

PRÁCTICA 4

Análisis en el dominio del tiempo (DT) del circuito serie de primer orden R-C: Carga y descarga de un condensador.

Objetivos

Analizar la respuesta temporal de circuitos RC a una excitación en forma de pulso cuadrado. Específicamente:

- Caracterizar en detalle los procesos de carga y descarga de un condensador.
- Determinar experimentalmente el valor de la capacitancia de un condensador a partir de la constante de tiempo, comparando los resultados obtenidos con los valores nominales.
- Comprender el concepto de constante de tiempo como una medida de la rapidez con la que un circuito RC responde a cambios en la entrada y su relación con los valores de resistencia y capacitancia.
- Realizar un análisis espectral de las señales utilizando la transformada de Fourier. Uso y programación de la transformada de Fourier discreta.

Material

- [1] x1 Placa de conexiones (Protoboard).
- [2] x1 Resistencia $10\text{ k}\Omega$.
- [3] x1 Condensador $4700\text{ }\mu\text{F}$.
- [4] x1 Multímetro.
- [5] x1 Fuente de alimentación DC.
- [6] Teléfono móvil: Dado que la práctica se desarrolla en el dominio del tiempo y las tensiones, como se verá en el fundamento teórico, tienen una dependencia exponencial con el tiempo, los instantes iniciales del proceso de carga y descarga evolucionan bastante rápido al principio de cada proceso por lo que la toma de medidas experimentales puede ser complicada. Para solucionar el problema de la toma de datos en el tiempo, podemos hacer uso del teléfono móvil y en particular de la cámara ya que podemos grabar la evolución de la tensión en el condensador como una función del tiempo del grabación. Posteriormente podemos visualizar el video grabado y extraer la información del mismo.

- [1] x1 Placa de conexiones (Protoboard).
- [2] x1 Resistencia de $10, k\Omega$.
- [3] x1 Condensador de $4700, \mu F$.
- [4] x1 Multímetro.
- [5] x1 Fuente de alimentación DC.
- [6] Teléfono móvil: se usará para grabar la evolución temporal del voltaje del condensador en función del tiempo.

4.1 Fundamento teórico

4.1.1 | Introducción

En esta práctica se va a analizar la respuesta transitoria de un circuito constituido por una resistencia y un condensador en serie alimentados por una señal pulso cuadrado (figura 4.1). Este circuito está

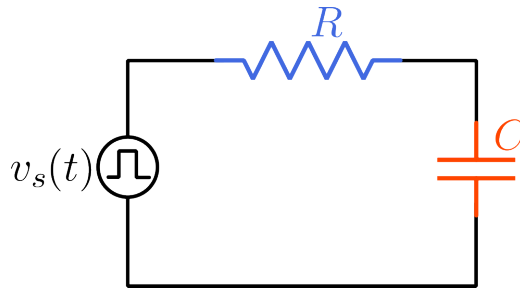


Figura 4.1: Circuito Serie RC.

constituido por una sola malla. El voltaje suministrado por la fuente, $v_s(t)$, se reparte, entre el voltaje de la resistencia $v_R(t)$ y el del condensador $v_c(t)$, de forma que:

$$v_s(t) = v_R(t) + v_c(t) \quad (4.1)$$

Sustituimos, en la ecuación anterior la relación entre el voltaje y la intensidad de cada elemento. Para la resistencia:

$$v_R(t) = Ri_R(t) \quad (4.2)$$

la ecuación (4.1) queda,

$$v_s(t) = Ri_R(t) + v_c(t)$$

y otro lado la ración v - i para el condensador es:

$$i_c(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt}$$

dado que la resistencia y el condensador están en serie la corriente que pasa por ambos es la misma $i_R = i_C$ la definimos como $i(t)$. Sustituyendo, obtenemos la ecuación diferencial que cumple el voltaje del condensador:

$$v_s(t) = RC \frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = \tau \frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) \quad (4.3)$$

en la segunda igualdad hemos definido $\tau = RC$ a esta se le llama *constante de tiempo (tiempo de relajación)*

La ecuación (4.3) es una ecuación lineal de coeficientes constantes, no homogéneas. La solución de la homogénea vendrá dada a partir de la solución del polinomio característico con raíz $1/\tau$, la solución particular de la no homogénea depende de la forma del potencial de la fuente $v_s(t)$.

Señal de entrada pulso cuadrado: Para generar una señal pulso cuadrado de la forma:

$$v_s(t) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ V_s & t_0 < t < t_1 \\ 0 & t_1 < t \end{cases} \quad (4.4)$$

usamos una fuente DC, que conmutamos manualmente es decir, la conectamos en un instante dado $t = t_0$ y desconectamos en un instante $t = t_1$. Para ello montaremos la configuración de la figura 4.2.

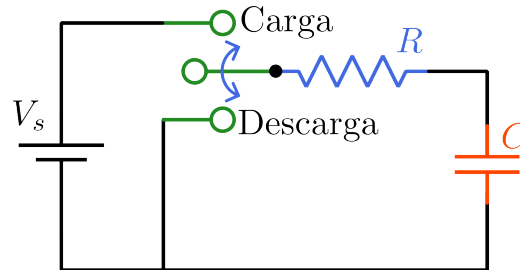


Figura 4.2: Circuito Serie RC. Carga y Descarga según posición del interruptor.

Para $t < t_0$, todo está desconectado, aislado y descargado, en el instante $t = t_0$ conectamos el sistema a la fuente DC con potencial $v_s(t) = V_s$, ver figura 4.3a. En este intervalo la solución de la ecuación diferencial es de la forma:

$$v_c(t \in [t_0, t_1]) = V_s (1 - e^{-(t-t_0)/\tau}) \quad (4.5)$$

donde las constantes se han obtenido sabiendo que el potencial del condensador ha de ser continuo $v_c(t = t_0) = 0$.

En $t_1 = t$, desconectamos la fuente y la ponemos a potencial nulo $v_s(t) = 0$, ver figura 4.3b. Por lo que la solución de la ecuación es de la forma

$$v_c(t > t_1) = Ae^{-(t-t_1)/\tau}$$

donde la constante A la obtenemos a partir de las condiciones iniciales en $t_1 = t$, si asumimos $t_1 \gg \tau$

$$v_c(t_1) \approx V_s$$

y por tanto:

$$v_c(t > t_1) = V_s e^{-(t-t_1)/\tau} \quad (4.6)$$

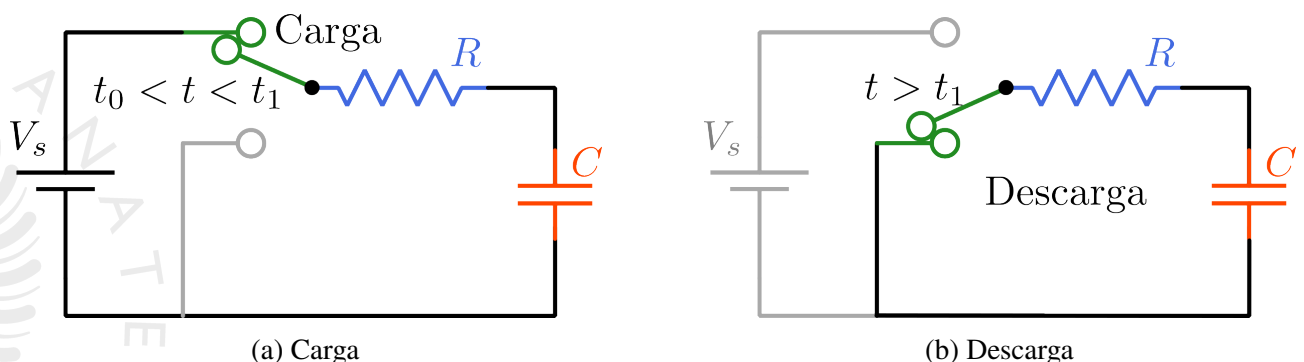


Figura 4.3: Configuración de carga y descarga

en resumen:

$$v_c(t) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ V_s (1 - e^{-(t-t_0)/\tau}) & t_0 < t < t_1 \\ V_s e^{-(t-t_1)/\tau} & t_1 < t \end{cases} \quad (4.7)$$

Instrucciones de Entrega

Puntos evaluables:

- Montajes del circuito, a parte de la colocación de los componentes se ha de prestar especial atención a la colocación de los polímetros según la magnitud a medir.
- Al finalizar la sesión de practicas: Entrega de notebook de python respondiendo a las cuestiones desde la P4.C1 hasta la P4.C8.
- Al finalizar la sesión de practicas: Entrega de hoja de cálculo en formato excel, usar la plantilla entregada por el profesor.

Realización Práctica

• **[P4.C1]** Seleccionar la resistencia y el condensador de valores anteriormente indicados. Con el polímetro medir el valor de ambos y anotarlos en la hoja de cálculo. Obtener el valor teórico del tiempo de relajación (constante de tiempo), τ , del sistema.

• **Montaje** Con las fuentes apagadas Realizar el montaje de la figura fig.(4.2), de forma que nos permita conectar y desconectar la fuente para obtener las dos configuraciones carga y descarga según las figuras 4.3. Colocar un polímetro para medir el voltaje entre los terminales del condensador. Se ha de prestar atención a la colocación del condensador, se trata de un condensador electrolítico, por lo que tiene polaridad esto significa que tiene un terminal positivo y otro negativo, este último está señalado con una banda con el signo (—), también se puede distinguir porque la pata del terminal negativo es mas corta. Se ha de garantizar que el terminal negativo siempre está a un potencial igual o inferior que el terminal positivo.

Antes de encender nada.
Llamar al profesor para supervisar el montaje.

• **Grabación:**

1. Partir de la configuración de la figura 4.3b.
2. Encender la fuente y seleccionar un potencial próximo a $V_s = 10\text{ V}$. La fuente está en abierto y todo esta descargado el voltaje del condensador debe mostrar un muy próximo a 0 (orden de mV).
3. Comienzo de la grabación, no interrumpir hasta el final, usando el móvil grabar el valor que muestra el polímetro:
4. Transcurridos unos pocos segundos pasar a la posición de carga figura 4.3a.
5. En el proceso de carga, el valor del voltaje del condensador va aumentando, cuando el polímetro que mide el voltaje del condensador marque un valor superior al 90 % del valor máximo V_s , pasar de a la configuración de descarga 4.3b.
6. en el proceso de descarga el voltaje irá disminuyendo, continuar grabando hasta que aproximadamente alcance un valor menor al 10 % de V_s .

7. Finalizada la grabación apagar todo.
8. Pasar los datos de la grabación a la hoja de calculo, tratar de usar una discretización uniforme de $\Delta t \approx 1$ s. Tendremos dos arrays de datos con los mismos elementos:

$$t_{\text{array}} = \{t_0, t_1, t_2, \dots, t_N\}$$

$$v_{c,\text{array}} = \{v_{c,0}, v_{c,1}, v_{c,2}, \dots, v_{c,N}\}$$

- **[P4.C2]** Realizar un ajuste lineal de los resultados de la carga. Para que quede una relación lineal aplicar el logaritmo (en cualquier base a tu elección) a la ecuación de carga

$$\underbrace{\log\left(1 - \frac{v_c}{V_s}\right)}_y = \underbrace{\frac{\log(e)}{\tau}}_m \underbrace{t}_x - \underbrace{\frac{t_0}{\tau} \log(e)}_n$$

Obtener el valor de la constante de tiempo y la capacidad a partir de la pendiente.

- **[P4.C3]** Realizar un ajuste lineal de los resultados de la descarga. Para que quede una relación lineal aplicar el logaritmo (en cualquier base a tu elección) a la ecuación de descarga

$$\underbrace{\log\left(\frac{v_c}{V_s}\right)}_y = \underbrace{\frac{\log(e)}{\tau}}_m \underbrace{t}_x - \underbrace{\frac{t_1}{\tau} \log(e)}_n$$

Obtener el valor de la constante de tiempo a partir de la pendiente.

- **[P4.C4] Comparar:** Comparar el valor de τ obtenido mediante la carga, descarga y teórico.
- **[P4.C5] Gráfica:** Hacer una gráfica con los datos medidos $v_c(t)$ frente al tiempo junto con los ajustes anteriores, en la misma gráfica debe de estar el proceso de carga y descarga y los ajustes.
- **Análisis espectral:** Aplicar la transformada discreta de Fourier al voltaje del condensador y la señal pulso cuadrado,

$$\mathcal{F}_v(f) = \sum_{t=0}^{t=\infty} v_n \Delta t_n e^{-j2\pi t_n f}$$

donde: j es la unidad compleja; v_n es la función evaluada en el instante t_n , $v_n = v(t_n)$; Δt_n es paso de discretización temporal que podemos evaluar $\Delta t_n = (t_{n+1} - t_{n-1})/2$; Para la señal pulso cuadrado, se muestrea la señal analítica (4.4) con un Δt tan pequeño como se quiera (inferior al tomado para el voltaje del condensador).

- **[P4.C6] Análisis espectral:** Realizar una función de python para la sumatoria anterior: Fourier(v,t,f)
- **[P4.C7] Análisis espectral:** Evaluar la transformada transformada de Fourier discreta para la señal de entrada y salida en un rango de frecuencias comprendido: f es la frecuencia está comprendida entre 0 Hz y $1/(2\Delta t)$ Hz. Realizar una grafica modulo de ambas frente a frecuencia.
- **[P4.C8] Diagrama de Bode:** De las trasformadas anteriores realizar el cociente entre los módulos para obtener el modulo de la función de transferencia. Realizar una grafica para el modulo de esta frente a la frecuencia y comparar con la expresión teórica.

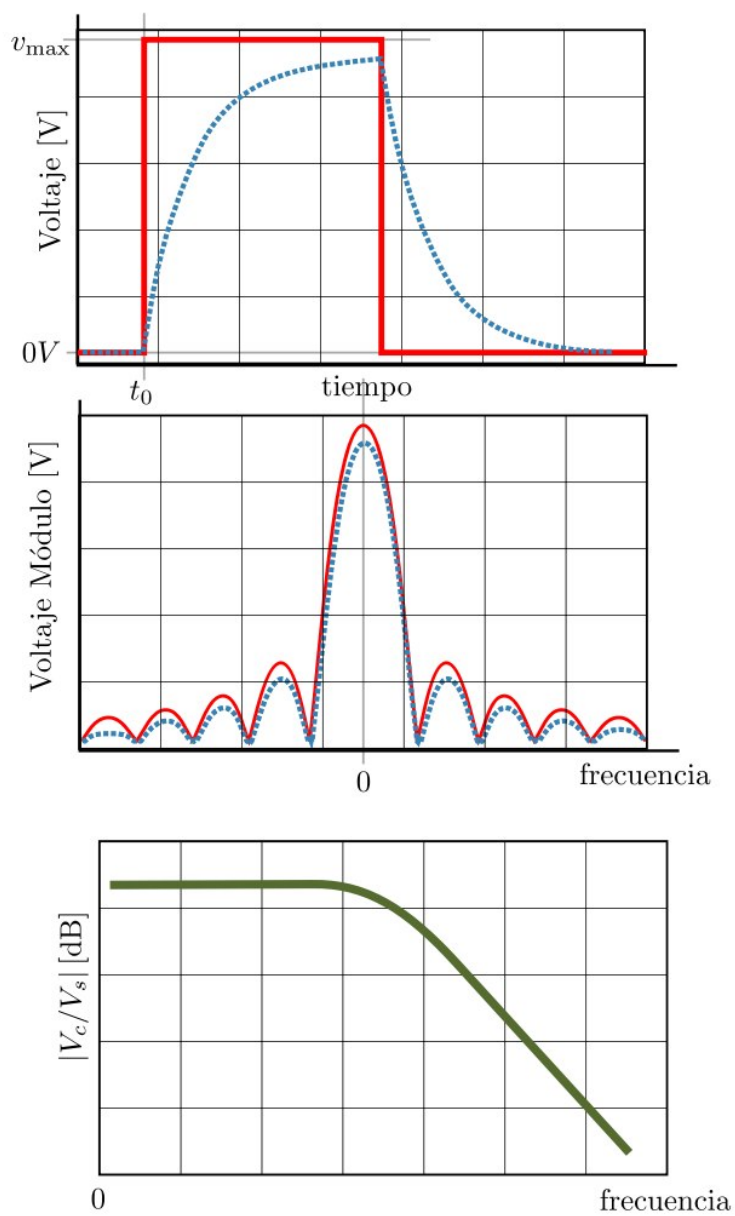


Figura 4.4: En rojo señal de entrada pulso cuadrado. En azul forma del voltaje del condensador (carga y descarga). Última gráfica curva en verde, forma de la función de transferencia.