

Trabajo Práctico N° 2

La información y sus fuentes

Fuente de información. Fuentes de información de memoria nula. Entropía. Propiedades de la entropía. Extensión de una fuente de memoria nula. Fuentes con memoria: fuentes de Markov.

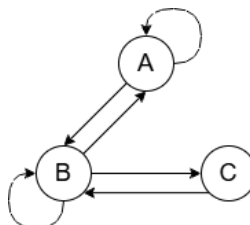
1. Dada una lista que representa una distribución de probabilidades de una fuente de memoria nula, desarrollar funciones en Python que resuelvan lo siguiente:
 - a. generar otra lista con la cantidad de información en bits de cada símbolo (utilizar comprensión de listas).
 - b. obtener la entropía de la fuente (utilizar la función anterior).
2. Implementar funciones en Python que resuelvan lo siguiente:
 - a. Dada una cadena de caracteres que representa un mensaje emitido por una fuente de memoria nula, devolver dos listas paralelas que contengan: el alfabeto de la fuente y las probabilidades de cada símbolo.
 - b. Dada una lista que contenga el alfabeto de una fuente y otra con las probabilidades de cada símbolo, simular la generación de una cadena de caracteres emitida por esa fuente.
3. Suponiendo una fuente de memoria nula, dada por el resultado de la tirada de un dado, calcular la entropía en los siguientes casos:
 - a. Los sucesos son equiprobables
 - b. Las probabilidades son: $P(1) = 1/9$, $P(2) = 1/6$, $P(3) = 1/9$, $P(4) = 1/9$, $P(5) = 1/6$ y $P(6) = 1/3$

4. Dadas las siguientes fuentes de memoria nula:

Alfabeto	{x, y, z}	{0, 1}	{A, B, C, D}
Probabilidades	{0.5, 0.1, 0.4}	{0.5, 0.5}	{0.1, 0.3, 0.4, 0.2}

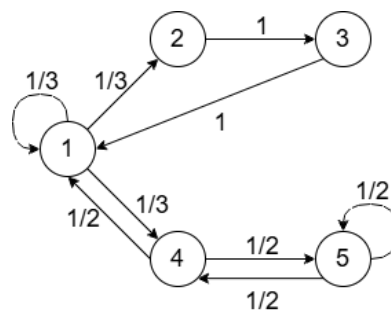
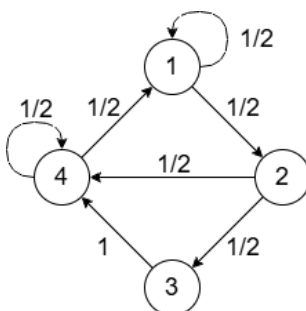
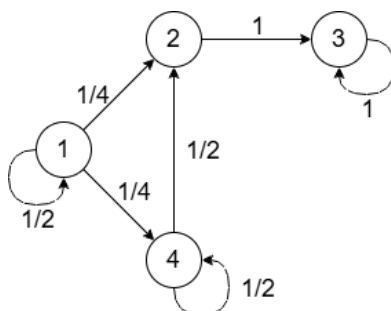
- a. Obtener la cantidad de información de cada símbolo
 - b. Calcular la entropía de la fuente
5. Dado el siguiente mensaje representativo, emitido por una fuente sin memoria: ABDAACAABACADAABDAADABDAAABDCDCDCDC, obtener las probabilidades de sus símbolos y calcular la entropía de la fuente.
6. Calcular la entropía de la fuente de memoria nula $S = \{S1\}$. ¿Cuál es la interpretación del valor obtenido?
7. Para una fuente de información sin memoria $S = \{S1, S2, S3, S4\}$, determinar el máximo valor de la entropía y explicar cuál es la condición para que ésta se presente.

8. Realizar una función en Python que reciba como parámetro el valor ω de una fuente binaria de memoria nula y, utilizando las funciones desarrolladas en el ejercicio 1, calcule la entropía de la fuente.
9. Dada una fuente binaria sin memoria, calcular la entropía en los siguientes casos e interpretar los resultados obtenidos:
 - a. $\omega = 0.25$ b. $\omega = 0.75$ c. $\omega = 0.5$ d. $\omega = 1$ e. $\omega = 0$
10. Desarrollar una función en Python que reciba: una lista con el alfabeto de una fuente, otra con su distribución de probabilidades y un entero N. Esta función debe generar dos nuevas listas con la extensión de orden N y su distribución de probabilidades.
11. En base a las fuentes del ejercicio 4, generar las extensiones de orden 2 y 3, calcular sus entropías a partir de sus probabilidades y verificar que $H(S_n) = n * H(S)$.
12. Proponer dos ejemplos de diagramas de fuentes de Markov de dos estados: una ergódica y otra no ergódica.
13. Dada una fuente de Markov, representada por el siguiente diagrama de estados:



- a. Obtener su matriz de transición (cuando corresponda, asumir equiprobabilidad)
 - b. Determinar en forma analítica su estado estacionario
 - c. Calcular la entropía de la fuente
14. Dada una matriz de transición (lista de listas), implementar funciones en Python que resuelvan lo siguiente:
 - a. generar una lista que represente el vector estacionario de la fuente.
 - b. calcular la entropía de la fuente (utilizar la función anterior).
15. Codificar funciones en Python que resuelvan lo siguiente:
 - a. Dada una cadena de caracteres que representa un mensaje emitido por una fuente, devolver una lista con su alfabeto y su matriz de transición.
 - b. Dada una lista que contenga el alfabeto de una fuente y su matriz de transición, simular la generación de una cadena de caracteres emitida por esa fuente.
 - c. Dada una matriz de transición y una tolerancia máxima, determinar si se trata de una fuente de memoria nula o una fuente con memoria.
16. Para cada uno de los siguientes mensajes, estimar si podría haber sido emitido por una fuente de memoria nula o una fuente con memoria y calcular su entropía:
 - a. CAAACCAABAACBBCABACCAAAABCBBACC
 - b. BBAAACCAAABCCCAACCCBBACCAABBAA

17. Dados los siguientes grafos que representan fuentes de información de Markov:



- Construir sus matrices de transición
- Determinar si las fuentes son ergódicas
- En caso de que lo sean:
 - Obtener sus vectores estacionarios
 - Calcular la entropía de cada fuente

Resultados:

- 2.58 bits
 - 2.45 bits
- {1, 3.32, 1.32} bits {1, 1} bits {3.32, 1.74, 1.32, 2.32} bits
 - 1.36 bits 1 bit 1.85 bits
- $P(A) = 0.43$ $P(B) = 0.14$ $P(C) = 0.17$ $P(D) = 0.26$ $H(S) = 1.86$ bits
- 0 bits
- 2 bits
- 0.81 bits
 - 0.81 bits
 - 1 bit
 - 0 bits
 - 0 bits
- 2.72 bits 2 bits 3.69 bits
 - 4.08 bits 3 bits 5.54 bits
- | | | |
|-----|-----|---|
| 1/2 | 1/3 | 0 |
| 1/2 | 1/3 | 1 |
| 0 | 1/3 | 0 |
 - | | | |
|-----|-----|-----|
| 1/3 | 1/2 | 1/6 |
|-----|-----|-----|
 - 1.13 bits
- Fuente de memoria nula (tolerancia = 0.1) $H(S) = 1.54$ bits
 - Fuente con memoria (tolerancia = 0.1) $H(S) = 1.37$ bits

17.

a.

1/2	0	0	0
1/4	0	0	1/2
0	1	1	0
1/4	0	0	1/2

b. no ergódica

a.

1/2	0	0	1/2
1/2	0	0	0
0	1/2	0	0
0	1/2	1	1/2

b. ergódica

c.

i.

4/11	2/11	1/11	4/11
------	------	------	------

ii.

0.91 bits

a.

1/3	0	1	1/2	0
1/3	0	0	0	0
0	1	0	0	0
1/3	0	0	0	1/2
0	0	0	1/2	1/2

b. ergódica

c.

i.

3/9	1/9	1/9	2/9	2/9
-----	-----	-----	-----	-----

ii.

0.97 bits