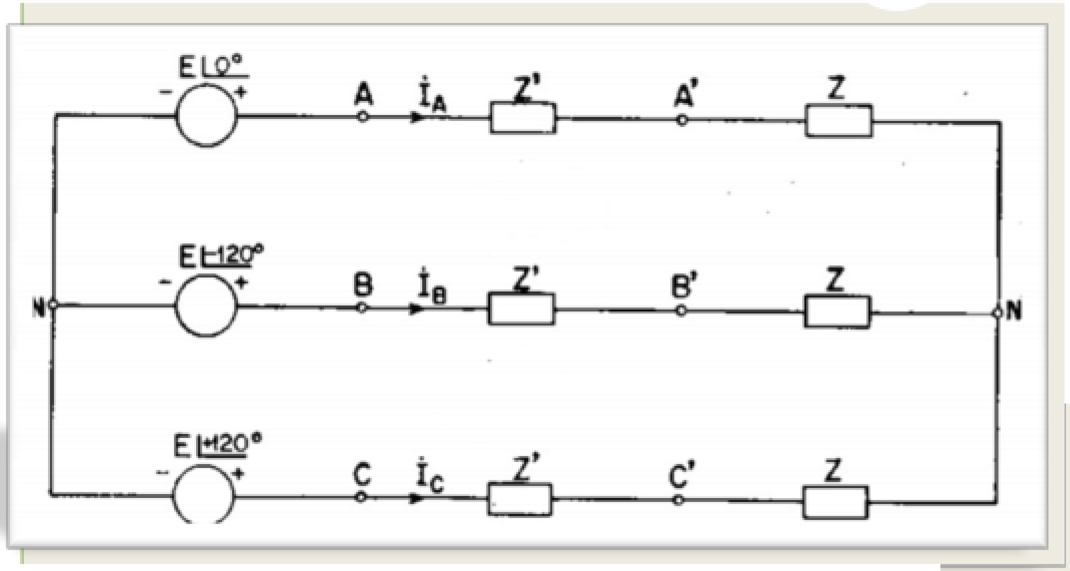
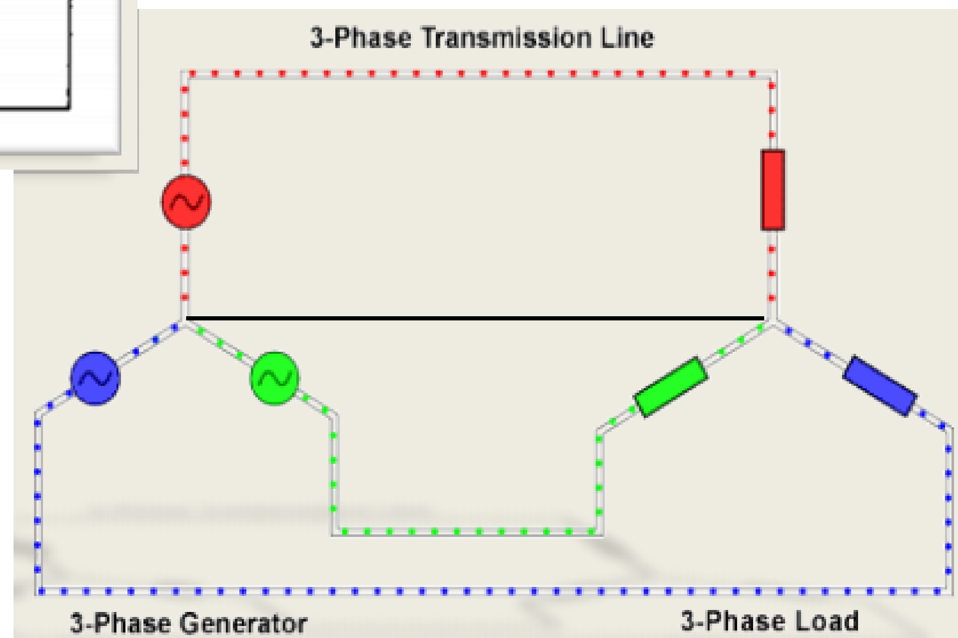
Aula 02

Sistemas Trifásicos Simétricos e Equilibrados com Carga Equilibrada

Ligações em Estrela



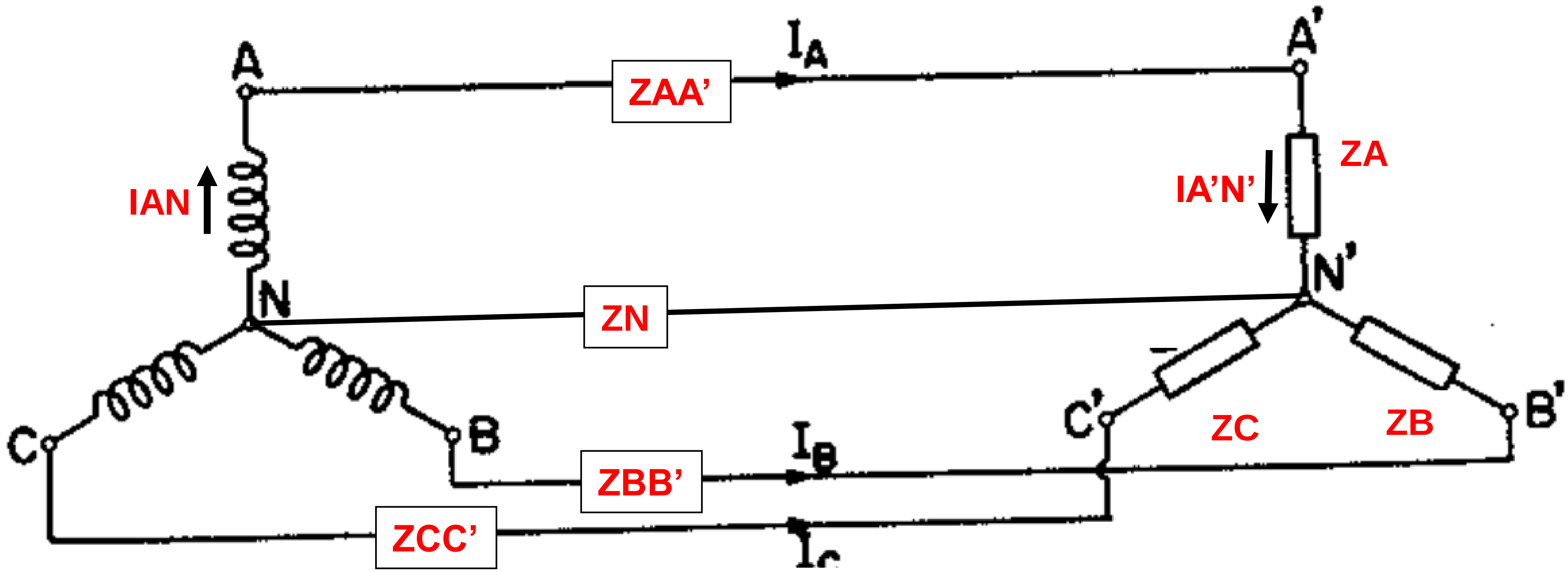


Sistemas Trifásicos Simétricos e Equilibrados com Carga Equilibrada

Ligações

em

Estrela



Definições:

1 – NN': fio neutro (quarto fio), também chamado de centro estrela;

2 – Tensão de Fase (VF): medida entre o neutro e qualquer um dos terminais do gerador ou carga (VAN, VBN, VCN, VA'N', VB'N', VC'N');

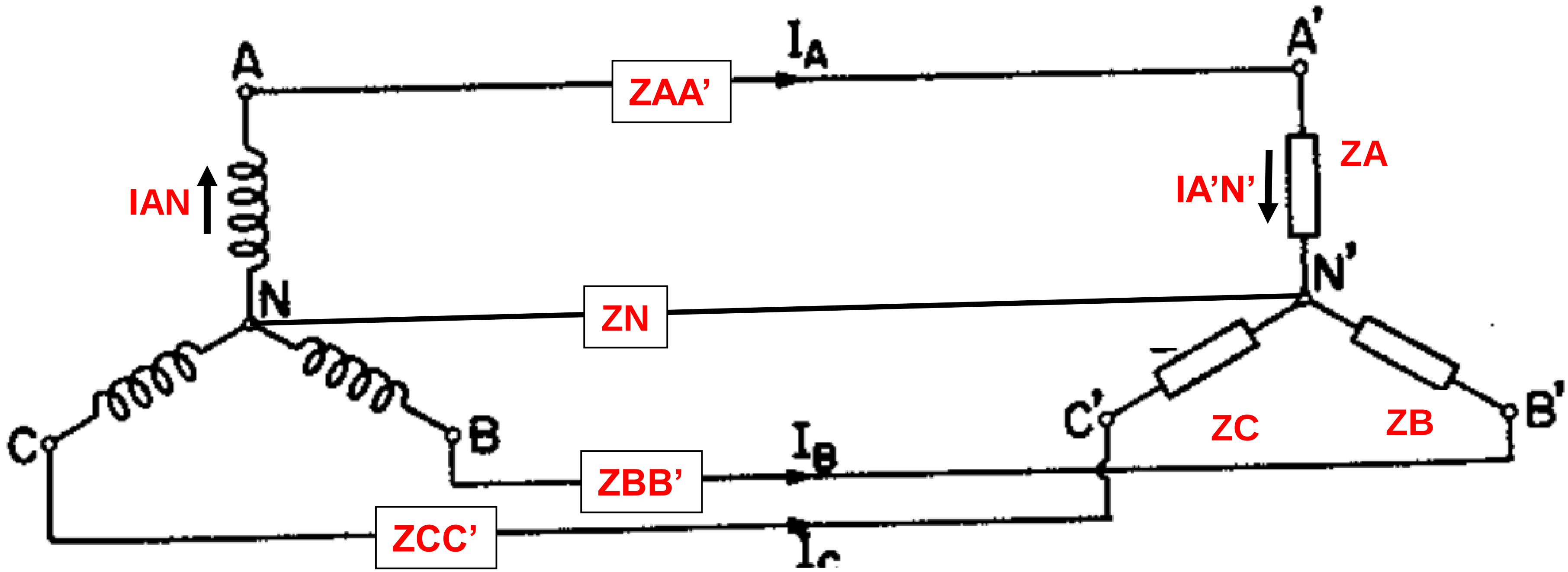
3 – Corrente de Fase (IF): corrente que percorre cada uma das bobinas do gerador ou que percorre uma das impedâncias da carga (IAN, IBN, ICN, IA'N', IB'N', IC'N');

Sistemas Trifásicos Simétricos e Equilibrados com Carga Equilibrada

Ligações

em

Estrela



Definições:

4 – Tensão de Linha (VL): medida entre dois terminais do gerador ou carga, exceto o neutro (VAB, VBC, VCA, VA'B', VB'C', VC'A');

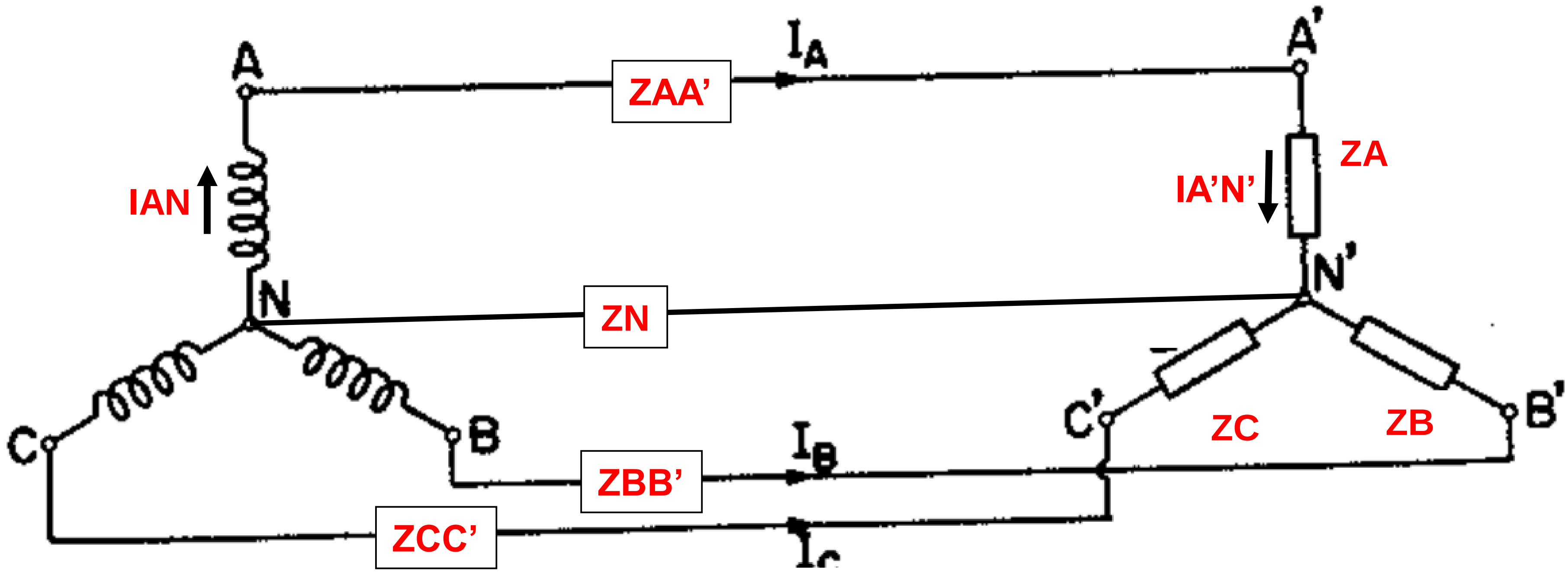
5 – Corrente de Linha (IL): corrente que percorre os condutores que interligam o gerador à carga (IA, IB, IC)

Relação entre os valores de linha e fase para ligação em Y

Ligações

em

Estrela



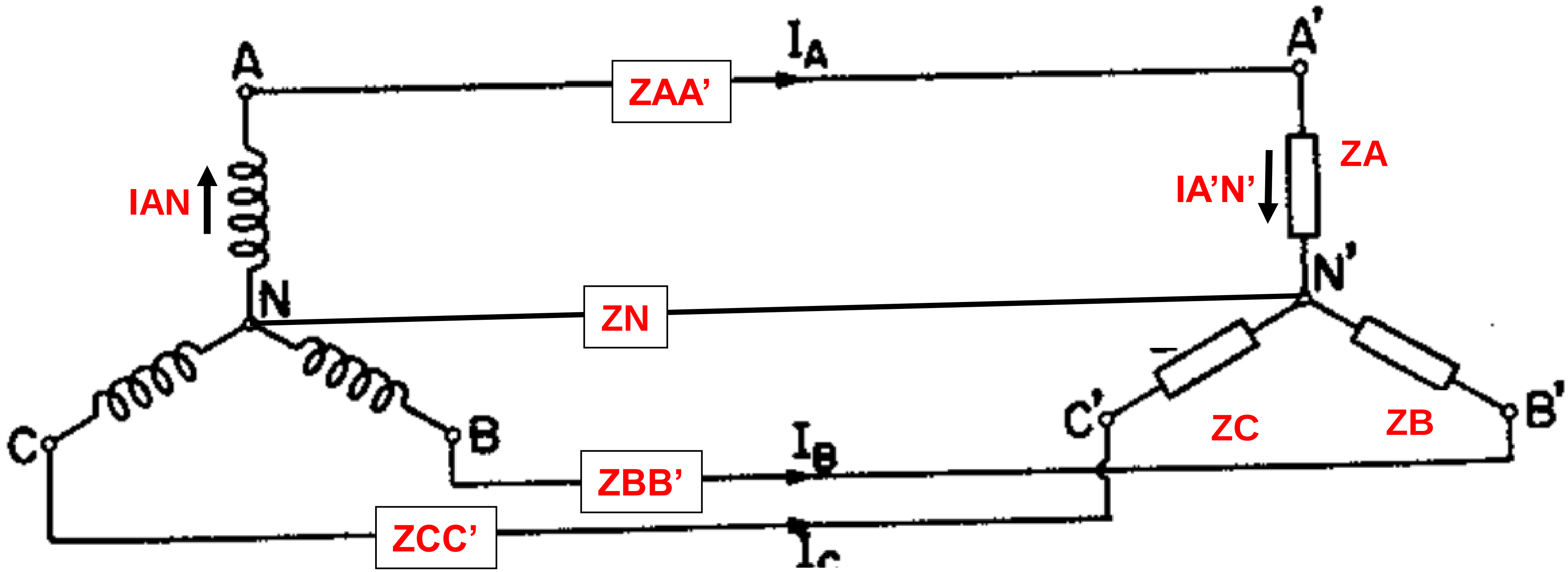
Valores de fase				Valores de linha			
Gerador		Carga		Gerador		Carga	
Corrente	Tensão	Corrente	Tensão	Corrente	Tensão	Corrente	Tensão
I_{AN}	V_{AN}	$I_{A'N'}$	$V_{A'N'}$	I_A	V_{AB}	I_A	$V_{A'B'}$
I_{BN}	V_{BN}	$I_{B'N'}$	$V_{B'N'}$	I_B	V_{BC}	I_B	$V_{B'C'}$
I_{CN}	V_{CN}	$I_{C'N'}$	$V_{C'N'}$	I_C	V_{CA}	I_C	$V_{C'A'}$

Relação entre os valores de linha e fase para ligação em Y

Ligações

em

Estrela



IAN = IA; IBN = IB; ICN = IC.

→ $I_F = I_L$ (Corrente de fase é igual a corrente de linha na ligação em Y)

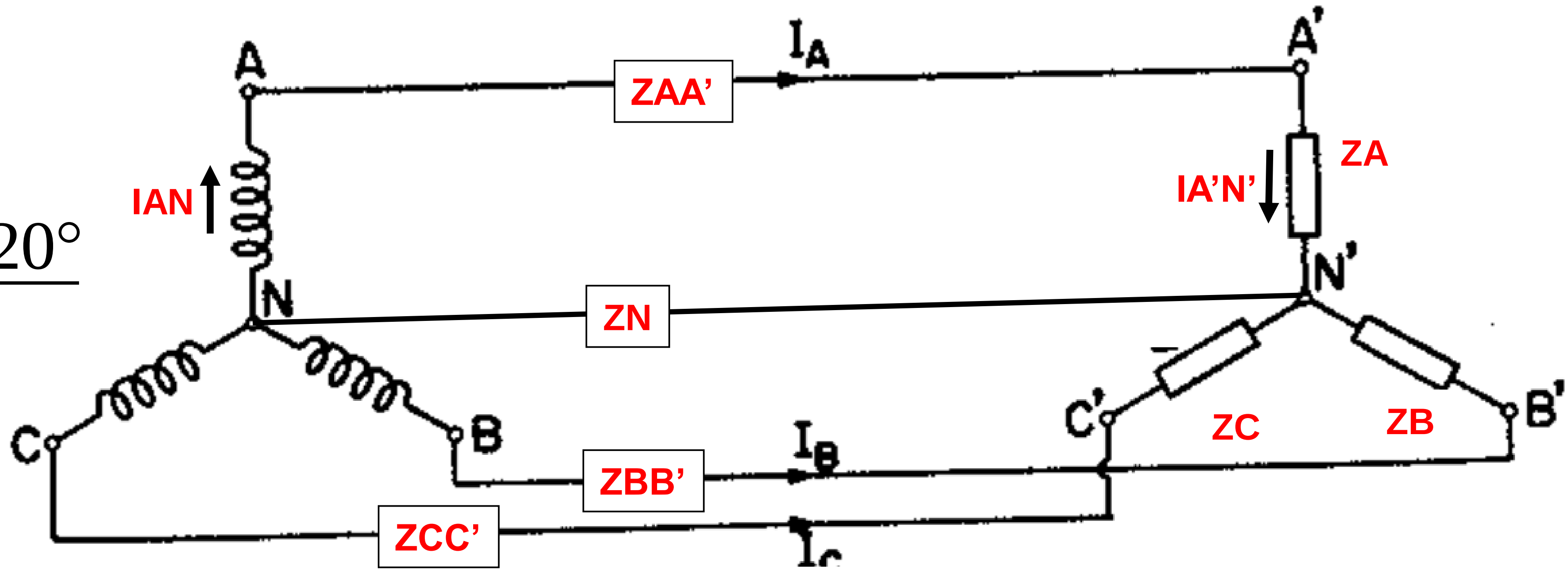
Relação entre os valores de linha e fase para ligação em Y

Ligações

em

Estrela

$$\alpha = 1\angle 120^\circ$$



Adotando sequência direta (abc).

Tensões de fase (V_f):

$$V_f = \begin{bmatrix} \vec{V}_{AN} \\ \vec{V}_{BN} \\ \vec{V}_{CN} \end{bmatrix} = V_f \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

Tensões de Linha (V_L):

$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_{AN} - \vec{V}_{BN}$$
$$\vec{V}_{BC} = \vec{V}_{BN} - \vec{V}_{CN}$$
$$\vec{V}_{CA} = \vec{V}_{CN} - \vec{V}_{AN}$$

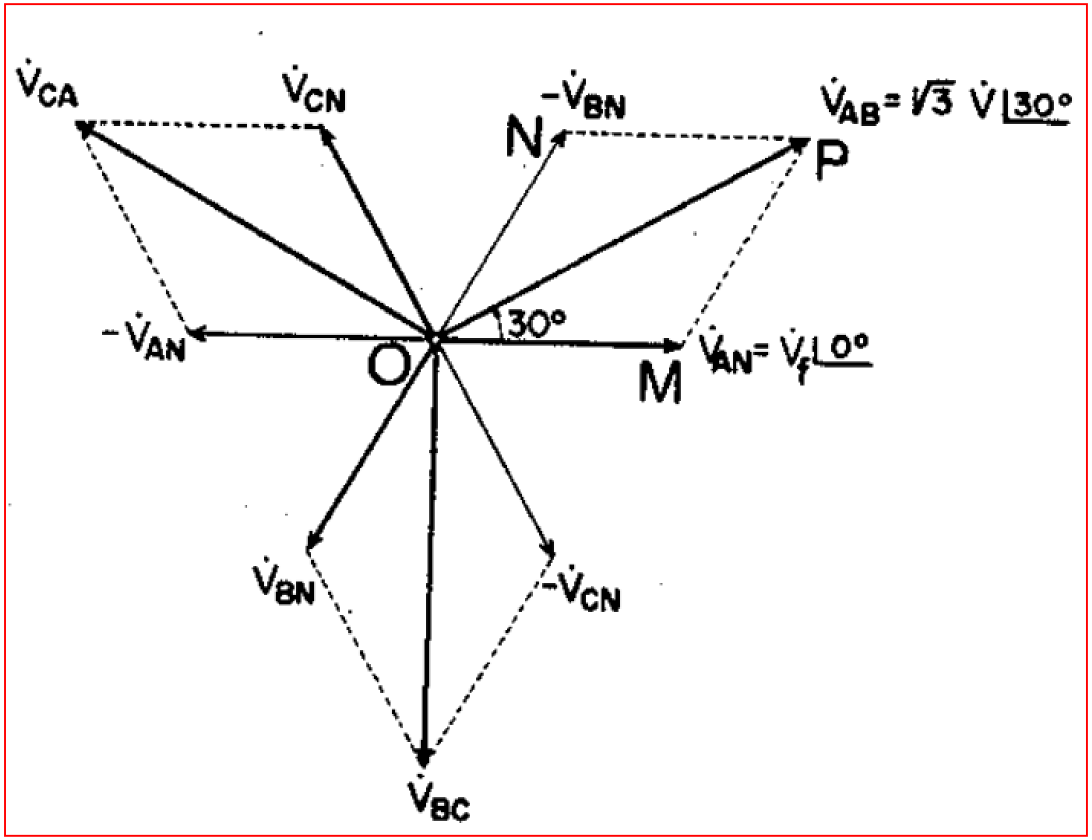
Relação entre os valores de linha e fase para ligação em Y

Adotando sequência direta (abc).

$$V_L = \begin{bmatrix} \dot{V}_{AB} \\ \dot{V}_{BC} \\ \dot{V}_{CA} \end{bmatrix} = \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ}\, V_f \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{AN}\ \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ} \\ \dot{V}_{BN}\ \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ} \\ \dot{V}_{CN}\ \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ} \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\dot{V}_L = \sqrt{3}\dot{V}_f\,\underline{|30^\circ}}$$

Graficamente:



E a sequência negativa (acb)?

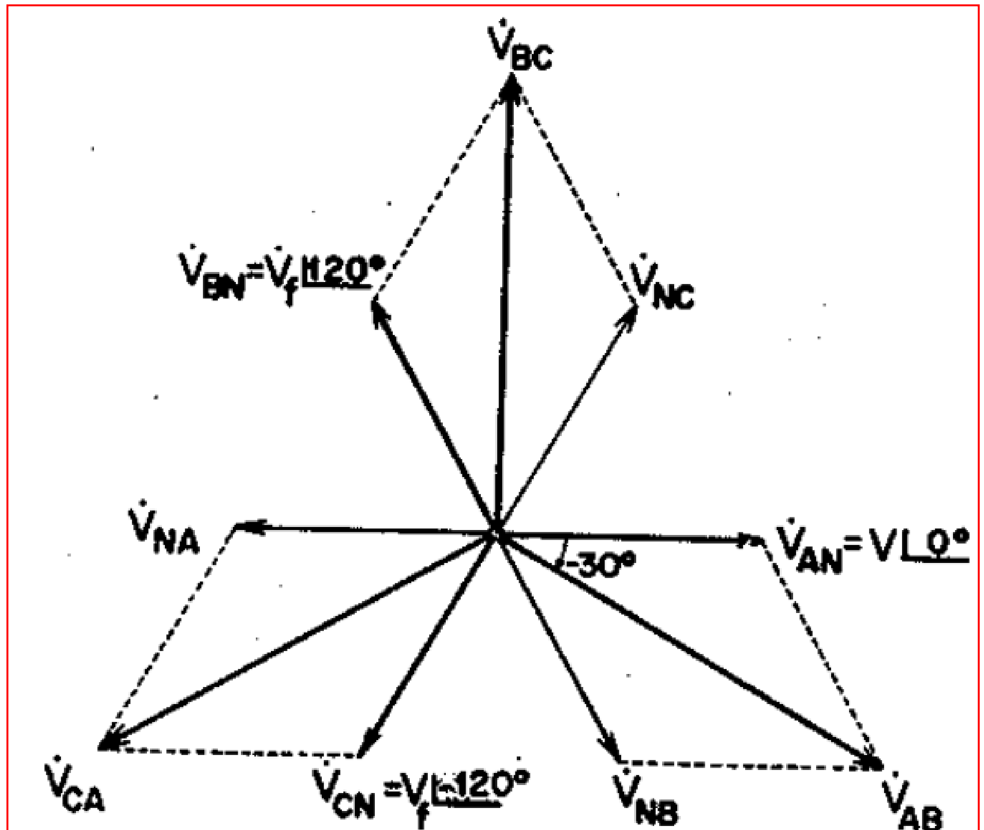
Relação entre os valores de linha e fase para ligação em Y

Adotando sequência inversa (acb).

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{AB} \\ \dot{V}_{BC} \\ \dot{V}_{CA} \end{bmatrix} = \sqrt{3}\,\underline{|-30^o}\, V_f \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ \alpha^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{AN}\,\sqrt{3}\,\underline{|-30^o} \\ \dot{V}_{BN}\,\sqrt{3}\,\underline{|-30^o} \\ \dot{V}_{CN}\,\sqrt{3}\,\underline{|-30^o} \end{bmatrix}$$

$$\dot{V}_L = \sqrt{3}\dot{V}_f\,\underline{|-30^o}$$

Graficamente:



Relação entre os valores de linha e fase para ligação em Y

Exercício 1: Uma carga equilibrada ligada em estrela é alimentada por um sistema trifásico simétrico e equilibrado com sequência de fase **direta**. Sabendo-se que $\dot{V}_{BN} = 220\underline{|58^o}V$, determine:

a) As tensões de fase na carga;

b) As tensões de linha na carga.

Relação entre os valores de linha e fase para ligação em Y

Exercício 2: Uma carga equilibrada ligada em estrela é alimentada por um sistema trifásico simétrico e equilibrado com sequência de fase **inversa**. Sabendo-se que $\dot{V}_{BN} = 220\underline{|58^o}V$, determine:

a) As tensões de fase na carga;

b) As tensões de linha na carga.

Exercício 2: Uma carga equilibrada ligada em estrela é alimentada por um sistema trifásico simétrico e equilibrado com sequência de fase **inversa**. Sabendo-se que $\dot{V}_{BN} = 220\underline{|58º}V$, determine:

a) As tensões de fase na carga;

b) As tensões de linha na carga.

Solução:

b) Diagrama Fasorial

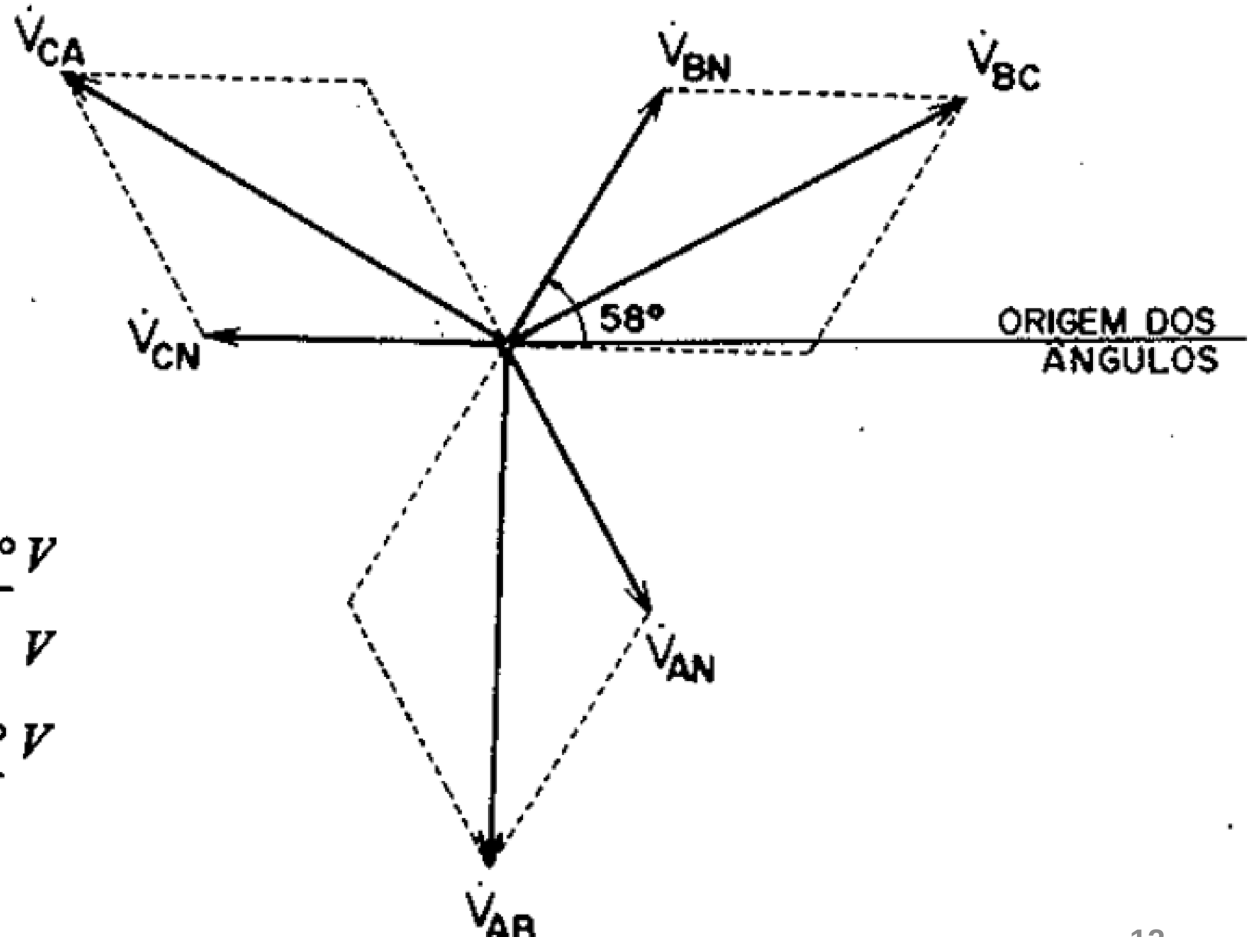
Seq. Inversa (acb): $\dot{V}_L = \sqrt{3}\dot{V}_f\underline{|-30º}$

- **Portanto:**

$$\dot{V}_{AB} = 220\underline{|-62°}\sqrt{3}\underline{|-30°} = 380\underline{|-92°}\,V$$

$$\dot{V}_{BC} = 220\underline{|58°}\sqrt{3}\underline{|-30°} = 380\underline{|28°}\,V$$

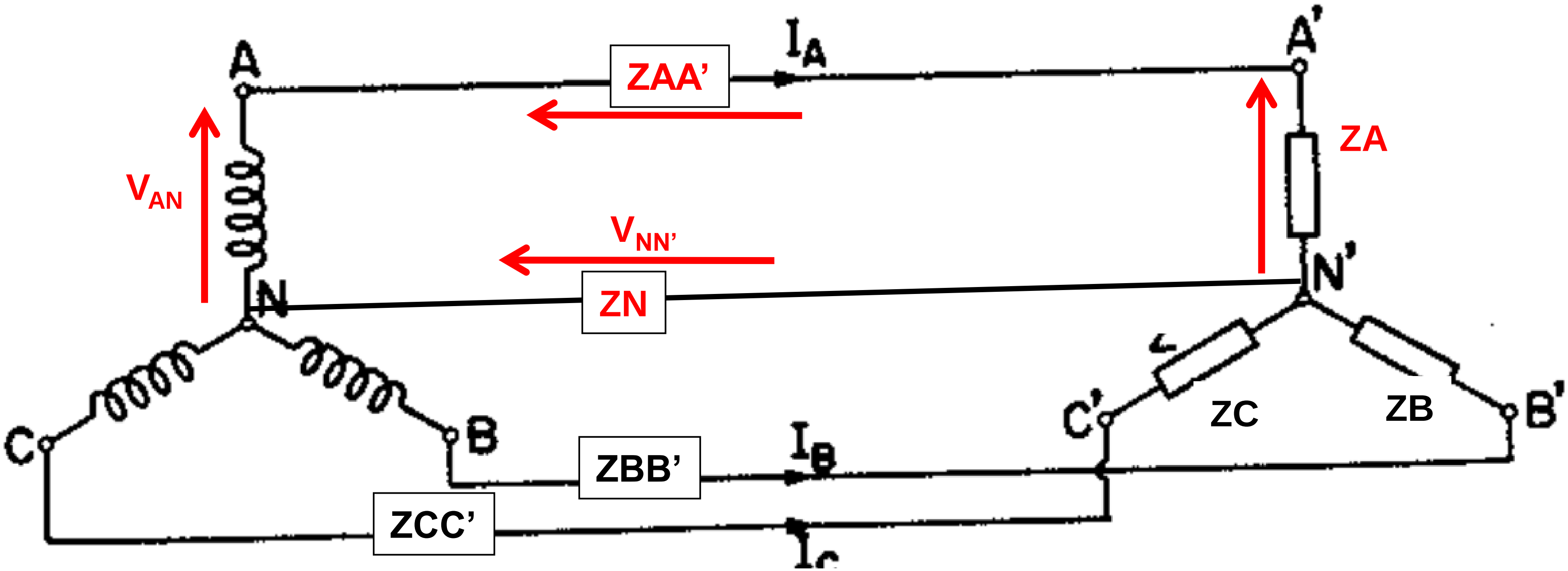
$$\dot{V}_{CA} = 220\underline{|178°}\sqrt{3}\underline{|-30°} = 380\underline{|148°}\,V$$



Ligações

em

Estrela



$$\boxed{\dot{V}_{AN} - \dot{Z}_{AA'}\dot{I}_A - \dot{Z}_A\dot{I}_A + \dot{V}_{NN'} = 0}$$

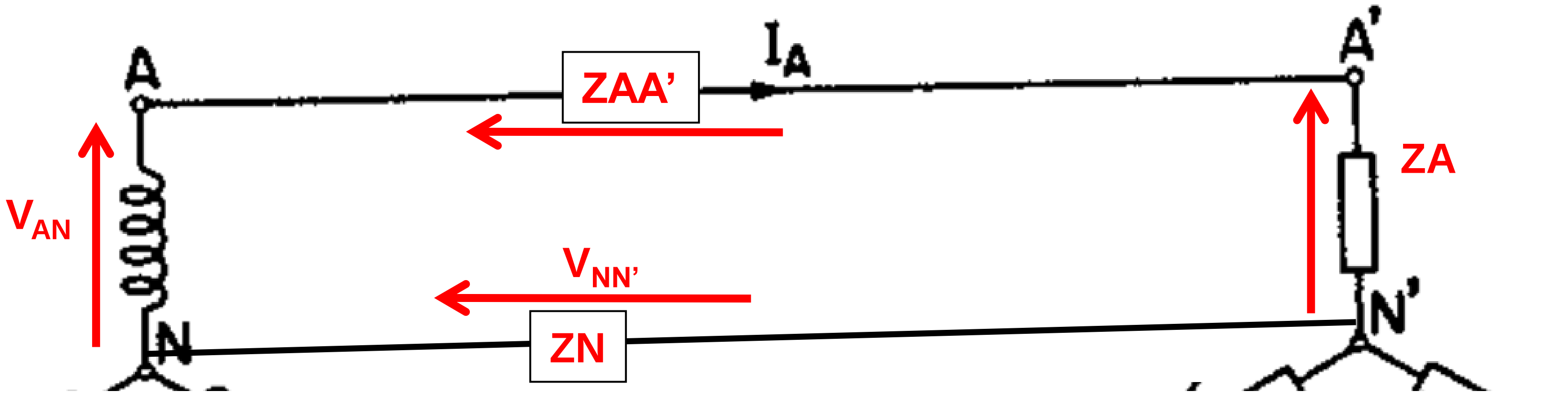
Seja: $\dot{Z}'_A = \dot{Z}_{AA'} + \dot{Z}_A$ → $\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'} = \dot{Z}'_A \dot{I}_A$

Sistemas Trifásicos em Estrela

Ligações

em

Estrela



Seja: $\dot{Z}_A^{'} = \dot{Z}_{AA'} + \dot{Z}_A$ → $\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'} = \dot{Z}_A^{'} \dot{I}_A$

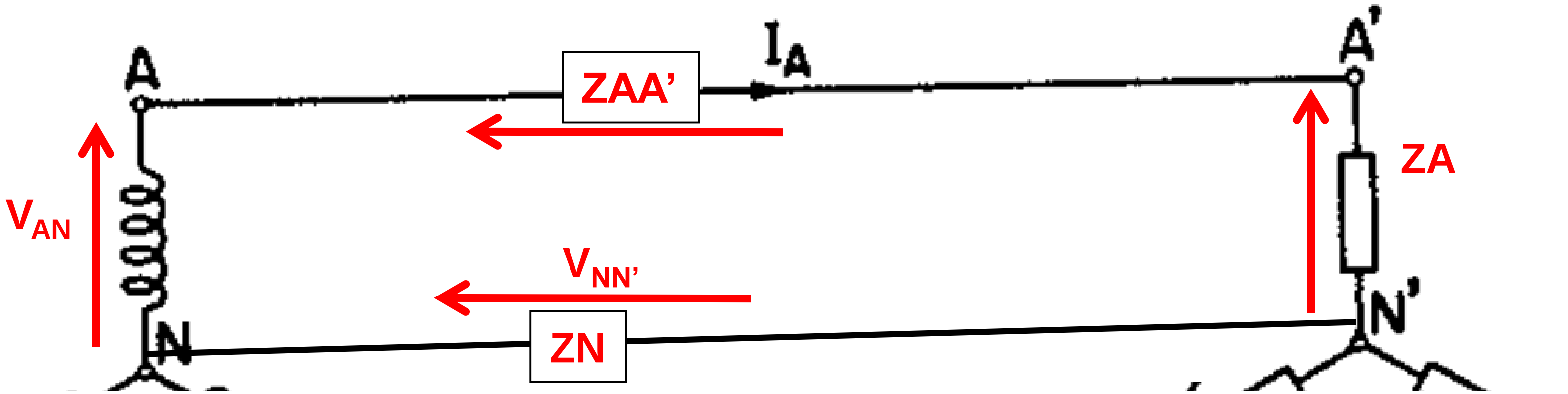
$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_A^{'}} = \dot{Y}_A^{'} \left(\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'} \right) \ldots\ldots(1)$$

Sistemas Trifásicos em Estrela

Ligações

em

Estrela



Seja: $\dot{Z}_A^{'} = \dot{Z}_{AA'} + \dot{Z}_A \rightarrow \dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'} = \dot{Z}_A^{'}\dot{I}_A$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_A^{'}} = \dot{Y}_A^{'}\left(\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}\right) ....(1)$$

De modo análogo:

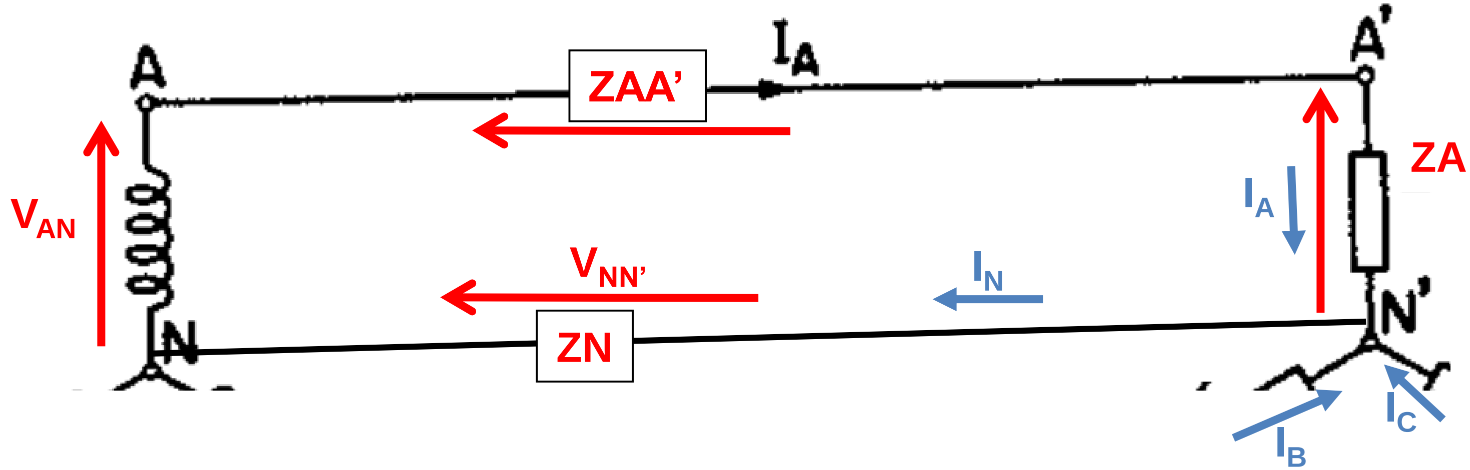
$$\dot{I}_B = \frac{\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_B^{'}} = \dot{Y}_B^{'}\left(\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}\right) ....(2)$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_C^{'}} = \dot{Y}_C^{'}\left(\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}\right) ....(3)$$

Ligações

em

Estrela



$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_A'} = \dot{Y}_A'\left(\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(1)$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_B'} = \dot{Y}_B'\left(\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(2)$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_C'} = \dot{Y}_C'\left(\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(3)$$

Além disso:

$$\boxed{\dot{V}_{NN'} = -\dot{Z}_N \dot{I}_N}$$

$$\boxed{\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C}$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}'_A} = \dot{Y}'_A \left(\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}'_B} = \dot{Y}'_B \left(\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}'_C} = \dot{Y}'_C \left(\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots\ldots(3)$$

$$\boxed{\dot{V}_{NN'} = -\dot{Z}_N \dot{I}_N} \qquad \boxed{\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C}$$

Portanto:

$$\dot{I}_N = \dot{Y}'_A \left(\dot{V}_{AN} - \dot{Z}_N \dot{I}_N\right) + \dot{Y}'_B \left(\dot{V}_{BN} - \dot{Z}_N \dot{I}_N\right) + \dot{Y}'_C \left(\dot{V}_{CN} - \dot{Z}_N \dot{I}_N\right)$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}'_A} = \dot{Y}'_A\left(\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(1)$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}'_B} = \dot{Y}'_B\left(\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(2)$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}'_C} = \dot{Y}'_C\left(\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(3)$$

$$\boxed{\dot{V}_{NN'} = -\dot{Z}_N \dot{I}_N} \qquad \boxed{\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C}$$

Portanto:

$$\dot{I}_N = \dot{Y}'_A\left(\dot{V}_{AN} - \dot{Z}_N \dot{I}_N\right) + \dot{Y}'_B\left(\dot{V}_{BN} - \dot{Z}_N \dot{I}_N\right) + \dot{Y}'_C\left(\dot{V}_{CN} - \dot{Z}_N \dot{I}_N\right)$$

$$\dot{I}_N = \dot{Y}'_A \dot{V}_{AN} + \dot{Y}'_B \dot{V}_{BN} + \dot{Y}'_C \dot{V}_{CN} - \dot{Z}_N \dot{I}_N\left(\dot{Y}'_A + \dot{Y}'_B + \dot{Y}'_C\right)$$

Sistemas Trifásicos em Estrela

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}'_A} = \dot{Y}'_A\left(\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}\right)\text{.......}(1)$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}'_B} = \dot{Y}'_B\left(\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}\right)\text{.......}(2)$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}'_C} = \dot{Y}'_C\left(\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}\right)\text{.......}(3)$$

$$\boxed{\dot{V}_{NN'} = -\dot{Z}_N \dot{I}_N} \qquad \boxed{\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C}$$

Portanto:

$$\dot{I}_N = \dot{Y}'_A\left(\dot{V}_{AN} - \dot{Z}_N \dot{I}_N\right) + \dot{Y}'_B\left(\dot{V}_{BN} - \dot{Z}_N \dot{I}_N\right) + \dot{Y}'_C\left(\dot{V}_{CN} - \dot{Z}_N \dot{I}_N\right)$$

$$\dot{I}_N = \dot{Y}'_A \dot{V}_{AN} + \dot{Y}'_B \dot{V}_{BN} + \dot{Y}'_C \dot{V}_{CN} - \dot{Z}_N \dot{I}_N\left(\dot{Y}'_A + \dot{Y}'_B + \dot{Y}'_C\right)$$

$$\dot{I}_N + \dot{Z}_N \dot{I}_N\left(\dot{Y}'_A + \dot{Y}'_B + \dot{Y}'_C\right) = \dot{Y}'_A \dot{V}_{AN} + \dot{Y}'_B \dot{V}_{BN} + \dot{Y}'_C \dot{V}_{CN}$$

$$\boxed{\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C}$$

$$\dot{I}_N + \dot{Z}_N \dot{I}_N \left(\dot{Y}_A^{'} + \dot{Y}_B^{'} + \dot{Y}_C^{'}\right) = \dot{Y}_A^{'}\dot{V}_{AN} + \dot{Y}_B^{'}\dot{V}_{BN} + \dot{Y}_C^{'}\dot{V}_{CN}$$

Portanto:

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{Y}_A^{'}\dot{V}_{AN} + \dot{Y}_B^{'}\dot{V}_{BN} + \dot{Y}_C^{'}\dot{V}_{CN}}{1 + \dot{Z}_N \left(\dot{Y}_A^{'} + \dot{Y}_B^{'} + \dot{Y}_C^{'}\right)}$$

Mas:

$$\boxed{\dot{V}_{NN^{'}} = -\dot{Z}_N \dot{I}_N}$$

Assim:

$$\dot{V}_{NN^{'}} = -\frac{\dot{Y}_A^{'}\dot{V}_{AN} + \dot{Y}_B^{'}\dot{V}_{BN} + \dot{Y}_C^{'}\dot{V}_{CN}}{1 + \dot{Z}_N \left(\dot{Y}_A^{'} + \dot{Y}_B^{'} + \dot{Y}_C^{'}\right)} \cdot \frac{1}{Y_N}$$

Ou:

$$\boxed{\dot{V}_{NN^{'}} = \frac{-\dot{Y}_A^{'}\dot{V}_{AN} - \dot{Y}_B^{'}\dot{V}_{BN} - \dot{Y}_C^{'}\dot{V}_{CN}}{Y_N + \dot{Y}_A^{'} + \dot{Y}_B^{'} + \dot{Y}_C^{'}} \text{......}(4)}$$

Resumindo:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_A'} = \dot{Y}_A'\left(\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(1)$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_B'} = \dot{Y}_B'\left(\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(2)$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_C'} = \dot{Y}_C'\left(\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(3)$$

$$\boxed{\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C}$$

$$\dot{V}_{NN'} = \frac{-\dot{Y}_A'\dot{V}_{AN} - \dot{Y}_B'\dot{V}_{BN} - \dot{Y}_C'\dot{V}_{CN}}{Y_N + \dot{Y}_A' + \dot{Y}_B' + \dot{Y}_C'} \ldots\ldots(4)$$

Com essas equações, conseguimos calcular todas as variáveis de interesse para a solução de um circuito em estrela genérico.

Casos particulares:

a) Sistema Trifásico Simétrico e Equilibrado

$\left|\dot{V}_{AN}\right| = \left|\dot{V}_{BN}\right| = \left|\dot{V}_{CN}\right|$ com defasagem de 120º entre si.

$$\dot{Z}_A^{'} = \dot{Z}_B^{'} = \dot{Z}_C^{'} = \dot{Z}^{'}$$

$$\dot{Y}_A^{'} = \dot{Y}_B^{'} = \dot{Y}_C^{'} = \dot{Y}^{'}$$

$$\dot{V}_{NN^{'}} = 0$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN}}{\dot{Z}^{'}}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{V}_{BN}}{\dot{Z}^{'}}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{V}_{CN}}{\dot{Z}^{'}}$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN^{'}}}{\dot{Z}_A^{'}} = \dot{Y}_A^{'}\left(\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN^{'}}\right) \ldots\ldots(1)$$

$$\dot{V}_{NN^{'}} = \frac{-\dot{Y}_A^{'}\dot{V}_{AN} - \dot{Y}_B^{'}\dot{V}_{BN} - \dot{Y}_C^{'}\dot{V}_{CN}}{Y_N + \dot{Y}_A^{'} + \dot{Y}_B^{'} + \dot{Y}_C^{'}} \ldots\ldots(4)$$

Casos particulares:

b) Sistema Trifásico Simétrico e Desequilibrado

$|\dot{V}_{AN}| = |\dot{V}_{BN}| = |\dot{V}_{CN}|$ com defasagem de 120º entre si.

$$\dot{Z}_A' \neq \dot{Z}_B' \neq \dot{Z}_C'$$

$$\dot{Y}_A' \neq \dot{Y}_B' \neq \dot{Y}_C'$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_A'} = \dot{Y}_A'\left(\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(1)$$

- **3 fios (sem neutro no circuito) ou 4 fios com o neutro ($Z_N \neq 0$)**

$$\dot{V}_{NN'} \neq 0$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_A'} = \dot{Y}_A'\left(\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(1)$$

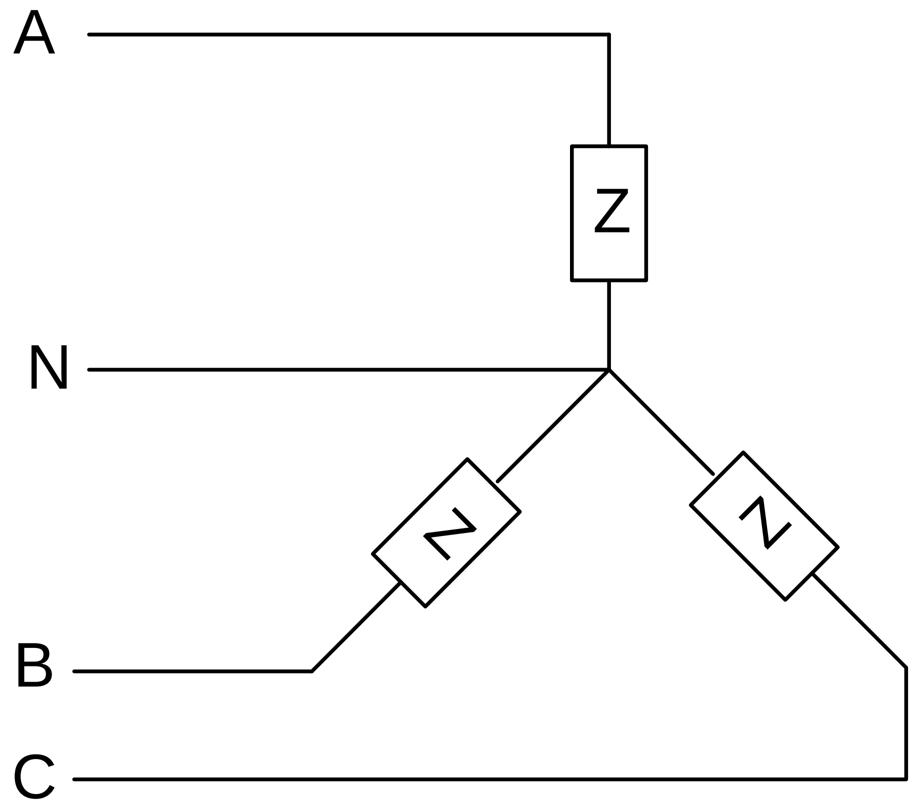
$$\dot{I}_B = \frac{\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_B'} = \dot{Y}_B'\left(\dot{V}_{BN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(2)$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}_C'} = \dot{Y}_C'\left(\dot{V}_{CN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots.(3)$$

$$\dot{V}_{NN'} = \frac{-\dot{Y}_A'\dot{V}_{AN} - \dot{Y}_B'\dot{V}_{BN} - \dot{Y}_C'\dot{V}_{CN}}{Y_N + \dot{Y}_A' + \dot{Y}_B' + \dot{Y}_C'} \ldots\ldots(4)$$

Exemplo 1: Dado o circuito trifásico simétrico, tensão de linha de 220V (RMS), sequência ABC, alimentando uma carga trifásica equilibrada $(\dot{Z} = 10\underline{|60^{o}}\ \Omega)$ .Considere $\dot{V}_{AB} = 220\underline{|0^{o}}\ V$. Determine:

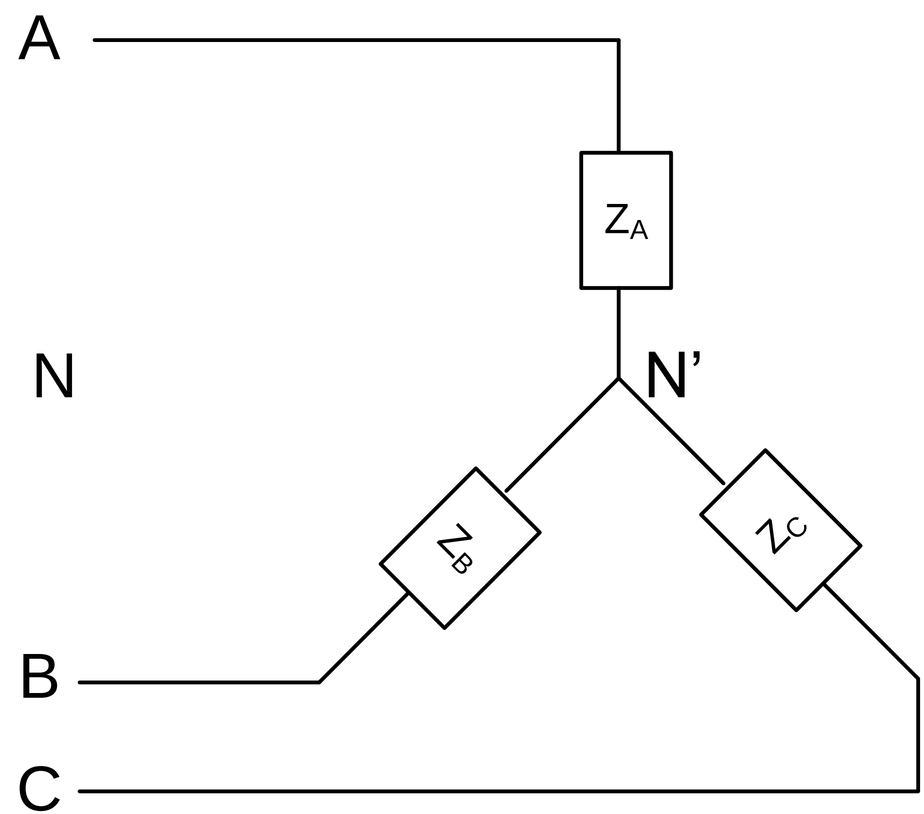
- Tensões de fase;
- Correntes de linha e neutro.



Exemplo 2: Dado o circuito trifásico simétrico, tensão de linha de 220V (RMS), sequência ABC, alimentando uma carga trifásica **desequilibrada**, onde:

$$\dot{Z}_A = 100\angle 60^{o}\ \Omega;\ \dot{Z}_B = 100\angle 60^{o}\ \Omega;\ \dot{Z}_C = 100\angle 0^{o}\ \Omega$$

Considere $\dot{V}_{AB} = 220\angle 0^{o}\ V$



Determine:

- Correntes de linha e neutro.

Para o circuito do laboratório, deve-se usar V_{AN} na referência, ou seja:

$$\dot{V}_{AN} = \left(127 + j0\right) V$$

Exemplo 4: Um gerador trifásico simétrico alimenta por meio de uma linha equilibrada uma carga trifásica equilibrada. Considere V_{AN} na referência e sequência ABC. **Conhecemos:**

- A tensão de linha do gerador (380V) e a frequência (60Hz);
- O tipo de ligação do gerador (Y);
- O número de fios da linha (3);
- A resistência (0,2 Ω) e a reatância indutiva (0,5 Ω) de cada fio da linha;
- A impedância da carga (3 +j4 Ω)

Determine:

a) As tensões de fase e linha do gerador;

b) As correntes de fase e de linha fornecidas pelo gerador;

c) As tensões de fase e de linha na carga;

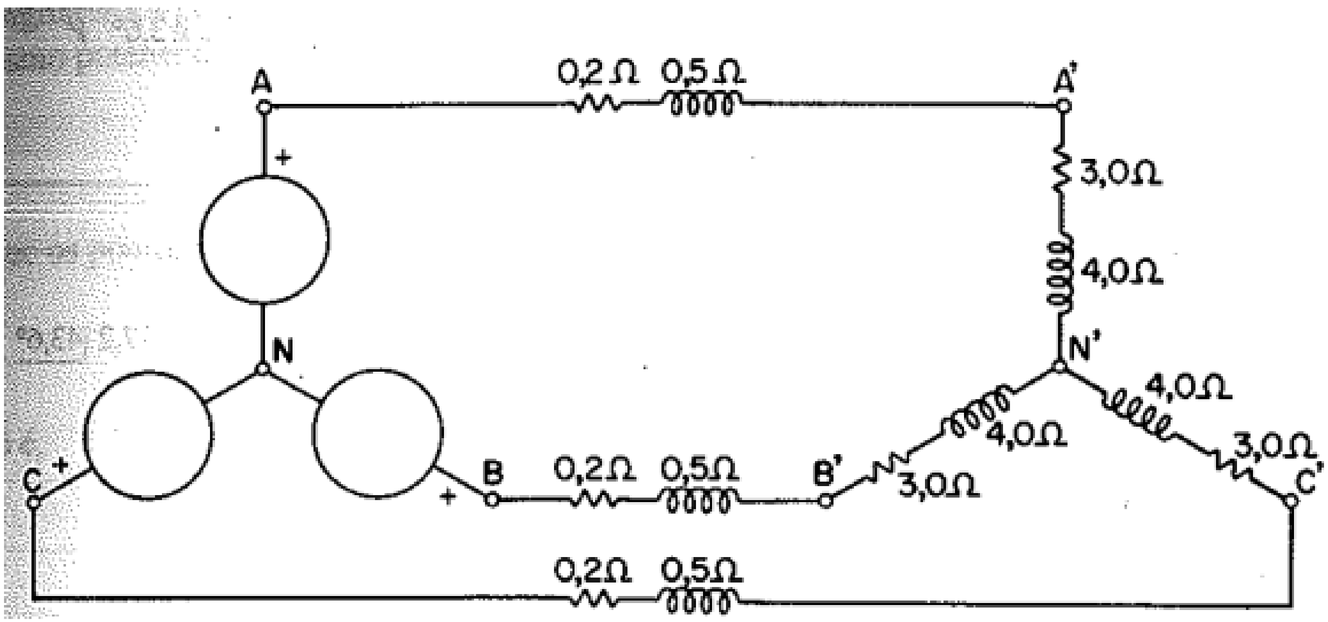
d) A queda de tensão na linha (valores de fase e de linha);

e) O diagrama de fasores.

Exemplo 4: Um gerador trifásico simétrico alimenta por meio de uma linha equilibrada uma carga trifásica equilibrada. Considere V_{AN} na referência e sequência ABC. **Conhecemos:**

- A tensão de linha do gerador (380V) e a frequência (60Hz);
- O tipo de ligação do gerador (Y);
- O número de fios da linha (3);
- A resistência (0,2 Ω) e a reatância indutiva (0,5 Ω) de cada fio da linha;
- A impedância da carga (3 +j4 Ω)

Solução:



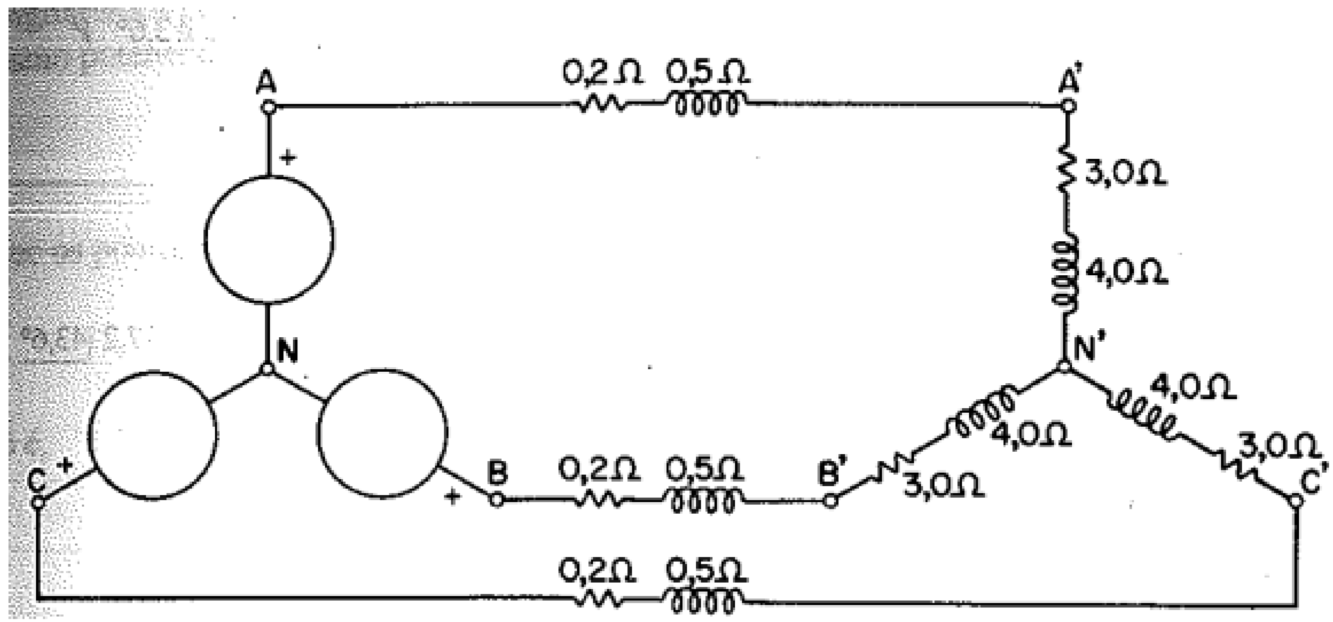
Sistemas Trifásicos em Estrela

Exemplo 4: Um gerador trifásico simétrico alimenta por meio de uma linha equilibrada uma carga trifásica equilibrada. Considere V_{AN} na referência e sequência ABC. **Conhecemos:**

- A tensão de linha do gerador (380V) e a frequência (60Hz);

Determine:

a) As tensões de fase e linha do gerador;



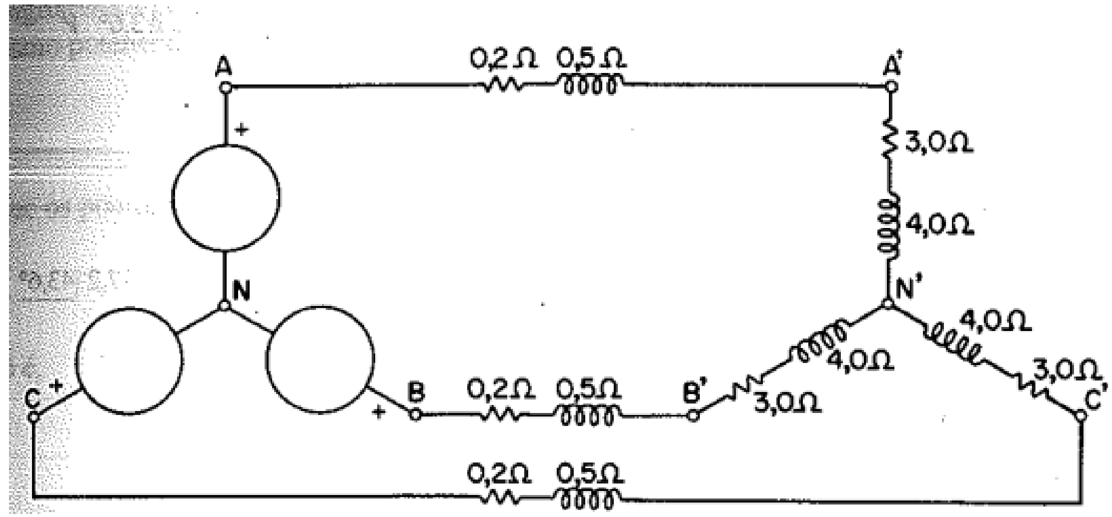
$$\dot{V}_{AN} = 220\,\underline{|0^\circ}\ V$$
$$\dot{V}_{BN} = 220\,\underline{|-120^\circ}\ V$$
$$\dot{V}_{CN} = 220\,\underline{|120^\circ}\ V$$

$$\dot{V}_{AB} = \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ}\,\dot{V}_{AN} = \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ}\,.\,220\,\underline{|0^\circ} = 380\,\underline{|30^\circ}\ V$$
$$\dot{V}_{BC} = \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ}\,\dot{V}_{BN} = \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ}\,.\,220\,\underline{|-120^\circ} = 380\,\underline{|-90^\circ}\ V$$
$$\dot{V}_{CA} = \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ}\,\dot{V}_{CN} = \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ}\,.\,220\,\underline{|120^\circ} = 380\,\underline{|150^\circ}\ V$$

Exemplo 4: Um gerador trifásico simétrico alimenta por meio de uma linha equilibrada uma carga trifásica equilibrada. Considere V_{AN} na referência e sequência ABC. **Conhecemos:**

Determine:

b) As correntes de fase e de linha fornecidas pelo gerador;



$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN}}{R + R_C + j\left(X + X_C\right)} = \frac{220 + j0}{3,2 + j4,5} = \frac{220\,\underline{|0^\circ}}{5,52\,\underline{|54,6^\circ}} = 39,84\,\underline{|-54,6^\circ}\ A$$

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{I}_A &= 39,84\,\underline{|-54,6^\circ}\ A \\ \dot{I}_B &= 39,84\,\underline{|-174,6^\circ}\ A \\ \dot{I}_C &= 39,84\,\underline{|65,4^\circ}\ A \end{aligned}}$$

Exemplo 4: Um gerador trifásico simétrico alimenta por meio de uma linha equilibrada uma carga trifásica equilibrada. Considere V_{AN} na referência e sequência ABC. **Conhecemos:**

Determine:

c) As tensões de fase e de linha na carga;

Valores de fase:

$$\dot{V}_{A'N'} = \bar{Z}_C \, \dot{I}_A = 5\,\underline{|53{,}1^\circ} \,.\, 39{,}84\,\underline{|-54{,}6^\circ} = 199{,}2\,\underline{|-1{,}5^\circ}\ V$$

$$\dot{V}_{B'N'} = 199{,}2\,\underline{|-121{,}5^\circ}\ V$$

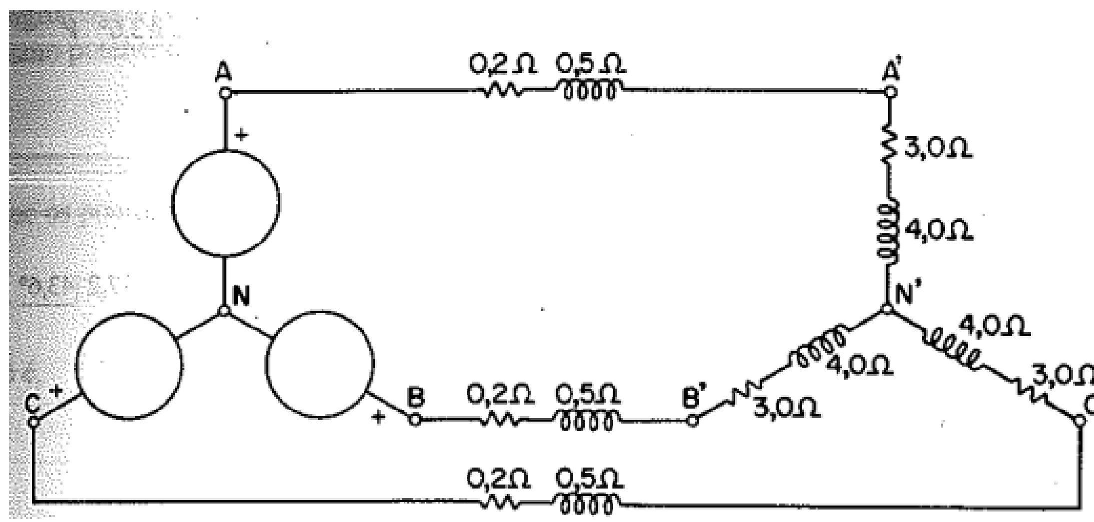
$$\dot{V}_{C'N'} = 199{,}2\,\underline{|-118{,}5^\circ}\ V$$

Valores de linha:

$$\dot{V}_{A'B'} = \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ}\,\dot{V}_{A'N'} = \sqrt{3}\,.\,199{,}2\,\underline{|28{,}5^\circ} = 345\,\underline{|28{,}5^\circ}\ V$$

$$\dot{V}_{B'C'} = \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ}\,\dot{V}_{B'N'} = \sqrt{3}\,.\,199{,}2\,\underline{|-91{,}5^\circ} = 345\,\underline{|-91{,}5^\circ}\ V$$

$$\dot{V}_{C'A'} = \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ}\,\dot{V}_{C'N'} = \sqrt{3}\,.\,199{,}2\,\underline{|148{,}5^\circ} = 345\,\underline{|148{,}5^\circ}\ V$$



Exemplo 4: Um gerador trifásico simétrico alimenta por meio de uma linha equilibrada uma carga trifásica equilibrada. Considere V_{AN} na referência e sequência ABC. **Conhecemos:**

Determine:

d) A queda de tensão na linha (valores de fase e de linha);

Valores de fase:

$$\dot{V}_{AN} - \dot{V}_{A'N'} = \dot{V}_{AA'} = \bar{Z}\,\dot{I}_A = 0{,}54\,\underline{|68{,}2^\circ} \,.\, 39{,}84\,\underline{|-54{,}6^\circ} = 21{,}5\,\underline{|13{,}6^\circ}\ V$$

$$\dot{V}_{BN} - \dot{V}_{B'N'} = \dot{V}_{BB'} = 21{,}5\,\underline{|-106{,}4^\circ}\ V$$

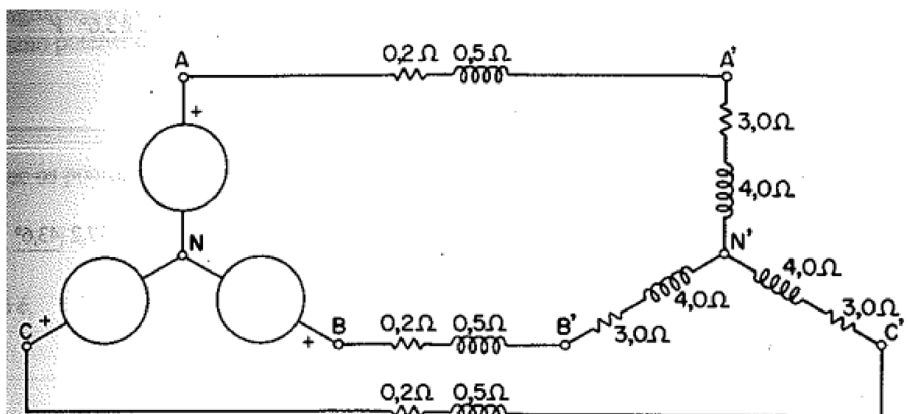
$$\dot{V}_{CN} - \dot{V}_{C'N'} = \dot{V}_{CC'} = 21{,}5\,\underline{|133{,}6^\circ}\ V$$

Valores de linha:

$$\dot{V}_{AB} - \dot{V}_{A'B'} = \bar{Z}\left(\dot{I}_A - \dot{I}_B\right) = \bar{Z}\,\dot{I}_A\left(1 - \alpha^2\right) = \bar{Z}\,\dot{I}_A\,\sqrt{3}\,\underline{|30^\circ} = 21{,}5\,\underline{|13{,}6^\circ} \,.\, \sqrt{3}\,\underline{|30^\circ} = 37{,}2\,\underline{|43{,}6^\circ}\ V$$

$$\dot{V}_{BC} - \dot{V}_{B'C'} = 37{,}2\,\underline{|-76{,}4^\circ}\ V$$

$$\dot{V}_{CA} - \dot{V}_{C'A'} = 37{,}2\,\underline{|163{,}6^\circ}\ V$$

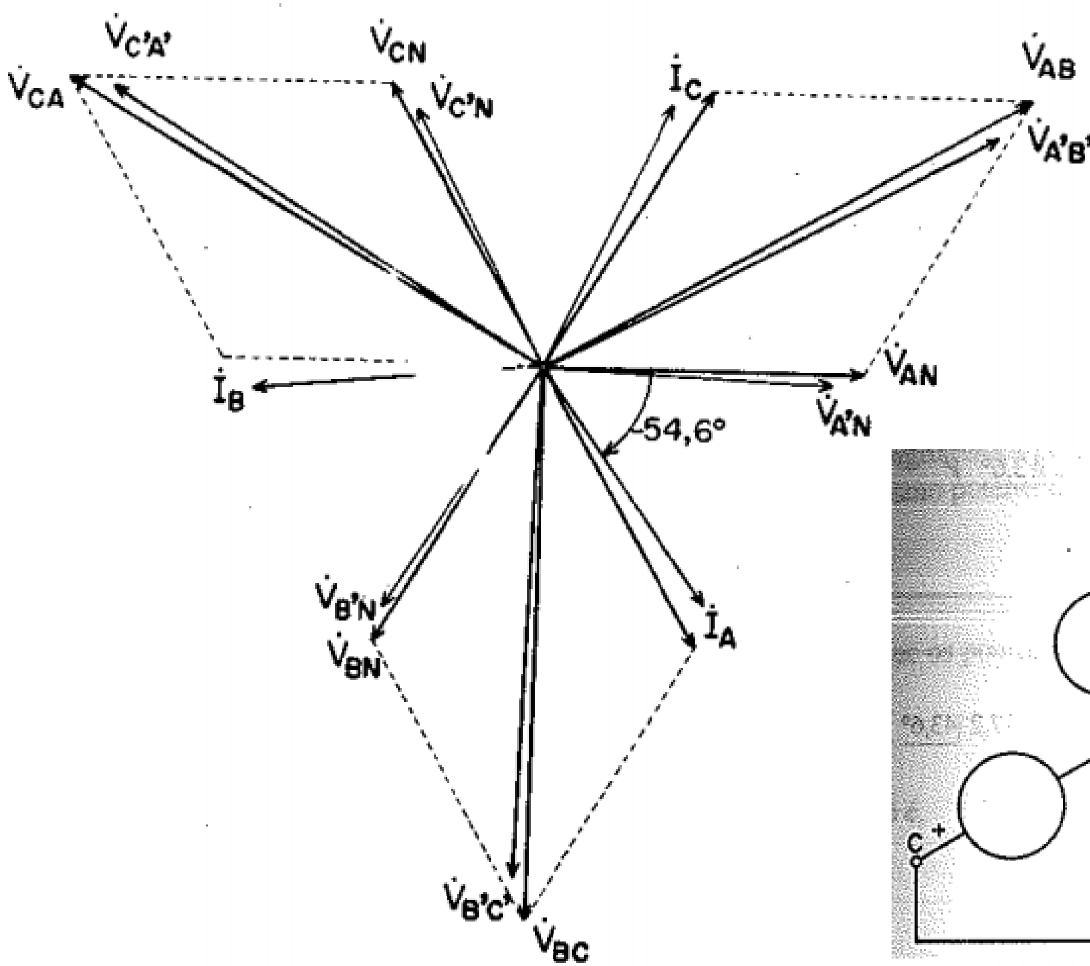


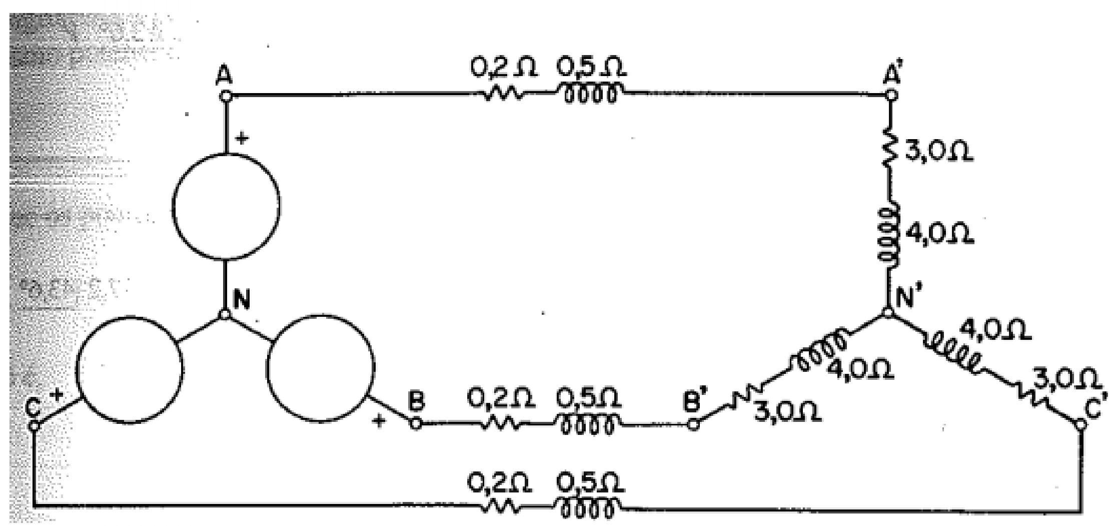
Sistemas Trifásicos em Estrela

Exemplo 4: Um gerador trifásico simétrico alimenta por meio de uma linha equilibrada uma carga trifásica equilibrada. Considere V_{AN} na referência e sequência ABC. **Conhecemos:**

Determine:

e) O diagrama de fasores.





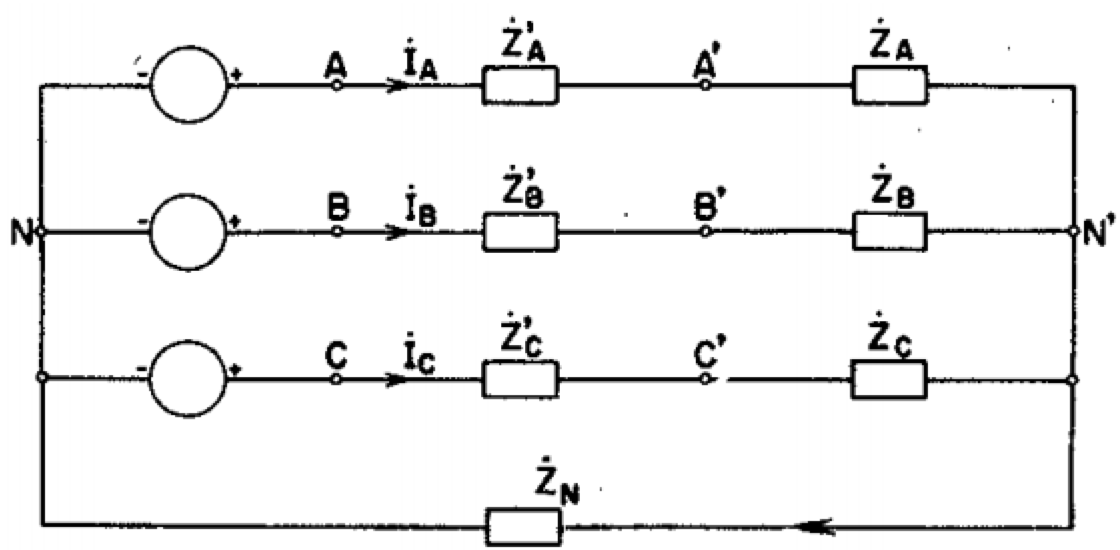
Exemplo 5: Dado o circuito abaixo, sendo:

$$\dot{V}_{AN} = 220\angle 0^\circ \ V \ , \ \dot{V}_{BN} = 220\angle -120^\circ \ V \ , \ \dot{V}_{CN} = 220\angle 120^\circ \ V$$

$$\dot{Z}'_A = \dot{Z}'_B = \dot{Z}'_C = \dot{Z}_P = \dot{Z}_N = (0{,}5 + j\,2{,}0) \ \Omega$$

$$\dot{Z}_A = 20 \ \Omega \ , \ \dot{Z}_B = j\,10 \ \Omega \ , \ \dot{Z}_C = -j\,10 \ \Omega$$

Determine as correntes I_A, I_B, I_C e I_N.



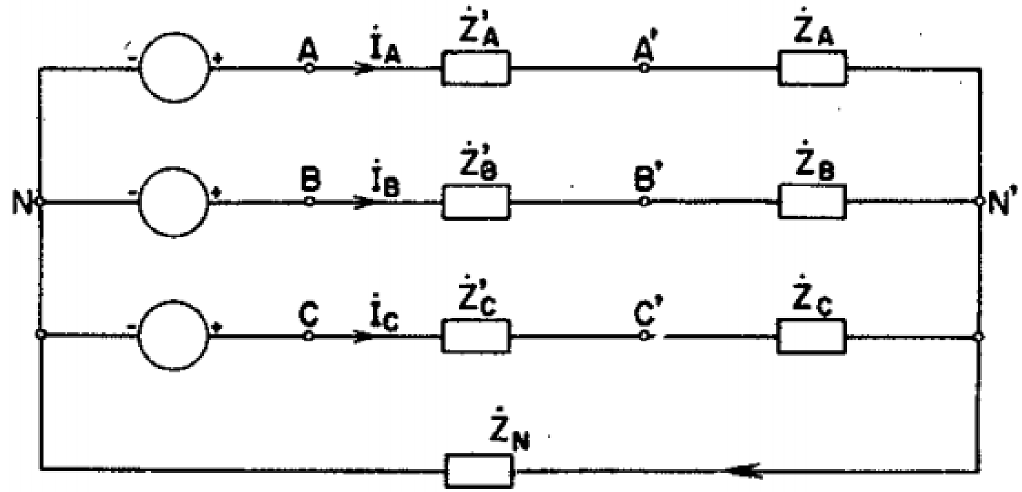
Exemplo 5: Dado o circuito abaixo, sendo:

$$\dot{V}_{AN} = 220\angle 0^\circ\ V\ ,\ \dot{V}_{BN} = 220\angle -120^\circ\ V\ ,\ \dot{V}_{CN} = 220\angle 120^\circ\ V$$

$$Z'_A = Z'_B = Z'_C = Z_P = Z_N = (0{,}5 + j\,2{,}0)\ \Omega$$

$$Z_A = 20\ \Omega\ ,\ Z_B = j\,10\ \Omega\ ,\ Z_C = -j\,10\ \Omega$$

Determine as correntes I_A, I_B, I_C e I_N. **Solução:**



$$\dot{V}_{NN'} = \frac{-\dot{Y}'_A\dot{V}_{AN} - \dot{Y}'_B\dot{V}_{BN} - \dot{Y}'_C\dot{V}_{CN}}{Y_N + \dot{Y}'_A + \dot{Y}'_B + \dot{Y}'_C} \ldots\ldots(4)$$

$$\dot{V}_{NN'} = 65{,}18\angle 76{,}75^\circ\ V$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}}{\dot{Z}'_A} = \dot{Y}'_A\left(\dot{V}_{AN} + \dot{V}_{NN'}\right) \ldots\ldots(1)$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

$$\dot{I}_A = 11{,}8\angle 9{,}5^\circ\ A$$

$$\dot{I}_B = 13{,}2\angle 145{,}6^\circ\ A$$

$$\dot{I}_C = 33{,}9\angle -163{,}1^\circ\ A$$

$$\dot{I}_N = 31{,}67\angle -179{,}2^\circ\ A$$