• ELT 410 1º prova

1) Com relação a energia de um sinal responda:

a) O que acontece com a energia de um sinal se esse sinal sofrer inversão temporal?

• Permanece a mesma:

• Seja $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = N$ e seja $y(t) = x(-t)$, então:

• $E_y = \int_{-\infty}^{+\infty} |y(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(-t)|^2 dt$, faça $t^* = -t$
$dt^* = -dt$

• $E_y = \int_{+\infty}^{-\infty} |x(t^*)|^2 (-dt^*) = (-1) \int_{+\infty}^{-\infty} |x(t^*)|^2 dt^* = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t^*)|^2 dt^*$

∴ $\boxed{E_y = N = E_x}$ (mesma conclusão se o sistema for discreto).

---

b) O que acontece com a energia de um sinal se esse sinal sofrer deslocamento no tempo?

• Não muda:

• Sejam $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = N$ e $y(t) = x(t - t_0)$, então:

• $E_y = \int_{-\infty}^{+\infty} |y(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t-t_0)|^2 dt$, faça $t^* = t - t_0$
$dt^* = dt$

• $E_y = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t^*)|^2 dt^* = N \Rightarrow$ ∴ $\boxed{E_y = N = E_x}$

(mesma conclusão se o sistema for discreto).

e) O que acontece com a energia de um sinal se esse sinal for multiplicado por uma constante K?

. A energia será multiplicada por $|K|^2$. (não foi dito no enunciado se K era natural, inteiro, racional, real ou complexo.

. Se K for uma constante complexa, não podemos retirar o módulo.

. Seja $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = N$ e seja $y(t) = Kx(t)$

. $E_y = \int_{-\infty}^{+\infty} |y(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |K \cdot x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |K|^2 \cdot |x(t)|^2 dt$

. $E_y = |K|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = |K|^2 \cdot N \Rightarrow \therefore \boxed{E_y = |K|^2 E_x}$

(mesma conclusão se for discreto).

---

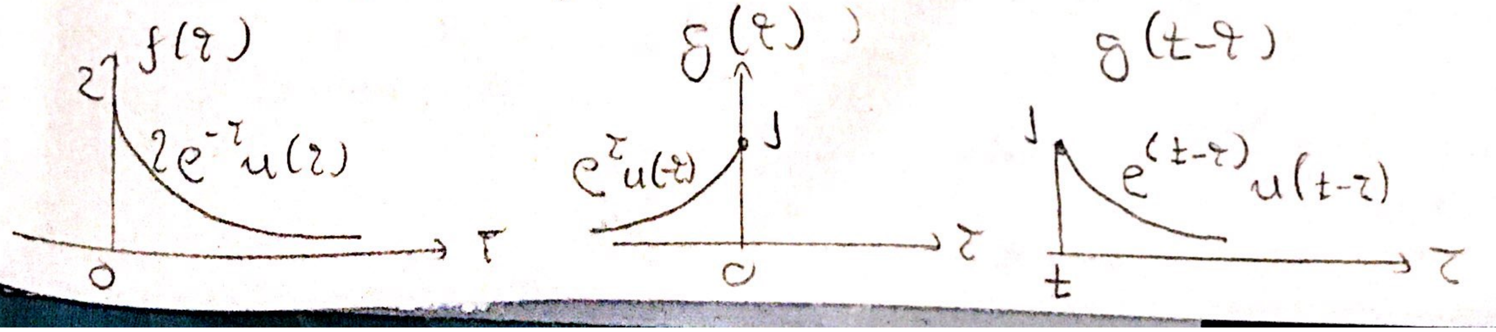
2) Dados a resposta ao impulso $h(t) = -\delta(t) + 2e^{-t}u(t)$ e uma entrada $x(t) = e^{t}u(-t)$, encontre $y(t) = h(t) * x(t)$, explique a função deste sistema e esboce a entrada e a saída deste sistema.

. $y(t) = h(t) * x(t) = (-\delta(t) + 2e^{-t}u(t)) * (e^{t}u(-t))$

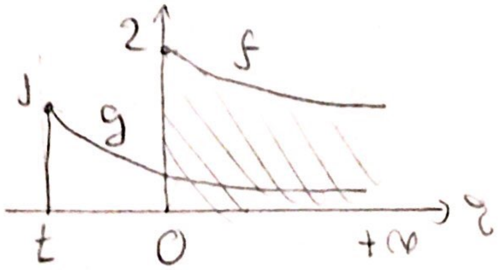
. $y(t) = \{[-\delta(t)] * [e^{t}u(-t)]\} + \{[2e^{-t}u(t)] * [e^{t}u(-t)]\}$

. $y(t) = \underbrace{-e^{t}u(-t)}_{y_1(t)} + \underbrace{\{\underbrace{[2e^{-t}u(t)]}_{f(t)} * \underbrace{[e^{t}u(-t)]}_{g(t)}\}}_{y_2(t)}$

. Cálculo do $y_2(t) = f(t) * g(t)$:



1º caso: $t<0$



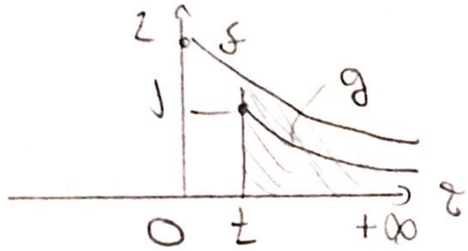
$y_2(t) = \int_0^\infty f(\tau)\, g(t-\tau)\, d\tau$

$y_2(t) = \int_0^\infty (2e^{-\tau})(e^{(t-\tau)})\, d\tau$

$y_2(t) = 2\int_0^\infty e^{(t-2\tau)}\, d\tau = \frac{2}{-2}\left[e^{(t-2\tau)}\right]_0^\infty$

$y_2(t) = (-1)\left[e^{(t-2\infty)} - e^{(t-0)}\right] = (-1)\left[\cancel{e^{-\infty}} - e^{t}\right] = e^{t}$

2º caso: $t>0$



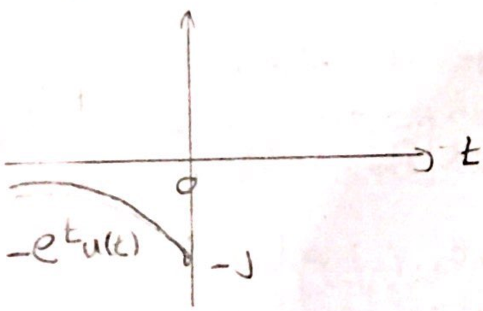
$y_2(t) = \int_t^\infty f(\tau)\, g(t-\tau)\, d\tau$

$y_2(t) = (-1)\left[e^{(t-2\tau)}\right]_t^\infty$

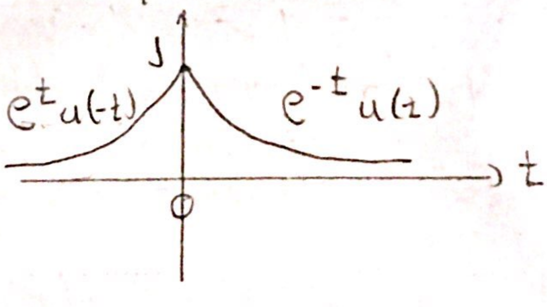
$y_2(t) = (-1)\left[e^{(t-2\infty)} - e^{(t-2t)}\right] =$

$y_2(t) = (-1)\left[\cancel{e^{-\infty}} - e^{-t}\right] = e^{-t}$

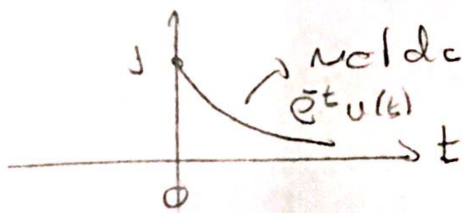
$y_1(t) = -e^{t}u(-t)$



$y_2(t)$



$\therefore\ y(t) = y_1(t) + y_2(t) = \boxed{e^{-t}u(t)}$ //

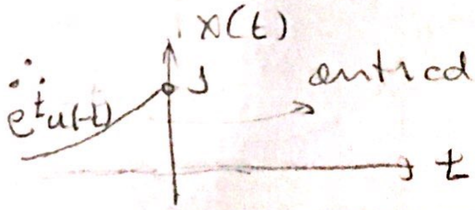


Note que $y(t)$ é simplesmente $x(t)$ trocando t por $-t$.

$x(t) \to \boxed{\text{sistema}} \to y(t) = x(-t)$

↳ realiza inversão temporal.

$x(t)$



3) Dados a resposta ao impulso $h[n] = (-2)^n u[n-1]$, e uma entrada $x[n] = (e^{-1})^n u[n+1]$, encontre os valores das constantes A, B e C sabendo que a saída do sistema é do tipo $y[n] = A[(B)^{n+1} - (C)^{-(n+1)}]u[n]$.

. Sejam $f[n] = \alpha^n u[n]$ e $g[n] = \beta^n u[n]$, $\forall \alpha \neq \beta$ sabemos que:

$\hat{y}[n] = f[n] * g[n] = \left\{\dfrac{\alpha^{n+1} - \beta^{n+1}}{\alpha - \beta}\right\} u[n]$. Primeiro vamos reescrever $h[n]$ e $x[n]$ ...

. $h[n] = (-2)(-2)^{n-1} u[n-1]$ e

. $x[n] = e(e^{-1})^{n+1} u[n+1]$

. $y[n] = h[n] * x[n] = \underbrace{(-2e)}_{\text{constante}} \{(-2)^{n-1} u[n-1] * (e^{-1})^{n+1} u[n+1]\}$

. Fazendo $\alpha = (-2)$ e $\beta = e^{-1}$, note que

. $y[n] = (-2e)\{f[n-1] * g[n+1]\} \overset{(*)}{=} (-2e)\,\hat{y}[n]$

. $(*)$: $f[n-1] * g[n+1] = \hat{y} = f[n] * g[n]$

. $y[n] = (-2e)\left\{\dfrac{\alpha^{n+1} - \beta^{n+1}}{\alpha - \beta}\right\} u[n] = \dfrac{-2e}{-2 + e^{-1}} \{(-2)^{n+1} - (e^{-1})^{n+1}\} u[n]$

. $y[n] = \dfrac{-2e^2}{-2e - 1} \{(-2)^{n+1} - (e)^{-(n+1)}\} u[n]$

$\therefore$ $y[n] = \boxed{\dfrac{2e^2}{2e+1} \{(-2)^{n+1} - (e)^{-(n+1)}\} u[n]}$ //

$\therefore$ $A = \boxed{\dfrac{2e^2}{2e+1}}$; $B = \boxed{-2}$ e $C = \boxed{e}$ //

Scanned by CamScanner