

Carga horária semanal: 4 horas-aula; Número de créditos: 4;  
 Coord.: Profa. Natalia dos Santo Renato, [natalia.renato@ufv.br](mailto:natalia.renato@ufv.br)

#### AULAS PROGRAMADAS

Datas	Aulas	Conteúdo
08/08	01	Exposição das diretrizes da matéria
12/08	02	Cap.1 - Introdução à mecânica dos fluidos
15/08	03	Cap.2 - Conceitos Fundamentais
19/08	04	Cap.2 - Conceitos Fundamentais
22/08	05	Cap.3- Estática dos fluidos
26/08	06	Exercícios (teste)
29/08	07	Cap.3- Estática dos fluidos
02/09	08	Cap.3 - Estática dos fluidos
05/09	09	Avaliação 01 (30%)
09/09	10	Cap.4 - Equações básicas na forma integral para um volume de controle
12/09	11	Cap.4 - Equações básicas na forma integral para um volume de controle
16/09	12	Cap.4 - Equações básicas na forma integral para um volume de controle
19/09	13	Cap.6 - Escoamento incompressível de fluidos não viscosos
23/09	14	Exercícios (teste)
26/09	15	Cap.6 - Escoamento incompressível de fluidos não viscosos
30/09	---	Feriado
03/10	16	Cap.8 - Escoamento interno viscoso e incompressível
07/10	---	Recesso
10/10	---	Recesso
14/10	17	Cap.8 - Escoamento interno viscoso e incompressível
17/10	18	Avaliação 02 (30%)
21/10	19	Cap.1 - Introdução geral a transferência de calor
24/10	20	Cap.1 - Introdução geral a transferência de calor
28/10	22	Cap.2 - Introdução a condução
31/11	23	Cap.2 - Introdução a condução
04/11	24	Cap.3 - Condução unidimensional
07/11	25	Cap.3 - Condução unidimensional
11/11	26	Exercícios (teste)
14/11	27	Cap.3 - Condução unidimensional
18/11	28	Cap.5 - Condução transiente
21/11	29	Cap.5 - Condução transiente
25/11	30	Avaliação 03 (30%)
28/11		Segunda chamada
??		Prova final

#### AVALIAÇÃO DA DISCIPLINA

Avaliações: 90%. Segunda chamada somente para os casos previstos no regimento.  
 Exercícios: 10%.

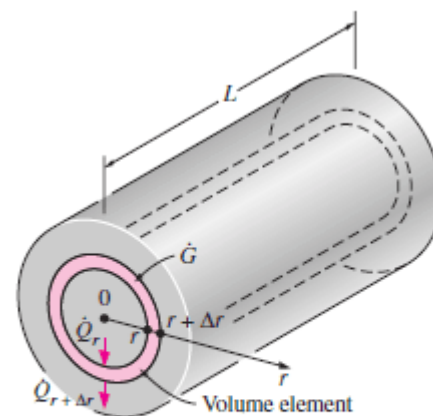
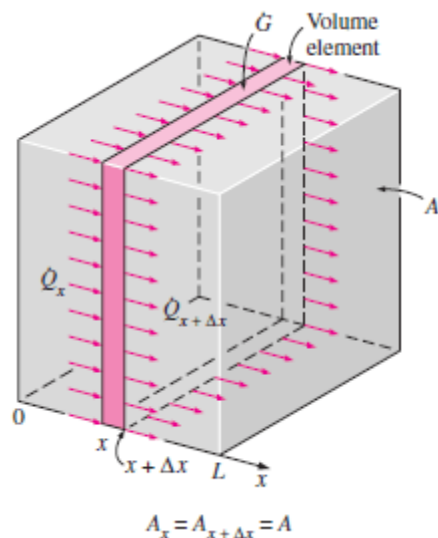
#### BIBLIOGRAFIA BÁSICA

FOX, R. W., McDONALD, A. T., PRITCHARD, P. J. Introdução à mecânica dos fluidos. 7. Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011. 710p. 532 F793i 1981 (BBT)  
 INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P., BERGMAN, T. L., LAVINE, A. S. Fundamentos de transferência de calor e de massa. Rio de Janeiro: LTC, 2008. 621.4022F981 (BBT)

# **Capítulo 3- Condução de calor unidirecional e em regime estacionário**

# Condução Unidimensional em Regime Estacionário

Um regime estacionário ou permanente é aquele em que a temperatura em cada ponto é independente do tempo. O fato de ser unidimensional significa que basta apenas uma coordenada para descrever a variação espacial das variáveis dependentes. Assim, o gradiente de temperatura existe ao longo apenas de uma direção, e a transferência de calor ocorre exclusivamente nessa direção.



One-dimensional heat conduction through a volume element in a long cylinder.

# Condução Unidimensional em Regime Estacionário

## Parede Plana

A distribuição de temperaturas pode ser obtida resolvendo a Equação Geral usando, para tal, as condições fronteira adequadas.

Da Equação Geral:  $\frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) = 0$

Simplificações Consideradas:

- Condução Unidimensional
- Regime Estacionário
- Sem Geração de Calor

Integrando:  $T(x) = C_1 x + C_2$

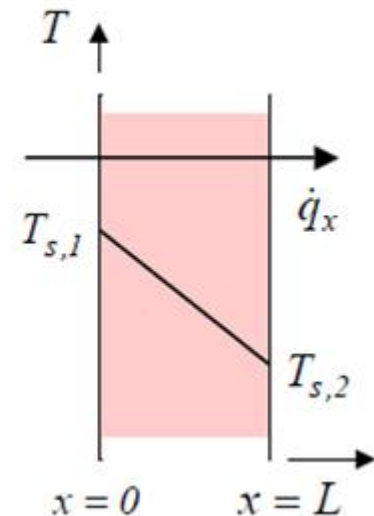
Condições fronteira:  $\begin{cases} T(0) = T_{s,1} \\ T(L) = T_{s,2} \end{cases}$  vem:  $\begin{cases} C_1 = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{L} \\ C_2 = T_{s,1} \end{cases}$

Substituindo verifica-se que a distribuição de temperaturas é linear:

$$T(x) = (T_{s,2} - T_{s,1}) \frac{x}{L} + T_{s,1}$$

É, agora, possível obter a taxa de Calor:

$$\dot{Q}_x = -kA \frac{dT}{dx} = \frac{kA}{L} (T_{s,1} - T_{s,2})$$



# Resistência Térmica

- Diferença de potencial elétrico **GERA** Fluxo de Energia Elétrica ( $\dot{I}$ )

Lei de Ohm  $\dot{I} = \frac{\Delta V}{R}$  — Resistência Elétrica

- Diferença de temperatura **GERA** Transferência de Calor  $\dot{Q}$

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_T} \text{ — Resistência Térmica}$$

Equações formalmente idênticas  $\longrightarrow$  Leis das resistências elétricas válidas para as resistências térmicas.

➤ Resistências em série  $\longrightarrow$  Somam-se

➤ Resistências em paralelo  $\longrightarrow \frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$

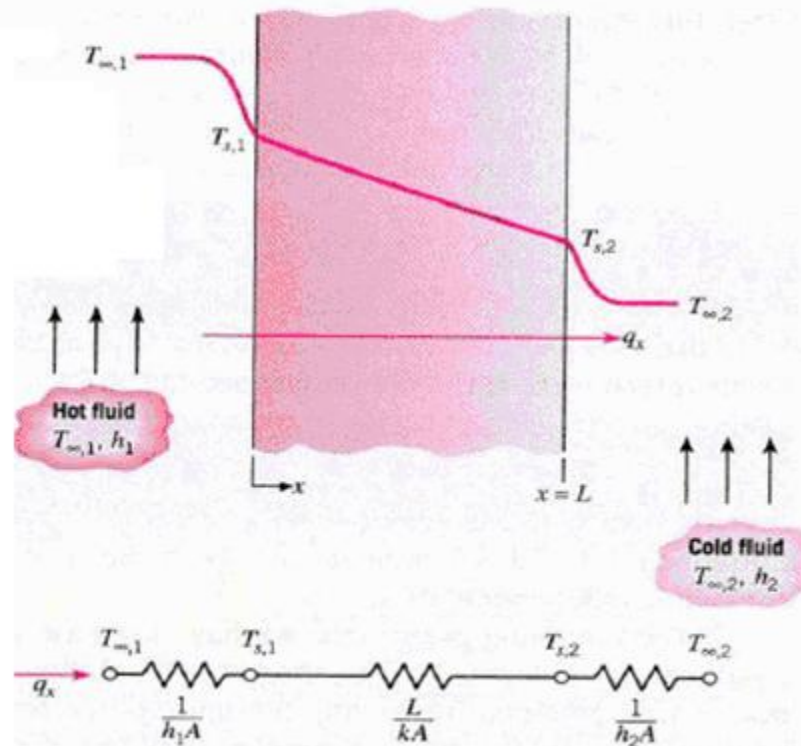
# Resistência Térmica

## RESISTÊNCIA TÉRMICA

É a razão entre o potencial motriz e a taxa de transferência de calor

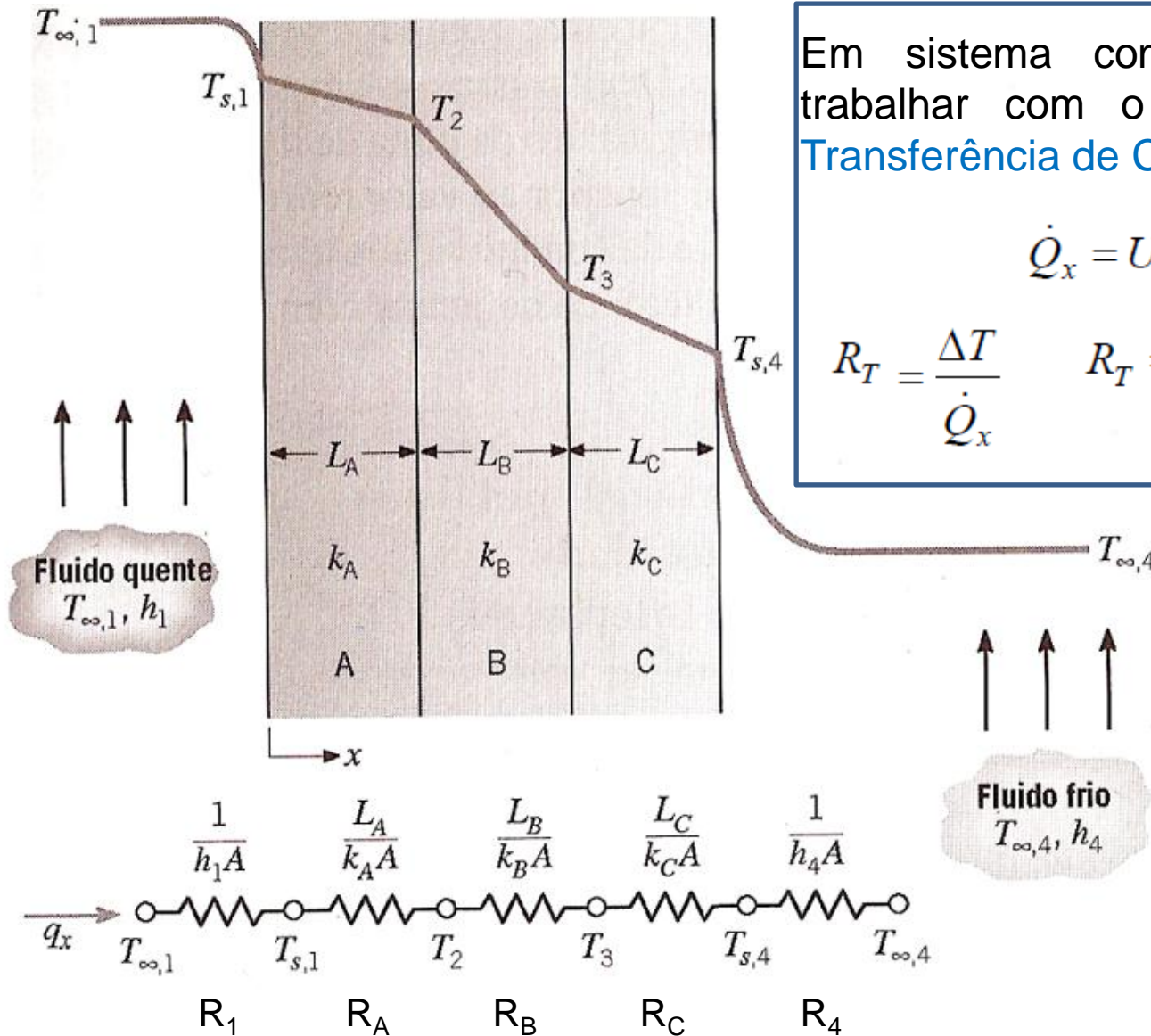
$$R_T = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} \quad [K/W]$$

Condução	Convecção	Radiação
$\dot{Q} = \frac{k}{L} A \Delta T$	$\dot{Q} = h A \Delta T$	$\dot{Q} = h_r A \Delta T$
$R_T = \frac{L}{kA}$	$R_T = \frac{1}{hA}$	$R_T = \frac{1}{h_r A}$



Qual a resistência total da parede ?

# Parede Composta em Série – Coeficiente Global



Em sistema compostos é conveniente trabalhar com o **Coeficiente Global de Transferência de Calor (U)**

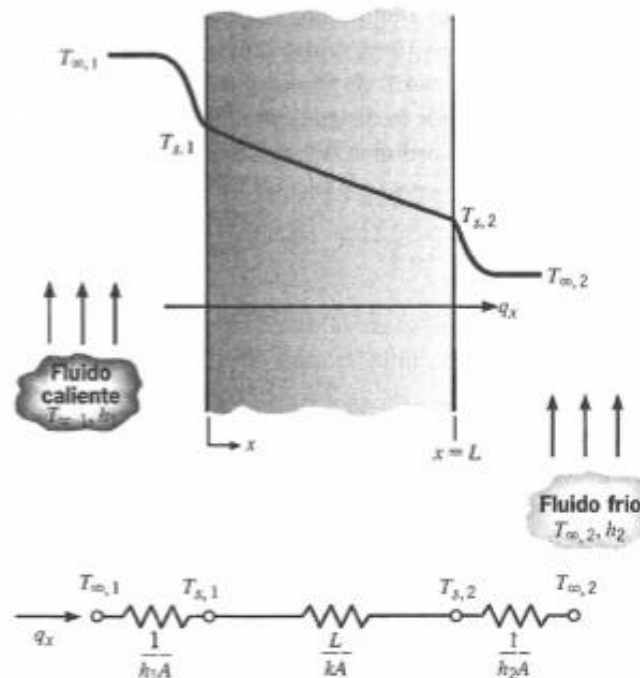
$$\dot{Q}_x = U \cdot A \cdot \Delta T$$

$$R_T = \frac{\Delta T}{\dot{Q}_x} \quad R_T = \frac{1}{UA}$$

$$U = \frac{1}{R_T A}$$



Considere a parede plana que separa dois fluidos, um quente e o outro frio, a temperaturas  $t_{\infty 1}$  e  $t_{\infty 2}$ , respectivamente. Usando balanços de energia nas superfícies  $x=0$  e  $x=L$  como condições de contorno, obtenha a distribuição de temperatura no interior da parede e o fluxo térmico em termos de  $t_{\infty 1}, t_{\infty 2}$ ,  $h_1, h_2$ ,  $K$  e  $L$ .

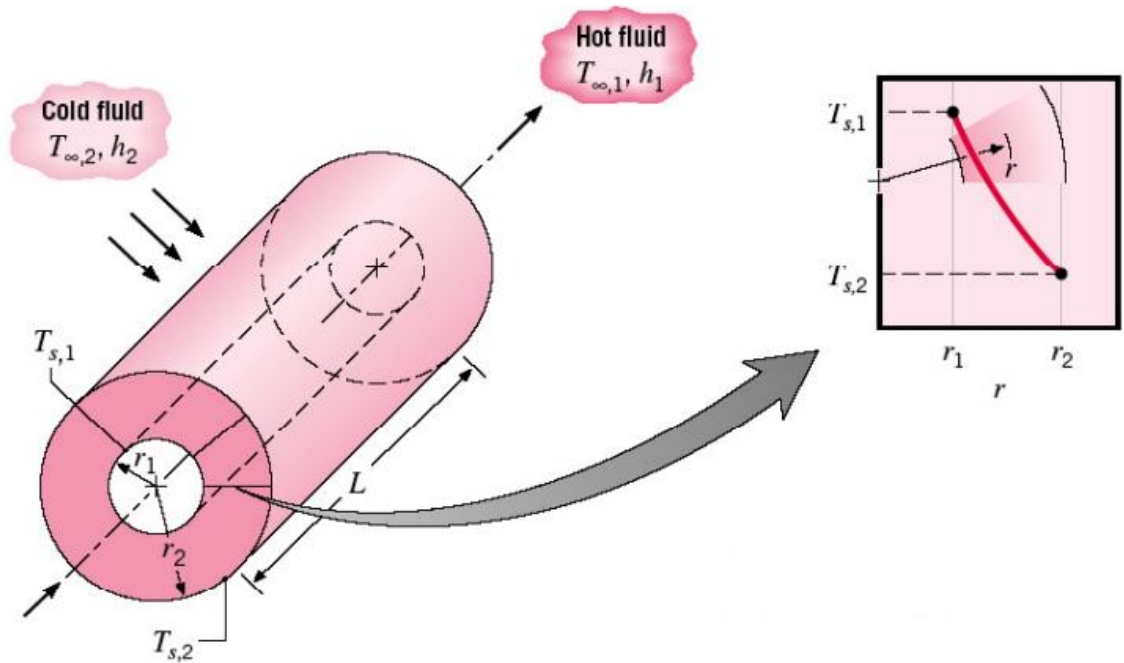




O Vidro traseiro de um automóvel é desembaçado pela passagem de ar quente sobre a sua superfície interna. Se o ar quente está a  $t_{\infty,i}=40^{\circ}\text{C}$  e o coeficiente de transferência de calor por convecção correspondente é de  $h_i=30(\text{W}/\text{m}^2.\text{K})$ , quais são as temperaturas das superfícies interna e externa do vidro, que tem 4mm de espessura, se a temperatura ambiente externo for  $t_{\infty,e}=-10^{\circ}\text{C}$  e o coeficiente convectivo associado  $h_e=65(\text{W}/\text{m}^2.\text{K})$ ?

As paredes de uma geladeira são tipicamente construídas com uma camada de isolante entre dois painéis de folhas de metal. Considere uma parede feita com isolante de fibra de vidro, com condutividade térmica  $k_i=0,046 \text{ W/(mK)}$  e espessura  $L_i=50\text{mm}$ , e painéis de aço, cada um com condutividade térmica  $k_p=60\text{W/(mK)}$  e espessura  $L_p=3\text{mm}$ . Com a parede separando ar refrigerado a  $T_{\infty,i}=4^\circ\text{C}$  do ar ambiente a  $T_{\infty,e}=25^\circ\text{C}$  determine o ganho de calor por unidade de área superficial. Os coeficientes associados à convecção natural nas superfícies interna e externa podem ser aproximados por  $h_i=h_e=5\text{W/(m}^2\text{K)}$ .

# Sistemas Radiais



Regime estacionário

Sem geração de calor – energia térmica



Análise feita pela eq. de calor

Coordenada cilíndrica:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \cancel{\dot{q}} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Considerando k constante temos:

$$T = C_1 \ln(r) + C_2$$

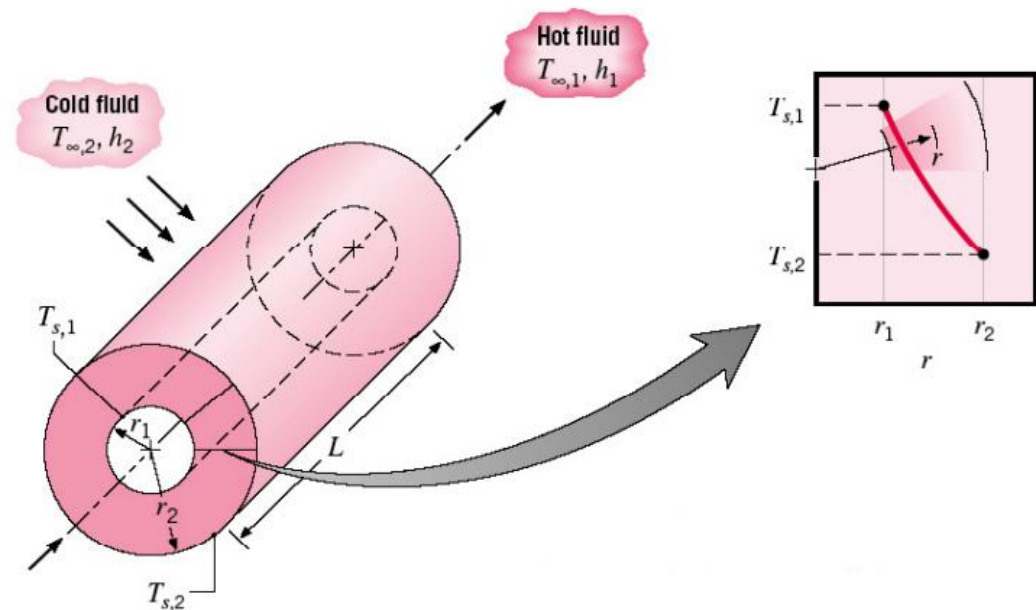
Condições de contorno

$$\text{CC1} \rightarrow r=r_1, T=T_{s,1}$$

$$\text{CC2} \rightarrow r=r_2, T=T_{s,2}$$

Distribuição de temperatura

$$T = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{\ln(r_1 / r_2)} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{s2}$$



A distribuição de temperatura associada a condução radial de uma parede cilíndrica é logarítmica e não linear, como na parede plana

$$T = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{\ln(r_1 / r_2)} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{s2}$$

$$\frac{dT}{dr} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{\ln(r_1 / r_2)} \cdot \frac{1}{r}$$

$$q_r = -kA \frac{dT}{dr} = -k2\pi rL \frac{dT}{dr} = 2\pi Lk \frac{T_{s1} - T_{s2}}{\ln(r_2 / r_1)}$$

### Resistência térmica

$$R_{t,cond} = \frac{\ln(r_2 / r_1)}{2\pi Lk}$$

Convecção
$\dot{Q} = h A \Delta T$
$R_T = \frac{l}{hA}$

$$R_{t,conv} = \frac{1}{2\pi rLh}$$

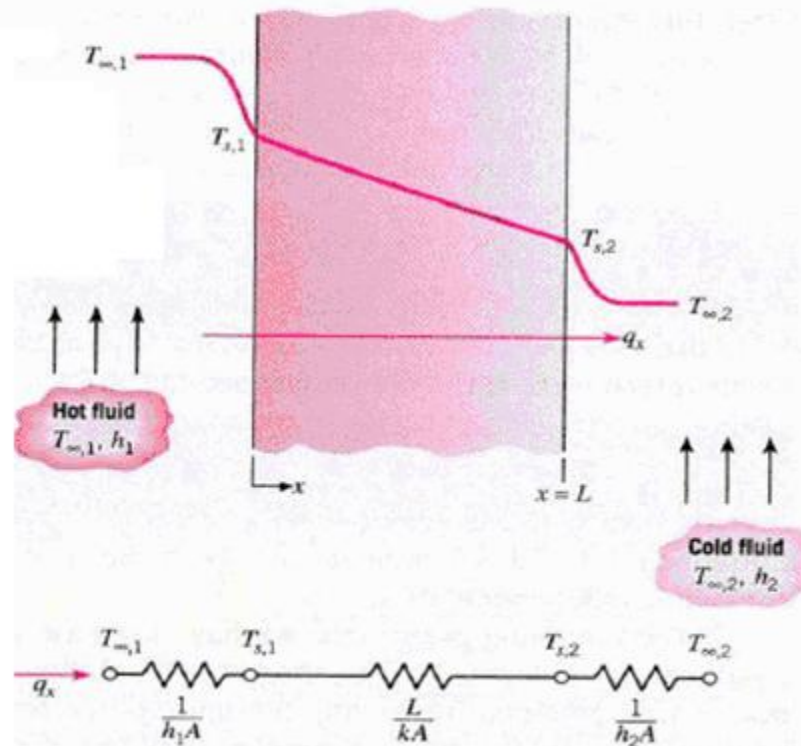
# Resistência Térmica

## RESISTÊNCIA TÉRMICA

É a razão entre o potencial motriz e a taxa de transferência de calor

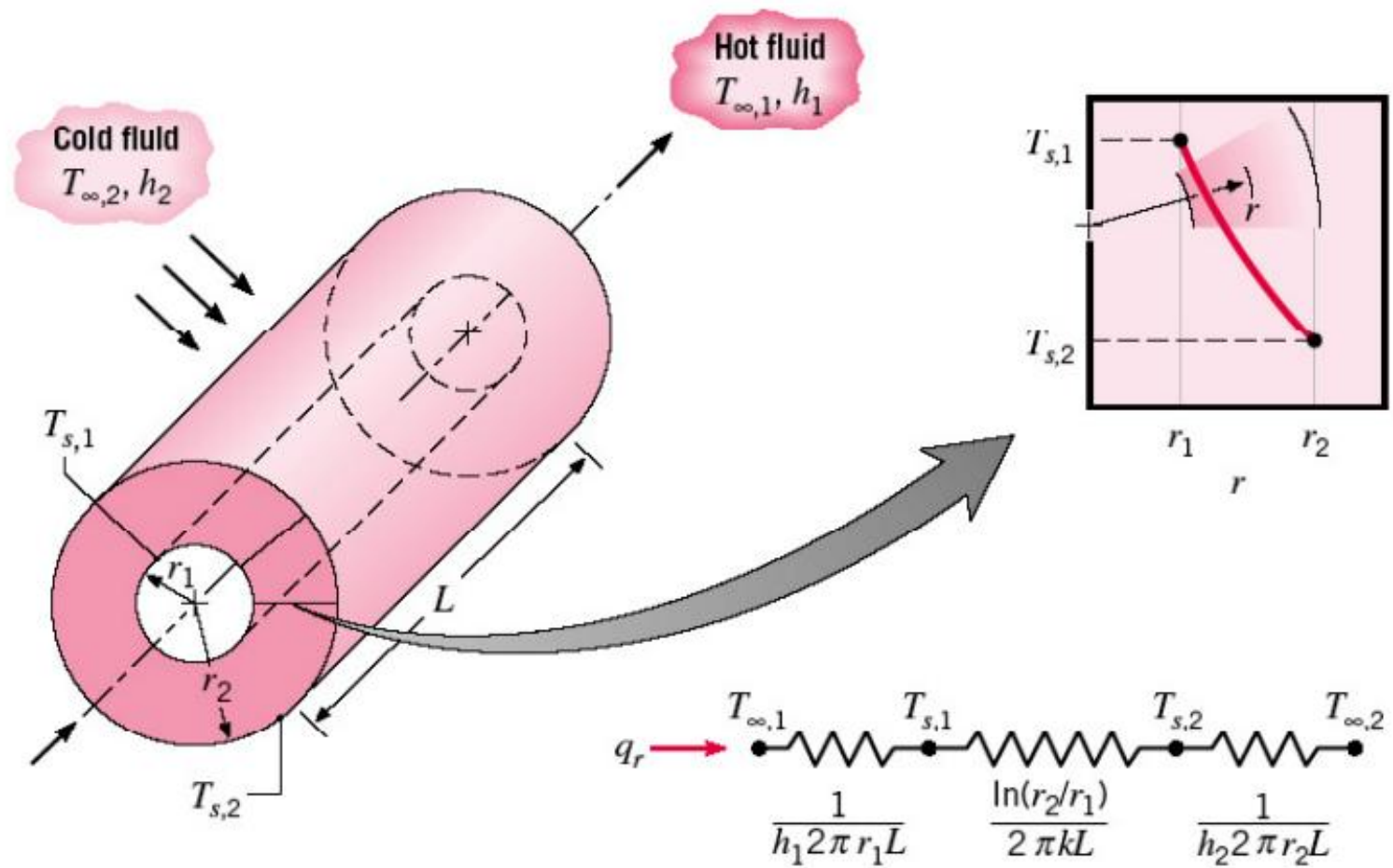
$$R_T = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} \quad [K/W]$$

Condução	Convecção	Radiação
$\dot{Q} = \frac{k}{L} A \Delta T$	$\dot{Q} = h A \Delta T$	$\dot{Q} = h_r A \Delta T$
$R_T = \frac{L}{kA}$	$R_T = \frac{1}{hA}$	$R_T = \frac{1}{h_r A}$



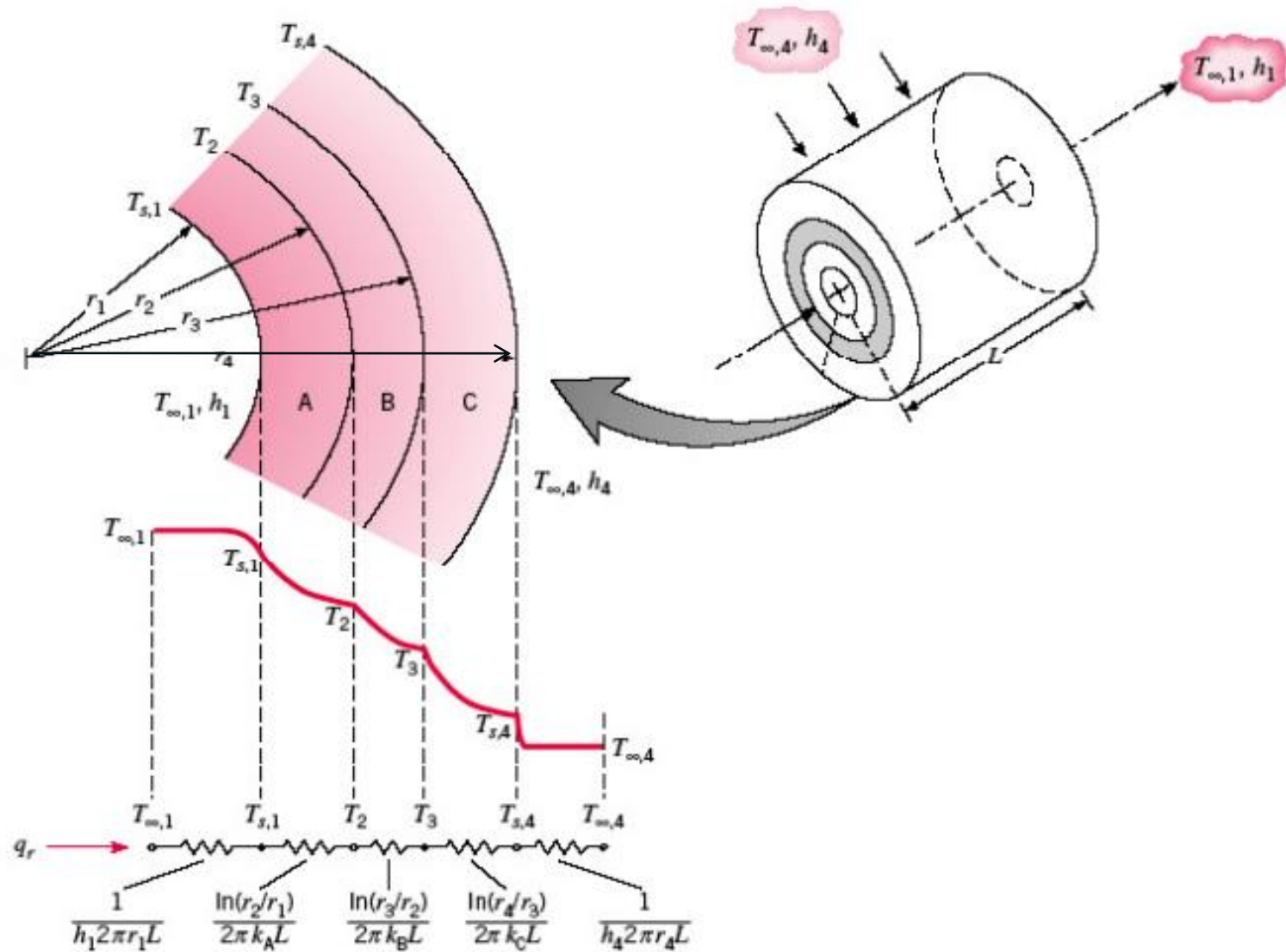
Qual a resistência total da parede ?

Portanto:





# Sistema composto



## ✓ Taxa de Transferência de Calor

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\left( \frac{1}{2\pi r_1 L h_1} \right) + \left[ \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k_A} \right] + \left[ \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi L k_B} \right] + \left[ \frac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi L k_C} \right] + \left( \frac{1}{2\pi r_4 L h_4} \right)}$$

## ✓ Coeficiente Global de Transferência de Calor

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{R_{tot}} = UA(T_{\infty,1} - T_{\infty,4})$$

$$U_1 A_1 = U_2 A_2 = U_3 A_3 = U_4 A_4 = \left( \sum R_t \right)^{-1}$$

Em sistema compostos é conveniente trabalhar com o **Coeficiente Global de Transferência de Calor** (U)

$$\dot{Q}_x = U \cdot A \cdot \Delta T$$

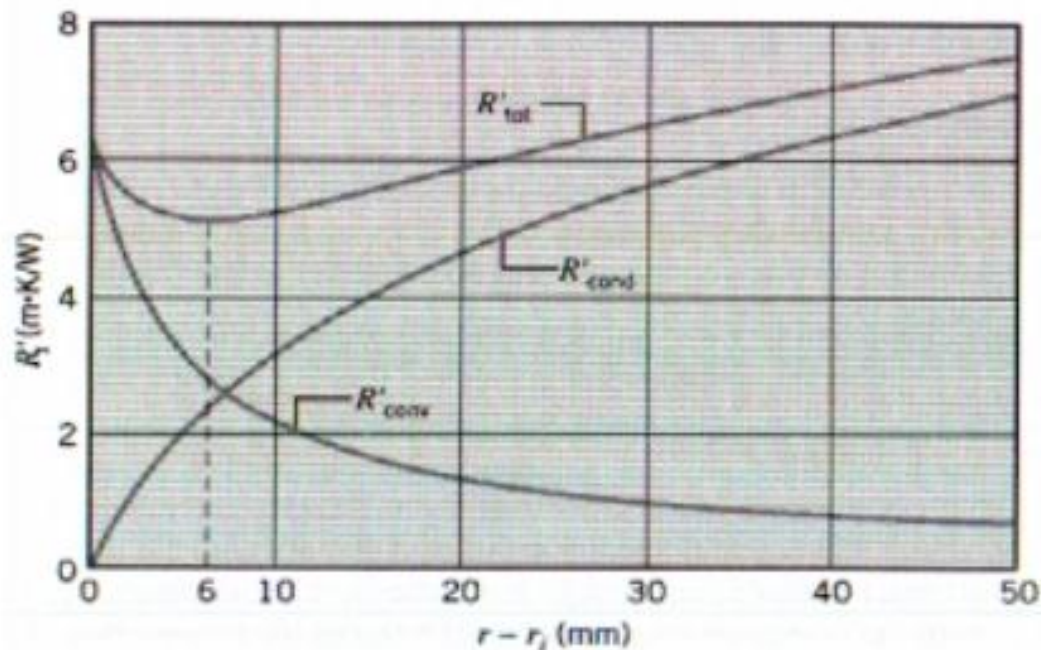
$$R_T = \frac{\Delta T}{\dot{Q}_x} \quad R_T = \frac{1}{UA}$$

$$U = \frac{1}{R_T A}$$

A possível existência de uma espessura ótima para a camada de isolamento térmico em sistemas radiais é sugerida pela presença de efeitos concorrentes associados ao aumento dessa espessura. Em particular, embora a resistência à condução de calor aumente com a adição de isolamento térmico, a resistência térmica à convecção de calor diminui devido ao aumento da área superficial externa. Dessa forma, deve existir uma espessura da camada de isolamento térmico que minimize a perda de calor pela maximização da resistência total à transferência de calor. Resolva esse problema levando em consideração o seguinte sistema.

1. Considere um tubo delgado de cobre com raio  $r_i$  cuja superfície se encontra a uma temperatura  $T_i$  menor do que a temperatura do ambiente  $T_\infty$  ao redor do tubo. Existe uma espessura ótima associada à aplicação de uma camada de isolamento térmico sobre o tubo?

2. Confirme o resultado acima calculando a resistência térmica total, por unidade de comprimento do tubo em um tubo com 10 mm de diâmetro que possui as seguintes espessuras de isolamento térmico: 0, 2, 5, 10, 20 e 40 mm. O isolamento é composto por vidro celular, e o coeficiente de transferência de calor por convecção em sua superfície externa é de  $5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ .



Um aquecedor elétrico delgado está inserido entre um longo bastão circular e um tubo concêntrico, com raios interno e externo iguais a 20 e 40 mm, respectivamente. O bastão (A) possui uma condutividade térmica de  $k_A = 0,15 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$  e o tubo (B)  $k_B = 1,5 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ . A superfície externa do tubo está sujeita à convecção com um fluido à temperatura  $T_\infty = -15^\circ\text{C}$  e um coeficiente de transferência de calor de  $50 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ . As resistências térmicas de contato entre as superfícies do bastão e do tubo, e as superfícies do aquecedor, são desprezíveis.

- (a) Determine a potência elétrica, por unidade de comprimento dos cilindros (W/m), necessária para manter a superfície externa do cilindro B a  $5^\circ\text{C}$ .
- (b) Qual é a temperatura no centro do cilindro A?

## Distribuição de temperatura:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( k r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \cancel{\sin \theta}} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k \cancel{\sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2 \cancel{\sin \theta}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( k \cancel{\sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \dots$$
$$\dots + \cancel{\dot{q}} = \rho c_p \cancel{\frac{\partial T}{\partial t}}$$

Regime estacionário

Condução unidirecional em x

Sem geração de energia térmica

Propriedades constantes

$$T(r) = (T_{s,2} - T_{s,1}) \left[ \frac{1 - (r_1/r)}{1 - (r_1/r_2)} \right] + T_{s,1}$$

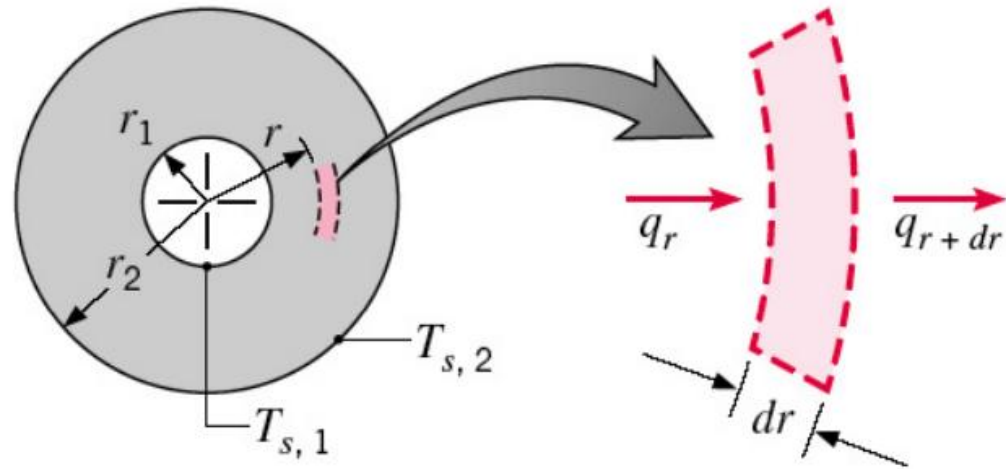
## Coordenada esférica – análise alternativa

$$q_r = -kA \frac{dT}{dr} = -k(4\pi r^2) \frac{dT}{dr} \quad \text{--- -- -- -- --} \rightarrow \quad q_r = \frac{4\pi k(T_{s,1} - T_{s,2})}{(1/r_1) - (1/r_2)}$$

### Resistência Térmica:

$$R_{t, cond} = \frac{1}{4\pi k} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

*OBS.: esferas compostas podem ser tratadas da mesma forma que as paredes e os cilindros compostos.*





**TABLE 3.3** One-dimensional, steady-state solutions to the heat equation with no generation

	Plane Wall	Cylindrical Wall <sup>a</sup>	Spherical Wall <sup>a</sup>
Heat equation	$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$	$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0$	$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$
Temperature distribution	$T_{s,1} - \Delta T \frac{x}{L}$	$T_{s,2} + \Delta T \frac{\ln(r/r_2)}{\ln(r_1/r_2)}$	$T_{s,1} - \Delta T \left[ \frac{1 - (r_1/r)}{1 - (r_1/r_2)} \right]$
Heat flux ( $q''$ )	$k \frac{\Delta T}{L}$	$\frac{k \Delta T}{r \ln(r_2/r_1)}$	$\frac{k \Delta T}{r^2 [(1/r_1) - (1/r_2)]}$
Heat rate ( $q$ )	$kA \frac{\Delta T}{L}$	$\frac{2\pi Lk \Delta T}{\ln(r_2/r_1)}$	$\frac{4\pi k \Delta T}{(1/r_1) - (1/r_2)}$
Thermal resistance ( $R_{t,\text{cond}}$ )	$\frac{L}{kA}$	$\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk}$	$\frac{(1/r_1) - (1/r_2)}{4\pi k}$

<sup>a</sup>The critical radius of insulation is  $r_{\text{cr}} = k/h$  for the cylinder and  $r_{\text{cr}} = 2k/h$  for the sphere.

$$\Delta T = T_{s,1} - T_{s,2}$$