Gesamtschule Scharnhorst

Fundamentalsatz der Analysis

geschrieben von

Benno Schörmann

Thema der Facharbeit:

Eine vollständige Definition und ein vollständiger Beweis des Fundamentalsatzes der Analysis

Inhaltsverzeichnis

I Einleitung

(Die Einteilung steht übrigens noch absolut nicht fest, habe sie gestern abend im Halbschlaf angefertigt)

In dieser Facharbeit werde ich über Den Fundamentalsatz der Analysis und die dazugehörigen Nebenpunkte schreiben.

II Geschichtliche Zusammenfassung

Newton/Gauss Fight

Jahreszeiten, Semi guter Beweis am Anfang?

III Alle wichtigen Begriffe erklärt

Anschauliche Beispiele? (Scipy Einbindung?)

III.1 Was ist Differentialrechnung?

-eines der am einfachsten zu begreifenden Themen der Analysis ermöglicht dieser Teil der Analysis das finden von Extrema und das generelle Beschreiben von Funktionsverläufen.

III.1.1 Wie wird eine Funktion abgeleitet?

Text

III.2 Was ist Integralrechnung?

Text

III.3 Wie wird eine Funktion integriert?

Text

III.4 Was ist der Mittelwertsatz?

Text

III.5 Was ist eine Stetige Funktion?

Text

IV Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Der Hauptsatz der Dieefrential- und Integralrechnung ist in zwei Hauptsätze und einen Nebensatz aufgeteilt. Der erste Satz stellt den Zusammenhang zwischen Integral und Differential dar.

IV.1 Erster Satz

Satz IV.1.1. *Sei f eine stetige, der Zahlenmenge $\mathbb{R}$ angehörige Funktion in einem geschlossenen Intervall $[a, b]$. Sei F definiert für alle x im Intervall $[a, b]$ durch*

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt \tag{1}$$

Dann ist F gleichmäßig stetig auf dem Intervall $[a, b]$ und differenzierbar auf dem offenen Intervall (a, b), und

$$F'(x) = f(x) \tag{2}$$

Für alle x in (a, b), sodass F ein Gegendifferential von f ist.

Der Hauptsatz wird oftmals benutzt, um das Integral einer Funktion f zu berechnen, dessen Gegendifferential F bekannt ist. Wenn $f \in \mathbb{R}$, kontinuierlich auf dem Intervall $[a, b]$ und F ein Gegendifferential im Intervall $[a, b]$ ist, dann

$$\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a) \tag{3}$$

Dieser Satz setzt Stetigkeit auf dem ganzen Intervall voraus.

Dieser Satz wird oftmals $Zweiter Fundamentalsatz der Analysis$ oder Newton-Leibniz axiom genannt

Sei $f \in \mathbb{R}$ in einem geschlossenem Intervall $[a, b]$ und F ein Gegendifferential von f in (a, b)

$$F'(x) = f(x) \tag{4}$$

Wenn f Riemann-integrierbar in $[a, b]$ ist, dann gilt

$$\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a) \tag{5}$$

IV.2 Beweis des ersten Satzes

V Auswirkungen auf die Mathematik

Brüche kann man auf diese weise kürzen:

$$\begin{aligned} F(x) &= \frac{x^4}{30} + \frac{2}{5}x^3 \\ f(x) &= \frac{x^3}{10} + 5x^2 \\ f'(x) &= \frac{3}{10}x^2 + 10x \\ f''(x) &= \frac{6}{10}x + 10 \\ f'''(x) &= \frac{6}{10} \\ f''''(x) &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$