Capítulo 4. Modelos de Entrenamiento

Modelos de Entrenamiento — Qué son y para qué sirven

---

1. Regresión Lineal

Qué es:
Un modelo que busca una relación lineal entre variables predictoras y una variable objetivo.

Para qué sirve:

- Predecir valores numéricos continuos.
- Modelar relaciones simples entre variables.

1.1 Ecuación Normal

Qué es:
Una fórmula cerrada que calcula directamente los parámetros óptimos sin iteraciones.

Para qué sirve:

- Entrenar regresión lineal de manera exacta.
- Funciona bien con datasets pequeños o medianos.

1.2 Regresor Lineal de Scikit-Learn

Qué es:
La implementación en scikit-learn del modelo de regresión lineal.

Para qué sirve:

- Entrenar modelos lineales fácilmente.
- Integrarse con validación, métricas y pipelines.

---

2. Descenso del Gradiente

Qué es:
Un método iterativo para optimizar parámetros reduciendo el error paso a paso.

Para qué sirve:

- Entrenar modelos cuando no existe solución cerrada.
- Escalar a grandes volúmenes de datos.

2.1 Descenso del Gradiente por Lote (Batch GD)

Qué es:
Actualiza los parámetros usando todo el dataset en cada iteración.

Para qué sirve:

- Obtener actualizaciones precisas y estables.

2.2 Descenso del Gradiente Estocástico (SGD)

Qué es:
Actualiza los parámetros usando una sola muestra en cada iteración.

Para qué sirve:

- Entrenar rápidamente con datos grandes.
- Explorar mejor el espacio de soluciones (aunque con más ruido).

---

3. Regresión Polinomial

Qué es:
Extiende la regresión lineal agregando términos polinomiales para capturar relaciones no lineales.

Para qué sirve:

- Modelar curvas y patrones complejos.
- Ajustar relaciones no lineales entre variables.

---

4. Curvas de Aprendizaje

Qué es:
Gráficos que muestran el rendimiento del modelo en función del número de ejemplos o iteraciones.

Para qué sirve:

- Diagnosticar sobreajuste (overfitting) y subajuste (underfitting).
- Decidir si se necesita más datos o un modelo más complejo.

---

5. Regularización de Modelos Lineales

Qué es:
Métodos que penalizan parámetros grandes para evitar sobreajuste.

Para qué sirve:

- Mejorar la capacidad de generalización.
- Controlar la complejidad del modelo.

5.1 Ridge (Regularización L2)

Qué es:
Penalización basada en el cuadrado de los coeficientes.

Para qué sirve:

- Reducir sobreajuste manteniendo coeficientes pequeños.
- Funciona bien con variables correlacionadas.

5.2 Lasso (Regularización L1)

Qué es:
Penalización basada en la suma de los valores absolutos de los coeficientes.

Para qué sirve:

- Realizar selección de características (coeficientes se vuelven cero).
- Simplificar modelos automáticamente.

5.3 Elastic Net

Qué es:
Combinación de las penalizaciones L1 y L2.

Para qué sirve:

- Aprovechar beneficios de Ridge y Lasso.
- Manejar datasets con variables muy correlacionadas.

---

6. Regresión Logística

Qué es:
Modelo lineal que utiliza la función sigmoide para estimar probabilidades.

Para qué sirve:

- Resolver problemas de clasificación binaria.
- Interpretar resultados como probabilidades.

---

7. Regresión Softmax

Qué es:
Extensión de la regresión logística para múltiples clases.

Para qué sirve:

- Clasificación multiclase.
- Modelos donde las clases son mutuamente excluyentes.

1. Regresión Lineal

1.1 Ecuación Normal

In [2]:

```
# Importar las librerías, numpy, matplotlib, pandas
# numpy es la bibleoteca por exelencia de matemáticas para python
import numpy as np
import pandas as pd
#Importar matplotlib porque vamos a estar haciendo gráficas
import matplotlib.pyplot as plt
```

In [3]:

```
#Generar el set de jueguete de datos lineales aleatorios
set_num = np.random.rand(100,1)

# Genera vector de valores que vas a estar prediciendo (añade un factor de aleatoriedad)
# (con la formula de lo del modelo de regresion de los apuntes )
vector = 2 + 2 * set_num + np.random.rand(100,1)
```

In [4]:

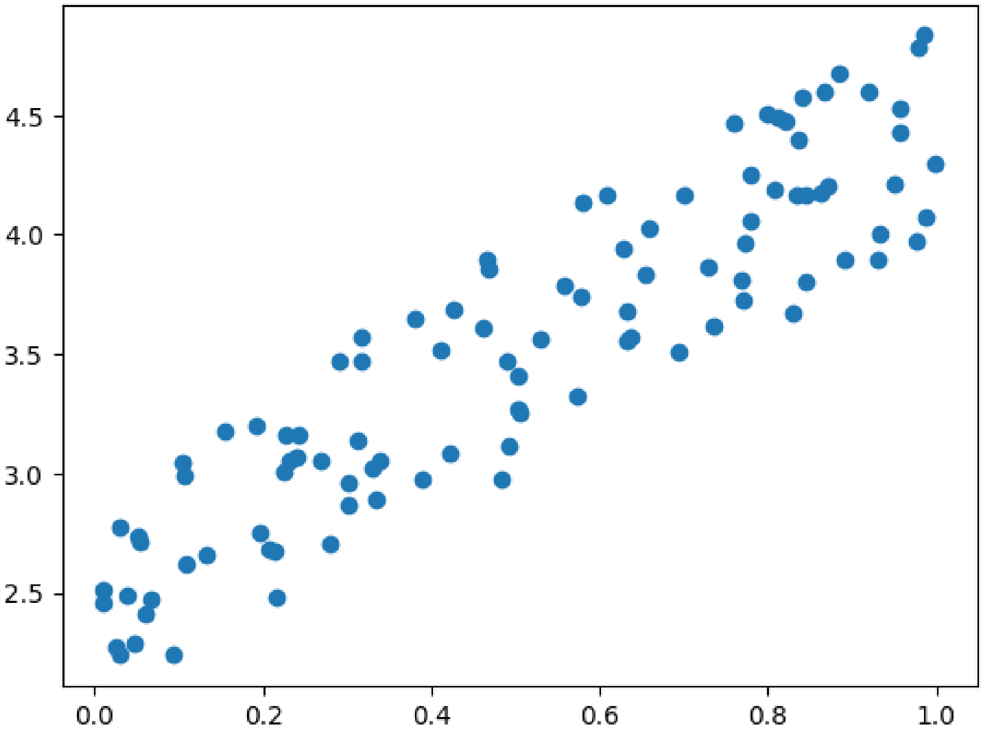
```
vector.shape
```

Out[4]:

```
(100, 1)
```

In [5]:

```
#Gráfica los datos del set de juguete
plt.scatter(set_num,vector)
plt.show()
```



In [6]:

```
#Agregar el valor de x0
sig_set = np.c_[np.ones((100,1)),set_num]

#Aplicar la ecuación normal
ec_normal = np.linalg.inv(sig_set.T.dot(sig_set)).dot(sig_set.T).dot(vector)
#Visualiza
ec_normal
```

Out[6]:

```
array([[2.48183675],
       [2.02488954]])
```

□: Aquí no tendrán los mismos datos que yo, es normal por los factores de aleatoriedad

□:El primer valor de la matriz es la pendiente y el segundo es la intersección

In [7]:

```
#Prueba estes datos con un vector de prueba
set_nuevo = np.array([[0],[1]])
```

In [8]:

```
#Agregar X0=1
set_x0 = np.c_[np.ones((2,1)),set_nuevo]
```

In [9]:

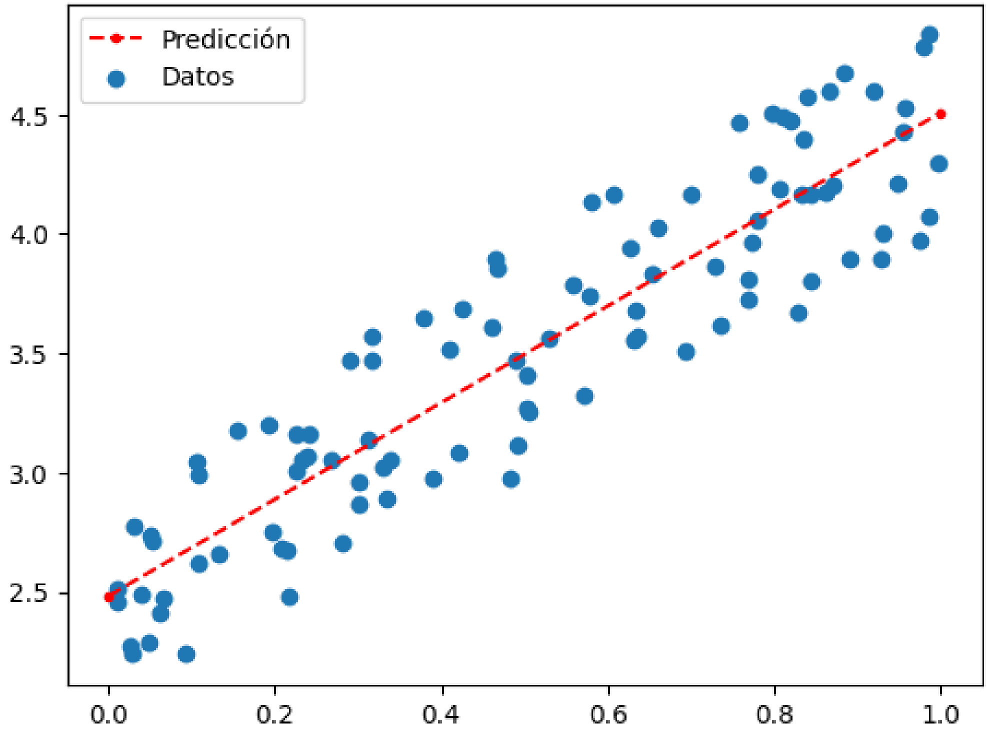
```
#Hacer las predicciones con la ecuación normal
predict = set_x0.dot(ec_normal)
predict
```

Out[9]:

```
array([[2.48183675],
       [4.50672629]])
```

In [23]:

```
#Grafica la regresión con los datos originales y la predicción
plt.plot(set_nuevo,predict,"r.--",label="Predicción")
plt.scatter(set_num,vector,label="Datos")
plt.legend()
plt.show()
```



1.2 Regresor Linear de Scikit

In [24]:

```
#Haz la regresión con scikit
from sklearn.linear_model import LinearRegression
reglin = LinearRegression()
reglin.fit(set_num,vector)
#Cálcula la intersección y la pendiente con este método
reglin.intercept_,reglin.coef_
```

Out[24]:

```
(array([2.48183675]), array([[2.02488954]]))
```

Los parámetros son iguales a los que obtuvimos en el método anterior. En este caso, tendrías que evaluar el costo que implica cada método a tu ordenador.

Aqui el ordenador tarda unos segundos en hacer la regresion

---

2. Descenso del Gradiente

Algoritmo de optimización. Signfica una alternativa a la ecuación normal

2.1 Descenso del Gradiente por Lote

Derivada parcial de la función de costo (MSE)

$$\frac{\partial}{\partial b}J(b) = \frac{2}{m}$$
$$\sum_{i=1}^{m}(b^T x^i - y^i)x^i$$

Vector del Gradiente de la función de costo

$$\nabla_b MSE(b) = [\frac{\partial}{\partial b_1}MSE(b_1), \frac{\partial}{\partial b_2}MSE(b_2), \ldots$$
$$.\frac{\partial}{\partial b_m}MSE(b_m)] = \frac{2}{m}X^T(Xb - y)$$

Step del descenso del Gradiente

$$b^+ = b - n$$
$$\nabla_b \, MSE(b)$$

In [26]:

```
# Definir la tasa de aprendizaje (ra=(valor que queramos darle))
ra = 0.3
#Definir las iteraciones. 1000 es un estándar. En 1000 se va a detener
iteraciones = 1500
#Número de datos
data = 200
#Incializa la pendiente
#(la pendiente segun las formulas de arriba es "b")
b = np.random.rand(2,1)
```

In [27]:

```
#Hacer el programa para el descenso del gradiente
for iteracion in range(iteraciones):
    #Expresión a manera de ágebra lineal de los mínimos cuadrados (función de costo)
    gradientes  = 2/data * sig_set.T.dot(sig_set.dot(b) - vector)
    b = b -ra * gradientes
b
```

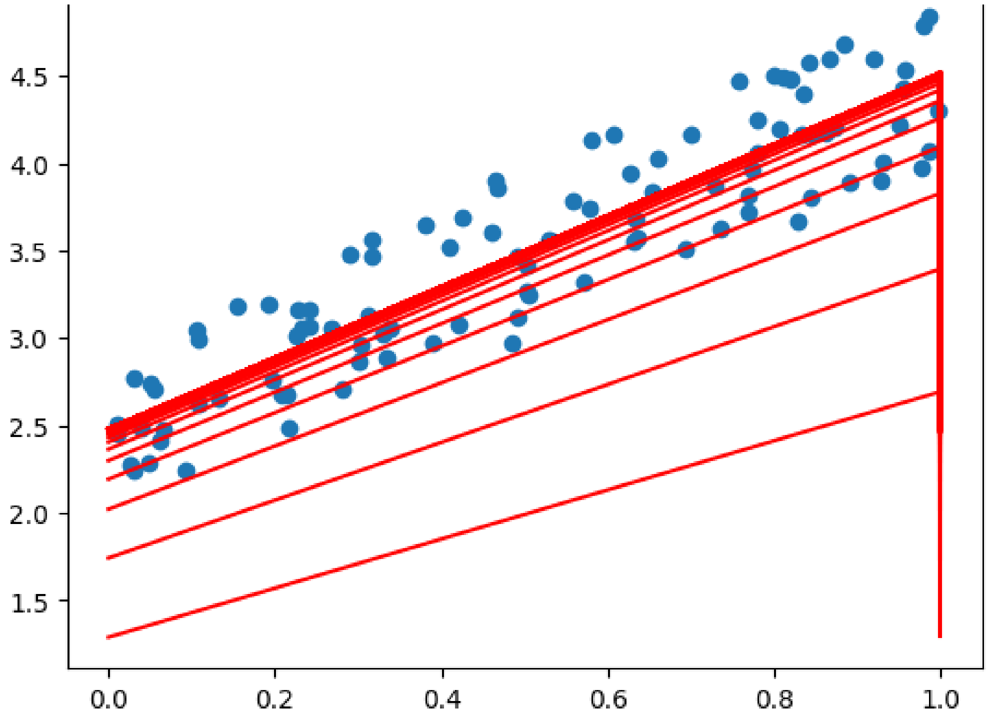
Out[27]:

```
array([[2.48183675],
       [2.02488954]])
```

Los resultados nos da extremadamente cercano a los datos obtenidos con la ecuación normal. Ojo: recuerda que el descenso del gradiente es un método de aproximación

In [35]:

```
#Repetir el ejercicio pero con ritmo de tasa de aprendizaje diferente
ra = 0.3
iteraciones = 100
data = 200

b = np.random.rand(2,1)

plt.scatter(set_num,vector)


#Visualiza los modelos que va proponiendo hasta llegar a la predicción final
for iteracion in range(iteraciones):
    gradientes  = 2/data * sig_set.T.dot(sig_set.dot(b) - vector)
    b = b -ra * gradientes
    set_y0 = set_x0.dot(b)
    plt.plot(set_x0,set_y0,"r-")
plt.show()
gradientes
# aqui hace algo raro al final, pone los datos ocmo para abajo, no se porque
```



Out[35]:

```
array([[-0.0001347 ],
       [ 0.00024438]])
```

Ejercicio Extra: Varía la tasa de aprendizaje y los número de pasos para observar como funciona el gradiente de tipo batch

---

2.2 Descenso del Gradiente Estocástico

Debido a qué la complejidad computacional del descenso del gradiente de lote es alto, podemos ver el descenso del gradiente estocástico para poder mejorar las predicción.

Ventajas: Puedes trabajar con más datos, escapa de los mínimos locales. Desventajas: No es tan exacto como los otros métodos. Sin embargo, su variación es despreciable

In [37]:

```
# epochs: cuántas gradientes hará, cuántos datos seleccionará para hacer el gradiente
epochs = 100
#Calendario de aprendizaje, sirve para definir el ritmo de aprendizaje
c0, c1 = 10,100
data = 1000
#Definir el horario de aprendizaje
def horario_aprendizaje(c):
    return c0 / (c+c1)
#Definir los 2 valores con lo que van a empezar
# lo mismo que antes de la b
b = np.random.rand(2,1)

#Definir la función
for epoch in range(epochs):
    for i in range(data):
        #Genera un índice aleatorio
        random_index = np.random.randint(data)
        #Valor x de la coordenada que seleccionamos al azar
        valor_x = sig_set[random_index:random_index+1]
        #Valor y de la coordenada que seleccionamos al azar
        valor_y = vector[random_index:random_index+1]
        #Calcular el gradiente (Resultado de la derivada parcial)
```

```
        gradiente  = 2 * valor_x.T.dot(valor_x.dot(b) - valor_y)
        #Calcular el ritmo de aprendizaje
        ritmo = horario_aprendizaje(epoch * data + i)
        #Calcular los parámetros de intersección y pendiente
        b = b - ritmo * gradiente
b
```

Out[37]:

```
array([[2.66157546],
       [1.70179656]])
```

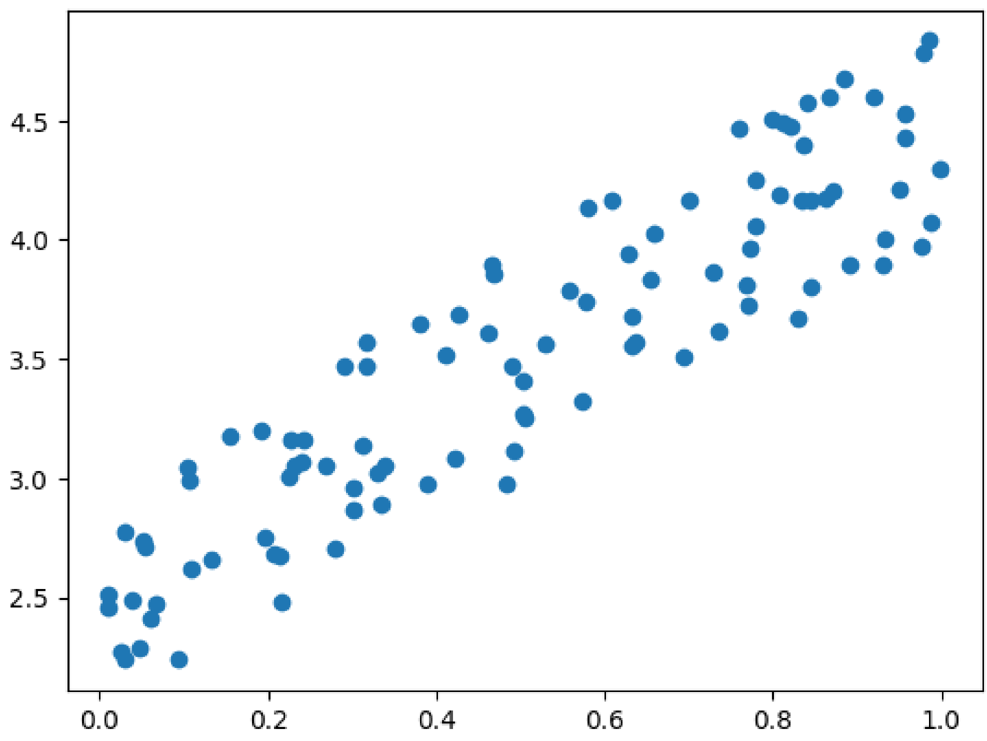
Aunque existe variación con el resultado de los métodos anteriores, la diferencia es mínima

In [39]:

```
# #Repetir el ejercicio pero desplegando cada gradiente realizado
epochs = 10
c0 , c1 = 10, 100
data = 5

def horario_aprendizaje(c):
    return c0 / (c + c1)

b = np.random.rand(2,1)
plt.scatter(set_num,vector,label="Datos")




#Agrega un scatterplot para ver los datos

        #Grafica las líneas rojas que simbolizan los diferentes gradientes a través de la
s iteraciones.
```

Out[39]:

```
<matplotlib.collections.PathCollection at 0x197c1d27280>
```



In [ ]:

```
#Hacerlo con scikit

#La toleración es el límite menor al valor de la suma de los errores al cuadrado

#.ravel: te genera una lista normal
```

```
#Sacar los parámetros, la intersección y la pendiente
```

In [ ]:

```
#Visualiza la lista normal que genera .ravel
```

: Con este método si existió una variación importante en los resultados obtenidos. Es cuestión de criterio el sacrificar exactitud por costo computacional o viceversa.

---

3. Regresión polinomial

Regresión polinomial es una regresión linel a la cual le agregamos ecuaciones con potencia más elevada

In [ ]:

```
#Generar set de datos de juguete. Añade un toque de aleatoriedad

#Elevar la ecuación al 2

#Gráfica el set de datos
```

No hay una función en scikit para hacer regresiones polinomiales como tal. Pero podemos utilizar PolynomialFeature que toma los valores de x y los eleva a una potencia especificada.

In [ ]:

```
#Importar PolynomialFeatures con una potencia 2
```

In [ ]:

```
#Hacer una regresión lineal sobre de los datos
```

Primero aparece el dato de la intersección y luego aparece los coeficientes de de x y x2, respectivamente

In [ ]:

```
#Graficar la predicción de PolynomialFeatures y los datos originales

#escribir la fórmula a partir del array de arriba
```

Ejercicio: **calcular la suma de los errores al cuadrado y compararlo con una predicción lineal**

---

4. Curvas de Aprendizaje

In [ ]:

```
#Importar mean_squared_error train_test_split para medir el error sobre los datos de entr
anamiento y validación



    #Empezamos dividiendo los datos en datos de entrenamiento y validación

    #Generar una lista vacías para irlas rellenando conforme se vaya calculando los error
```

```
es

    #Tomar el set de entrenamiento y ajustándolo al modelo pero solo con un dato de entre
namiento y así sucesivamente

        #predecir el modelo

        #predecir el modelo

        #Calcular los errores



        #graficarlos
```

In [ ]:

```
#Correr la curva de aprendizaje
```

In [ ]:

```
#Hacer un pipeline llamado regresion_polinomial que haga una regresión polinomial y linea
l
```

In [ ]:

```
#Ejecutar curvas de aprendizaje a regresion_polinomial
```

In [ ]:

```
#Variar el grado del polinomio para mejorar el rendimiento del modelo. Ejemplo:2
```

In [ ]:

```
#Correr la curva de aprendizaje
```

Generalemnte, cuando las línas se tocan signfica que llegaste a un buen modelo. No esta sobreajustado ni subajustado

---

5. Regularización de Modelos lineales

5.1 Regresión de Ridge o de Cresta

Término de regularización en la regresión de Ridge

$$\alpha \sum_{i=1}^{m} b_i^2$$

Función de costo de la regresión de Ridge

$$MSE(b) + \alpha \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} b^2$$

In [ ]:

```
#Hacer un set de juguete
```

In [ ]:

```
#Hacer una regresión lineal sencilla para comparar con la regresión de cresta
```

In [ ]:

```
#Generar 100 datos para graficar la linea de predicción
```

In [ ]:

```
#graficar
```

In [ ]:

```
#Importar Ridge para hacer nuestra regresión de cresta
```

In [ ]:

```
#Calcula los parámetros de ridge
```

In [ ]:

```
#Hacer la linea de la predicción de Ridge
```

In [ ]:

```
#graficar comparando la regresión lineal y de Ridge
```

5.2 Regresión de Lasso

Función de costo de la regresión de regresión de Lasso

$$MSE(b) + \alpha \sum_{i=1}^{m} |b|$$

In [ ]:

```
#Importar lasso

#Asignar una alpha de 0.1
```

In [ ]:

```
#Calcular los parámetros de intersección y coeficientes de x
```

In [ ]:

```
#Hacer la linea de la predicción de lasso
```

In [ ]:

```
#graficar comparando la regresión lineal, de Ridge y de Lasso
```

5.3 Regresión de Red Elástica

Función de costo de la Regresión de Red Elástica

$$MSE(b) + r\alpha \sum_{i=1}^{m} |b|$$

$$+\alpha\frac{1-r}{2}\sum_{i=1}^{m} b^2$$

In [ ]:

```
#Importar ElasticNet
```

In [ ]:

```
#Calcular los parámetros de intersección y coeficientes de x
```

In [ ]:

```
#Hacer la linea de la predicción de Red Elástica
```

In [ ]:

```
#graficar comparando la regresión lineal, de Ridge, de Lasso y de Red Elástica
```

---

6. Regresión Logistica

Modelo de Regresión Logística

$$\hat{p} = L(b^T x)$$

Función logística

$$L = \frac{1}{1+e^{-t}}$$

Función de Costo de la Regresión Logística

$$J(b) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}[ylog(\hat{p}) + (1-y)log(1-\hat{p})]$$

Derivada de la función de Costo

$$\frac{\partial}{\partial b}J(b)$$

In [ ]:

```
#Traer el set de datos
#candidates = {'gmat': [780,750,690,710,680,730,690,720,740,690,610,690,710,680,770,610,580,650,540,590,620,600,550,550,570,670,660,580,650,660,640,620,660,660,680,650,670,580,590,690],
 #              'gpa': [4,3.9,3.3,3.7,3.9,3.7,2.3,3.3,3.3,1.7,2.7,3.7,3.7,3.3,3.3,3,2.7,3.7,2.7,2.3,3.3,2,2.3,2.7,3,3.3,3.7,2.3,3.7,3.3,3,2.7,4,3.3,3.3,2.3,2.7,3.3,1.7,3.7],
  #             'work_experience': [3,4,3,5,4,6,1,4,5,1,3,5,6,4,3,1,4,6,2,3,2,1,4,1,2,6,4,2,6,5,1,2,4,6,5,1,2,1,4,5],
   #            'admitted': [1,1,0,1,0,1,0,1,1,0,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,1,1,0,1,1,0,0,1,1,1,0,0,0,0,1]
               }
#Visualizar el set de datos
```

KEY: gmat: prueba de coeficiente intelectual gpa: es tu promedio en la escuela

In [ ]:

```
#Dividir el set de datos en en las variables predichas y la variable a predecir
```

In [ ]:

```
#importar LogisticRegression
```

In [ ]:

```
#Hacer las predicciones
```

In [ ]:

```
#Visualiza y_pred
```

In [ ]:

```
#Utilizar la función predict_proba para visualizar la probabilidad de que sea admitido
```

In [ ]:

```
#Generar una lista para ver la probabilidad de ser admitidos y a los que no
```

In [ ]:

```
#Incluir estas listas en nuestro dataframe
```

In [ ]:

```
#Visualizar el peso de la experiencia laboral, de gmat y de gpa
```

In [ ]:

```
#Evaluar la regresión con métricas como la matriz de confusión
```

In [ ]:

```
#Evaluar la regresión con métricas como f1_score
```

6. Regresión Softmax

$$claseA(x) = (b^A)^T x$$

$$claseB(x) = (b^B)^T x$$

$$claseC(x) = (b^C)^T x$$

$$\hat{p}_A = L(claseA(x))$$

$$\hat{p}_B = L(claseB(x))$$

$$\hat{p}_C = L(claseC$$

$(x))$

$L = \frac{e^x}{\sum_{i=1}^{m} e^x}$

In [ ]:

```
#Importar LogisticRegression
```