UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – CCE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - DEL

Sistemas de Controle II

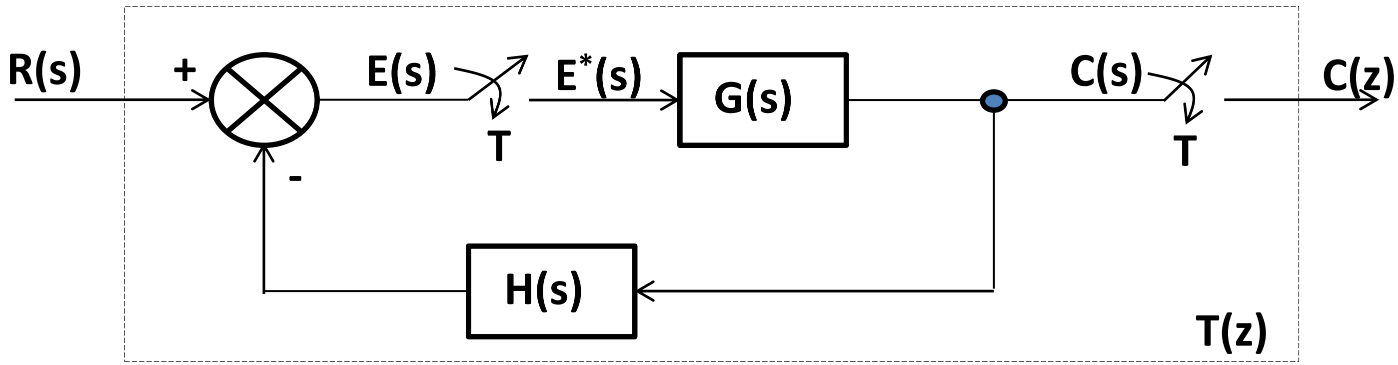
ELT331

AULA 20 – Função de Transferência Pulsada em Maha Fechada

Prof. Tarcísio Pizziolo

20. Funções de Transferência Pulsada em Malha Fechada - (FTPMF)

Seja o diagrama de blocos dado para um sistema de Função de Transferência Pulsada (**amostrada**).



E(s) = R(s) - H(s)C(s)   e   C(s) = G(s)E*(s)

Então: $\mathbf{E(s) = R(s) - G(s)H(s)E^*(s)}$

$\mathbf{Discretizando\ E(s):}$

$$\mathbf{E^*(s) = [R(s) - \overline{G(s).H(s)}\ E^*(s)]^* \Rightarrow}$$

$$\mathbf{\Rightarrow E^*(s) = R^*(s) - \{[\overline{G(s)H(s)}]^* E^*(s)\} \Rightarrow}$$

$$\mathbf{\Rightarrow E^*(s) = \frac{R^*(s)}{\{1 + [\overline{G(s)H(s)}]^*\}}}$$

Como: $$C^*(s) = G^*(s)E^*(s) \Rightarrow C^*(s) = \frac{G^*(s)R^*(s)}{\{1+[\overline{G(s)H(s)}]^*\}}$$

Em termos de **Z{.}** pode-se escrever:

$$Z[C(s)] = C(z) = \frac{G(z)R(z)}{\{1+\overline{GH(z)}\}}$$

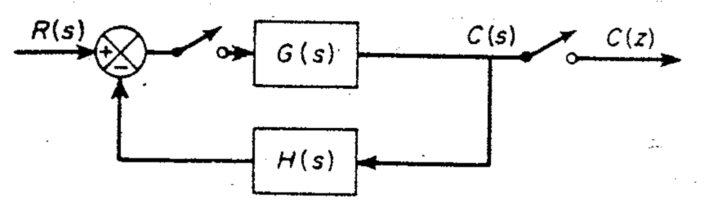
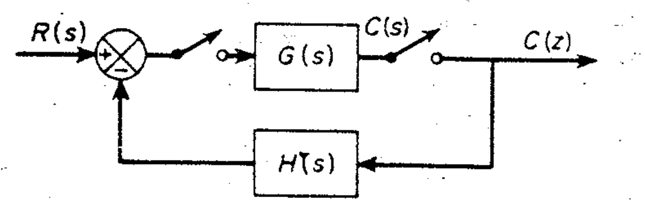
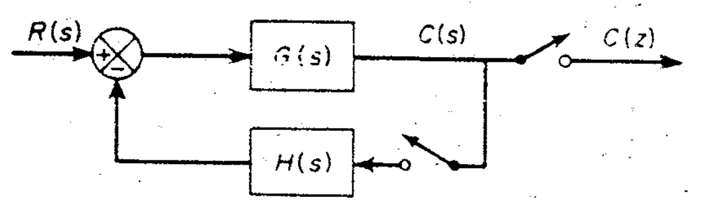
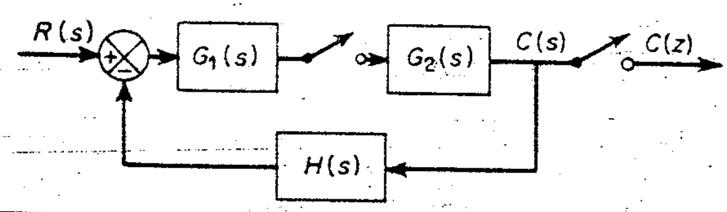
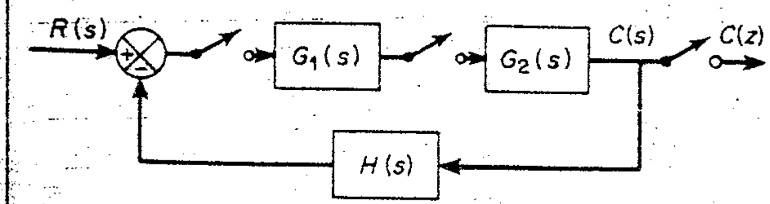
A **Z^{-1}{.}** fornece os valores de **c(kT)** nos instantes de amostragem!

A **Função de Transferência Pulsada em Malha Fechada** do sistema dado será:

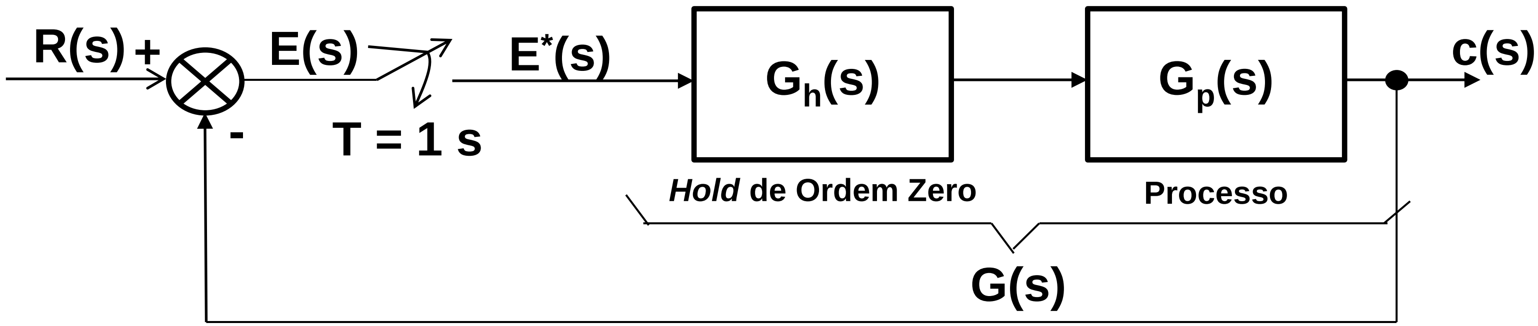
$$T(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{\{1+\overline{GH(z)}\}}$$

Comprovar as FTPMF ao lado.

Configurações típicas de sistemas de tempo discreto a malha-fechada e as correspondentes saídas $C(z)$

	$C(z) = \frac{G(z)R(z)}{1 + GH(z)}$
	$C(z) = \frac{G(z)R(z)}{1 + G(z)H(z)}$
	$C(z) = \frac{RG(z)}{1 + HG(z)}$
	$C(z) = \frac{G_2(z)RG_1(z)}{1 + G_1G_2H(z)}$
	$C(z) = \frac{G_1(z)G_2(z)R(z)}{1 + G_1(z)G_2H(z)}$

<u>Exemplo 1</u>: Obtenha a resposta do sistema dado quando a entrada for um Degrau Unitário.



Dados: $G_h(s) = \dfrac{(1 - e^{-s})}{s}$ e $G_p(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+\overline{GH}(z)} \Rightarrow \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+G(z)} \quad ; \quad R(z) = \frac{z}{(z-1)}$$

$$G(z) = \frac{(e^{-1}.z + 1 - 2e^{-1})}{(z^2-(1+e^{-1}).z + e^{-1})} \Rightarrow \boxed{G(z) = \frac{(0,368.z + 0,264)}{(z^2-1,368z+0,368)}}$$

Então:

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{(0,368.z + 0,264)}{(z^2 - z + 0,632)}$$

Daí:

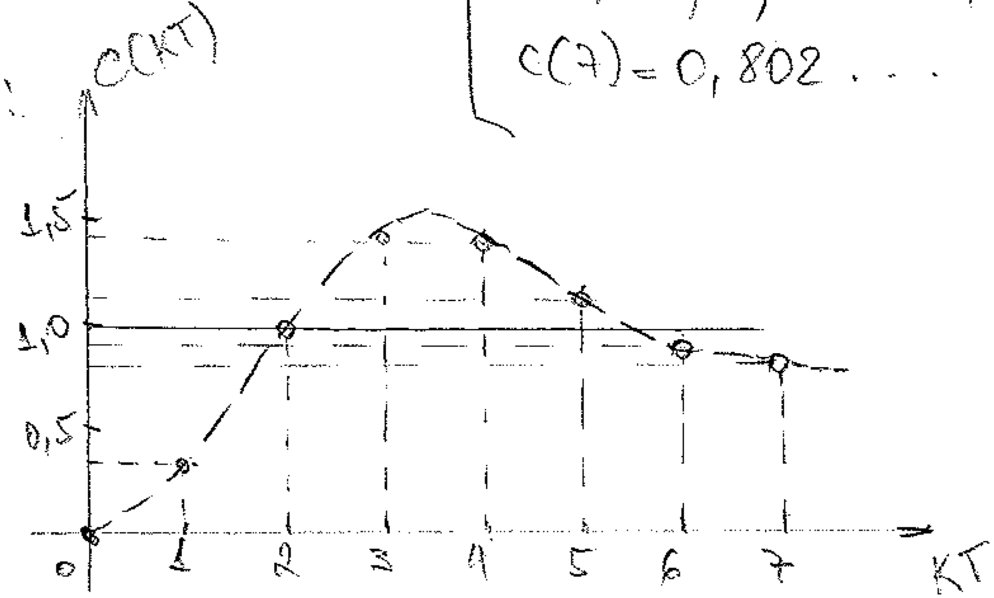
$$c(z) = \frac{0,368.z^2 + 0,264z}{(z-1).(z^2-z+0,632)} = \frac{(0,368.z^2 + 0,264.z)}{(z^3-2z^2+1,632z-0,632)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c(z) = \frac{(0,368.z^{-1} + 0,264.z^{-2})}{(1-2z^{-1}+1,632.z^{-2}-0,632.z^{-3})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C(z) = 0,368.z^{-1} + z^{-2} + 1,4.z^{-3} + 1,4.z^{-4} + 1,147.z^{-5} + 0,895.z^{-6} +$$
$$+ 0,802.z^{-7} + \dots$$

$\therefore \; Z^{-1}\{C(z)\} = c(kt)$: $\begin{cases} c(0) = 0 \; ; \; c(1) = 0{,}368 \; ; \; c(2) = 1 \; ; \; c(3) = 1{,}4 \; ; \\ c(4) = 1{,}4 \; ; \; c(5) = 1{,}147 \; ; \; c(6) = 0{,}895 \text{ e} \\ c(7) = 0{,}802 \ldots \end{cases}$

Gráfico:

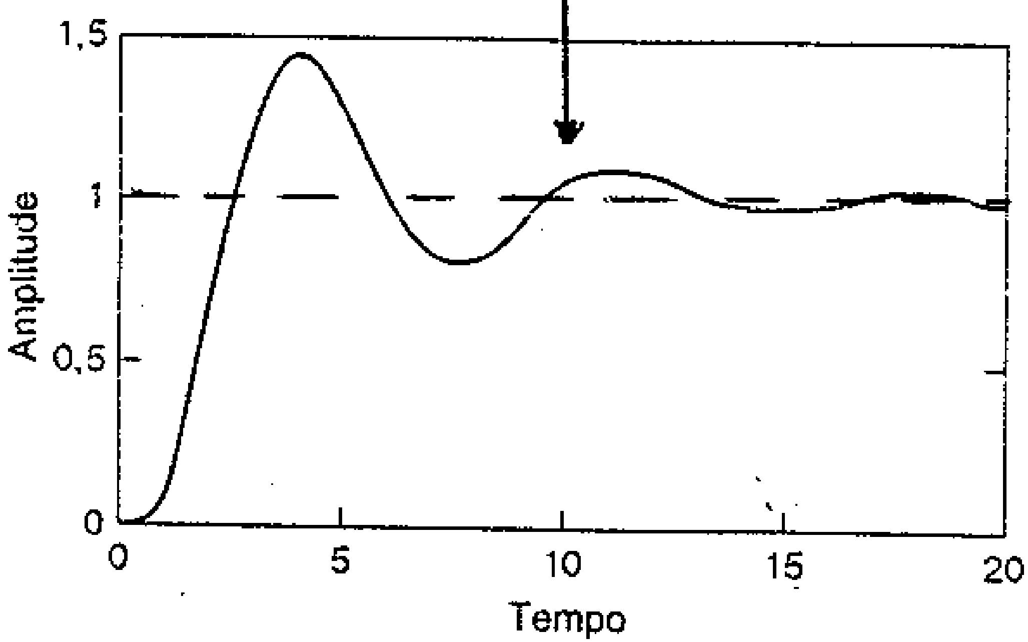


Resposta ao Degrau Unitário contínua no tempo

```
% Este script calcula a resposta contínua no tempo para
% um degrau unitário,
%
numg=[1]; deng=[1 1 0];
%
[nd,dd]=pade(1,2);
numd=dd-nd; dend=conv([1 0],dd);
[numdm,dendm]=minreal(numd,dend);
%
[n1,d1]=series(numdm,dendm,numg,deng);
[num,den]=cloop(n1,d1);
t=[0:0.1:20];
step(num,den,t)
```

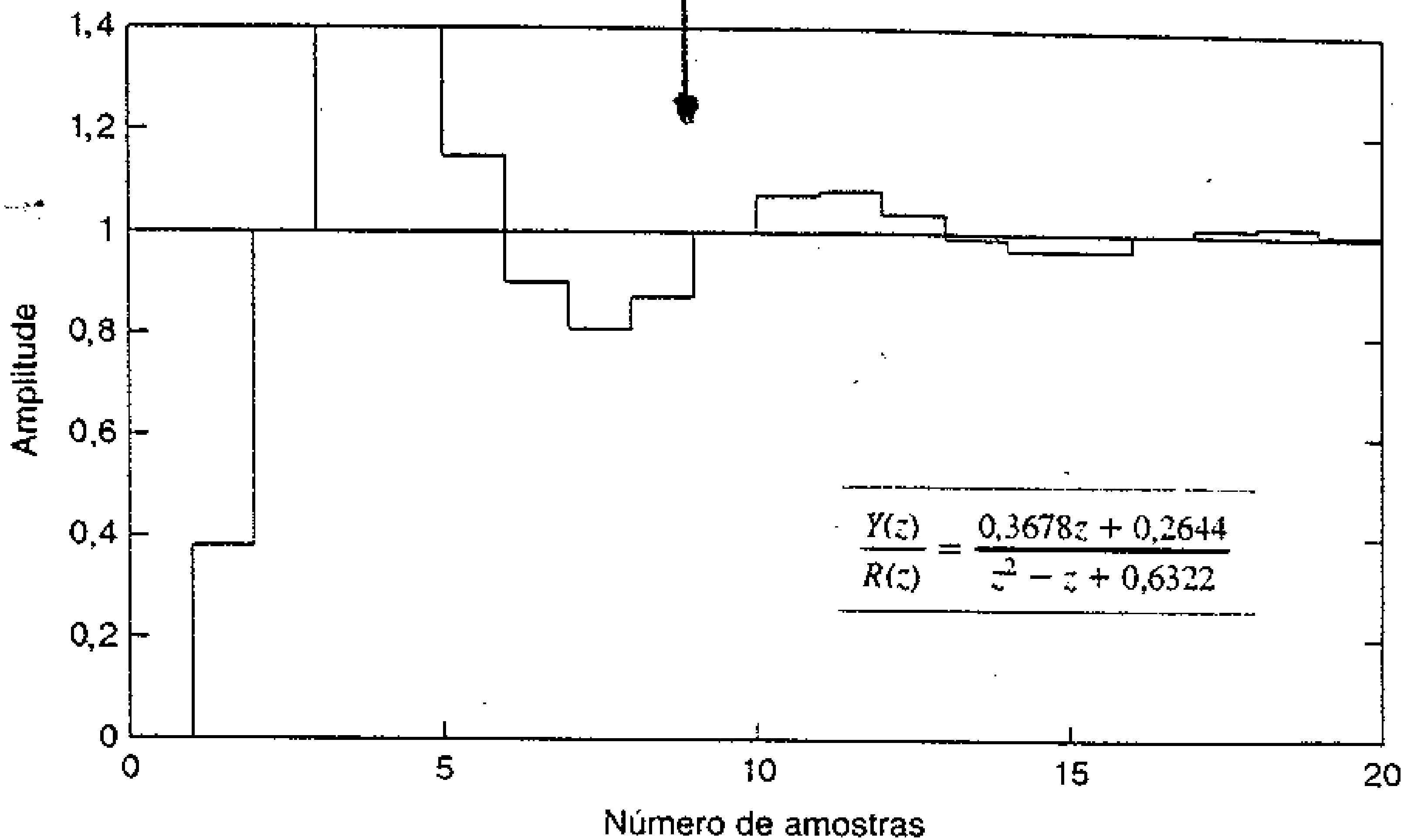
$$G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

Aproximação de $\dfrac{1 - e^{-sT}}{s}$

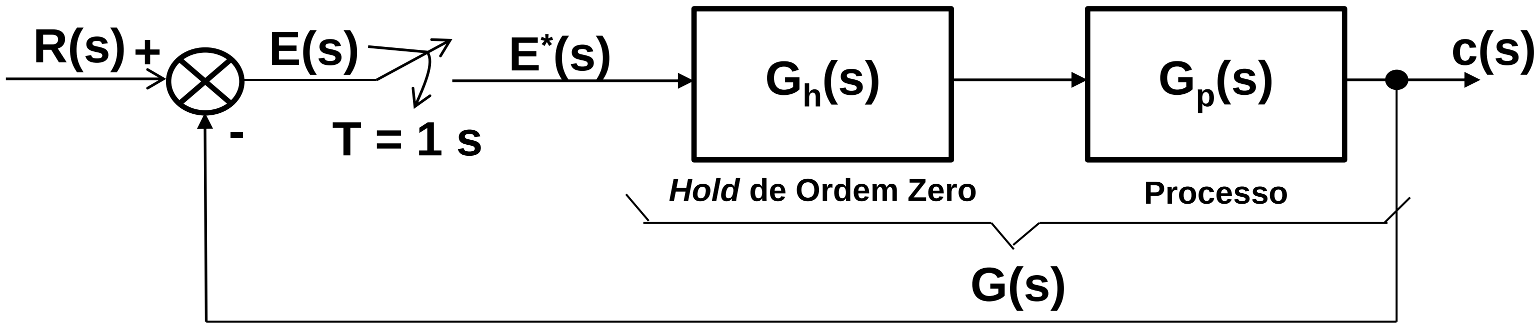


Resposta ao Degrau Unitário discretizada no tempo

```
% Este script gera a resposta para um degrau unitário, y(kT),
% para o sistema com dados amostrados
%
num=[0 0.3678 0.2644]; den=[1 -1 0.6322];
dstep(num,den)
```

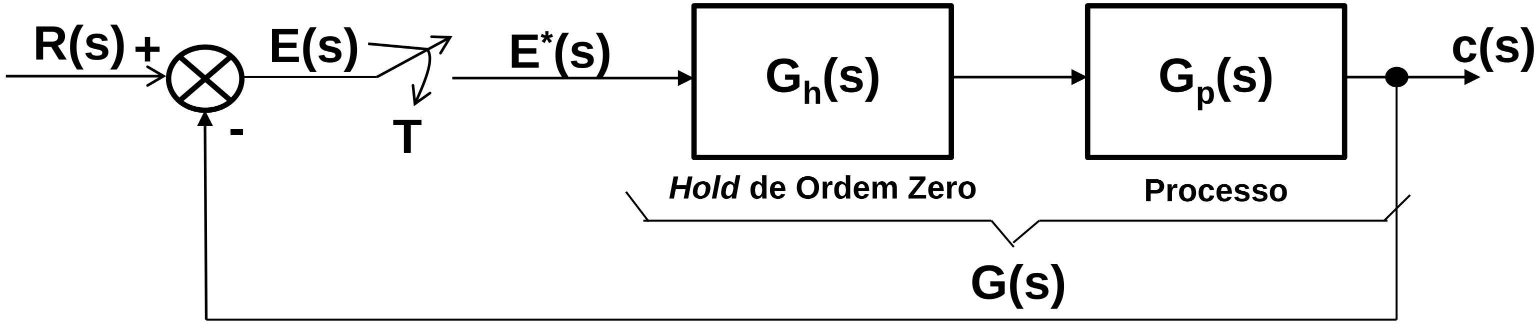


<u>Exercício 1:</u> Obtenha a resposta do sistema dado quando a entrada for um Degrau Unitário.



Dados: $G_h(s) = \dfrac{(1 - e^{-s})}{s}$ e $G_p(s) = \dfrac{1}{(s+1)}$

Exercício 2: Obtenha a **Função de Transferência Pulsada** de para o sistema dado abaixo.



Dados: $G_h(s) = \dfrac{(1-e^{-s})}{s}$ e $G_p(s) = \dfrac{K}{s(s+a)}$

$$\text{Resposta}: \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{K[(aT-1+e^{-aT})z + (1-e^{-aT} - aTe^{-aT})]}{a^2z^2 + [K(aT-1+e^{-aT}) - a^2(1+e^{-aT})]z + (1-e^{-aT} - aTe^{-aT} + a^2e^{-aT})}$$