UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – CCE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - DEL

Sistemas de Controle II

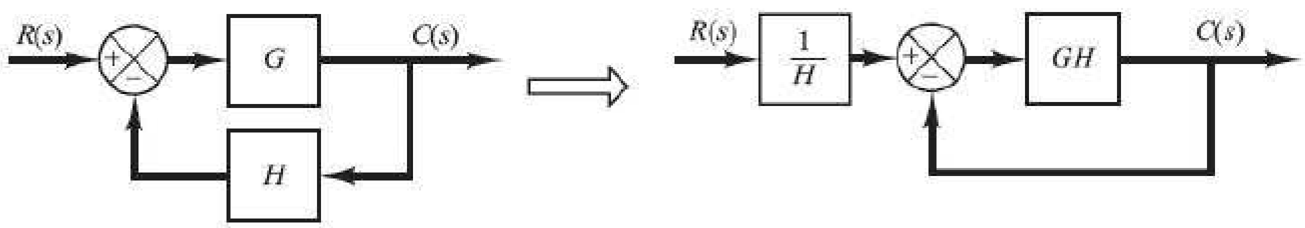
ELT331

AULA 13 – Margem de Fase e Margem de Ganho

Prof. Tarcísio Pizziolo

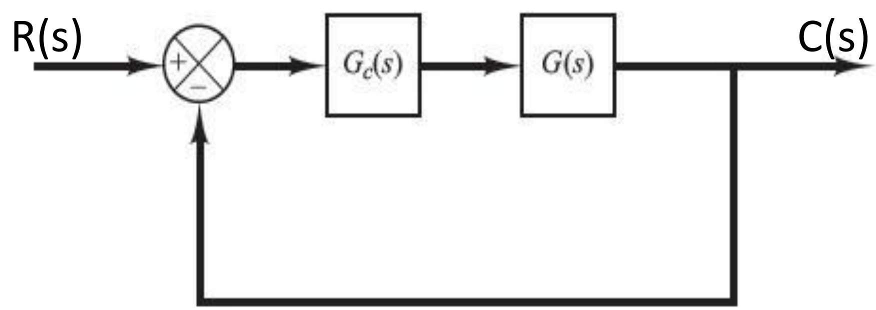
13. Introdução

Sistemas de Fase Mínima em Malha Fechada com Realimentação Unitária Negativa



Compensação com Controlador em Série

Sistema de controle.



13.1. Frequências de Cruzamento

- Frequência de Cruzamento de Ganho (w_g):

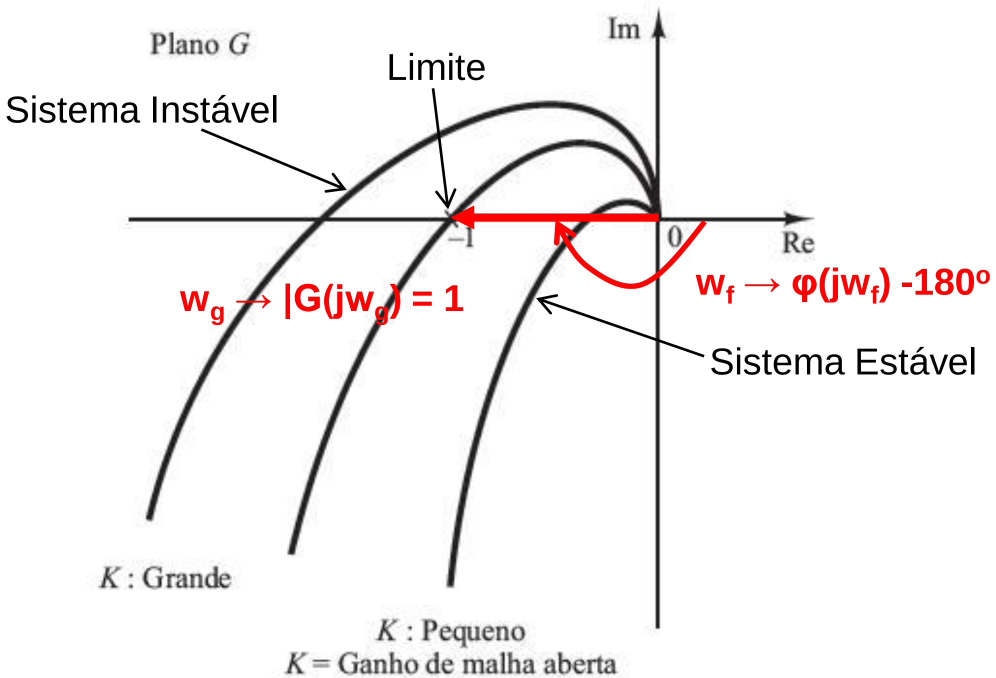
É a frequência na qual o $|G(jw)| = 1$

$$20.\log_{10} |G(jw)| = 20.\log_{10} |1| = 0 \text{ dB}$$

- Frequência de Cruzamento de Fase (w_f):

É a frequência na qual o $\angle G(jw) = -180^\circ$

Diagramas polares de $\dfrac{K(1 + j\omega T_a)(1 + j\omega T_b)\cdots}{(j\omega)(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)\cdots}$.



13.2. Margem de Fase e Margem de Ganho

- Margem de Fase (ɣ):

É o atraso de fase adicional, na Frequência de Cruzamento de Ganho, necessária para que o sistema atinja o limiar de instabilidade.

A margem de fase **ɣ** é igual a **180°** mais o ângulo de fase **$\varphi(w_g)$** da Função de Transferência de malha aberta na Frequência de Cruzamento de Ganho **w_g**.

$$\gamma = 180^o + \varphi(w_g) \quad ; \quad (\varphi < 0)$$

$$\gamma > 0 \Rightarrow \text{Margem de Fase Positiva}$$

$$\gamma < 0 \Rightarrow \text{Margem de Fase Negativa}$$

$$\text{Sistema de Fase Mínima Estável} \Rightarrow \gamma > 0$$

O Diagrama de Bode tem **ponto crítico** para **Ganho = 0 dB** e **Fase = -180°**.

- Margem de Ganho (K_g):

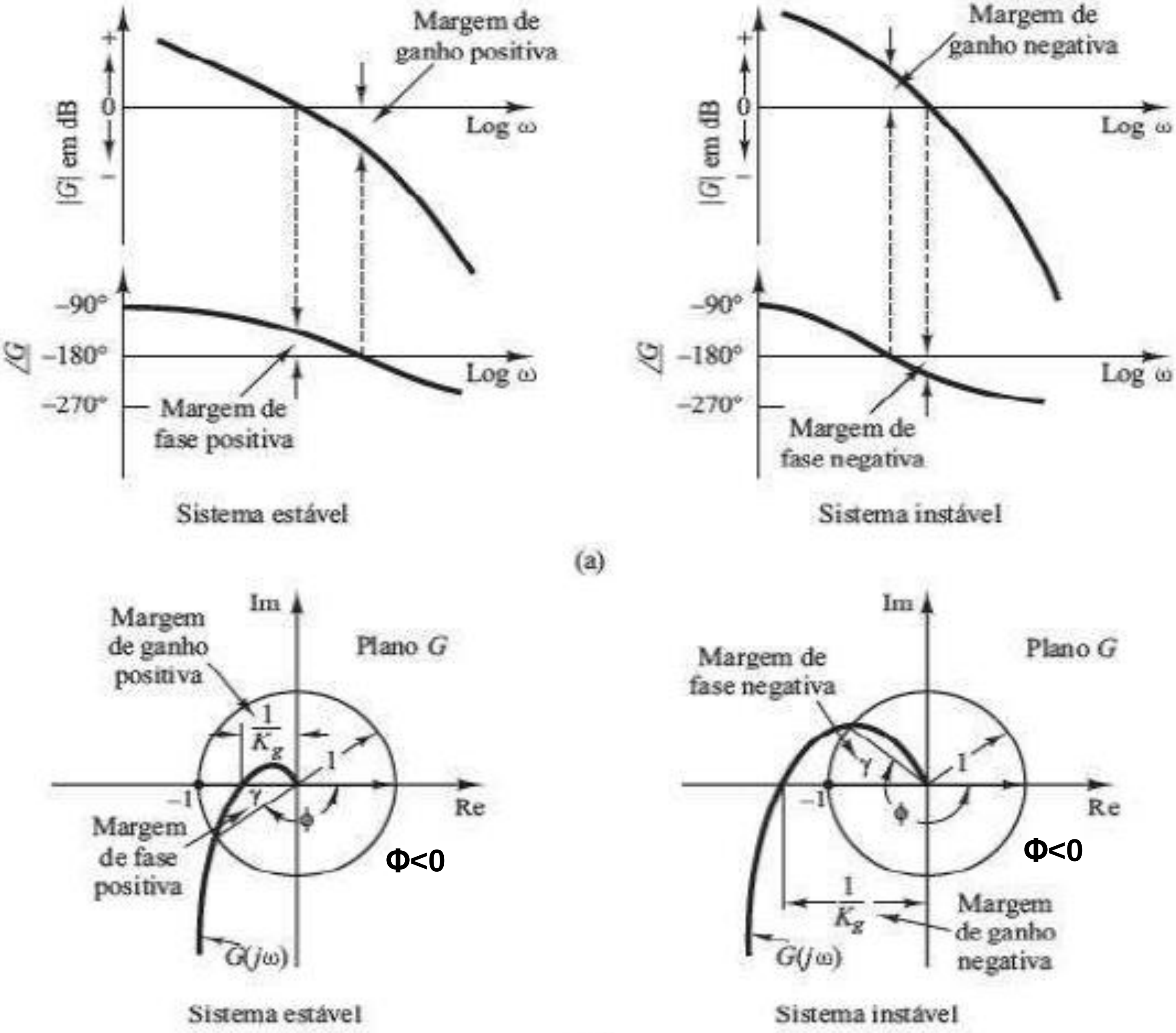
É o inverso de **$|G(jw_F)|$** na Frequência de Cruzamento de Fase **w_F**.

$$K_g = \frac{1}{|G(jw_f)|} \quad \Rightarrow \quad |G(jw_f)| = \frac{1}{K_g}$$

$$\text{Em dB}: K_g(\text{dB}) = 20.\log_{10}\left|\frac{1}{G(jw_f)}\right| = -20.\log_{10}|G(jw_f)|$$

- Se **K_g(dB) > 0** implica em Sistema **Estável**.
- Se **K_g(dB) < 0** implica Sistema **Instável**.

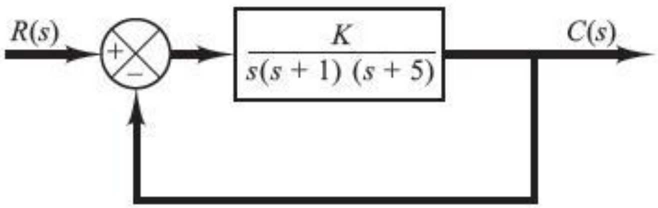
Diagramas de Bode



Sistemas Estáveis: γ > 0 e K_g (dB) > 0

Exemplo 1

Obtenha as **Margens de Fase e de Ganho** do sistema de controle dado para os casos em que **K = 10** e **K = 100**.



Traçar o Diagrama de Bode para G(jw)H(jw):

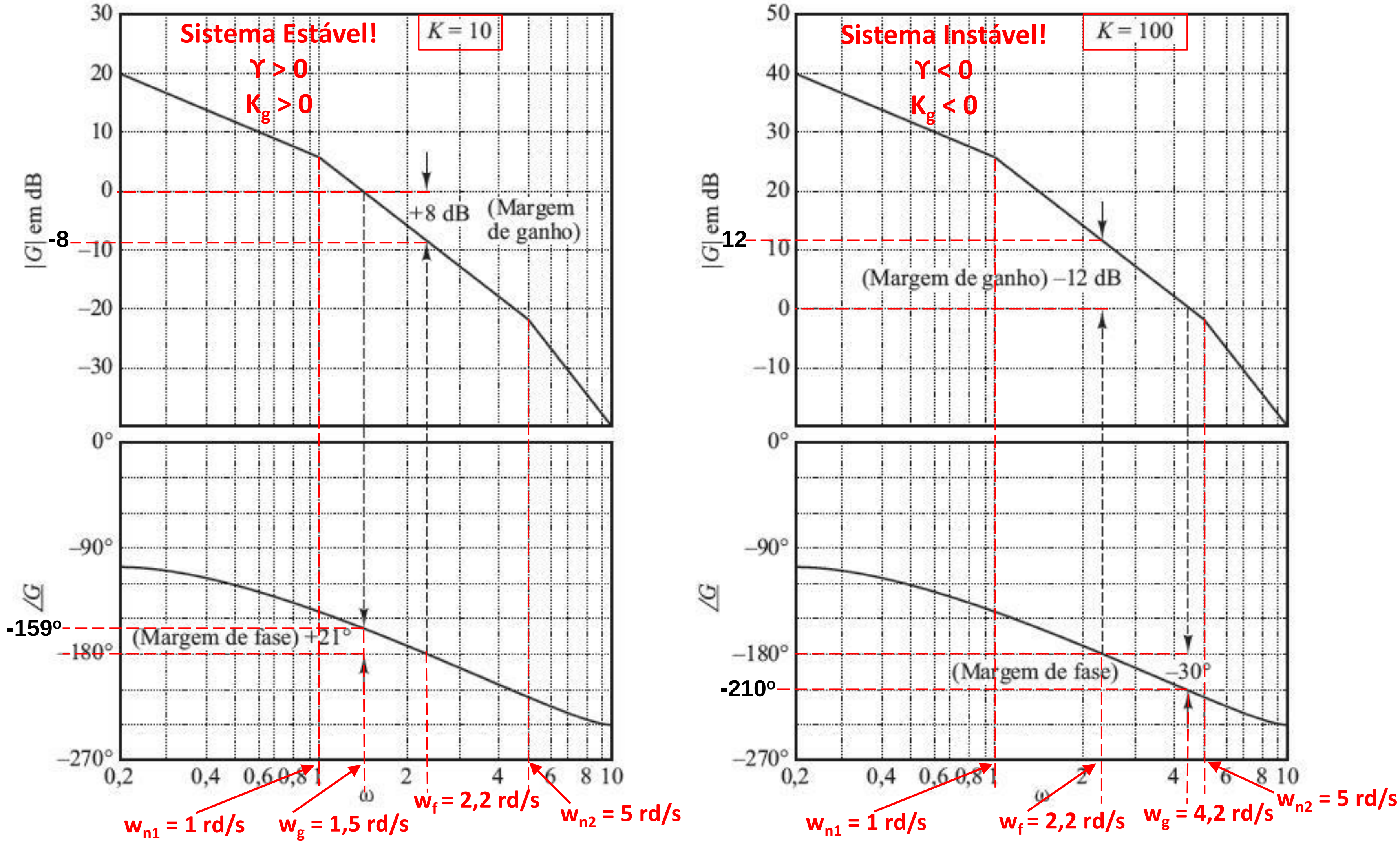
$$K = 10 \Rightarrow G(jw)H(jw) = \frac{10}{jw(jw+1)(jw+5)} \Rightarrow \boxed{G(jw)H(jw) = \frac{2}{jw(1+jw)(1+j\frac{w}{5})}}$$

e

$$K = 100 \Rightarrow G(jw)H(jw) = \frac{100}{jw(jw+1)(jw+5)} \Rightarrow \boxed{G(jw)H(jw) = \frac{20}{jw(1+jw)(1+j\frac{w}{5})}}$$

Diagramas de Bode

Diagramas de Bode $G(jw)H(jw) = \dfrac{K}{jw(1+jw)(5+jw)}$ (a) com $K = 10$ e (b) com $K = 100$.



(a) (b)

Solução:

As **Margens de Fase** e de **Ganho** devem ser obtidas do Diagrama de Bode de **G(jw)H(jw)**.

Para **K = 10**: Margem de Fase $\boldsymbol{\gamma = 21^{\circ} > 0}$

Margem de Ganho $\boldsymbol{K_g\ (dB) = 8\ dB > 0}$

Portanto o ganho do sistema poderá ser aumentado em **8 dB** antes de ocorrer a instabilidade.

Como $\boldsymbol{\gamma > 0}$ e $\boldsymbol{K_g\ (dB) > 0}$ este sistema é **ESTÁVEL** !

Para **K = 100**: Margem de Fase $\boldsymbol{\gamma = -30^{\circ} < 0}$

Margem de Ganho $\boldsymbol{K_g\ (dB) = -12\ dB < 0}$

Como $\boldsymbol{\gamma < 0}$ e $\boldsymbol{K_g\ (dB) < 0}$ este sistema é **INSTÁVEL** !

Exemplo 2 - Idem

Sistema de malha fechada.

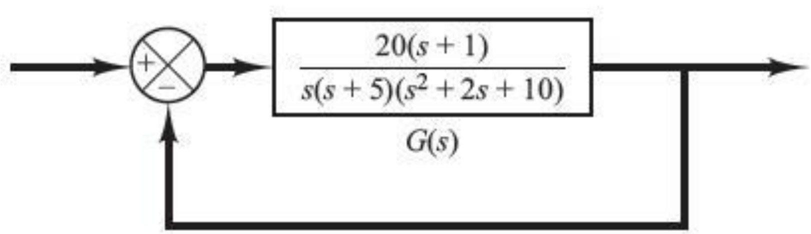


Diagrama de Bode de $G(s)$

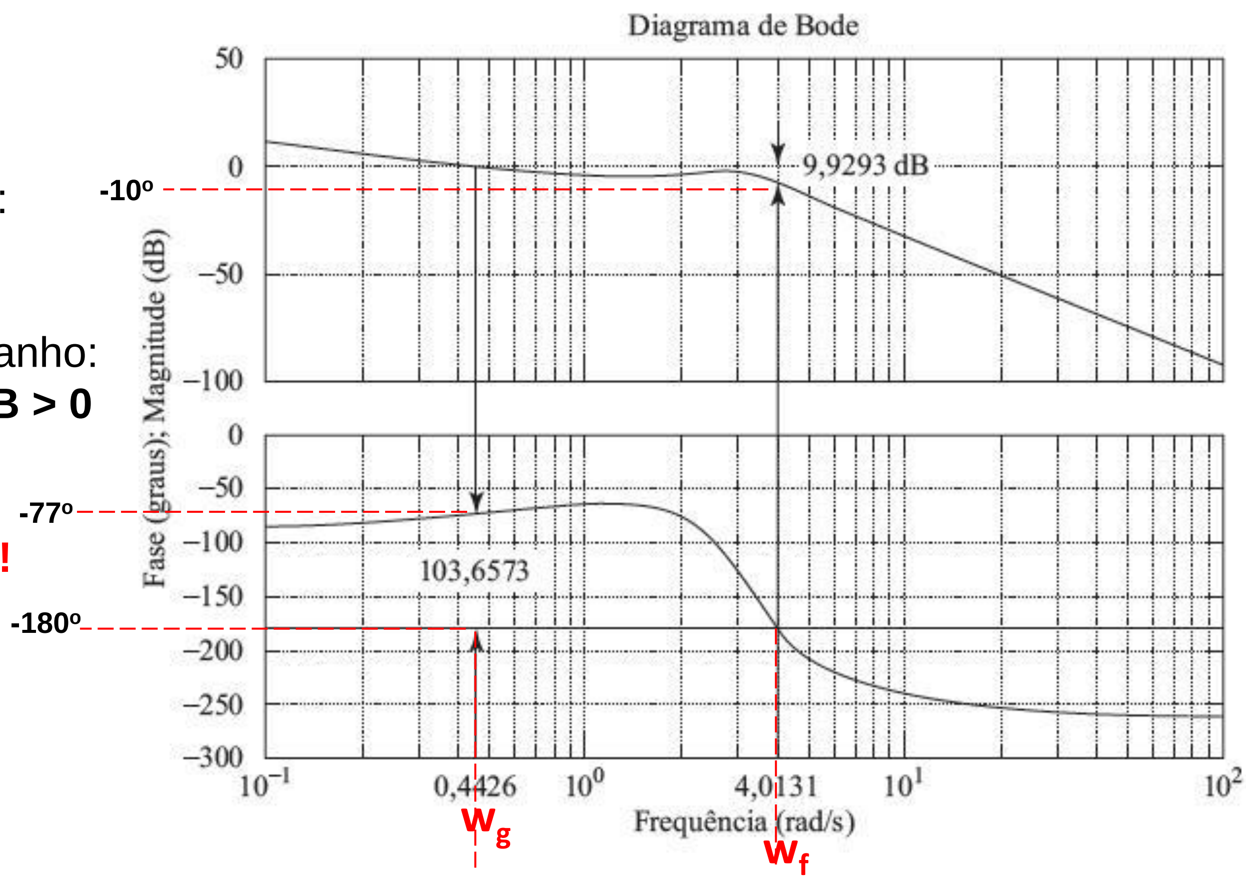
Margem de Fase:

γ = 103,65° > 0

Margem de Ganho:

K_g (dB) = 9,92 dB > 0

Sistema Estável!



Exemplo 3 – Idem

Sistema de malha fechada.

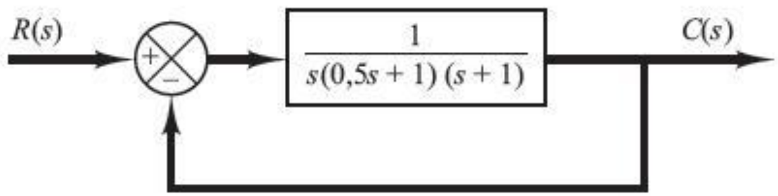
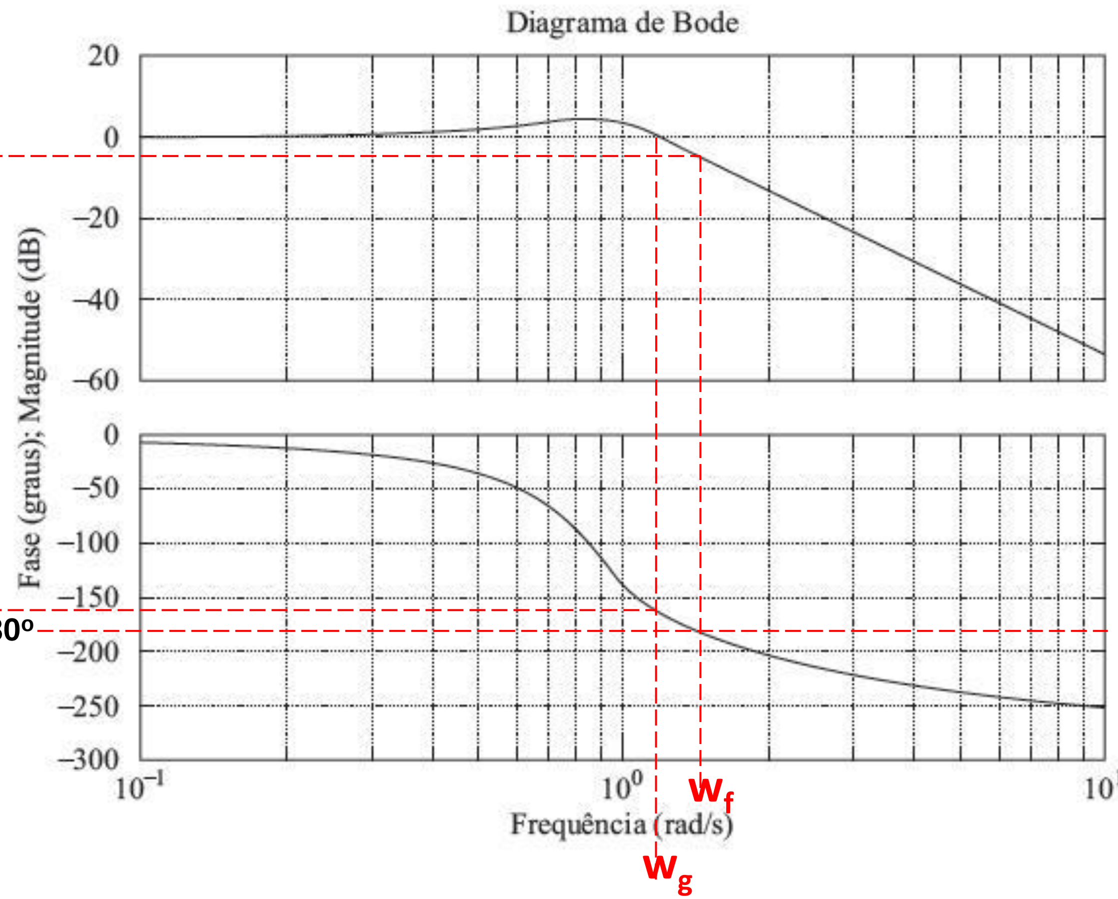


Diagrama de Bode da função de transferência do sistema de malha fechada



Margem de Fase:

γ = 20° > 0

Margem de Ganho:

K_g (dB) = 5 dB > 0

Sistema Estável!