

Exercício 5 - INF 280
Werikson Alves - ES96708
21/12/2021

Questão 1

Considere a **Questão 6 do Exercício #1**. Resolva o modelo de PL usando algum software apropriado e depois complete a Tabela 1 abaixo mostrando quantos voluntários iniciarão a cada hora do dia, quantos teremos em cada turno e as folgas (pessoas atendendo no horário menos a demanda daquele horário).

Enunciado da questão:

"(Baseado em Taha, pg. 28): Um hospital emprega voluntários para trabalhar na mesa de recepção entre 8 e 22h. Cada voluntário pode trabalhar em apenas um turno de quatro horas consecutivas durante o dia. O último turno começa às 18h. A necessidade mínima de voluntários é dada pela tabela abaixo. Como a maioria dos voluntários é de pessoas aposentadas, elas estão dispostas a oferecer seus serviços a qualquer hora do dia (das 8h às 22h). Contudo, devido ao grande número de instituições de caridade que disputam os serviços desses voluntários, o número total necessário deve ser mantido o mais baixo possível."

Horário:	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Demanda:	4	4	6	6	8	8	18	18	16	16	18	18	20	20

Solução

Primeiro, devemos determinar as variáveis do problema, sendo estas representadas por cada início de hora, começando às 08:00 horas e terminando às 18:00 horas, totalizando 11 variáveis, isto devido à condição de todos precisarem cumprir um turno de 4 horas. Em seguida, para determinar as restrições, foram utilizados os dados das demandas de voluntários para aquele horário. Depois, ao inserir estes dados no software disponibilizado no PVANet Moodle, *Simplex method tool: v 2.0*, conforme mostrado na Figura 1, obtemos os dados que são apresentados na Figura 2. Em seguida, com as informações apresentadas na figura foi preenchida a Tabela 1.

```
minimize z = x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x9 + x10 + x11 subject to
x1 >= 4
x1 + x2 >= 4
x1 + x2 + x3 >= 6
x1 + x2 + x3 + x4 >= 6
x2 + x3 + x4 + x5 >= 8
x3 + x4 + x5 + x6 >= 8
x4 + x5 + x6 + x7 >= 18
x5 + x6 + x7 + x8 >= 18
x6 + x7 + x8 + x9 >= 16
x7 + x8 + x9 + x10 >= 16
x8 + x9 + x10 + x11 >= 18
x9 + x10 + x11 >= 18
x10 + x11 >= 20
x11 >= 20
```

Figura 1: Função objetivo e restrições utilizadas no software para a questão 1.

Tableau 13:	x1	x10	x11	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10	s11	s12	s13	s14	-f	
x2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
x4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	-1	0	1	0	-1	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	4
x3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
x6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-1	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	2
s7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	4
x7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-1	1	0	0	-1	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	16
s4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	1	-1	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	4
x11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	-1	1	0	0	-1	1	0	0	-1	0	0	20
s11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	2
x10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	1	-1	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0
s12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	2
*s14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	1	-1	0	0	1	-1	0	0	1	-1	0	0
-f	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	-48

Figura 2: Última tabela da solução ótima para a questão 1.

Tabela 1: Dados obtidos da melhor solução para o problema.

j:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			
Horário:	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Demanda:	4	4	6	6	8	8	18	18	16	16	18	18	20	20
Entrada:	4	0	2	4	2	0	16	0	0	0	20	0	0	0
Tot. Pessoas:	4	4	6	10	8	8	22	18	16	16	20	20	20	20
Folga:	0	0	0	4	0	0	4	0	0	0	2	2	0	0

Tendo preenchido a tabela, podemos determinar que o numero de voluntários que este hospital deve contratar é de 48 no total. Além disto, pela tabela, notam-se que em 4 horários, diferentes, haverá pessoas além do necessário para aquele determinado horário.

Questão 2

Considere a **Questão 2 do Exercício #4**. Dê o significado dos Preços Duais diferentes de zero da solução ótima.

Enunciado da questão:

(Taha, pg. 10) A Wild West produz dois tipos de chapéus de vaqueiro. O do tipo 1 requer duas vezes mais mão de obra do que a do tipo 2. Se todas as horas de trabalho forem dedicadas só ao do tipo 2, a empresa pode produzir 400 chapéus por dia. Os limites (máximos) de mercado respectivos para os dois tipos são 150 e 200 chapéus dia. O lucro é 8 por chapéu do tipo 1 e 5 por chapéu do tipo 2. Determine um modelo de PL que permita determinar o lucro da empresa.

Solução

Considerando a resolução feita na Questão 2 do exercício #4, devemos primeiro determinar as variáveis do problemas, sendo estas representadas pelo tipo de chapéu de vaqueiro, tipo I e tipo II. Em seguida, para determinar as restrições, foram utilizadas os dados de produtividade diária e os limites de produção máximo diário para cada tipo de chapéu. Depois, ao inserir estes dados no software disponibilizado no PVANet Moodle, *Simplex method tool: v 2.0*, conforme mostrado na Figura 3, obtemos a solução ótima que é apresentada a seguir.

Maximize $f = 8x_1 + 5x_2$ subject to
 $x_1 \leq 150$
 $x_2 \leq 200$
 $2x_1 + x_2 \leq 400$

Tableau 4:	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	f	
x_1	1	0	0	-0.5	0.5	0	100
s_1	0	0	1	0.5	-0.5	0	50
x_2	0	1	0	1	0	0	200
f	0	0	0	1	4	1	1800

Figura 3: Função objetivo, restrições utilizadas e ultima tabela da solução ótima no software para a questão 2.

$$x^* = \begin{pmatrix} x_1 \\ s_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \\ 200 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; f^* = 1800 - 4s_3 - s_2;$$

Para este problema, os preços duais diferentes de zero informam qual é o impacto da produção de mais uma unidade de chapéu do tipo II no lucro e qual o impacto da produção diária de chapéus no lucro, além de informar qual recurso é mais valioso para a função objetivo, sendo este a produtividade de chapéus diária.

Questão 3

Considere a **Questão 7 do Exercício #1**.

- Resolva o modelo de PL usando algum software apropriado.
- Descreva a solução obtida (variáveis de decisão, F.O. e folgas) e o percentual de perda de papel cortado.
- Dê o significado dos Custos Reduzidos e Preços Duais diferentes de zero da solução ótima.
- Verifique se existe outra solução ótima diferente da fornecida pelo software. Se sim, determina-a.

Enunciado da questão:

"(Adaptado de Taha, pg. 28) A Pacific Paper Company produz rolos de papel com uma largura de 20 pés cada. Pedidos especiais de clientes com larguras diferentes são produzidos pelo corte desses rolos. Em uma determinada semana a empresa recebeu a demanda descrita na tabela abaixo:

Pedido	Largura desejada (pés)	Quantidade de rolos
1	9	300
2	7	200
3	5	150

A empresa precisa determinar a melhor forma de cortar os rolos de 20 pés de modo a atender a demanda da semana, usando a menor quantidade de rolos possível. Escreva um modelo de PL para resolver esse problema.

Solução

- Primeiro, devemos determinar as variáveis do problema, sendo estas representadas por todas as combinações possíveis de forma a perder o mínimo de material, ou seja, não pode restar mais que 5 pés de largura dos rolos, conforme apresenta a Tabela 2, e em seguida determinar as restrições a partir dos pedidos solicitados. Depois, ao inserir estas informações no software disponibilizado no PVANet Moodle, *Simplex method tool: v 2.0*, conforme mostrado na Figura 4, obtemos a solução ótima apresentada abaixo.

Tabela 2: Tabela com todas as combinações possíveis para o problema.

Largura em pés	x1	x2	x3	x4	x5	x6	Rolos
9	0	1	0	2	0	1	300
7	0	0	2	0	1	1	200
5	4	2	1	0	2	0	150
Total em pés	20	19	19	18	17	16	
Sobras do corte	0	1	1	2	3	4	

```

minimize f = x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 subject to
x2 + 2x4 + x6 >= 300
2x3 + x5 + x6 >= 200
4x1 + 2x2 + x3 + 2x5 >= 150

```

Figura 4: Função objetivo e restrições utilizadas no software para a questão 3.

Tableau 4:	x1	x2	x3	x4	x5	x6	s1	s2	s3	-f	
x4	0	0.5	0	1	0	0.5	-0.5	0	0	0	150
x3	0	0	1	0	0.5	0.5	0	-0.5	0	0	100
x1	1	0.5	0	0	0.375	-0.125	0	0.125	-0.25	0	12.5
-f	0	0	0	0	0.125	0.125	0.5	0.375	0.25	1	-262.5

Figura 5: Última tabela da solução ótima no software para a questão 3.

- b)
- **Variáveis de decisão:** Pela solução obtida, temos que serão gastos, 12,5 rolos para a combinação de corte 1 (4 rolos com largura de 5 pés), 100 rolos para a combinação de corte 3 (2 rolos com largura de 7 pés e 1 rolo de 5 pés) e 150 rolos na combinação de corte 4 (2 rolos com larguras de 9 pés). Além disto, vale ressaltar que as outras opções de cortes não são necessárias para atingir a meta desta semana.
 - **Função objetivo:** Pela solução obtida, temos que o número mínimo de rolos de papéis necessário para cumprir a demanda semanal é de 262.5.
 - **Variáveis de folga:** Pela solução obtida, percebe-se que não há sobras de recursos (pedaços de rolos de papéis com 5, 7 ou 9 pés de largura).
 - **Perdas:** Para esta solução, temos que a perda total será de $150 \cdot 2 + 100 \cdot 1 + 12.5 \cdot 0 = 400$ pés, correspondendo à $100 \cdot (400 / (262.5 \cdot 20)) = 7,62\%$
- c)
- **Custo Reduzidos:** Para esta solução, o valor de 0.125 para as variáveis x5 e x6 indicam que para cada rolo de 20 pés que for cortado nas configurações 5 e 6, haverá um aumento na função objetivo de 0.125 unidades.
 - **Preços duais:** Para a solução encontrada, os preços duais indicam que para cada unidade aumentada nas demandas dos rolos de 9, 7 ou 5 pés, haverá uma piora na função objetivo de 0.5, 0.375 ou 0.25 unidades, respectivamente.
- d) Pela solução apresentada na Figura 5, percebe-se que existe uma variável de decisão que não está na base e seu impacto na função objetivo é nulo. Com isto, pode-se concluir que existe outra solução ótima para este problema, isto é, outra solução na qual $f = 262,5$ mas com bases diferentes, x2 no lugar de x1, conforme é apresentado na Figura 6.

Tableau 5:	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	s_1	s_2	s_3	$-f$	
x_4	-1	0	0	1	-0.375	0.625	-0.5	-0.125	0.25	0	137.5
x_3	0	0	1	0	0.5	0.5	0	-0.5	0	0	100
x_2	2	1	0	0	0.75	-0.25	0	0.25	-0.5	0	25
$-f$	0	0	0	0	0.125	0.125	0.5	0.375	0.25	1	-262.5

Figura 6: Solução ótima (alternativa) no software para a questão 3.