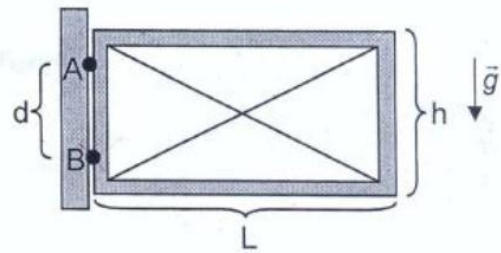


**LISTA DE EXERCÍCIOS – Capítulos 11, 12 e 13: Equilíbrio, Gravitação e Movimento Periódico****Capítulo 11 – Equilíbrio de corpos rígidos**

1) A figura ao lado ilustra um portão rígido de massa  $M$  retangular sustentado por duas dobradiças nos pontos A e B, que são equidistantes das bordas do portão. O portão encontra-se em equilíbrio.

Dados:  $M$ ,  $h$ ,  $L$ ,  $d$  e  $g$ .

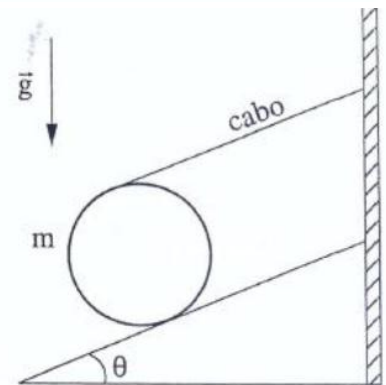


a) Faça abaixo um diagrama de forças para o portão.

b) Calcule as forças horizontais (ao longo de  $x$ ) que atuam no portão, nos pontos A e B de fixação das dobradiças. Escreva essas forças na forma vetorial, em termos de um vetor unitário ao longo do eixo  $x$  mostrado na figura.

2) Um cilindro maciço e uniforme com massa  $m$  está em equilíbrio estático em uma rampa com inclinação  $\theta$ . O cilindro é sustentado por um cabo paralelo à rampa que está enrolado em torno da sua periferia, como ilustra a Figura ao lado. Existe atrito entre o cilindro e a rampa.

Dados:  $m$ ,  $g$  (constante) e  $\theta$

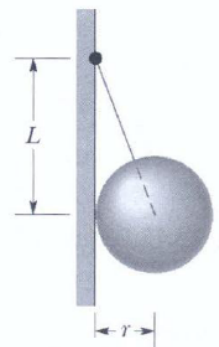


a) Na figura abaixo, desenhe todas as forças que atuam no cilindro.

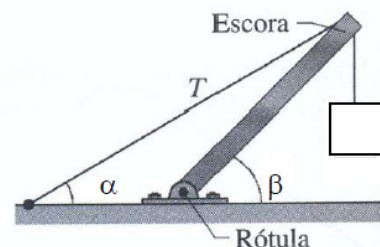
b) Calcule o módulo da tensão no cabo.

3) Na figura ao lado, uma esfera uniforme de massa  $m$  e raio  $r$  é mantida na mesma posição por uma corda de massa desprezível presa a uma parede sem atrito a uma distância  $L$  acima do centro da esfera. Ache (a) tração na corda e (b) a força que a parede exerce sobre a esfera.

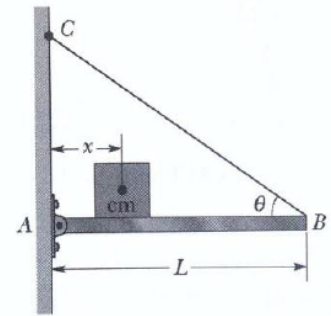
Dados:  $m$ ,  $r$ ,  $L$  e  $g$ .



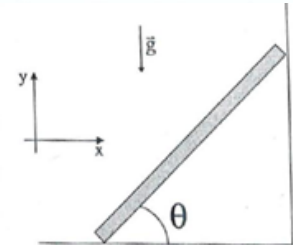
4) O sistema da figura ao lado está em equilíbrio. Um bloco de concreto de massa igual a  $5M$  está pendurado na extremidade de uma escora uniforme de massa igual a  $M$ . Determine (a) a tração  $T$  no cabo e b) as componentes horizontal e vertical da força que a rótula exerce sobre a escora. Dados:  $M$ ,  $g$ ,  $\alpha$  e  $\beta$ .



5) Na figura ao lado, uma barra horizontal AB de peso desprezível e comprimento  $L$  está presa a uma parede vertical em A por meio de uma articulação e suportada por um fio BC que faz um ângulo  $\theta$  com a horizontal. Uma carga de peso  $P$  pode ser deslocada para qualquer posição ao longo da barra; a sua posição fica determinada pela distância  $x$  da parede até o seu centro de massa. Determine (a) a tração no fio e (b) as componentes horizontal e vertical da força que a articulação exerce sobre a barra. Dados:  $P$ ,  $\theta$ ,  $L$  e  $x$ .



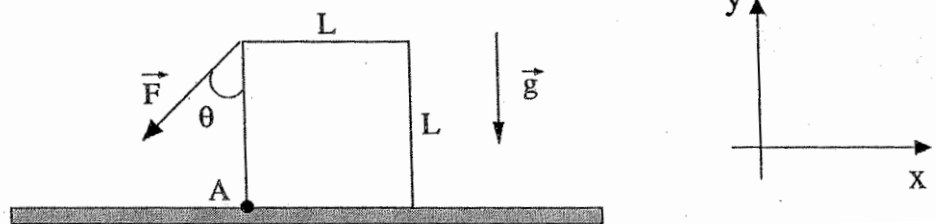
6) Uma escada rígida, uniforme, de comprimento  $L$  e massa  $M$  está apoiada em uma parede e no chão, em equilíbrio estático, conforme a figura ao lado. Considere que só há atrito entre o chão e a escada. Calcule a força (vetor) que o chão faz na escada. Escreva sua resposta em termos de vetores unitários, conforme o referencial fornecido.



Dados:  $L$ ,  $M$ ,  $\theta$  e  $g$ .

7) Uma placa quadrada, homogênea, de massa  $M$  e lado  $L$  está em equilíbrio estático sobre um piso horizontal com atrito. Uma força  $\vec{F}$  (contida no plano da página) é aplicada em uma das extremidades da placa conforme indicado na figura abaixo.

Dados:  $M$ ,  $L$ ,  $\theta$  e  $g$ .

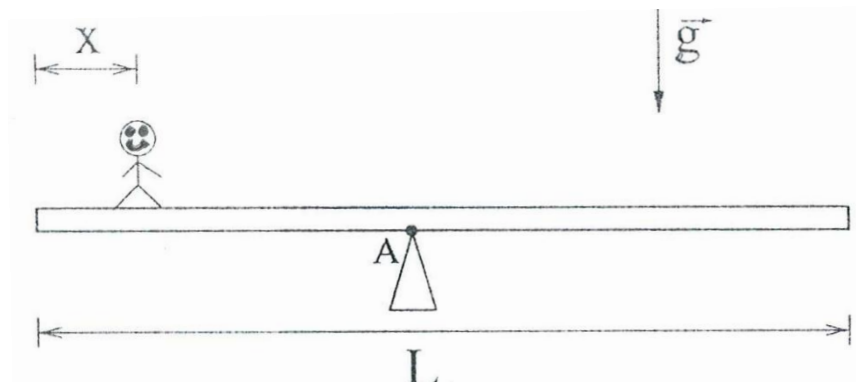


a) Calcule o maior valor para o módulo da força  $\vec{F}$  que pode ser aplicada à placa para que a mesma não saia do equilíbrio estático, ou seja, para que a placa esteja na iminência de tombar para a esquerda. Podemos considerar que neste caso, a placa está apoiada sobre o piso somente no ponto A, como indicado na figura.

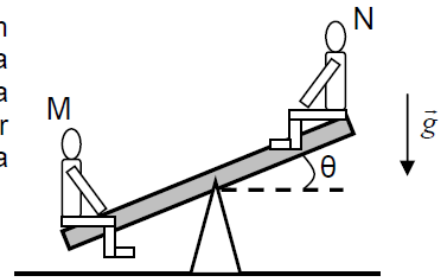
b) Usando o resultado encontrado no item anterior, calcule a força que o piso faz na placa. A sua resposta deve vir em termos dos vetores unitários de acordo o referencial dado.

8) Uma pessoa de massa  $M$  está sobre uma tábua uniforme de massa  $N$  e comprimento  $L$ . A tábua está na horizontal em equilíbrio estático, apoiada no ponto A, veja a figura abaixo. Calcule a distância do centro de gravidade da tábua até o ponto A.

Dados:  $X$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $L$  e  $g$ .



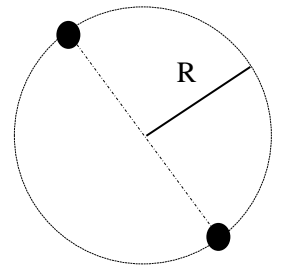
9) Maria (de massa  $M$ ) e Nelson (de massa  $N$ ) permanecem em equilíbrio estático sentados nas extremidades de uma gangorra conforme mostrado na figura ao lado. A gangorra é apenas uma haste rígida de comprimento  $L$  e massa desprezível que pode girar livremente em torno de um eixo fixo que passa pelo centro da haste. Calcule a razão  $M/N$ .



Dados:  $L$ ,  $\theta$  e  $g$ .

## Capítulo 12 – Gravitação

1) Duas estrelas idênticas A e B, cada uma com massa  $M$ , giram em torno do centro de massa do sistema formado pelas duas estrelas (considere as estrelas como partículas). Cada órbita é circular e possui raio  $R$ , de modo que as duas estrelas estão sempre em lados opostos do círculo, veja a figura ao lado.



Dados:  $M$ ,  $R$  e  $G$  (constante universal da gravitação).

- Calcule o módulo da força gravitacional  $F_{A/B}$  que a estrela A faz na estrela B.
  - Represente na figura dada o vetor  $F_{A/B}$ .
  - Calcule o período da órbita circular descrita por cada uma das estrelas.
- 2) Uma bola é lançada para cima, partindo da superfície da Lua, com uma velocidade inicial vertical de módulo  $V_0$ . Não há atrito.

Dados:  $V_0$ ,  $M_L$  (massa da Lua),  $R_L$  (raio da Lua) e  $G$ .

- Calcule a altura máxima (medida em relação à superfície da Lua) que a bola atinge.
  - Usando o resultado do item (a), calcule a velocidade de escape da superfície da Lua.
- 3) Dois satélites de massas iguais estão em órbitas circulares em torno de um mesmo planeta. O planeta exerce sobre o satélite A uma força gravitacional de módulo  $F_A$  e sobre o satélite B uma força gravitacional de módulo  $F_B$ , de tal forma que:

$$\frac{F_A}{F_B} = \alpha$$

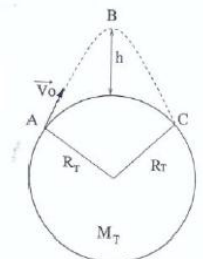
sendo  $\alpha$  uma constante. Calcule a razão  $V_A / V_B$  entre os módulos das velocidades orbitais dos planetas.

Dados:  $\alpha$ .

- 4) Um projétil de massa  $m$  é lançado da superfície da terra com uma velocidade de módulo  $V_0$ . O projétil sai de A, passa por B (altura máxima =  $h$ ) e cai em C, veja a figura ao lado. Despreze os atritos no projétil.

Dados:  $M_T$  (massa da terra),  $m$ ,  $R_T$ ,  $h$ ,  $G$  e  $V_0$

- Calcule o módulo da velocidade do projétil em B (altura máxima).
- Desenhe o vetor aceleração  $\vec{a}$  do projétil nos pontos A, B e C mostrados abaixo.
- Calcule o módulo da aceleração do projétil no ponto B.

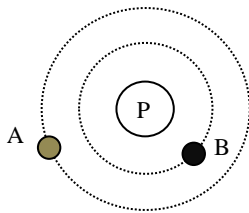




- 5) A massa da Terra é 100 vezes maior que a massa da Lua e o raio da Terra é três vezes maior que o raio da Lua. Um corpo de massa  $m$  é solto a partir do repouso de uma pequena altura  $h$  da superfície da Terra. Imediatamente antes de tocar o solo, a velocidade desse corpo é  $V_T$ . Esse mesmo corpo é solto a partir do repouso de uma pequena altura  $h$  da superfície da Lua. Imediatamente antes de tocar o solo, a velocidade desse corpo é  $V_L$ . O fato da altura  $h$  ser pequena te permite considerar que a aceleração da gravidade é constante. Calcule o valor numérico para a razão  $V_T/V_L$ .

- 6) Dois satélites A e B estão em órbitas circulares em torno de um planeta P como representado na figura abaixo. A órbita do satélite A tem raio  $R$  e a órbita do satélite B tem raio  $2R/3$ . Sabendo que o período da órbita do satélite A é  $T$ , calcule o período da órbita do satélite B. Despreze a força gravitacional entre os satélites A e B.

Dados:  $R$  e  $T$ .



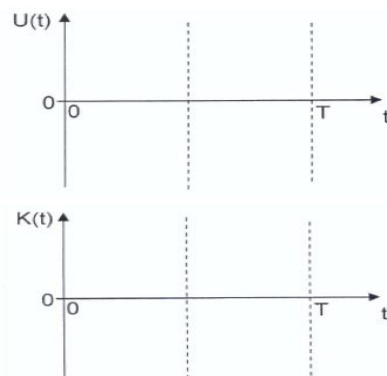
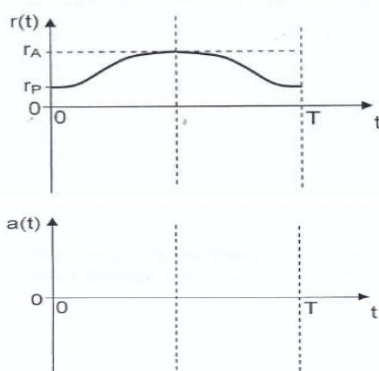
- 7) Observa-se um cometa de massa  $M_C$  passando na vizinhança do Sol. Medições precisas indicaram que no instante em que o cometa estava a uma distância  $R$  do centro do Sol, sua velocidade era, em módulo,  $V = \sqrt{\frac{GM_S}{3R}}$ , sendo  $M_S$  a massa do Sol.

a) Mostre que esse cometa não está em uma órbita circular em torno do Sol.

b) Mostre que a energia mecânica desse cometa é negativa.

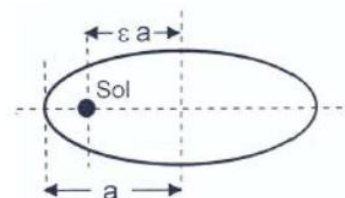
c) Calcule a força, em módulo, que o Sol faz no cometa no instante em que a velocidade do cometa atinge o valor  $V_x = \sqrt{\frac{2GM_S}{3R}}$ .

- 8) Considere um planeta em uma órbita elíptica. No periélio (o ponto da órbita mais próximo do Sol) a distância entre o planeta e o sol é igual a  $r_P$ ; no afélio (o ponto da órbita mais afastado do Sol) essa distância é igual a  $r_A$ . Levando em conta o gráfico abaixo que mostra a distância do planeta ao Sol,  $r(t)$ , em função do tempo  $t$ , em um período orbital  $T$  do planeta, esboce nos sistemas de eixos abaixo as curvas do módulo da aceleração  $a(t)$ , da energia potencial gravitacional  $U(t)$  e da energia cinética  $K(t)$  do planeta, em função do tempo  $t$ . Ao lado de cada gráfico escreva as leis (equações) que justificam sucintamente seu raciocínio.



9) A figura ao lado ilustra a órbita elíptica do cometa Halley. A órbita possui excentricidade  $\varepsilon$  e semi-eixo maior  $a$ .

Dados:  $\varepsilon$  e  $a$ .

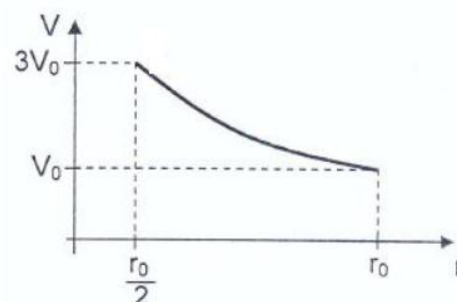


a) Calcule as distâncias  $r_A$  e  $r_B$  do cometa ao Sol no afélio (ponto da órbita mais afastado do Sol) e no periélio (ponto da órbita mais próximo do Sol).

b) Usando a conservação do momento angular, calcule a razão  $V_P / V_A$  entre os módulos das velocidades do cometa no periélio ( $V_P$ ) e no afélio ( $V_A$ ).

c) Sendo  $G$  a constante de gravitação universal e  $M$  a massa do Sol, use a conservação da energia mecânica para calcular o módulo  $V_P$  da velocidade do cometa no periélio em termos de  $\varepsilon$ ,  $a$ ,  $G$  e  $M$ .

10) Um astrônomo observou um asteróide caindo em direção a um planeta sem atmosfera e mediu a velocidade  $V$  desse asteróide em função da distância  $r$  do centro do asteróide ao centro do planeta. Um esboço do comportamento de  $V$  em função de  $r$  é mostrado no gráfico ao lado.

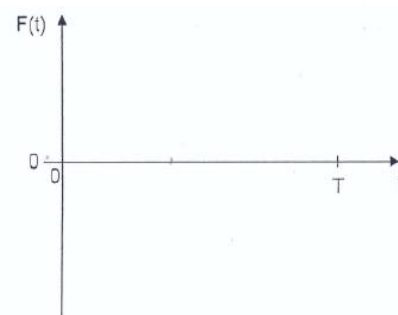


Dados:  $V_0$ ,  $r_0$  e  $G$ .

Calcule a massa do planeta.

11) Considere um planeta em uma órbita elíptica em torno do Sol. No periélio (o ponto da órbita mais próximo do Sol) a distância entre o planeta e o Sol é igual a  $r_P$ ; no afélio (o ponto da órbita mais afastado do Sol) essa distância é igual a  $r_A$ . Usando o sistema de eixos abaixo, esboce um gráfico da força que atua no planeta, em módulo, em função do tempo  $t$ , ao longo de um período  $T$  do movimento do planeta. Coloque valores, algébricos, no eixo vertical. Justifique sucintamente sua resposta.

Dados:  $r_A$ ,  $r_P$ ,  $G$ ,  $M_S$  (massa do Sol) e  $M$  (massa do planeta).



12) Dois asteróides pequenos (de massas  $M_A$  e  $M_B$ ) estão se atraindo mutuamente no espaço vazio. Inicialmente ( $t=0$ ) os asteróides estão em repouso e separados entre si por uma distância  $L$ . Eles são então soltos e passam a se aproximar devido à atração gravitacional entre eles. Calcule os módulos das velocidades dos asteróides,  $V_A$  e  $V_B$ , quando a distância entre eles for apenas  $L/2$ .

Dica: Despreze a ação de qualquer força externa no sistema formado pelos dois asteróides.

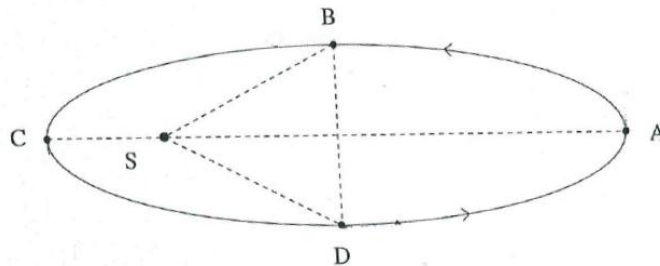
Dados:  $M_A$ ,  $M_B$ ,  $G$  e  $L$ .

- 13) Um projétil de massa  $m$  lançado verticalmente da superfície da Terra (de massa  $M_T$  e raio  $R_T$ ) atinge uma altura máxima  $h$  (medida em relação à superfície da Terra) e cai de volta. Calcule o módulo da velocidade com que o projétil atinge a superfície da Terra. Despreze os atritos.

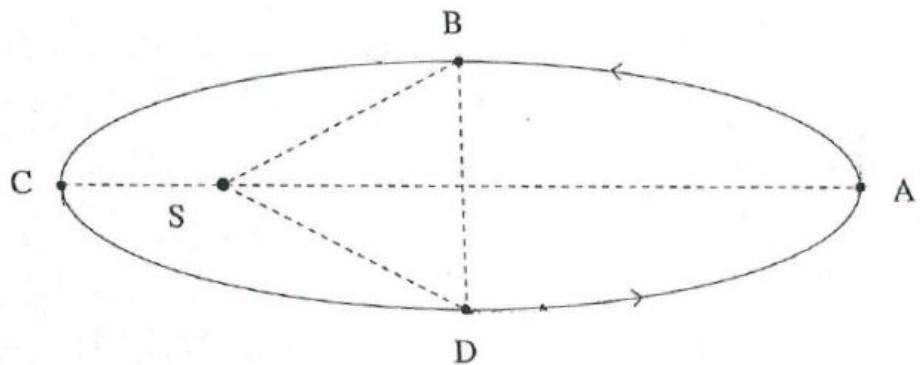
Dados:  $m$ ,  $M_T$ ,  $R_T$ ,  $h$  e  $G$ .

- 14) A figura abaixo ilustra uma órbita elíptica, no sentido anti-horário, descrita por um planeta em torno do Sol ( $S$ ). Destacamos alguns pontos da órbita: A (afélio), B, C (periélio) e D. Para fazer os esboços que pedimos abaixo, você não precisa calcular e nem justificar nada, são esboços qualitativos, de setas (vetores) ou funções. Mas, a precisão do seu desenho será levada em conta na correção. Um desenho impreciso implicará em uma nota baixa.

a) Esboce



b) Esboce o vetor velocidade do planeta nos instantes A, B, C e D.



- c) No sistema de eixos abaixo, esboce o gráfico do módulo do momento angular  $L$  do planeta em relação ao Sol em função do tempo  $t$ . Suponha que em  $t=0$  o planeta esteja no ponto C.





15) Um pequeno satélite de massa  $m$ , que está em uma órbita circular de raio  $r$  em torno de um planeta de massa  $M_T$ , deve ser levado para uma nova órbita circular de raio maior  $R$ . Calcule a energia mecânica que deve ser fornecida a esse satélite para que ele execute essa mudança de órbita.

Dados:  $m$ ,  $M_T$ ,  $r$ ,  $R$  e  $G$ .

16) Na estação espacial internacional (EEI) a aceleração da gravidade produzida pela Terra é  $k$  vezes a aceleração da gravidade na superfície da Terra (com  $k$  um fator menor que 1).

Dados:  $k$ ,  $R_T$  (raio da Terra),  $M_T$  (massa da Terra) e  $G$ .

a) Calcule a altura  $h$  da EEI em relação à superfície da Terra.

b) Calcule o período orbital da EEI (admitindo a órbita circular).

17) A aceleração da gravidade no alto do monte Everest é  $\alpha g$ , sendo  $\alpha$  uma constante ( $\alpha < 1$ ) e  $g$  a aceleração da gravidade na superfície da Terra. Calcule a altura do monte Everest (em relação à superfície da Terra) em termos, apenas, de  $\alpha$  e do raio da Terra ( $R$ ).

Dados:  $\alpha$  e  $R$ .

18) A órbita da Terra em torno do Sol é aproximadamente circular, de raio  $a$  e período orbital  $X$ . A órbita da Lua em torno da Terra também é aproximadamente circular, de raio  $b$  e período orbital  $Y$ . Considere que  $a / b = \alpha$  e  $X / Y = \beta$ , sendo  $\alpha$  e  $\beta$  parâmetros conhecidos.

Dados:  $\alpha$  e  $\beta$ .

Calcule a razão  $M_S/M_T$  entre a massa do Sol ( $M_S$ ) e a massa da Terra ( $M_T$ ).

### **Capítulo 13 – Movimento Periódico**

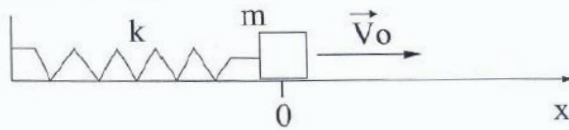
1) Considere um pêndulo simples, formado por uma bolinha de massa  $M=0,1$  kg fixa na extremidade de uma corda leve de comprimento  $L=1$  m. Despreze o atrito. A bolinha é solta (em  $t=0$ ) do repouso de um ponto que está a uma distância  $d=0,1$  m à esquerda da posição de equilíbrio da bolinha. Considere válida a aproximação de pequenas oscilações e  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

a) Escreva a equação da coordenada horizontal  $x(t)$  da bolinha em função do tempo (adote um eixo  $x$  horizontal, com origem na posição de equilíbrio da bolinha e orientado da esquerda para a direita). Os valores numéricos dados na questão devem ser utilizados aqui,  $x(t)$  deve ser dado em metros. Dica: simplesmente escreva a equação do movimento harmônico simples com os dados numéricos fornecidos.

b) Calcule a velocidade máxima da bolinha, em m/s.

c) Calcule o tempo, em segundos, que demora para a bolinha sair da posição  $x = -0,1$  m e chegar na posição  $x = +0,1$  m.

2) Um oscilador harmônico, constituído por uma mola de constante elástica  $k=8\pi^2\text{N/m}$  e um bloco de massa  $m=2\text{kg}$ , oscila na horizontal. A figura abaixo ilustra o instante  $t=0\text{s}$ , momento em que o bloco passa pela posição  $X=0$  e está com uma velocidade  $\vec{V}_0=4\pi\hat{i}(\text{m/s})$ .



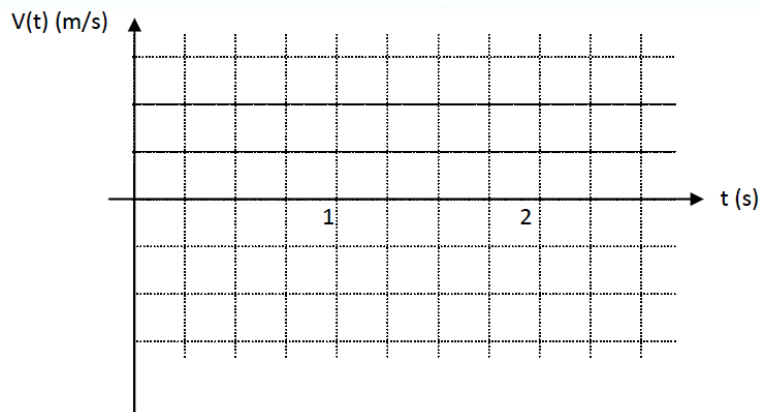
- Calcule a amplitude do movimento do bloco (em metros).
- Calcule a frequência  $f$  (em Hertz) das oscilações do bloco.
- Escreva a função  $x(t)$  que descreve a posição do bloco em função do tempo.

3) Em um oscilador harmônico simples do tipo massa-mola (sem atrito), a posição do bloco em função do tempo é dada por ( $t$  é o tempo em segundos):

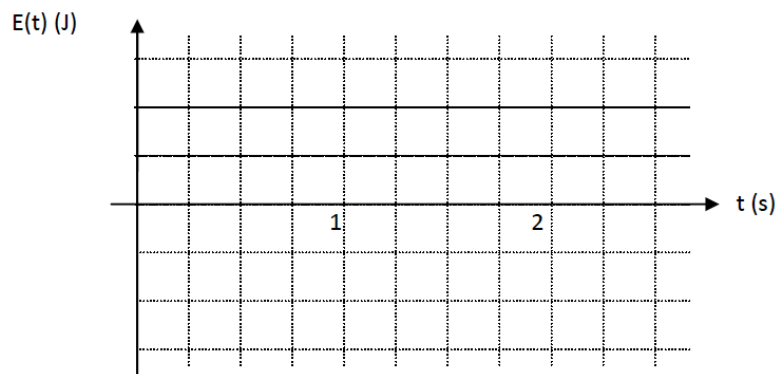
$$x(t) = 0,01 \sin(2\pi t) \quad (\text{metros}).$$

Dados: massa do bloco  $M = 1\text{ kg}$ , constante de mola  $k = 4\pi^2\text{ N/m}$ .

- Calcule a velocidade  $V(t)$  do bloco em função do tempo  $t$  (em metros/segundo).
- Usando o sistema de eixos abaixo, faça um gráfico da velocidade  $V(t)$  do bloco em função do tempo. Seu gráfico deve abranger toda a escala horizontal (tempo) e deve conter alguns valores numéricos assumidos por  $V(t)$  escritos no eixo vertical, conforme sua escolha de escala (a escala horizontal já está definida).



- Calcule e use o sistema de eixos abaixo para fazer um gráfico da energia mecânica  $E(t)$  (cinética mais potencial) do sistema bloco-mola em função do tempo. Seu gráfico deve abranger toda a escala horizontal (tempo) e deve conter alguns valores numéricos assumidos por  $E(t)$  escritos no eixo vertical, conforme sua escolha de escala (a escala horizontal já está definida).

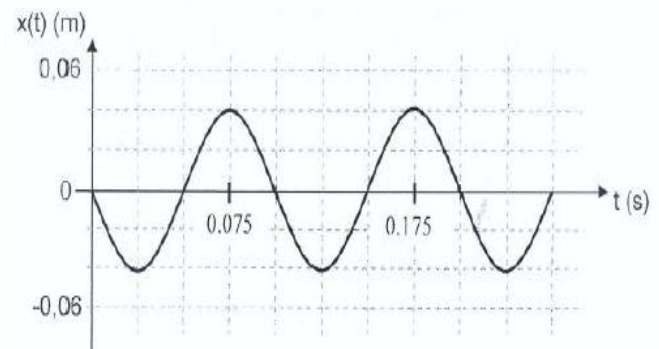




4) O gráfico abaixo mostra o comportamento da posição  $x(t)$  em função do tempo  $t$  de um bloco fixado na extremidade de uma mola ideal (de constante elástica  $k = 200 \text{ N/m}$ ). O bloco está descrevendo um movimento harmônico simples.

Dados:  $k=200 \text{ N/m}$  e o gráfico abaixo.

- Qual a amplitude  $A$  do movimento, em metros?
- Qual a frequência  $f$  do movimento, em hertz?
- Qual a massa  $M$  do bloco, em kg?
- Qual a velocidade inicial  $V(0)$  do bloco, em m/s?



- 5) Sabemos que um pêndulo físico oscilando em MHS possui frequência angular dada por:

$$\omega = \sqrt{\frac{M g d}{I}}$$

sendo  $M$  a massa do corpo oscilante,  $g$  a aceleração da gravidade,  $d$  a distância do eixo de rotação ao centro de gravidade do corpo e  $I$  o momento de inércia do corpo em relação ao eixo de rotação.

Partindo dessa expressão, calcule a frequência angular  $\omega$  de um pêndulo simples em MHS. Faça um desenho do pêndulo simples, para tornar mais claro seu raciocínio.

- 6) Um bloco de massa  $M$  está fixo na extremidade de uma mola ideal de constante elástica  $k$ . O bloco oscila harmonicamente e sua posição  $x(t)$  é dada por:

$$x(t) = A \sin(\omega t)$$

sendo  $A$  e  $\omega = \sqrt{k/M}$  constantes positivas.

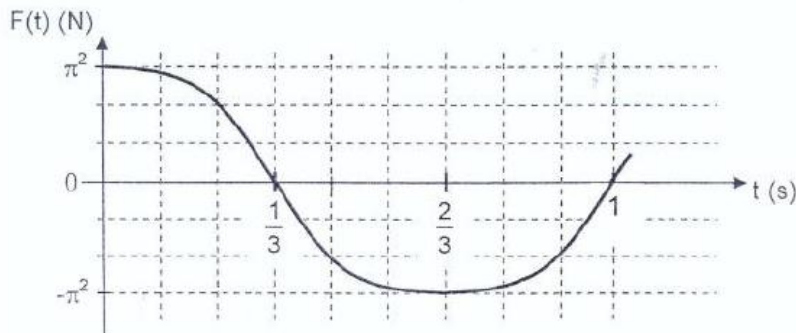
Suponha que a energia mecânica (constante) desse oscilador seja  $E_0$ .

- Calcule o valor da amplitude  $A$  em termos de  $E_0$  e  $k$ .
- Calcule a velocidade inicial ( $t=0$ ) do bloco, em termos de  $E_0$  e  $M$ .
- Calcule o módulo da força que a mola faz no bloco no instante  $t = \pi/(2\omega)$ , em termos de  $E_0$  e  $k$ .
- Calcule a energia cinética do bloco nos instantes em que  $x(t) = A/2$ , em termos de  $E_0$ .

7) O gráfico abaixo mostra o comportamento, em função do tempo  $t$ , da força de mola  $F(t)$  que atua em um bloco fixado na extremidade de uma mola ideal. O bloco está descrevendo um movimento harmônico simples ( $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ ) de amplitude  $A = \frac{1}{18}$  m.

Dados:  $A = \frac{1}{18}$  m e o gráfico abaixo.

Dica: Você não precisa deduzir a expressão da frequência angular  $\omega$ .

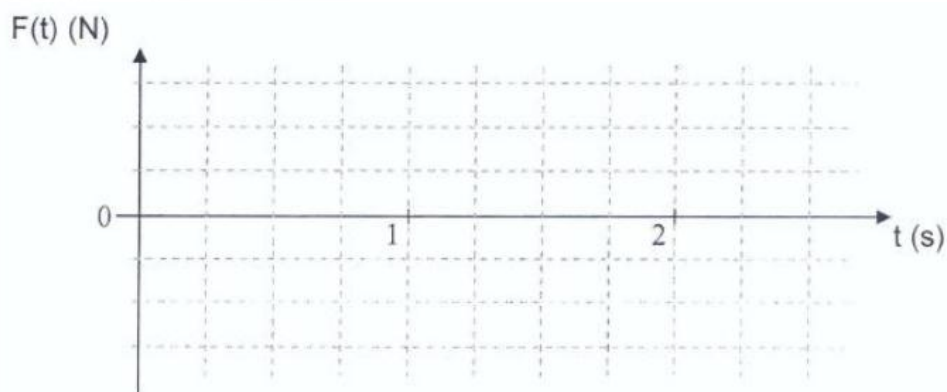


- Qual o período do movimento, em segundos?
- Calcule a frequência angular do movimento, em rad/s.
- Calcule a massa do bloco, em kg.
- Calcule a equação horária  $x(t)$  desse bloco.
- Calcule a velocidade inicial ( $t=0$ ) do bloco, em m/s.

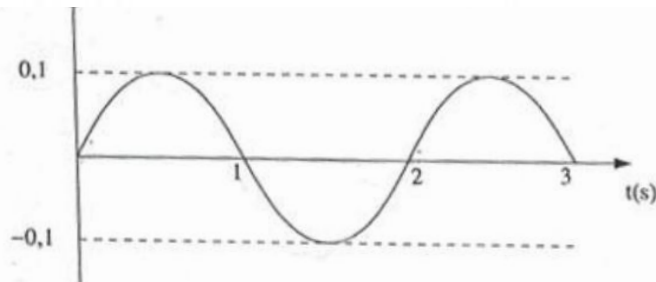
8) Em um oscilador harmônico simples do tipo massa-mola (a constante de mola vale  $k=100$  N/m), a velocidade do bloco em função do tempo é dada por:

$$V(t) = 3 \sin(\pi t) \quad (\text{m/s})$$

- Calcule a posição  $x(t)$  do bloco, em metros.
- Usando o sistema de eixos abaixo, faça um gráfico da força de mola  $F(t)$  no bloco em função do tempo. Seu gráfico deve abranger toda a escala horizontal (tempo) e deve conter alguns valores numéricos assumidos por  $F(t)$  escritos no eixo vertical, conforme sua escolha de escala (a escala horizontal já está definida).

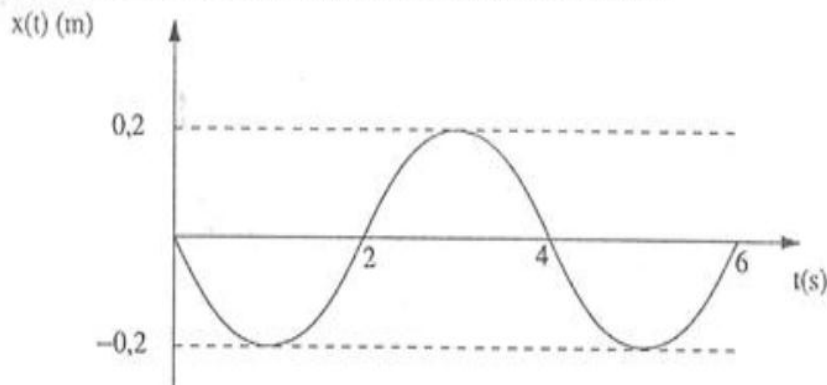


9) Um pêndulo simples, formado por um fio de massa desprezível e por uma partícula massiva, oscila em MHS com a sua coordenada horizontal  $x(t)$  conforme o gráfico abaixo.



- Qual a amplitude das oscilações (em metros)?
- Calcule o comprimento do pêndulo (em metros).
- Escreva a expressão da função  $x(t)$  (em metros) em função do tempo  $t$  para esse pêndulo.
- Calcule a altura máxima (em metros) que a partícula atinge, em relação à posição mais baixa da sua trajetória.

10) Um pêndulo simples, formado por um fio de massa desprezível e por uma partícula massiva, oscila em MHS com a sua coordenada horizontal  $x(t)$  conforme o gráfico abaixo.



Dados: o gráfico de  $x(t)$  e  $g=10\text{m/s}^2$ .

- Qual a amplitude das oscilações (em metros)?
- Calcule o comprimento do fio do pêndulo (em metros).
- Calcule a altura máxima (em metros) que a partícula atinge, em relação à posição mais baixa da sua trajetória.

11) Considere as afirmativas abaixo. Marque V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas. Cada item marcado corretamente vale +1 ponto e cada item marcado incorretamente vale -1 ponto. Dessa forma, caso você não saiba se algum item é V ou F, talvez seja melhor deixá-lo em branco. A nota mínima é zero.

a) ( ) Os satélites geoestacionários em órbita circular em torno da Terra, permanecem sempre parados em relação a um ponto fixo sobre a superfície da Terra. A velocidade linear desses satélites é igual à velocidade linear de um ponto na superfície da Terra.

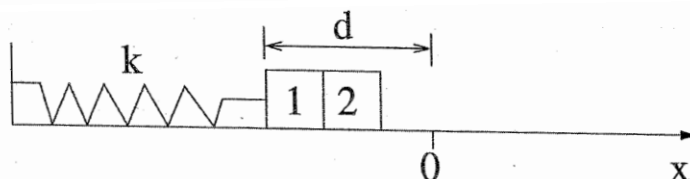
b) ( ) As órbitas de todos os planetas do universo satisfazem a relação  $\frac{T^2}{a^3} = K$ , onde  $T$  é o período,  $a$  é o semi-eixo maior e  $K$  é uma constante universal.

c) ( ) Quanto maior for a amplitude de movimento harmônico simples descrito por um sistema massa mola, maior será o intervalo de tempo gasto para uma oscilação completa.

d) ( ) Um parafuso que se desprendesse da estação espacial, em órbita circular em torno da Terra, sairia pela tangente e seguiria uma trajetória retilínea.



- 12) Um bloco 1 de massa  $m$  está conectado a uma mola de constante elástica  $k$ . Um segundo bloco 2 também de massa  $m$  é empurrado contra o bloco 1, comprimindo a mola de uma quantidade  $d$ , como mostra a figura abaixo. O sistema então é abandonado do repouso e os dois blocos começam a se mover para a direita em uma superfície horizontal sem atrito. Considere os blocos como partículas.



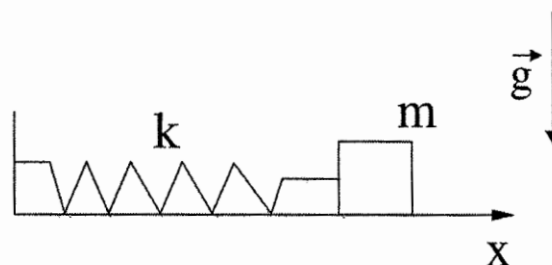
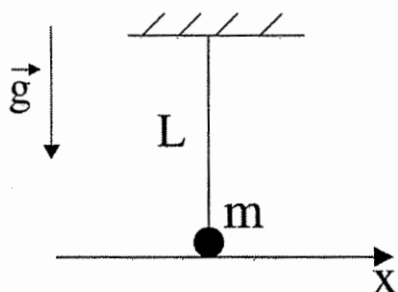
Dados:  $m$ ,  $k$  e  $d$ .

- Quando os blocos atingem pela primeira vez a posição de equilíbrio do bloco 1 (mola relaxada), o bloco 2 perde contato com ele e passa a se mover com uma velocidade de módulo  $V$  constante. Calcule  $V$ .
- A partir do instante em que os dois blocos se separam, o bloco 1 passa a se mover como um oscilador harmônico simples. Calcule a amplitude  $A$  deste movimento.

- 13) Uma partícula está em movimento harmônico simples ao longo do eixo  $x$  com velocidade  $V(t)$  dada por:

$$V(t) = 2 \cos(2\pi t + \pi/4) \text{ em m/s}$$

- Calcule o período do movimento (em segundos).
  - Calcule a amplitude do movimento (em metros).
  - Calcule a posição da partícula no instante  $t=0$  (em metros).
  - Se a massa da partícula é  $m=1\text{kg}$ , calcule o valor máximo da energia cinética dessa partícula (em joules).
- 14) A figura abaixo mostra dois sistemas oscilatórios sem atrito, um pêndulo simples e um sistema massa-mola.

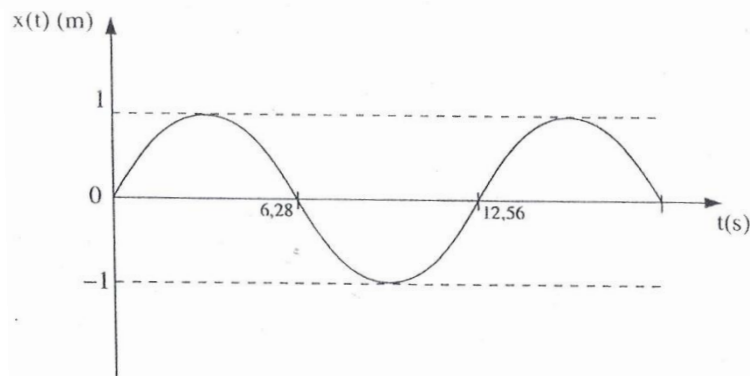


Admita que o movimento dos sistemas é harmônico simples ao longo do eixo  $x$  e que a condição inicial é  $v_0=0$  e  $x_0=b$ . Os dois sistemas são postos para oscilar na superfície da Terra e depois na superfície da Lua. A razão entre as massas da Terra ( $M_T$ ) e da Lua ( $M_L$ ) é 80 e a razão entre as raio da Terra ( $R_T$ ) e da Lua ( $R_L$ ) é 4:

Dados:  $L, m, k, M_T/M_L=80, R_T/R_L=4$  e  $b$ .

- Calcule a razão  $\omega_T/\omega_L$  entre as frequências angulares para o pêndulo simples na Terra e na Lua. Faça o mesmo cálculo para o sistema massa-mola.
- Calcule a razão  $A_T/A_L$  entre as amplitudes de oscilação para o pêndulo simples na Terra e na Lua. Faça o mesmo cálculo para o sistema massa-mola.

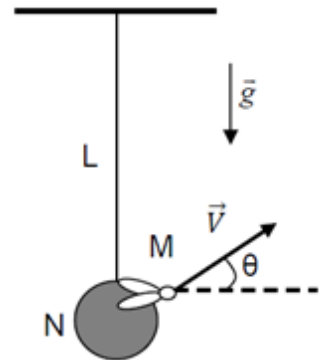
15) O gráfico abaixo ilustra as oscilações harmônicas de um pêndulo simples.  $x(t)$  é a coordenada horizontal da bolinha, que está atada à extremidade de um fio leve de comprimento  $L$ .



Use nessa questão os valores numéricos:  $g=10\text{m/s}^2$  e  $\pi=3,14$

- Determine a amplitude das oscilações do pêndulo (em metros).
- Calcule  $L$  (em metros).
- Calcule o módulo da velocidade inicial ( $t=0$ ) da bolinha (em metros por segundo).

16) Uma mosca de massa  $M$  está inicialmente pousada em uma luminária de teto composta de uma pequena lâmpada de massa  $N$  suspensa por um cabo leve e flexível de comprimento  $L$ . Em um dado instante a mosca resolve saltar da luminária com uma velocidade inicial  $\vec{V}$  de módulo  $V$ , conforme a figura ao lado. A luminária estava inicialmente em repouso. Logo após o salto da mosca a luminária oscila em movimento harmônico simples.



Dados:  $M, N, L, V, \theta$  e  $g$ .

- Calcule a velocidade da lâmpada logo após o salto da mosca.
- Calcule a amplitude das oscilações da lâmpada.
- Supondo que após saltar da luminária a mosca continue em movimento retilíneo uniforme com velocidade  $\vec{V}$ , calcule a distância percorrida pela mosca durante uma oscilação completa (um ciclo) da lâmpada.

## RESPOSTAS

### Capítulo 11 – Equilíbrio de corpos rígidos

1) (b)  $\vec{F}_{Ax} = -\frac{MgL}{2d}\hat{i}$ ;  $\vec{F}_{Bx} = \frac{MgL}{2d}\hat{i}$

2) (b)  $T = \frac{mg \sin \theta}{2}$

3) (a)  $T = mg \frac{\sqrt{L^2 + r^2}}{L}$ ; (b)  $N = mgr/L$

4) (a)  $T = \frac{11Mg \cos \beta}{2 \sin(\beta - \alpha)}$

(b)  $F_H = \frac{11Mg \cos \beta \cos \alpha}{2 \sin(\beta - \alpha)}$

$F_V = Mg \left( 6 + \frac{11 \cos \beta \sin \alpha}{2 \sin(\beta - \alpha)} \right)$

5) (a)  $T = \frac{Px}{L \sin \theta}$

(b)  $F_H = \frac{Px}{L \tan \theta}$ ;  $F_V = P \left( 1 - \frac{x}{L} \right)$

6)  $\vec{F} = \frac{mg}{2 \tan \theta} \hat{i} + mg \hat{j}$

7) (a)  $F = \frac{Mg}{2 \sin \theta}$

(b)  $\vec{F}_{Piso} = \frac{Mg}{2} \hat{i} + \left( 1 + \frac{1}{2 \tan \theta} \right) Mg \hat{j}$

8)  $d = \frac{M \left( \frac{L}{2} - x \right)}{(M+N)}$

9)  $\frac{M}{N} = 1$

## Capítulo 12 – Gravitação

1) (a)  $F_{A/B} = \frac{1}{4} \frac{GM^2}{R^2}$

(c)  $T = \frac{4\pi R^{3/2}}{\sqrt{GM}}$

2) (a)  $h = \left( \frac{1}{R_L} - \frac{V_0^2}{2GM_L} \right)^{-1} - R_L$

(b)  $V_0 = \sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}}$

3)  $\frac{V_A}{V_B} = \sqrt[4]{\alpha}$

4) (a)  $V_B = \sqrt{V_0^2 - \frac{2GM_T h}{R_T(R_T+h)}}$

(c)  $a = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2}$

5)  $\frac{V_T}{V_L} = \frac{10}{3}$

6)  $T_B = \sqrt{\frac{8}{27}} T$

7) (a)  $V = \sqrt{\frac{GM_S}{R}}$ ; (b)  $E = -\frac{5GM_S M_C}{6R}$

(c)  $= \frac{2GM_S M_C}{3R^2}$

## 8) Gráficos

9) (a)  $r_P = a(1 - \varepsilon)$ ;  $r_A = a(1 + \varepsilon)$

(b)  $\frac{V_P}{V_A} = \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}$

(c)  $V_P = \sqrt{\frac{GM}{a}} \left( \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)$

10)  $M = \frac{4V_0^2 r_0}{G}$

## 11) Gráfico

12)  $V_A = \sqrt{\frac{2GM_B^2}{L(M_A+M_B)}}; \quad V_B = \sqrt{\frac{2GM_A^2}{L(M_A+M_B)}}$

13)  $V_B = \sqrt{2GM_T \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T+h} \right)}$

## 14) Desenhos e gráfico

15)  $E = \frac{GM_T m}{2} \left( \frac{R-r}{Rr} \right)$

16) a)  $h = \frac{R_T}{k} (\sqrt{k} - k)$

b)  $T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM_T}} \left( \frac{R_T}{\sqrt{k}} \right)^{3/2}$

17)  $h = \frac{R}{\sqrt{\alpha}} - R$

18)  $\frac{M_S}{M_T} = \frac{\alpha^3}{\beta^2}$



## Capítulo 13 – Movimento Periódico

☞ (a)  $x = 0,1 \cos\left(\sqrt{10}t - \frac{\pi}{2}\right)$

(b)  $v = 0,1\sqrt{10} \text{ m/s}$

(c)  $\Delta t = \frac{\pi}{\omega} \text{ s}$

2) (a)  $A = 2 \text{ m}$

(b)  $f = 1 \text{ Hz}$

(c)  $x = 2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

3) (a)  $v = 0,02\pi \cos(2\pi t)$

(b) Gráfico

(c) Gráfico

4) (a)  $A = 0,02 \text{ m}$

(b)  $f = 10 \text{ Hz}$

(c)  $M = \frac{1}{2\pi^2} \text{ kg}$

(d)  $v = -0,4\pi \text{ m/s}$

5) Dedução

6) (a)  $A = \sqrt{\frac{2E_0}{k}}$ ; (b)  $V_0 = \sqrt{\frac{2E_0}{M}}$

(c)  $F = \sqrt{2kE_0}$ ; (d)  $K = \frac{3}{4}E_0$

7) (a)  $T = \frac{4}{3} \text{ s}$ ; (b)  $\omega = \frac{3\pi}{2} \text{ rad/s}$ ;

(c)  $M = 8 \text{ kg}$

(d)  $x = \frac{1}{18} \cos\left(\frac{3\pi}{2}t + \pi\right)$ ; (e)  $v = 0$

8) (a)  $x = -\frac{3}{\pi} \cos \pi t$ ; (b) Gráfico

9) (a)  $A = 0,1 \text{ m}$ ; (b)  $L = \frac{10}{\pi^2} \text{ m}$

(c)  $x(t) = 0,1 \sin(\pi t)$

(d)  $h = \frac{\pi^2}{2} \times 10^{-3} \text{ m}$

10) (a)  $A = 0,2 \text{ m}$ ; (b)  $L = \frac{40}{\pi^2} \text{ m}$

(c)  $h = 5\pi^2 \times 10^{-4} \text{ m}$

11) F, F, F, F

12) (a)  $V = \sqrt{\frac{k}{2m}} d$

(b)  $A = \frac{\sqrt{2}}{2} d$

13) (a)  $T = 1 \text{ s}$

(b)  $A = \frac{1}{\pi} \text{ m}$

(c)  $x_0 = \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m}$

(d)  $K = 2 \text{ J}$

14) (a)  $\frac{\omega_T}{\omega_L} = \sqrt{5}$  e  $\frac{\omega_T}{\omega_L} = 1$

(b)  $\frac{A_T}{A_L} = 1$  e  $\frac{A_T}{A_L} = 1$

15) a)  $A = 1 \text{ m}$

b)  $L = 40 \text{ m}$

c)  $v = 0,5 \text{ m/s}$

16) a)  $V_F = -\frac{M}{N} V \cos \theta$

b)  $A = \sqrt{\frac{L}{g}} \frac{M}{N} V \cos \theta$

c)  $\Delta x = 2\pi V \sqrt{\frac{L}{g}}$