**Tópicos Gerais de Probabilidade**

**Experimentos aleatórios:** São aqueles que mesmo repetidos várias vezes sob as mesmas condições, apresentam resultados imprevisíveis.

Ex: - Num sorteio de números de 1 a 20 não sabemos qual o número que será sorteado; existem várias ocorrências de resultados.

- Num sorteio da mega-sena, não sabemos quais o 6 números que serão sorteados.

**Espaço Amostral (S):** É o conjunto de resultados possíveis de um experimento.

Exemplo do espaço amostral discreto:

No lançamento de uma moeda: S = [ Ca, Co ]

No lançamento de um dado: S = [ 1, 2 , 3 , 4 , 5 ,6 ]

No lançamento de duas moedas S = [ (Ca,Ca), (Ca,Co),(Co,Ca), (Co,Co) ]

Exemplo do espaço amostral contínuo:

Tempo de vida de uma lâmpada em horas (se durar no máximo 2 anos):

S = [ t]

**Eventos (A) :** Qualquer subconjunto do espaço amostral de um experimento aleatório.

Ex : No lançamento de uma moeda, obter coroa (A = Co) corresponde a um evento

No lançamento de um dado, obter o número 3 (A = 3) corresponde a um evento

No sorteio de um prêmio, o ganhador ser do sexo feminino (G=Feminino) corresponde a um evento.

**2 -** **Cálculo da Probabilidade : P(A)**

Dado um experimento aleatório, sendo S o seu espaço amostral, vamos admitir que todos os elementos de S tenham a mesma chance de acontecer, ou seja, que S é um conjunto equiprovável.

Onde: é o número de elementos de A e é o número de elementos de S .

Ex: No lançamento de uma moeda a probabilidade de obter cara, será:

No lançamento de um dado a probabilidade de obter 3, será:

**Eventos Complementares:**

Sabemos que um evento pode ocorrer ou não. Sendo a probabilidade de que o evento ocorra (sucesso) e a probabilidade de que não ocorra (insucesso), para um mesmo evento existe sempre a relação:

Exemplo: a probabilidade de ocorrer 3, no lançamento de um dado é : p = 1/6 logo a probabilidade dele não ocorrer será: q = 1 – 1/6 = 5/6

**Eventos Independentes:**

Dizemos que dois eventos são independentes quando a realização ou a não realização de um dos eventos não afeta a probabilidade da realização do outro e vice-versa: a probabilidade de que eles se realizem simultaneamente é igual:

Exemplo: No lançamento de dois dados. A probabilidade de obtermos 2 no primeiro e 6 no segundo é:

**Eventos mutuamente exclusivos:**

Dizemos que dois ou mais eventos são mutuamente exclusivos quando a realização de um exclui a realização do(s) outro(s).

(vazio)

Se dois eventos são mutuamente exclusivos, a probabilidade de que um ou outro se realize é igual à soma das probabilidades de que cada um deles se realize:

Exemplo: Lançamento de um dado. A probabilidade de se tirar o 4 ou 3 é:

**Exercícios:**

**1 - Suponha que sejam eventos tais que , e . Calcule a probabilidade de que ao menos um dos eventos ocorra.**

DICA:

Lembre-se que a acorrência de um evento OU outro é dado pela SOMA deles, MENOS a INTERSEÇÃO de todos os eventos DOIS A DOIS, MAIS a INTERSEÇÃO de TODOS os eventos juntos.

Resolução:

**2 – Suponha que os três dígitos 1, 2 e 3 sejam escritos em ordem aleatória. Qual a probabilidade de que ao menos um dígito ocupe seu lugar próprio?**

Resolução:

Primeiramente faça o espaço amostral:

Agora é só observar o S e verificar o que foi pedido.

Sendo o evento de que ao menos um dígito ocupe o seu próprio lugar com base neste exercício, então:

**3 – Quando se escolhe aleatoriamente um jovem entre 11 e 19 anos, há uma probabilidade de 0,77 de ele utilizar videogame. Foram escolhidos cinco jovens aleatoriamente.**

1. **O espaço amostral S= {0, 1, 2, 3, 4, 5}, associado à situação de verificar quantos utilizam videogame, é equiprovável? Justifique.**
2. **Calcule a probabilidade do evento A= {1}, supondo que a probabilidade 0,77 de utilizar vídeo game se mantenha em cada uma das cinco escolhas.**

Resolução:

**a)** O espaço não é equiprovável, pois a probabilidade de sair nenhum jovem é diferente da de sair algum jovem que utilize o videogame, pois já sabemos que há maior chance dele brincar com esse jogo.

**b)** Considerando A, B, C, D e E sendo 5 meninos, temos que:

Logo,

**4 – Entre doze candidatos há quatro vagas no colegiado de uma escola, há seis homens e seis mulheres. De quantas maneiras as quatro vagas podem ser preenchidas**

**a) com quatro quaisquer dos doze candidatos;**

**b) com quatro quaisquer das candidatas;**

**c) com quatro quaisquer dos candidatos homens;**

**d) com metade das vagas com candidatos homens?**

**5 – Uma caixa contém 9 luvas de golfe, duas luvas para a mão esquerda e sete luvas para a mão direita.**

**a) Se duas luvas forem retiradas aleatoriamente de dentro da caixa, uma a uma e sem reposição, qual a probabilidade de que:**

**i) A primeira e a segunda luva retiradas seja para a mão direita?**

**ii) A primeira luva seja para a mão direita e a outra para a mão esquerda?**

**b) Se três luvas forem retiradas, qual a probabilidade de que todas as três sejam para a mão direita, supondo também retiradas sem reposição.**

**c) Se estivermos fazendo retiradas com reposição de duas luvas, qual a probabilidade das duas serem para a mão direita?**

Resolução:

2 E

7 D

9 Luvas

**6 – As probabilidades de três motoristas serem capazes de guiar até em casa sem sofrer qualquer acidente, depois de beber, são de respectivamente. Se decidirem guiar até em casa, depois de beber numa festa, pede-se:**

**a) Qual a probabilidade de todos os três motoristas sofrerem acidentes?**

**b) Qual a probabilidade de pelo menos um dos motoristas guiar até em casa a salvo?**

Resolução:

G: {Guiar até em casa sem acidente dado que bebeu}

**a)**

**b)**

**7 – Uma companhia de engarrafamento de refrigerantes mantém registros sobre o número de garrafas não aceitas pelas máquinas de engarrafamento e fechamento. Com base em dados do passado, a probabilidade de que uma garrafa venha da máquina I e não esteja de acordo com o padrão é 0,001, e a probabilidade de que a garrafa venha da máquina II e não esteja de acordo com os padrões é de 0,025. Metade das garrafas é abastecida na máquina I e a outra metade na máquina II. Se uma garrafa de refrigerante for escolhida aleatoriamente.**

1. **Qual a probabilidade de ser uma garrafa fora dos padrões?**
2. **Sabendo que a garrafa foi abastecida na máquina I, qual a probabilidade de não estar de acordo com os padrões?**
3. **Qual a probabilidade dela ter sido abastecida na máquina I e esteja de acordo com os padrões?**
4. **Qual a probabilidade dela ter sido abastecida na máquina I ou esteja de acordo com os padrões?**
5. **Suponha que saibamos que a garrafa não está de acordo com os padrões, qual a probabilidade de que ela tenha sido abastecida na máquina I?**

DICA:

A: {Garrafa não ser aceita}

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Máquina \Situação** | **Aceita** | **Não Aceita** | Total |
| **I** | ? | 0,01 | 0,5 |
| **II** | ? | 0,025 | 0,5 |
| Total | ? | ? | 1 |

Completando a tabela ou através da realização do cálculo apropriado, consegue-se resolver o exercício.

Resolução:

**a) Qual a probabilidade de ser uma garrafa fora dos padrões?**

1. **Sabendo que a garrafa foi abastecida na máquina I, qual a probabilidade de não estar de acordo com os padrões?**
2. **Qual a probabilidade dela ter sido abastecida na máquina I e esteja de acordo com os padrões?**
3. **Qual a probabilidade dela ter sido abastecida na máquina I ou esteja de acordo com os padrões?**
4. **Suponha que saibamos que a garrafa não está de acordo com os padrões, qual a probabilidade de que ela tenha sido abastecida na máquina I?**

**8 – Qual a probabilidade de ganhar na mega-sena, ou seja, escolher 6 dezenas dentre 60 que serão sorteadas?**

Temos que o nº de maneiras possíveis de combinações de 6 nº entre 60 são:

Logo, a probabilidade de ganhar na mega-sena com apenas um bilhete, é:

**9 – Circuito em Série - O seguinte circuito opera somente se houver um caminho de dispositivos funcionais da esquerda para a direita. A probabilidade de cada dispositivo funcionar é mostrada no gráfico. Suponha que os dispositivos falhem independentemente. Qual é a probabilidade de o circuito operar?**

0,8

0,9

Sejam E e D os eventos em que os dispositivos da esquerda e da direita operem, respectivamente. Há somente um caminho se ambos operam. A probabilidade de o circuito operar é:

**10 – Circuito em Paralelo – O circuito mostrado abaixo opera somente se houver um caminho de dispositivos funcionais, da esquerda para a direita. A probabilidade de cada dispositivo funcionar é mostrada no gráfico. Suponha que os dispositivos falhem independentemente. Qual será a probabilidade de o circuito operar?**

0,8

b

0,9

Sejam *S* e *I* os eventos em que os dispositivos da parte superior e da parte inferior operem, respectivamente. Haverá um caminho se, no mínimo, um dispositivo operar. A probabilidade de um circuito operar é:

Da suposição de independência,

De modo que:

**11 – Circuito em Avançado – O circuito mostrado a seguir opera somente se houver um caminho de dispositivos funcionais, da esquerda para a direita. A probabilidade de cada aparelho funcionar é mostrado no gráfico. Suponha que os dispositivos falhem independentemente. Qual será a probabilidade de o circuito operar?**

DICA: A solução pode ser obtida dac partição do gráfico em três colunas.

0,9

0,95

0,95

0,9

0,95

0,9

Resolução: A probabilidade de haver um caminho de dispositivos funcionais somente através das três unidades da esquerda pode ser determinada da independência. Ela é:

Similarmente, a probabilidade de haver um caminho de dispositivos funcionais somente através de duas unidades no meio é:

A probabilidade de haver um caminho de dispositivos funcionais somente através de uma unidade da direita é simplesmente a probabilidade de que o dispositivo funcione, isto é, 0,99.

Logo, com a suposição de independência usada novamente, a solução é: