

Lista para a Avaliação TE2 - TURMA 2

MAT 271 - Cálculo Numérico - PER3/2021/UFV

Professor Amarísio Araújo

OBS.: Considere o arredondamento com 4 casas decimais após a virgula.

1) Seja o sistema linear:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 8 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -4 \end{cases}$$

- a) Verifique que o sistema tem solução única e pode ser resolvido pelo *Método da Decomposição LU*.
- b) Encontre as matrizes da decomposição $A = LU$ da matriz A dos coeficientes do sistema.
- c) Utilizando a decomposição encontrada no item anterior, encontre a solução do sistema pelo *Método da Decomposição LU*.

2) Seja o sistema linear:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 4 \end{cases}$$

- a) Mostre que há garantia de convergência caso sejam usados o *Método de Jacobi-Richardson* ou o *Método de Gauss-Seidel* para encontrar uma aproximação da solução sistema.
- b) Use o *Método de Jacobi-Richardson*, com aproximação inicial $x^{(0)} = (1, 0, 1)$, para encontrar uma aproximação da solução do sistema, com erro relativo menor que 0.01.

3) Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = -3 \\ x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 10 \end{cases}$$

- a) Mostre que o *Método de Gauss-Seidel* pode ser usado, com garantia de convergência, para encontrar uma solução aproximada do sistema.
- b) Use o *Método de Gauss-Seidel*, com aproximação inicial $x^{(0)} = (0, 0, 0)$, para encontrar uma aproximação da solução do sistema, com erro relativo menor que 0.01.

4) Seja o sistema linear:

$$\begin{cases} x_1 + 10x_2 + 3x_3 = 27 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 12 \end{cases}$$

a) Reordene as equações de modo que o sistema possa ser resolvido pelos métodos *de Jacobi-Richardson* e *de Gauss-Seidel*, com garantia de convergência.

b) Use o *Método de Gauss-Seidel*, com aproximação inicial $x^{(0)} = (0, 1, 0)$, para encontrar os quatro próximos termos da sequência de aproximações da solução do sistema.

5) Considere o seguinte sistema:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &= 0 \\ -x_{j-1} + 5x_j - x_{j+1} &= \cos(j/10), \quad 2 \leq j \leq 4 \\ 2x_5 - x_4 &= 0 \end{aligned}$$

Construa as equações de iteratividade do *Método de Gauss-Seidel* e use-as, com $x^{(0)} = (0.2, 0.2, 0.2, 0.1, 0.1)$, para encontrar o termo $x^{(2)}$ da sequência de aproximações da solução do sistema.