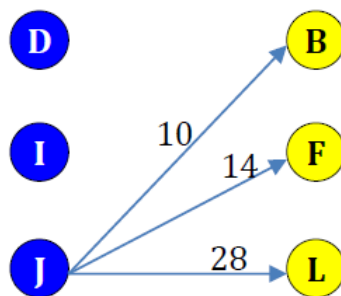


Exercício 13 - INF 280
Werikson Alves - ES96708
20/03/2022

Questão 1 (Problema de Transporte)

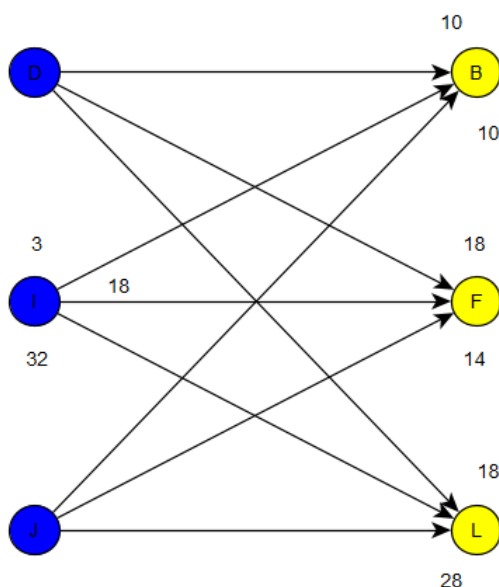
Transforme o problema do Exercício 11 em um Problema de Transporte. Para isso, ignore as limitações de fluxo dos trechos (D,K), (K,L) e (I,B). Depois disso, ligue diretamente os nós de oferta aos de demanda usando como custos seus caminhos mais curtos. No exercício 12 você já determinou o caminho mais curto do nó J até os demais:



Você deve determinar também os menores custos para os caminhos de D para (B, F, L) e de I para (B, F, L). Depois disso:

- Determine uma solução básica viável inicial usando o método do Menor Custo;
- Modele e resolva o problema. Compare a solução ótima com a obtida no item anterior;
- Desenhe o grafo mostrando a solução ótima.

Solução - a)



c_{ij}	B	F	L
D	10	18	18
I	3	18	14
J	10	14	28

$$f = 3 \cdot 1200 + 14 \cdot 1000 + 18 \cdot 1400 + 28 \cdot 100 = 45600$$

Ofertas	Demandas			d_j :		
	B	F	L			
D	0	0	1400	1400	0	
I	1200	0	0	1500	300	
J	0	1000	100	1100	100	0
s_i :	1200	1000	1500			
	0	0	100			
			0			

Figura 1: Menores custos para cada trajeto.

Solução - b)

Custo total

$$\text{Min} = 10 \cdot x_{DB} + 18 \cdot x_{DF} + 18 \cdot x_{DL} + 3 \cdot x_{IB} + 18 \cdot x_{IF} + 32 \cdot x_{IL} + 10 \cdot x_{JB} + 14 \cdot x_{JF} + 28 \cdot x_{JL}$$

Restrições

• Nós de oferta

$$\begin{aligned} SD) \quad & x_{DB} + x_{DF} + x_{DL} \leq 1400 \\ SI) \quad & x_{IB} + x_{IF} + x_{IL} \leq 1500 \\ SJ) \quad & x_{JB} + x_{JF} + x_{JL} \leq 1100 \end{aligned}$$

• Nós de Demanda

$$\begin{aligned} DB) \quad & x_{DB} + x_{IB} + x_{JB} = 1200 \\ DF) \quad & x_{DF} + x_{IF} + x_{JF} = 1000 \\ DL) \quad & x_{DL} + x_{IL} + x_{JL} = 1500 \end{aligned}$$

Solução

Variable	Value	Reduced Cost	Row	Slack or Surplus	Dual Price
XDB	0.000000	17.00000	1	45600.00	-1.000000
XDF	0.000000	14.00000	SD	0.000000	10.00000
XDL	1400.000	0.000000	SI	300.0000	0.000000
XIB	1200.000	0.000000	SJ	0.000000	0.000000
XIF	0.000000	4.000000	DB	0.000000	-3.000000
XIL	0.000000	4.000000	DF	0.000000	-14.00000
XJB	0.000000	7.000000	DL	0.000000	-28.00000
XJF	1000.000	0.000000			
XJL	100.0000	0.000000			

Figura 3: Solução ótima encontrado pelo lingo - b)

Figura 2: Solução ótima encontrado pelo lingo - a)

Comparando ambas soluções vemos que elas são iguais, logo a solução encontrada pelo método de menor custo era a solução ótima.

Solução - c)

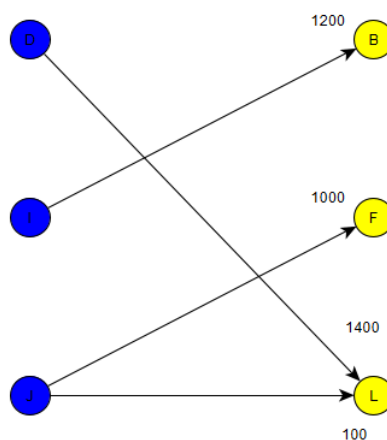


Figura 4: Grafo da solução ótima.

Questão 2 (Problema de Transporte)

[Baseado em Taha, pág. 90]

A JoShop quer designar cinco categorias de máquinas para execução de seis tipos de tarefas. O número de máquinas disponíveis nas cinco categorias são 30, 25, 40, 30 e 20. As quantidades de serviço nas seis tarefas são 30, 20, 20, 25, 10 e 15. A máquina de Categoria 2 não pode ser designada à tarefa do tipo 1, e a máquina de Categoria 5 não pode ser designada à tarefa do tipo 4. A Tabela abaixo dá o custo unitário (em R\$) da designação de uma categoria de máquina para execução de um tipo de tarefa. O objetivo do problema é determinar o número ótimo de máquinas em cada categoria a ser designado a cada tipo de tarefa.

		Tipo de tarefa					
		1	2	3	4	5	6
Categoria da Máquina	1	5	16	13	14	13	10
	2	-	8	13	9	8	14
	3	10	18	17	5	16	11
	4	14	7	13	10	13	16
	5	7	10	17	-	11	12

a) Modele e resolva o problema.

b) Desenhe o grafo mostrando a solução ótima.

Solução - a)

Ofertas	Demandas						d_j :
	1	2	3	4	5	6	
1	30						30
2			15		10		25
3				25		15	40
4		20	5				30
5							20
s_i :	30	20	20	25	10	15	
	0	0	5	0	0	0	
			0				

$$f = 30 \cdot 5 + 13 \cdot 15 + 10 \cdot 8 + 25 \cdot 5 + 15 \cdot 11 + 20 \cdot 7 + 5 \cdot 13 = 920$$

Custo total

$$\text{Min} = 5 \cdot x_{11} + 16 \cdot x_{12} + 13 \cdot x_{13} + 14 \cdot x_{14} + 13 \cdot x_{15} + 10 \cdot x_{16} + 8 \cdot x_{22} + 13 \cdot x_{23} + 9 \cdot x_{24} + 8 \cdot x_{25} + 14 \cdot x_{26} + 10 \cdot x_{31} + 18 \cdot x_{32} + 17 \cdot x_{33} + 5 \cdot x_{34} + 16 \cdot x_{35} + 11 \cdot x_{36} + 14 \cdot x_{41} + 7 \cdot x_{42} + 13 \cdot x_{43} + 10 \cdot x_{44} + 13 \cdot x_{45} + 16 \cdot x_{46} + 7 \cdot x_{51} + 10 \cdot x_{52} + 17 \cdot x_{53} + 11 \cdot x_{55} + 12 \cdot x_{56}$$

Restrições

• Nós de oferta

• Nós de Demanda

$$\begin{array}{ll}
 S1) & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} \leq 30 \\
 S2) & x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} \leq 25 \\
 S3) & x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} \leq 40 \\
 S4) & x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} \leq 30 \\
 S5) & x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{55} + x_{56} \leq 20 \\
 D1) & x_{11} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 30 \\
 D2) & x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 20 \\
 D3) & x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} = 20 \\
 D4) & x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 25 \\
 D5) & x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} = 10 \\
 D6) & x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} + x_{56} = 15
 \end{array}$$

Solução

Variable	Value	Reduced Cost	Row	Slack or Surplus	Dual Price
X11	30.00000	0.000000	1	920.0000	-1.000000
X12	0.000000	10.00000	S1	0.000000	1.000000
X13	0.000000	1.000000	S2	0.000000	0.000000
X14	0.000000	10.00000	S3	0.000000	0.000000
X15	0.000000	6.000000	S4	5.000000	0.000000
X16	0.000000	0.000000	S5	20.00000	0.000000
X22	0.000000	1.000000	D1	0.000000	-6.000000
X23	15.00000	0.000000	D2	0.000000	-7.000000
X24	0.000000	4.000000	D3	0.000000	-13.00000
X25	10.00000	0.000000	D4	0.000000	-5.000000
X26	0.000000	3.000000	D5	0.000000	-8.000000
X31	0.000000	4.000000	D6	0.000000	-11.00000
X32	0.000000	11.00000			
X33	0.000000	4.000000			
X34	25.00000	0.000000			
X35	0.000000	8.000000			
X36	15.00000	0.000000			
X41	0.000000	8.000000			
X42	20.00000	0.000000			
X43	5.000000	0.000000			
X44	0.000000	5.000000			
X45	0.000000	5.000000			
X46	0.000000	5.000000			
X51	0.000000	1.000000			
X52	0.000000	3.000000			
X53	0.000000	4.000000			
X55	0.000000	3.000000			
X56	0.000000	1.000000			

Figura 6: Solução ótima encontrado pelo lingo - b).

Tabela 1: Solução resumida

x11	30
x23	15
x25	10
x34	25
x36	15
x42	20
x43	5

Figura 5: Solução ótima encontrado pelo lingo - a).

Comparando ambas soluções vemos que elas são iguais, logo a solução encontrada pelo método de menor custo era a solução ótima.

Solução - b)

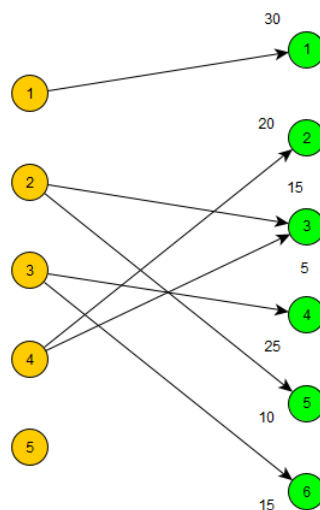


Figura 7: Grafo da solução ótima.

Questão 3 (Problema de Designação)

(Adaptado de Taha, p. 98)

Os quatro filhos de Joe Kline – John, Karen, Terri e Mike – querem ganhar algum dinheiro para gastar durante uma excursão da escola até o zoológico local. O Sr. Klyne escolheu cinco tarefas para seus filhos: (1) cortar a grama; (2) pintar a porta da garagem; (3) lavar os carros da família; (4) dar banho nos cachorros; e (5) lavar os banheiros. Para evitar a concorrência prevista entre os irmãos, ele pediu que seus filhos apresentassem propostas (fechadas) do que eles consideravam que fosse um pagamento justo para cada uma das três tarefas. Ficou combinado que os quatro concordariam com a decisão do pai sobre quem executaria qual tarefa. Cada filho ficaria responsável por uma única tarefa. A Tabela a seguir resume as propostas recebidas. Com base nessas informações, como o Sr. Klyne deve designar as tarefas, de modo que ele gaste o mínimo possível? Calcule o valor total gasto, as designações feitas, e indique qual tarefa “sobrar” para o próprio Sr. Klyne fazer.

	Jhon	Karen	Terri	Mike
Cortar a grama	6	4	6	5
Pintar a porta da garagem	3	8	2	6
Lavar os carros da família	3	8	3	2
Dar banhos nos cachorros	1	1	1	1
Lavar os banheiros	3	5	5	8

Solução

Tabela 2: Tabela Equilibrada.

6	4	6	5	0
3	8	2	6	0
3	8	3	2	0
1	1	1	1	0
3	5	5	8	0

Tabela 6: 2 linhas cruzando zeros (inviável) e menor valor descoberto.

5	3	5	4	0
2	7	1	5	0
2	7	2	1	0
0	0	0	0	0
2	4	4	7	0

Tabela 3: Menor valor para cada linha.

6	4	6	5	0
3	8	2	6	0
3	8	3	2	0
1	1	1	1	0
3	5	5	8	0

Tabela 7: 4 linhas cruzando zeros (inviável) e menor valor descoberto.

4	2	4	3	0
1	6	0	4	0
1	6	1	0	0
0	0	0	0	1
1	3	3	6	0

Tabela 4: Menor valor para cada coluna.

6	4	6	5	0
3	8	2	6	0
3	8	3	2	0
1	1	1	1	0
3	5	5	8	0

Tabela 5: Matriz de custo reduzida.

5	3	5	4	0
2	7	1	5	0
2	7	2	1	0
0	0	0	0	0
2	4	4	7	0

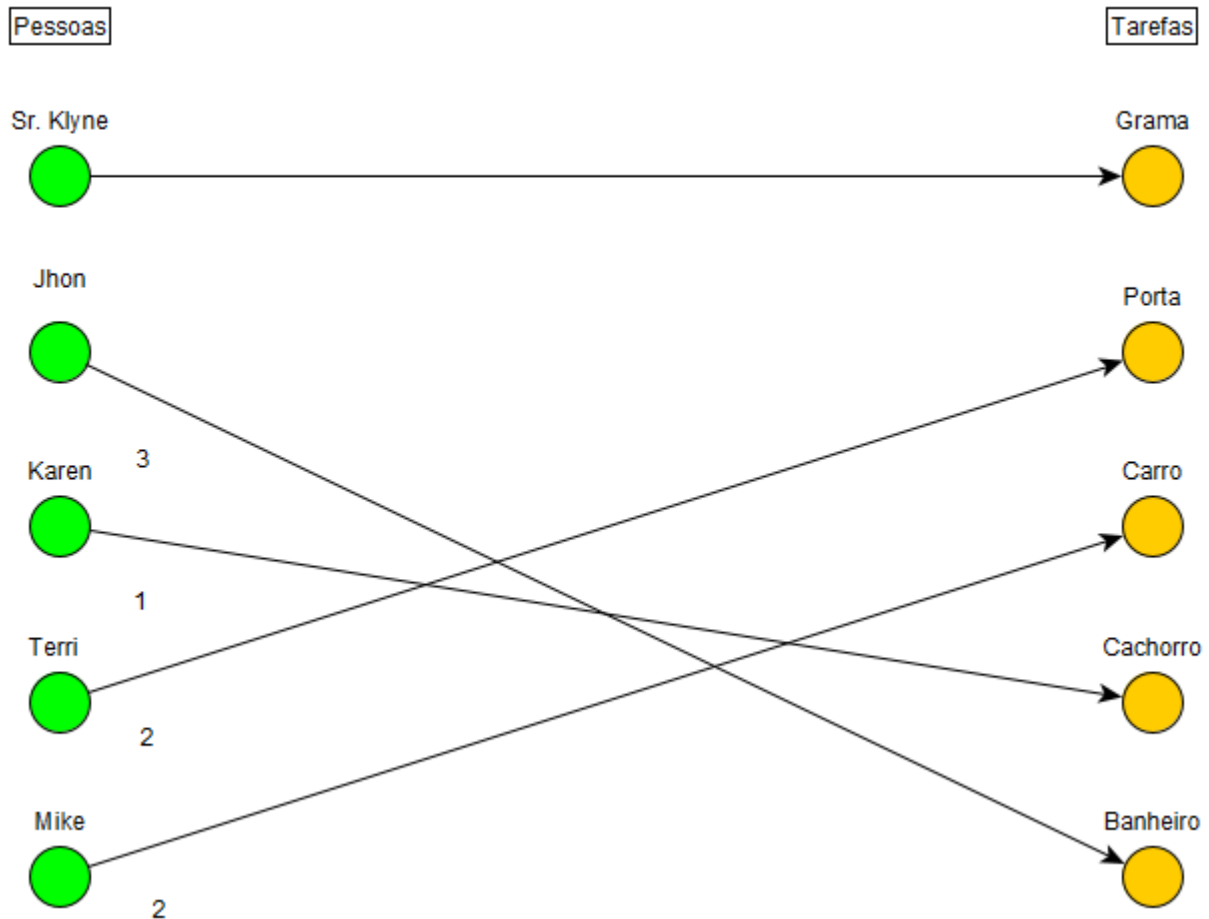
Tabela 8: 5 linhas cruzando zeros (Viável e ótima).

3	1	3	2	0
1	6	0	4	1
1	6	1	0	1
0	0	0	0	2
0	2	2	5	0

Tabela 9: Solução ótima.

3	1	3	2	0
1	6	0	4	1
1	6	1	0	1
0	0	0	0	2
0	2	2	5	0

	Jhon	Karen	Terri	Mike
Cortar a grama	6	4	6	5
Pintar a porta da garagem	3	8	2	6
Lavar os carros da família	3	8	3	2
Dar banhos nos cachorros	1	1	1	1
Lavar os banheiros	3	5	5	8



Portanto, pela solução temos que Jhon irá Lavar os banheiros, Karen irá Dar banhos nos cachorros, Terri irá Pintar a porta da garagem e Mike irá lavar os carros da família, e dessa forma o Sr. Klyne terá que Cortar a grama. Com essa designação o Sr. Klyne terá que gastar um total de: $f = 3 + 1 + 2 + 2 = 8$, ou seja, R\$ 8,00.