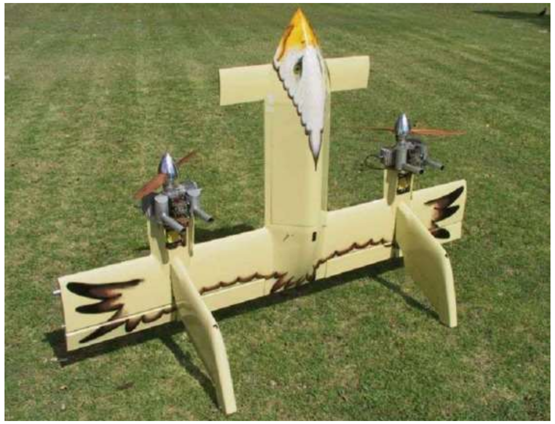
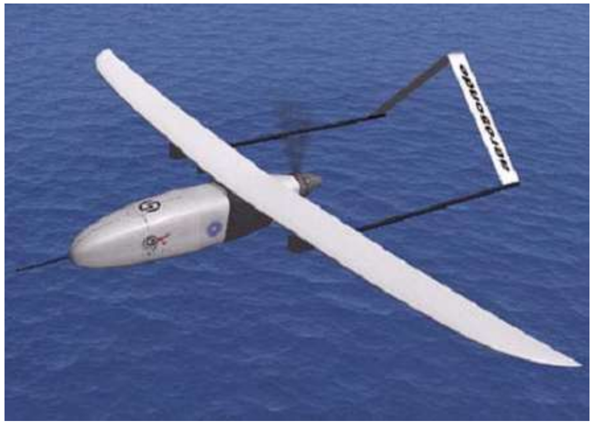
Motivação

- Inspeção de grandes áreas
  - Tarefas de segurança pública
  - Gestão de riscos naturais
  - Aplicações militares
  - Agricultura de precisão
- É mais vantajoso utilizar um VANT do que um VTNT

Motivação

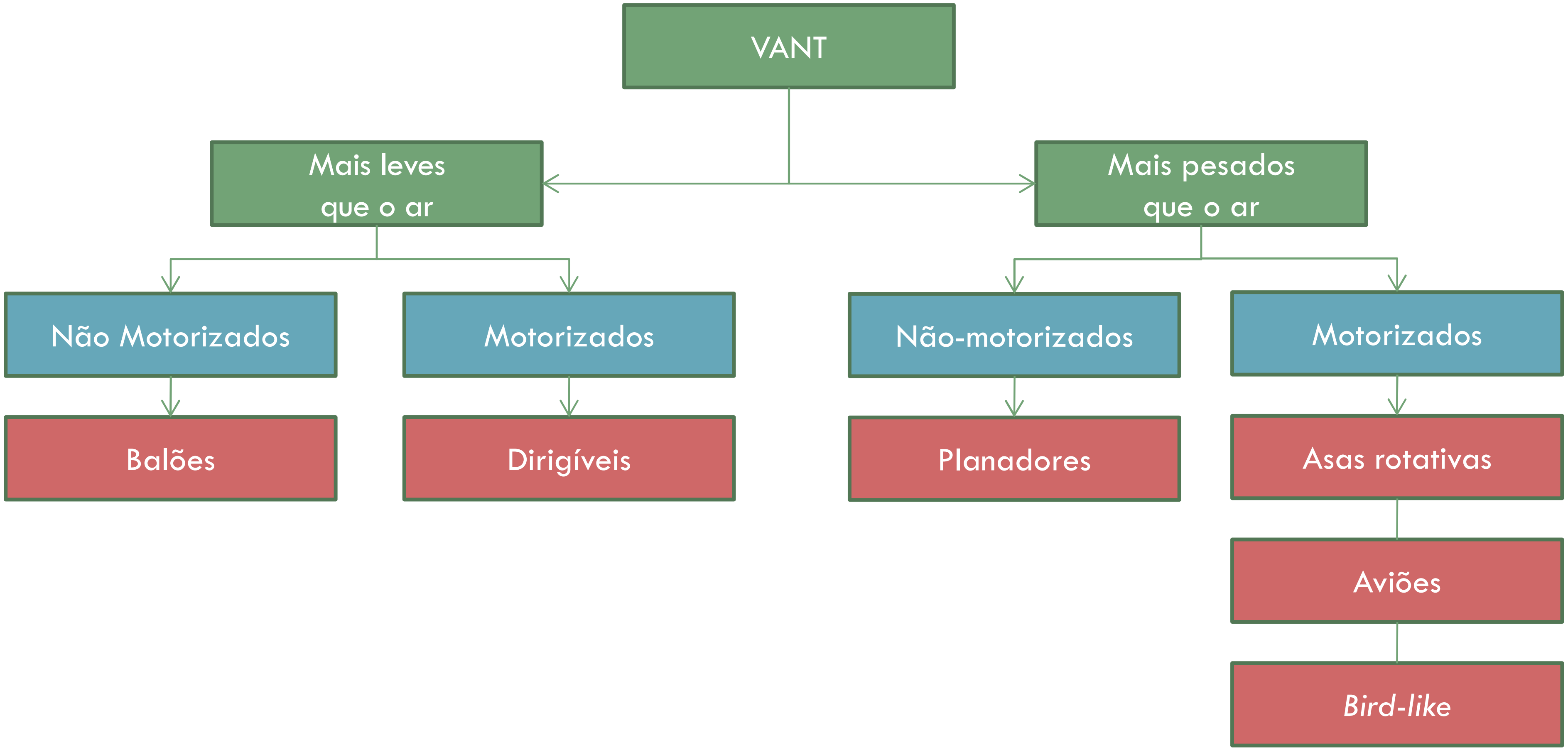
- Definições
  - Aeronave, PVTOL (*Planar Vertical Take-off and Landing*) e UAV/VANT (*Unmanned Aerial Vehicle*/Veículo Aéreo Não Tripulado)





Motivação

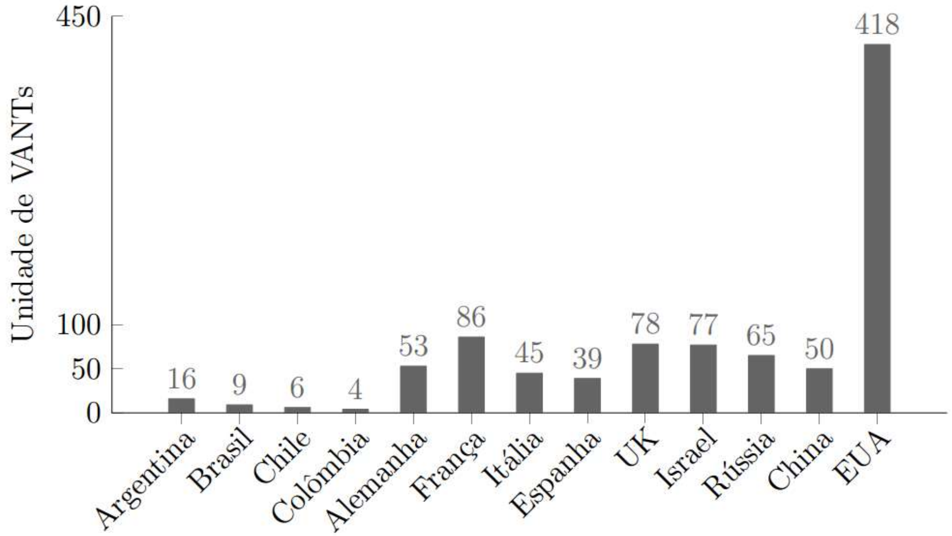
- Classificação dos VANTs

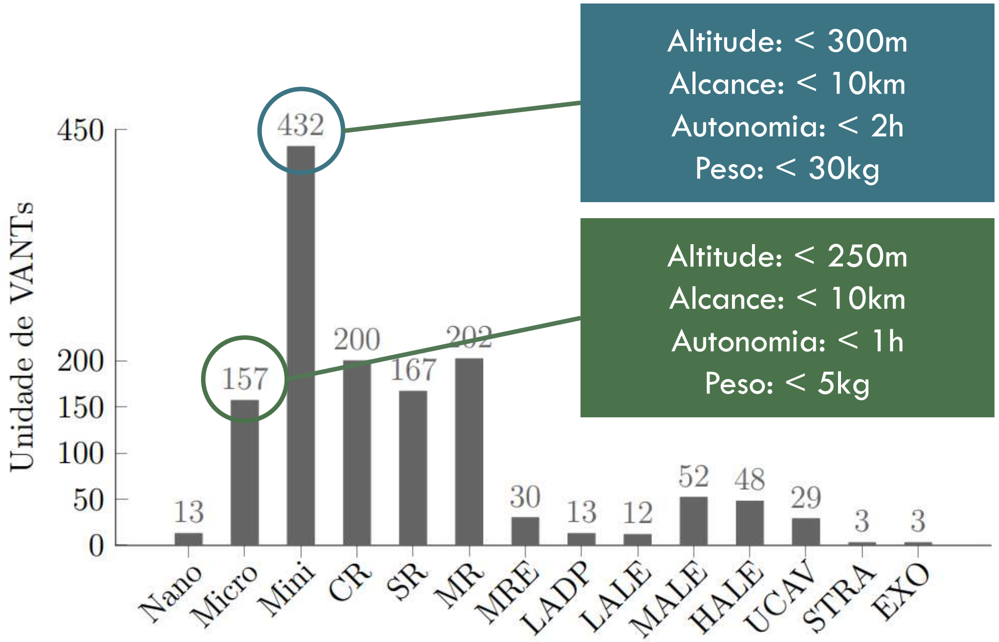


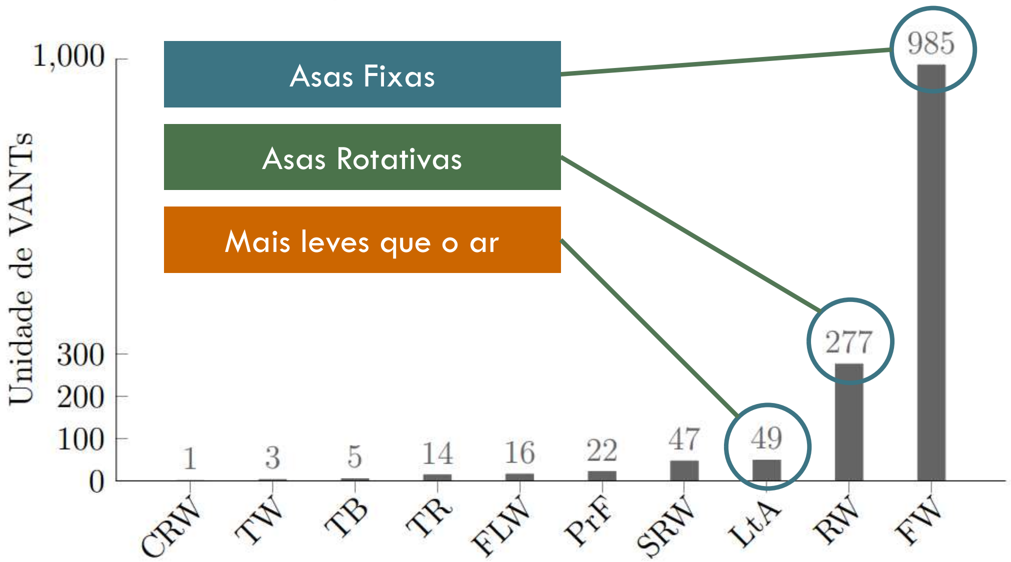
Motivação

- Desenvolvimento
  - Por país
  - Por categoria
  - Por fuselagem

P. van Blyenburgh. UAS: The Global Perspective 2011/2012. 9a Ed. Blyenburgh & CO, 2011.







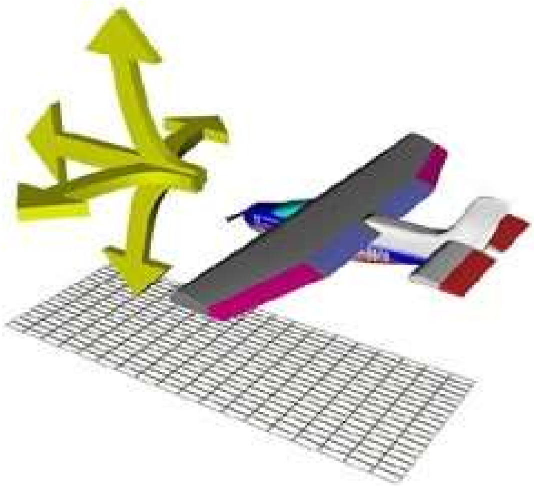
Motivação

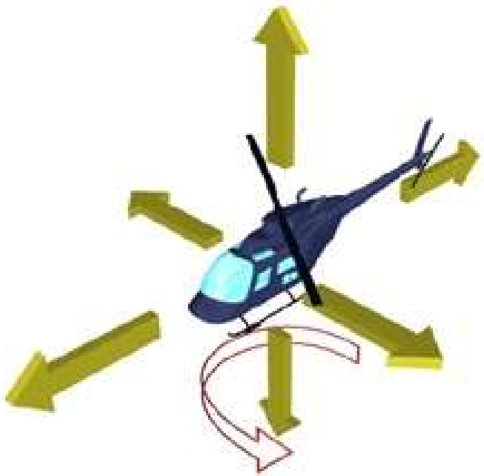
- Comparação entre três tipos clássicos de VANTs
  - I. Tjernber, J. Lindberg, K. Hansson. *Cooperative Networked control of unmanned air vehicles*. Technical Report, 2011.

Nota: 3 é excelente e 1 é ruim	Aviões	Veículos de Asas Rotativas	Dirigíveis
Consumo de energia	2	1	3
Controlabilidade	2	3	1
Voo estacionário	1	3	3
Voo a baixas velocidades	1	3	3
Voo a altas velocidades	3	2	1
Miniaturização	2	3	1
Decolagem Vertical	1	3	3
Utilização *Indoor*	1	3	2
Total	12	21	17

Motivação

- Do ponto de vista físico, os VANTs de pás rotativas são muito complexos, embora apresentem grande manobrabilidade
- Do ponto de vista de controle, eles são sistemas inerentemente instáveis, não lineares, multivariáveis, subatuados, de dinâmica complexa e altamente acoplada





MODELAGEM

Motivação

- Navegação autônoma de um VANT
  - Conjunção de sua modelagem e um controlador capaz de guiá-lo
- Abordagens de modelagem
  - Baseada nas equações físicas do sistema
  - Baseada em técnicas de identificação de sistemas
- Modelagem matemática
  - Descrição através das equações de Euler-Lagrange

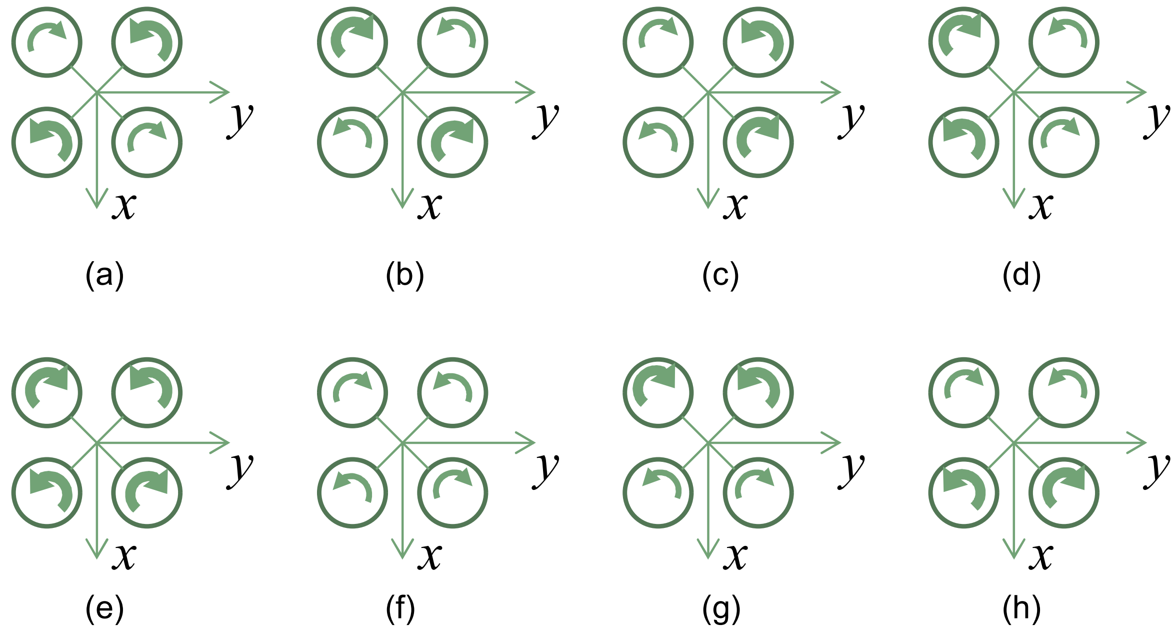
$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{D}$$

  - Descrição através das equações de Newton-Euler

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

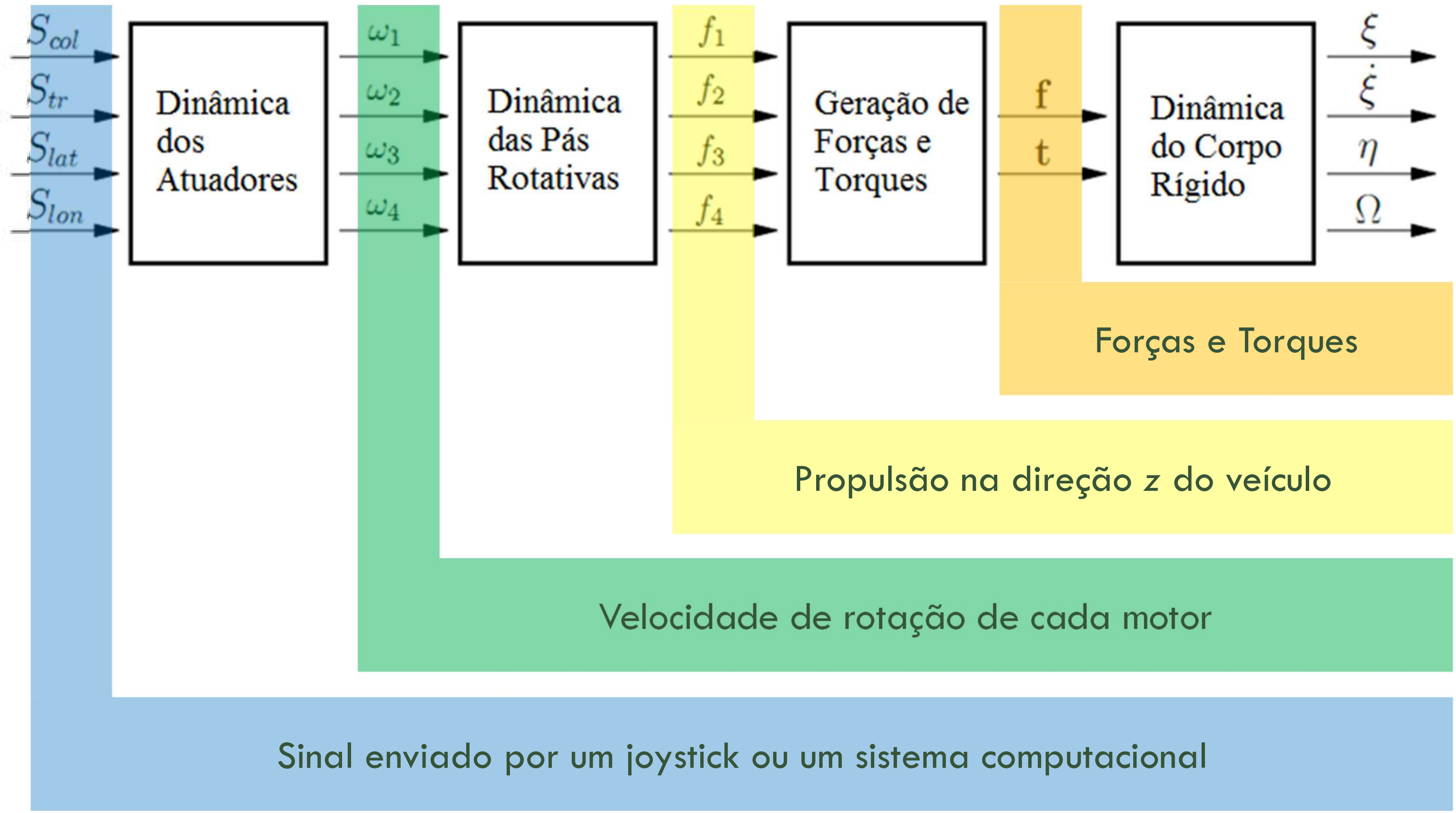
Princípio de Funcionamento

- Um quadrirrotor é um veículo aéreo de quatro rotores, responsáveis pela estabilização, controle e navegação
  - S. Bouabdallah, M. Becker, V. de Perrot, R. Siewart. Toward Obstacle Avoidance on Quadrotors. Proc. of the DINAME, 2007.



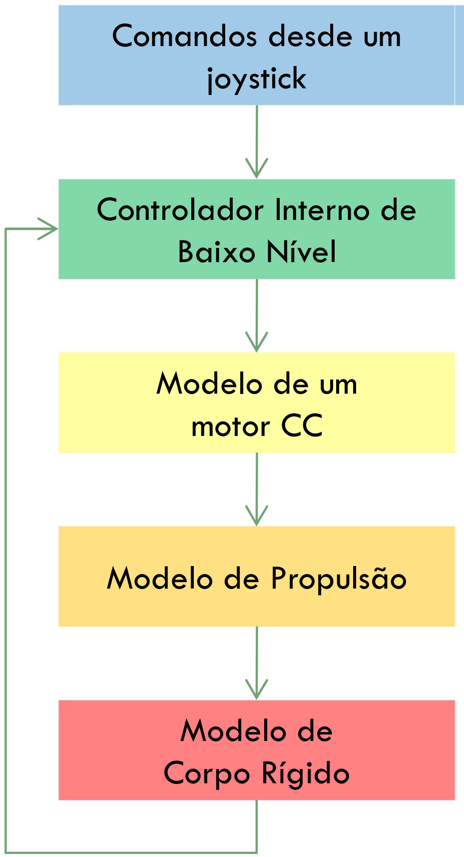
(a) Guinada sentido anti-horário (b) Guinada sentido horário (c) Rolagem positiva (d) Rolagem negativa (e) Decolagem (f) Aterrissagem (g) Arfagem positiva (h) Arfagem negativa

Estrutura de um Quadrimotor



Modelo de Baixo Nível

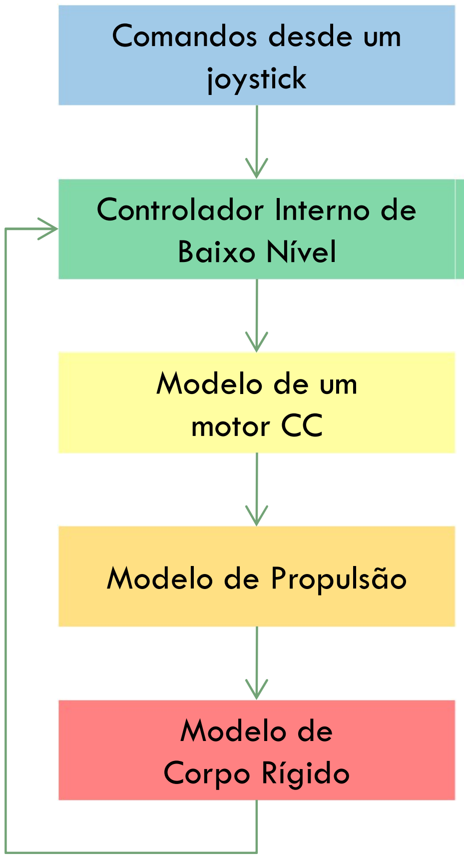
- Quadrimotor



$$\begin{bmatrix}\phi_r & \theta_r & \dot{\psi}_r & \dot{z}_r\end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix}\phi_{\text{máx}} S_{lat} & \theta_{\text{máx}} S_{long} & \dot{\psi}_{\text{máx}} S_{yaw} & \dot{z}_{max} S_{col}\end{bmatrix}^T$$

Modelo de Baixo Nível

- Quadrimotor

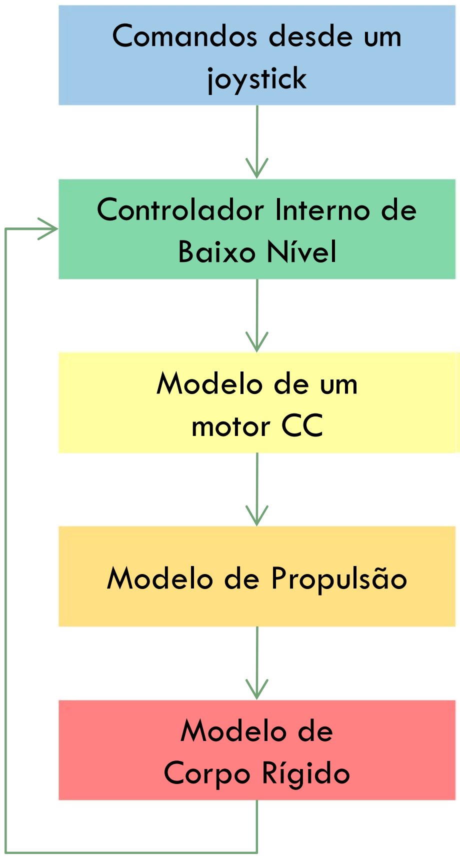


$$\begin{bmatrix} \phi_r & \theta_r & \dot{\psi}_r & \dot{z}_r \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \phi_{\text{máx}} S_{lat} & \theta_{\text{máx}} S_{long} & \dot{\psi}_{\text{máx}} S_{yaw} & \dot{z}_{max} S_{col} \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{p\phi}\tilde{\phi} + K_{d\phi}\dot{\tilde{\phi}} \\ K_{p\theta}\tilde{\theta} + K_{d\theta}\dot{\tilde{\theta}} \\ K_{p\psi}\dot{\tilde{\psi}} + K_{d\psi}\ddot{\tilde{\psi}} \\ K_{pz}\dot{\tilde{z}} + K_{dz}\ddot{\tilde{z}} \end{bmatrix} \quad \text{onde} \quad \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_r - \mathbf{x}$$

Modelo de Baixo Nível

- Quadrimotor



$$\begin{bmatrix}\phi_r & \theta_r & \dot{\psi}_r & \dot{z}_r\end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix}\phi_{\text{máx}} S_{lat} & \theta_{\text{máx}} S_{long} & \dot{\psi}_{\text{máx}} S_{yaw} & \dot{z}_{max} S_{col}\end{bmatrix}^T$$

$$\begin{bmatrix}V_1\\V_2\\V_3\\V_4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & -1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1 & 1\\ -1 & 1 & 1 & 1\\ -1 & -1 & -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}K_{p\phi}\tilde{\phi} + K_{d\phi}\dot{\tilde{\phi}}\\ K_{p\theta}\tilde{\theta} + K_{d\theta}\dot{\tilde{\theta}}\\ K_{p\psi}\dot{\tilde{\psi}} + K_{d\psi}\ddot{\tilde{\psi}}\\ K_{pz}\dot{\tilde{z}} + K_{dz}\ddot{\tilde{z}}\end{bmatrix} \quad \text{onde} \quad \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_r - \mathbf{x}$$

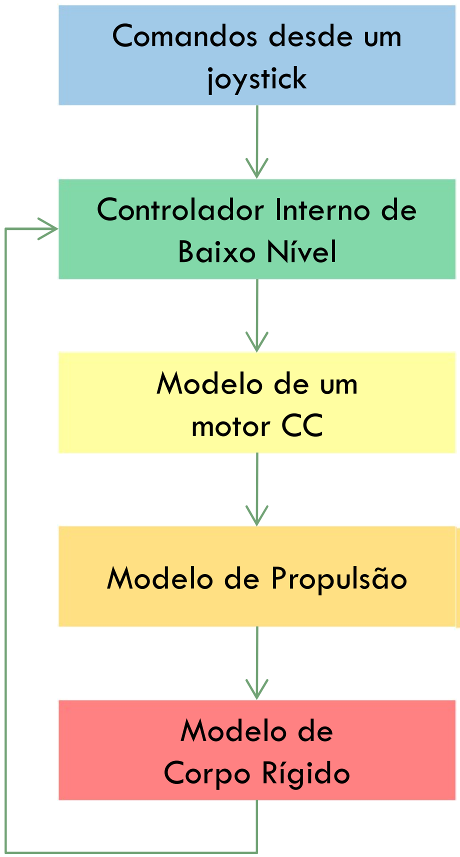
$$V - V_b = L\frac{di}{dt} + Ri, \quad \text{onde} \quad V_b = K_b\omega$$

$$J_m\frac{d\omega}{dt} + B_m\omega = \tau_m - \tau_l, \quad \text{onde} \quad \tau_m = k_m i \quad \text{y} \quad \tau_l = C_t\omega^2$$

$$V_i = \frac{1}{k_m}\left[J_m R\dot{\omega}_i + (B_m R + k_m k_b)\omega_i + RC_t\omega_i^2\right], \quad \text{considerando} \quad \frac{L}{R} \ll \frac{J_m}{B_m}$$

Modelo de Baixo Nível

- Quadrimotor



$$\begin{bmatrix}\phi_r & \theta_r & \dot{\psi}_r & \dot{z}_r\end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix}\phi_{\text{máx}}S_{lat} & \theta_{\text{máx}}S_{long} & \dot{\psi}_{\text{máx}}S_{yaw} & \dot{z}_{max}S_{col}\end{bmatrix}^T$$

$$\begin{bmatrix}V_1\\V_2\\V_3\\V_4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & -1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1 & 1\\ -1 & 1 & 1 & 1\\ -1 & -1 & -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}K_{p\phi}\tilde{\phi} + K_{d\phi}\dot{\tilde{\phi}}\\ K_{p\theta}\tilde{\theta} + K_{d\theta}\dot{\tilde{\theta}}\\ K_{p\psi}\dot{\tilde{\psi}} + K_{d\psi}\ddot{\tilde{\psi}}\\ K_{pz}\dot{\tilde{z}} + K_{dz}\ddot{\tilde{z}}\end{bmatrix} \quad \text{onde} \quad \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_r - \mathbf{x}$$

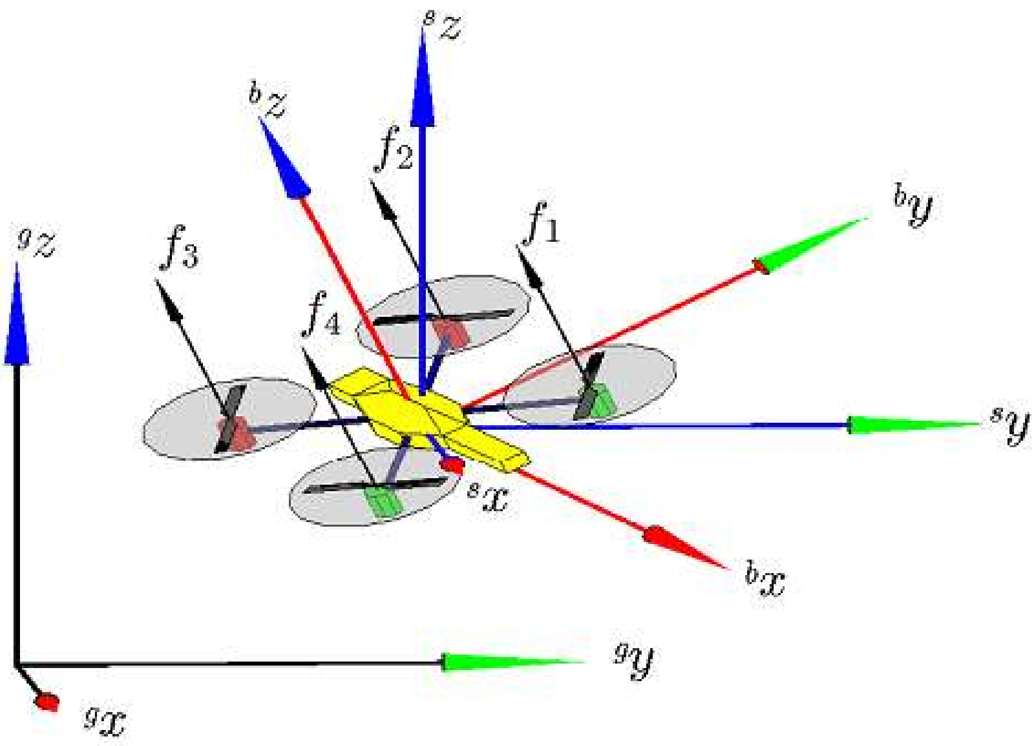
$$V - V_b = L\frac{di}{dt} + Ri, \quad \text{onde} \quad V_b = K_b\omega$$

$$J_m\frac{d\omega}{dt} + B_m\omega = \tau_m - \tau_l, \quad \text{onde} \quad \tau_m = k_m i \quad \text{y} \quad \tau_l = C_t\omega^2$$

$$V_i = \frac{1}{k_m}\left[J_m R\dot{\omega}_i + (B_m R + k_m k_b)\omega_i + RC_t\omega_i^2\right], \quad \text{considerando} \quad \frac{L}{R} \ll \frac{J_m}{B_m}$$

$$F_i = C_f\omega_i^2, \quad \text{para} \quad F_o = C_f\omega_o = \frac{1}{4}mg$$

Sistema de Referência



‹g› Referencial Inercial
‹s› Referencial Espacial
‹b› Referencial do veículo

$$\xi = [x\ y\ z]^T \in \mathbb{R}^3$$

$$\eta = [\phi\ \theta\ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$$

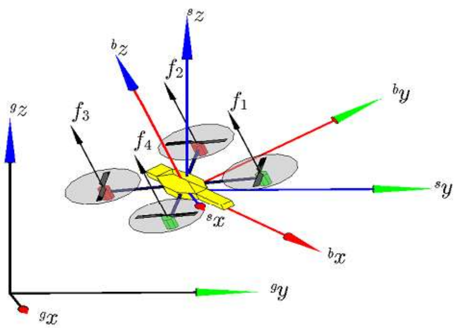
R. Pettersen, E. Mustafic, M. Fogh. *Nonlinear control approach to helicopter autonomy.* Master Thesis. Aalborg University, 2005.

Modelo de Alto Nível

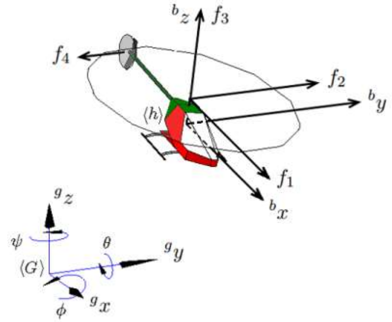
- Modelo cinemático

$$ {}^b\dot{\mathbf{q}} = J(\eta)\,{}^g\dot{\mathbf{q}} \qquad J(\eta) = \begin{bmatrix} \mathcal{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & W_\eta \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6\times 6} $$

$$ \mathcal{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\,\mathrm{sen}\,\phi & -\,\mathrm{sen}\,\theta \\ \mathrm{sen}\,\phi\,\mathrm{sen}\,\theta\cos\psi - \cos\phi\,\mathrm{sen}\,\psi & \mathrm{sen}\,\phi\,\mathrm{sen}\,\theta\,\mathrm{sen}\,\psi + \cos\phi\cos\psi & \mathrm{sen}\,\phi\cos\theta \\ \cos\phi\,\mathrm{sen}\,\theta\cos\psi + \mathrm{sen}\,\phi\,\mathrm{sen}\,\psi & \cos\phi\,\mathrm{sen}\,\theta\,\mathrm{sen}\,\psi - \mathrm{sen}\,\phi\cos\psi & \cos\phi\cos\psi \end{bmatrix} $$



$$ \Omega = W_\eta\dot{\eta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\,\mathrm{sen}\,\theta \\ 0 & \cos\phi & \mathrm{sen}\,\phi\cos\theta \\ 0 & -\,\mathrm{sen}\,\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} $$



Modelo de Alto Nível

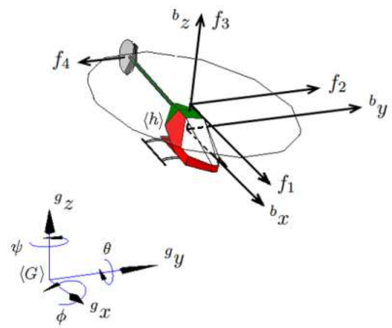
- Modelo dinâmico segundo Euler-Lagrange

$$L = K - U = \frac{1}{2}m\dot{\xi}^T\dot{\xi} + \frac{1}{2}\Omega^T\mathbf{I}\Omega - mgz \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} {}^g\mathbf{f} \\ {}^g\boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} mI_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_r(\eta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_r(\eta, \dot{\eta}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}(g) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{D}_t \\ \mathbf{D}_r \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_x & f_y & f_z \end{bmatrix}^T = \mathcal{R}\mathcal{A}_t \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \end{bmatrix}^T} \qquad \boxed{\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_\phi & \tau_\theta & \tau_\psi \end{bmatrix}^T = \mathcal{A}_r \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \end{bmatrix}^T}$$

$$\mathcal{A}_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathcal{A}_r = \begin{bmatrix} 0 & -H_{mz} & -H_{my} & L_{tz} \\ H_{mz} & 0 & H_{mx} & 0 \\ H_{my} & -H_{mx} & 0 & -L_{tx} \end{bmatrix}$$



Modelo de Alto Nível

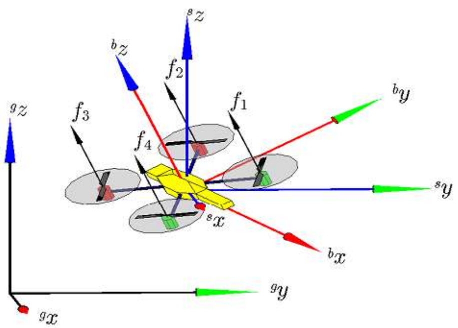
- Modelo dinâmico segundo Euler-Lagrange

$$L = K - U = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \frac{1}{2} \Omega^T \mathbf{I} \Omega - mgz \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} {}^g\mathbf{f} \\ {}^g\boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} mI_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_r(\eta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_r(\eta, \dot{\eta}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}(g) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{D}_t \\ \mathbf{D}_r \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_x & f_y & f_z \end{bmatrix}^T = \mathcal{R} \mathcal{A}_t \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \end{bmatrix}^T}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_\phi & \tau_\theta & \tau_\psi \end{bmatrix}^T = \mathcal{A}_r \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \end{bmatrix}^T}$$



$$\mathcal{A}_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathcal{A}_{r_q} = \begin{bmatrix} k_1 & k_1 & -k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 & k_1 & -k_1 \\ k_2 & -k_2 & k_2 & -k_2 \end{bmatrix}$$

Modelo de Alto Nível

- Modelo dinâmico segundo a forma subatuada

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{pp} & \mathbf{M}_{pa} \\ \mathbf{M}_{ap} & \mathbf{M}_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_p \\ \ddot{\mathbf{q}}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_p \\ \mathbf{E}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_p \\ \mathbf{f}_a \end{bmatrix} \quad \text{com} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{E}_p \\ \mathbf{E}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{pp} & \mathbf{C}_{pa} \\ \mathbf{C}_{ap} & \mathbf{C}_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_p \\ \dot{\mathbf{q}}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_p \\ \mathbf{G}_a \end{bmatrix}$$

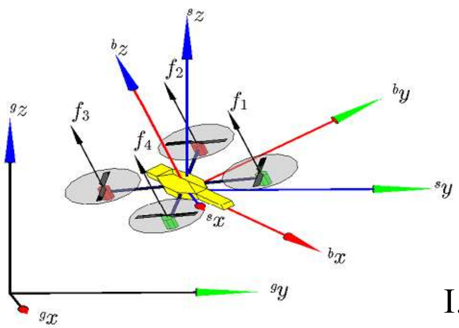
$$\mathbf{f}_a = \mathcal{A}^{\#} \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \tau \end{bmatrix}, \quad \text{onde} \quad \mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}\mathcal{A}_t \\ \mathcal{A}_r \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6\times 4}$$

Ativa

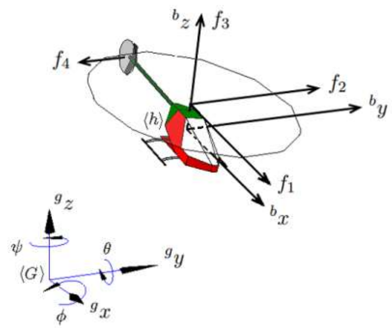
$$\mathbf{M}_{ap}\ddot{\mathbf{q}}_p + \mathbf{M}_{aa}\ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{E}_a = \mathbf{f}_a \in \mathbb{R}^4$$

Passiva

$$\mathbf{M}_{pa}\ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{M}_{pp}\ddot{\mathbf{q}}_p + \mathbf{E}_p = \mathbf{0}_p \in \mathbb{R}^2$$

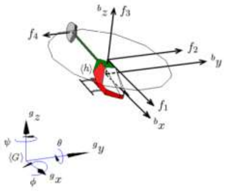


I. Fantoni and R. Lozano, *Non-linear control for underactuated mechanical systems*. GB: Springer, 2002.



Modelo de Alto Nível

- Restrição de segunda ordem para um helicóptero



$$\mathbf{M}_{pa}\ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{M}_{pp}\ddot{\mathbf{q}}_p + \mathbf{E}_p = \mathbf{0}_p \in \mathbb{R}^2$$

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_x\mathbf{f} \\ \mathcal{R}_y\mathbf{f} + f_4 \\ \mathcal{R}_z\mathbf{f} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -H_{mz}f_2 - H_{my}f_3 + L_{tz}f_4 \\ H_{mz}f_1 + H_{mx}f_3 \\ H_{my}f_1 - H_{mx}f_2 + L_{tx}f_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 0 &= \tau_\phi + \frac{(L_{tz} - H_{mz})}{(L_{tx} - H_{mx})}\tau_\psi + \left[H_{mz}\mathcal{R}_y + H_{my}\mathcal{R}_z - \frac{(L_{tz} - H_{mz})}{(L_{tx} - H_{mx})}(H_{mx}\mathcal{R}_y - H_{my}\mathcal{R}_x)\right]\mathbf{f} \\ &= \tau_\phi + \alpha_1\tau_\psi + \beta_1\mathbf{f}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= \tau_\theta - (H_{mz}\mathcal{R}_x + H_{mx}\mathcal{R}_z)\mathbf{f} \\ &= \tau_\theta + \beta_2\mathbf{f}, \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\beta_2 & \mathbf{M}_{r_\theta} \\ m\beta_1 & \mathbf{M}_{r_\phi} + \alpha_1\mathbf{M}_{r_\psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi}_h \\ \ddot{\eta}_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{C}_{r_\theta} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{r_\phi} + \alpha_1\mathbf{C}_{r_\psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\xi}_h \\ \dot{\eta}_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_2\mathbf{G} \\ \beta_1\mathbf{G} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{r_\theta} + \beta_2\mathbf{D}_t \\ \mathbf{D}_{r_\phi} + \alpha_1\mathbf{D}_{r_\psi} + \beta_1\mathbf{D}_t \end{bmatrix}$$

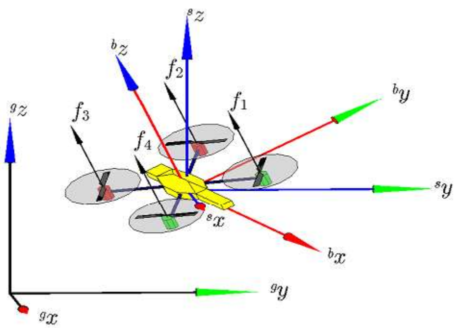
Modelo de Alto Nível

- Restrição de segunda ordem para um quadrimotor

$$\mathbf{M}_{pa}\ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{M}_{pp}\ddot{\mathbf{q}}_p + \mathbf{E}_p = \mathbf{0}_p \quad \in \mathbb{R}^2$$

$$\mathcal{R}^T\mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sum_{i=1}^{4} f_i \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\mathcal{R}_x & \mathbf{0} \\ m\mathcal{R}_y & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi}_h \\ \ddot{\eta}_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\xi}_h \\ \dot{\eta}_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -mgs_{\theta_h} \\ mgc_{\theta_h}s_{\phi_h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{R}_x\mathbf{D}_t \\ \mathcal{R}_y\mathbf{D}_t \end{bmatrix}$$



CONTROLE

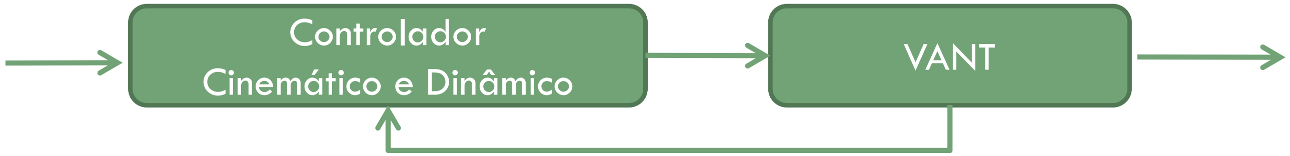
Controle de Movimento

- Posicionamento
  - Um robô deve alcançar uma postura predefinida no espaço de trabalho e lá permanecer até que uma nova referência lhe seja dada
- Seguimento de Caminhos
  - Um robô deve realizar uma tarefa de posicionamento para uma curva predefinida sem restrição temporal
- Rastreamento de Trajetórias
  - A navegação apresenta restrição temporal durante a tarefa de posicionamento sobre uma curva dada

Estratégias de Controle

- Estratégias de controle
  - Laços internos e externos

  - Controle acoplado

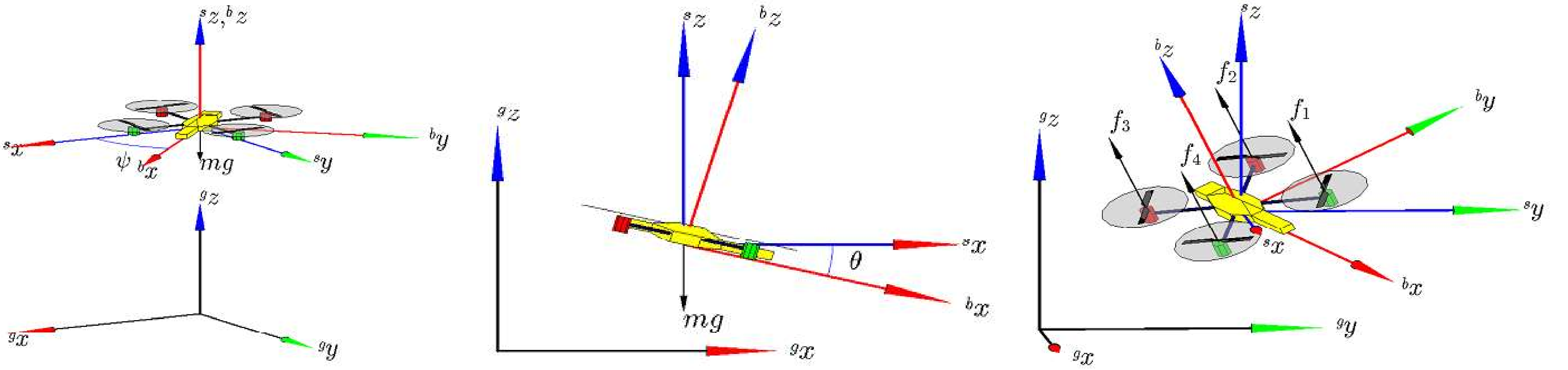


  - Controle inteligente

- Estruturas de controle
  - Linearização de modelo
  - Modelo completo

Controladores de Voo

- Controladores com restrições de movimento
  - Controle de altitude e guinada
  - Controle PVTOL (*Planar Vertical Taking-off and Landing*)
- Controlador sem restrições de movimento (navegação 3D)
  - Controle baseado na dinâmica inversa
- Controle comutado



Controle de Altitude e Guinada

- Considerações

$$\dot{\phi}(t) = \dot{\theta}(t) = 0 \qquad \phi(t) = \theta(t) = 0 \; \forall \, t \geq 0$$

- Modelo simplificado

$$u = m\ddot{z} + mg, \quad \text{com} \quad u = \sum_{i=1}^{4} f_i$$

$$\tau_\psi = I_{zz}\ddot{\psi}, \quad \text{com} \quad \tau_\psi = K_2(f_1 - f_2 + f_3 - f_4)$$

- Sinais de controle

$$u = m\left(\ddot{z}_d + k_{dz_1} \tanh k_{dz_2}\dot{\tilde{z}} + k_{pz_1} \tanh k_{pz_2}\tilde{z} + g\right)$$

$$\tau_\psi = I_{zz}\left(\ddot{\psi}_d + k_{d\psi_1} \tanh k_{d\psi_2}\dot{\tilde{\psi}} + k_{p\psi_1} \tanh k_{p\psi_2}\tilde{\psi}\right)$$

- Em malha fechada

$$\ddot{\tilde{z}} + k_{dz_1} \tanh k_{dz_2}\dot{\tilde{z}} + k_{pz_1} \tanh k_{pz_2}\tilde{z} = 0,$$

$$\ddot{\tilde{\psi}} + k_{d\psi_1} \tanh k_{d\psi_2}\dot{\tilde{\psi}} + k_{p\psi_1} \tanh k_{p\psi_2}\tilde{\psi} = 0.$$

Controle PVTOL no Plano XZ

- Considerações $\phi(t) = \psi(t) = 0 \; \forall t \geq 0$ $\dot{\phi} = \dot{\psi} = 0 \; \forall t \geq 0$
- Modelo simplificado

$$\boxed{u \operatorname{sen} \theta = m\ddot{x}}$$

$$\boxed{u \cos \theta = m\ddot{z} + mg}$$

$$\boxed{\tau_\theta = I_{yy}\ddot{\theta},}$$

$$u = \sum_{i=1}^{4} f_i$$

$$\tau_\theta = k_1(-f_1 + f_2 + f_3 - f_4)$$

- Sinais de controle

$$u = \frac{m}{\cos\theta}(\eta_z + g) \qquad \eta_z = \ddot{z}_d + K_{z1}\tanh(K_{z1}K_{z2}^{-1}\dot{\tilde{z}}) + K_{z3}\tanh(K_{z3}K_{z4}^{-1}\tilde{z})$$

$$\tau_\theta = I_{yy}\eta_\theta \qquad \eta_\theta = \ddot{\theta}_d + K_{\theta 1}\tanh(K_{\theta 1}K_{\theta 2}^{-1}\tilde{\theta}) + K_{\theta 3}\tanh(K_{\theta 3}K_{\theta 4}^{-1}\tilde{\theta})$$

- Em malha fechada

$$\ddot{\tilde{z}} + K_{z1}\tanh(K_{z1}K_{z2}^{-1}\dot{\tilde{z}}) + K_{z3}\tanh(K_{z3}K_{z4}^{-1}\tilde{z}) = 0$$

$$\ddot{\tilde{\theta}} + K_{\theta 1}\tanh(K_{\theta 1}K_{\theta 2}^{-1}\dot{\tilde{\theta}}) + K_{\theta 3}\tanh(K_{\theta 3}K_{\theta 4}^{-1}\tilde{\theta}) = 0$$

Controle PVTOL no Plano XZ

- Considerações $\phi(t) = \psi(t) = 0 \ \forall t \geq 0$ $\quad \dot{\phi} = \dot{\psi} = 0 \ \forall t \geq 0$
- Modelo simplificado

$$\boxed{u \operatorname{sen} \theta = m\ddot{x}}$$

$$u \cos \theta = m\ddot{z} + mg$$

$$\tau_\theta = I_{yy}\ddot{\theta},$$

$$u = \sum_{i=1}^{4} f_i$$

$$\tau_\theta = k_1(-f_1 + f_2 + f_3 - f_4)$$

- Sinais de controle (dinâmica acoplada do sistema)

$$\ddot{x} = (\eta_z + g)\tan(\theta_d - \tilde{\theta})$$

$$\ddot{x} - (\eta_z + g)\tan\theta_d = -(\eta_z + g + \ddot{x}\tan\theta_d)\tan\tilde{\theta}$$

$$\theta_d = \tan^{-1}\left(\frac{\eta_x}{\eta_z + g}\right)$$

$$\eta_x = \ddot{x}_d + K_{x1}\tanh(K_{x2}\dot{\tilde{x}}) + K_{x3}\tanh(K_{x2}\dot{\tilde{x}} + K_{x4}\tilde{x})$$

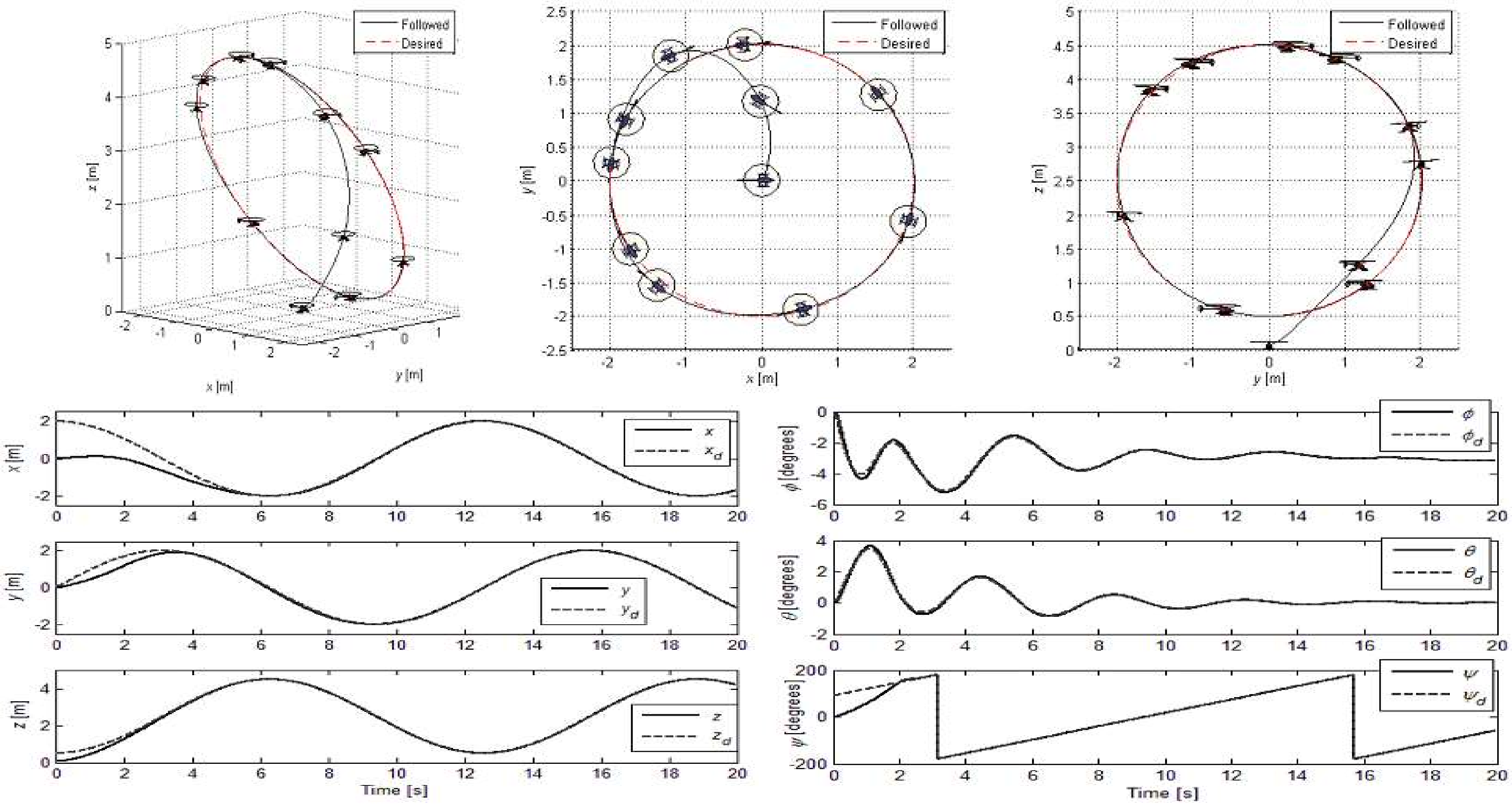
- Em malha fechada

$$\ddot{\tilde{x}} + K_{x1}\tanh(K_{x2}\dot{\tilde{x}}) + K_{x3}\tanh(K_{x2}\dot{\tilde{x}} + K_{x4}\tilde{x}) = \delta$$

$$\delta = (\eta_z + g + \ddot{x}\tan\theta_d)\tan\tilde{\theta}$$

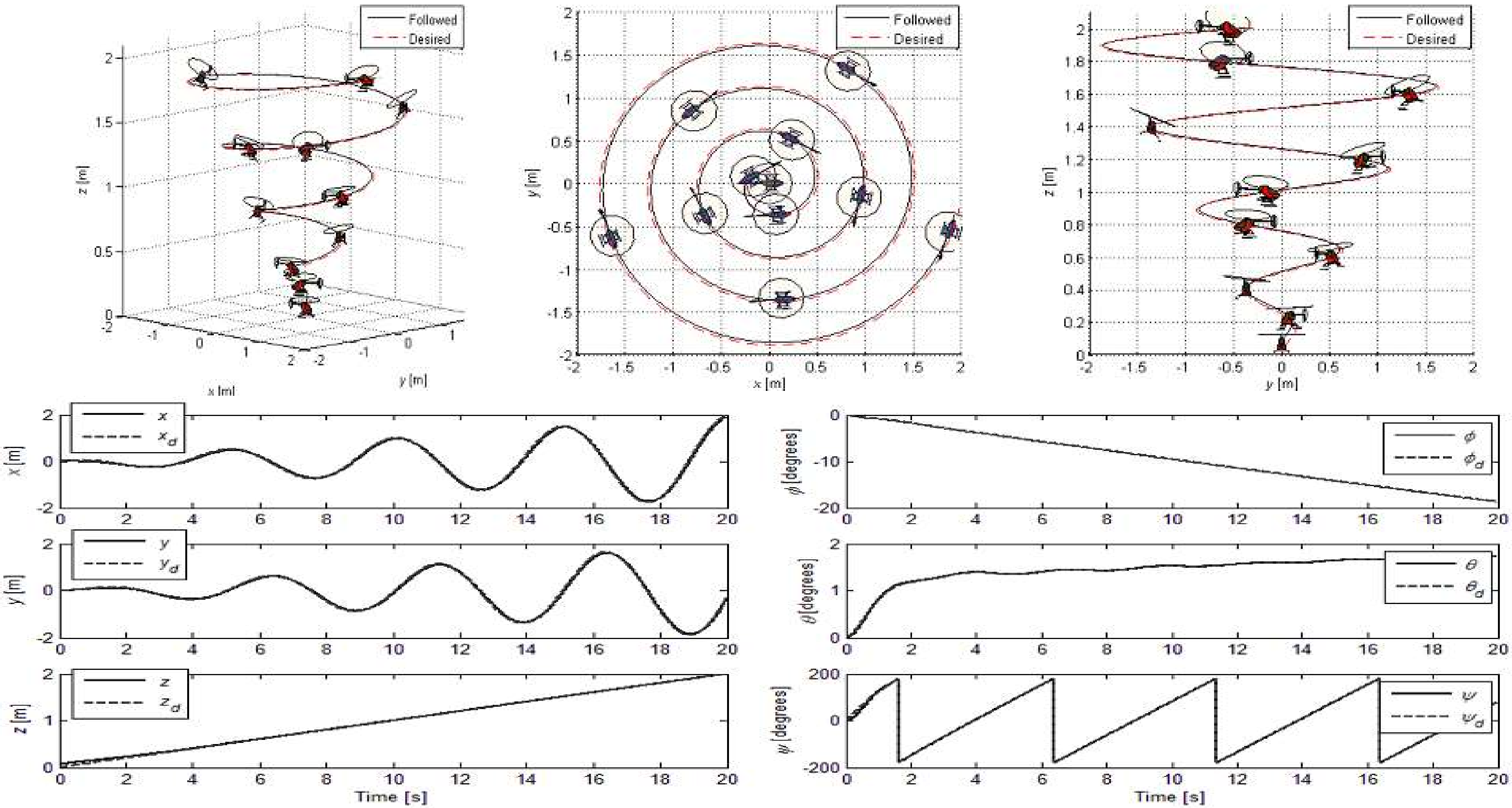
Resultados de Simulação

Plano Inclinado 3D



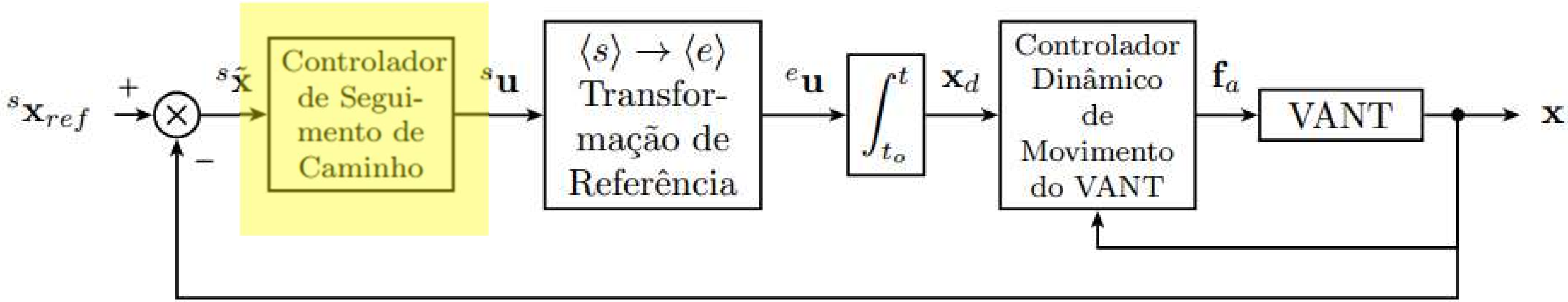
Resultados de Simulação

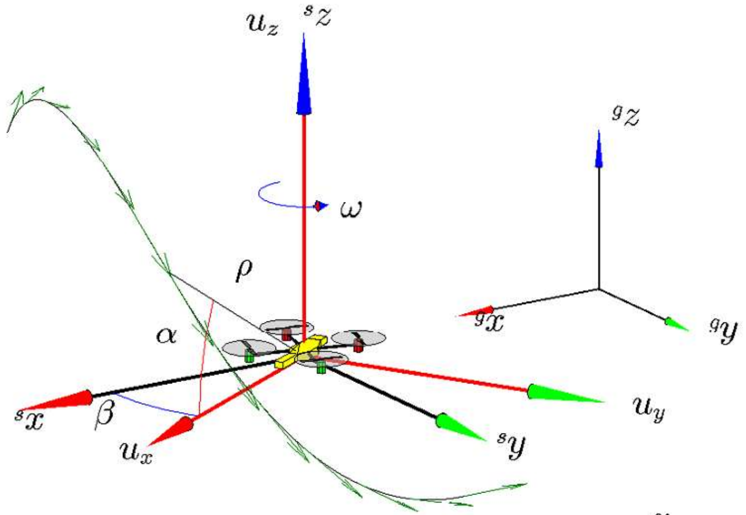
Espiral Crescente



Seguimento de Caminhos

- Controlador de seguimento de caminhos utilizando um controlador cinemático associado a um controlador dinâmico





$$v = \frac{v_{\max}}{1+\kappa\rho}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{ref} \\ \dot{y}_{ref} \\ \dot{z}_{ref} \\ \dot{\psi}_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{v_{max}}{1+\kappa\rho}\cos\alpha\cos\beta \\ \dfrac{v_{max}}{1+\kappa\rho}\cos\alpha\sin\beta \\ \dfrac{v_{max}}{1+\kappa\rho}\sin\beta \\ \omega_{ref} \end{bmatrix}$$

$$\rho = \sqrt{(x_{ref}-x)^2 + (y_{ref}-y)^2 + (z_{ref}-z)^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{\dot{z}_{ref}}{\sqrt{\dot{x}_{ref}^2 + \dot{y}_{ref}^2}}$$

$$\beta = \tan^{-1}\frac{\dot{y}_{ref}}{\dot{x}_{ref}}$$

Seguimento de Caminhos

- Proposta de um modelo cinemático composto por quatro velocidades lineares e uma angular no referencial espacial
  - Objetivo de controle: gerar referências de postura ao controlador dinâmico

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \\ \omega \end{bmatrix} \Longrightarrow \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})\mathbf{u}$$

Sinal de controle

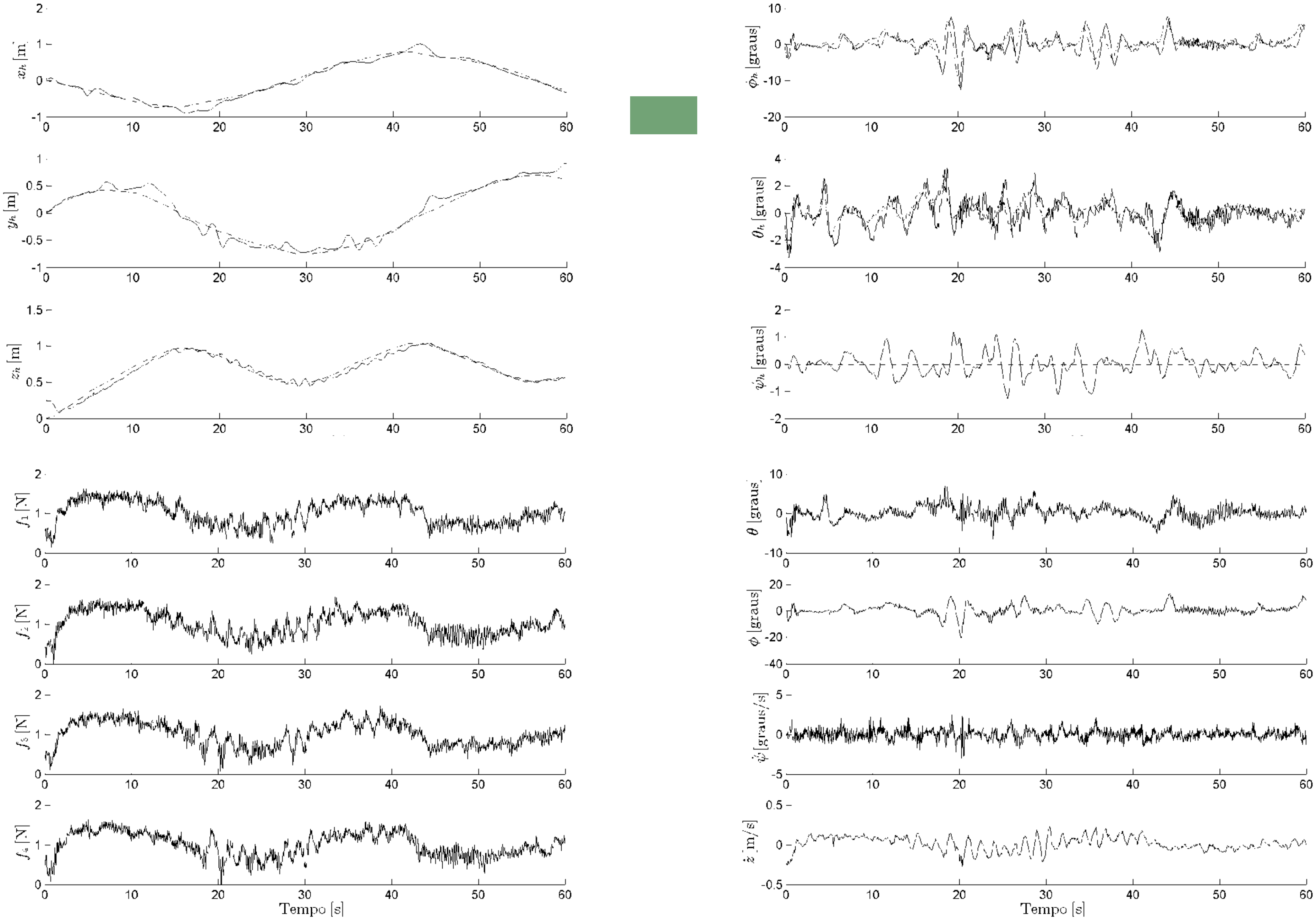
$$\mathbf{u} = f(\mathbf{x})^{-1}(\dot{\mathbf{x}}_{ref} + \boldsymbol{\kappa}_1 \tanh \boldsymbol{\kappa}_2 \tilde{\mathbf{x}})$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \dot{\mathbf{x}}_{ref} - \dot{\mathbf{x}}$$

Sistema em malha fechada

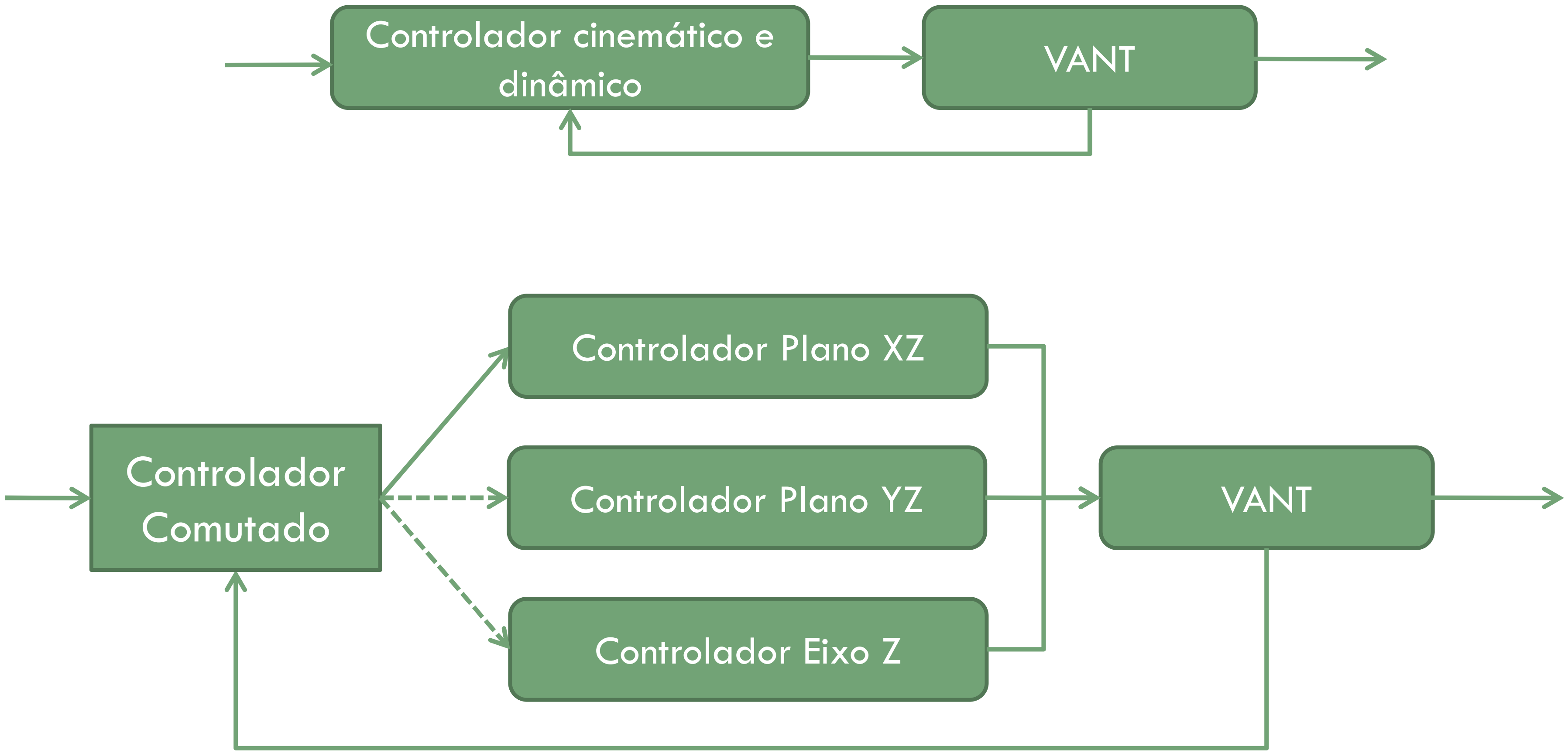
$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \boldsymbol{\kappa}_1 \tanh(\boldsymbol{\kappa}_2 \tilde{\mathbf{x}}) = \Upsilon$$

Resultado Experimental Quadrimotor: Seguimento Caminho 3D

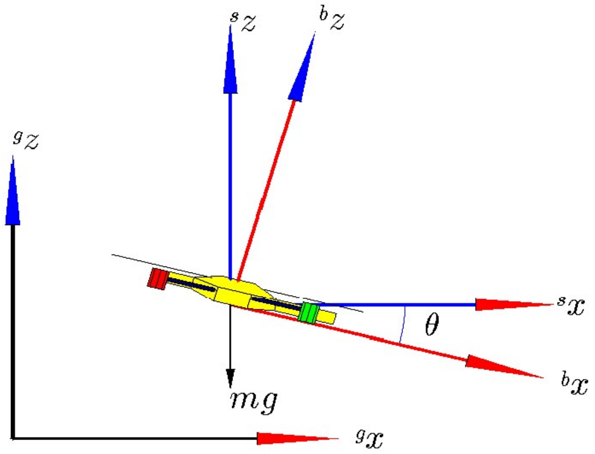


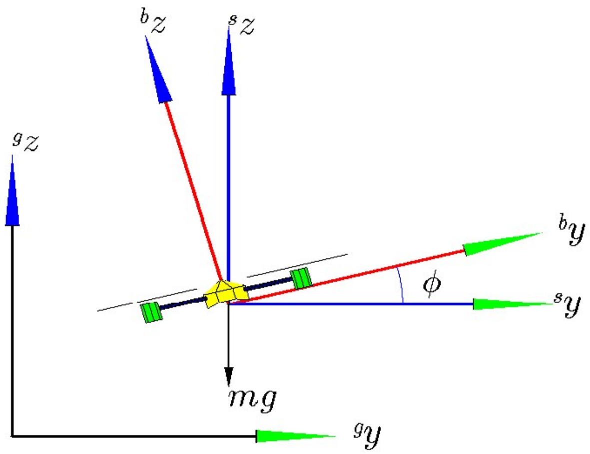
Controlador Comutado

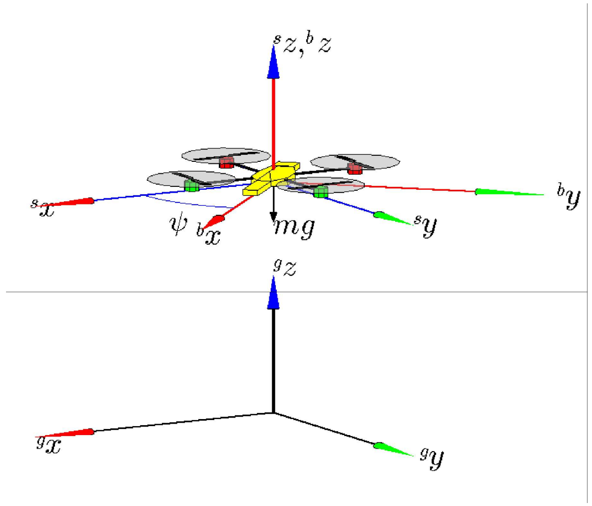
- Controlador



Modelo PVTOL







$$\begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ 0 \\ m(\ddot{z}+g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u\sin\theta \\ 0 \\ u\cos\theta \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 \\ m\ddot{y} \\ m(\ddot{z}+g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -u\sin\phi \\ u\cos\phi \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m(\ddot{z}+g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{yy}\ddot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx}\ddot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{zz}\ddot{\psi} \end{bmatrix}$$

J. Hauser, S. Sastry and G. Meyer. “Nonlinear control design for slightly non-minimum phase systems: Application to v/stol aircraft”, *Automatica*, vol. 28, pp. 665-679, 1992

Estratégia de Controle Comutado

- Ações definidas pelo sinal de comutação σ
  - σ_1: Mover longitudinalmente para a posição desejada, executando o controlador PVTOL no plano XZ
  - σ_2: Reduzir o erro de deslocamento lateral, executando o controlador PVTOL no plano YZ
  - σ_3: Reduzir o erro de orientação de guinada, executando controlador PVTOL no eixo Z
- Condições analisadas pelo Supervisor
  - Se o erro de orientação e o de deslocamento lateral é menor que um dado valor, então σ_1 é ativado
  - Se o erro de orientação é menor que um dado valor, mas o deslocamento lateral é mais que um dado valor, então σ_2 é ativado
  - Se a posição desejada muda ou o erro de orientação é maior que um dado valor, então a orientação corrente deve ser corrigida usando σ_3

Resultado Experimental Quadrimotor: Posicionamento 3D