Universidade Federal de Viçosa

Automação Industrial

Implicação e Equivalência

Prof. Dr. Alexandre S. Brandão

Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Viçosa

Definições

Tautologia:
Proposição lógica cujo resultado é sempre verdade

Contradição:
Proposição lógica cujo resultado é sempre falso

Contingência:
Proposição lógica cujo resultado possui verdade e falsidade

Tautologia

Princípio da Não Contradição

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim (p \wedge \sim p)$
V	F	F	V
F	V	F	V

Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo

$$P: p \vee \sim (p \wedge q)$$

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	P
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

ENGENHARIA ELÉTRICA
Universidade Federal de Viçosa
UFV

Contradição

Princípio da Não Contradição

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim (p \wedge \sim p)$
V	F	F	V
F	V	F	V

$$P: \sim p \wedge (p \wedge \sim q)$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	P
V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	F	F

Implicação Lógica

$P(p, q, r, \ldots) \Rightarrow Q(p, q, r, \ldots)$

P implica logicamente Q, se Q é verdadeira, todas as vezes que P é verdadeira

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V

Ex.:

a) $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$
b) $p \Rightarrow p \vee q$
c) $p \wedge q \Rightarrow p \leftrightarrow q$
d) $p \wedge q \Rightarrow p$

Implicação Lógica

Modus Ponens: $(p \rightarrow q) \wedge p$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	F

Ex.:

a) $(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow p$

b) $(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$

Se a chave está acionada, então o motor está ligado.
É sabido que a chave está acionada.
Isto implica que o motor está ligado.

Implicação Lógica

Modus Tollens: $(p \rightarrow q) \wedge \sim q$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	F

Ex.:

a) $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$

b) $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim q$

Se a chave está acionada, então o motor está ligado.
É sabido que o motor **não** está ligado.
Isto implica que a chave **não** está acionada.

Implicação Lógica

Teorema

A proposição $\mathrm{P}(\mathrm{p}, \mathrm{q}, \mathrm{r}, \dots)$ implica $\mathrm{Q}(\mathrm{p}, \mathrm{q}, \mathrm{r}, \dots)$, se e somente se a condicional $\mathrm{P}(\mathrm{p}, \mathrm{q}, \mathrm{r}, \dots) \rightarrow \mathrm{Q}(\mathrm{p}, \mathrm{q}, \mathrm{r}, \dots)$ é tautológica.

Implicação Lógica

Silogismo Hipotético - Transitividade

$(p \rightarrow q) \land (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \rightarrow r)$

			A	B	C	D	SH
p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$A \land B$	$p \rightarrow r$	$C \rightarrow D$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Equivalência Lógica

$P(p, q, r, \ldots) \Leftrightarrow Q(p, q, r, \ldots)$

P equivale logicamente Q, se suas tabelas-verdade são idênticas

$$p \rightarrow p \wedge q \Leftrightarrow p \rightarrow q$$

p	q	$p \wedge q$	$p \rightarrow p \wedge q$	$p \rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Regra da Absorção

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$$

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p \vee q$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

Equivalência Lógica

Teorema

A proposição $P(p, q, r, \ldots)$ equivale $Q(p, q, r, \ldots)$, se e somente se a bicondicional $P(p, q, r, \ldots) \leftrightarrow Q(p, q, r, \ldots)$ é tautológica.

Propriedades da Condicional

Direta: $p \rightarrow q$
Recíproca: $q \rightarrow p$
Contrária: $\sim p \rightarrow \sim q$
Contrapositiva: $\sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V