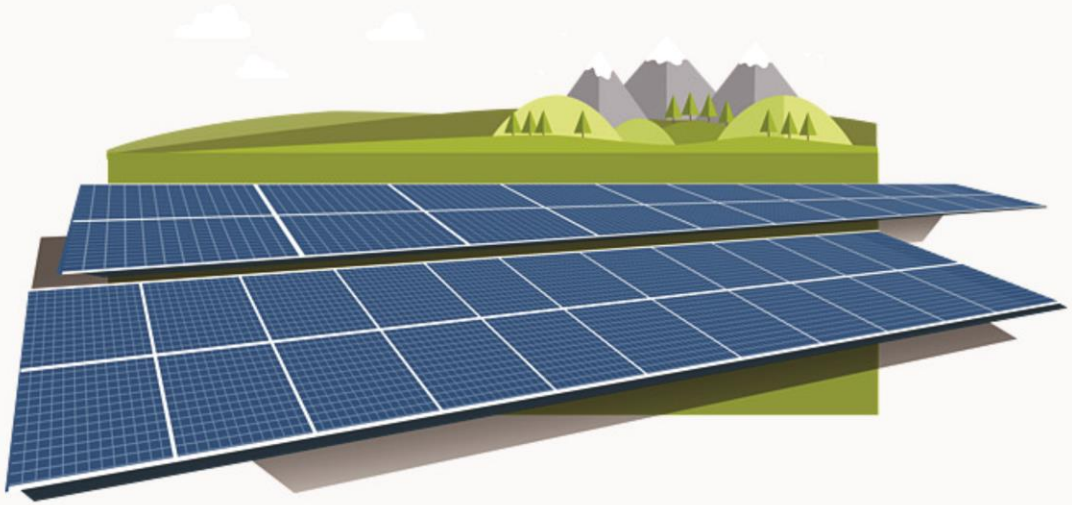
Qualidade de Energia – ELT 448
Aula 8 – Harmônicos em sistema trifásicos

Victor Dardengo

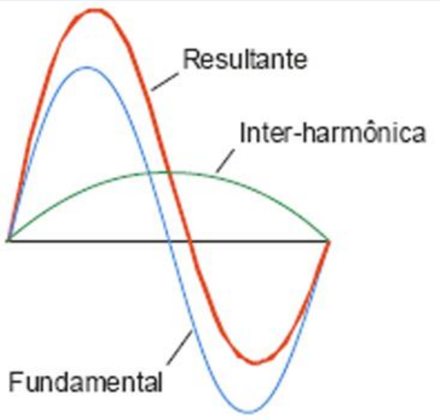


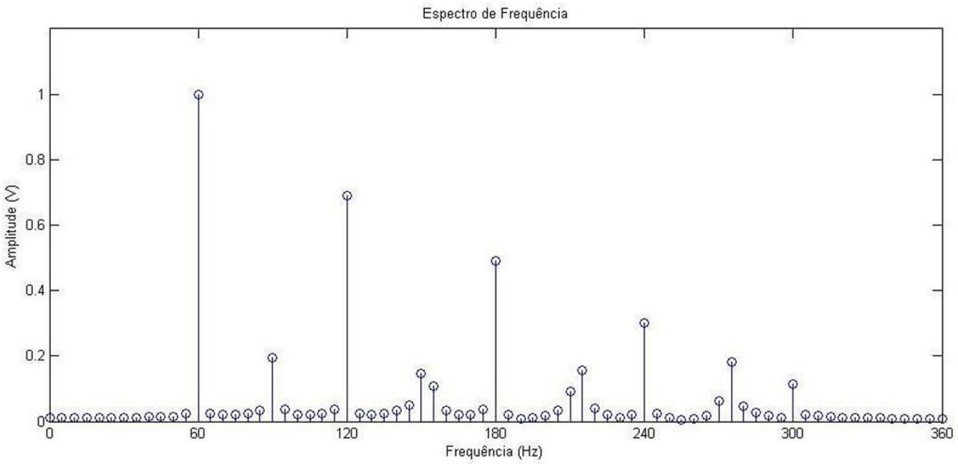
Revisão das aulas passadas

- VTCD;
- VTLD;
- Transitórios;
- Sobretensão;
- Subtensão;
- Causas e efeitos;
- Curva de suportabilidade;
- Fator de desequilíbrio;
- Reportagens.

Inter-harmônica

- São formas de ondas de tensões e correntes que apresentam componentes de frequência que não são múltiplos inteiros da frequência com a qual o sistema é suprido e designado a operar.
- Se fi/f1 = m, com m ≠ 0, 1, 2, 3, ... então fi é inter-harmônico.
- Se 0 < fi/f1 < 1, então fi é sub-harmônico (Exemplo: flutuação de tensão).





Componentes simétricas aplicadas aos Harmônicos

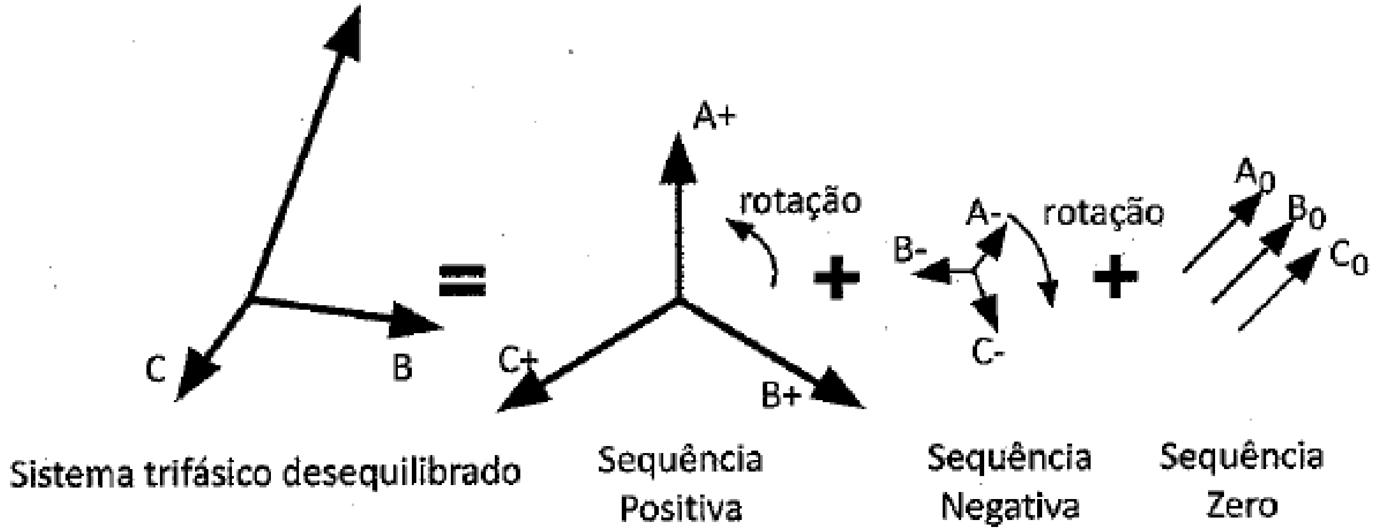
- Qualquer sistema polifásico com N fasores desequilibrados pode ser expresso como uma soma de três conjuntos simétricos de N fasores equilibrados, denominados componentes simétricas.

- **Apenas uma única componente de frequência é representada pelos fasores.**

- A técnica de componentes simétricas pode ser estendida para harmônicos.

Componentes simétricas aplicadas aos Harmônicos

$$A = A^{+} + A^{-} + A^{0}$$
$$B = B^{+} + B^{-} + B^{0}$$
$$C = C^{+} + C^{-} + C^{0}$$



Harmônicos em sistemas trifásicos equilibrados

- Com a presença de cargas não lineares em SEP equilibrados, as componentes harmônicas apresentam sequencia positiva, negativa e zero.

$$
\begin{aligned}
v_a(t) = {} & V_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + V_2\cos(2\omega_1 t + \varphi_2) + V_3\cos(3\omega_1 t + \varphi_3) \\
& + V_4\cos(4\omega_1 t + \varphi_4) + V_5\cos(5\omega_1 t + \varphi_5) + V_6\cos(6\omega_1 t + \varphi_6) \\
& + V_7\cos(7\omega_1 t + \varphi_7) + \cdots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
v_b(t) = {} & V_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1 - 120^\circ) + V_2\cos(2\omega_1 t + \varphi_2 + 120^\circ) + V_3\cos(3\omega_1 t + \varphi_3) \\
& + V_4\cos(4\omega_1 t + \varphi_4 - 120^\circ) + V_5\cos(5\omega_1 t + \varphi_5 + 120^\circ) + V_6\cos(6\omega_1 t + \varphi_6) \\
& + V_7\cos(7\omega_1 t + \varphi_7 - 120^\circ) + \cdots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
v_c(t) = {} & V_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1 + 120^\circ) + V_2\cos(2\omega_1 t + \varphi_2 - 120^\circ) + V_3\cos(3\omega_1 t + \varphi_3) \\
& + V_4\cos(4\omega_1 t + \varphi_4 + 120^\circ) + V_5\cos(5\omega_1 t + \varphi_5 - 120^\circ) + V_6\cos(6\omega_1 t + \varphi_6) \\
& + V_7\cos(7\omega_1 t + \varphi_7 + 120^\circ) + \cdots
\end{aligned}
$$

Harmônicos em sistemas trifásicos equilibrados

- Observa-se que a componente fundamental apresenta sequência ABC (positiva), a componente de 2ª ordem, sequência CBA (negativa); e a componente de 3ª ordem, sequência zero, repetindo-se o ciclo as harmônicas subsequentes.

fundamental	2ª harmônica	3ª harmônica
$V_1\cos(\omega_1 t+\varphi_1)$	$V_2\cos(2\omega_1 t+\varphi_2)$	$V_3\cos(3\omega_1 t+\varphi_3)$
$V_1\cos(\omega_1 t+\varphi_1-120°)$	$V_2\cos(2\omega_1 t+\varphi_2+120°)$	$V_3\cos(3\omega_1 t+\varphi_3)$
$V_1\cos(\omega_1 t+\varphi_1+120°)$	$V_2\cos(2\omega_1 t+\varphi_2-120°)$	$V_3\cos(3\omega_1 t+\varphi_3)$

Harmônicos em sistemas trifásicos equilibrados

- Sequência de fase dos harmônicos em um sistema trifásico equilibrado

h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Seq.	+	-	0	+	-	0	+	-	0	+	-	0	+	-	0
h	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Seq.	+	-	0	+	-	0	+	-	0	+	-	0	+	-	0
h	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Seq.	+	-	0	+	-	0	+	-	0	+	-	0	+	-	0
h	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Seq.	+	-	0	+	-	0	+	-	0	+	-	0	+	-	0

Harmônicos em sistemas trifásicos equilibrados

- Os sinais harmônicos são classificados quanto à sua ordem (h), frequência e sequência:

$$(f = h \cdot f_1) \qquad (s_{+,-,0} = h_{+,-,0} + 3)$$

- As harmônicas da 3ª à 25ª ordem são as mais comuns em sistemas de distribuição.
- Os equipamentos modernos de medição e teste de harmônicos medem, em geral, até a 63ª ordem.

Harmônicos em sistemas trifásicos equilibrados

- Calculando-se a tensão de linha v_{ab}, v_{bc} e v_{ca}, verifica-se que as componentes triplas desaparecem nas tensões de linha.

$$v_{ab}(t) = v_a(t) - v_b(t)$$

$$\begin{aligned} v_a(t) &= V_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + V_2\cos(2\omega_1 t + \varphi_2) + V_3\cos(3\omega_1 t + \varphi_3) \\ &+ V_4\cos(4\omega_1 t + \varphi_4) + V_5\cos(5\omega_1 t + \varphi_5) + V_6\cos(6\omega_1 t + \varphi_6) \\ &+ V_7\cos(7\omega_1 t + \varphi_7) + \cdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_b(t) &= V_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1 - 120^\circ) + V_2\cos(2\omega_1 t + \varphi_2 + 120^\circ) + V_3\cos(3\omega_1 t + \varphi_3) \\ &+ V_4\cos(4\omega_1 t + \varphi_4 - 120^\circ) + V_5\cos(5\omega_1 t + \varphi_5 + 120^\circ) + V_6\cos(6\omega_1 t + \varphi_6) \\ &+ V_7\cos(7\omega_1 t + \varphi_7 - 120^\circ) + \cdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{ab}(t) &= v_a(t) - v_b(t) \\ &= \sqrt{3}\big[V_1\cos(\omega_1 + \varphi_1 + 30^\circ) + V_2\cos(2\omega_1 + \varphi_2 - 30^\circ) + 0 \\ &+ V_4\cos(4\omega_1 + \varphi_4 + 30^\circ) + V_5\cos(5\omega_1 + \varphi_5 - 30^\circ) + 0 \\ &+ V_7\cos(7\omega_1 + \varphi_7 + 30^\circ) + \cdots\big] \end{aligned}$$

Harmônicos em sistemas trifásicos equilibrados

$$v_{bc}(t) = v_b(t) - v_c(t)$$
$$= \sqrt{3}\Big[V_1\cos(\omega_1 + \varphi_1 - 90°) + V_2\cos(2\omega_1 + \varphi_2 + 90°) + 0$$
$$+V_4\cos(4\omega_1 + \varphi_4 - 90°) + V_5\cos(5\omega_1 + \varphi_5 + 90°) + 0$$
$$+V_7\cos(7\omega_1 + \varphi_7 - 90°) + \cdots\Big]$$

$$v_{ca}(t) = v_c(t) - v_a(t)$$
$$= \sqrt{3}\Big[V_1\cos(\omega_1 + \varphi_1 + 150°) + V_2\cos(2\omega_1 + \varphi_2 - 150°) + 0$$
$$+V_4\cos(4\omega_1 + \varphi_4 + 150°) + V_5\cos(5\omega_1 + \varphi_5 - 150°) + 0$$
$$+V_7\cos(7\omega_1 + \varphi_7 + 150°) + \cdots\Big]$$

Harmônicos em sistemas trifásicos equilibrados

- **Examinando as equações das tensões de fase e de linha, verifica-se que:**
- A componente fundamental é simétrica, com mesma magnitude, ângulo de defasagem de 120° entre as fases e sequência de fase positiva ou direta, ABC;
- As harmônicas de 2ª ordem são equilibradas e com sequência de fase negativa ou inversa, CBA;
- As harmônicas de 3ª ordem apresentam a mesma magnitude e o mesmo ângulo de fase, com a mesma direção, tendo, portanto, sequência nula.

Harmônicos em sistemas trifásicos equilibrados

- A fundamental e as harmônicas de ordem 4, 7, ..., com lei de formação (3k+1, k=1, 2, 3, ...) têm sequência positiva;

- As harmônicas h = 2, 5, ... (3k-1, k=1, 2, 3, ...) têm sequência negativa;

- As harmônicas múltiplas de três ou triplas (3k, k =1, 2, 3, ...) têm sequência zero;

- As harmônicas triplas (sequência zero) não estão presentes nas tensões de linha.

Harmônicos em sistemas trifásicos equilibrados

- **Deve ser observado que:**
- Se harmônicos estão presentes, então componentes harmônicas de sequência positiva, negativa e zero podem existir, mesmo que o sistema seja equilibrado.

- A regra tradicional de que sistemas de potência balanceados são apresentam componentes de sequência zero ou componentes de sequência negativa não é valida quando harmônicos estão presentes.

Valor eficaz verdadeiro

- O valor eficaz, ou rms, de uma onda periódica qualquer é definido como:

$$F_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} f^2(t)}$$

- f(t) é o sinal periódico;
- T é o período da onda.

Valor eficaz verdadeiro

- Ondas de tensão e corrente periódicas, não senoidais, podem ser representadas por uma função f(t) em uma série de Fourier com componente cc, fundamental e os componentes harmônicos.
- O valor rms verdadeiro para uma de tensão e corrente, periódicas, não senoidais, é definido como:

$$V_{rms} = \sqrt{V_{cc}^2 + \frac{1}{2}\sum_{h=1}^{\infty} V_h^2} = \sqrt{V_{cc}^2 + \sum_{h=1}^{\infty} V_{rms,h}^2}$$

$$I_{rms} = \sqrt{I_{cc}^2 + \sum_{h=1}^{\infty} I_h^2} = \sqrt{I_{cc}^2 + \sum_{h=1}^{\infty} I_{rms,h}^2}$$

Valor eficaz verdadeiro

- Pode-se observar que:
  - As componentes harmônicas contribuem para o aumento do valor eficaz de tensão e corrente.
  - O aumento do valor eficaz implica aumento das perdas.

- O método mais comum para o cálculo do valor rms e obter amostras digitalizadas da forma de onda e calcular a transformada rápida de Fourier (TRF).

Valor eficaz do sinal amostrado

- Os instrumentos que medem o valor eficaz verdadeiro calculam a raiz quadrada da média aritmética do quadrado de valores instantâneos tomados sobre um intervalo de tempo (janela de integralização) especificado e uma dada taxa de amostragem.

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} v^2(k\Delta t)}$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} i^2(k\Delta t)}$$

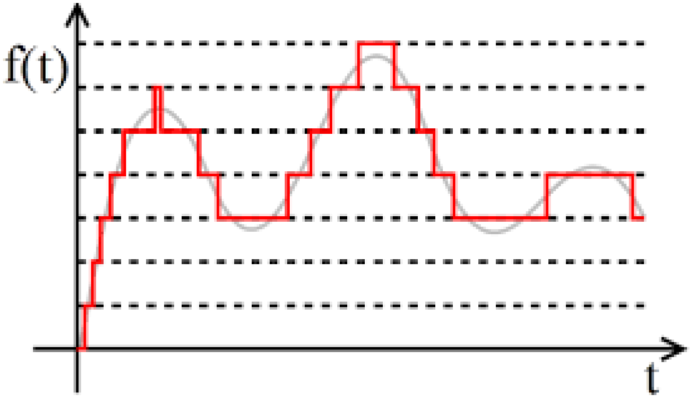
contínuo

$$F_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} f^2(t)}$$

v, i	amostra de tensão e corrente, respectivamente
N	número de amostras na janela de integração
Δt	intervalo de amostragem
$N\Delta t$	largura da janela – período sobre o qual o valor *rms* é calculado

Valor eficaz do sinal amostrado

- O erro do valor eficaz medido será tanto menor quanto menores forem os níveis de discretização (Q) e o intervalo de amostragem. O número de amostras dentro de uma janela de integralização depende da taxa de amostragem.
- Para reduzir a sensibilidade do valor eficaz às variações momentâneas, as janelas de amostras do sinal devem ser aumentadas para conter vários períodos da fundamental.



Valor eficaz do sinal amostrado

- Aplicando os requisitos mínimos de medição de sinal em regime permanente regulamentada pela Aneel, tem-se que para uma taxa de amostragem de 16 a/c e uma janela de integralização de 12 ciclos, totalizando 192 amostras, o valor rms de tensão é calculado para esse conjunto de amostras instantâneas.
- Quando variações rápidas na tensão precisam ser capturadas, a taxa de amostragem é maior (p. ex. 128 a/c ou 256 a/c) e a janela de integralização é menor (1/2 ou 1 ciclo).
    - Mas por que a janela é menor?
- O valor rms verdadeiro de tensão e de corrente distorcidas é calculada a partir da decomposição do sinal em suas componentes de frequências, conhecidas as amplitudes de cada componente.

Métodos de cálculo de valor eficaz

- Os instrumentos usuais de medição de tensão e corrente são projetados e construídos para uma adequada leitura de sinais perfeitamente senoidais, cada vez mais raros de ser encontrados.
- Na presença de harmônicas, as leituras desses instrumentos podem apresentar erros consideráveis.
- Os instrumentos, quando projetados, podem usar diferentes técnicas de medição baseadas em: **valor médio, valor de pico e valor verdadeiro**.

Valor médio

- Os instrumentos portáteis mais usuais são os multímetros e alicates amperímetros projetados, em geral, para medir sinais sem distorção harmônica.
- Os instrumentos de valor médio empregam, para calcular, o valor eficaz do sinal, a relação entre o valor eficaz e o valor médio em meio período de uma senoide.
- Esse tipo de instrumento utiliza o coeficiente 1,11, **somente válido quando o sinal é senoidal**

Valor médio

- Para um sinal senoidal dado por:

$$v(t) = V_p sen\,(\omega_1 t)$$

- o valor médio da senoide retificada é:

$$V_{médio} = \frac{V_p}{T/2}\int_0^{T/2} sen(\omega_1 t)dt = -\frac{V_p}{\pi}\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\Big|_0^{T/2}$$

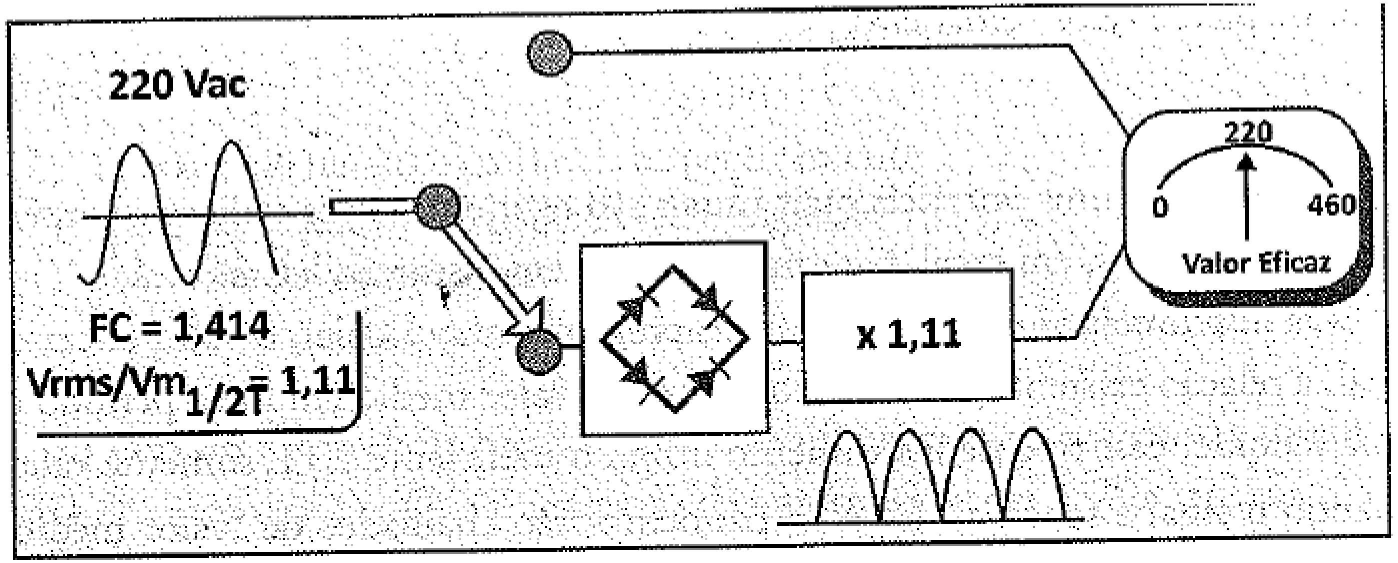
$$= -\frac{V_p}{\pi}\cos(\pi - 1) = 2\frac{V_p}{\pi} = 0,6366 \cdot \sqrt{2}V_{rms}$$

- Assim:

$$\frac{V_{rms}}{V_{médio}} = 1,11$$

Valor médio

- A relação Vrms/Vmédio é denominado **fator de forma** da onda.
- A figura abaixo mostra um circuito típico utilizado pelos equipamentos que medem corretamente valor eficaz para sinais sem distorção harmônica.



Valor de pico

- De modo semelhante aos instrumentos de valor médio, os baseados na relação entre valor de pico e valor eficaz de uma onda senoidal empregam coeficientes 1,414 para o cálculo do valor eficaz.

$$V_{rms}^2 = \frac{V_p^2}{T}\int_0^T sen^2(\omega t)dt = \frac{V_p^2}{2T}\int_0^T [1 - \cos(2\omega t)]dt$$

$$= \frac{V_p^2}{2T}\left[t\Big|_0^T - \frac{T}{4\pi} sen\left(\frac{4\pi}{T}\right) t\Big|_0^T \right] = \frac{V_p^2}{2}$$

- Assim,

$$\frac{V_p}{V_{rms}} = \sqrt{2} = 1,414$$

- A relação Vp/Vrms é denominada **fator de crista.**

Valor eficaz verdadeiro

- Os instrumentos de valor eficaz verdadeiro, denominados também true rms, aplicam-se a sinais senoidais e não senoidais.
- Uma especificação importante no caso desses instrumentos é a sua largura de banda, que se refere à faixa de frequências do sinal em que o medidor é capaz de realizar medidas confiáveis.

Valor eficaz verdadeiro

- A tabela abaixo mostra valores de sinais de diferentes conformidades senoidais medidos por instrumentos de valor eficaz verdadeiro, valor médio e valor de pico.
- Pode-se observar que o instrumento de valor é capaz de medir com exatidão o valor rms do sinal, enquanto para o mesmo sinal os instrumentos de valor médio e valor de pico apresentam valores diferentes

Tabela 4.2 – Sinais com diferentes graus de conformidade senoidal e instrumentos de medição de diferentes técnicas de medição de valor eficaz.

	Tipo de Medidor		
	rms verdadeiro	Valor médio $1{,}11 \cdot V_{médio}$	Método de pico $0{,}707 \cdot V_p$
Onda senoidal	100%	100%	100%
Onda quadrada	100%	110%	82%
Onda triangular	100%	96%	121%
Corrente AVV	100%	86%	127%
Corrente PC	100%	60%	184%
Controlador de luz	100%	84%	113%

Fonte: IEEE Std. 1100 (2005).

Dúvidas?!

Obrigado!

Victor Dardengo

GESEP - Gerência de Especialistas em Sistemas Elétricos de Potência

E-mail: victor.dardengo@ufv.br