PHT / 2021 - INF 280 - Prova 1 - ID: 43

Werikson Alves - 96708
Universidade Federal de Viçosa (UFV), Viçosa, Brasil
e-mails: werikson.alves@ufv.br

23 de dezembro de 2021

Problema 1

Numa empresa, quatro processos diferentes são usados para produzir três produtos químicos. Esses produto são depois vendidos para outras indústrias.

O primeiro processo fornece como resultado 3 unidades de hidrogênio, 2 de nitrogênio e 1 de cloro por hora.

O segundo processo fornece como resultado 1 unidades de hidrogênio e 2 de cloro por hora.

O terceiro processo fornece como resultado 2 unidades de hidrogênio e 1 de nitrogênio por hora.

O quarto processo fornece como resultado 2 unidades de nitrogênio e 1 de cloro por hora.

Cada hora de funcionamento dos processos custa \$4, \$3, \$3 e \$5, respectivamente. A empresa precisa produzir pelo menos 900 unidades de hidrogênio, 1100 de nitrogênio e 1200 de cloro.

1. Escreva o modelo de PL para esse problema e resolva o modelo usando algum software apropriado, e preencha a tabela abaixo com a solução ótima do problema.

Solução

Tabela 1: Dados do problema 1.

Processos	**Produtos**			**Preço por hora**
	Hidrogênio	**Nitrogênio**	**Cloro**	
x1	3	2	1	\$4
x2	1	0	2	\$3
x3	2	1	0	\$3
x4	0	2	1	\$5
Unidades mínimas produzidas	900	1100	1200	

Primeiro devemos determinar as variáveis, a função objetivo e as restrições a serem usadas. Depois, inserindo estes dados no software disponibilizado no PVANet Moodle, *Simplex method tool: v 2.0*, encontraremos a solução ótima para este problema.

Variáveis:

- $x1 \rightarrow$ Quantidades de horas do primeiro processo;
- $x2 \rightarrow$ Quantidades de horas do segundo processo;
- $x3 \rightarrow$ Quantidades de horas do terceiro processo;
- $x4 \rightarrow$ Quantidades de horas do quarto processo;

Objetivo:

Minimizar: $4 \cdot x1 + 3 \cdot x2 + 3 \cdot x3 + 5 \cdot x4$

Restrições:

i- $3 \cdot x1 + 1 \cdot x2 + 2 \cdot x3 + 0 \cdot x4 \geq 900$

ii- $2 \cdot x1 + 0 \cdot x2 + 1 \cdot x3 + 2 \cdot x4 \geq 1100$

iii- $1 \cdot x1 + 2 \cdot x2 + 0 \cdot x3 + 1 \cdot x4 \geq 1200$

Tableau 1:

	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	-p	
*s1	3	1	2	0	-1	0	0	0	900
*s2	2	0	1	2	0	-1	0	0	1100
*s3	1	2	0	1	0	0	-1	0	1200
-p	4	3	3	5	0	0	0	1	0

p = 0; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0

Tableau 2:

	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	-p	
x1	1	1/3	2/3	0	-1/3	0	0	0	300
*s2	0	-2/3	-1/3	2	2/3	-1	0	0	500
*s3	0	5/3	-2/3	1	1/3	0	-1	0	900
-p	0	5/3	1/3	5	4/3	0	0	1	-1200

p = 1200; x1 = 300, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0

Tableau 3:

	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	-p	
x1	1	1/3	2/3	0	-1/3	0	0	0	300
x4	0	-1/3	-1/6	1	1/3	-1/2	0	0	250
*s3	0	2	-1/2	0	0	1/2	-1	0	650
-p	0	10/3	7/6	0	-1/3	5/2	0	1	-2450

p = 2450; x1 = 300, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 250

Tableau 4:

	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	-p	
x1	1	0	3/4	0	-1/3	-1/12	1/6	0	575/3
x4	0	0	-1/4	1	1/3	-5/12	-1/6	0	1075/3
x2	0	1	-1/4	0	0	1/4	-1/2	0	325
-p	0	0	2	0	-1/3	5/3	5/3	1	-10600/3

p = 10600/3; x1 = 575/3, x2 = 325, x3 = 0, x4 = 1075/3

Tableau 5:

	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	-p	
x1	1	0	1/2	1	0	-1/2	0	0	550
s1	0	0	-3/4	3	1	-5/4	-1/2	0	1075
x2	0	1	-1/4	0	0	1/4	-1/2	0	325
-p	0	0	7/4	1	0	5/4	3/2	1	-3175

p = 3175; x1 = 550, x2 = 325, x3 = 0, x4 = 0

Figura 1: Tabela simplex fornecida pelo software.

Quantidade de horas usadas em cada Processo			
P1	P2	P3	P4
550	325	0	0
Custo total:	$ 3175		

2. Indique quais são as Variáveis Básicas obtidas na solução ótima, e monte a matriz B correspondente à BASE ótima do problema.

Solução

As variáveis básicas obtidas na solução ótima, para este problemas são x1, s1 e x2, onde s1 é a variável de folga das unidades de hidrogênio.

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Qual deveria ser o custo por hora máximo para do Processo 4 para que seu uso não cause um aumento do custo total?

Solução

Para que o uso do processo 4 não cause um aumento do custo total, o custo por hora máximo desse processo deveria ser reduzido em 1, o qual é seu valor de custo reduzido, ou seja, o novo valor será dado por $P_{x4} = 5 - 1 = 4$, portanto deveria ser de $4.

4. Se você pudesse reduzir a necessidade mínima de produção de apenas um dos produtos químicos, qual deles traria uma vantagem maior, considerando apenas o resultado fornecido pelo software, ou seja, sem resolver novamente o problema? Justifique.

Solução

Considerando os valores obtidos pelo software apresentado na Figura 1, vemos que o produto químico a ser escolhido deve ser o Cloro, pois ele é o produto com maior preço dual (3/2), demonstrando que para cada unidade a menos produzida de cloro faria o custo total diminuir em \$1.5.

Problema 2

Um confeiteiro pode produzir cookies e bolinhos. Cada cookie fornece lucro de \$0.20 e requer 1.0 minuto de mão de obra e 18g de chocolate. Cada bolinho fornece lucro de \$0.40 e requer 1.5 minutos de mão de obra e 15g de chocolate. O confeiteiro dispõe de 24h de mão de obra e 21kg de chocolate por mês, e conseguirá vender tudo que for produzido. Quantos cookies e bolinhos deverão ser produzidos por mês de modo a maximizar o lucro?

Modele e resolva o problema graficamente, mostrando claramente o espaço de soluções viáveis, a inclinação da reta da F.O. e sua direção de otimização, e o ponto correspondente à solução ótima.

Variáveis:

- $x1 \rightarrow$ Quantidades de cookies;
- $x2 \rightarrow$ Quantidades de bolinhos;

Objetivo:

Maximizar: $L = 0.2 \cdot x1 + 0.4 \cdot x2$

Restrições:

Para as retraições, necessita-se colocar as variáveis nas mesmas unidades, logo 24h $\rightarrow$ 1440 min e 21kg $\rightarrow$ 21000g.

i- $18 \cdot x1 + 15 \cdot x2 \leq 21000$

ii- $1 \cdot x1 + 1.5 \cdot x2 \leq 1440$

Utilizando os gráficos das equações acima encontramos o espaço de soluções apresentado abaixo.

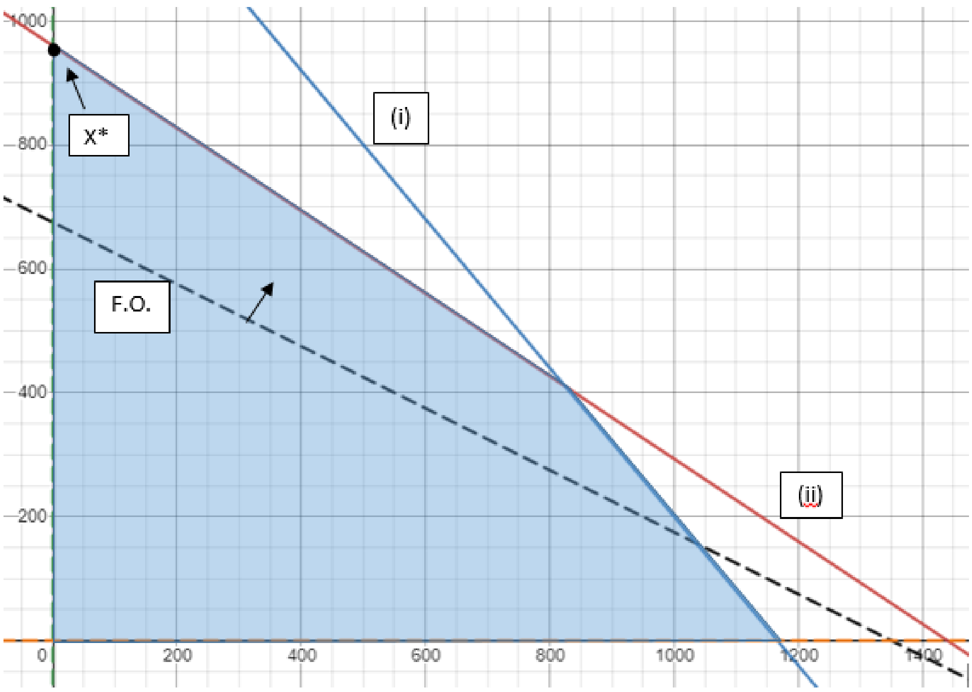

Figura 2: Solução gráfica para o problema 2.

Para este problema, a solução ótima é dada pelo ponto x^*, já que este é o último ponto em que a reta da função objetivo toca o espaço de soluções, sendo assim, a solução ótima é $x1 = 0$ e $x2 = 960$.

$$x^* = (0; 960)$$

$$Lucro = 0 \cdot 0.2 + 960 \cdot 0.4 = \$\ 384,00$$

O confeiteiro deverá produzir 960 bolinhos e nenhum cookie para obter um lucro máxima, com isto seu lucro será de R$384,00, tendo um gasto de 24h de mão de obra e 14.4Kg de chocolate, tendo então uma folga de 6.6Kg em relação ao máximo permitido.