

# Lista de Exercícios IV - Integração Numérica

## MAT 271 - Cálculo Numérico - PER3/2021/UFV

### Professor Amarísio Araújo

**OBS.:** Utilize arredondamento com 6 casas decimais após a virgula.

- 1) Calcule a integral  $\int_1^2 \frac{\cos(x)}{x+2} dx$  pelas regras do *Trapézio*, *1/3 de Simpson* e *3/8 de Simpson*, considerando  $n = 6$  subintervalos.
- 2) Calcule a integral  $\int_0^2 \sqrt{1+x^2} dx$  pela *Regra do Trapézio*, com  $n = 4$  subintervalos.
- 3) Calcule a integral  $\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$  pela *Regra 1/3 de Simpson*, com  $n = 10$  subintervalos.
- 4) Calcule a integral  $\int_1^4 \ln(x^3 + \sqrt{e^x + 1}) dx$  pela *Regra 3/8 de Simpson*, com  $n = 6$  subintervalos.
- 5) Seja a função  $f$  dada pela seguinte tabela:

$x$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$f(x)$	1	1.197	1.374	1.503	1.552	1.468

Usando *regras de Simpson*, calcule  $\int_0^1 f(x) dx$ .

- 6) A partir de uma linha reta ao longo do terreno à beira de um rio, um agrimensor, considerando um ponto tomado como origem (0), determinou, de  $x$  em  $x$  metros, a distância de um ponto dessa linha até as duas margens  $M_1$  e  $M_2$  do rio. A tabela abaixo mostra os dados obtidos pelo agrimensor, onde  $y(M_1)$  e  $y(M_2)$  representam, respectivamente a distância de cada ponto  $x$  da linha reta até as margens  $M_1$  e  $M_2$ .

$x$ (m)	0	10	20	30	50
$y(M_1)$ (m)	50.8	86.2	136	72.8	51
$y(M_2)$ (m)	113.6	144.5	185	171.2	95.3

Usando integração numérica, determine de forma aproximada a área de superfície do rio no intervalo  $[0, 50]$ .

**Sugestão:** Use a *Regra 3/8 de Simpson* no intervalo  $[0, 30]$  e a *Regra do Trapézio* no intervalo  $[30, 50]$ .

- 7) Usando a *Regra 1/3 de Simpson*, com  $h = 0.1$ , calcule integral  $\int_{0.1}^{0.7} (e^{-3x} + 7x) dx$  e determine um *limitante superior* para o erro.

- 8) Considere a seguinte integral:  $\int_{1.6}^{5.6} (\ln(x+8) - 2x) dx$ . Para cada uma das regras (*Regra do Trapézio*, *1/3 de Simpson* e *3/8 de Simpson*), determine um número mínimo de subintervalos que garanta que, ao usar a regra para calcular a integral, o erro absoluto na aproximação seja menor que  $10^{-6}$ .

9) Uma empresa criou uma linha de montagem para fabricar um novo modelo de aparelhos celulares. Os aparelhos são produzidos a uma taxa:

$$\frac{dP}{dt} = 1500\left(2 - \frac{t}{2t+5}\right) \quad (\text{unidades/mês}).$$

Assim, a quantidade de aparelhos produzidos durante um mês  $M$  é dada por:

$$P(M) - P(M-1) = \int_M^{M-1} \left(\frac{dP}{dt}\right) dt.$$

Usando a *Regra 3/8 de Simpson*, com  $n = 6$ , determine o número aproximado de aparelhos do novo modelo produzidos pela empresa no terceiro mês.

10) Calcule a integral dupla  $\int_0^1 \int_0^5 e^{(x+y)} dy dx$  pela *Regra do Trapézio*, com  $n = 5$  subintervalos.

## Respostas

1) Pela *Regra 1/3 de Simpson*:  $\approx 0.026207$ . Pela *Regra 3/8 de Simpson*:  $\approx 0.026206$ .

2)  $\approx 2.976529$ .

3)  $\approx 3.141593$ .

4)  $\approx 8.563331$ .

5) Usando a *Regra 3/8 de Simpson* nos 3 primeiros intervalos e a *Regra 1/3 de Simpson* nos 2 últimos intervalos:  $\approx 1.378133$ . Usando a *Regra 1/3 de Simpson* nos 2 primeiros intervalos e a *Regra 3/8 de Simpson* nos 3 últimos intervalos:  $\approx 1.377992$ .

6)  $\approx 3238.625$ .

7) Valor aproximado da integral: 1.8861298;  $|E| \leq 0.000020$ .

8) *Regra do Trapézio*:  $n = 241$ ; *Regra 1/3 de Simpson*:  $n = 8$ ; *Regra 3/8 de Simpson*:  $n = 12$ .

9) Aproximadamente 2626 aparelhos.

10)  $\approx 218.119698$ .