

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA - UFV
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - DEL
ELT331 – Sistemas de Controle II
 Prof. Tarcísio Pizzio

3ª Lista de Exercícios – Controle Digital

1) Encontre $x(k)$ para $k = 0, 1, 2, 3$ e 4 quando $X(z)$ for dado por:

$$X(z) = \frac{10z + 5}{(z - 1)(z - 0,2)}$$

2) Obtenha $x(0)$; $x(1)$; $x(2)$ e $x(3)$ de $X(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3}$.

3) Dado $X(z) = \frac{(1 - e^{-aT})z}{(z - 1)(z - e^{-aT})}$ onde **a** é uma constante e **T** é o período de amostragem, determine a Transformada-z inversa $x(kT)$ utilizando o método de expansão em frações parciais.

4) Determine a Transformada-z inversa $x(kT)$ utilizando o método de expansão em frações parciais para:

$$X(z) = \frac{z^2 + z + 2}{(z - 1)(z^2 - z + 1)}$$

5) Considere $X(z) = \frac{2z^3 + z}{(z - 2)^2(z - 1)}$. Obtenha a Transformada-z inversa de $X(z)$.

6) Obtenha $x(k)$ para $X(z) = \frac{9z^{-1}}{(1 - 2z^{-1})^2} - \frac{1}{1 - 2z^{-1}} + \frac{3}{1 - z^{-1}}$.

7) Obtenha a Transformada-z inversa de $X(z) = \frac{z + 2}{(z - 2)z^2}$.

8) Obter a solução da equação de diferenças em termos de $x(0)$ e $x(a)$.

$$x(k+2) + (a+b)x(k+1) + abx(k) = 0; \text{ onde } a \text{ e } b \text{ são constantes e } k = 0, 1, 2, \dots$$

9) Resolva a equação de diferenças $2x(k) - 2x(k-1) + x(k-2) = u(k)$; onde:

$$\begin{cases} x(k) = 0, \text{ para } k < 0 \\ u(k) = 1, \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots \\ u(k) = 0, \text{ para } k < 0 \end{cases}$$

10) Considere a equação de diferenças a seguir.

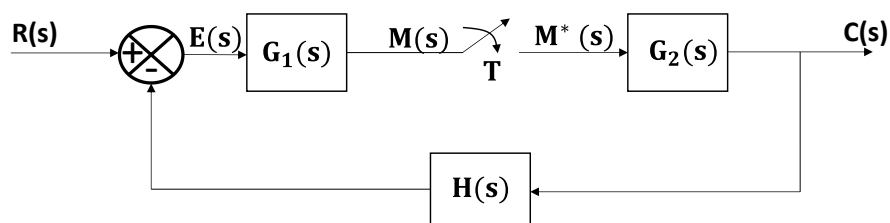
$$x(k+2) - 1,3679x(k+1) + 0,3679x(k) = 0,3679u(k+1) + 0,2642u(k)$$

onde $x(k)$ é a saída e $x(k) = 0$ para $k \leq 0$. A entrada é $u(k)$ dada por:

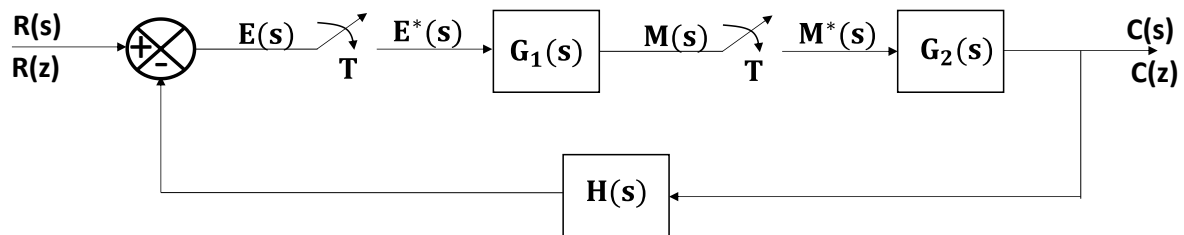
$$\begin{cases} u(k) = 0; \text{ para } k < 0 \\ u(0) = 1 \\ u(1) = 0,22142 \\ u(2) = -0,2142 \\ u(k) = 0; \text{ para } k = 3, 4, 5, \dots \end{cases}$$

Determine a saída $x(k)$.

11) Obtenha a saída no tempo discreto $C(z)$ para o sistema de controle em malha fechada dado.

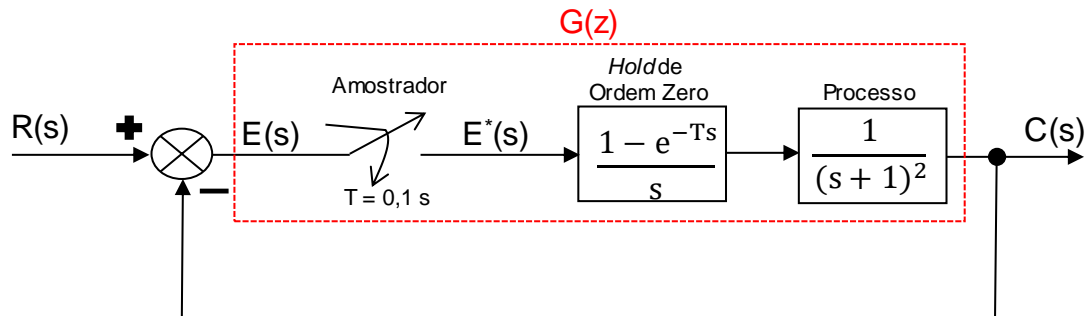


12) Considere o sistema de controle em malha fechada a seguir.



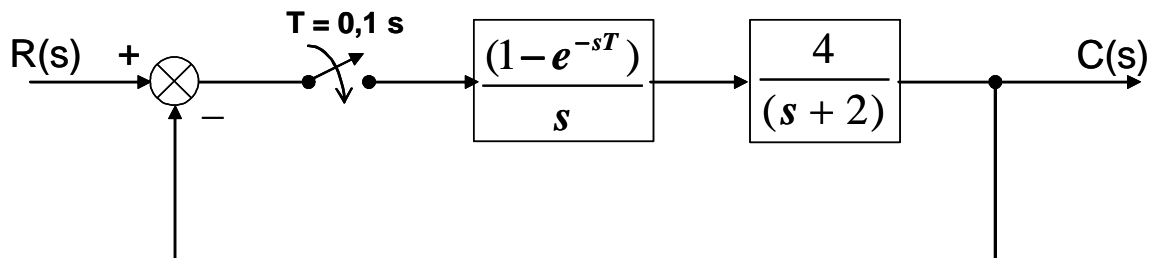
Obter a função de transferência pulsada de malha fechada $C(z)/R(s)$.

13) Seja o sistema de controle dado.



- Determine a função de transferência $G(z)$ do processo.
- Determine a função de transferência $C(z)/R(z)$ em malha fechada.
- Traçar o gráfico de saída deste sistema de controle em malha fechada para uma entrada degrau unitário discreta.

14) Dado o sistema a seguir, qual o erro% da resposta $c(kT)$ em relação à resposta $c(t)$ para a entrada Degrau Unitário na 20ª amostragem?



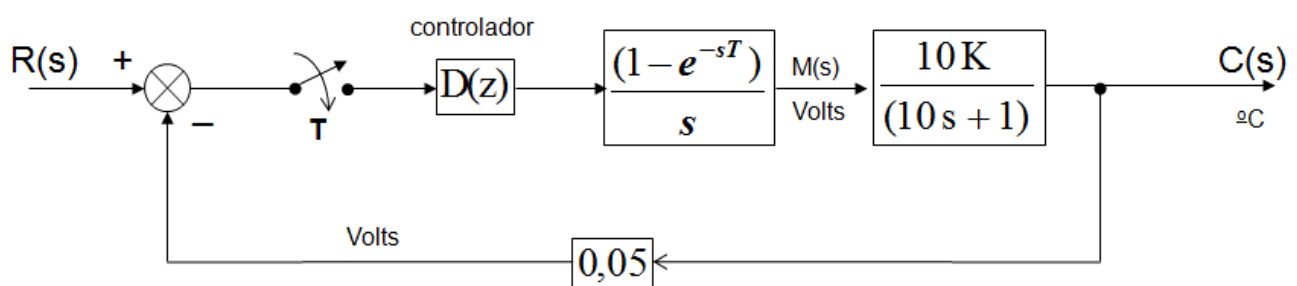
15) Seja o diagrama de bloco de um controlador digital e sua equação de saída.

$$\frac{E(z)}{e(kT)} \rightarrow D(z) \rightarrow \frac{M(z)}{m(kT)}$$

$$m(kT) = e(kT) - 0,7e[(k-1)T] + 0,5m[(k-1)T]$$

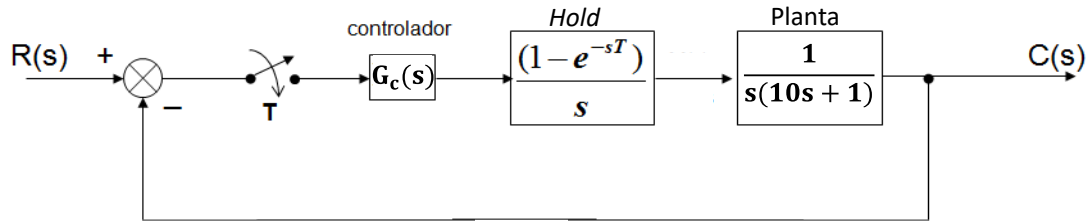
Consideremos que o operador do sistema controlado por $D(z)$ faça uma alteração instantânea no *set-point* da variável controlada e provoque uma entrada Degrau Unitário em $e(kT)$. Aplicando a Convolução Discreta, determine o valor da saída do controlador na 4ª amostragem.

16) Seja o diagrama de blocos de um sistema de controle de temperatura.



- Considerando $D(z) = 1$, $T = 2$ s e o ganho da planta $K = 1$, determine a equação de resposta $c(kT)$ para comandar um degrau de 10°C na saída.
- Construa o gráfico de saída $c(kt)$ até a 14ª amostragem.
- Construa o gráfico de saída do *Hold* de Ordem Zero até a 13ª amostragem.
- Qual o valor de $c(kT)$ para o estado permanente?
- Considerando agora o ganho K da planta variável, determine os valores de K para que o sistema digital seja estável.

17) O diagrama de blocos a seguir apresenta um sistema de controle em malha fechada com um controlador $G_c(s)$ em série com o *Hold* de Ordem Zero e a planta $G(s)$.



O controlador $G_c(s)$ é dado pela função de transferência:

$$G_c(s) = 8 \frac{(s + 0,1)}{(s + 2)}$$

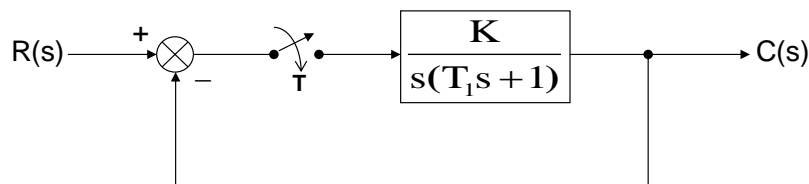
Para um $T = 0,2$ s:

- determinar o controlador digital $D(z)$.
- construir o gráfico de saída $c(kT)$ do sistema sem o controlador $D(z)$.
- construir o gráfico de saída $c(kT)$ do sistema com o controlador $D(z)$.

18) Determine se o sistema abaixo é estável.

$$F(z) = \frac{z + 1}{z^2 + 0,6z + 0,1}$$

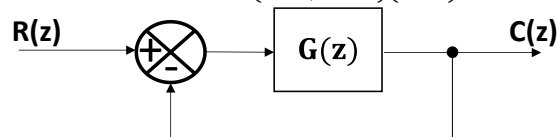
19) Considere o sistema visto na figura abaixo com $K > 0$ e $T_1 > 0$.



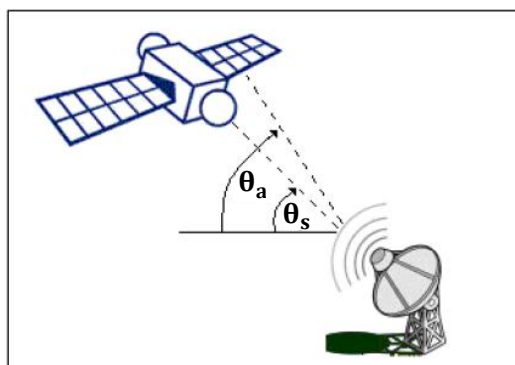
Mostre que o sistema de tempo discreto é estável se e apenas se $0 < K < 2 \coth\left(\frac{T}{2T_1}\right)$.

20) Determine os valores do ganho K para que o sistema em malha fechada seja estável onde:

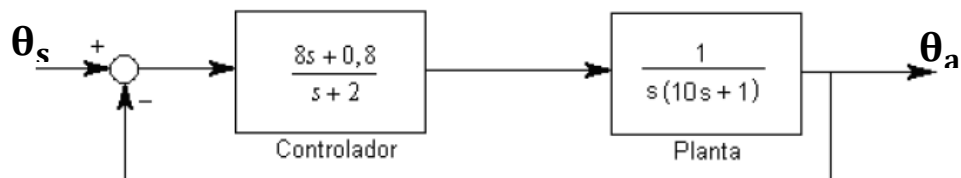
$$G(z) = K \left[\frac{0,3679z + 0,2642}{(z - 0,3679)(z - 1)} \right]$$



21) Seja o esquema abaixo um sistema de controle para posicionamento de uma antena para captar sinais de um satélite.



O diagrama de blocos a seguir representa a malha fechada de controle do sistema dado.



Onde θ_s é a posição angular do satélite e θ_a é a posição angular da antena.

Para um tempo de amostragem $T = 0,2$ s determine a ação de controle do controlador digital emulado pelo controlador analógico dado.

22)_Seja o controlador PID digital.

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \left[K_P + K_i T \frac{z}{(z-1)} + \frac{K_D}{T} \frac{(z-1)}{z} \right]$$

Os parâmetros PID ajustados são $K_P = 6,81$, $K_i = 4,83$ e $K_D = 2,4$. Para $T = 0,1$ s determine a lei de controle para tal controlador.

23) Discretize o sistema de controle a seguir com $T = 0,2$ s, e utilizando o MatLab, construa o gráfico de resposta para este sistema no tempo discreto para uma entrada degrau unitário discreta em malha fechada com o controlador PID digital.

