UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – CCE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - DEL

Sistemas de Controle II

ELT331

AULA 7 – Projeto de Controlador em Avanço e Atraso de Fase pelo Método do Lugar das Raízes

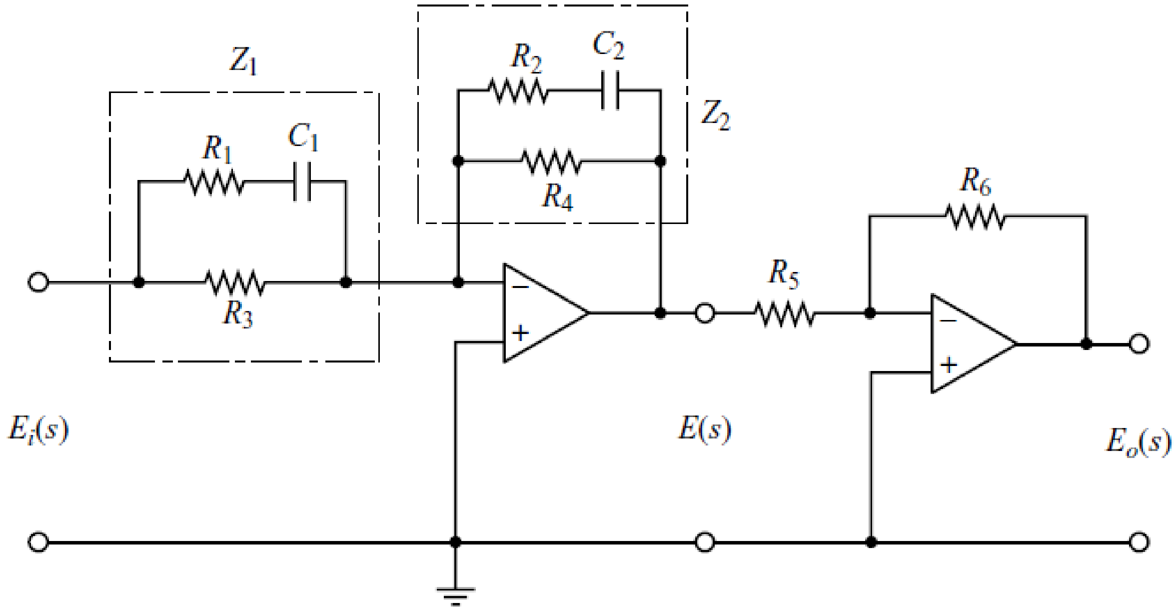
$\chi=\beta$

Prof. Tarcísio Pizziolo

7. Projeto de Controlador em Avanço e Atraso de Fase

A compensação por Avanço e Atraso de fase é utilizada quando se deseja melhorar as características do sistema no estado transitório (Avanço) e também melhorar as características de estado permanente (Atraso).

O circuito utilizado para implementação deste tipo de controlador apresentado a seguir.



$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = K_c \frac{\beta}{\gamma}\left(\frac{T_1 s + 1}{\frac{T_1}{\gamma} s + 1}\right)\left(\frac{T_2 s + 1}{\beta T_2 s + 1}\right) = K_c \frac{\left(s + \frac{1}{T_1}\right)\left(s + \frac{1}{T_2}\right)}{\left(s + \frac{\gamma}{T_1}\right)\left(s + \frac{1}{\beta T_2}\right)}$$

Onde:

$$\gamma = \frac{R_1 + R_3}{R_1} > 1, \qquad \beta = \frac{R_2 + R_4}{R_2} > 1, \qquad K_c = \frac{R_2 R_4 R_6}{R_1 R_3 R_5} \frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_4}$$

$$T_1 = (R_1 + R_3)C_1 \quad \text{e} \quad T_2 = R_2 C_2$$

Caso 2) γ = β

Seja a $\mathbf{G_c(s)}$ dada a seguir:

$$G_c(s) = K_c \frac{\left(s + \frac{1}{T_1}\right)\left(s + \frac{1}{T_2}\right)}{\left(s + \frac{\beta}{T_1}\right)\left(s + \frac{1}{\beta T_2}\right)} \qquad (\beta > 1)$$

Procedimentos:

1 – dadas as especificações de desempenho, determinar os pólos dominantes de malha fechada.

2 – utilizando o $\mathbf{K_v}$ desejado determine o valor do ganho $\mathbf{K_c}$.

$$\mathbf{K_{v_{desejado}}} = \underbrace{\lim}_{s \to 0}\left[sG_c(s)G(s)\right] \Rightarrow \mathbf{K_{v_{desejado}}} = \underbrace{\lim}_{s \to 0}\left[sK_cG(s)\right]$$

3 – para obter os pólos dominantes de malha fechada desejados, calcule o ângulo de contribuição **φ** que a parte em Avanço do controlador deverá contribuir.

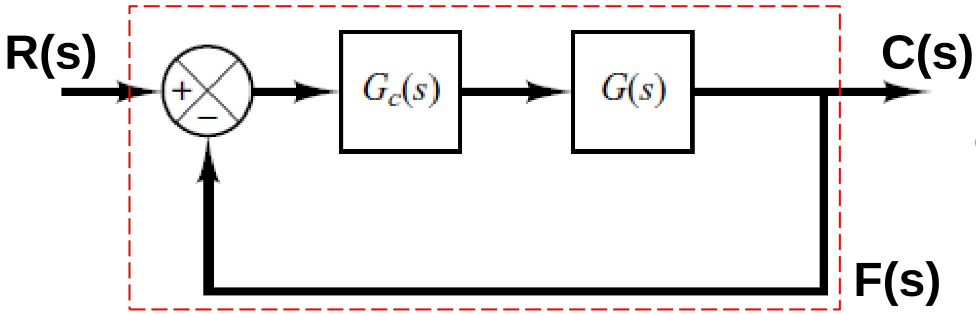
4 – determine os valores de $\mathbf{T_1}$ e **β** para a parte em Avanço pelo Método da Bissetriz.

5 – Considere que o valor de $\mathbf{T_2}$ a ser determinado na parte em Atraso deverá proporcionar que a condição de módulo a seguir seja satisfeita, sendo $\mathbf{s_1}$ o pólo dominante de malha fechada.

$$\left|\frac{s_1 + \frac{1}{T_2}}{s_1 + \frac{1}{\beta T_2}}\right| \doteq 1 \quad \text{e} \quad -5^\circ < \angle \frac{s_1 + \frac{1}{T_2}}{s_1 + \frac{1}{\beta T_2}} < 0^\circ$$

7.2 Exemplo (ɣ = β)

Exemplo 7.2.1 Considere um sistema de controle com realimentação unitária negativa com a função de transferência de canal direto **G(s)** dada por:



$$G(s) = \frac{4}{s(s+0,5)}$$

Deseja-se projetar um controlador para ser utilizado em série com **G(s)** para que este sistema tenha **$\xi = 0,5$**, **$w_n = 5$ rd/s** e **$K_v = 80\ s^{-1}$**.

Considerações iniciais:

$$G_c(s) = K_c \frac{\left(s + \frac{1}{T_1}\right)\left(s + \frac{1}{T_2}\right)}{\left(s + \frac{\beta}{T_1}\right)\left(s + \frac{1}{\beta T_2}\right)} \qquad (\beta > 1)$$

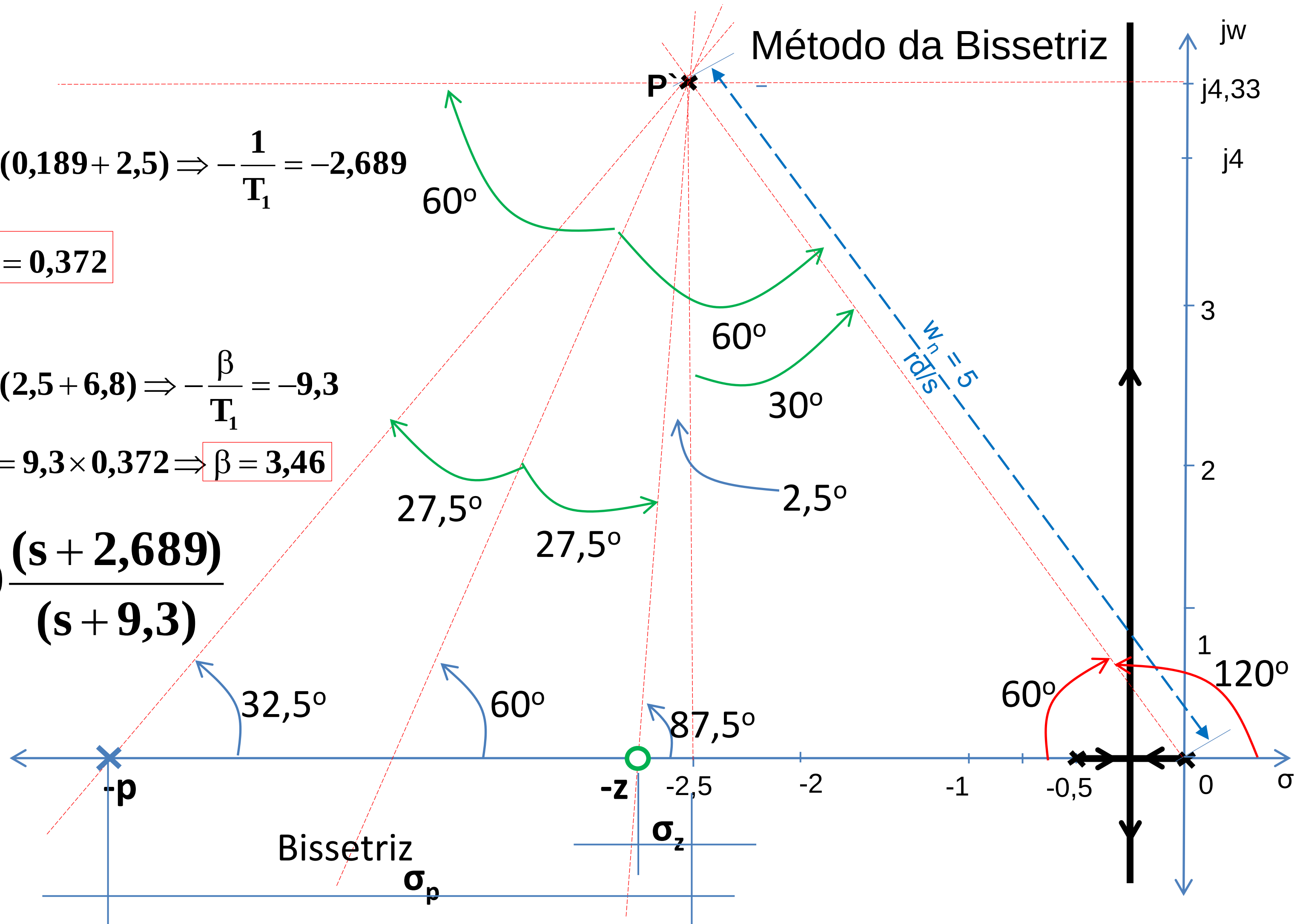
$$F(s) = \frac{\frac{4}{s(s+0,5)}}{1 + \frac{4}{s(s+0,5)}} \Rightarrow F(s) = \frac{4}{(s^2 + 0,5s + 4)} \Rightarrow \text{Pólos}_{M.F.}: \boxed{\begin{cases} s_1 = -0,25 + j1,9843 \\ s_2 = -0,25 - j1,9843 \end{cases}}$$

$$\boxed{\xi = 0,125} \ ; \ \boxed{w_n = 2\ rd/s} \ \text{ e } \ K_{v_{atual}} = \lim_{s \to o} s\left[\frac{4}{s(s+0,5)}\right] \Rightarrow \boxed{K_v = 8\ s^{-1}}$$

Exemplo 7.2.1

Utilizando o $\mathbf{K_v}$ desejado determine o valor do ganho $\mathbf{K_c}$:

$$K_{v_{desejado}} = \underbrace{\lim}_{s\to 0}\left[sG_c(s)G(s)\right] \Rightarrow K_{v_{desejado}} = \underbrace{\lim}_{s\to 0}\left[sK_c\frac{4}{s(s+0,5)}\right] \Rightarrow 80 = K_c 8 \Rightarrow \boxed{K_c = 10}$$



$$\textbf{Zero}: \quad -\frac{1}{T_1} = -(0,189+2,5) \Rightarrow -\frac{1}{T_1} = -2,689$$

$$T_1 = \frac{1}{2,689} \Rightarrow \boxed{T_1 = 0,372}$$

$$\textbf{Pólo}: \quad -\frac{\beta}{T_1} = -(2,5+6,8) \Rightarrow -\frac{\beta}{T_1} = -9,3$$

$$\beta = 9,3\times T_1 \Rightarrow \beta = 9,3\times 0,372 \Rightarrow \boxed{\beta = 3,46}$$

$$G_{c_{Avanço}} = 10\frac{(s+2,689)}{(s+9,3)}$$

Exemplo 7.2.1

Para T_2 **= 10 s** as condições de módulo e de ângulo serão:

$$\left|\frac{(s+0{,}1)}{(s+0{,}03)}\right|_{s=-2{,}5+j4{,}33} = \left|\frac{(s+0{,}1)}{(s+0{,}03)}\right|_{s=-2{,}5+j4{,}33} = 0{,}99 \cong 1\,(OK!)$$

$$-5^{o} < \angle\left|\frac{(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{\beta}{T_2})}\right|_{s=-2{,}5+j4{,}33} < 0^{o} \Rightarrow -5^{o} < \underbrace{\angle\left|\frac{(s+0{,}1)}{(s+0{,}03)}\right|_{s=-2{,}5+j4{,}33}}_{=-0{,}7^{o}} < 0^{o} \Rightarrow (OK!)$$

Assumindo T_2 **= 10 s** o controlador em Avanço e Atraso de fase será:

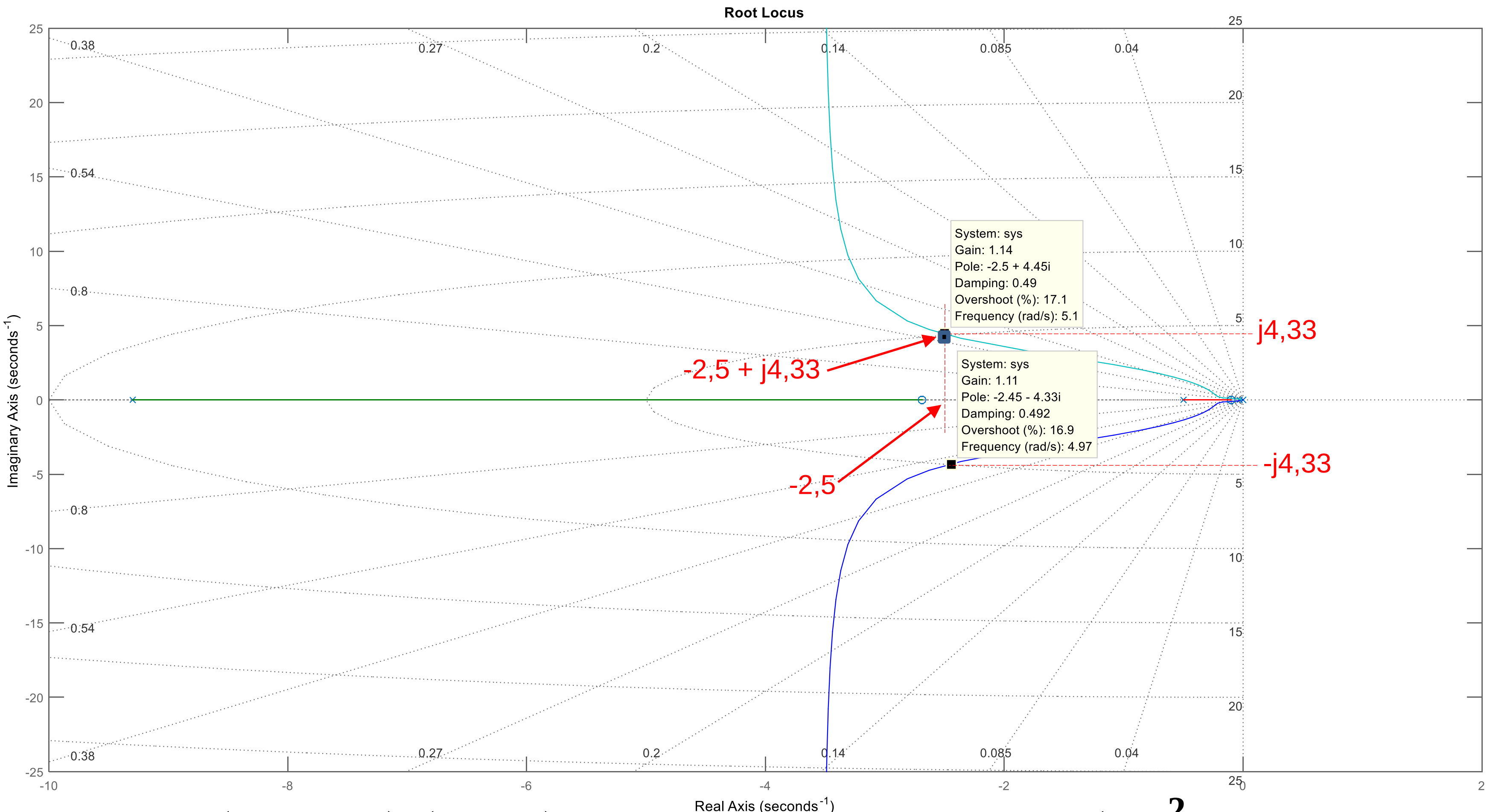
$$G_c(s) = K_c\,\frac{(s+\frac{1}{T_1})}{(s+\frac{\beta}{T_1})}\,\frac{(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{1}{\beta T_2})} \Rightarrow G_c(s) = \underbrace{10}_{K_c}\underbrace{\frac{(s+2{,}689)}{(s+9{,}3)}}_{\text{Avanço}}\underbrace{\frac{(s+0{,}1)}{(s+0{,}03)}}_{\text{Atraso}} \Rightarrow \boxed{G_c(s) = \frac{10s^2+27{,}89s+2{,}689}{s^2+9{,}33s+0{,}279}}$$

O sistema compensado em malha aberta é dado por:

$$G_c(s)G(s) = \frac{(10s^2+27{,}89s+2{,}689)}{(s^2+9{,}33s+0{,}279)}\,\frac{4}{s(s+0{,}5)} \Rightarrow \boxed{G_c(s)G(s) = \frac{(40s^2+111{,}56s+10{,}756)}{(s^4+9{,}83s^3+4{,}94s^2+0{,}1395s)}}$$

Exemplo 7.2.1

Gráfico do Lugar das Raízes de $G_c(s)G(s)$



$$G_c(s)G(s) = \underbrace{\underbrace{10}_{K_c}\underbrace{\frac{(s+2{,}689)}{(s+9{,}3)}}_{\text{Avanço}}\underbrace{\frac{(s+0{,}1)}{(s+0{,}03)}}_{\text{Atraso}}}_{G_c(s)}\underbrace{\frac{4}{s(s+0{,}5)}}_{G(s)} \Rightarrow G_c(s)G(s) = \frac{(40s^2+111{,}56s+10{,}756)}{(s^4+9{,}83s^3+4{,}94s^2+0{,}1395s)}$$

Exemplo 7.2.1

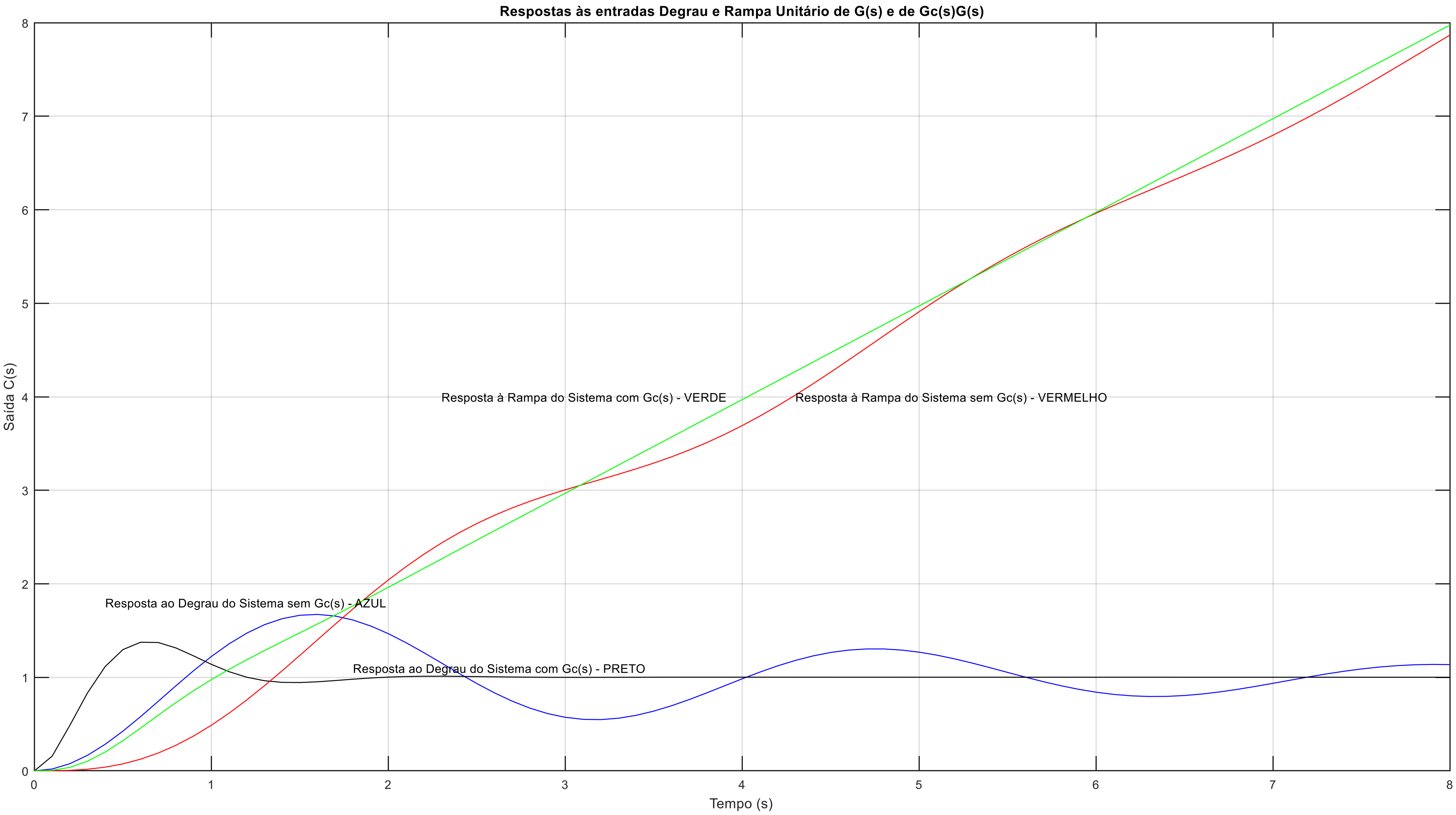
A função de transferência em malha fechada para o sistema compensado será:

$$F(s)_{compensado} = \frac{\dfrac{(40s^2 + 111{,}56s + 10{,}756)}{(s^4 + 9{,}83s^3 + 4{,}94s^2 + 0{,}1395s)}}{1 + \dfrac{(40s^2 + 111{,}56s + 10{,}756)}{(s^4 + 9{,}83s^3 + 4{,}94s^2 + 0{,}1395s)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{F(s)_{compensado} = \frac{(40s^2 + 111{,}56s + 10{,}756)}{(s^4 + 9{,}83s^3 + 40{,}94s^2 + 111{,}7s + 10{,}756)}}$$

O controlador foi inserido na malha de controle do sistema e após a determinação da Função de Tansferência em malha fechada aplicou-se uma entrada Degrau Unitária. A curva de resposta é apresentada a seguir (**próxima página**).

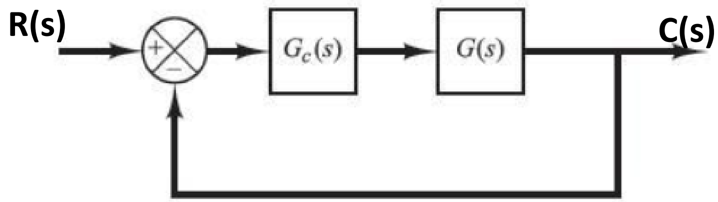
Exemplo 7.2.1



$$F(s) = \frac{4}{s^2 + 0{,}5s + 4} \quad \text{e} \quad F(s)_{compensado} = \frac{(40s^2 + 111{,}56s + 10{,}756)}{(s^4 + 9{,}83s^3 + 40{,}94s^2 + 111{,}7s + 10{,}756)}$$

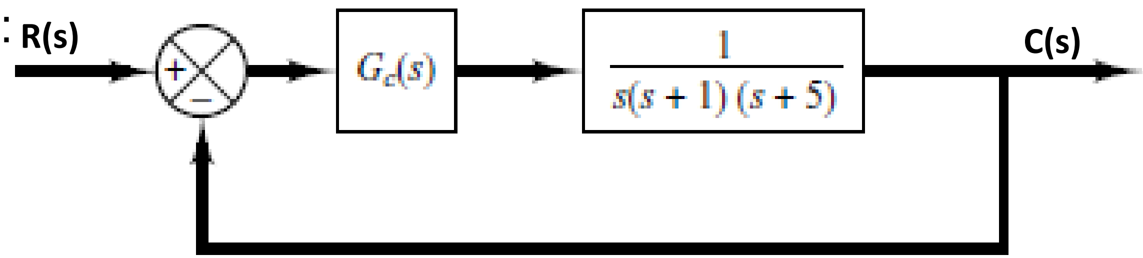
7.3 Exercícios

7.3.1 Considere o sistema abaixo com $\mathbf{G(s)} = \dfrac{\mathbf{10}}{\mathbf{s(s+2)(s+8)}}$.



Projete o controlador $\mathbf{G_c(s)}$ de modo que os pólos dominantes em malha fechada se localizem em $\mathbf{s = -2 \pm j2\sqrt{3}}$ e $\mathbf{K_v = 80\ s^{-1}}$. Compare as soluções para **ɣ ≠ β** e **ɣ = β**.

7.3.2 Considere o sistema ao lado:



Projete o controlador $\mathbf{G_c(s)}$ de modo que $\mathbf{\xi = 0{,}5}$ e $\mathbf{K_v = 50\ s^{-1}}$ para:

a) ɣ ≠ β

b) ɣ = β

c) Compare as soluções