

PHT / 2021 - INF 280 - Prova 2 - ID: 43

Werikson Alves - 96708

Universidade Federal de Viçosa (UFV), Viçosa, Brasil

e-mails: werikson.alves@ufv.br

21 de Fevereiro de 2022

Problema 1

(Baseado em Taha, pg. 14)

Uma empresa imobiliária está desenvolvendo um projeto habitacional de casas de aluguel e um espaço para o comércio varejista. O projeto habitacional consiste em apartamentos funcionais, apartamentos duplex e unidades residenciais simples. A demanda máxima de inquilinos potenciais é estimada em 400 apartamentos funcionais, 340 apartamentos duplex e 200 unidades residenciais simples, mas pelo menos 30% das habitações devem ser compostas por apartamentos duplex. O espaço para o comércio varejista deve conter pelo menos 10 m^2 para cada apartamento funcional, mais 13 m^2 para cada apartamento duplex e 20 m^2 para cada unidade residencial simples (chamaremos essa restrição de **r6**). Contudo, a disponibilidade de terreno limita o espaço de comércio varejista a não mais do que 11500 m^2 . A receita mensal de aluguéis é estimada em \$550, \$800 e \$1300 para cada apartamento funcional, apartamento duplex e unidade residencial simples, respectivamente. O aluguel de espaços para comércio varejista é $\$115/\text{m}^2$. Deseja-se determinar a área ótima de espaço para comércio varejista e o número de unidades residenciais de cada tipo.

1. Resolva esse PPL e preencha a tabela abaixo com a solução obtida.

Obs.: pode arredondar os resultados das variáveis de decisão, pegando o valor inteiro mais próximo.

Solução

Variáveis:

- $x_1 \rightarrow$ Apartamentos funcionais;
- $x_2 \rightarrow$ Apartamento duplex;
- $x_3 \rightarrow$ Residenciais simples;
- $x_4 \rightarrow$ Área usada;

Restrições:

I- $1 \cdot x_1 \leq 400$

II- $1 \cdot x_2 \leq 340$

III- $1 \cdot x_3 \leq 200$

IV- $x_2 \geq 0.3 \cdot (x_1 + x_2 + x_3) \rightarrow 0.3 \cdot x_1 - 0.7 \cdot x_2 + 0.3 \cdot x_3 \leq 0$

V- $10 \cdot x_1 + 13 \cdot x_2 + 20 \cdot x_3 \leq x_4$

VI- $x_4 \leq 11500$

Função Objetivo:

Maximizar: $550 \cdot x_1 + 800 \cdot x_2 + 1300 \cdot x_3 + 115 \cdot x_4$

Para os seguinte dados, resolvendo pelo lingo obtemos a seguinte solução ótima:

```
!x1 Apartamentos funcionais;
!x2 Apartamentos duplex;
!x3 Residencias simples;
!x4 Area usada;

MAX = (550)*x1 + (800)*x2 + (1300)*x3 + 115*x4;

[Apto__Func] x1                                     <= 400;
[Apto_Duplex]                x2                     <= 340;
[Res_simples]                  x3                     <= 200;
[Duplex__min] 0.3*x1 - 0.7*x2 + 0.3*x3              <= 0;
[R6__Dim_min] 10*x1 + 13*x2 + 20*x3 - x4            <= 0;
[Area____max]                                x4 <= 11500;
```

Variable	Value	Reduced Cost
X1	308.0000	0.000000
X2	340.0000	0.000000
X3	200.0000	0.000000
X4	11500.00	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	2023900.	1.000000
APTO__FUNC	92.00000	0.000000
APTO_DUPLEX	0.000000	85.00000
RES_SIMPLES	0.000000	200.0000
DUPLEX__MIN	85.60000	0.000000
R6__DIM_MIN	0.000000	55.00000
AREA____MAX	0.000000	170.0000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X1	550.0000	65.38462	550.0000
X2	800.0000	INFINITY	85.00000
X3	1300.000	INFINITY	200.0000
X4	115.0000	INFINITY	170.0000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
APTO__FUNC	400.0000	INFINITY	92.00000
APTO_DUPLEX	340.0000	236.9231	70.76923
RES_SIMPLES	200.0000	154.0000	46.00000
DUPLEX__MIN	0.000000	INFINITY	85.60000
R6__DIM_MIN	0.000000	920.0000	3080.000
AREA____MAX	11500.00	920.0000	3080.000

Figura 1: Solução obtida no lingo.

Comércio Varejista(m²):	11500
Qtd. apartamentos funcionais:	308
Qtd. apartamentos duplex:	340
Qtd. unidades residenciais simples:	200
Receita total:	2023900

2. Monte a matriz B para a Base ótima obtida na solução.

Solução

$$x_B = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ s_1 \\ s_4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & -0.7 & 0.3 & 0 & 0 & 1 \\ 10 & 13 & 20 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Considere os limites máximos para a área destinada ao comércio varejista e quantidades dos tipos de moradia. Se você pudesse aumentar apenas um desses limites o máximo possível sem alterar a Base da solução, qual deles você escolheria? Justifique sua resposta usando apenas as informações da resposta obtida pelo LINGO na questão 1.

Solução

Por meio da solução obtida no lingo, podemos determinar o impacto máximo no lucro mensal, ao aumentar o limite de um dos parâmetros ao máximo. Logo, como pode ser visto na tabela abaixo, devemos aumentar o limite máximo para a área destinada ao comércio varejista pois este teria um maior impacto na receita.

Limites de:	Preço dual	Aumento máximo	Lucro adicional
Funcionais	0	∞	0
Duplex	85	236.923	20138.455
Residenciais	200	154	30800
Área Máxima	170	920	156400

4. Após algumas consultas na prefeitura, a empresa recebe a notícia de que poderia aumentar a oferta máxima de unidades residenciais simples para 431, mas a um custo extra em impostos e outras taxas de \$170 por mês. Verifique se essa oferta vale a pena. Use apenas os dados obtidos pelo LINGO na solução do problema para justificar sua resposta. Ou seja, suponha que você não pode resolver outro modelo de PL.

Solução

O número de residências simples atual é de 200 e para alcançar 431 unidades, seriam necessários mais 231 unidades. Com este aumento, haverá uma mudança na Base, e de acordo com a análise de sensibilidade obtidos pelo LINGO, o aumento máximo deveria ser somente 154 unidades.

5. Qual o significado do Preço Dual de -55.00 para a restrição **r6**?

Solução

O preço dual nos indica o impacto do acréscimo ou decréscimo da variável na função objetivo. Logo, o preço dual de 55.00 na restrição **r6** (R6__Dim_min) indica que ao aumentarmos 1 unidade deste teremos um aumento de 55 na receita mensal (função objetivo).

6. Após obter a solução ótima na Questão 1, a empresa cogitou a construção de apartamentos de luxo. Cada unidade desse novo tipo requer um adicional de espaço na área de comércio varejista de 16 m^2 , e a restrição de pelo menos 30% das em apartamentos duplex deve levar em conta essas novas unidades também. Não há restrição na quantidade máxima de apartamentos de luxo. Usando apenas a restrição Dual correspondente, conforme mostrado na matéria sobre Dualidade, determine o valor mínimo para o aluguel desse novo tipo de moradia, de modo que sua oferta seja interessante economicamente.

Solução

$x_5 \rightarrow$ Apartamento de luxo

Novos dados:

$$\begin{array}{l} \text{Max : Receita} = 550x_1 + 800x_2 + 1300x_3 + 115x_4 + c_5x_5 \\ \text{s. a.} \\ \text{I)} \quad 1x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \leq 400 \\ \text{II)} \quad 0 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \leq 340 \\ \text{III)} \quad 0 + 0x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 0x_5 \leq 200 \\ \text{IV)} \quad 0.3x_1 + -0.7x_2 + 0.3x_3 + 0x_4 + 0.3x_5 \leq 0 \\ \text{V)} \quad 10x_1 + 13x_2 + 20x_3 + -1x_4 + 16x_5 \leq 0 \\ \text{VI)} \quad 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 1x_4 + 0x_5 \leq 11500 \end{array}$$

A nova coluna inserida no modelo Primal corresponderia a uma nova restrição no modelo Dual, sendo assim:

$$0y_1 + 0y_2 + 0y_3 + 0.3y_4 + 16y_5 + 0y_6 \geq c_5$$

$$0.3y_4 + 16y_5 \geq c_5$$

Além disto, temos que $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$ são os preços duais das restrições, logo:

$$0.3 \cdot 0 + 16 \cdot 55 \geq c_5 \rightarrow 880 \geq c_5$$

Portanto, para que valha a pena a construção de apartamentos de luxo, ele terá que possuir um aluguel superior a \$ 880 por unidade, para que dessa forma sua oferta seja interessante economicamente.