Exercício 10 - INF 280

Werikson Alves - ES96708

18/02/2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA — DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA

INF 280 – PESQUISA OPERACIONAL I — PHT / 2021

Exercício #10

Considere o mesmo problema e sua solução ótima obtida no Exercício #9 letra b).

Problema de Maximização			Problema de Minimização	
Variáveis	≥ 0	$\leftrightarrow$	$\geq$	Restrições
	≤ 0	$\leftrightarrow$	$\leq$	
	Livre	$\leftrightarrow$	$=$	
Restrições	$\leq$	$\leftrightarrow$	≥ 0	Variáveis
	$\geq$	$\leftrightarrow$	≤ 0	
	$=$	$\leftrightarrow$	Livre	

Parte 1: Para tentar melhorar um pouco a dieta, a nutricionista sugere ao Edmundo a ingestão de amendoim na refeição. Sabendo que cada porção de amendoim contém 20,3g de carboidratos, 27,2g de proteínas, 43,9g de gordura e 10,2 mg de Niacina, determine o custo máximo dessa porção para que seu uso na dieta seja vantajoso.

Para resolver esta questão, transforma a nova coluna do modelo primal em sua correspondente restrição dual, e use os preços duais já conhecidos para resolver o problema. Obs.: Como o problema é de **minimização**, você deve ajustar os sinais dos Preços Duais conforme indicado no quadro acima.

```
x1 e x2 = número de porções de Bife e Batatas, respectivamente, a consumir na refeição.

Minimizar Custo = 4x1 + 2x2
sujeito a:
Carb) 5x1 + 15x2 >= 50
Prot) 20x1 + 5x2 >= 40
Gord) 15x1 + 2x2 <= 60
Niac) 4.28x1 + x2 >= 20
```

Base	x1	x2	s1	s2	s3	s4	RHS
g	0	0	0	0	0,708	3,416	-25,839
x2	0	1	0	0	-0,665	-2,329	6,708
x1	1	0	0	0	0,155	0,311	3,106
s1	0	0	1	0	-9,193	-33,385	66,149
s2	0	0	0	1	-0,217	-5,435	55,652

Solução:

Acrescentando a nova variável ao problema, temos:

$$\begin{array}{lcccccccc}
Minimizar: & Custo & = & 4x1 & + & 2x2 & + & c3x3 & \\
sujeito\ a: & & & & & & & & \\
Carb) & 5x1 & + & 15x2 & + & 20.3x3 & >= & 50 & \\
Prot) & 20x1 & + & 5x2 & + & 27.2x3 & >= & 40 & \\
Gord) & 15x1 & + & 2x2 & + & 43.9x3 & <= & 60 & \\
Niac) & 4.28x1 & + & 1x2 & + & 10.2x3 & >= & 20 &
\end{array}$$

	Tableau 8: Solução ótima								
	Base	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	b
L1	−z	0,000	0,000	?	0,000	0,000	0,708	3,416	-25,839
L2	x2	0,000	1,000	?	0,000	0,000	-0,665	-2,329	6,708
L3	x1	1,000	0,000	?	0,000	0,000	0,155	0,311	3,106
L4	s1	0,000	0,000	?	0,000	0,000	-9,193	-33,385	66,149
L5	s2	0,000	0,000	?	1,000	1,000	-0,217	-5,435	55,652

Figura 1: Solução ótima do exercício 9 com a adição da nova variável.

Para saber se o uso de amendoim na dieta será vantajoso, usamos a nova restrição do modelo dual correspondente:

$$20.3y1 + 27.2y2 + 43.9y3 + 10.2y4 \leq c3$$

Pela solução original, obtida anteriormente, obtemos os preços duais: $Y = (y1, y2, y3, y4) = (0, 0, -0.708, 3.416)$, e ao substituir os valores, temos que:

$$20.3 \times 0 + 27.2 \times 0 + 43.9 \times -0.708 + 10.2 \times 3.416 = 3.762$$

Portanto, isto significa que o custo máximo do amendoim, de forma que seja vantajoso, é de R$ 3.76.

Parte 2:

	x_B	x_N	
f	0	$-c_j + c_B B^{-1} a_j$	$c_B B^{-1} b$
x_B	I	$B^{-1} N$	$B^{-1} b$

Suponha que o custo da porção de amendoim está sendo vendida no supermercado Amantino por R$ 1,99. Use as equações do Simplex p/ problemas de Maximização ao lado para determinar toda a coluna da variável x3 (amendoim) no quadro ótimo atual. Ou seja, use a equação a seguir para calcular o custo reduzido para x3:

$c.r. = 1.99 + c_B B^{-1} a_3$

onde: $c_B = [-2 \quad -4 \quad 0 \quad 0]$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.665 & -2.329 \\ 0 & 0 & 0.155 & 0.311 \\ 1 & 0 & -9.193 & -33.385 \\ 0 & 1 & -0.217 & -5.435 \end{bmatrix}$$

$$a_3 = \begin{bmatrix} -20.3 \\ -27.2 \\ 43.9 \\ -10.2 \end{bmatrix}$$

Obs.: o valor de $c_B B^{-1} a_3$ é justamente o valor limite de c3 que você deve ter calculado na primeira parte do exercício, mas com sinal trocado. Ou seja, *c.r.* = 1.99 - (valor máximo de c3 calculado anteriormente).

A coluna abaixo do custo reduzido pode ser calculada usando a equação: $B^{-1} a_3$

Base	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	RHS
g	0	0	*c.r.*	0	0	0,708	3,416	-25,839
x2	0	1	$B^{-1} a_3$	0	0	-0,665	-2,329	6,708
x1	1	0		0	0	0,155	0,311	3,106
s1	0	0		1	0	-9,193	-33,385	66,149
s2	0	0		0	1	-0,217	-5,435	55,652

B^{-1}

Depois de montar esse quadro, continue o Simplex até obter a nova solução ótima.

Solução

$$C_B B^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -0.665 & -2.329 \\ 0 & 0 & 0.155 & 0.311 \\ 1 & 0 & -9.193 & -33.385 \\ 0 & 1 & -0.217 & -5.435 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.71 & 3.414 \end{pmatrix}$$

$$C_B B^{-1} a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.71 & 3.414 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -20.3 \\ -27.2 \\ 43.9 \\ -10.2 \end{pmatrix} = -3.6538$$

Tendo determinado $C_B B^{-1} a_3$, temos que $c.r. = 1.99 + C_B B^{-1} a_3 = 1.99 - 3.654 = -1.664$. Agora, para o resto da coluna multiplicamos $B^{-1}a_3$:

$$B^{-1}a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -0.665 & -2.329 \\ 0 & 0 & 0.155 & 0.311 \\ 1 & 0 & -9.193 & -33.385 \\ 0 & 1 & -0.217 & -5.435 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -20.3 \\ -27.2 \\ 43.9 \\ -10.2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5.438 \\ 3.632 \\ -83.346 \\ 18.711 \end{pmatrix}$$

Tableau 9								
Base	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	b
−z	0,000	0,000	-3,654	0,000	0,000	0,708	3,416	-25,839
x2	0,000	1,000	-5,434	0,000	0,000	-0,665	-2,329	6,708
x1	1,000	0,000	3,633	0,000	0,000	0,155	0,311	3,106
s1	0,000	0,000	-83,946	1,000	0,000	-9,193	-33,385	66,149
s2	0,000	0,000	18,711	0,000	1,000	-0,217	-5,435	55,652

Variavel que saí: x1				
Divisão:	-1,234	0,855	-0,788	2,974
Variavel que entra: x3				

L'1 = L1+3,654*L3
L'2 = L2+5,434*L3
L'3 = L3
'4 = L4+83,946*L3
'5 = L5-18,711*L4

Tableau 10: Solução ótima								
Base	x1	x2	x3	s1	s2	s3	s4	b
−z	1,006	0,000	0,000	0,000	0,000	0,864	3,729	-22,715
x2	1,496	1,000	0,000	0,000	0,000	-0,432	-1,865	11,353
x3	0,275	0,000	1,000	0,000	0,000	0,043	0,085	0,855
s1	23,107	0,000	0,000	1,000	0,000	-5,605	-26,209	137,908
s2	-5,150	0,000	0,000	0,000	1,000	-1,017	-7,034	39,657