y} + k\frac{\partial T}{\partial z}\right)$$

$\vec{\nabla}$ $\longrightarrow$ Operador grad tridimensional

T (x, y, z) $\longrightarrow$ Campo escalar de temperatura

k $\longrightarrow$ Condutividade térmica – propriedade de transporte

Obs.: ($k_x = k_y = k_z$) e k depende da estrutura física do material – relacionado ao estado da matéria.



Em geral

$k_{sólido} > k_{líquido} > k_{gases}$

Devido ao espaçamento intermolecular nos estados da matéria.

Fig.: Faixa de condutividades térmicas de vários estados da matéria a temperaturas e pressões normais.

A Equação da Condução de Calor

Análise da condução – determina o campo de temperatura em um meio resultante das condições impostas nas suas fronteiras.

Porque estudar a distribuição de temperatura?

Para conhecer o fluxo de calor por condução – Lei de Fourier

- ✓**Intregridade estrutural de um material**
- ✓**Otimizar a espessura de um material isolante**
- ✓**Determinar a compatibilidade entre revestimentos.**

UFV

Capacidade calorífica volumétrica

Mede a capacidade que um material tem em armazenar energia térmica. É obtido fazendo-se o produto da massa específica pelo calor específico $\rho.c_p$. Sua unidade no SI é $J/m^3.K$.

Difusividade térmica (α)

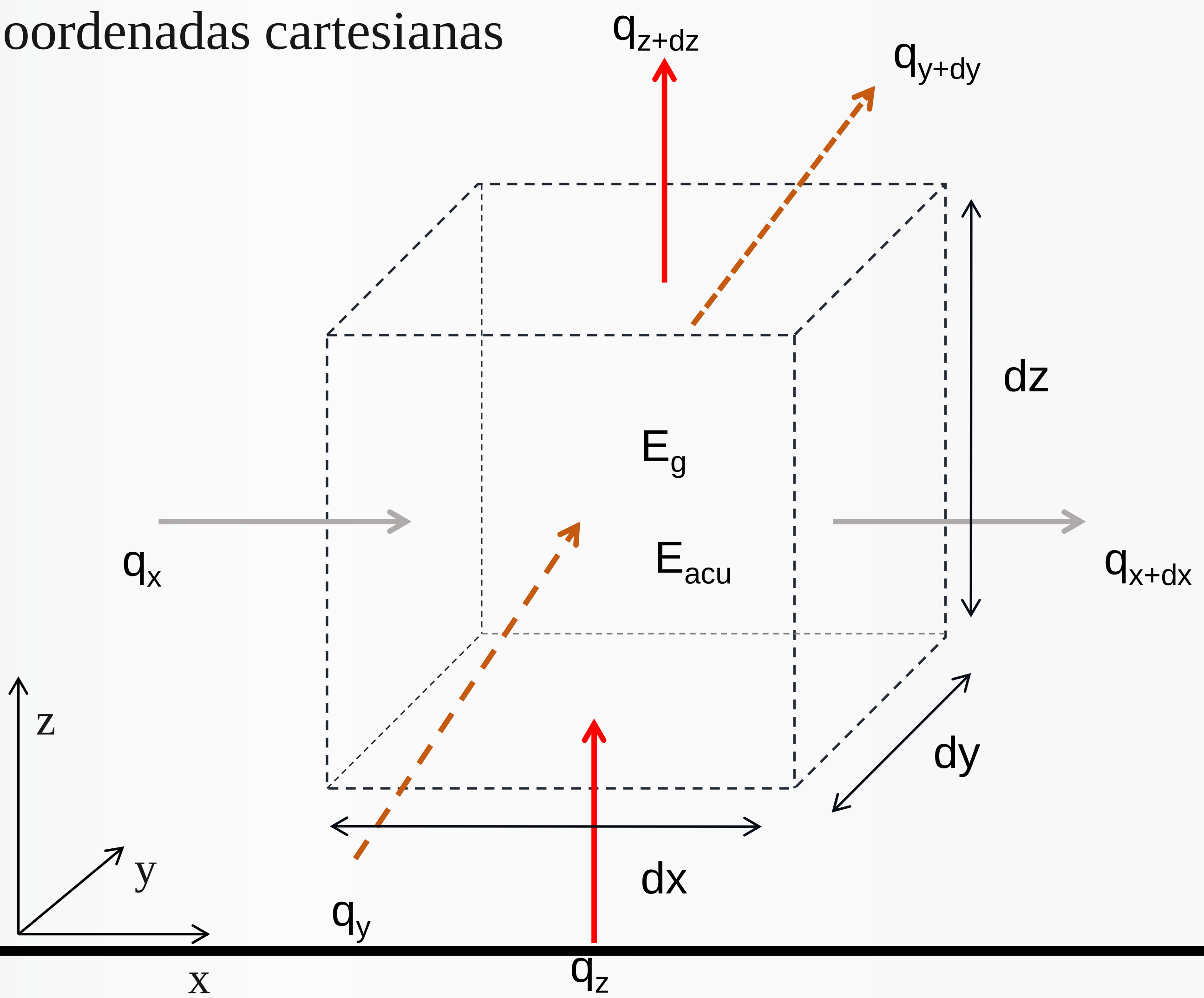
É definida como a razão entre a condutividade térmica e a capacidade calorífica volumétrica. Sua unidade no SI é $m^2.s^{-1}$.

$$\alpha = \frac{k}{\rho.c_p}$$

Quanto maior a difusividade térmica de um material mais rapidamente ele responderá a mudanças nas condições térmicas a ele impostas. Materiais com baixa difusividade térmica responderão mais lentamente, levando mais tempo para atingir uma nova condição de equilíbrio.

Lei de Conservação de Energia

✓Coordenadas cartesianas



$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}$$

Taxa líquida de condução de calor para o interior do volume de controle nas direções x, y e z.

Taxa volumétrica de energia térmica

Taxa de variação de energia térmica acumulada no interior do VC

Em qualquer ponto do meio, a **taxa líquida** de transferência de energia por **condução** para o interior de um volume unitário somado à **taxa volumétrica de energia térmica** tem que ser igual à taxa de **variação de energia térmica acumulada** no interior do VC.

- Condutividade térmica (k) constante

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{\rho c_p}{k}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{\rho c_p}{k}=\frac{1}{\alpha}$$

Difusividade térmica– *prop. de transporte que* mede a capacidade do material em *conduzir energia* térmica em relação a sua capacidade de *armazená-la*!

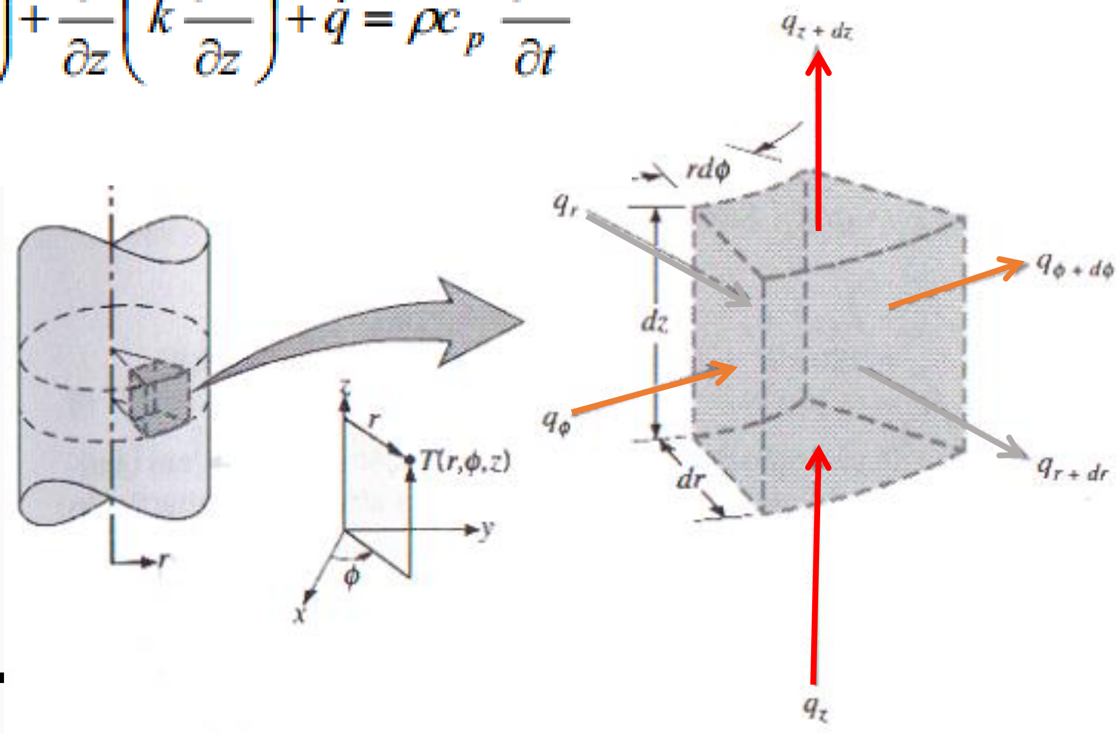
UFV

✓Coordenadas cilíndricas

$$q'' = -k\nabla T = -k\left(\frac{\partial T}{\partial r}\hat{i} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi}\hat{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\hat{k}\right)$$

$$q''_r = -k\frac{\partial T}{\partial r} \qquad q''_\phi = -\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi} \qquad q''_z = -k\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

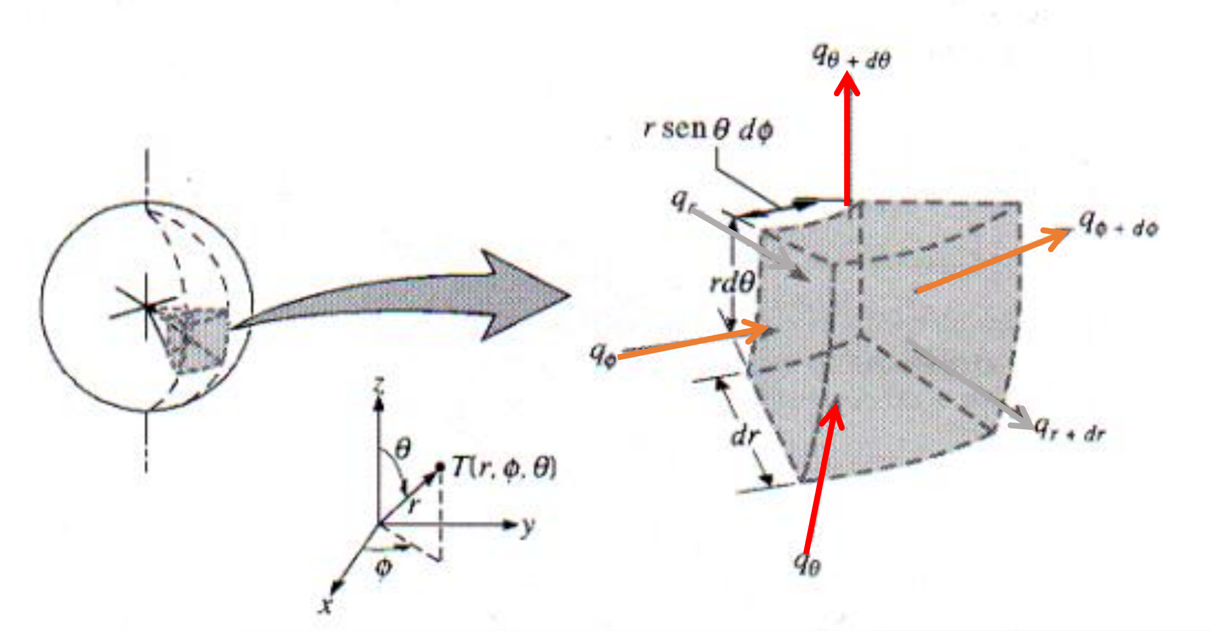


✓Coordenadas esféricas

$$q'' = -k\nabla T = -k\left(\frac{\partial T}{\partial r}\hat{i} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}\hat{j} + \frac{1}{r\,\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi}\hat{k}\right)$$

$$q''_r = -k\frac{\partial T}{\partial r} \qquad q''_\theta = -\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} \qquad q''_\phi = -\frac{k}{r\,\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\,\mathrm{sen}^2\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2\,\mathrm{sen}\,\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\,\mathrm{sen}\,\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \dot{q} = \rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}$$



Hipóteses simplificadoras – coordenadas cartezianas

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}$$

1. K constante
2. Sem geração de energia térmica – termo de geração de energia é zero
3. Fluxo de calor na direção x

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \longrightarrow T(x,t)$$

$T(0, t)$
$T(L, t)$

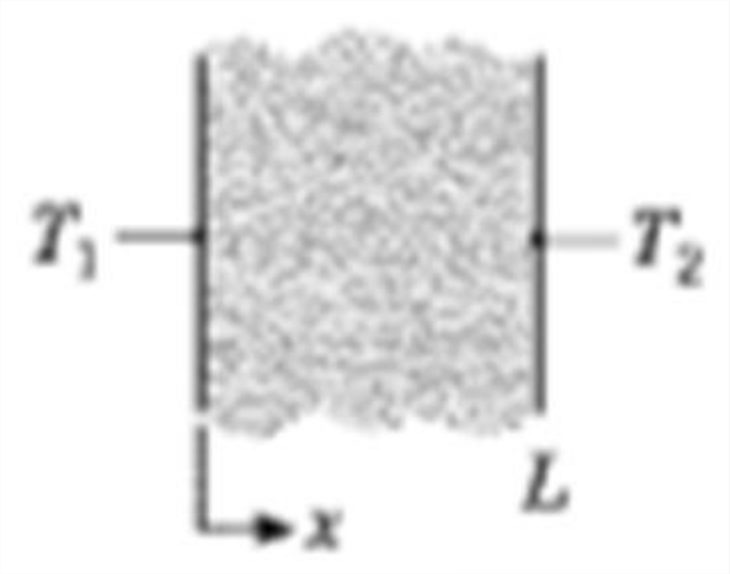
Preciso conhecer dois pontos em x em todo o tempo

Preciso conhecer a distribuição de temperatura para um tempo t.

$T(x, t_0)$

Considere condições de regime estacionário na condução unidimensional em uma parede plana com uma condutividade térmica de K=50(w/mK) e uma espessura L=0,25m, sem geração interna de calor.

Determine o Fluxo térmico.



$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}$$

Um cilindro com raio r_0, comprimento L e condutividade térmica K está imerso em um fluido de coeficiente de transparência de calor por convecção h e temperatura desconhecia t∞ .

Em um certo instante do tempo, a distribuição de temperatura no cilindro é $T(r)=a+br^2$, na qual a e b são constantes.

Obtenha a expressão para a taxa de transferência de calor em r_0 e para a temperatura do fluido.

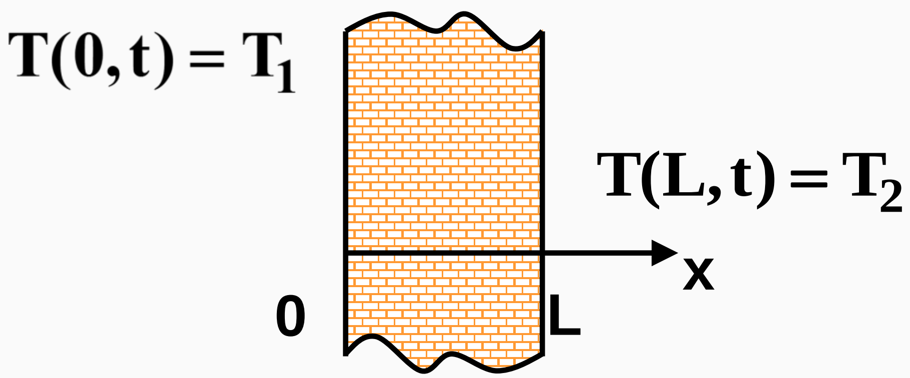
$$q''_y = h(T_s - T_\infty)$$

✓Condições de contorno (C.C.)

1. **Temperatura conhecida**

$$T(x,t)\big|_{x=0} = T(0,t) = T_1$$

$$T(x,t)\big|_{x=L} = T(L,t) = T_2$$

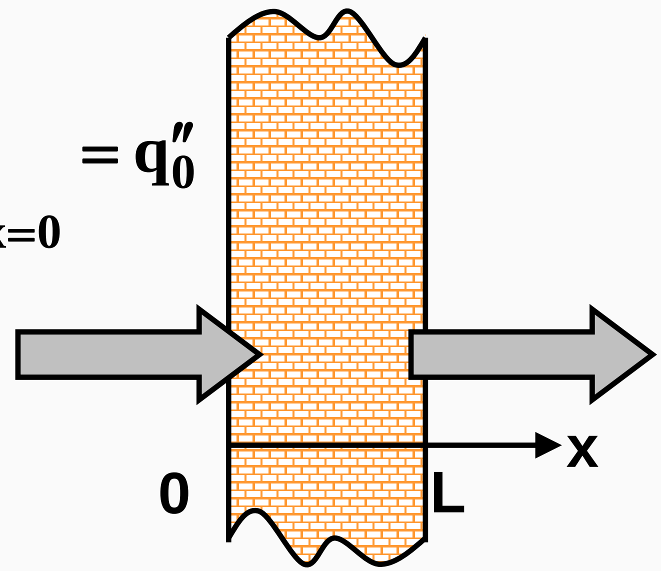


2. Fluxo de calor conhecido

$$-\kappa \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = q_0''$$

O sinal é positivo se o fluxo está no sentido positivo da coordenada, ou negativo se isto não ocorrer

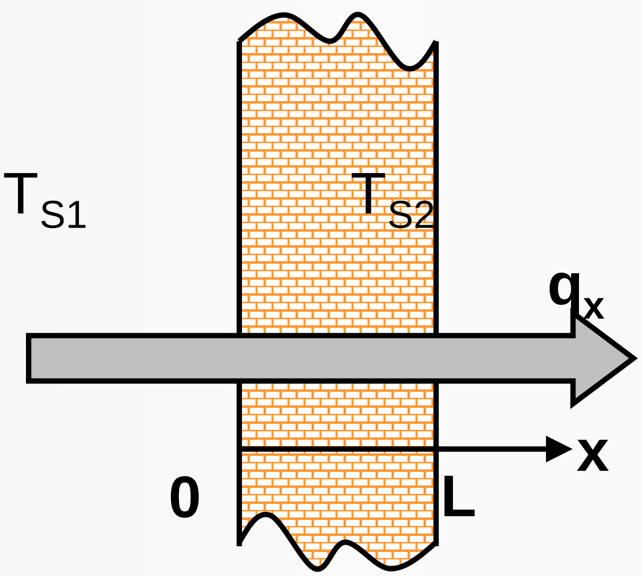
$$-\kappa \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = q_0''$$



- Para superfície isolada termicamente ou adiabática, tem-se:

$$-\kappa \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{s} = q_s'' = 0$$

3. Condição de convecção



$$\left. -k\frac{\partial T}{\partial x}\right|_s = q_s''$$

$$q''_y = h(T_s - T_\infty)$$

Exercício

Trechos do oleoduto do Alasca encontram-se acima do solo e são sustentadas por meio de suportes verticais de aço (com condutividade térmica de 25 w/(m.K) que possuem comprimento de 1m e área de seção transversal de 0.005m^2 . Em condições normais de operação, sabe-se que a variação da temperatura ao longo do comprimento do suporte de aço é governada pela seguinte expressão:

$$T=100-150x+10x^2$$

onde T e x possuem unidades de ^oC e metros, respectivamente. Variações de temperatura na seção transversal do suporte de aço são desprezíveis. Determine a temperatura e a taxa de condução de calor na junção suporte-oeloduto (x=0) e na interface suporte-solo (x=1m). Explique a diferença entre as taxas de transferência de calor.