

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – CCE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - DEL

Medidas Elétricas e Magnéticas

ELT210

AULA 01 - Introdução

Prof. Tarcísio Pizziolo

1. INTRODUÇÃO

- Na Engenharia Elétrica, a medida de certas grandezas é de fundamental importância tanto na pesquisa, quanto na monitoração, funcionamento seguro, proteção e controle de equipamentos eletro-eletrônicos e redes elétricas.
- O objetivo desta disciplina é dar base fundamental para as **medições elétricas**, estudando os instrumentos mais comumente empregados nestas medições.
- Esta disciplina tem como finalidade capacitar o aluno para solucionar os problemas básicos das medições elétricas.
 - **o que medir;**
 - **com que medir;**
 - **como avaliar a medição.**

CONSIDERAÇÕES

- Na medição elétrica as grandezas fundamentais são:

- corrente;
- tensão;
- frequência;
- potência.

- Existem outras grandezas para as quais existe a possibilidade de medição, tais como:

- resistência;
- capacitância;
- indutância;
- fator de potência;
- energia, etc...

CONSIDERAÇÕES

Avaliar a medição compreende o problema da análise dos dados fornecidos pelos instrumentos a fim de concluir sobre sua **Exatidão** e os **ERROS** que possam ter ocorrido na medição.

As medidas são todas baseadas no Sistema Internacional de Unidades (SI).

No Brasil, a adoção do Sistema Internacional de Unidades (SI) como o sistema de unidades de medidas no país foi através do decreto no 81.621 de 03 de maio de 1978.

2. ERROS EM MEDIÇÕES

2.1 Definição Segundo a ABNT (NB-278/73)

Erro é o **desvio** observado entre o **valor medido** e o **valor Verdadeiro*** (ou aceito como verdadeiro).

* **Valor Verdadeiro** é o **valor exato da medida de uma grandeza** obtido quando **nenhum tipo de erro** incide na medição.

Com o intuito de **minimizar e identificar** os vários tipos de **Erros** presentes numa medição, um **Tratamento Estatístico** pode ser aplicado num conjunto de dados obtidos em condições idênticas e/ou conhecidas.

2.2 Tipos de Erros

- 1.**Erros Grosseiros:** erros que ocorrem por falhas de leitura do instrumento, pelo operador ou sistema de aquisição.
- 2.**Erros Sistemáticos:** ligados à deficiência do método utilizado ou da construção e aferição de um instrumento. Ocorrem repetidamente durante as medições.
- 3.**Erros Aleatórios:** são todos os erros restantes, originado por variações imprevisíveis, ou seja, não seguem necessariamente uma lei sistemática.

Classificação:

- **Erro Absoluto:** o valor de ΔV é chamado erro absoluto

$$\Delta V = V_m - V_e$$

Onde: V_m é o valor **medido** e V_e é o valor **exato**.

- **Erro Relativo %:** é definido como a relação entre o **Erro Absoluto** ΔV e o valor verdadeiro V_e

$$\varepsilon = (\Delta V / V_e) \cdot 100\%$$

2.3 Média Aritmética, Resíduo e Desvio Padrão

Média Aritmética

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

x_i : valores medidos
 n : número de medidas

Resíduos

$$r = (\bar{x} - x_i)$$

Desvio Padrão: é uma medida de dispersão usada com a média.

Mede a variabilidade dos valores medidos em relação à média.

O valor mínimo do desvio padrão é zero indicando que não há variabilidade, ou seja, que todos os valores são iguais à média.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum r^2}{n-1}} \quad \text{sendo: } \sum r^2 = (\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \dots + (\bar{x} - x_n)^2$$

EXEMPLO

1) A tabela abaixo apresenta as medições de **5 valores de resistências** de **5 resistores** especificados como de **20 KΩ**.

Resistores	Medições (KΩ)	Média de R (KΩ)
R1	20,3	20,0
R2	20,1	Desvio Padrão
R3	19,7	0,256
R4	19,8	Erro %
R5	20,2	0%

Cálculo do **Erro %** da Média:

$$\text{Erro}\% = \frac{(20 - 20)}{20} = 0\%$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum r^2}{n-1}} \quad \text{sendo: } \sum r^2 = (\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \dots + (\bar{x} - x_n)^2$$

Cálculo de Desvio Padrão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(20 - 20,3)^2 + (20 - 20,1)^2 + (20 - 19,7)^2 + (20 - 19,8)^2 + (20 - 20,2)^2}{(5 - 1)}} = 0,256$$

3. Conceitos e Componentes Elétricos Básicos

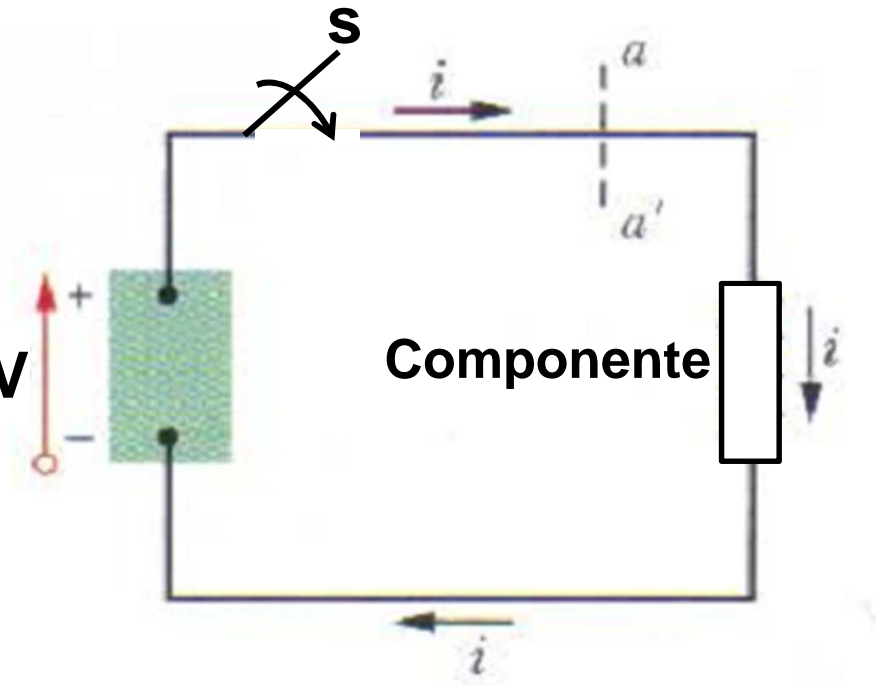
3.1 Diferença de Potencial ou Tensão Elétrica

- Diferença de potencial (ddp) (ou Tensão Elétrica (ΔV)) é a diferença de potencial elétrico entre dois pontos ou a diferença em energia elétrica potencial por unidade de carga elétrica entre dois pontos. Sua unidade de medida é o volt – homenagem ao físico italiano Alessandro Volta – ou em joules por coulomb (J/C).
- A diferença de potencial é igual ao trabalho que deve ser feito, por unidade de carga contra um campo elétrico para se movimentar uma carga qualquer.
- Usualmente um ponto referencial comum é a terra com zero volt.
- A tensão elétrica pode ser causada por:
 - 1- **campos elétricos estáticos (ddp contínua).**
 - 2 - **deslocamento de um condutor dentro de um campo magnético (contínua)**
 - 3 - **campo magnético variante induzindo em um condutor (alternada).**
- Uma carga elétrica tende a passar do ponto de potencial maior para outro de potencial menor.
- O movimento de elétrons por um fio condutor irá igualar os potenciais, cessando-se em seguida.

3.1 Diferença de Potencial ou Tensão Elétrica

Quando a chave **S** não está ligada, não teremos movimento de carga no Componente ($i=0$).

Quando a chave **S** é ligada tem-se um movimento de cargas no **V** Componente ($i \neq 0$).



Assim, deve haver uma energia no interior da Fonte de Tensão **V** realizando trabalho sobre as cargas e forçando-as a se moverem através do Componente.

3.1 Diferença de Potencial ou Tensão Elétrica

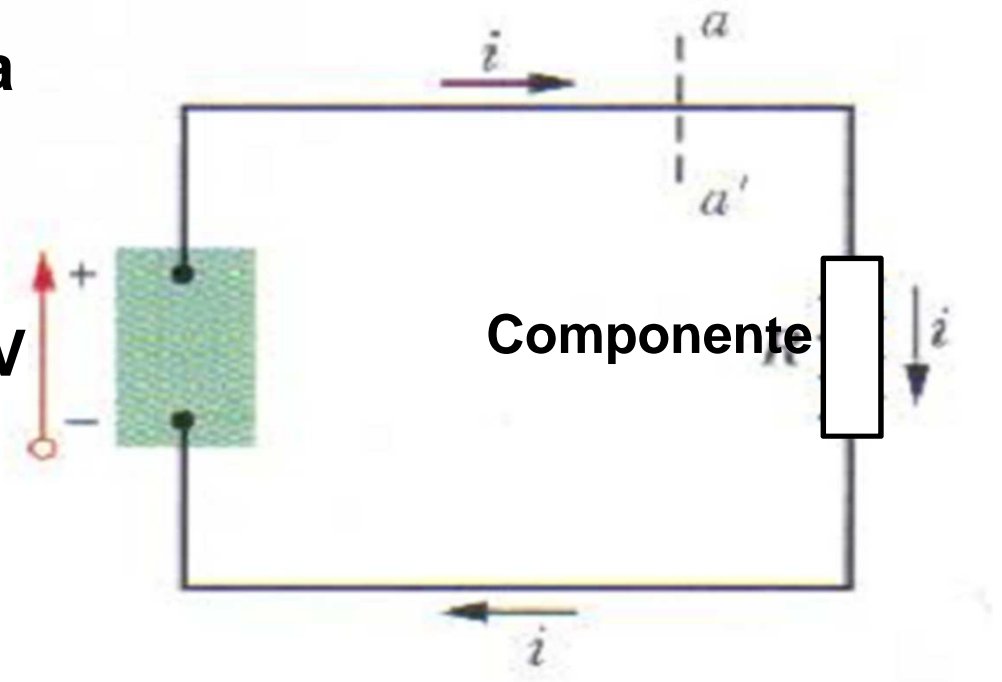
Em um intervalo de tempo Δt uma carga Δq flui pelo Componente.

Para isso, a fonte realiza um trabalho Δw .

Assim, a **Força Eletromotriz** da fonte é definida como:

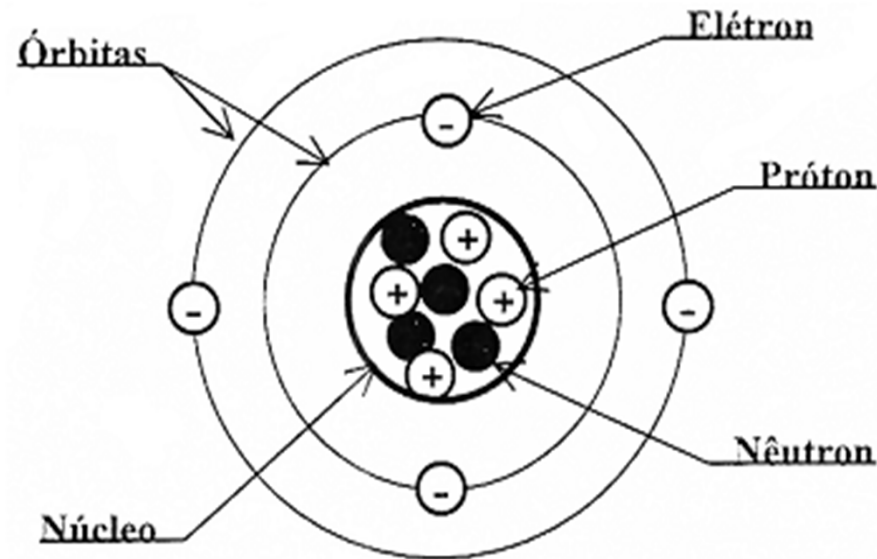
$$V = \frac{\Delta w}{\Delta q} \text{ ou } V = \frac{dw}{dq}$$

A sua unidade no SI é o Joule por Coulomb, 1 volt = 1J/ 1C.



3.2 Corrente Elétrica

Esquema de um material condutor

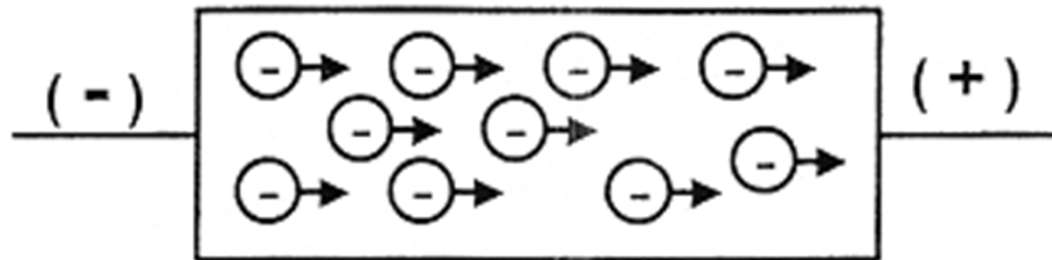


Os elétrons livres se deslocam de um átomo para outro de forma desordenada nos materiais condutores.

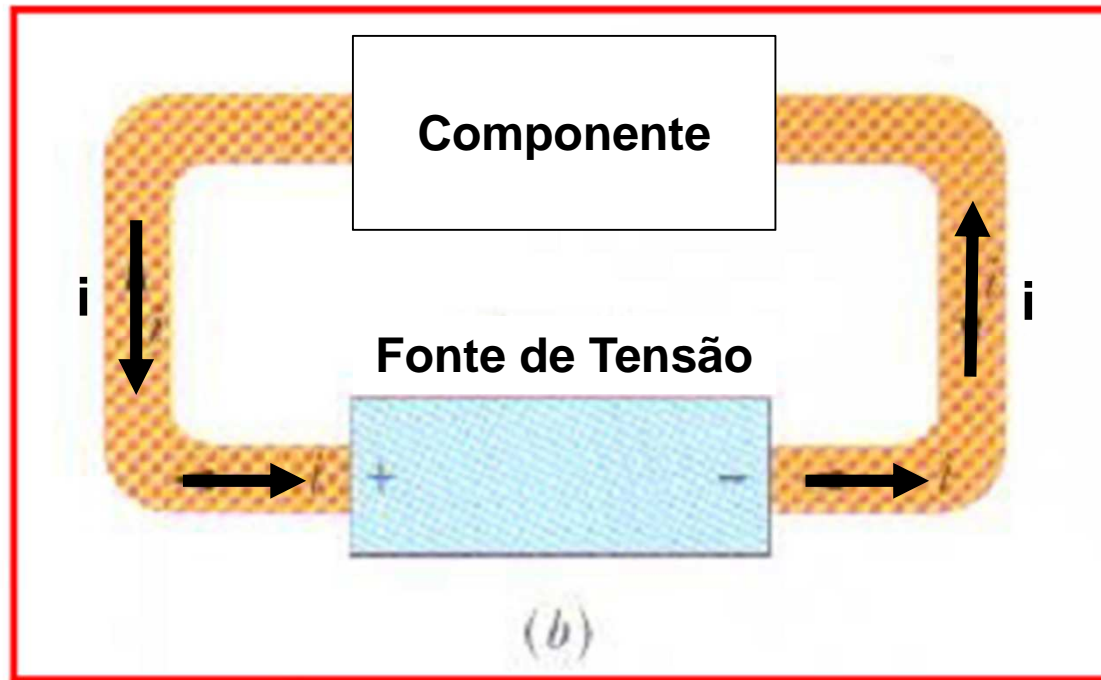
3.2 Corrente Elétrica

Considerando-se que nos terminais de um material condutor conecta-se o terminal (polo) positivo de uma Fonte de Tensão e no outro o terminal negativo, o movimento dos elétrons toma um determinado sentido.

Os elétrons (-) são atraídos pelo polo positivo e repelidos pelo negativo. Assim, os elétrons livres passam a ter um movimento ordenado (todos para a mesma direção).

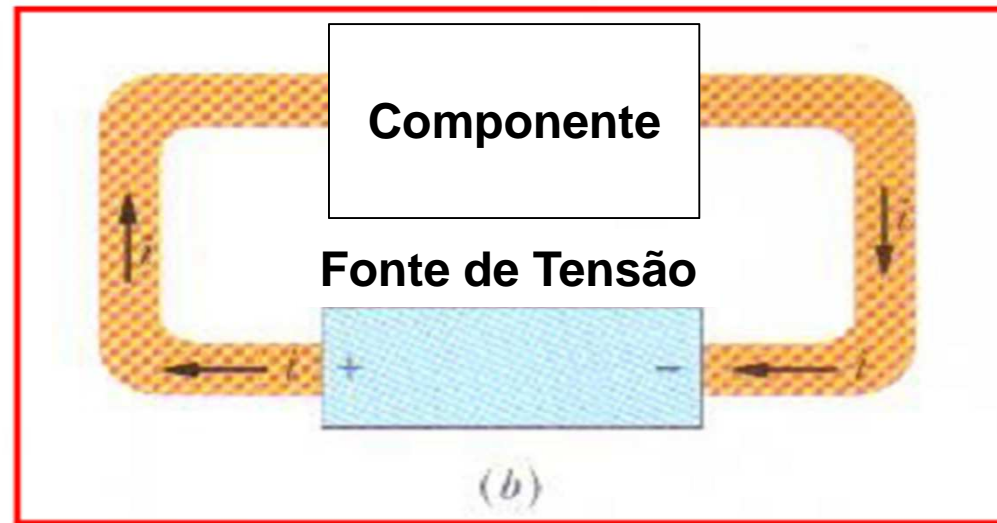


3.2 Corrente Eletrônica



Quando introduzimos uma Fonte de Tensão no circuito as cargas elétricas (elétrons) vão se mover no sentido do menor potencial para o maior potencial. Esse movimento de cargas constitui uma **corrente eletrônica i** .

3.2 Corrente Elétrica Convencional



A transferência de cargas elétricas no circuito acima constitui uma **corrente elétrica convencional i** .

A taxa de variação da carga determina a corrente no circuito.
Daí:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad ou \quad i = \frac{dq}{dt}$$

unidade no SI:
 $1 \text{ ampère} = 1 \frac{\text{coulomb}}{\text{segundo}}$

3.3 Resistividade e Resistência Elétrica

Resistividade Elétrica

- É uma medida da oposição de um material ao fluxo de corrente elétrica. Quanto mais baixa for a resistividade mais facilmente o material permite a passagem de uma carga eléctrica.
- Unidade no SI é o ohm.metro ($\Omega \cdot m$).

TABELA 26-1

Resistividade de Alguns Materiais à Temperatura Ambiente (20°C)

Material	Resistividade, ρ ($\Omega \cdot m$)	Coefficiente de Temperatura da Resistividade, α (K^{-1})
<i>Metais Típicos</i>		
Prata	$1,62 \times 10^{-8}$	$4,1 \times 10^{-3}$
Cobre	$1,69 \times 10^{-8}$	$4,3 \times 10^{-3}$
Ouro	$2,35 \times 10^{-8}$	$4,0 \times 10^{-3}$
Alumínio	$2,75 \times 10^{-8}$	$4,4 \times 10^{-3}$
Manganin ^a	$4,82 \times 10^{-8}$	$0,002 \times 10^{-3}$
Tungstênio	$5,25 \times 10^{-8}$	$4,5 \times 10^{-3}$
Ferro	$9,68 \times 10^{-8}$	$6,5 \times 10^{-3}$
Platina	$10,6 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-3}$
<i>Semicondutores Típicos</i>		
Silício puro	$2,5 \times 10^3$	-70×10^{-3}
Silício ^b tipo <i>n</i>	$8,7 \times 10^{-4}$	
Silício ^c tipo <i>p</i>	$2,8 \times 10^{-3}$	
<i>Isolantes Típicos</i>		
Vidro	$10^{10} - 10^{14}$	
Quartzo fundido	$\sim 10^{16}$	

^aUma liga especial com um baixo valor de α .

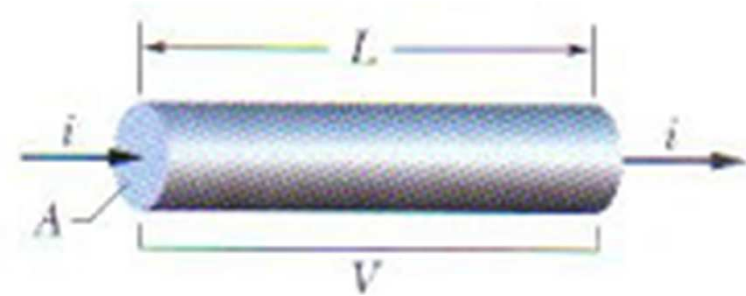
^bSilício dopado com $10^{23} m^{-3}$ de fósforo.

^cSilício dopado com $10^{23} m^{-3}$ de alumínio.

Resistência Elétrica

Resistência elétrica é a capacidade de um material se opor à passagem de corrente elétrica quando existe uma diferença de potencial aplicada em seus terminais.

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

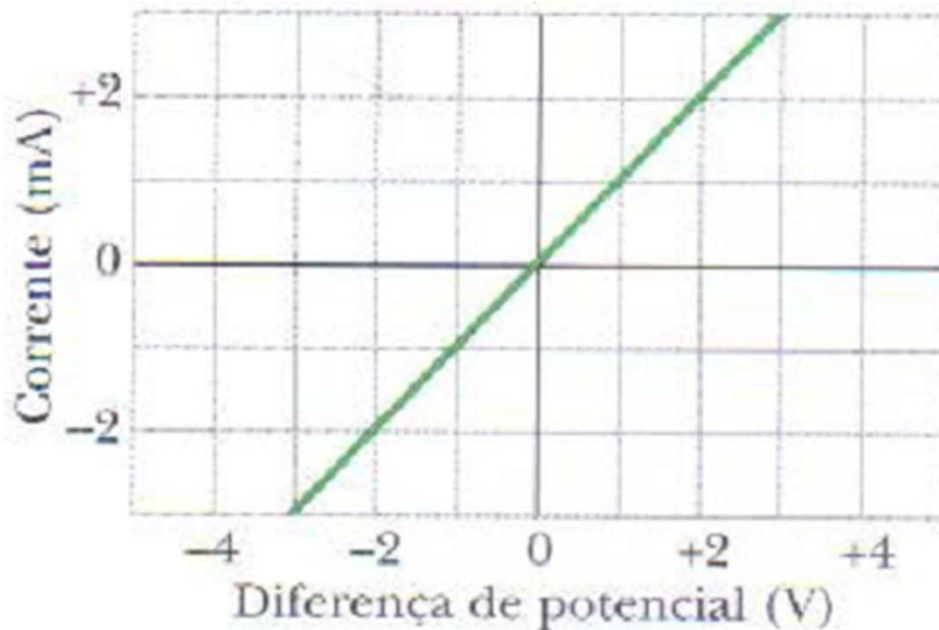


unidade no SI:

$$1 \text{ ohm} = 1 \frac{\text{volt}}{\text{ampere}}$$

3.4 Lei de Ohm

Se uma diferença de potencial **V** é aplicada aos terminais de um componente provocando uma corrente elétrica **i** e considerando que o componente possua uma resistividade elétrica dada, então a razão **i/V** é a mesma para qualquer valor de **V**.



A lei de Ohm afirma que a corrente que atravessa um componente é sempre **diretamente proporcional** à diferença de potencial aplicada ao dispositivo.

Daí:

$$\uparrow V \approx \uparrow i \Rightarrow V = R \cdot i$$

3.5 Energia e Potência Elétrica

- O movimento de cargas elétricas pelo componente de circuito está associado à absorção ou geração de energia elétrica.
- A grandeza “**energia elétrica**” é denotada por **w** e sua unidade é o **Joule (J)**.

A velocidade com que a **energia** é dissipada (ou absorvida) por um componente é definida como Potência Elétrica **P**.

Então:

$$\begin{aligned} V &= \frac{\Delta w}{\Delta q} \Rightarrow \Delta w = V \cdot \Delta q \Rightarrow \frac{\Delta w}{\Delta t} = V \cdot \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta t} = V \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \frac{dw}{dt} = V \cdot \frac{dq}{dt} \Rightarrow \mathbf{P = V \cdot i} \\ \text{Daí: } \frac{dw}{dt} &= P \Rightarrow dw = P \cdot dt \Rightarrow \mathbf{w = \int P \cdot dt} \end{aligned}$$

Exemplo

Um pedaço de fio resistivo possui uma resistência de $72 \, \Omega$. Determine a potência dissipada nas seguintes situações:

a) Uma tensão de 120V é aplicada às extremidades do fio;

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(120 \, \text{V})^2}{72 \, \Omega} = 200 \, \text{W}.$$

b) O fio é cortado pela metade e 120V é aplicado às extremidades dos dois pedaços resultantes.

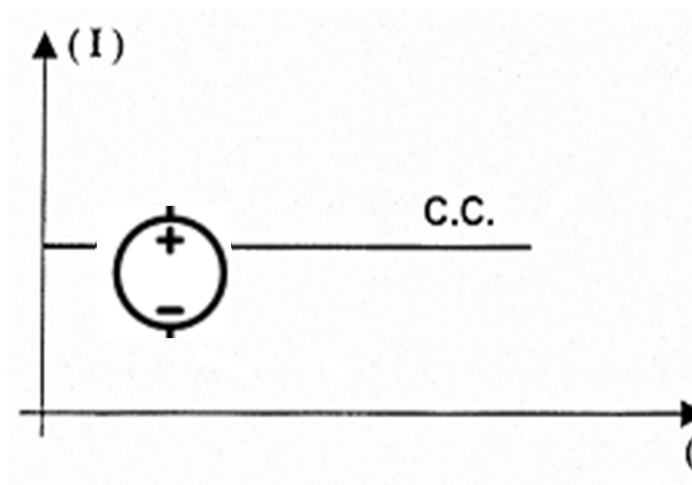
$$P' = \frac{(120 \, \text{V})^2}{36 \, \Omega} = 400 \, \text{W},$$

$$P = 2P' = 800 \, \text{W}.$$

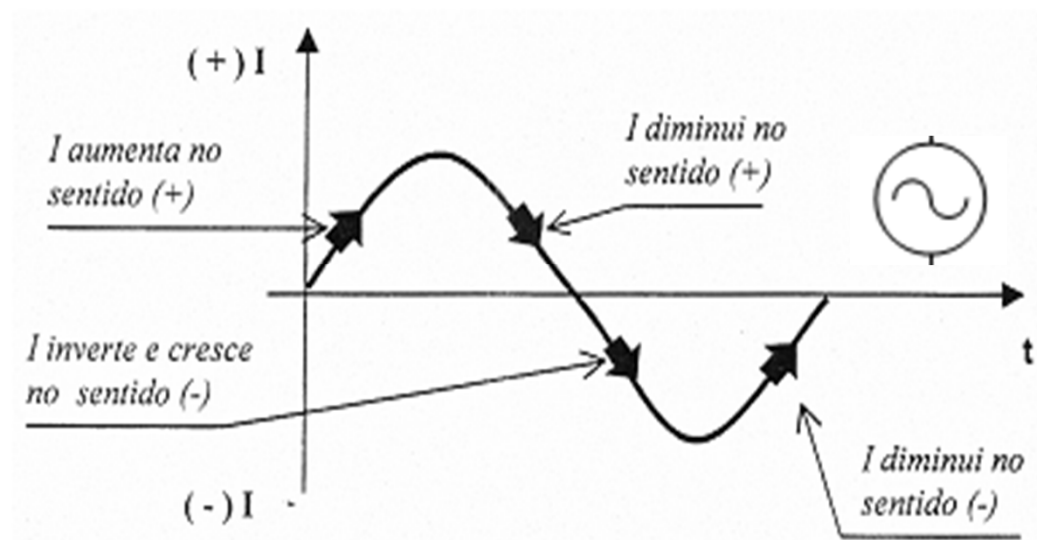
3.6 Corrente Contínua e Corrente alternada

A corrente contínua tem a característica de ser constante no tempo, com o seu valor bem definido e circulando sempre pelo mesmo sentido em um condutor elétrico.

A corrente alternada possui a característica de ser variante no tempo, alternando o sentido pelo qual atravessa um condutor.



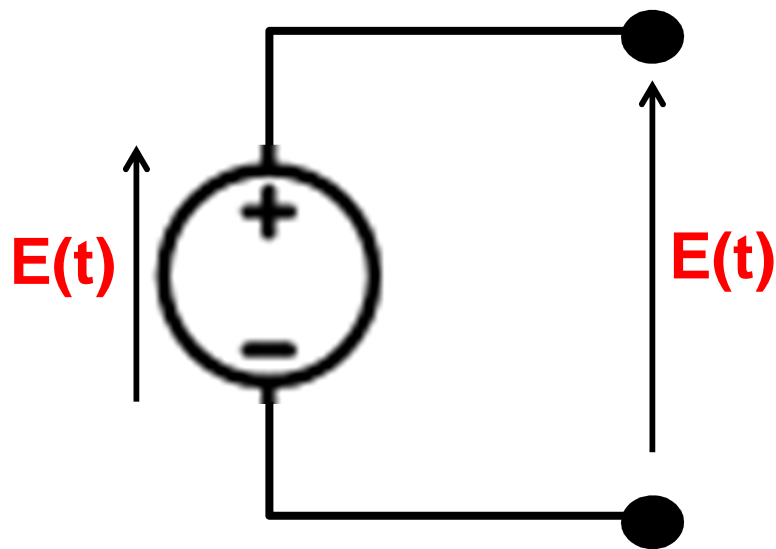
Corrente Contínua (CC)



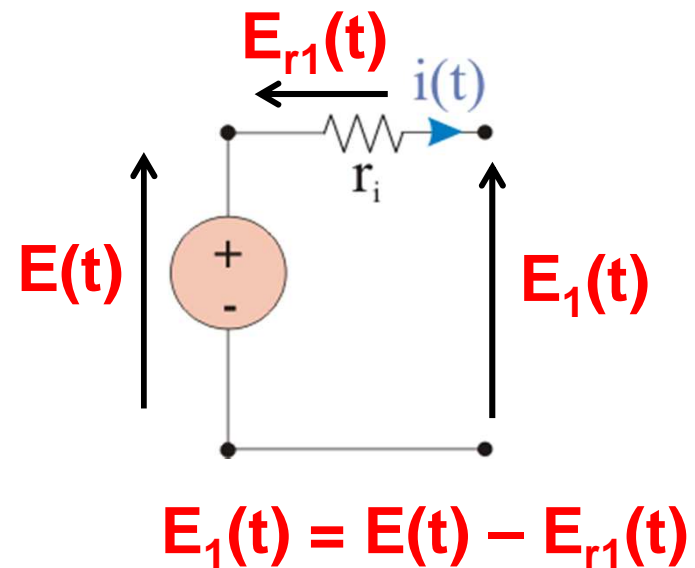
Corrente Alternada (CA)

3.7 Fonte Ideal e Fonte Real

- A fonte ideal não possui nenhuma resistência ao movimento de cargas. Assim, uma bateria ideal de 12V, manterá a tensão em seus terminais em 12V (sem perdas);
- A fonte real possui uma resistência interna que se opõe ao movimento de cargas. Neste caso, quando a fonte é conectada em um circuito, haverá uma pequena perda de potencial devido a esta resistência;



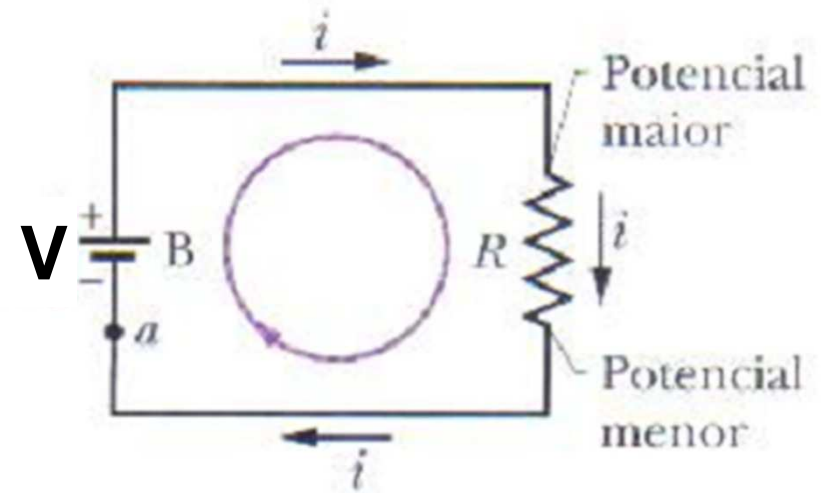
Fonte Ideal



Fonte Real

3.8 Cálculo de Corrente em Circuito Elétrico

- As resistências dos fios são desprezadas (*parâmetros concentrados*);
- Em um intervalo de tempo dt uma energia dada por $dw = P \cdot dt = Ri^2 \cdot dt$ é transformada em **energia térmica** no resistor (**energia é dissipada**).



- No mesmo intervalo dt , uma carga $dq = i \cdot dt$ atravessa a **fonte B** e o **trabalho realizado** pela fonte sobre essa carga, é dada por:

$$dw = V \cdot dq \Rightarrow dw = V \cdot i \cdot dt$$

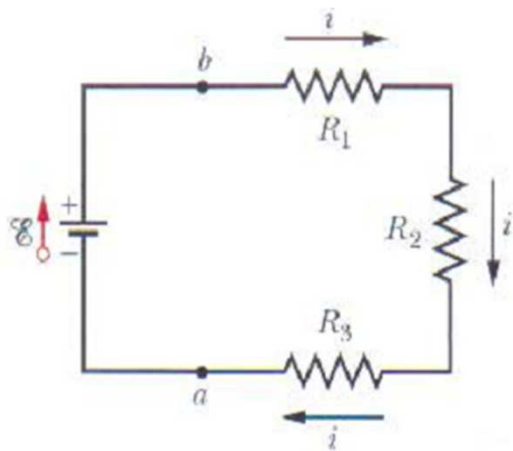
$$\text{Como: } dw = Ri^2 \cdot dt \Rightarrow V \cdot i \cdot dt = Ri^2 \cdot dt \Rightarrow \mathbf{V = R \cdot i}$$

$$\text{Daí: } \mathbf{i = V / R}$$

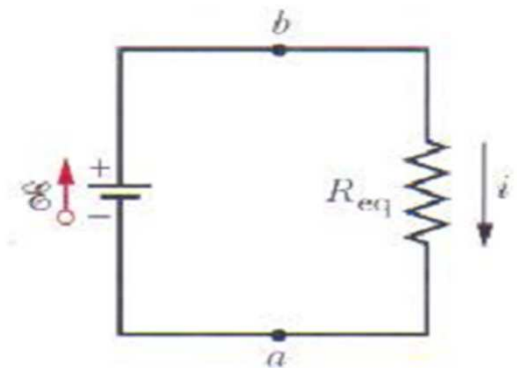
3.9 Lei de Kirchhoff das Tensões ou das Malhas

REGRA DAS MALHAS: A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao percorrer uma malha fechada é sempre zero.

Quando uma diferença de potencial V é aplicada a resistências ligadas em série a corrente i é a mesma em todas as resistências, e a soma das diferenças de potencial das resistências é igual à diferença de potencial aplicada V .



$$\mathcal{E} - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0,$$
$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

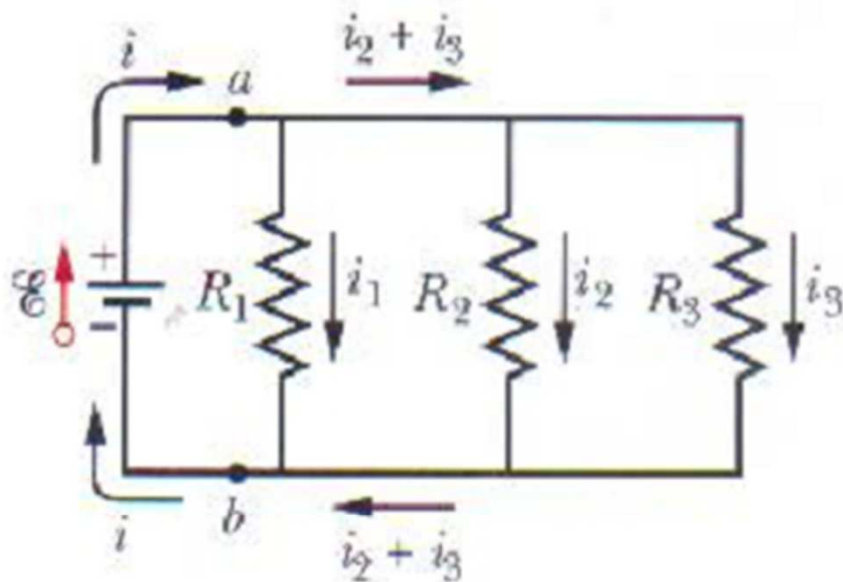


$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3,$$

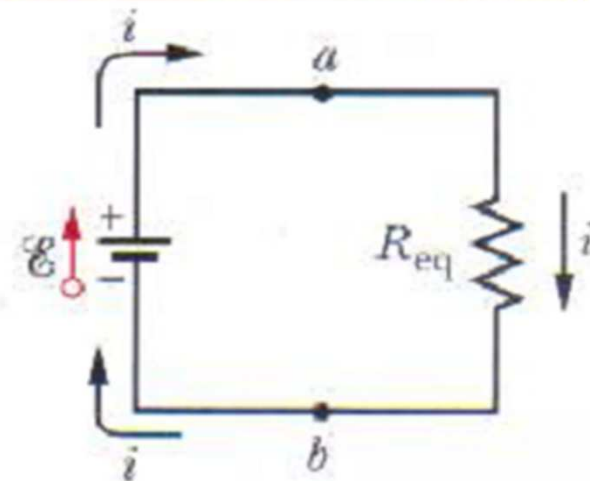
3.10 Lei de Kirchhoff das Correntes ou dos Nós

REGRA DOS NÓS: A soma das corrente que entram em um nó é igual à soma das correntes que saem do nó.

Quando uma diferença de potencial V é aplicada a resistências ligadas em paralelo todas as resistências são submetidas à mesma diferença de potencial V .



$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right).$$



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \quad (n \text{ resistências em paralelo}).$$

3.11 Associação de Resistores

Em série	Em paralelo
<u>Resistores</u>	
$R_{eq} = \sum_{j=1}^n R_j$	$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}$
A corrente é a mesma em todos os resistores	A diferença de potencial é a mesma em todos os resistores

3.12 Exercícios de Aplicações

1) A figura dada mostra um circuito com mais de uma malha formado por uma fonte ideal e quatro resistências com os seguintes valores:

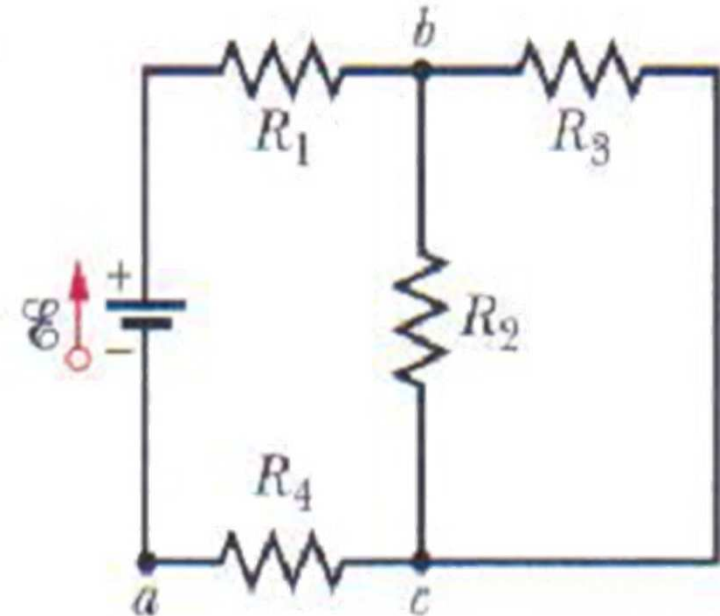
$$R_1 = 20 \, \Omega, \quad R_2 = 20 \, \Omega, \quad \mathcal{E} = 12 \, \text{V},$$

$$R_3 = 30 \, \Omega, \quad R_4 = 8,0 \, \Omega.$$

(a) Qual é a corrente na fonte?

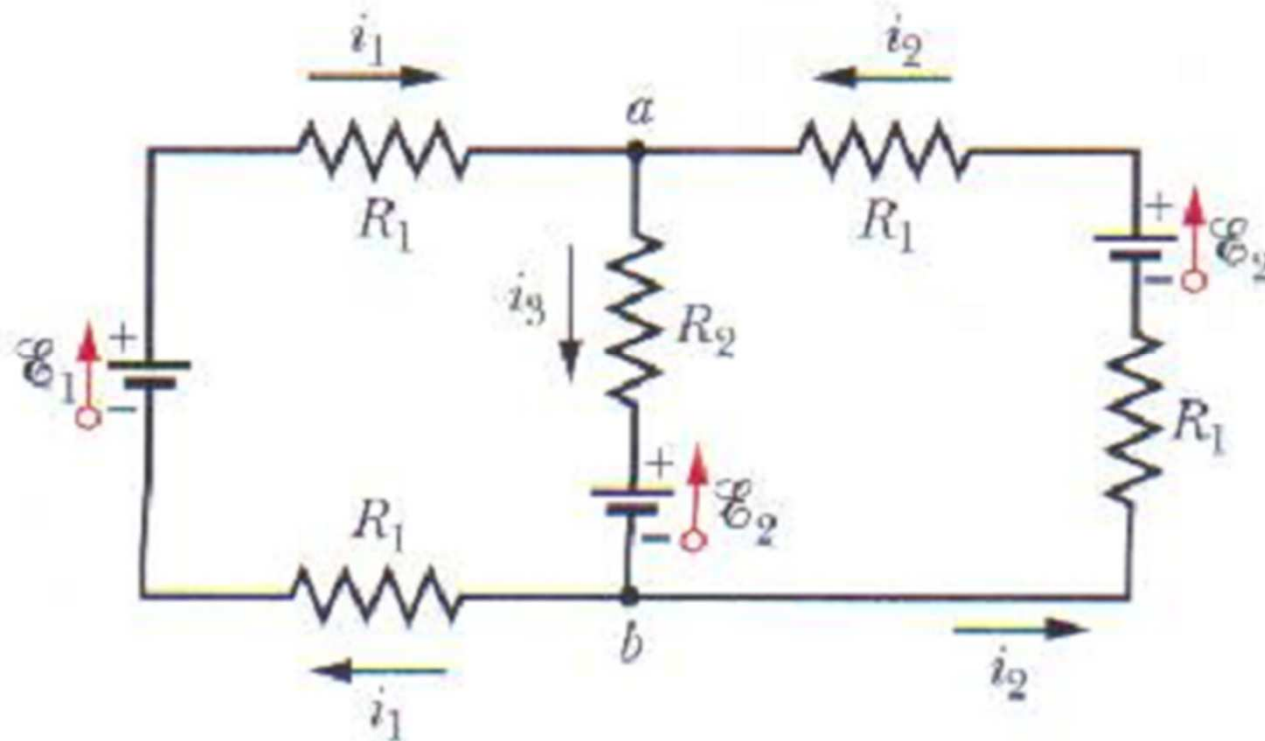
(b) Qual é a corrente i_2 em R_2 ?

(c) Qual é a corrente i_3 em R_3 ?



Respostas: a) 0,30 A; b) 0,18 A; c) 0,12 A

2) Determine os valores e os sentidos das correntes nos três ramos.



$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= 3,0 \text{ V}, & \mathcal{E}_2 &= 6,0 \text{ V}, \\ R_1 &= 2,0 \, \Omega, & R_2 &= 4,0 \, \Omega. \end{aligned}$$

Respostas:

$$\begin{aligned} i_1 &= -0,50 \text{ A.} \\ i_2 &= 0,25 \text{ A.} \end{aligned}$$