



Universidade Federal de Viçosa  
Departamento de Informática  
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas



# INF 100 – Introdução à Programação

Calculando Somas e Produtos  
(usando comandos de repetição)

# Somas e Produtos

$$P = \frac{1}{2} * \frac{2}{3} * \frac{3}{4} * \frac{4}{5} * \frac{5}{6}$$
$$= \prod_{i=1}^5 \frac{i}{i+1}$$

$$S = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots$$
$$= \sum_{i=2}^{\infty} (-1)^i * \frac{1}{i}$$



# Recorrências

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$

$$\begin{cases} a_0 = ? \\ i \geq 1: a_{i+1} = ? \end{cases}$$



# Recorrências

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ i \geq 1: a_{i+1} = \frac{a_i}{2} \end{cases}$$



# Recorrências

$$\text{termos} = s_i * \frac{a_i}{b_i}$$

$$4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} + \dots$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} s_o = ? \\ a_o = ? \\ b_o = ? \end{array} \right. \\ i \geq 1: \left\{ \begin{array}{l} s_{i+1} = ? \\ a_{i+1} = ? \\ b_{i+1} = ? \end{array} \right. \end{array} \right.$$



# Recorrências

$$\text{termos} = s_i * \frac{a_i}{b_i}$$

$$4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} + \dots$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{l} s_o = 1 \\ a_o = 4 \\ b_o = 1 \end{array} \\ i \geq 1: \begin{array}{l} s_{i+1} = -1 * s_i \\ a_{i+1} = a_i \\ b_{i+1} = b_i + 2 \end{array} \end{array} \right.$$



# Calculando Somatórios

$$S = \sum_{i=\text{início}}^{\text{fim}} \textit{fórmula dependendo de } i$$

```
soma = 0
for i in range (início, fim+1) :
    termo = fórmula dependendo de i
    soma = soma + termo
```



# Calculando Somatórios

$$S = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$$

$$= \sum_{i=2}^{10} (-1)^i * \frac{1}{i}$$

```
soma = 0
for i in range( 2, 11 ):
    termo = (-1)**i * (1/i)
    soma = soma + termo
    print( i, termo, soma )
```





# Calculando Produtórios

$$P = \prod_{i=\text{início}}^{\text{fim}} \text{fórmula dependendo de } i$$

```
prod = 1
for i in range (inicio, fim+1):
    termo = fórmula dependendo de i
    prod = prod * termo
```



# Calculando Produtórios

$$P = \frac{1}{2} * \frac{2}{3} * \frac{3}{4} * \frac{4}{5} * \frac{5}{6}$$
$$= \prod_{i=1}^5 \frac{i}{i+1}$$

```
prod = 1
for i in range( 1, 6 ):
    termo = i / (i + 1)
    prod = prod * termo
    print( i, termo, prod )
```



# Usando Recorrências

$$t_0 + t_1 + t_2 + \cdots + t_{n-1}$$

$$t_i = s_i * \frac{a_i}{b_i}$$

**soma = 0**

*atribuir valores iniciais para s, a, b*

**for i in range (0, n) :**

**termo = s\*a/b** *(para qualquer fórmula que depende de i, s, a, b...)*

**soma = soma + termo**

*calcular novos valores para s, a, b*



# Usando Recorrências

$$4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9}$$

$$\text{termos} = S_i * \frac{a_i}{b_i}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{l} S_o = 1 \\ a_o = 4 \\ b_o = 1 \end{array} \\ i \geq 1: \begin{cases} S_{i+1} = -1 * S_i \\ a_{i+1} = a_i \\ b_{i+1} = b_i + 2 \end{cases} \end{array} \right.$$

```
soma = 0
s = 1
a = 4
b = 1
for i in range( 1, 6 ):
    termo = s * (a/b)
    soma = soma + termo
    print( i, a, b, termo, soma )
    s = -s
    b = b + 2
```



# Somas e Produtos Infinitos

$$t_0 + t_1 + t_2 + \dots$$

$$t_i = s_i * \frac{a_i}{b_i}$$

**soma = 0**

*atribuir valores iniciais para s, a, b*

**i = ...** *atribuir valor inicial para contador de iterações (opcional)*

**precisao = ...** *valor bem pequeno*

**while True:**

**termo = s\*a/b** *(ou qualquer fórmula que depende de i, s, a, b...)*

**soma = soma + termo**

**if abs(termo) < precisao:**

**break**

*calcular novos valores para s, a, b*

**i = i + 1** *(opcional)*



# Somas Infinitas

$$4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} + \dots$$

$$\text{termos} = S_i * \frac{a_i}{b_i}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} s_0 = 1 \\ a_0 = 4 \\ b_0 = 1 \end{array} \right. \\ i \geq 1: \left\{ \begin{array}{l} s_{i+1} = -1 * s_i \\ a_{i+1} = a_i \\ b_{i+1} = b_i + 2 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

```

soma = 0
s = 1
a = 4
b = 1
i = 1
precisao = 1e-2
while True:
    termo = s * (a/b)
    soma = soma + termo
    print( i, s, a, b, termo, soma )
    if abs( termo ) < precisao:
        break
    s = -s
    b = b + 2
    i = i + 1

```



# Somas Infinitas

$$4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} + \dots$$

$$\text{termos} = S_i * \frac{a_i}{b_i}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{l} s_o = 1 \\ a_o = 4 \\ b_o = 1 \end{array} \\ i \geq 1: \begin{array}{l} s_{i+1} = -1 * s_i \\ a_{i+1} = a_i \\ b_{i+1} = b_i + 2 \end{array} \end{array} \right.$$

```

soma = 0
s = 1
a = 4
b = 1
i = 0
precisao = 1e-2
termo = 1
while abs( termo ) >= precisao:
    termo = s * (a/b)
    soma = soma + termo
    print( i, s, a, b, termo, soma )
    s = -s
    b = b + 2
    i = i + 1

```



# Somas e Produtos

$$\begin{aligned} S &= 1 + \frac{3}{4} + \frac{5}{9} + \frac{7}{16} + \frac{9}{25} + \frac{11}{36} + \frac{13}{49} \\ &= \sum_{i=1}^7 \frac{2i-1}{i^2} \end{aligned}$$





# Somas e Produtos

Gregory-Leibniz:

$$\begin{aligned}\pi &= 4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} + \dots \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{4}{2i+1}\end{aligned}$$



# Somas e Produtos

Nilakantha:

$$\begin{aligned}\pi &= 3 + \frac{4}{2 * 3 * 4} - \frac{4}{4 * 5 * 6} + \frac{4}{6 * 7 * 8} - \frac{4}{8 * 9 * 10} + \dots \\ &= 3 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4}{(2i)(2i+1)(2i+2)} * (-1)^{i+1}\end{aligned}$$



# Somas e Produtos

John Wallis:

$$\begin{aligned}\frac{\pi}{2} &= \frac{2}{1} * \frac{2}{3} * \frac{4}{3} * \frac{4}{5} * \frac{6}{5} * \frac{6}{7} * \frac{8}{7} * \frac{8}{9} * \dots \\ &= \prod_{i=1}^{\infty} \frac{i + (i\%2)}{i + ((i + 1)\%2)}\end{aligned}$$



# Recorrências

$$1 - \frac{3}{2} + \frac{5}{4} - \frac{7}{8} + \frac{9}{16} + \dots$$

$$\text{termos} = s_i * \frac{a_i}{b_i}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{l} s_o = 1 \\ a_o = 1 \\ b_o = 1 \end{array} \\ i \geq 1: \begin{array}{l} s_{i+1} = -1 * s_i \\ a_{i+1} = a_i + 2 \\ b_{i+1} = b_i * 2 \end{array} \end{array} \right.$$



# Recorrências

François Viète:

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} * \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2} * \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2} + \sqrt{2}}}{2} * \dots$$

$$\text{termos} = \frac{a_i}{2}$$

$$\begin{cases} a_0 = \sqrt{2} \\ i \geq 1: a_{i+1} = \sqrt{2 + a_i} \end{cases}$$

