Exercício #4 **Solução**

Questão 1

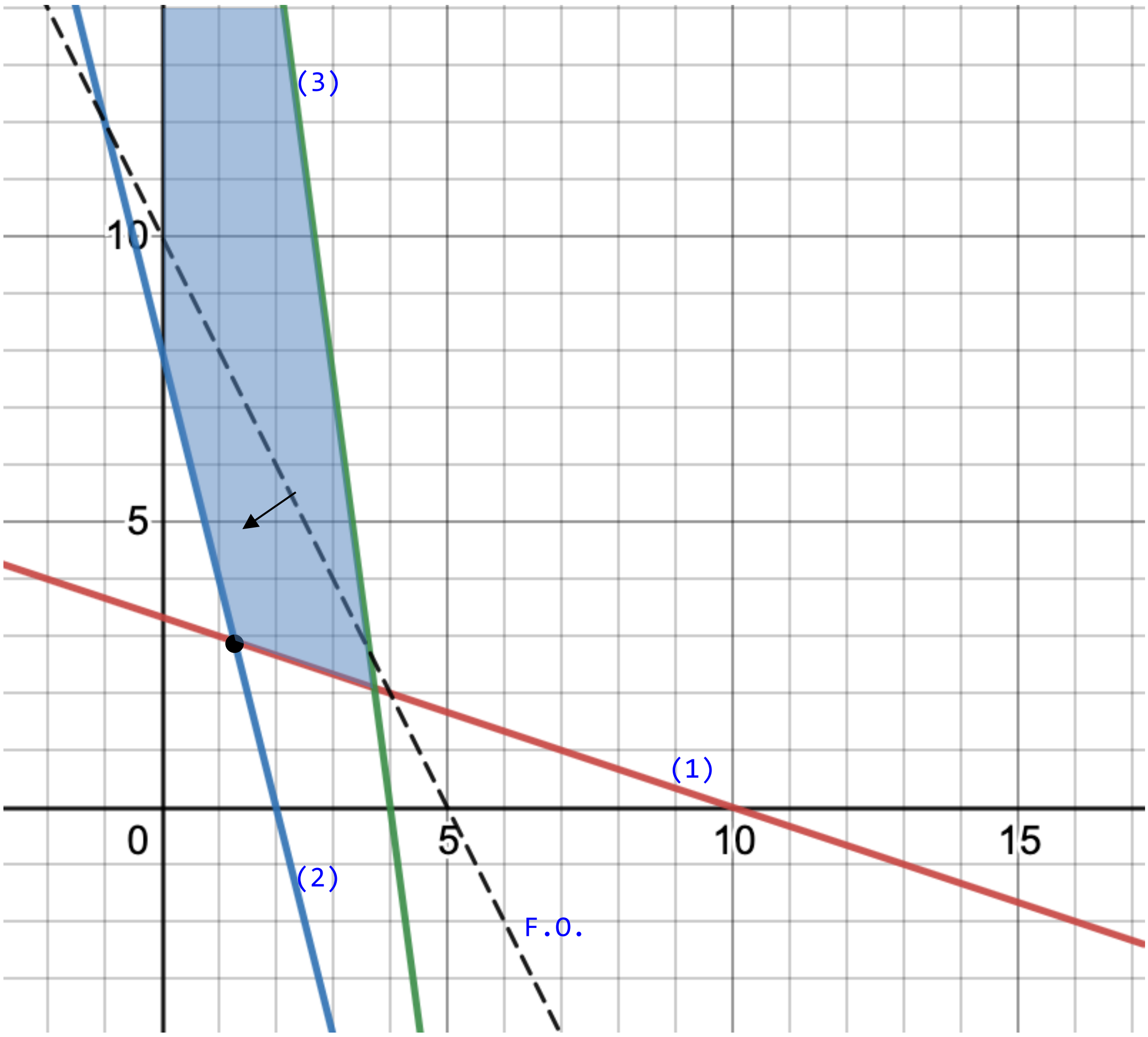
Determine TODAS as 10 Soluções Básicas do problema do **Exercício #3**. Associe cada uma delas aos pontos (coordenadas) da solução gráfica do problema, e identifique quais delas são Viáveis (SBVs).

```
Minimizar Custo = 4x1 + 2x2
s.a:
Carb) 5x1 + 15x2 >= 50       (1)
Prot) 20x1 + 5x2 >= 40       (2)
Gord) 15x1 + 2x2 <= 60       (3)

Inserindo as variáveis de folga, temos:

Minimizar 4x1 + 2x2
s.a.:
5x1 + 15x2 - x3           = 50
20x1 + 5x2      - x4      = 40
15x1 + 2x2           + x5 = 60
```

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 5 & 15 & -1 & 0 & 0 \\ 20 & 5 & 0 & -1 & 0 \\ 15 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix}}_{b}$$



1) Base = (x1, x2, x3)

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 15 & -1 \\ 20 & 5 & 0 \\ 15 & 2 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0 & -0.057 & 0.143 \\ 0 & 0.428 & -0.571 \\ -1 & 6.143 & -7.86 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.2857 \\ -17.143 \\ -275.7 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: interseção das retas (2) e (3)

2) Base = (x1, x2, x4)

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 15 & 0 \\ 20 & 5 & -1 \\ 15 & 2 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} -0.00930 & 0 & 0.0698 \\ 0.0698 & 0 & -0.0233 \\ 0.163 & -1 & 1.28 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.72 \\ 2.09 \\ 44.9 \end{bmatrix}$$

Viável

Ponto: interseção das retas (1) e (3)

3) Base = (x1, x2, x5)

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 15 & 0 \\ 20 & 5 & 0 \\ 15 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} -0.0182 & 0.0545 & 0 \\ 0.0727 & -0.0182 & 0 \\ 0.127 & -0.782 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.27 \\ 2.91 \\ 35.1 \end{bmatrix}$$

Viável

Ponto: interseção das retas (1) e (2)

4) Base = (x1, x3, x4)

$$B = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 20 & 0 & -1 \\ 15 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0667 \\ -1 & 0 & 0.333 \\ 0 & -1 & 1.33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -30 \\ -40 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: interseção da reta (3) com o eixo de x1

5) Base = (x1, x3, x5)

$$B = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 20 & 0 & 0 \\ 15 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0 & 0.05 & 0 \\ -1 & 0.25 & 0 \\ 0 & -0.75 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -40 \\ 30 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: interseção da reta (2) com o eixo de x1

6) Base = (x1, x4, x5)

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 20 & -1 & 0 \\ 15 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 160 \\ -90 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: interseção da reta (1) com o eixo de x1

7) Base = (x2, x3, x4)

$$B = \begin{bmatrix} 15 & -1 & 0 \\ 5 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.5 \\ -1 & 0 & 7.5 \\ 0 & -1 & 2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 400 \\ 110 \end{bmatrix}$$

Viável

Ponto: interseção da reta (3) com o eixo de x2

8) Base = (x2, x3, x5)

$$B = \begin{bmatrix} 15 & -1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -0.4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 70 \\ 44 \end{bmatrix}$$

Viável

Ponto: interseção da reta (2) com o eixo de x2

9) Base = (x2, x4, x5)

$$B = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 5 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0.0667 & 0 & 0 \\ 0.333 & -1 & 0 \\ -0.133 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.33 \\ -23.3 \\ 53.3 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: interseção da reta (1) com o eixo de x2

10)Base = (x3, x4, x5)

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -50 \\ -40 \\ 60 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: Origem (0;0)

Questão 2

Resolva a **Questão 2** do **Exercício #1** pelo método Simplex. Em cada tableau, mostre qual variável entra e qual delas sai da Base, bem como as equações seguidas em cada pivoteamento.

Modelo de PL do problema:

```
Maximizar Lucro = 8x1 + 5x2
sujeito a:
Mão_de_Obra) 2x1 + x2 ≤ 400  (1)
Limite_x1)    x1 ≤ 150        (2)
Limite_x2)    x2 ≤ 200        (3)
```

Forma Padrão:

```
Max. f = 8x1 + 5x2
s.a.
         2x1  + x2 + s1          = 400
          x1             + s2    = 150
                x2          + s3 = 200
```

Resolvendo pelo Simplex:

Tableau 1:

Base	x1	x2	s1	s2	s3	RHS	
f	-8	-5	0	0	0	0	L0
s1	2	1	1	0	0	400	L1
s2	1	0	0	1	0	150	L2
s3	0	1	0	0	1	200	L3

x1 entra na Base (valor mais negativo na linha da F.O.)
s2 sai da Base (porque 150/1 < 400/2)
Faz-se o pivoteamento em torno do item destacado (pivô = 1):

- L2' = L2 / 1
- L0' = 8 * L2' + L0
- L1' = -2 * L2' + L1
- L3' = 0 * L2' + L3

Tableau 2:

Base	x1	x2	s1	s2	s3	RHS	
f	0	-5	0	8	0	1200	L0'
s1	0	1	1	-2	0	100	L1'
x1	1	0	0	1	0	150	L2'
s3	0	1	0	0	1	200	L3'

x2 entra na Base no lugar de s1. Pivoteamento:

- L1" = L1' / 1
- L0" = 5 * L1" + L0'
- L2" = 0 * L1" + L2'
- L3" = -1 * L1" + L3'

Tableau 3:

Base	x1	x2	s1	s2	s3	RHS	
f	0	0	5	-2	0	1700	L0"
x2	0	1	1	-2	0	100	L1"
x1	1	0	0	1	0	150	L2"
s3	0	0	-1	2	1	100	L3"

s2 entra na Base no lugar de s3. Pivoteamento:

- L3"' = L3" / 2
- L0"' = 2 * L3"' + L0"
- L1"' = 2 * L3"' + L1"
- L2"' = -1 * L3"' + L2"

Tableau 4:

Base	x1	x2	s1	s2	s3	RHS	
f	0	0	4	0	1	1800	L0"'
x2	0	1	0	0	1	200	L1"'
x1	1	0	0.5	0	-0.5	100	L2"'
s2	0	0	-0.5	1	0.5	50	L3"'

Solução ótima, porque não existem mais valores negativos na linha da F.O.