Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas
Departamento de Engenharia Elétrica

Robótica Industrial

Cinemática da Velocidade e o Jacobiano

Prof. Dr. Alexandre S. Brandão
alexandre.brandao@ufv.br

Jacobiano de um Manipulador Robótico

- Seja um manipulador de n articulações, onde a relação entre o efetuador e o referencial da base é dada por $T_n^0(q) = \begin{bmatrix} R_n^0(q) & o_n^0(q) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$, tem como objetivo obter a relação entre as velocidades lineares e angulares do efetuador e velocidades articulares
- Tomando a primeira derivada temporal de $T_n^0(q)$, tem-se $S\left(\omega_{0,n}^0\right) = \dot{R}_n^0 {R_n^0}^T$, onde $\omega_{0,n}^0$ define o vetor de velocidade angular e $v_n^0 = \dot{o}_n^0$ define o vetor de velocidade linear

Translação	Rotação
$v_n^0 = J_v\,\dot{q}$	$\omega_n^0 = J_\omega\,\dot{q}$

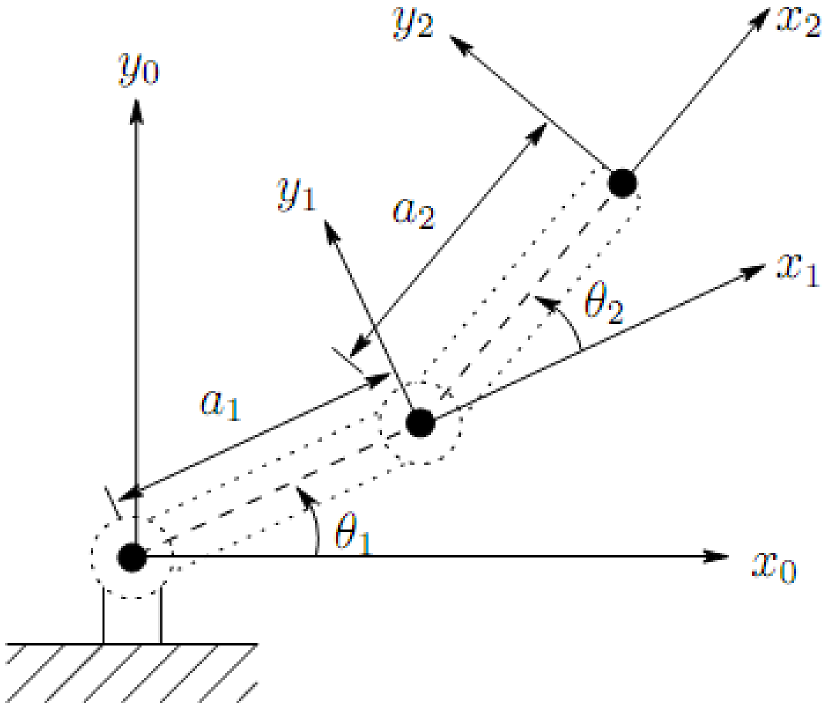
- Por fim, a relação de velocidades será $\xi = J\,\dot{q} \Rightarrow \begin{bmatrix} v_n^0 \\ \omega_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_v \\ J_\omega \end{bmatrix} \dot{q}$

Jacobiano de um Manipulador Robótico

- Tomando $\xi = J\,\dot{q} \Rightarrow \begin{bmatrix} v_n^0 \\ \omega_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_v \\ J_\omega \end{bmatrix}\ \dot{q}$, para

Junta rotacional
$J_{v_i} = z_{i-1} \times (o_n - o_{i-1})$ $J_{\omega_i} = z_{i-1}$

Junta prismática
$J_{v_i} = z_{i-1}$ $J_{\omega_i} = \mathbf{0}$

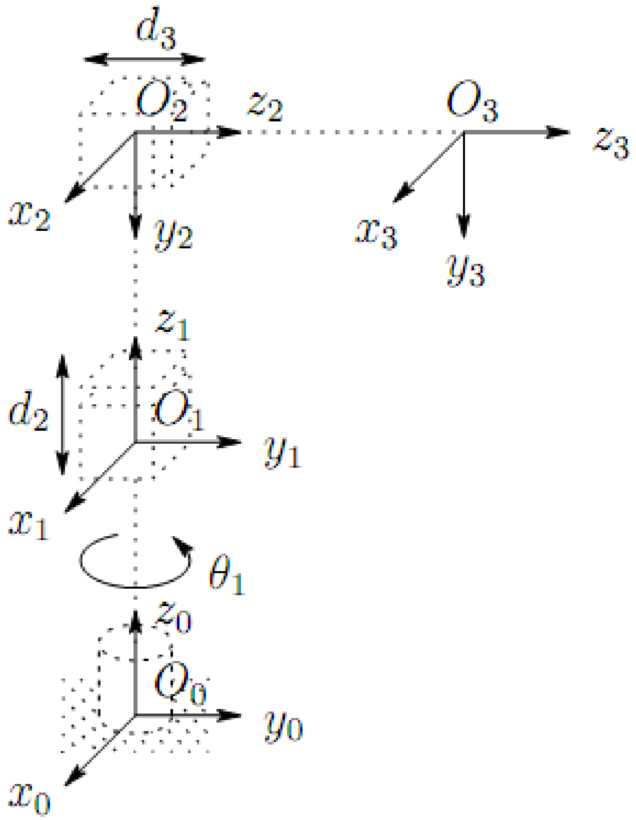


Jacobiano de um Manipulador Robótico

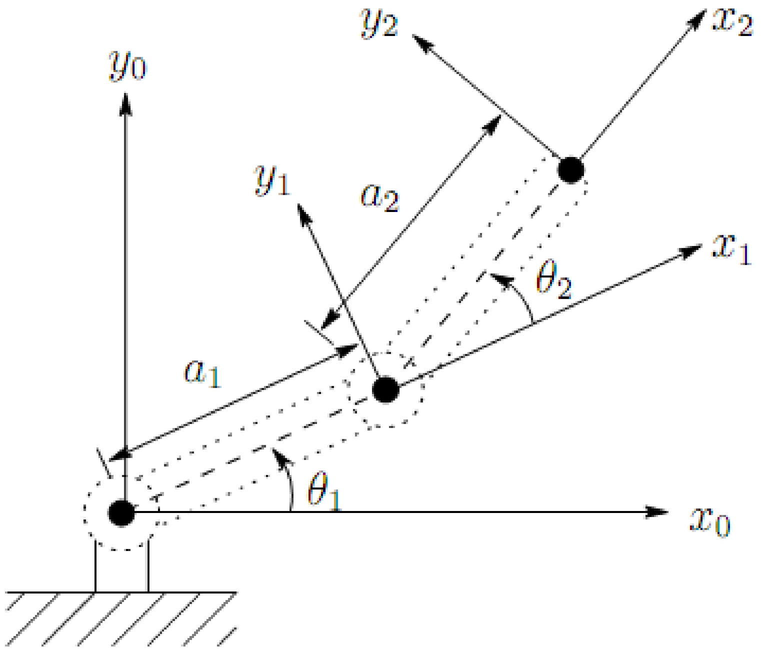
- Tomando $\xi = J\,\dot{q} \Rightarrow \begin{bmatrix} v_n^0 \\ \omega_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_v \\ J_\omega \end{bmatrix}\ \dot{q}$, para

Junta rotacional
$J_{v_i} = z_{i-1} \times (o_n - o_{i-1})$ $J_{\omega_i} = z_{i-1}$

Junta prismática
$J_{v_i} = z_{i-1}$ $J_{\omega_i} = \mathbf{0}$



Manipulador Planar



Referenciais articulares

$$o_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, o_1 = \begin{bmatrix} a_1\, c_1 \\ a_1 s_1 \\ 0 \end{bmatrix}, o_2 = \begin{bmatrix} a_1 c_1 + a_2 c_{12} \\ a_1 s_1 + a_2 s_{12} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Eixos de Rotação

$$z_0 = z_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Junta Rotacional

$$J_{v_i} = z_{i-1} \times (o_n - o_{i-1})$$
$$J_{\omega_i} = z_{i-1}$$

Junta Prismática

$$J_{v_i} = z_{i-1}$$
$$J_{\omega_i} = \mathbf{0}$$

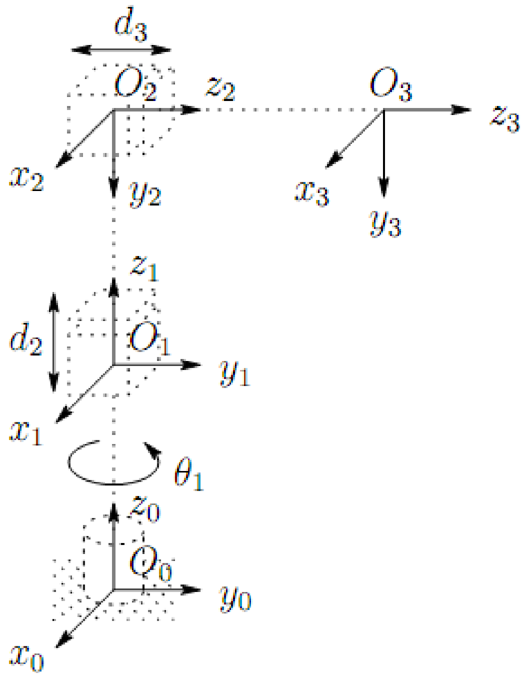
$$\xi = J\,\dot{q}$$

Jacobiano

$$J(q) = \begin{bmatrix} z_0 \times (o_2 - o_0) & z_1 \times (o_1 - o_0) \\ z_0 & z_1 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -a_1 s_1 - a_2 s_{12} & -a_2 s_{12} \\ a_1 c_1 + a_2 c_{12} & a_2 c_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Manipulador Cilíndrico



Referenciais articulares

$$o_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, o_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_1 \end{bmatrix}, o_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_1 + d_2 \end{bmatrix}, o_3 = \begin{bmatrix} -d_3 s_1 \\ d_3 c_1 \\ d_1 + d_2 \end{bmatrix}$$

Eixos de Rotação

$$z_0 = z_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, z_2 = \begin{bmatrix} -s_1 \\ c_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Junta Rotacional

$$J_{v_i} = z_{i-1} \times (o_n - o_{i-1})$$
$$J_{\omega_i} = z_{i-1}$$

Junta Prismática

$$J_{v_i} = z_{i-1}$$
$$J_{\omega_i} = \mathbf{0}$$

$$\xi = J\,\dot{q}$$

Jacobiano

$$J(q) = \begin{bmatrix} z_0 \times (o_3 - o_0) & z_1 & z_2 \\ z_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -d_3 c_1 & 0 & -s_1 \\ -d_3 s_1 & 0 & c_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$